

**Mathématiques  
pré-calcul  
Secondaire 4**

Exercices cumulatifs  
et réponses

*Supplément au  
document de  
mise en œuvre*



**MATHÉMATIQUES PRÉ-CALCUL  
SECONDAIRE 4  
EXERCICES CUMULATIFS**

*Un supplément au programme d'études  
Document de mise en œuvre*

**2000**

Éducation et Formation professionnelle Manitoba

Afin d'éviter la lourdeur qu'entraînerait la répétition systématique des termes masculins et féminins, le présent document a été rédigé en utilisant le masculin pour désigner les personnes. Les lectrices et les lecteurs sont invités à en tenir compte.

On a fait tous les efforts possibles pour mentionner correctement les sources originales et se conformer aux lois sur les droits d'auteur. Si des erreurs ont été commises à cet égard, prière d'en informer Éducation et Formation professionnelle Manitoba, qui verra à remédier aux omissions.

510.0712 Mathématiques pré-calcul, Secondaire 4, exercices cumulatifs : un supplément au programme d'études, document de mise en œuvre.

ISBN 0-7711-2755-3

1. Mathématiques – Problèmes et exercices. 2. Programmes d'études – Manitoba. I. Manitoba. Éducation et Formation professionnelle.

© Gouvernement du Manitoba, 2000  
Bureau de l'éducation française  
Tous droits de reproduction, d'adaptation et de traduction réservés pour tous les pays.

Dépôt légal 3<sup>ième</sup> trimestre 2000  
Bibliothèque nationale du Canada

La reproduction totale ou partielle de ce document à des fins éducationnelles non commerciales est autorisée à condition que la source soit mentionnée.

# REMERCIEMENTS

Le Bureau de l'éducation française d'Éducation et de Formation professionnelle tient à remercier tout particulièrement les personnes suivantes pour leur contribution à la réalisation de ce document.

## Comité d'élaboration

Lizanne Comeau	École communautaire Réal-Bérard Division scolaire franco-manitobaine n° 49
Abdou Daoudi	Bureau de l'éducation française Éducation et Formation professionnelle
Rénald Gagnon	Collège régional Gabrielle-Roy Division scolaire franco-manitobaine n° 49
David Jubinville	Institut collégial Miles Macdonell Division scolaire River East n° 9
Normand Lavack	École St-Joachim Division scolaire franco-manitobaine n° 49
Philippe Leclercq	Institut collégial Vincent Massey Division scolaire Fort Garry n° 5
Viviane Léonard	Collège Béliveau Division scolaire St-Boniface n° 4
David Milette	Institut collégial Lorette Division scolaire Rivière-Seine n° 14
Gilles Vermette	Collège Jeanne-Sauvé Division scolaire St-Vital n° 6

## Mise en page et révision linguistique

Marie Strong	Bureau de l'éducation française Éducation et Formation professionnelle
Edgar Dupont	Contractuel
Murielle White	Opératrice de traitement en éditique

## *Table des matières*

N° de l'exercice	Nom de l'exercice	Page	Résultats d'apprentissage
1	Mesure en degrés et en radians . . . . .	1	A-1
2	Le cercle unitaire . . . . .	3	A-2
3	Angles spéciaux et les fonctions trigonométriques . . . . .	5	A-3
4	Résolution d'équations trigonométriques sur un intervalle donné . . . . .	7	A-4
5	Solution générale d'équations trigonométriques . . . . .	9	A-5
6	Graphiques de fonctions circulaires . . . . .	11	A-6
7	Translations . . . . .	13	B-1
8	Dilatations horizontales et verticales . . . . .	16	B-2
9	Symétrie, réflexions et réciproques . . . . .	19	B-3
10	Graphique de $y = \frac{1}{f(x)}$ . . . . .	22	B-4
11	Graphique de $ f(x) $ . . . . .	25	B-5, B-6
12	Exercices supplémentaires . . . . .	27	B-6
13	Transformations – Fonctions trigonométriques . . . . .	30	B-7
14	Identités I . . . . .	33	C-1
15	Identités II . . . . .	35	C-1
16	Identités de sommes et de différences I . . . . .	37	C-2
17	Identités de sommes et de différences II . . . . .	39	C-2
18	Identités d'angles doubles . . . . .	41	C-2
19	Fonctions exponentielles . . . . .	44	D-1
20	Résolution d'équations exponentielles . . . . .	46	D-2
21	Fonctions logarithmiques . . . . .	48	D-3, D-4

## *Table des matières (suite 2)*

22	Théorèmes des logarithmes I . . . . .	50	D-5
23	Théorèmes des logarithmes II. . . . .	52	D-5
24	Équations exponentielles et logarithmiques I. . . . .	54	D-6
25	Équations exponentielles et logarithmiques II . . . . .	56	D-6
26	Logarithmes naturels . . . . .	58	D-7, D-8
27	Applications de la fonction exponentielle . . . . .	60	D-8
28	Notation factorielle – Principe de dénombrement. . .	63	E-1
29	Permutations avec répétitions et restrictions . . . . .	65	E-2
30	Permutations. . . . .	67	E-2
31	Permutations circulaires. . . . .	69	E-2
32	Permutations avec restrictions . . . . .	71	E-2
33	Combinaisons . . . . .	74	E-3
34	Théorème du binôme. . . . .	76	E-4
35	Permutations, Combinaisons et théorème du binôme . . . . .	78	E-2, E-3, E-4
36	Parabole . . . . .	80	F-1, F-2, F-3
37	Cercle et ellipse. . . . .	82	F-1, F-2, F-3
38	Hyperbole . . . . .	84	F-1, F-2, F-3
39	Espace échantillonnal . . . . .	87	G-1, G-2
40	Probabilité d'événements indépendants et d'événements dépendants . . . . .	90	G-3
41	Probabilités combinées . . . . .	92	G-3
42	Probabilité conditionnelle I. . . . .	95	G-4
43	Probabilité conditionnelle II . . . . .	98	G-4
44	Utilisation des permutations et des combinaisons dans le calcul de probabilités . . . . .	101	G-5

### ***Table des matières (suite 3)***

45	Suites géométriques . . . . .	103	H-1
46	Séries géométriques . . . . .	106	H-2
47	Séries géométriques infinies . . . . .	108	H-3
48	Révision I . . . . .	111	
49	Révision II . . . . .	113	
50	Révision III . . . . .	115	

## ***Introduction***

Les exercices couvrent tous les résultats d'apprentissage du cours de secondaire 4 Pré-calcul (40S). Ils ont les caractéristiques suivantes.

- Les exercices sont cumulatifs. Chaque exercice commence par des questions sur les nouveaux travaux, puis passe à des questions sur des sujets antérieurs. Dans les premiers exercices, les sujets antérieurs s'inspirent de la matière enseignée dans les cours de secondaire 2 Pré-calcul (20S) et secondaire 3 Pré-calcul (30S).
- La nature cumulative de ces exercices est conçue pour permettre aux élèves de maîtriser les notions sur un certain nombre de jours plutôt que de tout assimiler en même temps. Dans les exercices traditionnels, les élèves peuvent répondre à 25 questions sur un sujet, puis passer au sujet suivant. Dans les présents exercices, les élèves devront répondre à autant de questions, mais pas toutes le premier jour. Les enseignants pour qui cette méthode est nouvelle peuvent avoir l'impression qu'ils passent à un autre sujet avant que les élèves aient complètement maîtrisé le sujet précédent. Cependant, cette maîtrise vient avec le temps, et elle est fréquemment renforcée.
- Les exercices devraient également faciliter la rétention étant donné qu'un sujet ne disparaît jamais tout à fait, et ils devraient inciter les élèves à faire les liens entre les nombreuses parties du cours de mathématiques. Les élèves estiment que les examens sont plus faciles grâce à cette méthode et ont tendance à obtenir de bien meilleurs résultats qu'avec les exercices traditionnels.
- À mesure que les cours progressent, on demande fréquemment aux élèves d'expliquer leur raisonnement et de consigner par écrit les preuves simples. Ces exercices renferment un certain nombre de questions qui nécessitent une synthèse créative des idées. Ces questions ont pour objet de permettre de maîtriser les options plutôt que de développer uniquement une maîtrise des aptitudes.
- Les écoles qui utilisent le système des semestres devraient consacrer environ une journée par exercice. Il reste donc un nombre important de jours pour les tests, les travaux en groupe, les travaux de projet, le calcul mental et d'autres activités. Les écoles qui n'utilisent pas le système des semestres pourraient devoir consacrer deux classes à chaque exercice.

## **Matériel**

On a besoin de calculatrices scientifiques tout au long de ces cours. Au besoin, les élèves devraient utiliser la technologie des graphiques et des tableurs.

Dans certaines familles, les parents n'approuvent pas l'utilisation des jeux de cartes et des dés dans l'enseignement des leçons de probabilité. En remplacement, les enseignants peuvent reformuler les expériences ou les problèmes de façon à inclure des fiches numérotées et des cubes comportant des numéros.



**MATHÉMATIQUES PRÉ-CALCUL  
SECONDAIRE 4  
EXERCICES CUMULATIFS**

*Un supplément au programme d'études  
Document de mise en œuvre*

**2000**

Éducation et Formation professionnelle Manitoba

## Exercice n° 1 : Mesure en degrés et en radians

A-1

- Effectue la conversion en radians des valeurs d'angle suivantes, mesurées en degrés, en exprimant ta réponse en termes de  $\pi$ .
  - $25^\circ$
  - $-120^\circ$
  - $460^\circ$
  - $330^\circ$
- Effectue la conversion en degrés des valeurs d'angle suivantes, mesurées en radians. Arrondis à la première décimale au besoin.
  - $\frac{-7\pi}{6}$
  - $\frac{11\pi}{12}$
  - 2,634
  - 0,9825
- Détermine le supplément de  $\frac{5\pi}{12}$ .
- Exprime le supplément de  $130^\circ$  en radians. Exprime ta réponse en termes de  $\pi$ .
- Trouve le complément du troisième angle d'un triangle isocèle dont les 2 angles égaux mesurent  $\frac{2\pi}{7}$  chacun. Exprime ta réponse en radians.
- Si 2 droites parallèles coupées par une transversale ont des angles alternes internes d  $24^\circ$  et de  $\frac{\pi}{x}$  radians, trouve la valeur de  $x$ .
- Trouve la valeur de  $x$  en supposant que les 2 angles de la question précédente sont des angles internes se trouvant du même côté de la transversale.
- Quelles valeurs de  $\theta$ , dans l'intervalle  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ , permettent de respecter les conditions suivantes ?
  - $\sin \theta < 0$  et  $\cos \theta > 0$
  - $\sin \theta > 0$  et  $\cos \theta \leq 0$
  - $\tan \theta > 0$
  - $\cos \theta \leq 0$
- Trouve le(s) quadrant(s) où les équations suivantes sont vraies.
  - $\sin \theta < 0$
  - $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$  et  $\tan \theta = -\sqrt{2}$

*Suite*

## Exercice n° 1 : Mesure en degrés et en radians

A-1

10. Dans quel(s) quadrant(s) se trouve le point  $P(\theta)$  si l'on sait que
- $\cos \theta$  est négatif.
  - $\sin \theta < 0$  et  $\tan \theta > 0$ .
11. Trouve la longueur de l'arc d'une roue de bicyclette si le rayon mesure 24 pouces et que l'angle au centre est de  $48^\circ$ .
12. Un extra-terrestre, qui se déplace dans un engin motorisé le long de l'équateur de la planète où il (ou elle) habite (il est difficile d'identifier le sexe d'un extra-terrestre), a parcouru une distance de 12,3 balrogs. Si le diamètre de sa planète équivaut à 16,4 balrogs, quel est l'angle au centre traversé par l'extra-terrestre ? Exprime ta réponse à une décimale près.
13. Simplifie :  $6\sqrt{12} + 2\sqrt{27}$ .
14. Trouve une valeur entière de  $x$  pour laquelle  $3^{x-2} = 5^{x-2}$ .
15. Simplifie :  $x^{\frac{1}{3}}x^{\frac{1}{6}}$ .
16. Résous les équations suivantes.
- $(x + 3)^2 + 2 = 20$
  - $\frac{6}{x} - \frac{x-1}{2} = 4$
17. Une droite a une pente de  $\frac{2}{3}$  et une ordonnée à l'origine de 12. Trouve l'abscisse à l'origine de cette droite.
18. a. Décompose en facteurs l'équation  $x^3 + 2x^2 - 3x$ .
- b. Résous :  $x^3 + 2x^2 - 3x = 0$ .
19. Trouve les points où la droite  $x + y = 6$  coupe la parabole  $y = \frac{1}{2}x^2 + x$ .
20. Résous pour  $x$  :  $ax + b = cx + d$ .

## Exercice n° 2 : Le cercle unitaire

A-2

- Si,  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ , détermine dans quel quadrant se trouve  $P(\theta)$ .
  - $\frac{2\pi}{3}$
  - $\frac{11\pi}{6}$
  - $\frac{-\pi}{4}$
  - $\frac{-11\pi}{6}$
- Pour chacune des valeurs d'angle suivantes, donne un angle coterminal positif pour l'intervalle  $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$ .
  - $510^\circ$
  - $-390^\circ$
  - $840^\circ$
  - $-210^\circ$
- Pour chacune des valeurs suivantes, donne un angle coterminal positif pour l'intervalle  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ .
  - $\frac{19\pi}{6}$
  - $\frac{125\pi}{4}$
  - $\frac{-13\pi}{6}$
  - $\frac{14\pi}{3}$
- Trouve dans quel(s) quadrant(s) se trouve le point  $P(\theta)$  si on applique les conditions suivantes :
  - $\sin \theta$  est positif
  - $\tan \theta < 0$
  - $\sin \theta > 0$  et  $\cos \theta < 0$
  - $\sin \theta = \frac{-3}{5}$  et  $\cos \theta = \frac{4}{5}$
- Si le point  $P(\theta)$  se trouve à l'intersection du cercle unitaire et du segment de droite qui joint l'origine au point indiqué, trouve les coordonnées de  $P(\theta)$ .
  - (6, 8)
  - (-9, 40)
  - (-4, -12)
  - (0, -3)
- Si  $\left(\frac{5}{13}, y\right)$  correspond à un point du cercle unitaire placé dans le 4<sup>e</sup> quadrant, trouve la valeur de  $y$ .
- Le point  $P(\theta)$  du cercle unitaire ne se trouve pas dans le 1<sup>er</sup> quadrant. Si  $\sin \theta = \frac{8}{17}$ , trouve la valeur de  $\cos \theta$ .
- Si  $\cos \theta = \frac{\sqrt{6}}{4}$  et  $\sin \theta = \frac{-\sqrt{10}}{4}$ , trouve  $\tan \theta$ . Rationalise le dénominateur et simplifie.
- Le point  $\left(\frac{\sqrt{5}}{5}, \frac{2\sqrt{5}}{5}\right)$  se trouve-t-il sur le cercle unitaire ?

*Suite*

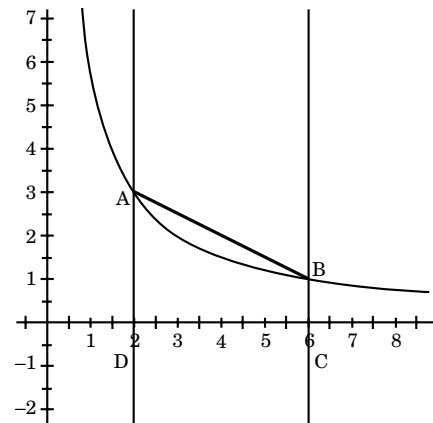
## Exercice n° 2 : Le cercle unitaire

A-2

- Si une roue ayant une circonférence de 30 mètres parcourt 5 mètres, sur combien de radians a-t-elle tourné ? Sur combien de degrés a-t-elle tourné ?
- Quelle est l'aire de la pâte, nécessaire pour couvrir une pointe de tarte, si l'arc de la croûte extérieure mesure 7,6 cm et l'angle au centre mesure  $30^\circ$  ? Arrondis au dixième près.
- Si l'on connaît la valeur de  $\theta$  en radians, explique comment déterminer le quadrant où se situe le côté terminal de  $P(\theta)$ .
- Dans  $\triangle ABC$ ,  $\angle B = 34^\circ$ ,  $BC = 4$  et  $AC = 3$ . Trouve la valeur de  $AB$ . Combien de réponses sont possibles ?
- Si  $f(x) = \sqrt{x^2 + 7}$ , trouve la valeur de  $x$  pour que  $f(x) = 4$ .
- Si  $f(x) = 2x + 3$ , trouve la valeur de  $k$  pour que  $f(k + 2) = k + f(k)$ .
- Supposons que  $O$  est l'origine et que  $A$  correspond au sommet de  $y = x^2 + 6x + 10$ . Trouve la longueur de  $OA$ .

- Le diagramme à droite représente  $y = \frac{6}{x}$ . Les droites verticales, qui passent par  $C(6, 0)$  et  $D(2, 0)$ , coupent le graphique aux points  $B$  et  $A$ , comme il est illustré.

- Trouve l'aire du trapèze  $ABCD$ .
- Trouve le périmètre du trapèze  $ABCD$ .



- Décompose en facteurs :  $x^4 - 16$ .
- Décompose en facteurs l'équation suivante, et résous pour  $x$  :  
 $12x^2 - 25x + 12 = 0$ .
- Exprime l'équation ci-dessous sous la forme  $y = a(x - h)^2 + k$ .  
Équation générale :  $y = 10x^2 - 9x + 2$ . (Conseil : complète le carré.)

## Exercice n° 3 : Angles spéciaux et les fonctions trigonométriques

A-3

1. Trouve la valeur **exacte** de chacune des expressions suivantes :

a.  $\sin \frac{\pi}{6}$    b.  $\sin \frac{4\pi}{3}$    c.  $\cos \pi$    d.  $\sec\left(\frac{-\pi}{3}\right)$    e.  $\tan \frac{7\pi}{4}$    f.  $\cot\left(\frac{-5\pi}{4}\right)$

2. Trouve la valeur **exacte** de chacune des expressions suivantes :

a.  $\cos 45^\circ$    b.  $\sin 300^\circ$    c.  $\tan 330^\circ$    d.  $\csc 135^\circ$

3. Trouve la valeur **exacte** de chacune des expressions suivantes :

a.  $\left(\sin\left(\frac{-15\pi}{2}\right)\right) \cdot (\cos 20\pi) \cdot \left(\tan \frac{13\pi}{6}\right)$

b.  $\left(\tan \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \left(\cos\left(\frac{-5\pi}{4}\right)\right) + \left(\sin \frac{3\pi}{2}\right) \cdot \left(\tan \frac{5\pi}{6}\right)$

4. Démontre que les énoncés suivants sont vrais :

a.  $\frac{\sin \frac{\pi}{3}}{1 + \cos \frac{\pi}{3}} = \frac{1 - \cos \frac{\pi}{3}}{\sin \frac{\pi}{3}}$    b.  $\sin \frac{\pi}{6} = \sqrt{\frac{1 - \cos \frac{\pi}{3}}{2}}$

5. Si  $\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ , trouve la valeur de  $\theta$  pour les intervalles suivants :

a.  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$    b.  $\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{2}$    c.  $\frac{3\pi}{2} \leq \theta \leq 2\pi$

6. Trouve la ou les valeur(s) de  $\theta$ , dans l'intervalle  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  pour chacune des conditions suivantes :

a.  $\sin \theta = \frac{-1}{\sqrt{2}}$    b.  $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$   
c.  $\tan \theta = \sqrt{3}$  et  $\sin < 0$    d.  $\cos \theta = \frac{-1}{2}$  et  $\tan \theta < 0$

7. Trouve la valeur **exacte** de chacune des expressions suivantes :

a.  $\cos \frac{25\pi}{6}$    b.  $\sin \frac{9\pi}{4}$    c.  $\tan\left(\frac{-13\pi}{6}\right)$    d.  $\csc\left(\frac{-35\pi}{6}\right)$

*Suite*

## **Exercice n° 3 : Angles spéciaux et les fonctions trigonométriques**

A-3

8. Résous le système d'équations suivantes :

$$4x - 3y = 10$$

$$3x + 2y = -1$$

9. Les côtés et les angles égaux d'un triangle isocèle équivalent à 3,6 cm et à  $54^\circ$  respectivement. En exprimant ta réponse au dixième près, calcule :

a. le périmètre.

b. l'aire.

10. Supposons une révolution positive : pour quelles valeurs de  $\theta$  les expressions  $\sin \theta$  et  $\tan \theta$  ont-elles une valeur négative ?

11. Exprime  $\frac{11\pi}{24}$  radians au dixième près d'un degré.

12. Exprime la valeur des angles d'un triangle rectangle isocèle en radians multiples de  $\pi$ .

13. Supposons que les angles correspondants de 2 droites coupées par une transversale équivalent à  $\frac{5\pi}{12}$  radians et  $75^\circ$ , détermine si les droites sont parallèles.

14. Si  $\sin \theta = \frac{1}{3}$  et que  $\cos \theta < 0$ , trouve la(les) valeur(s) de  $\tan \theta$ .

15. Si  $\theta = \frac{\pi}{2} + 2n\pi$ , où  $n \in \mathbb{Z}$ , trouve la valeur de  $\sin \theta$ ,  $\cos \theta$ , et  $\tan \theta$ .

16. Évalue :  $\tan \frac{17\pi}{4} - \cos\left(\frac{-11\pi}{3}\right)$ .

17. ABCD est un carré et E est le point milieu de BC. Trouve, au degré près, la mesure de  $\angle AED$ .

18. Résous :  $\sqrt{2x+3} - \sqrt{x+1} = 1$ .

19. Trouve la distance entre les droites parallèles  $3x + 4y = 6$  et  $3x + 4y = 1$ .

20. Trace le graphique de la fonction rationnelle suivante. Indique les points d'intersections avec les axes et les équations des asymptotes.

$$H(x) = \frac{2x + 1}{x - 4}$$

*Suite*

## **Exercice n° 4 : Résolution d'équations trigonométriques sur un intervalle donné**

A-4

1. Résous les équations suivantes dans l'intervalle  $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$ .

a.  $2 \cos \theta = 2$

b.  $5 \tan \theta + 4 = 0$

c.  $4 \tan \theta - 7 = 5 \tan \theta - 6$

d.  $2 \sin^2 \theta + \sin \theta = 0$

**Résous les équations des questions 2 - 5 dans l'intervalle  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ . Donne les valeurs exactes.**

2.  $2 \sin^2 \theta - \sin \theta = 0$

3.  $\tan \theta + \sqrt{3} = 0$

4.  $2 \tan \theta + 2\sqrt{3} = 0$

5.  $2 \cos \theta + \sqrt{3} = 0$

**Résous les équations des questions 6 - 8 dans l'intervalle  $\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{2}$ .**

6.  $4 \cos^2 \theta = 1$

7.  $2 \sin \theta + \sqrt{2} = 0$

8.  $2 \cos^2 \theta - 5 \cos \theta - 3 = 0$

9. Détermine la valeur exacte de l'expression suivante :  $\sin \frac{2\pi}{3} \cdot \cos \frac{7\pi}{6} \cdot \tan \left( \frac{-3\pi}{4} \right)$ .

10. Démontre que l'équation suivante est vraie :  $2 \cos^2 \frac{\pi}{6} - 1 = \cos^2 \frac{\pi}{6} - \sin^2 \frac{\pi}{6}$ .

11. Trouve la valeur de  $\theta$  si  $\sin \theta = \frac{-\sqrt{3}}{2}$  et que  $\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{2}$ .

12. Si  $\cos \theta = \frac{-3}{4}$  et  $\tan \theta > 0$ , trouve la valeur de  $\sin \theta$ .

13. Le point  $P(27\pi)$  est sur le cercle unitaire. Trouve le quadrant et les coordonnées de  $P$  en utilisant deux méthodes différentes.

