**ANNEXE 7 : La vitesse vectorielle relative**

Lorsqu’un objet semble avoir un mouvement selon un premier observateur, mais un mouvement différent selon un deuxième observateur, on dit qu’il s’agit de mouvement relatif parce que les observateurs font partie de **systèmes de référence** différents. La vitesse vectorielle d’un objet en fonction d’un système de référence s’appelle la **vitesse vectorielle relative**.

La détermination de la vitesse vectorielle relative peut facilement porter à confusion. Tu devrais donc toujours tracer un diagramme de la situation et identifier chaque vitesse vectorielle avec deux indices. Le premier indice représente l’objet en mouvement et le deuxième indice représente le système de référence dans lequel l’objet a cette vitesse vectorielle.

**Mouvement relatif en une dimension**

Un bateau voyage à 60 km/h [E] dans une rivière qui coule vers l’ouest à une vitesse de 25 km/h. La vitesse du bateau par rapport à l’eau s’écrit $\vec{v}\_{be}$ (c’est l’effet du moteur du bateau et cette vitesse serait identique à la vitesse du bateau par rapport au sol s’il n’y avait aucun courant). La vitesse de la rivière par rapport au sol s’écrit $\vec{v}\_{es}$. La vitesse du bateau par rapport au sol s’écrit $\vec{v}\_{bs}$.

Tu veux déterminer la vitesse du bateau selon l’observateur sur la rive:

60 km/h

25 km/h

35 km/h

$$\vec{v}\_{bs}=\vec{v}\_{be}+\vec{v}\_{es}=60{km}/{h} \left[E\right]+25{km}/{h} \left[O\right]$$

$$\vec{v}\_{bs}=35{km}/{h} \left[E\right]$$

La vitesse vectorielle d’un objet par rapport au sol est égale à la somme de la vitesse vectorielle de l’objet par rapport à son milieu et la vitesse vectorielle du milieu par rapport au sol.

Le conducteur du bateau se déplace à une vitesse de 60 km/h vers l’est. Cependant, selon l’observateur sur la rive, le bateau voyage à une vitesse de 35 km/h vers l’est car son système de référence comprend le mouvement du bateau ainsi que le mouvement de l’eau.

Bloc B

 **ANNEXE 7 : La vitesse vectorielle relative (suite)**

Il y a une règle de combinaison lorsqu’on écrit l’équation vectorielle pour des problèmes de vitesse
vectorielle relative. Le premier indice de la première vitesse vectorielle est identique au premier indice de
la deuxième vitesse vectorielle. Le deuxième indice de la première vitesse vectorielle est identique au deuxième indice de la troisième vitesse vectorielle. Le deuxième indice de la deuxième vitesse vectorielle
est identique au premier indice de la troisième vitesse vectorielle.

**Mouvement relatif en 2 dimensions (vecteurs perpendiculaires)**

Un bateau traverse une rivière à une vitesse vectorielle de 2,00 m/s [N]. La rivière a un courant de 2,00 m/s [E]. Quelle est la vitesse vectorielle apparente du bateau selon un observateur sur la rive?

Vitesse vectorielle du bateau par rapport à l’eau : $\vec{v}\_{be}=2,0{m}/{s} \left[N\right]$

Vitesse vectorielle de l’eau par rapport au sol : $\vec{v}\_{es}=2,0{m}/{s} \left[E\right]$

Vitesse vectorielle du bateau par rapport au sol : $\vec{v}\_{bs}=?$

$$\vec{v}\_{bs}=\vec{v}\_{be}+\vec{v}\_{es}$$

Bateau traversant une rivière lorsqu’il n’y a pas de courant.

$$\vec{v}\_{es}=0{m}/{s} $$

$$\vec{v}\_{be}=2,00{m}/{s} \left[N\right]$$

Bateau traversant une rivière lorsqu’il y a un courant.

$$\vec{v}\_{es}=2,00{m}/{s} \left[E\right]$$

$$\vec{v}\_{be}=2,00{m}/{s} \left[N\right]$$

$$\vec{v}\_{bs}$$

On peut résoudre ce problème en créant un dessin à l’échelle ou en utilisant la trigonométrie.

$$\left|v\_{bs}\right|=\sqrt{\left(2,0{m}/{s}\right)^{2}+\left(2,0{m}/{s} \right)^{2}}$$

$$\left|v\_{bs}\right|=2,8{m}/{s}$$

Bloc B

**ANNEXE 7 : La vitesse vectorielle relative (suite)**

Pour déterminer la direction :

$$\tan(θ)=\frac{opp}{adj}$$

$$\tan(θ)=\frac{2,0{m}/{s}}{2,0{m}/{s}}$$

$$\tan(θ=1,0)$$

$$θ=45°$$

La vitesse vectorielle du bateau par rapport au sol est donc $2,8{m}/{s} \left[N 45° E\right]$

**Mouvement relatif en 2 dimensions (vecteurs non perpendiculaires)**

Si les vecteurs ne sont pas perpendiculaires, on peut résoudre le problème en créant un dessin à l’échelle, en calculant les composantes de chaque vecteur ou en utilisant la trigonométrie (loi du sinus et du cosinus).