14. Dans un test on te pose la question à choix multiple suivante : "Quel intervalle satisfait la condition :  $\cos \theta > \sin \theta$  ?"

a.  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$     b.  $\frac{\pi}{4} < \theta \leq \frac{\pi}{2}$     c.  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$     d.  $0 \leq \theta < \frac{\pi}{4}$     e.  $\frac{\pi}{4} \leq \theta < \frac{\pi}{2}$

Explique quelle réponse est vraie et quelles réponses sont fausses et pourquoi.

*Suite*



## Exercice n° 4 : Résolution d'équations trigonométriques sur un intervalle donné

A-4

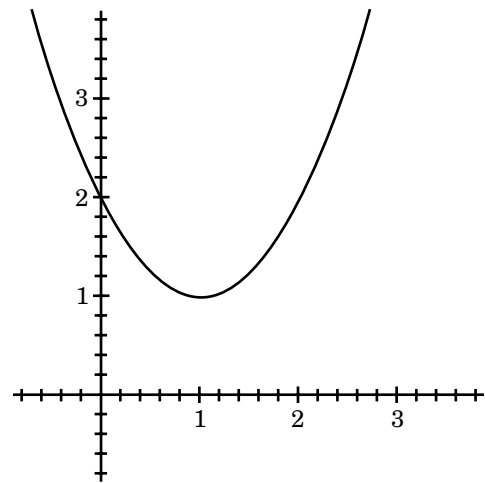
15. Si le point  $P(\theta)$  se trouve sur le segment de droite qui joint l'origine et le point  $(-6, -8)$ , trouve la valeur de  $\cos \theta$ .
16. En tenant compte des données de la question précédente, trouve la valeur des expressions suivantes :

a.  $\cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)$       b.  $\cos(\theta - \pi)$

17. Évalue :  $\sin\left(\frac{-47\pi}{2}\right) \cdot \cos(-47\pi)$ .

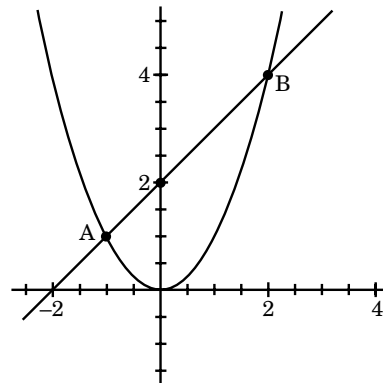
18. **Question à choix multiple.** Le diagramme à droite représente le graphique de  $y = ax^2 + bx + c$ . Laquelle des expressions suivantes est vraie ?

- a.  $a > 0$  et  $b^2 - 4ac > 0$
- b.  $a > 0$  et  $b^2 - 4ac < 0$
- c.  $a < 0$  et  $b^2 - 4ac > 0$
- d.  $a < 0$  et  $b^2 - 4ac < 0$



19. Trouve le domaine et l'image de la fonction suivante :  $f(x) = 3x^2 + 6x - 5$ .

20. Une droite, qui passe par le point  $(0, 2)$ , coupe la parabole  $y = x^2$  aux points A et B. Si les coordonnées du point A sont  $(-1, 1)$ , trouve les coordonnées du point B.



## **Exercice n° 5 : Solution générale d'équations trigonométriques**

A-5

**Trouve la valeur de  $\theta$  dans les équations suivantes si le domaine correspond à l'ensemble des nombres réels.**

1.  $\sin \theta = \frac{1}{2}$

2. a.  $\cos(3\theta) = \frac{1}{2}$       b.  $\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

3.  $\tan \theta = 0$

4.  $\sin^2 \theta = \frac{1}{4}$

5.  $(1 + \sin \theta)(1 - \cos \theta) = 0$

6.  $2 \sec \theta + 4 = 0$

7.  $4 \csc \theta + 6 = 14$

8.  $(\sin \theta - 1)(2 \sec \theta + 1) = 0$

**Résous les équations des questions 9 et 10 dans l'intervalle  $-2\pi \leq \theta \leq 2\pi$ .**

9.  $4 \sin^2 \theta - 3 = 0$

10.  $5 \tan \theta + 5 = 0$

**Résous les équations des questions 11 et 12 dans l'intervalle  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ .**

11.  $\cos \theta + \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 0$

12.  $2 \sin^2 \theta + \sin \theta - 1 = 0$

13. Trouve l'image de la fonction suivante :  $f(x) = x^2 + 3x - 1$ .

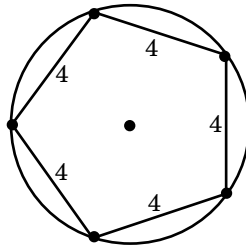
14. Au moment d'arrêter ta voiture à un feu rouge, un caillou se coince dans les sillons d'un des pneus. Le diamètre des roues de la voiture est de 80 cm. Tu poursuis ta route sur une distance de 130 m avant de découvrir la présence du caillou (tu as une excellente oreille !). Combien de révolutions a pu faire le caillou ?

*Suite*

## Exercice n° 5 : Solution générale d'équations trigonométriques

A-5

15. Une balle dont le diamètre est de 50 cm repose sur un anneau ayant un diamètre de 48 cm. À quelle distance ressort la balle sous l'anneau ?
16. Un polygone régulier à cinq côtés (soit un pentagone) est inscrit dans un cercle. Chaque côté du pentagone mesure 4 unités de long.



- a. Trouve le rayon du cercle à deux décimales près.
- b. Trouve l'aire du pentagone à deux décimales près.
17. Si un montant de 5 000 \$ est placé pour 5 ans à un taux d'intérêt de 6 %, et capitalisé annuellement, quelle sera la valeur du placement à la fin de cinq ans ?
18. Trouve la distance entre le point  $(-1, 3)$  et la droite  $y = \frac{2}{3}x + 6$ .
19. Résous pour  $x$  :  $ax + c = b(x - c)$ .
20. Trouve les valeurs de  $x$ ,  $y$ , et  $z$ .
- $$x + y = 7$$
- $$x - z = 8$$
- $$2x - y - 2z = 12$$

*Suite*

## **Exercice n° 6 : Graphiques de fonctions circulaires**

A-8

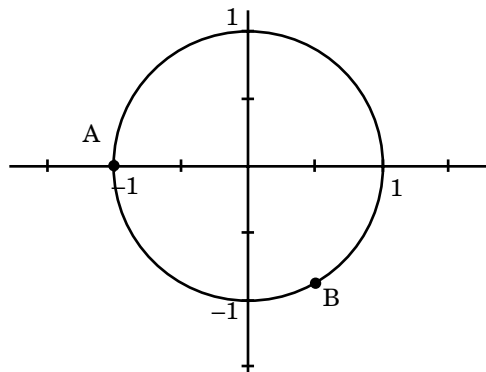
- Trace le graphique de  $y = \sin \theta$  en supposant que  $\theta = \dots, -\frac{3\pi}{4}, -\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{4}, 0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}, \dots$
- Analyse le graphique de la fonction sinus illustrée dans ta réponse à la question 1, en identifiant les éléments suivants :
  - l'amplitude
  - la période
  - le domaine
  - l'image
  - les zéros
- Trace le graphique de la fonction  $f(\theta) = \cos \theta$  en utilisant pour  $\theta$  les mêmes valeurs que celles utilisées pour la fonction sinus à la question 1.
- Analyse le graphique de la fonction cosinus illustrée dans ta réponse à la question 3, en identifiant les éléments suivants :
  - l'amplitude
  - la période
  - le domaine
  - l'image
  - les zéros
- En quoi les graphiques de la fonction sinus et de la fonction cosinus sont-ils comparables ?
- Trace le graphique de la fonction  $f(x) = \tan x$ .
- En te fiant au graphique de la question 6, analyse la fonction tangente en identifiant les éléments suivants :
  - l'amplitude
  - la période
  - le domaine
  - l'image
  - les zéros
- Indique à quels endroits la fonction tangente est non définie et donne les équations des asymptotes.
- Dans l'intervalle  $]-2\pi, 2\pi[$ , indique à quels endroits les énoncés suivants seraient vrais :
  - $\sin \theta$  croît
  - $\cos \theta$  décroît
- Résous l'équation  $\sin^2 \theta + \sin \theta - 4 = 0$  dans l'intervalle  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ .
- Résous graphiquement l'équation  $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$  dans  $[0, 2\pi]$ . Donne les valeurs exactes.
- Utilise un outil technologique pour résoudre l'équation suivante dans l'intervalle  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ .  
 $2 \sin^2 \theta = -\sin \theta + 2$ . Exprime tes réponses à 3 décimales près.
- Si  $\sec \theta = \frac{\sqrt{7}}{2}$  et que  $\tan \theta < 0$ , trouve la valeur exacte de  $\csc \theta$ .

*Suite*

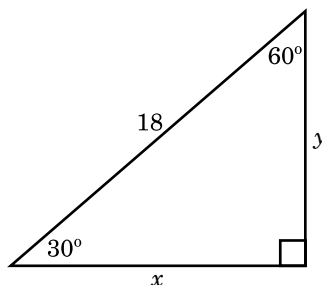
## Exercice n° 6 : Graphiques de fonctions circulaires

A-8

14. Combien de radians la grande aiguille d'une horloge traverse-t-elle entre 10 h et 11 h 40 ? Exprime ta réponse par une valeur exacte.
15. Si  $R = 21,7^\circ$  et que  $\theta$  se trouve dans le 3<sup>e</sup> quadrant, trouve deux valeurs possibles de  $\theta$ .
16. Dans le cercle unitaire illustré ci-dessous, la longueur de l'arc AB est  $\frac{2\pi}{3}$ . Trouve les coordonnées de B.



17. Un avion se trouve à 20km de l'aéroport de Winnipeg. Un autre avion, plus gros, se trouve à 17km de l'aéroport. Si l'angle entre les trajectoires de ces deux avions est  $110^\circ$ , quelle distance les sépare ?
18. Trouve une fonction linéaire de la forme  $f(x) = mx + b$  tel que  $f(3) = 18$  et  $f(2) = 24$ .
19. Trouve les valeurs exactes de  $x$  et de  $y$ .



20. Soit  $f(x) = \frac{2x}{x-2}$ .
- a. Trouve  $f(3)$  et  $f(f(3))$ .
- b. Prouve que  $f(f(x)) = x$  pour toutes les valeurs possibles de  $x$ .

## Exercice n° 7 : Translations

B-1

1. Soit  $f(x) = x^2$  ; trace le graphique de :

a.  $f(x)$

b.  $f(x) + 3$

c.  $f(x - 2)$

2. Soit  $f(x) = x^3$  ; trace le graphique de :

a.  $f(x)$

b.  $f(x) - 2$

c.  $f(x + 1)$

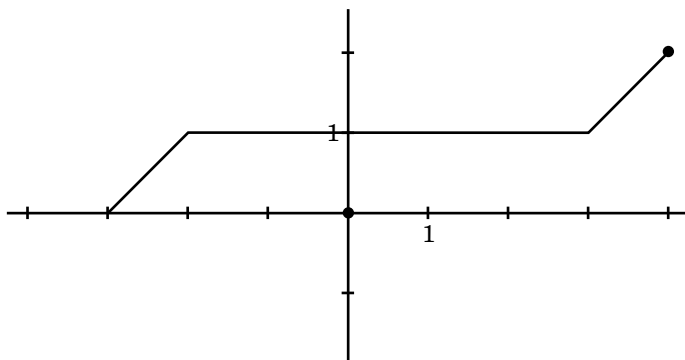
3. Soit  $f(x) = -x^2 + 2$  ; trace le graphique de :

a.  $f(x)$

b.  $f(x) - 3$

c.  $f(x - 3)$

4. Soit le graphique de  $f(x)$  illustré ci-dessous ; trace le graphique de :



a.  $f(x) - 2$

b.  $f(x + 2)$

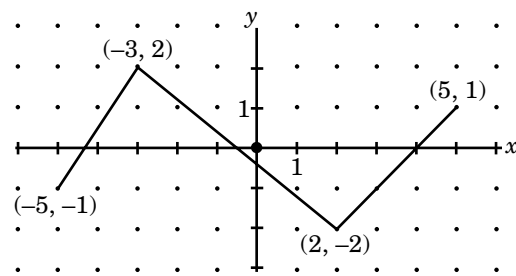
c.  $f(x + 1) + 3$

5. Trace le graphique de  $y = 3 + \sin x$ .

6. Trace le graphique de  $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 2$ .

7. Détermine l'image, la période et l'amplitude des graphiques des questions 5 et 6.

8. Soit le graphique de  $g(x) = f(x + 2) + 1$ , illustré à droite ; trace le graphique de  $f(x)$  :



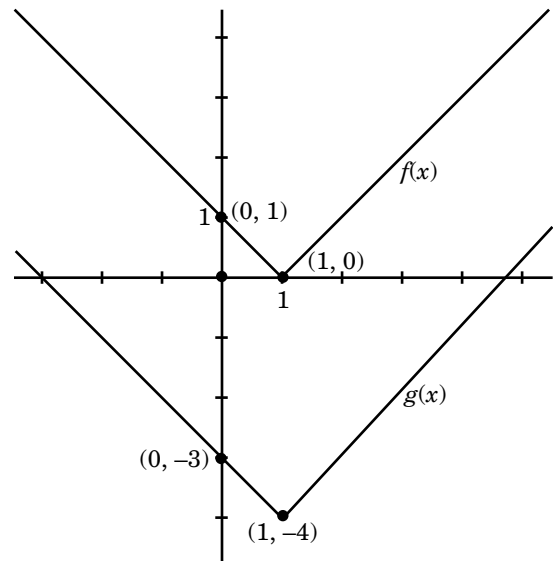
Suite

## Exercice n° 7 : Translations

B-1

9. Soit les graphiques de  $f(x)$  and  $g(x)$  :

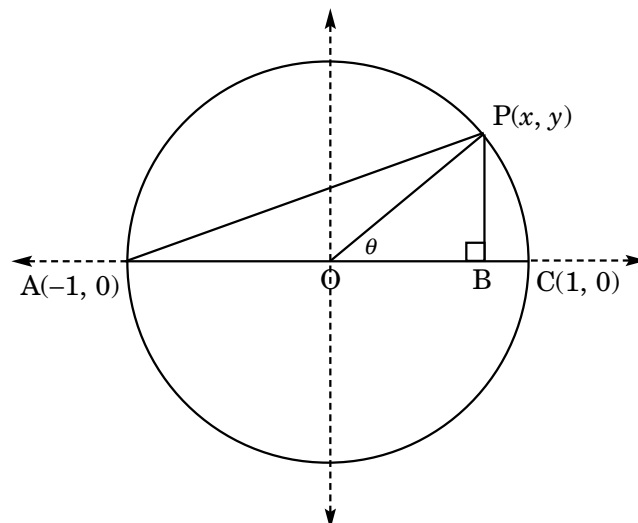
- Exprime  $f(x)$  comme une fonction de  $g(x)$ .
- Exprime  $g(x)$  comme une fonction de  $f(x)$ .



10. Résous l'équation suivante dans  $[0, 2\pi]$ .

$$\sin 3\theta = \frac{-\sqrt{2}}{2}$$

- Trouve les valeurs approximatives de  $\theta$ , dans l'intervalle  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ , pour l'équation  $3 \sin^2 \theta + 5 \sin \theta - 2 = 0$ .
- $f(x) = \cos x + 1$ . Sans tracer le graphique de cette fonction, donne le domaine et l'image de  $f(x)$ .
- Démontre que  $\tan \frac{\theta}{2} = \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta}$  en te référant à la figure ci-dessous.

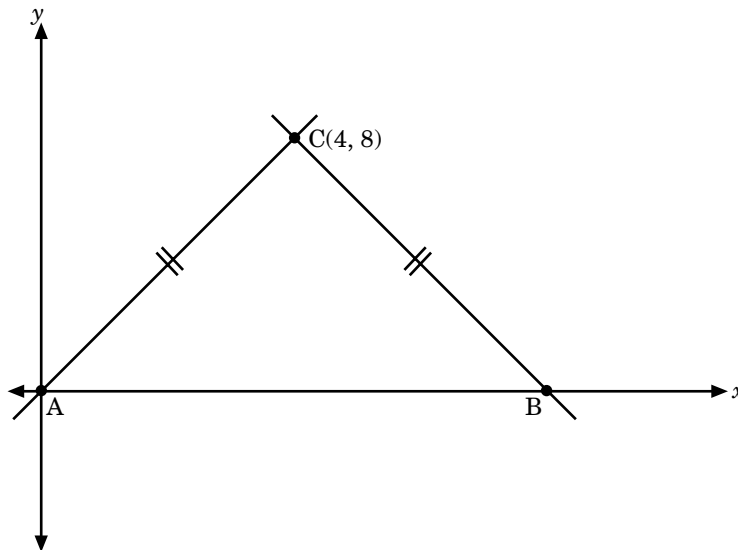


Suite

## Exercice n° 7 : Translations

B-1

14. Trouve une équation trigonométrique qui a pour racines  $\pi$  et  $\frac{\pi}{2}$  dans le domaine  $[0, \pi]$
15. Trace le graphique de  $f(x) = (x - 1)^2(x + 5)$
16. Trouve l'équation d'une fonction polynomiale qui a pour abscisses à l'origine  $-2, 3$  et  $4$ , et pour ordonnée à l'origine  $8$ .
17. Un cercle dont le rayon vaut  $3$  unités a son centre au point  $(8, 12)$ . Donne les équations de deux droites verticales tangentes au cercle.
18. La fonction  $f(x)$  est périodique de période  $4$ . Si  $f(0) = 3, f(1) = 5, f(2) = 4$ , et  $f(3) = 12$ , quelle est la valeur de  $f(75)$ ?
19.  $\triangle ABC$  est un triangle isocèle, comme le montre l'illustration ci-dessous.
  - a. Quelle est l'équation de la droite qui passe par A et C?
  - b. Quelle est l'équation de la droite qui passe par B et C?



20. Soit  $f(x) = (x + 2)^2 - 3$  ; trouve la fonction quadratique qu'on obtiendrait en faisant glisser le graphique ci-dessus de  $2$  unités vers la gauche et de  $4$  unités vers le haut. Exprime ta réponse sous forme standard.



## Exercice n° 8 : Dilatations horizontales et verticales

B-2

1. Soit  $f(x) = x^2$  ; trace le graphique de :

- a.  $f(x)$                       b.  $2f(x)$                       c.  $f(2x)$

2. Soit  $f(x) = x^3$  ; trace le graphique de :

- a.  $f(x)$                       c.  $\frac{1}{3}f(x)$                       c.  $f\left(\frac{1}{2}x\right)$

3. Soit  $f(x) = \cos x$  ; trace le graphique des fonctions suivantes et détermine l'image, la période et l'amplitude de chacune :

- a.  $f(x)$                       b.  $3f(x)$                       c.  $f(2x)$                       d.  $f(3x) + 1$

4. Soit  $f(x) = x^2 + 2x$  ; trace le graphique de :

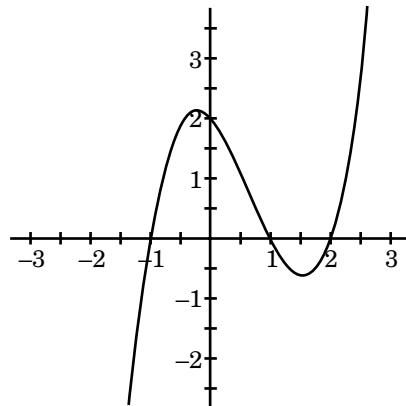
- a.  $f(x)$                       b.  $f(2x)$                       c.  $3f(x) - 1$                       d.  $f(3x) + 1$

Soit le graphique de  $f(x)$  illustré ci-dessous ; décris chacune des transformations en mots et trace le graphique de chaque fonction :

5.  $3f(x)$

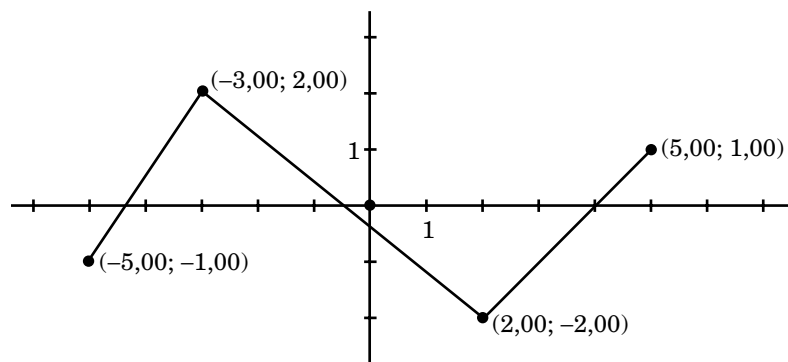
6.  $f(2x)$

7.  $f\left(\frac{x}{3}\right)$



8. Soit le graphique de

$g(x) = f\left(\frac{1}{2}x\right)$ , trace le graphique de  $f(x)$ .

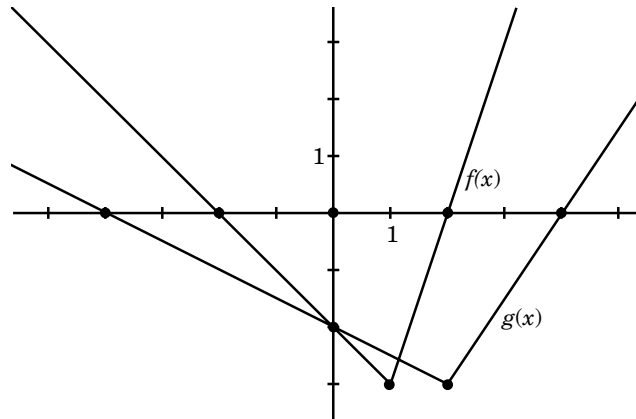


Suite

## Exercice n° 8 : Dilatations horizontales et verticales

B-2

9. Soit les graphiques de  $f(x)$  et de  $g(x)$  :
- Exprime  $f(x)$  comme une fonction de  $g(x)$ .
  - Exprime  $g(x)$  comme une fonction de  $f(x)$ .



10. Si le domaine est l'ensemble des nombres réels, quelles sont les solutions de l'équation  $2\sin^2\theta + 3\sin\theta + 1 = 0$ ?

11. Trouve une équation trigonométrique qui a pour racines  $\frac{\pi}{2}$  et  $\frac{\pi}{6}$  dans  $[0, 2\pi]$ .

12. Résous l'équation suivante dans l'ensemble des nombres réels :

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta + 2\cos\theta = 0$$

13. Trace le graphique de  $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$  dans l'intervalle  $0 \leq x \leq 2\pi$ .

14. Trace le graphique et précise le domaine et l'image de  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 3}$ .

15. Trace le graphique de  $f(x) = \begin{cases} x + 3 & \text{si } x \neq -2 \\ 4 & \text{si } x = -2 \end{cases}$ .

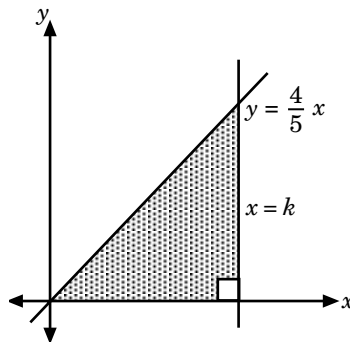
16. Sachant que la formule de l'aire d'un secteur circulaire est  $A = \frac{\theta r^2}{2}$ , où  $\theta$  est l'angle au centre, explique pourquoi l'aire d'un cercle est  $\pi r^2$ .

Suite

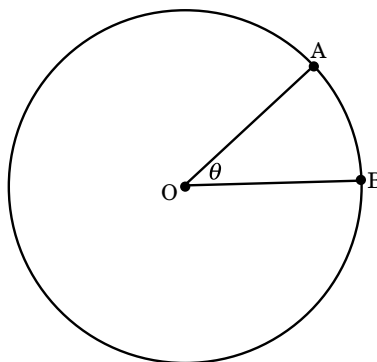
## Exercice n° 8 : Dilatations horizontales et verticales

B-2

17. Trace les graphiques de  $y^2 = x$  et de  $y = \sqrt{x}$ . En quoi ces graphiques sont-ils différents ?
18. Si  $x - 3$  est un facteur de  $x^2 + 7x + k$ , quelle est la valeur de  $k$  ?
19. L'aire délimitée par la droite  $y = \frac{4}{5}x$ , l'axe des  $x$  et la droite verticale  $x = k$  est de 19,6 unités<sup>2</sup>. Trouve la valeur de  $k$ .



20. a. Si le rayon du cercle ci-dessous est 12 et que  $\theta = \frac{\pi}{4}$  radians, trouve l'aire du secteur AOB.
- b. Si le rayon est  $r$  et que  $\theta = \frac{\pi}{3}$  radians, exprime l'aire en termes de  $r$ .
- c. Prouve que l'aire du secteur est donnée par  $A = \frac{1}{2}\theta r^2$ , où  $r$  est le rayon et  $\theta$  est l'angle au centre en radians.



## Exercice n° 9 : Symétries, réflexions et réciproques

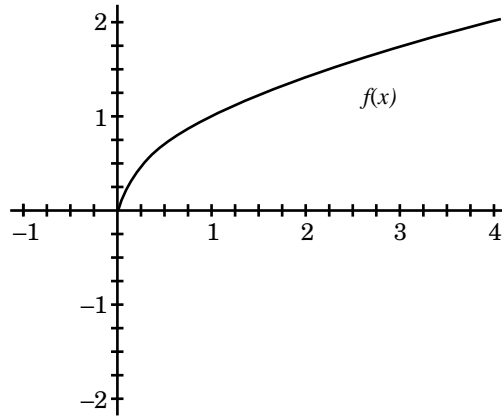
B-3

Soit le graphique de  $f(x)$  illustré ci-dessous; trace le graphique de :

1.  $-f(x)$

2.  $f^{-1}(x)$

3.  $f(-x)$



4. Indique, pour chacune des fonctions suivantes, si elle est paire, impaire ou ni l'une ni l'autre.

a.  $f(x) = 3x^2$

b.  $f(x) = -4x^2 + 3x$

c.  $f(x) = \cos x$

d.  $f(x) = -\sin x$

e.  $f(x) = |3x|$

f.  $f(x) = 7$

5. a. Pour chacune des équations suivantes, indique si le graphique est symétrique par rapport à l'axe des  $y$  :

i.  $y = x^2$

ii.  $x = y^2$

iii.  $x^2 + y^2 = 1$

iv.  $x^2 + x^4 = y$

b. Comment ferais-tu pour vérifier si les graphiques utilisés à la question précédente pourraient être symétriques par rapport à l'axe des  $x$  ?

6. a. Le graphique de  $y = \sin x$  est-il symétrique par rapport à l'un ou l'autre des axes des coordonnées ?

b. Le graphique de  $y = \cos x$  est-il symétrique par rapport à l'un ou l'autre des axes des coordonnées ?

7. a. Donne une équation pour la droite formée par la réflexion de  $y = 2x + 4$  par rapport à l'axe des  $x$ .

b. Donne une équation pour la droite formée par la réflexion de  $y = 2x + 4$  par rapport à l'axe des  $y$ .

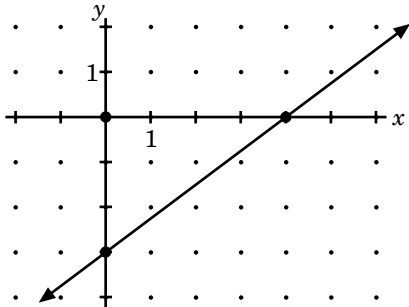
8. Soit  $f(x) = \sqrt{x} + 2$ , donne l'équation de  $f^{-1}(x)$ . Trace les deux graphiques sur les mêmes axes des coordonnées.

Suite

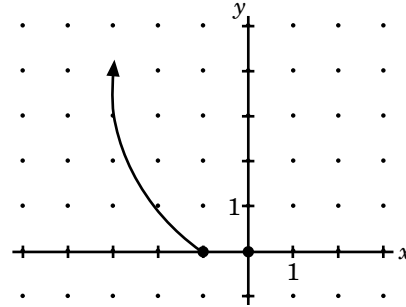
## Exercice n° 9 : Symétries, réflexions et réciproques

B-3

9. a Réfléchis la fonction suivante par rapport à l'axe des  $y$ .

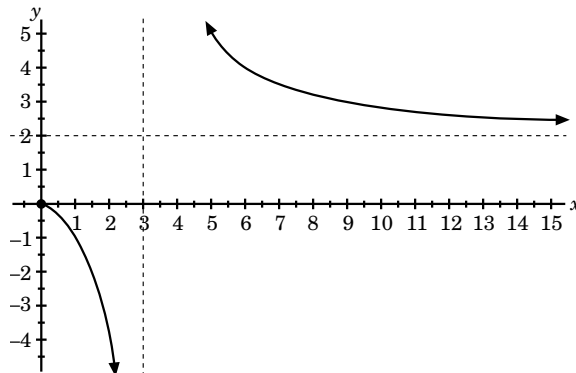


- b. Réfléchis la fonction suivante par rapport à l'axe des  $x$ .



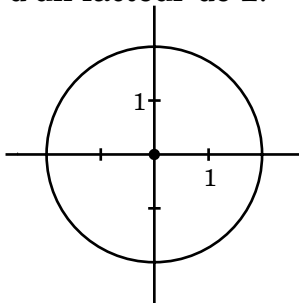
10. a. Le graphique illustré appartient à une fonction PAIRE. Complète le graphique.

- b. Le graphique illustré appartient à une fonction IMPAIRE. Complète le graphique.

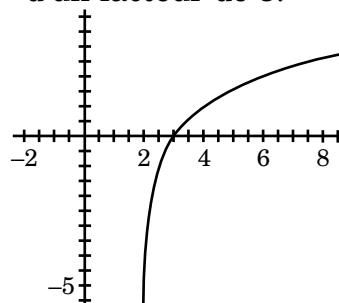


11. Résous l'équation suivante, si le domaine correspond à l'ensemble des nombres réels ; exprime ta réponse à deux décimales près:  $\sec \theta = -2$

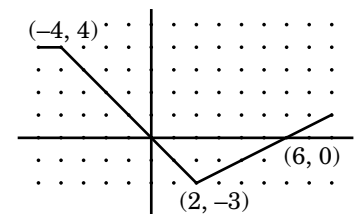
12. a. Dilate horizontalement le graphique suivant d'un facteur de 2.



- b. Dilate verticalement le graphique suivant d'un facteur de 3.



- c. Dilate horizontalement le graphique suivant d'un facteur de  $\frac{1}{2}$ .



Suite

## Exercice n° 9 : Symétries, réflexions et réciproques

B-3

13. Trace le graphique de  $y = 3 \sin(x + \pi)$  dans l'intervalle  $0 \leq x \leq 2\pi$ .
14. Trouve la valeur de  $\theta$  dans l'équation suivante si le domaine correspond à l'ensemble des nombres réels.

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta + 3 \sin \theta = 3$$

15. Trouve la distance entre l'origine et la droite  $x - 2y + 15 = 0$ .
16. Trouve les valeurs de  $\theta$  pour l'équation  $6 \sin^2 \theta + 13 \sin \theta = 5$  si  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ .

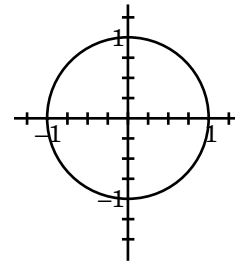
17. Le graphique ci-contre représente le cercle unitaire

$$x^2 + y^2 = 1. \text{ Il équivaut à } y^2 = 1 - x^2 \text{ ou } y = \pm\sqrt{1 - x^2}.$$

Trace le graphique de :

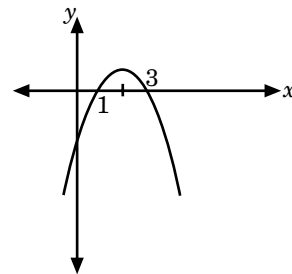
a)  $y = \sqrt{1 - x^2}$

b)  $y = -\sqrt{1 - x^2}$



18. Trace le graphique de  $y = \sqrt{x - 2}$ . Quelle est la figure géométrique ainsi représentée ?

19. La parabole ci-contre s'ouvre vers le bas et traverse l'axe des  $x$  au point  $x = 1$  et au point  $x = 3$ . Donne les équations de deux paraboles différentes ayant ces propriétés.



20. Si la parabole de la question 19 a son sommet au point  $(2, 16)$ , trouve son équation.

*Suite*

## Exercice n° 10 : Graphique de $y = \frac{1}{f(x)}$

B-4

1. Trace le graphique de chacune des fonctions suivantes, en indiquant le domaine, l'image et les zéros de chacune.

a.  $f(x) = \frac{1}{x-2}$                       b.  $f(x) = \frac{1}{x} - 2$

2. Trace le graphique de la fonction suivante, en indiquant le domaine, l'image et les zéros.

$$f(x) = \frac{1}{x+3} - 4$$

3. Trace le graphique de la fonction suivante, en indiquant le domaine, l'image et les zéros.

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$$

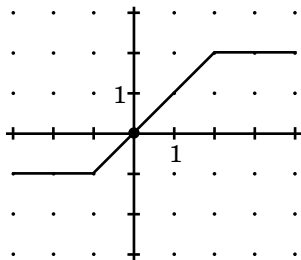
4. Trace le graphique de la fonction suivante, en indiquant le domaine, l'image et les zéros.

$$f(x) = \frac{-1}{x^2 + 4}$$

5. Trace le graphique des fonctions suivantes, en indiquant le domaine, l'image et les zéros de chacune.

a.  $f(x) = \sin x$     b.  $f(x) = \frac{1}{\sin x}$

6. Soit le graphique de  $f(x)$  illustré ci-dessous ; trace le graphique de  $\frac{1}{f(x)}$ .



7. Trouve la valeur de  $\theta$  dans l'intervalle  $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$  pour l'équation suivante :  
 $\sin 2\theta = -0,5794$

8. Si  $\cos \theta > 0$  et  $\tan \theta < 0$ , dans quel quadrant se trouve  $\theta$  ?

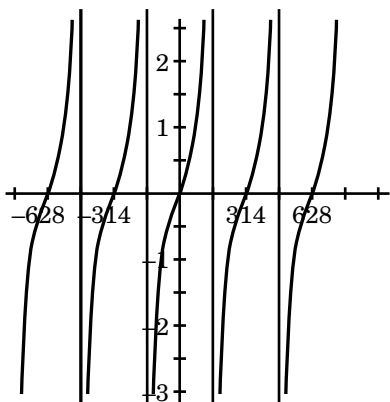
*Suite*

## Exercice n° 10 : Graphique de $y = \frac{1}{f(x)}$

B-4

9. Si  $\sin \theta = \frac{1}{2}$  et  $\tan \theta < 0$ , trouve  $\sec \theta$ .

10. **Question à choix multiple.** L'énoncé qui décrit le mieux les **asymptotes verticales** de  $y = \tan x$  est :



- a.  $y =$  tous les multiples entiers impairs de  $\frac{\pi}{2}$ .
- b.  $x =$  tous les multiples entiers de  $\frac{\pi}{2}$ .
- c.  $x =$  tous les multiples entiers impairs de  $\frac{\pi}{2}$ .
- d.  $y =$  tous les multiples entiers impairs de  $\pi$ .

11. Effectue la conversion en degrés des valeurs d'angle suivantes, mesurés en radians.

a.  $\frac{3\pi}{2}$

b. 57

c. -8,5

d.  $-22\pi$

12. Résous le système d'équations suivant où  $0 \leq \alpha \leq 2\pi$  et  $0 \leq \beta \leq 2\pi$  :

$$2 \tan \alpha - 4 \cos \beta = 4$$

$$\tan \alpha + 2 \cos \beta = -1$$

13. Trace le graphique de  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$

14. Pour quelles valeurs de  $k$  le système  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$  et  $g(x) = k$  a :

a. aucune solution

b. exactement une solution

c. plus d'une solution

15. Si  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  et que  $\theta = \frac{a}{b}$ , prouve que  $\tan \theta = \frac{a}{\sqrt{b^2 - a^2}}$ .

16. Trace le graphique de  $x = \sqrt{1 - y^2}$ . (Conseil : Rappelle-toi que  $x^2 + y^2 = 1$  est un cercle unitaire.)

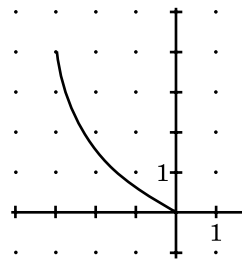
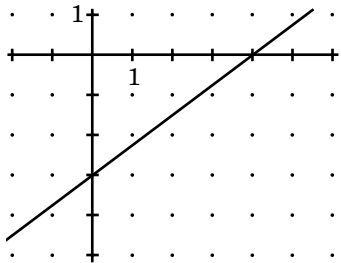
Suite



## Exercice n° 10 : Graphique de $y = \frac{1}{f(x)}$

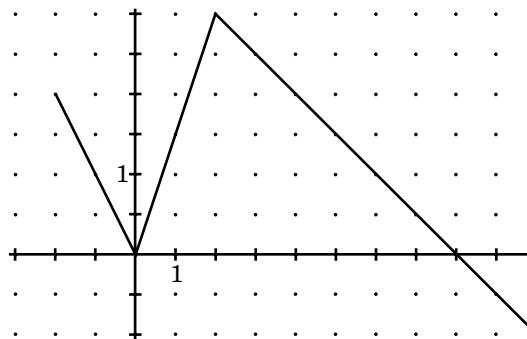
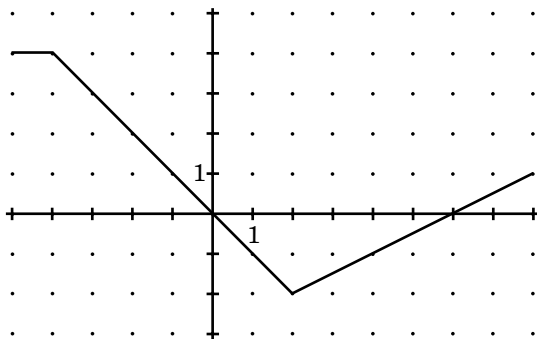
B-4

17. Donne une équation pour la parabole dont le sommet se trouve au point  $(3, -6)$  et qui coupe l'axe des  $x$  aux points  $-1$  et  $7$ .
18. Résous l'équation suivante dans  $[0, 2\pi]$ :  $\sin\theta + 2 \sin\theta \cos\theta = 0$
19. Pour chaque graphique illustré, effectue les transformations indiquées et trace un nouveau graphique.
- a. Réfléchis ce graphique par rapport à l'axe des  $y$ .
- b. Réfléchis ce graphique par rapport à l'axe des  $x$ .

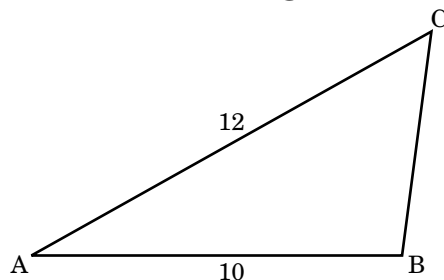


- c. Dilate horizontalement ce graphique d'un facteur de  $\frac{1}{2}$ .

- d. Dilate verticalement ce graphique d'un facteur de  $\frac{1}{2}$ .



20. Si  $\angle A = 45^\circ$ , trouve la valeur exacte de la longueur de  $BC$ .



Suite

## Exercice n° 11 : Graphique de $|f(x)|$

B-5, B-6

Pour les questions 1 à 7, trace le graphique de la fonction donnée et indique le domaine, l'image et les zéros.

1.  $y = |2x - 1|$

2.  $y = |-x - 1|$

3.  $y = |x^2 - 9|$

4.  $y = \frac{1}{2}|x - 2|$

5.  $y = 3|x + 2|$

6.  $y = -2|x + 3| + 3$

7.  $y = \frac{1}{|x - 3|}$

Pour les questions 8 et 9, trace le graphique de la fonction donnée et indique le domaine, l'image et la période.

8.  $y = |\sin x|$

9.  $y = -3|\cos x|$

10. Soit  $f(x) = x^2$  ; trace le graphique des fonctions suivantes en indiquant les zéros de chacune :

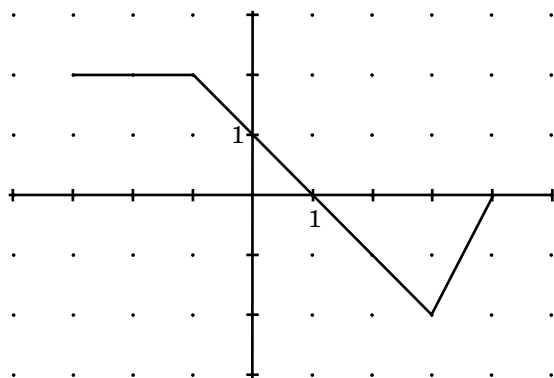
a.  $f(x + 2)$

b.  $-2f(x)$

c.  $-2f(x - 1) + 3$

11. Indique l'image, la période et l'amplitude de  $y = 3 \sin\left(\frac{1}{2}x\right) - 2$ .

12. Soit le graphique de  $f(x)$  illustré ci-dessous ; trace le graphique des fonctions suivantes en indiquant le domaine et l'image de chacune :



a.  $y = f(x + 3)$

b.  $y = f(-2x)$

c.  $y = f(-x + 1)$

d.  $y = f(2x - 2)$

Suite

## Exercice n° 11 : Graphique de $|f(x)|$

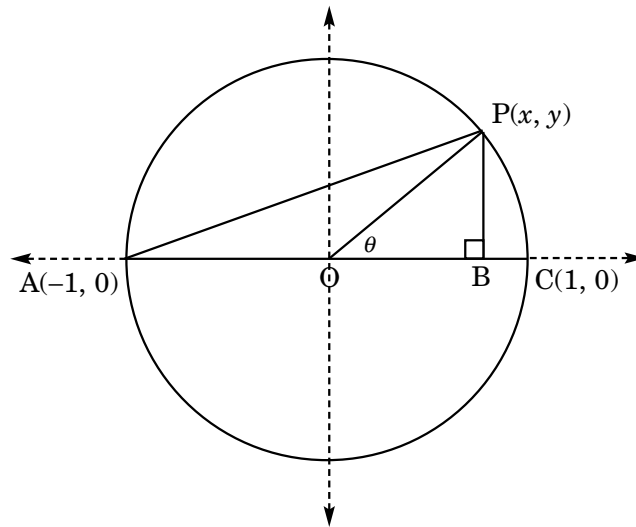
B-5, B-6

13. Résous l'équation suivante dans  $[0, 2\pi]$ .

$$4 \sin^2 \theta - 8 \cos \theta = -1$$

14. Trouve des équations de trois différentes fonctions qui ont pour image :  $[5, \infty[$ .

15. Donne une interprétation géométrique de  $\tan \frac{\theta}{2} = \frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta}$ .



16. L'équation d'une parabole est :  $y = ax^2 + c$ . Si les points  $(2, 2)$  et  $(1, -3)$  se trouvent sur la parabole, trouve les valeurs de  $a$  et  $b$ .

17. La valeur de  $x + y$  se situe entre 5 et 6. Colore, sur un graphique de coordonnées, la zone dans laquelle doit se situer le point  $(x, y)$ .

18. Trouve la valeur de  $x$ :  $\frac{3}{x^2 + x} + \frac{1}{x} = 1$

19. Trace le graphique de  $y = 3 - \frac{4}{x}$ .

20. Prouve que les graphiques de  $x + y = 2$  et de  $y = x^2 - 2x + 3$  ne se coupent pas.

## Exercice n° 12 : Transformations – Exercices supplémentaires

B-6

Pour les questions 1 à 6, suppose que le graphique de  $f$  est donné et indique comment obtenir les graphiques des fonctions suivantes :

1. a.  $y = 4f(x)$

b.  $y = -f(x)$

2. a.  $y = \frac{1}{4}f(x)$

b.  $y = -3f(x)$

3. a.  $y = -\frac{1}{5}f(x)$

b.  $y = f(2x)$

4. a.  $y = 2f(x) + 1$

b.  $y = -f(x) + 6$

5. a.  $y = 4f(x + 1)$

b.  $y = 3f(x - 2)$

6. a.  $y = \frac{1}{2}f(x) - 5$

b.  $y = \frac{1}{3}f(x) + 4$

7. Trace le graphique de :  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-2} & \text{si } x \leq 3 \\ 2x^2 & \text{si } 1 \leq x < 3 \\ \frac{4}{x} & \text{si } x < 0 \end{cases}$

8. Trace le graphique de  $y = x + |x|$ .

9. Trace le graphique des fonctions suivantes, en indiquant l'image, la période et l'amplitude de chacune :

a.  $f(x) = \sin x$

b.  $f(x) = 2 \sin x$

c.  $f(x) = \sin 2x$

10. Trace le graphique des fonctions suivantes, en indiquant l'image et la période de chacune :

a.  $f(x) = |\cos x|$

b.  $f(x) = \cos^2 x$

c.  $f(x) = \cos^2 x + 2$

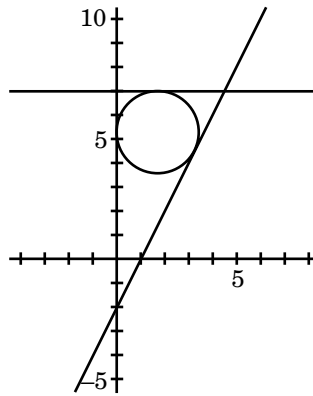
11. Trace le graphique de  $\begin{cases} \sin x \text{ sur } [-\pi, 0] \\ \cos x \text{ sur } ]0, \pi[ \\ (x - \pi)^3 \text{ sur } [\pi, \infty[ \end{cases}$

Suite

## Exercice n° 12 : Transformations – Exercices supplémentaires

B-6

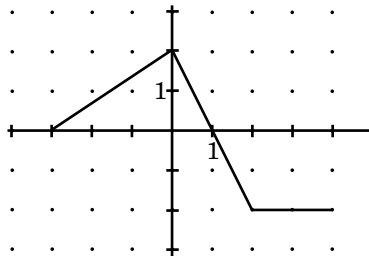
12. Trouve les coordonnées du centre du cercle qui est tangent à l'axe des  $y$ , à la droite  $y - 7 = 0$  et à la droite  $2x - y - 2 = 0$ .



Soit le graphique de  $f(x)$  illustré ci-dessous ; trace le graphique des fonctions suivantes en indiquant le domaine et l'image de chacune :

13.  $y = |f(x)| - 3$

14.  $y = f\left(\frac{1}{3}x\right)$



15. Utilise la division pour écrire  $y = \frac{2x+3}{x-1}$  sous la forme  $y = Q + \frac{R}{x-1}$ .

16. Utilise le résultat de la question 15 pour tracer le graphique de  $y = \frac{2x+3}{x-1}$ .

17. **Question à choix multiple.** Un cercle et un carré ont des aires égales. Si le périmètre du carré est  $P$ , alors la circonférence du cercle est :

- a.  $\pi P$       b.  $\frac{P}{\pi}$       c.  $\frac{\sqrt{\pi P}}{2}$       d.  $\frac{P}{\sqrt{\pi}}$       e.  $2\pi\sqrt{P}$

Suite

## Exercice n° 12 : Transformations – Exercices supplémentaires

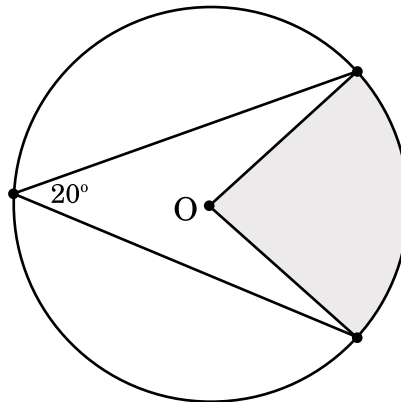
B-6

18. **Question à choix multiple.** Les graphiques de  $y = \sin x$  et de  $5\pi y = 2x$  se coupent en  $k$  points différents. Quelle est la valeur de  $k$  ?