Par exemple, un avion voyage à une vitesse
vectorielle de $350{km}/{h} \left[E 65° S\right]$. Un vent souffle à une vitesse vectorielle de$75{km}/{h} \left[O 42° S\right]$. Quelle est la vitesse vectorielle de l’avion par rapport au sol?

composante (vava)x

composante (vava)y

350 km/h

65°

* vitesse vectorielle de l’avion par rapport à l’air :

$$\vec{v}\_{ava}=350{km}/{h} \left[E 65° N\right]$$

* vitesse vectorielle de l’air par rapport au sol :

$$\vec{v}\_{as}=75{km}/{h} \left[O 42° S\right]$$

* vitesse vectorielle de l’avion par rapport au sol :

$$\vec{v}\_{avs}=?$$

Calcul des composantes

Composantes sur l’axe des x :

composante (vas)x

composante (vas)y

75 km/h

42°

$$\cos(θ)=\frac{adj}{hyp}=\frac{\left(\vec{v}\_{ava}\right)\_{x}}{350{km}/{h}}$$

$$\left(\vec{v}\_{ava}\right)\_{x}=350{km}/{h}×\cos(65°)$$

$$\left(\vec{v}\_{ava}\right)\_{x}=150{km}/{h} \left[E\right]$$

$$\cos(θ)=\frac{adj}{hyp}=\frac{\left(\vec{v}\_{as}\right)\_{x}}{75{km}/{h}}$$

$$\left(\vec{v}\_{as}\right)\_{x}=75{km}/{h} ×\cos(42°)$$

$$\left(\vec{v}\_{as}\right)\_{x}=56{km}/{h}\left[O\right] $$

$$\left(\vec{v}\_{avs}\right)\_{x}=\left(\vec{v}\_{ava}\right)\_{x}+\left(\vec{v}\_{as}\right)\_{x}=150{km}/{h \left[E\right]+56{km}/{h} \left[O\right]=94{km}/{h} \left[E\right]}$$

Bloc B

**ANNEXE 7 : La vitesse vectorielle relative (suite)**

Composantes sur l’axe des y :

$$\sin(θ)=\frac{opp}{hyp}=\frac{\left(\vec{v}\_{ava}\right)\_{y}}{350{km}/{h}}$$

$$\left(\vec{v}\_{ava}\right)\_{y}=350{km}/{h}×\sin(65°)$$

$$\left(\vec{v}\_{ava}\right)\_{y}=320{km}/{h} \left[S\right]$$

$$\sin(θ)=\frac{opp}{hyp}=\frac{\left(\vec{v}\_{as}\right)\_{y}}{75{km}/{h}}$$

$$\left(\vec{v}\_{as}\right)\_{y}=75{km}/{h} ×\sin(42°)$$

$$\left(\vec{v}\_{as}\right)\_{y}=50{km}/{h}\left[S\right]$$

$$\left(\vec{v}\_{avs}\right)\_{y}=\left(\vec{v}\_{ava}\right)\_{y}+\left(\vec{v}\_{as}\right)\_{y}=320{km}/{h \left[S\right]+50{km}/{h} \left[S\right]=370{km}/{h} \left[S\right]}$$

Finalement, on utilise la trigonométrie pour additionner les composantes x et y :

$$\left|v\_{avs}\right|=\sqrt{\left(v\_{avs}\right)\_{x}^{2}+\left(v\_{avs}\right)\_{y}^{2}}=\sqrt{\left(94{km}/{h}\right)^{2}+\left(370{km}/{h}\right)^{2}}$$

$$\left|v\_{avs}\right|=380{km}/{h}$$

$$\tan(θ)=\frac{opp}{adj}=\frac{370{km}/{h}}{94{km}/{h}}=3,9$$

$$θ=76°$$

donc, $\vec{v}\_{avs}=380{km}/{h} \left[E 76° S\right]$

Bloc B

**ANNEXE 7 : La vitesse vectorielle relative (suite)**

**Calcul à l’aide des lois du cosinus et du sinus**

65 °

65°

 α

42°

β

β = 65° + 42° = 107°

$$\vec{v}\_{ava}=350{km}/{h}$$

$$\vec{v}\_{as}=75{km}/{h}$$



 ?°

On utilise la loi du cosinus pour
calculer la vitesse de l’avion par rapport au sol ($\vec{v}\_{avs}$).

$$c^{2}=a^{2}+b^{2}-2ab\cos(C)$$

$$\left|v\_{avs}\right|^{2}=\left|v\_{ava}\right|^{2}+\left|v\_{as}\right|^{2}-2\left|v\_{ava}\right|\left|v\_{as}\right|\cos(β)$$

$$\left|v\_{avs}\right|^{2}=350^{2}+75^{2}-2\left(350\right)\left(75\right)\cos(107°)$$

$$\left|v\_{avs}\right|=380{km}/{h}$$

On utilise la loi du sinus pour déterminer la direction de la vitesse de l’avion par rapport au sol.

$$\frac{v\_{as}}{\sin(α)}=\frac{v\_{avs}}{\sin(β)}$$

$$\frac{75}{\sin(α)}=\frac{380}{\sin(107°)}$$

$$\sin(α)=\frac{75×\sin(107°)}{380}$$

$$α=11°$$

La direction de l’avion se calcule en additionnant l’angle α avec $65°$

$$\vec{v}\_{avs}=380{km}/{h}\left[E 76° S\right]$$