- a. 1                      b. 3                      c. 4                      d. 5                      e. 7

19.  $\sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt[n]{125}$ . Trouve la valeur de  $n$ .

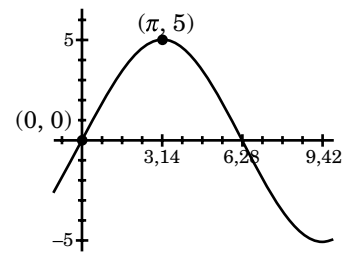
20. Soit un cercle de centre  $O$  et d'un diamètre de 20 décimètres. Trouve l'aire de la zone ombragée.



## Exercice n° 13 : Transformations – Fonctions trigonométriques

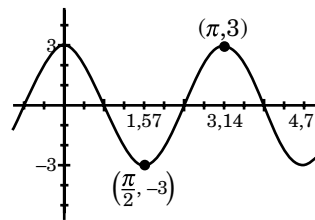
B-7

1. Ce graphique représente  $y = f(x)$ . Utilise la fonction sinus pour trouver une équation pour  $f(x)$ .

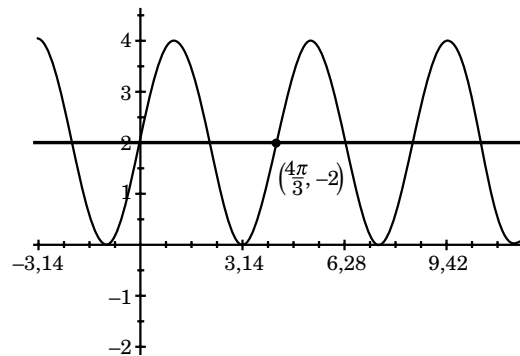


2. Reprends la question 1 et utilise une fonction cosinus pour trouver une équation pour  $f(x)$ .

3. Utilise la fonction sinus pour trouver une équation pour ce graphique.



4. Utilise la fonction cosinus pour trouver une équation pour le graphique de la question 3.
5. Trouve une équation pour ce graphique.



6. La profondeur d'eau d'un port est donnée par l'équation  $d(t) = -4,5 \cos(0,16\pi t) + 13,7$ , où  $d(t)$  est la profondeur d'eau, en mètres, et  $t$  le temps écoulé, en heures, depuis la marée basse.
- Trace le graphique de  $d(t)$ .
  - Quelle est la période de la marée, entre deux marées hautes ?
  - Un navire a besoin d'au moins 14,5 mètres d'eau pour pouvoir accoster en toute sécurité. Pendant combien d'heures par cycle le navire peut-il accoster en toute sécurité ?

Suite

## **Exercice n° 13 : Transformations – Fonctions trigonométriques**

B-7

7. La moyenne des températures quotidiennes maximales à Vancouver suit un modèle sinusoïdal, avec une valeur maximale à  $23,6^\circ \text{C}$  le 26 juillet et une valeur minimale à  $4,2^\circ \text{C}$  le 26 janvier. Exprime la température quotidienne maximale comme une fonction cosinus.
8. Utilise le résultat de la question 7 pour trouver la température maximale prévue pour le 26 mai.
9. Utilise le résultat de la question 7 pour trouver pendant combien de jours on peut s'attendre à un maximum de  $21,0^\circ \text{C}$ .
10. Détermine la mesure de l'angle le plus grand d'un triangle dont les côtés mesurent 8, 9 et 11.
11. Effectue la conversion en radians des valeurs d'angle mesurées en degrés :
- a.  $163^\circ$                       b.  $189^\circ$                       c.  $216^\circ$                       d.  $352^\circ$
12. Trace le graphique de  $f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & \text{si } -3 \leq x \leq 0 \\ \sqrt{x} + 1 & \text{si } 0 \leq x < 2 \end{cases}$
13. Trouve la valeur de  $r$  :  $mx = \frac{1}{m} \left( \frac{1}{r} + \frac{1}{p} \right)$
14. La colonne de gauche ci-dessous donne une liste de fonctions. La colonne de droite décrit de quelle façon on peut obtenir les graphiques de ces fonctions à partir du graphique de  $f(x)$ . Associe chaque fonction avec sa description.
- |                                     |   |
|-------------------------------------|---|
| a. $y = -f(x)$                      | 1. Étirer horizontalement le graphique d'un facteur de 3.     |
| b. $y = f(-x)$                      | 2. Étirer verticalement le graphique d'un facteur de 3.       |
| c. $y = f(3x)$                      | 3. Compresser horizontalement le graphique d'un facteur de 3. |
| d. $y = 3f(x)$                      | 4. Réfléchir le graphique par rapport à l'axe des $x$ .       |
| e. $y = f\left(\frac{1}{3}x\right)$ | 5. Réfléchir le graphique par rapport à l'axe des $y$ .       |
15. Trace le graphique de  $f(x) = \frac{2x}{x+1}$ . Tu peux utiliser la division pour exprimer cette équation sous la forme  $f(x) = Q + \frac{R}{x+1}$ .
16. Trace le graphique de :  $y = 3 - |x + 2|$ .

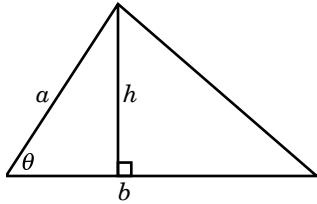
*Suite*



## Exercice n° 13 : Transformations – Fonctions trigonométriques

B-7

17.



- a) Un triangle est défini uniquement si les données de deux côtés et de l'angle inclus (C.A.C.) sont connues. Prouve que l'aire d'un triangle peut être obtenue par l'équation suivante :  $A = \frac{1}{2} ab \sin \theta$  si  $a$  et  $b$  sont deux côtés du triangle et que  $\theta$  est l'angle formé par ces deux côtés.

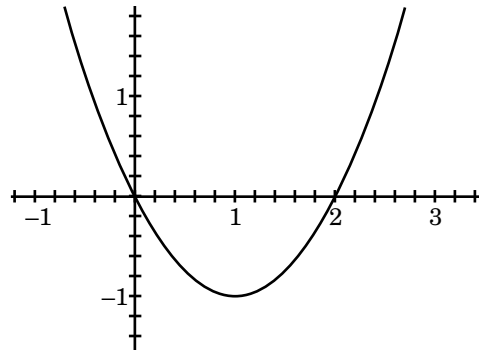
- b) Utilise la formule donnée à la question 17a) pour trouver l'aire d'un triangle dont les côtés mesurent 15 et 20 et l'angle inclus est  $45^\circ$ .

18. La droite horizontale  $y = k$  rencontre la parabole  $y = x^2 + 8x$  en un seul point. Quelle est la valeur de  $k$ ?

19. Trouve les valeurs de  $x$  et de  $y$  :
- $$\begin{aligned}\sqrt{x} + 2^y &= 19 \\ \sqrt{x} - 2^y &= 3\end{aligned}$$

20. a. Combien de paraboles différentes traversent l'axe  $x$  aux points  $(0, 0)$  et  $(2, 0)$ ?

- b. Donne les équations pour 2 de ces paraboles.



## **Exercice n° 14 : Identités I**

C-1

1. Exprime chacune des expressions suivantes uniquement en termes de  $\sin \theta$ .
  - a.  $\csc \theta$
  - b.  $\cos^2 \theta$
  - c.  $\cot^2 \theta$
2. Exprime chacune des expressions suivantes uniquement en termes de  $\cos \theta$ .
  - a.  $\sec \theta$
  - b.  $\sin^2 \theta$
  - c.  $\tan^2 \theta$
3. Exprime chacune des expressions suivantes en termes de  $\sin \theta$ , ou de  $\cos \theta$ , ou des deux.
  - a.  $\sin \theta \csc \theta$
  - b.  $\sin^2 \theta + \frac{1}{\sec^2 \theta}$
  - c.  $1 - \csc^2 \theta$

**Prouve que chacune des équations suivantes est une identité.**

4.  $\cos x \sec x = 1$
5.  $\csc x \sin x = 1$
6.  $\tan \theta \cot \theta = 1$
7.  $\cot \theta \sin \theta = \cos \theta$
8.  $\tan \theta \cos \theta = \sin \theta$
9. Résous l'équation  $4 \sin \theta + 2\sqrt{3} = 0$  dans l'intervalle  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ .
10. Résous l'équation  $3 \cos \theta + 2 = 0$  dans l'intervalle  $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$ . Exprime ta réponse à une décimale près.
11. Représente graphiquement les deux côtés de l'équation :  $\frac{1}{\cos x} - \cos x = \tan \theta \sin \theta$ 
  - a) Que remarques-tu au sujet des graphiques ?
  - b) Démontre algébriquement que l'équation ci-dessous est une identité.
12. Pour chacune des valeurs suivantes de  $\theta$ , identifie le quadrant où se trouve  $P(\theta)$  :
  - a.  $\theta = 600^\circ$
  - b.  $\theta = -400^\circ$
  - c.  $\theta = \frac{11\pi}{3}$
  - d.  $\theta = -9$
13. Si  $\sin \theta = \frac{-3}{4}$  et que  $\cos \theta > 0$ , trouve la valeur exacte de  $\tan \theta$ .
14. Si  $\theta = \frac{-8\pi}{3}$ , trouve les coordonnées de  $P(\theta)$ .

*Suite*

## Exercice n° 14 : Identités I

C-1

15. Trouve la(les) valeur(s) exacte(s) de  $\theta$  pour l'intervalle  $\pi \leq \theta \leq 2\pi$  :

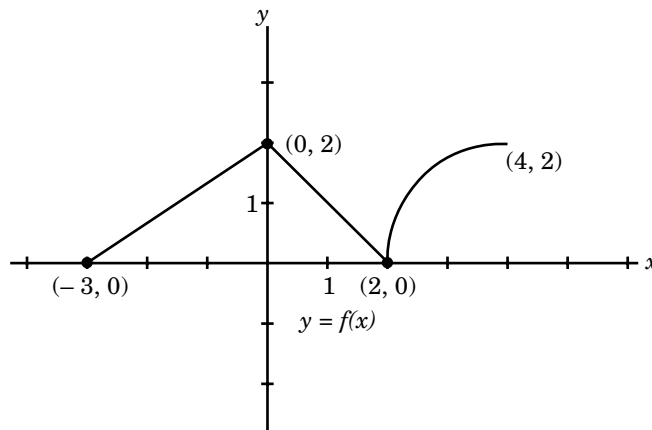
$$2 \cos^2 \theta = \sqrt{2} \cos \theta$$

16. Trouve la valeur de  $x$  si le domaine correspond aux nombres réels :  $\cos x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$ .

17. Trouve la valeur de  $\theta$ , dans l'intervalle  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  :

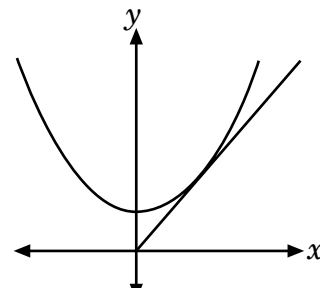
$$\tan 2\theta = -1$$

18. Utilise la représentation graphique de  $f(x)$  pour calculer  $f[f(4)]$ .



19. Si  $f(x) = \frac{3}{x+1}$ , trouve une expression qui représente  $f^{-1}(x)$ .

20. La droite  $y = mx$ ,  $m > 0$ , touche la parabole  $y = x^2 + 9$  en un seul point. Trouve la valeur de  $m$ .



## **Exercice n° 15 : Identités II**

C-1

**Prouve les identités suivantes :**

1.  $(1 + \sin x)(1 - \sin x) = \frac{1}{\sec^2 x}$

2.  $\cos^2 x - \sin^2 x = 1 - 2 \sin^2 x$

3.  $\cos^2 \theta = (1 - \sin \theta)(1 + \sin \theta)$

4.  $(1 - \sec \theta)(1 + \sec \theta) = -\tan^2 \theta$

5.  $2 \sec^2 x = \frac{1}{1 - \sin x} + \frac{1}{1 + \sin x}$

6.  $\sec^2 x - \csc^2 x = \tan^2 x - \cot^2 x$

7.  $\cos^4 x - \sin^4 x = 1 - 2 \sin^2 x$

8.  $\frac{\csc^2 \theta - 1}{\csc^2 \theta} = \cos^2 \theta$

9. Trouve la valeur de  $\theta$  si  $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$  :

$$\frac{\sec \theta - 1}{2} = 1 + \sec \theta$$

10. Résous l'équation suivante dans l'intervalle  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ . Exprime ta réponse à 4 décimales près.

$$3 - 6 \tan \theta = \tan \theta + 6$$

11. Trouve la valeur de  $\sin \theta$  si  $\cos \theta = \frac{12}{13}$  et que  $\tan \theta > 0$ .

12. Résous graphiquement l'équation suivante, si le domaine correspond à l'ensemble des nombres réels. (Exprime ta réponse à 4 décimales près).

$$6 \sin^2 \theta + 10 \sin \theta - 4 = 0$$

*Suite*

## Exercice n° 15 : Identités II

C-1

13. Résous algébriquement l'équation suivante si le domaine correspond à l'ensemble des nombres réels.

$$\frac{1}{4} \sin \theta - \frac{\sqrt{3}}{8} = 0$$

14. Prouve l'identité suivante en utilisant **deux méthodes différentes** :

$$\frac{\sec^2 t - 1}{\sec^2 t} = \sin^2 t$$

15. Exprime les angles suivants en radians.

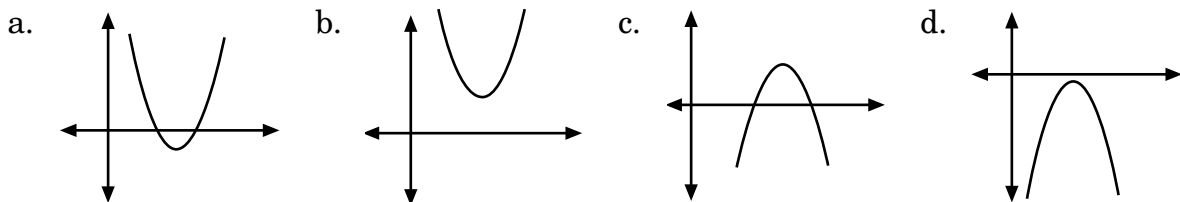
a.  $225^\circ$                       b.  $216^\circ$                       c.  $125^\circ$                       d.  $105^\circ$

16. Exprime les valeurs suivantes en degrés.

a.  $\frac{2\pi}{3}$                       b.  $\frac{5\pi}{6}$                       c.  $\frac{4\pi}{3}$                       d.  $\frac{3\pi}{4}$

17. Si  $f(x) = 2x + 3$ , trouve l'ordonnée à l'origine du graphique de  $y = f[f(x)]$ .

18. **Question à choix multiple.** Si  $a < 0$  et  $b^2 - 4ac > 0$ , lequel des graphiques suivants pourrait représenter  $y = ax^2 + bx + c$ ?



19. Décompose en facteurs l'expression suivante :  $x^3 - 2x^2 + 3x - 6$

20. Si  $f(x) = \frac{x+3}{x-2}$ , trouve  $f^{-1}(5)$ .

## Exercice n° 16 : Identités de sommes et de différences I

C-2

1. Trouve la valeur exacte de  $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$  si  $\alpha = \frac{\pi}{6}$  et  $\beta = \frac{\pi}{4}$  dans la formule d'addition pour  $\sin(\alpha + \beta)$ .
2. Trouve la valeur exacte de  $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$  si  $\alpha = \frac{\pi}{3}$  et  $\beta = \frac{\pi}{4}$  dans la formule appropriée.
3. À l'aide des relations connues pour  $\sin(\alpha + \beta)$  et  $\cos(\alpha + \beta)$ , trouve la formule pour  $\tan(\alpha + \beta)$ . Exprime ta réponse en termes de tangente seulement.
4. Si  $\alpha = \frac{\pi}{3}$  et  $\beta = \frac{\pi}{4}$ , trouve :
  - a.  $\sin\frac{7\pi}{12}$
  - b.  $\cos\frac{7\pi}{12}$
  - c.  $\tan\frac{7\pi}{12}$
5. Trouve une formule pour les expressions suivantes. Exprime ta réponse en termes de tangente seulement :
  - a.  $\cot(\alpha + \beta)$
  - b.  $\tan(\alpha - \beta)$
6. À l'aide de la formule obtenue à la question 3, trouve  $\tan\frac{7\pi}{12}$  si  $\alpha = \frac{\pi}{3}$  et  $\beta = \frac{\pi}{4}$ . Compare ta réponse avec celle de la question 4c.
7. Trouve la valeur **exacte** de  $\cos 105^\circ$  en utilisant les mesures  $45^\circ$  et  $60^\circ$ .
8. Si  $\sin \alpha = \frac{7}{25}$ , et  $\cos \beta = \frac{9}{41}$  et que P( $\alpha$ ) et P( $\beta$ ) ne se trouvent pas dans le 1<sup>er</sup> quadrant, trouve :
  - a.  $\sin(\alpha + \beta)$
  - b.  $\cos(\alpha + \beta)$
  - c.  $\sec(\alpha + \beta)$
  - d. dans quel quadrant se trouve le point P( $\alpha + \beta$ )?
9. Représente graphiquement les deux côtés de l'équation :  $\sin\left(t + \frac{3\pi}{2}\right) = -\cos t$ 
  - a. Que remarques-tu au sujet des graphiques?
  - b. Vérifie algébriquement que cette équation est une identité.
10. Trouve la valeur exacte de  $\frac{\sin^2 18^\circ + \cos^2 18^\circ}{1 - \cos^2 210^\circ}$

Suite

## Exercice n° 16 : Identités de sommes et de différences I

C-2

11. Si  $\tan \theta = \frac{6}{7}$  et  $\sin \theta \leq 0$ , trouve  $\sec \theta$ .
12. Trouve la valeur de  $\theta$  pour l'équation suivante, dans l'intervalle  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  :  
 $4 \cos^2 \theta + \cos \theta - 3 = 0$ .

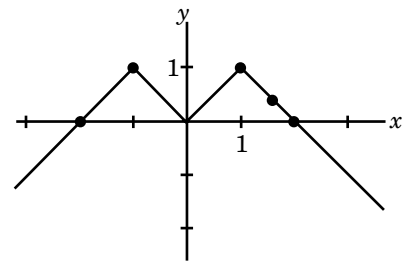
**Prouve les identités dans les questions 13 à 15.**

13.  $\frac{\sin x}{1 + \cos x} = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$       14.  $\frac{\sin x}{\csc x} + \frac{\cos x}{\sec x} = 1$       15.  $\frac{1}{\csc x - \sin x} = \tan x \sec x$

16. Trouve la distance entre la droite  $2x - 3y + 7 = 0$  et le point du cercle unitaire à  $\frac{\pi}{3}$ .
17. Trace le graphique de  $y = x^2(x - 2)$ .
18. Résous :  $\frac{x+1}{x-1} + \frac{x}{x+1} = -1$ .

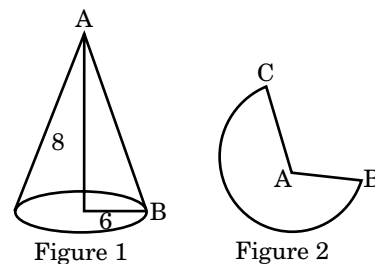
19. Le graphique illustré représente une fonction  $f(x)$ .

- a. Si l'équation  $f(x) = k$  comporte exactement quatre racines, que peut-on dire de  $k$  ?
- b. Si l'équation  $f(x) = k$  comporte exactement deux racines, que peut-on dire de  $k$  ?



20. Un cône a une hauteur de 8 cm et un rayon de 6 cm. Si on le coupait le long de la droite AB pour ensuite le mettre à plat, il aurait la forme de l'illustration de la figure 2.

- a. Quelle est la longueur de AB ?
- b. Quelle est la longueur de l'arc principal BC dans la figure 2 ?
- c.  $\angle CAB$  vaut combien de degrés ?
- d. Quelle était l'aire de la surface du cône ?



## Exercice n° 17 : Identités de sommes et de différences II

C-2

1. Exprime  $\cos\left(\frac{\pi}{3} + \theta\right)$  en termes d'une fonction de  $\theta$  seulement.

2. Développe et simplifie l'expression suivante :  $\tan\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right)$ .

3. Exprime  $\sec\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right)$  en termes d'une fonction de  $\theta$  seulement.

4. Prouve les identités suivantes :

a.  $\sin\left(t - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos t$

b.  $\cos\left(t + \frac{3\pi}{2}\right) = \sin t$

5. Trouve la valeur **exacte** des expressions suivantes :

a.  $\sin \frac{5\pi}{16} \cos \frac{\pi}{16} - \cos \frac{5\pi}{16} \sin \frac{\pi}{16}$

b.  $\cos 33^\circ \cos 27^\circ - \sin 33^\circ \sin 27^\circ$

6. Soit  $\sin \alpha = \frac{-4}{5}$  et  $\cos \beta = \frac{-5}{13}$  où  $\alpha$  et  $\beta$  se trouvent dans le troisième quadrant.

a. Trouve les coordonnées de  $P(\alpha - \beta)$ .

b. Dans quel quadrant se trouve le côté terminal de  $(\alpha - \beta)$  ?

7. Démontre que l'énoncé suivant est vrai :  $\sin\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3} \sin \theta$ .

8. Démontre que l'énoncé suivant est faux :

$$\tan\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) - \tan\left(\theta - \frac{3\pi}{4}\right) = 1$$

9. Prouve l'identité suivante :  $\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta$ .

*Suite*



## **Exercice n° 17 : Identités de sommes et de différences II**

C-2

10. Démontre que les relations suivantes sont toujours vraies :

$$\cos(x + y) \cos(x - y) = \cos^2 x - \sin^2 y$$

11. Prouve que l'énoncé suivant est vrai pour toutes les valeurs possibles de  $\alpha$  et de  $\beta$  :

$$\cot(\alpha + \beta) = \frac{\cot \alpha \cot \beta - 1}{\cot \alpha + \cot \beta}$$

12. Si  $\cos \alpha = \frac{5}{13}$  et  $\tan \beta = \frac{3}{4}$  et que  $\alpha$  et  $\beta$  ne se trouvent pas dans le 1<sup>er</sup> quadrant, trouve  $\tan(\alpha - \beta)$ .

13. Élabore le côté droit de l'équation suivante :  $\sin t = \boxed{\phantom{0000}}$  pour obtenir une identité en utilisant

- une somme ou différence de cosinus
- une somme ou différence de sinus
- prouve l'identité en a. algébriquement

14. Résous l'équation suivante si le domaine correspond aux nombres réels; exprime ta réponse à deux décimales près :

$$2 \sin^2 \theta - 5 \sin \theta - 3 = 0$$

15. Si  $\theta = -924^\circ$ , trouve l'angle de référence de  $\theta$ .

16. Trouve les valeurs approximatives de  $\theta$  si l'intervalle est  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  et que  $3 \cos^2 \theta = \cos \theta$ . (Exprime ta réponse à deux décimales près.)

17. Si  $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$ , trouve les facteurs de  $\sin^3 x - \cos^3 x$ .

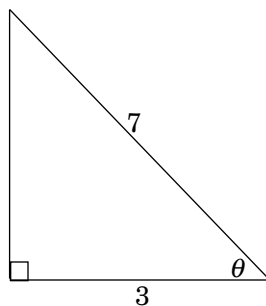
18. Si  $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$ , trouve les facteurs de  $\tan^3 x + \cot^3 x$ .

19. Prouve l'identité suivante :  $\sec^2 x(1 - \sin^2 x) = 1$ .

## Exercice n° 18 : Identités d'angles doubles

C-2

- En commençant par l'identité pour  $\sin(\alpha + \beta)$ , prouve que  $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$ .
  - En commençant par l'identité pour  $\cos(\alpha + \beta)$ , prouve que  $\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$ .
- Utilise les données de la question 1b pour prouver les identités suivantes :
  - $\cos 2\theta = 2 \cos^2 \theta - 1$
  - $\cos 2\theta = 1 - 2 \sin^2 \theta$
- Fais la dérivation pour la relation  $\tan 2\theta$ .
- Évalue  $\tan (120^\circ)$  en utilisant la formule d'angles doubles donnée ci-dessus et en supposant que  $\theta = 60^\circ$ .
- Calcule  $\cos \frac{\pi}{5}$  à deux décimales près si  $\cos \frac{\pi}{10} = 0,95$ . Utilise une formule d'angles doubles pour trouver la réponse.
- Prouve l'identité suivante :  $\csc 2x - \cot 2x = \tan x$
- Si  $\sin \theta = \frac{4}{5}$  et  $\cos \theta = \frac{3}{5}$ , trouve :
  - $\sin 2\theta$
  - $\cos 2\theta$
- Si  $\theta$  est l'angle indiqué sur le diagramme, trouve la valeur exacte de  $\sin 2\theta$ .



- Résous graphiquement l'équation

$$2\cos 2\theta - \sqrt{3} = 0 \text{ dans } [0, 2\pi].$$

Donne les réponses à 3 décimales près.

*Suite*

## Exercice n° 18 : Identités d'angles doubles

C-2

10. Prouve l'identité suivante :  $\frac{\csc^4 x + \cos^3 x}{\csc^2 x + \cot^2 x} + \cot^2 x = \csc^2 x$
11. Dans une fonction  $f(x)$  **paire**,  $f(-x) = f(x)$ . À l'aide de la formule de soustraction pour  $\cos \theta$ , prouve que  $\cos \theta$  est une fonction paire. Débute avec l'expression  $\cos(-\theta) = \cos(0 - \theta)$ .
12. Dans une fonction  $f(x)$  **impaire**,  $f(-x) = -f(x)$ . À l'aide de la formule de soustraction pour  $\sin \theta$ , prouve que  $\sin \theta$  est une fonction impaire. Débute avec l'expression  $\sin(-\theta) = \sin(0 - \theta)$ .
13. Si  $\sin \theta = \frac{-2}{3}$ , et que  $\theta$  se trouve dans le 4<sup>e</sup> quadrant, trouve la valeur exacte de  $\cot \theta$ .
14. Trouve la valeur exacte de :  $\frac{\sin \frac{2\pi}{3} + \cos \frac{2\pi}{3}}{\sin \frac{2\pi}{3} \cdot \cos \frac{2\pi}{3}}$
15. Prouve l'identité suivante :  $\frac{\sin^3 x + \cos^3 x}{\sin x + \cos x} = 1 - \sin x \cos x$
16. Résous l'équation suivante si le domaine correspond à l'ensemble des nombres réels :  $\tan \theta = \sqrt{3}$
17. Résous l'équation suivante si le domaine correspond à l'ensemble des nombres réels. Exprime tes réponses à 4 décimales près.  
 $\csc^2 \theta \sin^2 \theta + 3 \sin \theta + 3 = 5$
18. Exprime chacun des énoncés suivants sous forme de fonction de  $x$  seulement :

a.  $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

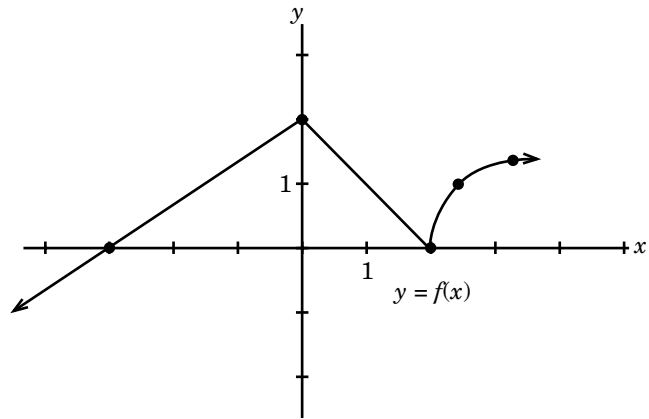
b.  $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

*Suite*

## Exercice n° 18 : Identités d'angles doubles

C-2

19. a. Utilise le graphique de la fonction  $y = f(x)$  pour tracer le graphique de  $y = f^{-1}(x)$ .
- b. Indique si  $y = f(x)$  est une fonction biunivoque.



20. Soit  $y = 3(x - 4)^2 + 2$ ,
- indique le nom de cette fonction ;
  - donne les coordonnées du sommet ;
  - montre les transformations de cette fonction par rapport à l'équation d'origine  $y = x^2$ .

## Exercice n° 19 : Fonctions exponentielles

D-1

- Trace le graphique de la fonction  $f(x) = 3^x$ .
  - Indique le domaine et l'image de la fonction.
  - Si les valeurs de  $x$  augmentent, qu'arrive-t-il aux valeurs de  $y$  ?
- Trace les graphiques des fonctions  $f(x) = 2^x$  et  $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ .
  - Décris les similitudes entre les deux graphiques.
  - En quoi les deux graphiques sont-ils différents ?
- Trace le graphique de la fonction  $f(x) = 3(2^x)$ .
  - Indique le domaine et l'image de la fonction.
  - Trouve l'abscisse et l'ordonnée à l'origine de la fonction.
- Trace les graphiques de  $f(x) = 5^x$ , de  $g(x) = 5^{x-2}$ , et de  $h(x) = 5^x - 2$  sur la même série d'axes.
- À partir du graphique de  $f(x) = 2^x$ , calcule la valeur de :
  - $2^{1,3}$
  - $2^{5,1}$
- À partir du graphique de  $f(x) = 3^x$ , trouve la valeur de  $k$  si on te donne les coordonnées suivantes :
  - $(k, 6)$
  - $(k, 10)$
- Trace les graphiques de  $f(x) = 4^x$ , de  $g(x) = 4^{-x}$  et de  $h(x) = -4^x$ .
  - En quoi ces trois graphiques sont-ils différents ?
- Trace le graphique de la fonction  $f(x) = 2x - 3$ .
  - Trouve la réciproque de  $f(x) = 2x - 3$  et trace son graphique.
- Prouve l'identité suivante :  $\frac{1 - \cos^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta} = \sin^2 \theta \cos^2 \theta$
- Trouve la valeur de  $\theta$  dans l'équation suivante si  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  :  $2 \tan^2 \theta + \sec \theta = 1$ .
- Trace le graphique de  $y = 2 \sin 4x$  si  $0 \leq x \leq 2\pi$ .
- Trace le graphique de  $y = -\cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$  si  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ .

Suite

## Exercice n° 19 : Fonctions exponentielles

D-1

13. Trace le graphique de  $y = \sqrt{x}$ .

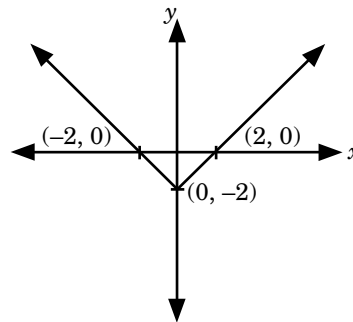
14. Trace les graphiques des fonctions suivantes :

a.  $y = 3 + \sqrt{x}$

b.  $y = \sqrt{x+2}$

15. Trace le graphique de  $y = 4 - \sqrt{x}$ .

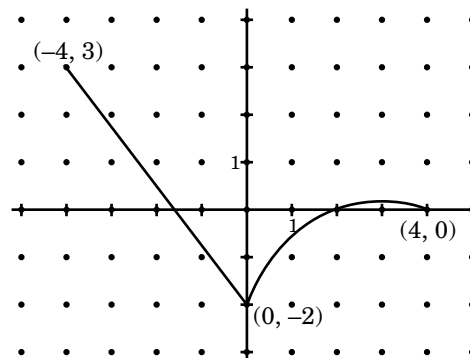
16. Ce graphique représente  $y = f(x)$ .  
Trace le graphique de  $y = |f(x)|$ .



17. Soit  $\sin(t) = \frac{-3}{8}$ ; trouve les coordonnées de de  $P(2t)$  si  $\pi \leq t \leq \frac{3\pi}{2}$ .

18. Trouve la valeur de  $\theta$  si  $\sin \theta = \cos \theta$  pour l'intervalle  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ .

19. Ce graphique représente  $y = f(x)$ .  
Trace le graphique de  $y = f(|x|)$ .



20. Une courbe sinusoidale passe par les points  $(\frac{\pi}{4}, 0)$ ,  $(\frac{5\pi}{4}, 0)$  et  $(\frac{9\pi}{4}, 0)$ , et atteint une valeur maximale au point  $(\frac{3\pi}{4}, 3)$ . Trouve une équation pour cette courbe en termes de sinus et une deuxième équation en termes de cosinus.

## **Exercice n° 20 : Résolution d'équations exponentielles**

D-2

**Pour les questions 1 à 8, trouve la valeur de  $x$  dans l'équation donnée.**

1.  $2^x = 32$

2.  $2^{3x-5} = 16$

3.  $5^{4x-7} = 125$

4.  $3^{x^2+4x} = \frac{1}{27}$

5.  $\frac{1}{3^{x-1}} = 81$

6.  $2(5^{2x-9}) = 250$

7.  $3^{8x} = \frac{1}{81}$

8.  $32^{3x-2} = 16$

9. Seulement deux des trois fonctions données sont équivalentes. Détermine lesquelles.

a.  $y = 2^{-x}$

b.  $y = -2^x$

c.  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

10. Utilise le graphique de la fonction  $f(x) = 4^x$  pour tracer le graphique de  $g(x) = 4^{x-3}$  et de  $h(x) = 4^x - 3$ .

11. Trace le graphique de la fonction  $f(x) = 2^{x-3}$ . Indique l'abscisse et l'ordonnée à l'origine.

12. Trace le graphique de la fonction  $f(x) = 3^{1-x}$ . Indique l'abscisse et l'ordonnée à l'origine, les asymptotes, le domaine et l'image.

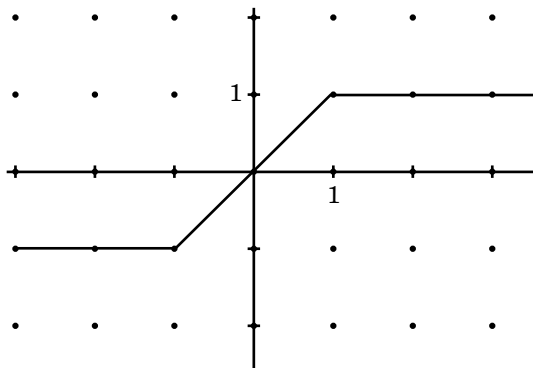
13. Prouve l'identité suivante :  $\frac{\sec^2 x}{\sec^2 x - 1} = \csc^2 x$

*Suite*

## Exercice n° 20 : Résolution d'équations exponentielles

D-2

14. Si  $f(x) = x^2 - 9$ , trace le graphique de  $y = \frac{1}{f(x)}$ .
15. Indique si  $\tan \theta$  est une fonction paire ou impaire en utilisant l'équation  $\tan(-\theta) = \tan(\theta)$ .
16. Si  $\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(\theta + \frac{5\pi}{6}\right) = A \sin \theta + B \cos \theta$ , trouve les valeurs numériques de A et de B.
17. Trace le graphique de  $y = \frac{1}{2} \sin 2\theta$  pour l'intervalle  $-\pi \leq \theta \leq \pi$ .
18. Trace le graphique de  $y = 2 \cos(2\theta - \pi)$  pour l'intervalle  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ .
19. Ce graphique représente la fonction  $y = f(x)$ . Trace le graphique de la fonction  $y = 2f(x) - 2$ .



20. Utilise le graphique de la question 19 pour tracer le graphique de  $y = |f(x)| + 1$ .



## **Exercice n° 21 : Fonctions logarithmiques**

D-3, D-4

1. Exprime chacune des équations suivantes sous forme logarithmique :

a.  $3^4 = 81$       b.  $16 = 2^4$       c.  $\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$       d.  $2^{-3} = \frac{1}{8}$

2. Exprime chacune des équations suivantes sous forme exponentielle :

a.  $\log_2 16 = 4$       b.  $\log_4 64 = 3$       c.  $\log_{10} 0,01 = -2$       d.  $\log_5 \left(\frac{1}{5}\right) = -1$

3. Calcule chacune des expressions suivantes :

a.  $\log_4 16$       b.  $\log_9 3$       c.  $\log_{\sqrt{2}} 8$       d.  $\log_2(\log_3 9)$

4. Trace le graphique de  $f(x) = 3^x$  et de sa réciproque,  $f^{-1}(x)$ .

5. Trace le graphique de  $f(x) = \log_2(x - 1)$  et indique le domaine, l'image, les coordonnées à l'origine et les asymptotes.

6. Trace le graphique de  $f(x) = \log_5(x) + 3$  et indique le domaine, l'image, les coordonnées à l'origine et les asymptotes.

7. Trace le graphique de  $f(x) = \log_4(3 - x)$  et indique le domaine, l'image, les coordonnées à l'origine et les asymptotes.

8. Trace le graphique de  $f(x) = \log_4(x - 1) + 1$  et indique le domaine, l'image, les coordonnées à l'origine et les asymptotes.

**Pour les questions 9 à 12, trouve la valeur de  $x$  dans les équations données.**

9.  $2^{x^2} = 16$

10.  $8^{2x+1} = 64$

11.  $\frac{1}{4^{x-2}} = 64$

*Suite*

## **Exercice n° 21 : Fonctions logarithmiques**

C-3, C-4

12.  $\left(\frac{3}{5}\right)^x = \frac{27}{125}$

13. Trace le graphique de  $f(x) = 3^{-x}$ . Indique les asymptotes, l'abscisse et l'ordonnée à l'origine, le domaine et l'image.

14. Trace le graphique de  $f(x) = 2 - 3^{x-1}$ . Indique le domaine, l'image, les asymptotes et l'ordonnée à l'origine.

15. Trace le graphique de  $y = -3 \sin(2\theta + \pi)$  pour l'intervalle  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ .

16. Trace le graphique de  $y = |x - 4|$ .

17. Trace le graphique de  $y = |x - 4| - 2$ .

18. Trace le graphique de  $y = ||x - 4| - 2|$ .

19. Résous l'équation :  $\sin \theta + 2 \sin \theta \cos \theta = 0$  si  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ .

20. Si  $\cos \theta = -0,491$  où  $0 \leq \theta \leq 4\pi$ , trouve toutes les valeurs possibles de  $\theta$ . Arrondis les réponses à 2 décimales près.

## **Exercice n° 22 : Théorèmes des logarithmes I**

D-5

1. Écris les expressions suivantes sous forme d'un logarithme simple :

a.  $\log_4 2 + \log_4 32$

b.  $4 \log x - \frac{1}{3} \log(x^2 + 1) + 2 \log(x - 1)$

2. Écris les expressions suivantes sous forme d'un logarithme simple :

a.  $-\frac{1}{3} \log_{10} 8$

b.  $3 \log x - 2 \log y - 4 \log t + \frac{1}{2} \log b$

3. Utilise la loi des logarithmes pour réécrire chacune des expressions suivantes :

a.  $\log_3(x\sqrt{y})$

b.  $\log \frac{x^3 y^4}{z^6}$

c.  $\log_2(6x)$

d.  $\log_5(x^3 y^6)$

4. Prouve que  $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$ .

5. Trace le graphique de  $y = \log x^2 - \log x$

6. Exprime  $\log_3 \sqrt[5]{36}$  en termes de  $\log_3 6$ .

7. Soit  $\log_8 2 = 0,33333$  et  $\log_8 3 = 0,52832$  ; utilise les propriétés des logarithmes pour trouver  $\log_8 12$  et  $\log_8 36$ .

8. Écris l'expression suivante en termes de  $\log a$ ,  $\log b$  et  $\log c$  :  $\log \frac{8a^3 b^4}{5c^6}$ .

9. Exprime chacun des énoncés suivants sous forme logarithmique :

a.  $6^4 = 1296$

b.  $5^{-3} = \frac{1}{125}$

10. Exprime chacun des énoncés suivants sous forme exponentielle :

a.  $\log_8 64 = 2$

b.  $\log_4 \left( \frac{1}{64} \right) = -3$

*Suite*

## **Exercice n° 22 : Théorèmes des logarithmes I**

D-5

11. Trace le graphique de  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x)$ . Indique le domaine, l'image, les coordonnées à l'origine et les asymptotes de la fonction.
12. Trouve la valeur des expressions suivantes :
- a.  $\log_2\left(\frac{1}{64}\right)$                       b.  $\log_x 81 = 2$
13. Trouve la valeur de  $x : 3^{9x} = \frac{1}{27}$ .
14. Trouve la valeur de  $x : \left(\frac{9}{25}\right)^x = \frac{5}{3}$ .
15. Trouve le domaine, l'image, l'abscisse à l'origine et l'ordonnée à l'origine pour les graphiques de  $y = 3^{x-1}$  et de  $y = \frac{1}{3}(3^x)$ .
16. Prouve l'identité suivante :  $\frac{\sec^2 x - \tan^2 x}{1 + \cot^2 x} = \sin^2 x$ .
17. Résous l'équation  $\tan^2 \theta + \sec^2 \theta = 3$  si  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ .
18. a. Trace le graphique de  $y = -\sin \pi x$ .
- b. Quelle est la période de cette fonction ?
19. a. Trace le graphique de  $y = 3 \cos(2x + \pi)$ .
- b. Quelle est la période de cette fonction ?
- c. Quel est le déphasage (translation horizontale) ?
20. a. Trace le graphique de  $y = \frac{1}{x}$ .
- b. Trace le graphique de  $y = 3 + \frac{1}{x-3}$ .

## Exercice n° 23 : Théorèmes des logarithmes II

D-5

1. Écris chacune des expressions suivantes sous forme d'un seul logarithme :

a.  $\log_2 5 + \log_2 7 + \log_2 6$

b.  $\log_5 4 + \log_5 6 - \log_5 3$

2. Écris chacune des expressions suivantes sous forme d'un seul logarithme :

a.  $2 \log_3 7 - (\log_3 14 + \log_3 35)$

b.  $\frac{1}{2} \log_2 4 + \frac{1}{3} \log_2 27$

3. Soit  $\log_b 2 = 0,3010$ ;  $\log_b 3 = 0,4771$ ;  $\log_b 7 = 0,8451$ . Trouve la valeur des expressions suivantes :

a.  $\log_b 6$

b.  $\log_b 14$

c.  $\log_b \frac{14}{3}$

d.  $\log_b \sqrt[3]{96}$

4. Prouve que :  $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$

5. Vrai ou faux ?  $\frac{\log a}{\log b} = \log a - \log b$

6. Calcule  $\log_8 7$  à six places décimales.

7. Développe l'expression suivante sous forme d'une somme et d'une différence d'expressions logarithmiques.

$$\log_a \left( \frac{3b\sqrt{c+1}}{4d^2} \right)$$

8. Exprime l'énoncé suivant sous forme d'un seul logarithme.

$$4 \log_3 x - 2 \log_3 y + 3 \log_3 t - 4 \log_3 k$$

9. Trouve la valeur de  $x$  :  $25^{2x+1} = 125$

10. Trouve la valeur de  $x$  :  $2^{2x+2} = \frac{1}{16}$

*Suite*

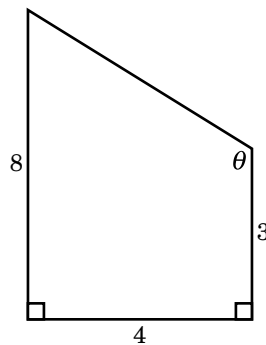
## Exercice n° 23 : Théorèmes des logarithmes II

D-5

11. Exprime l'équation suivante sous forme de logarithme :  $3^{-2} = \frac{1}{9}$
12. Exprime l'équation suivante sous forme exponentielle :  $\log_2 32 = 5$
13. Trouve la valeur de  $\theta$  dans l'équation suivante si le domaine correspond à l'ensemble des nombres réels.

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta + 2 \sin \theta = 4$$

14. Trace le graphique de  $y = 4 \cos(\pi x + \pi)$ .
15. a. Trace le graphique de  $y = |x|$ .
- b. Trace le graphique de  $y = |x| - 2$ .
- c. Trace le graphique de  $y = 2 - |x|$ .
16. Trace le graphique de  $y = 1 + \sin x$ .
17. Trouve la valeur de  $\theta$  en degrés.



18. Si  $f(x) = 2x + 3$ , trouve  $f^{-1}(x)$ .
19. **Question à choix multiple.** Laquelle des équations suivantes représente une relation où  $y$  est une fonction de  $x$  ?
- a.  $x^2 + y^2 = 1$       b.  $x^2 + 3y = x$       c.  $x + 3y^2 = 2y$       d.  $x^2 y^2 = 16$
20. Trace le graphique de  $(x - 1)^2 = 9$ .

## Exercice n° 24 : Équations exponentielles et logarithmiques I

D-6

1. Résous et vérifie ta réponse :

a.  $\log_5 x = 2$

b.  $\log_x 25 = 2$

c.  $\log_x 16 = \frac{-4}{3}$

2. Résous et vérifie ta réponse :

a.  $\log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^4 = x$

b.  $\log_x x^4 = 4$

c.  $\log_7 1 = x$

3. Lesquelles des équations suivantes ont la même solution ?

a.  $\log_x 16 = \frac{4}{3}$

b.  $\log_2 x = 2$

c.  $\log_{16} 2 = x$

d.  $\log_{32} x = \frac{2}{5}$

4. Effectue les calculs suivants :

a.  $\log_5 25^5 = x$

b.  $27^{\log_3 9} = x$

c.  $\log_6(\log_2 64) = x$

5. Résous et vérifie ta réponse pour chacune des équations suivantes :

a.  $\log_x \sqrt{5} = \frac{1}{4}$

b.  $\log_3 x - \log_3 4 = \log_3 12$

c.  $5^{x-2} = 1$

6. Résous et vérifie ta réponse :  $\log_5(x^2 - 4x) = 1$

7. Résous et vérifie ta réponse :  $\log_3 |3 - 2x| = 2$

8. Résous et vérifie ta réponse :  $\log(x + 21) + \log x = 2$

9. Quelles sont les deux fonctions équivalentes parmi les fonctions suivantes :

a.  $f(x) = -2^{2-x}$

b.  $f(x) = 4^{x-2}$

c.  $f(x) = 2^{2x-4}$

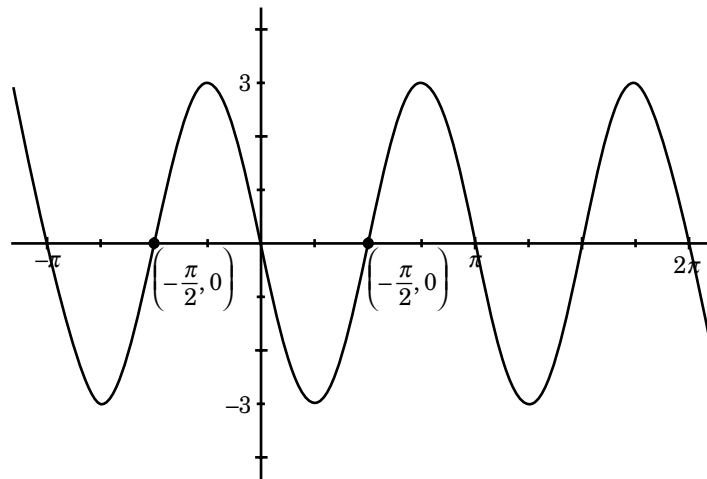
10. Trouve la valeur de  $x$  :  $4^{6x} = \frac{1}{64}$

*Suite*

## Exercice n° 24 : Équations exponentielles et logarithmiques I

D-6

11. Trouve les valeurs de  $\cot \theta$  si  $\cos \theta = \frac{3}{5}$  et que  $\sin \theta < 0$ .
12. Trace le graphique de  $y = \log_2(-x)$  et indique le domaine, l'image, les coordonnées à l'origine et les asymptotes.
13. Prouve l'identité suivante :  $\frac{1}{\tan x} + \tan x = \sec x \csc x$
14. Trace le graphique de  $y = 2 \sin\left(3x + \frac{3\pi}{2}\right)$ .
15. Trace le graphique de  $y = |x^2 - 1|$ .
16. Trace le graphique de  $y = 4 + |x - 2|$ .
17. Résous l'équation suivante :  $(x + 2)^2 = (x - 1)^2 + x^2$ .
18. Trouve l'équation du graphique de cette fonction.



19. Trouve la réciproque de la fonction  $f(x) = \frac{3}{x-2}$ .
20. Montre que  $\log(\sin 60^\circ) = \frac{1}{2}(\log 3 - \log 4)$ .



## **Exercice n° 25 : Équations exponentielles et logarithmiques II**

D-6

**Pour les questions 1 à 5, résous et vérifie ta réponse.**

1.  $\log_2(x-4) + \log_2(x-3) = 1$

2.  $\log_4(x+2) - \log_4(2x-3) = 0$

3.  $\log_2 x + \log_2(x-2) = \log_2(9-2x)$

4.  $2 \log_2 x - \log_2(x-1) = 2$

5.  $\log_{\frac{1}{7}} x + \log_{\frac{1}{7}}(5x-28) = -2$

**Pour les questions 6 à 8, résous et arrondis à deux places décimales.**

6.  $4^x = 15$

7.  $5^{2x-3} = 8$

8.  $6^{3x} = 2^{2x-3}$

9. Résous :  $3^x = 2 \cdot 5^{2-x}$

10. Vérifie que :  $\log \frac{1}{5} = -\log 5$

**Pour les questions 11 à 14, trouve la valeur de  $x$ .**

11.  $\log_x 10\sqrt{10} = \frac{3}{2}$

12.  $\log_{\frac{1}{9}} 27 = x$

13.  $\log_{10} 0,0001 = x$

14.  $\log_2 6 + \log_2 9 = \log_2 x$

*Suite*

## **Exercice n° 25 : Équations exponentielles et logarithmiques II**

D-6

15. Résous :  $10^{3x-1} = \frac{1}{10\,000}$
16. Si  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  et  $\sin \theta = \frac{\sqrt{8}}{9}$ , trouve la valeur exacte de  $P(2\theta)$  sur le cercle unitaire.
17. Trace le graphique de  $y = x^3$ .
18. Trace le graphique de  $y = 2 + (x - 3)^3$ .
19. Effectue la conversion de 5,5 radians en degrés.
20. Certaines fonctions trigonométriques de  $\theta$ , en radians, pour un intervalle  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  valent  $\frac{-\sqrt{3}}{2}$ . Une de ces valeurs est  $\sin \frac{4\pi}{3}$ . Trouve toutes les autres réponses possibles.

## Exercice n° 26 : Logarithmes naturels

D-7, D-8

1. Trouve la valeur de :

a.  $e^{5,4}$       b.  $\frac{1}{e^{0,67}}$       c.  $\ln(9,43)$       d.  $\ln(0,0036)$

2. Trace le graphique de  $f(x) = 2^x$  et de  $g(x) = 3^x$  sur les mêmes axes. À quel endroit s'inscrirait le graphique de  $h(x) = e^x$  ?

3. Trace le graphique de  $f(x) = e^x$ ,  $g(x) = e^{x-3}$  et de  $h(x) = e^x - 3$ . Indique le domaine, l'image, les coordonnées à l'origine et les asymptotes de chacune de ces fonctions.

4. Trace le graphique de  $f(x) = e^x$ . Trace le graphique de la réciproque de  $f(x) = e^x$ . Indique le domaine, l'image, les coordonnées à l'origine et les asymptotes de chacune de ces fonctions.

5. Utilise les lois des logarithmes pour formuler  $\ln(f(x))$  sous forme d'une expression de logarithmes naturels.

a.  $f(x) = \sqrt{x^3(x+1)}$       b.  $f(x) = \frac{(x-1)(x+3)^2}{\sqrt{x^2+2}}$

6. Résous :

a.  $e^{-0,01x} = 27$       b.  $e^{\ln(1-x)} = 2x$

c.  $\ln(e^{\sqrt{x+1}}) = 3$       d.  $e^{2x-1} = 5$

7. Une substance radioactive se désintègre selon la formule  $y = A(e^{-0,2t})$  où  $y$  représente la quantité de matière restante après  $t$  années.

a. Si la quantité initiale de matière  $A$  est de 80 grammes, quelle est la quantité qui reste après 3 années ?

b. La période radioactive ou demi-vie d'une substance est le temps nécessaire à la moitié de ses atomes pour se désintégrer. Trouve la demi-vie de cette substance si  $A = 80$  grammes.

8. Supposons qu'un montant de 1000 \$ est placé à un taux de 10 %, et que les intérêts sont capitalisés de façon continue. Combien faudra-t-il de temps avant que la valeur de ce placement double ?

9. Trouve la valeur de  $n$  :  $5^{3n+1} = 625$

*Suite*

## Exercice n° 26 : Logarithmes naturels

D-7, D-8

10. Exprime l'équation suivante sous forme logarithmique :  $2^{\frac{9}{2}} = 16\sqrt{2}$ .

11. Prouve l'identité suivante :  $\frac{1 - \cos^2 \theta}{\sec^2 \theta - 1} = \cos^2 \theta$

12. Trouve la valeur de  $x$ . Vérifie ta réponse :  $\log_2 8\sqrt{2} = x$

13. Trouve la valeur de  $x$ . Vérifie ta réponse :  $\log_{5n} 25n^2 = x$

14. Trouve la valeur de  $x$ . Vérifie ta réponse :  $\log_5(3x + 1) + \log_5(x - 3) = 3$

15. Trouve la valeur de  $x$ . Vérifie ta réponse :  $\log(x^3 - 1) - \log(x^2 + x + 1) = 1$

16. Développe l'expression suivante en utilisant les lois des logarithmes.

$$\log \frac{4(x-5)}{x^3(x+6)}$$

17. Trace le graphique de  $y = 3 + 2 \sin 2\theta$ .

18. Résous :  $\frac{5^x}{7^{1-x}} = 6^{2-x}$ .

19. Trouve les valeurs de A, B et C de façon que le maximum de  $y = A \sin(x + B) + C$  soit situé au point (0,0).

20. Si  $\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(\theta - \frac{7\pi}{6}\right) = P \sin \theta + Q \cos \theta$ , trouve les valeurs numériques de P et de Q.

## Exercice n° 27 : Applications de la fonction exponentielle

D-8

1. Transforme chaque expression en logarithmes d'une expression simple.
  - a.  $\frac{1}{2} \ln x - 2 \ln(x-1) - \frac{1}{3} \ln(x^2+1)$
  - b.  $\ln(x^3-1) - \ln(x^2+x+1)$
2. Trouve la valeur de  $k$ . Exprime ta réponse en termes de logarithmes naturels.
  - a.  $5000 = 50e^{2k}$
  - b.  $\frac{A}{3} = Ae^{4k}$
3. Un investissement de 5 000 \$, placé à un taux de 8,4 %, rapporte des intérêts composés mensuellement.
  - a. Quelle est la valeur de cet investissement après un an ?
  - b. Quelle est la valeur de cet investissement après 10 ans ?
  - c. Combien d'intérêts ont été versés en dix ans ?
  - d. Quel montant faudrait-il investir maintenant pour disposer de 20 000 \$ dans cinq ans, si le taux est de 8,4 % et que les intérêts sont composés mensuellement ?

4. La population de rats des sables d'un champ peut être représentée par l'équation :

$$P = 100(1,1)^n$$

Combien faudra-t-il de temps pour que la population de rats des sables double ?

5. Supposons qu'un montant de 2 000 \$ est placé à un taux de 8 % composé continuellement. Combien faudra-t-il de temps pour que ce placement triple ?
6. Une substance radioactive se désintègre selon la formule :

$$y = Ae^{kx}$$

où  $x$  représente le temps écoulé en années. La quantité initiale de matière  $A$  est de 10 grammes, et il en reste 8 grammes après 5 ans.

- a. Trouve la valeur de  $k$ . (Exprime ta réponse sous forme de logarithmes naturels.)
- b. Calcule la quantité de matière qui reste après 10 ans.
- c. Trouve la demi-vie de cette substance au dixième d'année le plus proche.

*Suite*

## **Exercice n° 27 : Applications de la fonction exponentielle**

D-8

7. Lorsqu'on a étudié pour la première fois la croissance démographique d'une ville quelconque, sa population était de 22 000 habitants. Cinq ans plus tard, elle est de 24 000 habitants. Si la population croît de manière exponentielle, combien faudra-t-il de temps pour qu'elle double ?
8. Le pH d'une substance est défini par l'équation :  
$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+]$$
 où  $[\text{H}^+]$  représente la concentration des ions d'hydrogène en moles par litre. Trouve sa concentration en ions  $\text{H}^+$  si le pH d'une substance est de 6,62.
9. a. Trace le graphique de la fonction suivante :  $y = 3^{-x}$   
b. Indique l'abscisse et l'ordonnée à l'origine.
10. Prouve l'identité suivante :  $\frac{\sin x}{\csc x} + \frac{\cos x}{\sec x} = 1$
11. Résous l'équation suivante et vérifie ta réponse :  $\log_x \frac{1}{9} = -2$
12. Résous l'équation suivante et vérifie ta réponse :  $\log_{\frac{3}{5}} \left( \frac{27}{125} \right) = x$
13. Si  $5(23^x) = 47^{1-x}$ , trouve la valeur de  $x$  :  
a. en utilisant les logarithmes à la base 10 ;  
b. en utilisant les logarithmes à la base e.
14. Trace le graphique de  $y = 2^x - 2$ .
15. Dans le même système de coordonnées, trace les graphiques de :  
 $y = x$ ;  $y = x^3$  et  $y = \sqrt[3]{x}$ . Qu' observes - tu? (L'utilisation de la calculatrice à affichage graphique est recommandée.)
16. Si  $f(x) = x^3$ , trouve  $f^{-1}(x)$ .
17. Trouve toutes les valeurs possibles de  $\theta$ , pour l'intervalle  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  de façon que  $5 \sin \theta - 12 \cos^2 \theta + 10 = 0$ .

*Suite*

## Exercice n° 27 : Applications de la fonction exponentielle

D-8

18. Si  $a + b = 8$ , et que  $ab = 10$ , trouve la valeur de  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ .
19. **Question à choix multiple.** Laquelle des expressions suivantes n'est pas équivalente à  $\tan x$  ?
- a.  $\tan(x + \pi)$                       b.  $\tan(x - \pi)$
- c.  $\cot\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$                       d.  $\cot\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$
20. Trouve la valeur de  $x$  :  $-15x = -7x^2 - 2x^3$

## Exercice n° 28 : Notation factorielle – Principe de dénombrement

E-1

**Simplifie les expressions suivantes. (Ne te sers pas de ta calculatrice.)**

1. a.  $\frac{7!}{6!}$                       b.  $\frac{(31)!}{(30)!}$                       c.  $\frac{9!}{6!}$                       d.  $\frac{10!}{6!4!}$

2. a.  $\frac{(k+3)!}{(k+2)!}$                       b.  $\frac{7!(r+2)!r}{6!(r-1)!}$

3. Résous :  $n! = 20(n - 2)!$

4. a) Laquelle des expressions suivantes est égale à  $n$ ? (il peut y avoir plusieurs réponses.)

i.  $\frac{n!}{(n+1)!}$                       ii.  $\frac{n!}{(n-1)!}$                       iii.  $\frac{(n+1)!}{n!} \cdot \frac{n}{n+1}$

iv.  $\frac{(n+1)!}{n!}$                       v.  $\frac{n^2(n-1)!}{n!}$

b) Écris deux autres expressions impliquant les factorielles qui sont égales à  $n$ .

5. Une pièce de cinq sous et une pièce de dix sous sont lancées sur une table. De combien de façons peuvent-elles retomber ?

6. Si 12 coureurs sont inscrits à une course, de combien de façons pourrait-on attribuer les première, deuxième et troisième places ?

7. Pizza Hut offre trois choix de salade, 20 sortes de pizza et 4 desserts différents. Combien de menus différents, composés de trois plats, pourrait-on commander?

8. Un étudiant de première année universitaire doit prendre un cours de langues modernes, un cours de sciences naturelles, un cours de sciences sociales et un cours d'anglais. Si quatre cours différents de langues modernes sont offerts, cinq de sciences naturelles, trois de sciences sociales, mais que tous les étudiants doivent prendre le même cours d'anglais, de combien de façons différentes cet étudiant peut-il composer son programme d'études ?

9. Supposons que le conseil d'administration de l'Association manitobaine des professeurs de mathématiques est composé de trois femmes et de deux hommes. De combien de façons pourrait-on combler les postes de président et de secrétaire si :

a. le poste de président doit être occupé par une femme et celui de secrétaire par un homme ?

b. le poste de président doit être occupé par un homme et celui de secrétaire par une femme ?

c. les postes de président et de secrétaire doivent être occupés par des personnes de sexe opposé ?

*Suite*



## Exercice n° 28 : Notation factorielle – Principe de dénombrement

E-1

10. Il y a cinq routes principales entre les villes A et B, et quatre entre les villes B et C. Combien d'itinéraires pourrait prendre une personne qui ferait l'aller-retour entre les villes A et C, en passant par la ville B à l'aller et au retour, sans passer par la même route deux fois ?
11. **Question à choix multiple.** Si  $f(x) = x^{-3}$ , alors  $f^{-1}(x) =$
- a.  $x^3$                       b.  $x^{\frac{1}{3}}$                       c.  $x^{-\frac{1}{3}}$
12. Prouve l'identité suivante :  $\sin^4 x - \cos^4 x = \sin^2 x - \cos^2 x$
13. Résous l'équation suivante et vérifie ta réponse :  $\log_2 \sqrt[3]{4} = x$
14. Résous l'équation suivante :  $2(3^x) = 5^{x-1}$
15. Montre que  $\log\left(\frac{2}{1,08}\right) \neq \frac{\log 2}{\log 1,08}$
16. Trouve la valeur de  $\theta$  dans l'équation suivante si  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  :
- $$4 \cos^2 \theta - 7 \cos \theta - 2 = 0$$
17. Une substance radioactive quelconque se désintègre selon la formule  $S = S_0 e^{-0,04t}$  où  $S_0$  représente la quantité initiale de matière et  $S$  la quantité de matière qui reste après  $t$  années. Si on avait au départ 50 grammes de cette substance radioactive, calculer la demi-vie de cette substance.
18. Montre que lorsqu'on calcule  $t$  dans l'équation  $S = S_0 e^{-0,04t}$ , le résultat est
- $$t = -25 \ln \left( \frac{S}{S_0} \right).$$
19. La pression atmosphérique  $P$  à une altitude de  $h$  kilomètres est donnée par l'équation  $P = P_0 e^{-kh}$ . La pression au niveau de la mer est donnée par  $P_0 = 101,3$  kPa.
- a. Si  $P = 89$  kPa lorsque  $h = 1$ , trouve  $k$ .
- b. Calcule la pression à une altitude de 2 km.
20. Trace le graphique de  $f(x) = -|x^2 - 1|$ .

Suite

## **Exercice n° 29 : Permutations avec répétitions et restrictions**

E-2

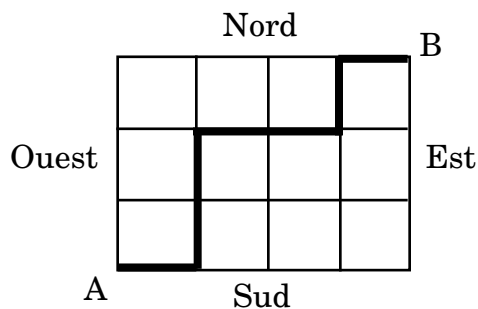
1. Combien y a-t-il de permutations distinctes des lettres dans les mots suivants ?
  - a. VERMETTE
  - b. MAGASINAGES
2. De combien de façons différentes peut-on placer 3 drapeaux rouges, 2 drapeaux bleus, 2 drapeaux verts et 4 drapeaux jaunes en rangée ?
3. Combien d'arrangements peut-on former avec les lettres du mot MAMAN, si le mot doit débiter par un N ?
4. À partir des lettres du mot FLEURS (sans répétition), combien peut-on former de mots de 4 lettres :
  - a. qui débutent par la lettre S ?
  - b. qui contiennent des voyelles aux deux positions du centre ?
  - c. qui ne contiennent que des consonnes ?
  - d. qui contiennent des voyelles et des consonnes alternées ?
5. Les plaques d'immatriculations du Manitoba comprennent 3 lettres suivies de 3 chiffres. Combien de différentes plaques peuvent être produites ?
6. Considère les chiffres 1, 3, 5, 7, 9. Si les répétitions sont permises, combien peut-on former de nombres
  - a. comprenant 3 chiffres ?
  - b. comprenant 3 chiffres si le nombre doit être moins que 600 et divisible par 5.
7. De combien de façons est-ce qu'on peut placer David, Viviane, Reynald, Normand et Lizanne dans une rangée si David et Normand insistent d'être assis ensemble ?
8. Refaire le numéro 7 si David et Normand insistent de ne PAS être assis ensemble.
9. Combien de façons quatre couples mariés peuvent être assis sur un banc si
  - a. chaque couple doit être assis ensemble ?
  - b. les femmes et les hommes alternent ?

*Suite*

## Exercice n° 29 : Permutations avec répétitions et restrictions

E-2

10.



Le diagramme montre une carte routière. La route indiquée de A à B peut être décrite comme ENNEENE, c'est-à-dire : «Conduis un pâté à l'est, deux pâtés au nord, deux pâtés à l'est, un pâté au nord et un pâté à l'est.» Combien d'autres routes y a-t-il de A à B si tu dois demeurer sur les routes ?

11. Exprime  $\left(\frac{1}{49}\right)^{-\frac{1}{2}} = 7$  sous forme logarithmique.

12. Prouve l'identité :  $\sec^4 x - \tan^4 x = 1 + 2 \tan^2 x$ .

13. Résous et vérifie :  $\log_{100} 10 = x$ .

14. Écris  $\log_5 \left(\frac{mn^2}{p^3}\right)^3$  sous forme développée.

15. La droite  $x - y + 2 = 0$  coupe le cercle  $x^2 + y^2 - 4 = 0$  en deux points. Trouve les coordonnées de ces points.

16. Résous :  $\log_2(\log_3 x) = 2$ .

17. Résous et donne ta réponse à une décimale près :  $5^{3x} = 63$ .

18. Résous l'équation :  $\tan^2 \theta - \tan \theta - 4 = 0$  dans  $[0, 2\pi]$ .

19. Trouve un polynôme du quatrième degré qui a pour racines, 1, -1,  $\frac{1}{2}$  et 2.

20. Le nombre de bactéries d'une certaine culture augmente selon la formule :

$A = 800(3)^t$  où  $t$  est le temps exprimé en heures à partir de maintenant.

a. Quel serait le nombre de bactéries 3,12 heures après ?

b. Quand le nombre de bactéries sera-t-il 100 000 ?

*Suite*

## Exercice n° 30 : Permutations

E-2

1. Évalue

a.  ${}_5P_2$

b.  ${}_7P_3$

2. Écris une expression algébrique pour :

a.  ${}_nP_2$

b.  $\frac{{}_nP_3}{{}_nP_2}$

3. Trouve la valeur de  $n$  si  $2n + {}_nP_2 = 56$

4. Trois frères et trois soeurs sont alignés devant le photographe. Combien y a-t-il d'arrangements possibles :

a. pour le groupe au complet ?

b. si les frères et les soeurs se placent de manière alternée ?

5. Cinq étudiants entrent dans une classe de français contenant 10 bureaux. De combien de façons différentes pourraient-ils prendre place à un bureau ?

6. Le Stadium de Winnipeg comporte quatre entrées et 9 sorties. De combien de façons deux personnes entrant à la même porte pourraient-elles quitter par des sorties différentes ?

7. De combien de façons pourrait-on combler les postes de président, de secrétaire et de trésorier dans un comité composé de huit personnes ?

8. Combien de nombre à cinq chiffres peut-on former à partir de 1, 2, 3, 4 et 5 si :

a. les chiffres impairs occupent les positions impaires

b. les chiffres impairs occupent les positions impaires en ordre croissant ?

9. a. Combien de "mots" de 4 lettres peut-on former à partir des lettres du mot DIMANCHE ?

b. Combien se terminent par la lettre E ?

c. Combien ne commencent pas par un N et se terminent par un E ?

10. Explique ce que  ${}_8P_3$  représente. Pourquoi  ${}_3P_8$  n'a pas de sens ?

11. Indique l'image de  $f(x) = \cos^2x$ .

12. Exprime l'équation suivante sous forme exponentielle :  $\log_3\left(\frac{1}{5}\right) = -1$

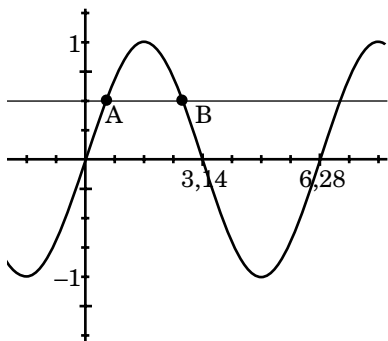
*Suite*

## Exercice n° 30 : Permutations

E-2

13. Prouve l'identité suivante :  $\tan^2 \theta - \sin^2 \theta = \tan^2 \theta \sin^2 \theta$
14. Si  $\log_b x = n^2$  et que  $\log_x b = \frac{4}{n}$ , montre que  $n = \frac{1}{4}$ . ( $b > 0, b \neq 1$ )
15. Trouve l'image et la ou les ordonnée(s) à l'origine pour les graphiques de  $f(x) = e^{-x}$  et de  $g(x) = -e^x$ .
16. Trouve la valeur de  $x$  :  $e^{2x-5} = 25$
17. Trace le graphique de  $y = 2 - 2 \cos\left(\frac{1}{2}x\right)$ .

18.



La droite  $y = \frac{1}{2}$  coupe le graphique de  $y = \sin x$  aux points A et B. Trouve la longueur de AB.

19. Trace le graphique de  $y = |x^2 - 4|$ .
20. La droite horizontale  $y = k$  coupe le graphique de  $y = |x^2 - 4|$  en exactement trois points. Quelle est la valeur de  $k$  ?

## **Exercice n° 31 : Permutations circulaires**

E-2

1. a. De combien de façons 8 personnes peuvent-elles s'asseoir autour d'une table ronde ?  
b. De combien de façons peuvent-elles s'asseoir si Marie et Suzanne insistent pour être assises l'une à côté de l'autre ?
2. Cinq hommes et cinq femmes sont assis autour d'une table ronde, les hommes et les femmes alternant. Combien y a-t-il de différents arrangements possibles ?
3. Il y a 12 pupitres dans la classe de sciences, tout comme dans celle d'histoire. Dans la classe de sciences, les élèves sont assis en cercle et dans la classe d'histoire, ils sont assis en rangée. Dans quelle classe pourrait-on faire le plus d'arrangements possibles ?
4. De combien de façons pourrait-on agencer 4 perles de couleurs différentes pour former un bracelet ?
5. De combien de façons 3 bons amis pourraient-ils être assis ensemble autour d'une table ronde comportant dix chaises si Brad refuse d'être assis à côté d'eux et si 5 autres personnes doivent trouver place autour de la table ?
6. Combien de nombres à 4 chiffres supérieurs à 5 600 peut-on former à partir des chiffres 0, 1, 2, 5, 6, 8, 9 ?
7. À partir des chiffres 1, 2, 3, 5, 6, 8, 0 (sans répétition) :
  - a. combien de nombres à 4 chiffres sont possibles ?
  - b. combien sont divisibles par 5 ?
  - c. combien sont pairs ?
8. Combien de nombres inférieurs à 700 ne contiennent aucune répétition de chiffres ?
9. À partir des chiffres 2, 2, 2, 3, 3, 4, 5 :
  - a. combien peut-on former de nombres à 7 chiffres ?
  - b. combien sont supérieurs à 3 400 000 ?
  - c. combien sont supérieurs à 3 400 000 et divisibles par 5 ?
10. De combien de façons 5 hommes et 3 femmes peuvent-ils former une rangée si un homme doit se trouver à chaque bout de la rangée ?

*Suite*

## Exercice n° 31 : Permutations circulaires

E-2

11. Une classe compte dix élèves. Trois d'entre eux appartiennent au mouvement scout et s'assoient toujours ensemble. Trois autres appartiennent à un mouvement de guides et s'assoient toujours ensemble. À la période 1, les pupitres forment une rangée de 10. À la période 2, les pupitres forment un cercle de 10.
- Dans quelle classe peut-on former le plus d'arrangements de sièges possibles ?
  - Quelle est la différence entre les arrangements ?
12. Prouve l'identité suivante :  $(\sin^2 x + \cos^2 x)^6 = 1$
13. Simplifie l'expression suivante :  $2 \log_6 3 + \frac{1}{2} \log_6 16$
14. Trouve la valeur de  $x$  :  $e^{x^2} = e^x e^{\frac{3}{4}}$
15. Trace le graphique de  $f(x) = e^{x+1}$ . Trouve ensuite la réciproque de  $f(x)$  graphiquement et algébriquement.
16. Trouve la valeur de  $n$  :  $\frac{(n+2)!}{8!(n-2)!} = \frac{57}{16}$
17. Trouve la valeur de  $n$  :  $\frac{(n+1)!}{(n-1)!} - 30 = 0$
18. Trouve la valeur de  $x$  si  $5^{\sin x} = \frac{1}{5}$  and  $x \in \mathfrak{R}$ .
19. **Question à choix multiple.** Laquelle des expressions suivantes n'est pas égale à  $\sin x$  ?
- $\sin(x+2\pi)$
  - $\sin(-x)$
  - $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$
  - $\sin(x-6\pi)$
20. **Question à choix multiple.** Laquelle des expressions suivantes n'est pas égale à  $\cos x$  ?
- $\cos(x+2\pi)$
  - $\cos(-x)$
  - $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$
  - $\cos(x+\pi)$

## **Exercice n° 32 : Permutations avec restrictions**

E-2

1. Il y a 11 chaises dans une rangée. De combien de façons 5 personnes peuvent-elles s'asseoir si elles prennent place dans des chaises consécutives ?
2. Un collectionneur de livres possède 5 livres différents de Dickens, 3 pièces de théâtre différentes de Shakespeare et 3 romans différents de Danielle Steele. Il possède aussi un original d'un roman de Margaret Laurence. De combien de façons peut-on placer ces livres sur une tablette si les livres de chacun des auteurs doivent être rangés ensemble.
3. a. De combien de façons 8 personnes peuvent-elles s'asseoir autour d'une table ronde si Nicole et Monique insistent pour être assises ensemble ?  
b. Si, en plus, Georges et Bernard refusent d'être assis ensemble, combien y a-t-il d'arrangements possibles ?
4. De combien de façons 4 filles et 2 garçons peuvent-ils s'asseoir dans une rangée de 6 sièges, si :
  - a. une fille doit se trouver à chaque bout de la rangée ?
  - b. 4 filles insistent pour s'asseoir ensemble ?
5. a. Combien peut-on former de "mots" de 5 lettres à partir des lettres de JOYEUX ?  
b. Combien contiennent la lettre O en deuxième position ?  
c. Combien ne débutent pas par un U ?
6. Les lettres du mot BARRIER sont déplacées toutes en même temps.
  - a. trouve le nombre de permutations possibles.
  - b. trouve le nombre d'arrangements possibles commençant par la lettre R.
  - c. trouve le nombre d'arrangements possibles commençant par exactement un R.
7. Huit garçons sont placés en rangée. Deux garçons particulièrement agités se voient refuser la permission de s'asseoir ensemble ou de s'asseoir à l'un ou l'autre des bouts de la rangée. Combien y a-t-il d'arrangements possibles ?
8. Combien de nombres à 4 chiffres supérieurs à 5 364 peut-on former à partir des chiffres 1, 2, 3, 5, 7, 8 ?
9. Un autobus scolaire peut asseoir 14 personnes de chaque côté de l'allée. Les garçons s'assoient toujours à gauche et les filles à droite. Au moment de faire un arrêt, l'autobus contient déjà 9 garçons et 7 filles à son bord. De combien de façons 4 nouveaux garçons et 5 nouvelles filles peuvent-elles s'asseoir dans l'autobus ?

*Suite*



## **Exercice n° 32 : Permutations avec restrictions**

E-2

10. Six garçons et six filles marchent en cercle dans le sens anti-horaire, l'un derrière l'autre.

- De combien de façons peuvent-ils être placés ?
- De combien de façons peuvent-ils être placés si les filles sont réunies ?
- De combien de façons peuvent-ils être placés si les garçons et les filles alternent ?

11. Donne la valeur exacte de  $\sin\left(\sin\frac{\pi}{16}\right)\left(\cos\frac{3\pi}{16}\right) - \left(\cos\frac{\pi}{16}\right)\left(\sin\frac{3\pi}{16}\right)$

12. Résous  $4^x = 2^6$ .

13. A quel quadrant appartient  $P(4)$  ?

14. Trouve la valeur de  $x$ :

a.  $9^x = \frac{1}{27}$

b.  $27^x = 3$

15. Choisis la paire de fonctions qui sont équivalentes :

a.  $f(x) = (0,5)^{x-4}$

b.  $f(x) = -2^{4-x}$

c.  $f(x) = 2^{-(x-4)}$

16. Résous l'équation suivante et vérifie ta réponse :

$$\log_b 2t + \log_b 3t = \log_b 24, (b > 0, b \neq 1)$$

17. Trouve les solutions exactes de l'équation  $2 \sin^2 \theta + \cos \theta = 1; 0 \leq \theta \leq 2\pi$ .

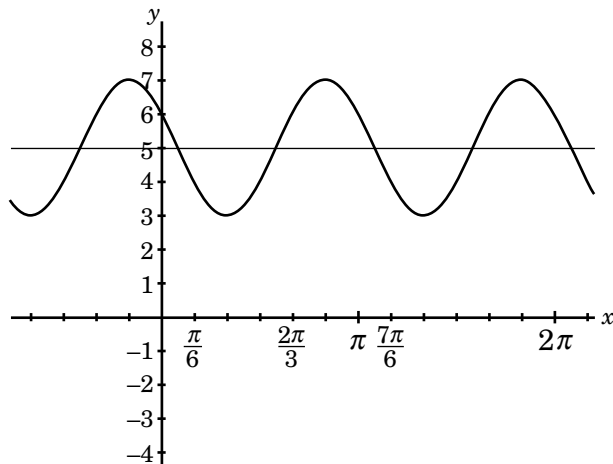
18. À  $100^\circ$  C, de l'eau chaude se refroidit, dans une pièce où la température est de  $20^\circ$  C, selon  $T = 20 + 80e^{-0,03t}$ , où  $T$  représente la température et  $t$  les minutes écoulées depuis le début du refroidissement. Combien faudra-t-il de temps pour que l'eau atteigne une température de  $40^\circ$  C dans cette pièce ?

*Suite*

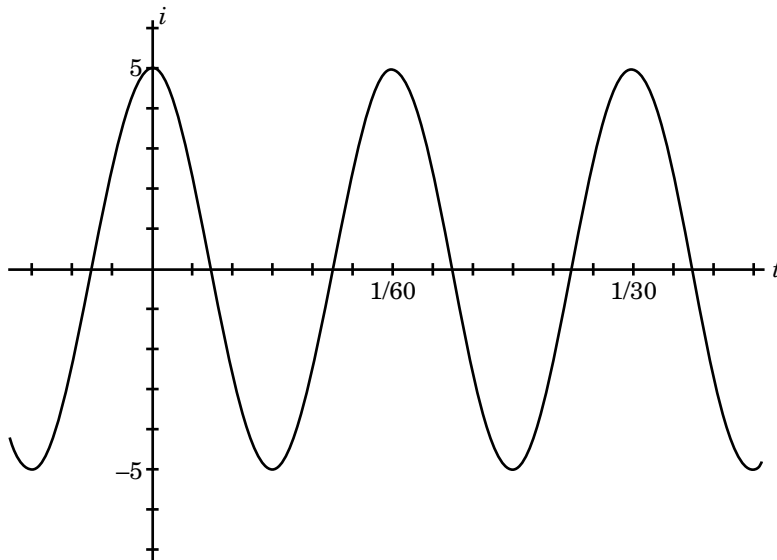
## Exercice n° 32 : Permutations avec restrictions

E-2

19. Formule une équation sinus et cosinus pour le graphique sinusoidal donné ci-dessous.



20. L'électricité acheminée à ta maison est appelé "courant alternatif", parce que le courant varie de façon sinusoidale avec le temps. La fréquence de la fonction sinusoidale est de 60 cycles par seconde. Supposons qu'au moment où  $t = 0$  seconde, le courant atteint son maximum, soit  $i = 5$  ampères.



- Formule une équation qui exprime le courant en fonction du temps.
- Quel est le courant lorsque  $t = 0,01$  ?

*Suite*

## Exercice n° 33 : Combinaisons

E-3

- Évalue :
  - ${}_4C_2$
  - ${}_6C_3$
  - ${}_7C_5$
- Évalue  ${}_8C_2$  et  ${}_8C_6$ .
  - Évalue  ${}_5C_2$  et  ${}_5C_3$ .
  - Que remarques-tu dans les réponses en a et b ?
  - Explique pourquoi  ${}_cC_r = {}_nC_{n-r}$ .
- Résous les équations :
  - ${}_nC_2 = {}_nC_8$
  - ${}_{12}C_{x+1} = {}_{12}C_{x+3}$
- La Loto 6-49 est une loterie où l'on choisit 6 chiffres de 1 à 49. Combien y a-t-il d'arrangements possibles ?
- L'équipe de baseball d'un collège est composée de trois receveurs, de cinq lanceurs, de sept joueurs de champ intérieur et de sept joueurs de champ extérieur. Combien d'alignements différents de neuf joueurs peuvent être formés ?
- Une main de poker est constituée de 5 cartes. Combien de mains de poker différentes sont possibles ?
  - Combien contiennent des cartes toutes rouges ?
  - Combien contiennent exactement 2 cartes de coeur et 2 cartes de trèfle ?
- Combien de sommes d'argent différentes sont possibles si on utilise au moins 3 pièces d'une collection constituée d'une pièce de un sous, d'une pièce de 5 sous, d'une pièce de 10 sous, d'une pièce de 25 sous et d'un huard ?
- Un club d'investissements est composé de 4 femmes et de 6 hommes. Un comité d'études composé de trois personnes doit être formé. Combien y a-t-il d'arrangements possibles si :
  - le comité doit être composé de 2 femmes et de un homme ?
  - le comité doit être composé d'au moins une femme ?
  - les trois personnes formant le comité doivent être du même sexe ?
- Supposons qu'un sac contienne 4 balles noires et 7 balles blanches. (Présume que les balles sont différentes, par exemple, qu'elles sont numérotées.) De combien de façons peut-on sortir du sac un groupe de 3 balles composé :
  - d'une balle noire et de deux balles blanches ?
  - de balles de même couleur ?
  - d'au moins une balle noire ?

*Suite*

## **Exercice n° 33 : Combinaisons**

D-2

10. Une dame donne un souper pour 6 de ses 9 amies.
  - a. De combien de façons peut-elle choisir ses 6 invités ?
  - b. De combien de façons peut-elle faire son choix si Dorothy et Lori ne peuvent venir ensemble ?
11. Si  $4({}_n P_3) = 5({}_{n-1} P_3)$ , trouve la valeur de  $n$ .
12. Dix enfants jouent un jeu de sorte qu'un enfant soit au centre tandis que les autres forment un cercle autour de lui. Combien d'arrangements sont possibles ?
13. Prouve l'identité suivante :  $\frac{1 + \tan^2 \theta}{1 + \cot^2 \theta} = \sec^2 \theta - 1$
14. Combien de mots peut-on former à partir des lettres de ELEMENT ECOLE ?
15. Résous l'équation suivante et vérifie ta réponse :  $\log_2(x - 1) + \log_2(x + 2) = 2$
16. Sans recourir au changement de base, calcule  $\log_5 25 + \log_2 \sqrt[3]{512}$ .
17. a. Combien de permutations sont possibles à partir des lettres de CINCINNATI OHIO ?  
b. Combien débutent par un T ?
18. Combien de nombres à 4 chiffres supérieurs à 5687 peut-on former à partir des chiffres 0, 2, 4, 5, 6, 8 (aucune répétition n'est permise) ?
19. Si  $0^\circ < \theta < 45^\circ$  et que  $\sin \theta = \frac{2}{3}$ , trouve les valeurs exactes de :
  - a.  $\sin 2\theta$
  - b.  $\cos 2\theta$
20. Si  $0^\circ < \theta < 45^\circ$  et que  $\sin \theta = \frac{2}{3}$ , trouve les valeurs exactes de :
  - a.  $\sin 3\theta$
  - b.  $\cos 3\theta$

*Suite*

## **Exercice n° 34 : Théorème du binôme**

E-4

1. Écris le développement complet de
  - a.  $(a + b)^3$
  - b.  $(a + b)^4$
2. Écris le développement complet de  $(2x - y)^4$ .
3. Écris et simplifie les trois premiers termes de chacun des suivants :
  - a.  $(2x + 1)^9$
  - b.  $(2x^2 - x)^{11}$
4. Trouve le quatrième terme de  $\left(3a^2 - \frac{3}{a}\right)^7$ .
5. Trouve le septième terme de  $(a + b)^{10}$ .
6. Trouve le cinquième terme de  $\left(\frac{y}{4} - \frac{2}{y}\right)^7$ .
7. Trouve le terme du milieu de  $\left(2x - \frac{1}{2x}\right)^{12}$ .
8. Trouve le 6<sup>e</sup> terme de  $(2y + x)^{11}$ .
9. Trouve le  $(r + 1)^e$  terme de  $\left(3a - \frac{1}{6a^2}\right)^9$ .
10. Trouve le terme contenant  $x^{20}$  dans  $(2x - x^4)^{14}$ .
11. Durant une chasse au trésor, un groupe de 15 chasseurs arrivent à une éclaircie à trois sorties. Après décision, 7 se dirigent à gauche, 4 prennent la route du centre et ceux qui restent prennent la route de droite. De combien de façons, ceci peut être accompli ?
12. Combien de bracelets différents à 6 perles peut-on former à partir de 10 perles de couleurs différentes ?
13. Un club de tennis compte 18 membres, dont 10 garçons et 8 filles.
  - a. Combien peut-on organiser de matchs avec un garçon contre une fille ?
  - b. Combien peut-on organiser de matchs avec 2 garçons contre 2 filles ?
  - c. Combien peut-on organiser de matchs avec un garçon et une fille contre un autre garçon et une autre fille ?

*Suite*

## Exercice n° 34: Théorème du binôme

E-4

14. L'alphabet anglais compte 5 voyelles et 21 consonnes.
- Combien peut-on former de "mots" constitués de 2 voyelles différentes et de 3 consonnes différentes ?
  - Combien peut-on former de "mots" de 5 lettres à partir de 2 voyelles différentes et de 3 consonnes différentes ?
  - Combien peut-on former de "mots" de 5 lettres différentes si chaque "mot" contient au moins 3 consonnes ? (Ne pas simplifier.)
15. a. De combien de façons 6 personnes peuvent-elles s'asseoir autour d'une table ronde si 2 personnes en particulier insistent pour être assises l'une en face de l'autre, 2 personnes insistent pour être assises ensemble et les 2 autres insistent pour être séparées ?
- b. Combien y a-t-il d'arrangements possibles s'il y a 8 chaises autour de la table ?
16. Prouve l'identité suivante :  $\frac{\tan x}{\sec x - 1} = \frac{\sec x + 1}{\tan x}$
17. Une culture bactérienne a une croissance qui répond à la formule  $y = 10000e^{0,6x}$ , où  $x$  représente le temps en jours.
- Trouve le nombre de bactéries après une semaine.
  - Combien faudra-t-il de temps pour que la culture triple ?
18. Il y a 23 équipes dans la division A de la ligue allemande de soccer.
- Si chaque équipe joue l'une contre l'autre une fois, combien de rencontres auront lieu ?
  - Si chaque équipe joue l'une contre l'autre deux fois (pas nécessairement à l'occasion de rencontres consécutives), combien de rencontres auront lieu ?
19. Trouve les solutions exactes de l'équation :  $2 \cos \theta = 3 \tan \theta$ ,  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ .
20. Si un montant de 4 000 \$ est placé aujourd'hui, quelle sera sa valeur après 10 ans si le taux est de 8 % et que les intérêts sont capitalisés :
- annuellement ?
  - trimestriellement ?
  - mensuellement ?
  - quotidiennement ?
  - de manière continue ?

*Suite*

## **Exercice n° 35 : Permutations, Combinaisons et théorème du binôme**

E-2, E-3, E-4

- De combien de façons peut-on former un comité de 5 personnes choisies parmi 10 conservateurs et 8 libéraux, de façon que les libéraux aient la majorité au comité.
- Une équipe de baseball doit être formée à partir d'un échantillon de 12 joueurs. Deux équipes constituées des mêmes neuf joueurs sont considérées comme différentes si au moins quelques joueurs occupent des positions différentes. De combien de façons peut-on former une équipe si :
  - il n'y a aucune restriction?
  - seulement 2 de ces joueurs peuvent lancer et que ces 2 joueurs ne peuvent jouer à aucune autre position ?
  - seulement 2 de ces joueurs peuvent lancer mais qu'ils peuvent aussi jouer à une autre position ?
- Écris le développement de  $\left(2x - \frac{1}{x}\right)^3$ .
- Quel est le 10<sup>e</sup> terme de  $(x - 2y)^{20}$  ? Ne pas simplifier.
- Trouve le terme contenant  $x^2$  dans  $\left(\frac{x^5}{2} - \frac{2}{x^3}\right)^{10}$ .
- Trouve le terme ne contenant aucun  $x$  dans  $\left(2x^4 - \frac{1}{2x^2}\right)^{12}$ .
- Trouve le terme contenant  $x^{14}$  dans  $(2x - x^2)^{11}$ .
- Un conseil étudiant est composé d'un président et de 8 autres membres. On doit choisir parmi ces personnes les 5 qui composeront le comité chargé de la préparation de l'album-souvenir.
  - Combien y a-t-il d'arrangements possibles si le président doit faire partie du comité ?
  - Combien y a-t-il d'arrangements possibles si le président ne doit pas faire partie du comité ?
- Une équipe de hockey possède 9 joueurs d'avant et on en a besoin de 3 pour former une ligne d'attaque.
  - Dans combien de lignes d'attaque trouvera-t-on le meilleur marqueur de l'équipe ?
  - Si Mario et Serge sont deux des joueurs d'avant, dans combien de lignes d'attaque trouvera-t-on au moins un de ces deux joueurs ?
  - Dans combien de lignes d'attaque trouvera-t-on les trois pires joueurs de l'équipe ?

*Suite*

## **Exercice n° 35 : Permutations, Combinaisons et théorème du binôme**

E-2, E-3, E-4

10. Combien de mot différents de 5 lettres peut-on former à partir des lettres de JUILLET ?
11. Combien de rectangles sont formés quand 4 droites horizontales coupent 7 droites verticales ?
12. Trouve la valeur de  $n$  dans l'équation suivante :  ${}_{(n+2)}C_4 = 6({}_nC_2)$ .
13. Trace le graphique de  $f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ . Indique le domaine, l'image, les asymptotes et toutes les coordonnées à l'origine de la fonction. Compare ce graphique à celui de la fonction  $g(x) = 5^{-x}$ .
14. Résous l'équation suivante et vérifie ta réponse :  $\log_{2a}(4a^2)^3 = x$
15. Exprime l'énoncé suivant sous forme d'un produit ou d'un quotient de logarithmes :  $\log_x 9,3 + \log_x 8,6 - \log_x 19,1$
16. Un homme et sa femme invitent 4 couples à souper. L'hôte et l'hôtesse s'assoient à chaque bout de la table, et les invités s'assoient 4 de chaque côté de la table. Si les hommes et les femmes alternent autour de la table et qu'aucun des hommes n'est assis à côté de sa femme, combien d'arrangements sont possibles ?
17. Combien de signaux différents composés de 7 drapeaux peut-on faire avec 3 drapeaux blancs, 2 drapeaux rouges et 2 drapeaux bleus ?
18. Sans tenir compte de cas spéciaux, combien de lignes droites peut-on déterminer à l'aide de 9 points ?
19. On doit choisir un comité de 5 personnes à partir de 12 candidats.
  - a. Trouve le nombre d'arrangements possibles si une personne en particulier doit absolument faire partie du comité.
  - b. Trouve le nombre d'arrangements possibles si une personne en particulier ne doit absolument pas faire partie du comité.
20. À l'aide de ta calculatrice, résous l'équation  $x - \cos x = 0$  dans l'intervalle  $0 \leq x \leq 2\pi$ . Exprime ta réponse à trois décimales près.

*Suite*



## Exercice n° 36 : Parabole

F-1, F-2, F-3

- Trace les graphiques des paraboles suivantes :
  - $4x - y^2 = 0$
  - $2x^2 + y = 0$
  - $4x + y^2 = 0$
  - $2x^2 - y = 0$
- Trace les graphiques des paraboles suivantes. Donne les coordonnées du sommet.
  - $(y - 3)^2 = 4(x + 5)$
  - $(y + 2)^2 = -4(x - 2)$
- Trace les graphiques des paraboles suivantes. Donne les coordonnées du sommet.
  - $(x - 2)^2 = -8(y + 1)$
  - $(x + 3)^2 = 4y$
- Soit la parabole  $y^2 - 20x + 2y + 1 = 0$ . Trouve les coordonnées du sommet et trace le graphique.
- Soit la parabole  $x^2 - 4x + 8y + 4 = 0$ . Trouve les coordonnées du sommet et trace le graphique.
- Trouve la valeur de  $a$  si la parabole  $y = ax^2$  passe par le point  $(2, 5)$ .
- La parabole  $y^2 - x + 4y + k = 0$  passe par le point  $(12, 1)$ . Trouve le sommet de la parabole.
- Trouve l'équation de l'axe de symétrie de la parabole  $(y - 2)^2 = 8(x + 3)$ .
- Trouve l'équation de l'axe de symétrie de la parabole  $x^2 + 4x + 2 - y = 0$ .
- Trouve une équation d'une parabole d'axe vertical de sommet  $(2, -3)$  et passant par le point  $(9, -10)$ .
- Combien d'arrangements peut-on former à partir des lettres du mot PLIANTS si les voyelles ne doivent pas être séparées?
- À partir de 6 Libéraux et 7 Conservateurs, combien de façons peut-on former un comité de 5 personnes s'il doit être composé de 4 ou 5 Conservateurs ?
- Combien de bracelets différents ayant 5 perles peut-on former à partir de 8 perles de couleurs différentes ?

*Suite*

## **Exercice n° 36 : Parabole**

F-1, F-2, F-3

14. Résous :  $\frac{1}{2^{x+1}} = 64$

15. Écris sous forme exponentielle :  $\log_5 25 = 2$ .

16. Résous et vérifie :  $\log_3 x = 3 - \log_3(x + 6)$ .

17. Trouve et simplifie le terme constant du développement de  $\left(x + \frac{1}{2x}\right)^{12}$ .

18. Prouve cette identité :  $\frac{\cos \theta}{\csc \theta} - \frac{\sin \theta}{\tan \theta} = \frac{\sin \theta - 1}{\sec \theta}$

19. Combien de temps faudrait-il pour doubler un investissement à un taux d'intérêt de 9% composé trimestriellement ?

20. Résous l'équation suivante si le domaine correspond aux nombres réels :

$$\cot^2 \theta + 2 \sin \theta = \csc^2 \theta - 2.$$

*Suite*

## **Exercice n° 37 : Cercle et ellipse**

F-1, F-2, F-3

1. Trouve l'équation d'un cercle de centre  $(3, -1)$  dont le rayon vaut 2 unités et trace son graphique.
2. Trouve l'équation d'un cercle dont le centre est à l'origine et qui passe par le point  $(4, -5)$ .
3. Soit deux points  $A(6, -8)$  et  $B(-2, 4)$ . Trouve l'équation d'un cercle dont le diamètre est  $AB$ .
4. Trouve le centre et le rayon de chacun des cercles suivants :
  - a.  $x^2 + y^2 + 2x - 10y + 25 = 0$
  - b.  $4x^2 + 4y^2 + 4x - 12y + 1 = 0$
5. Trace les graphiques des ellipses suivantes :
  - a.  $3x^2 + y^2 = 12$
  - b.  $x^2 + 4y^2 = 16$
6. Trace les graphiques des ellipses suivantes et donne les coordonnées du centre :
  - a.  $\frac{(x-2)^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$
  - b.  $\frac{(x+3)^2}{25} + \frac{(y-2)^2}{16} = 1$
7. Trace les graphiques des ellipses suivantes et donne les coordonnées du centre :
  - a.  $4x^2 + 9y^2 - 16x + 90y + 205 = 0$
  - b.  $49x^2 + 16y^2 + 98x - 64y - 671 = 0$
8. Trouve le centre de l'ellipse ayant  $AB$  et  $CD$  comme diamètres majeur et mineur, respectivement. Formule ensuite l'équation de l'ellipse.
  - a.  $A(6, 0)$  ;  $B(-6, 0)$  ;  $C(0, 3)$  ;  $D(0, -3)$
  - b.  $A(-4, 3)$  ;  $B(8, 3)$  ;  $C(2, 1)$  ;  $D(2, 5)$
9. Montre que l'équation d'une ellipse,  $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ , se réduit à l'équation d'un cercle si  $a = b$ .

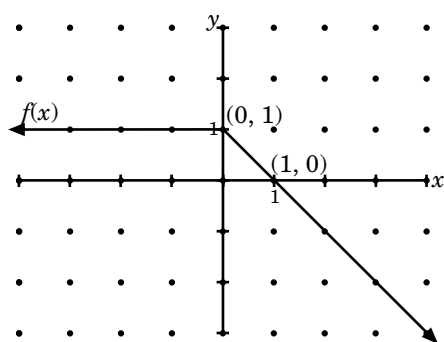
*Suite*

## Exercice n° 37 : Cercle et ellipse

F-1, F-2, F-3

10. Trouve l'équation de l'ellipse dont les sommets sont  $(-4, 2)$  et  $(10, 2)$  et dont le diamètre mineur a une longueur de 10.
11. Prouve que le nombre de diagonales d'un polygone à  $n$  côtés est  $\frac{n(n-3)}{2}$ .
12. Résous :  $\frac{{}_n C_3}{{}_n C_2} = \frac{44}{3}$
13. Prouve l'identité :  $\sec^2 x \csc^2 x = \sec^2 x + \csc^2 x$
14. Résous :  $b^{x^2+x} = 1$
15. Combien de nombres plus grands qu'un million peut-on former avec les chiffres : 0, 2, 2, 3, 3, 3, 4. (Seulement les répétitions indiquées sont permises.)
16. Un cercle d'aire  $25\pi$  unité<sup>2</sup> est tangent à l'axe  $x$  et l'axe  $y$ . Trouve une équation possible de ce cercle.
17. En utilisant la formule de changement de base, évalue  $\log_5 16$
18. Si  $\log_3 2 = 0,63$  et  $\log_3 5 = 1,465$ , utilise les lois des logarithmes pour évaluer  $\log_3 \frac{5}{2}$ .
19. Résous l'équation :  $\sec \frac{\theta}{2} = -2,9413$  dans  $[0^\circ, 360^\circ]$

20.



Soit le graphique de  $f(x)$  représenté ci-contre :

- a. Trace le graphique de  $y = 3 - 2f(x)$
- b. Trace le graphique de  $y = f(-x)$ .

## Exercice n° 38 : Hyperboles

F-1, F-2, F-3

1. Trace les graphiques des hyperboles suivantes :

a.  $y^2 - x^2 = 1$

b.  $2x^2 - y^2 = 8$

2. Trace les graphiques des hyperboles suivantes et donne les coordonnées du centre :

a.  $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} - 1 = 0$

b.  $\frac{-(x+6)^2}{9} + \frac{(y+7)^2}{25} = 1$

3. Trace les graphiques des hyperboles suivantes et donne les coordonnées du centre :

a.  $x^2 - y^2 + 4x + 16y - 69 = 0$

b.  $25x^2 - 16y^2 - 200x - 96y - 144 = 0$

4. Trouve l'équation de l'hyperbole satisfaisant aux conditions suivantes : ses sommets sont à  $(4, 0)$  et à  $(-4, 0)$  et l'une de ses asymptotes a une pente de  $\frac{3}{2}$ .

5. Trouve l'équation de l'hyperbole satisfaisant aux conditions suivantes :

son centre est à  $(2, 1)$ , un de ses sommets est à  $(2, -4)$  et l'équation d'une de ses asymptotes est  $5x - 7y = 3$ .

6. Indique si chacune des équations suivantes représente une parabole, une ellipse ou une hyperbole. Indique si le graphique est étiré ou s'ouvre le long de l'axe des  $x$  ou de l'axe des  $y$ .

a.  $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{8} = 1$

b.  $2x^2 - y^2 + 32 = 0$

c.  $y^2 = 12x$

d.  $x^2 - 2y^2 = 4$

e.  $x^2 + 4y = 0$

f.  $3x^2 + 2y^2 = 18$

*Suite*

## Exercice n° 38 : Hyperboles

F-1, F-2, F-3

7. Indique si chacune des équations suivantes représente :

- i. un cercle      ii. une parabole      iii. une ellipse      iv. une hyperbole

a.  $x^2 + 4y^2 - 2x + 32y = -61$

b.  $4x^2 - y^2 + 90x + 8y + 200 = 0$

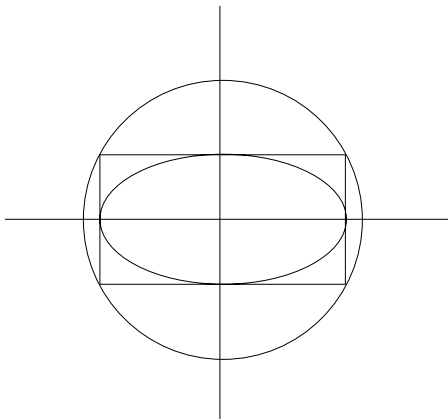
c.  $2x^2 + 2y^2 + 64x - 3y = 400$

d.  $x = y^2 + 4y + 2$

8. a. Trace dans le même système de coordonnées les graphiques de :  $x^2 - y^2 = 2$ ,  $x^2 - y^2 = 1$  et  $x^2 - y^2 = 0,1$ .

b. Trace le graphique de  $x^2 - y^2 = 0$ . Décris ce graphique.

9.

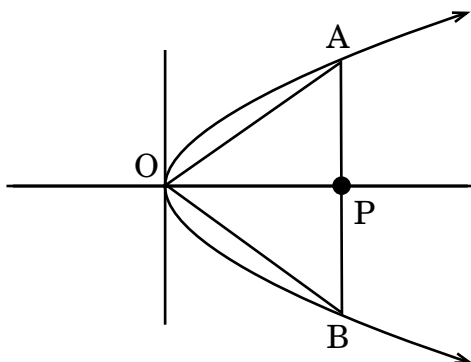


Un rectangle est circonscrit à l'ellipse

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1 \text{ et un cercle est circonscrit au}$$

rectangle. Trouve l'équation du cercle.

10.



Le point P a pour coordonnées (10, 0).

Les points A et B sont sur la parabole  $y^2 = kx$ . Si l'aire du  $\triangle AOB$  est 40, trouve la valeur de  $k$ .

*Suite*

## Exercice n° 38 : Hyperboles

F-1, F-2, F-3

11. Simplifie :  $3^{\log_3 4 + \log_3 5}$
12. Trouve la valeur de  $x$  :  $\ln(x+5) + \ln 5 = \ln 65$
13. Écris sous forme exponentielle :  $\log_{10} 10\,000 = 4$
14. Prouve l'identité suivante :  $\frac{1}{\cos^2 \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta} = \frac{1}{\sin^2 \theta - \sin^4 \theta}$
15. De combien de différentes façons peut-on empiler 10 cahiers d'examens de sorte que le cahier avec la meilleur note et celui avec la pire note ne soient jamais ensemble ?
16. Montre que  $\log e = \frac{1}{\ln 10}$ .
17. Résous et vérifie :  $\log_5(x + 1) - \log_5 8 = \log_5(x - 3) - \log_5 6$
18. Résous en utilisant la technologie, l'équation  
 $\cos x + 1 = \sin x$  dans  $[0, 2\pi]$ 
  - a. Donne tes réponses à trois décimales près.
  - b. Examine tes réponses de la partie a. À ton avis, qu'elles sont les réponses exactes ? Confirme tes prédictions en vérifiant.
19. Résous l'équation suivante où  $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$  :  
 $3 \tan^2 \theta - 7 \sec \theta = -5$
20. Trouve le terme contenant  $x^6$  dans  $\left(2x^4 - \frac{1}{2x}\right)^9$ .

*Suite*

## **Exercice n° 39 : Espace échantillonnal**

G-1, G-2

1. Trace l'espace échantillonnal pour chacun des événements suivants :
  - a. lancement d'une pièce de monnaie ;
  - b. lancement d'un dé à six côtés ;
  - c. lancement de deux pièces de monnaie simultanément ;
  - d. lancement de deux dés à six côtés ;
  - e. lancement de trois pièces de monnaie simultanément.
  
2. Un autobus est attendu à la gare de trains entre 7 h 05 et 7 h 08 inclusivement. Un train y est aussi attendu entre 7 h 07 et 7 h 09 inclusivement. L'arrivée d'un autobus à 7 h 06 et l'arrivée d'un train à 7 h 09 peuvent être représentées par le point (6,9). Les heures sont exprimées avec des minutes entières.
  - a. Trace l'espace échantillonnal correspondant à la situation décrite ci-dessus.
  - b. Combien y a-t-il de points dans cet espace échantillonnal ?
  - c. Combien de points correspondent à l'arrivée simultanée de l'autobus et du train ?
  - d. Quelle est la probabilité que l'autobus arrive après le train ?
  
3. Indique si les événements suivants sont indépendants ou dépendants.
  - a. Lancement d'une pièce de monnaie et lancement d'un dé.
  - b. Retrait d'une carte d'un jeu de cartes, sans la replacer, et retrait d'une autre carte.
  - c. Lancement d'un dé deux fois.
  - d. Retrait d'une carte d'un jeu de cartes, en la remplaçant, et retrait d'une autre carte.
  
4. Si la probabilité qu'un événement survienne est  $P$ , quelle est la probabilité qu'il ne survienne pas ?
  
5. Une carte est retirée d'un jeu standard de 52 cartes. Quelle est la probabilité que cette carte :
  - a. soit un valet ?
  - b. soit un trèfle ?
  - c. soit un valet de trèfle ?
  
6. Une boîte contient trois balles rouges et sept balles bleues.
  - a. Si on tire une balle de la boîte, quelle est la probabilité qu'elle soit rouge ?
  - b. Si on tire une balle de la boîte, quelle est la probabilité qu'elle soit bleue ?
  - c. Quelle est la somme de ces probabilités ? Pourquoi ?
  
7. Si l'on jette deux dés, quelle est la probabilité que la somme soit :
  - a. inférieure à 5 ?
  - b. 5 ou moins ?

*Suite*



## Exercice n° 39 : Espace échantillonnal

G-1, G-2

8. Si l'on tire une carte d'un paquet de 52 cartes, quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'un valet ou d'une carte plus forte ? (Les as sont considérés forts).
9. Prouve l'identité suivante :  $\frac{1}{1 + \cos x} + \frac{1}{1 - \cos x} = 2 \csc^2 x$
10. Résous l'équation suivante et vérifie ta réponse :  $\log_3 x^2 + \log_3 x^3 = \log_3 16x$
11. Résous l'équation suivante :  $2^{x+3} = 3^{x-1}$
12. Si  $\log_b 3 = 0.613$  et  $\log_b 4 = 0,774$ , trouve  $\log_b 108$ .
13. Dans le développement de  $(p + q)^{10}$ :
- écris les trois premiers termes et les trois derniers ;
  - quel est le coefficient du terme contenant  $p^7$  ?
  - quel terme contient  $q^5$  ?
  - combien de termes y a-t-il dans le polynôme complètement développé ?
14. Complète le carré et trace le graphique de  $y^2 - 12x - 4y + 40 = 0$
15. Fais correspondre à chaque équation de gauche une figure géométrique à la droite.
- |                              |  |
|------------------------------|--|
| a. $y = x^2 + 3x - 2$        | cercle                                 |
| b. $x + y^2 = 5$             | ellipse                                |
| c. $4x^2 - 9y^2 = 36$        | hyperbole                              |
| d. $x^2 + y^2 + 6x + 8y = 4$ | parabole d'axe de symétrie horizontale |
| e. $y = 3x + 6$              | parabole d'axe de symétrie verticale   |
| f. $6x^2 + 5y^2 = 30$        | droite verticale                       |
| g. $y = 4$                   | droite horizontale                     |
| h. $x = 3$                   | droite oblique                         |
16. Si 20 g d'une substance radioactive se décompose de manière exponentielle et qu'il en reste 14 g après 10 jours :
- trouve la demi-vie de la substance.
  - trouve la quantité qui reste après 17 jours.
17. Trouve toutes les valeurs possibles de  $\theta$ ,  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  pour que :
- $\sin \theta = -0,419$
  - $\tan \theta = -1,79$

*Suite*

## **Exercice n° 39 : Espace échantillonnal**

G-1, G-2

18. De combien de façons 11 personnes peuvent-elles s'asseoir autour de 2 tables rondes, l'une avec 6 chaises et l'autre avec 5 chaises ?
19. Résous l'équation suivante si le domaine correspond à l'ensemble des nombres réels :  $\frac{\csc^2 \theta - 1}{\csc^2 \theta} = \frac{4}{9}$
20. Si un montant de 1 200 \$ est placé à un taux de 6 % pendant 12 ans, et que les intérêts sont capitalisés semestriellement, quelle en est la valeur ?

## **Exercice n° 40 : Probabilité d'événements indépendants et d'événements dépendants**

G-3

1. Deux cartes sont tirées d'un paquet de 52 cartes bien brassé. Trouve la probabilité que ces cartes soient toutes deux des as si la première carte tirée :
  - a. est ensuite replacée dans le paquet ;
  - b. n'est pas replacée dans le paquet.
2. Un dé non pipé est lancé deux fois. Trouve la probabilité d'obtenir un 4, un 5 ou un 6 au premier lancer et un 1, un 2, un 3 ou 4 au second lancer.
3. Un sac contient 4 billes blanches et 2 billes noires ; un autre sac contient 3 billes blanches et 5 billes noires. Si l'on tire une bille de chaque sac, trouve la probabilité que :
  - a. les deux billes soient blanches ;
  - b. les deux billes soient noires ;
  - c. l'une des billes soit blanche et l'autre noire.
4. Une carte est tirée d'un paquet de 52 cartes. Elle est ensuite replacée dans le paquet et une seconde carte est tirée du paquet. Quelles sont les chances que :
  - a. les deux cartes soient rouges ?
  - b. les deux cartes soient des cartes de coeur ?
5. Un chapeau contient dix billets, numérotés de 1 à 10. Si l'on tire, sans remise, deux billets du chapeau, quelle est la probabilité que la somme des numéros tirés donne un nombre impair ?
6. Si on lance une pièce trois fois, quelle est la probabilité qu'elle ne tombe pas sur "pile" les trois fois ?
7. Un homme d'affaires rédige trois lettres et adresse trois enveloppes correspondantes. Sa secrétaire place les lettres dans les enveloppes sans vérifier les adresses. Quelle est la probabilité que chaque lettre soit placée dans la bonne enveloppe ?
8. Écris les quatre premiers termes de  $(2x^3 - 3y^2)^7$ .
9. Si une boîte contient 2 billes rouges, 3 billes blanches et 4 billes bleues, quelle est la probabilité qu'une bille tirée de la boîte soit rouge ou blanche ?
10. Une boîte contient 5 bonbons jaunes et 7 bonbons noirs. On ne prend que deux bonbons de la boîte. Quelle est la probabilité qu'ils soient tous les deux jaunes ou tous les deux noirs ?

*Suite*

## **Exercice n° 40 : Probabilité d'événements indépendants et d'événements dépendants**

G-3

11. Trace l'espace échantillonnal correspondant au lancement à deux reprises d'un dé à quatre faces.
12. Donne un exemple de deux événements dépendants.
13. Quelle est la probabilité que l'on obtienne un chiffre impair en lançant un dé à six faces ?
14. Quelle est la probabilité que l'on obtienne une face en tirant une seule carte d'un paquet de cartes ?
15. Trouve l'aire (à 2 décimales près) du cercle d'équation :
$$x^2 + y^2 - 8x - 4y + 19 = 0$$
16. Résous :  $4^{2x} = 2^{x(x-2)}$ .
17. Compare les graphiques de  $f(x) = 2^x$  et de  $g(x) = 4(2^x)$ .
18. Si  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ , et que  $\tan \theta = \frac{a}{b}$ , prouve que  $\sin \theta = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ .
19. Trouve le terme du milieu et le terme suivant dans  $\left(\frac{2}{3}x - \frac{3}{2x^2}\right)^{10}$ .
20. Simplifie :  $e^{\ln 3 - \ln 2}$

## **Exercice n° 41 : Probabilités combinées**

G-3

1. Si la probabilité de gagner une partie est de  $\frac{1}{31}$ , quelle est la probabilité de perdre la partie ?
2. Dans une fusillade, les équipes A et B effectuent des tirs au but à tour de rôle. La première équipe à marquer un but gagne la partie. Pour l'équipe A, la probabilité qu'elle marque un but sur l'un ou l'autre des tirs effectués est de 0,3. Pour l'équipe B, cette probabilité est de 0,4.
  - a. Si l'équipe A est la première à effectuer un tir au but, quelle est la probabilité que l'équipe B gagne la partie à son premier tir au but ?
  - b. Si l'équipe A est la première à effectuer un tir au but, quelle est la probabilité que l'équipe A gagne la partie à son troisième tir au but ?
3. Quelle est la probabilité d'obtenir une face en tirant une seule carte d'un jeu de cartes ?
4. Quelle est la probabilité d'obtenir une somme supérieure à 9 en lançant deux dés une seule fois ?
5. Un sac contient 4 bonbons rouges et 7 bonbons noirs. On prend deux bonbons du sac. Quelle est la probabilité qu'ils soient tous les deux rouges si le premier bonbon est mangé avant que le deuxième soit tiré ?
6. Quelle est la probabilité d'obtenir un roi ou une carte rouge en tirant une seule carte d'un jeu standard de 52 cartes ?
7. Quelle est la probabilité d'obtenir un cinq avec un dé et d'obtenir le côté face avec une pièce de monnaie ?
8. Quelle est la probabilité que les deux enfants d'une famille ne comptant que deux enfants soient tous les deux des filles ?
9. Quelle est la probabilité de tirer une carte rouge puis une carte noire d'un jeu standard de 52 cartes si la première carte tirée n'est pas replacée dans le paquet avant de tirer la seconde carte ?
10. Un entraîneur achète 3 chronomètres.
  - a. Si un chronomètre sur 200 est défectueux, quelle est la probabilité que les trois chronomètres achetés soient tous défectueux ?
  - b. Quelle est la probabilité que les trois chronomètres fonctionnent tous correctement ?
11. Trace le graphique de  $4x^2 - 9y^2 + 32x + 18y + 91 = 0$

*Suite*

## Exercice n° 41 : Probabilités combinées

G-3

12. Un sac contient 5 balles rouges et 7 balles noires. Une balle est tirée du sac, remplacée dans le sac, puis une seconde balle est tirée du sac. Ces événements sont-ils indépendants ou dépendants ?

13. Détermine la probabilité  $p$  de chacun des événements suivants :

- obtenir un nombre impair en lançant un dé non pipé une seule fois ;
- obtenir un as, un dix de carreau ou un deux de pique en tirant une seule carte d'un jeu standard de 52 cartes bien brassé ;
- faire tomber une pièce de monnaie sur pile, si sur les 100 fois précédentes la pièce est tombée sur face 56 fois.

14. Résous l'équation suivante si  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ . Donne les valeurs exactes de  $\theta$ .

$$\tan^2 \theta = \sec \theta + 1$$

15. Fais correspondance à chaque figure géométrique de gauche une équation à la droite.

- |                         |                    |
|-------------------------|--------------------|
| a. cercle               | $3x^2 + 2y^2 = 6$  |
| b. parabole             | $4x - 2y + 5 = 0$  |
| c. hyperbole            | $y = x^2 - 2x + 3$ |
| d. ellipse              | $x^2 - y^2 = 1$    |
| e. demi-parabole        | $x = 3$            |
| f. droite horizontale   | $x^2 + y^2 = 4$    |
| g. droite verticale     | $y =  x $          |
| h. droite oblique       | $y - 2 = 0$        |
| i. figure en forme de V | $y = \sqrt{x}$     |

16. Résous l'équation suivante :  $\log_4 x = 0$

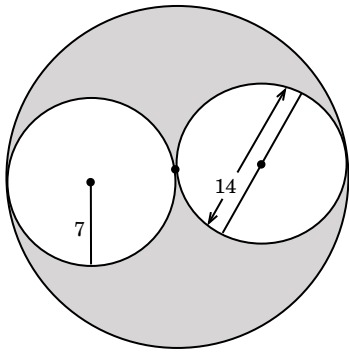
17. Prouve l'identité suivante :  $\frac{\cos x}{\csc x} - \frac{\sin x}{\tan x} = \frac{\sin x - 1}{\sec x}$

*Suite*

## Exercice n° 41 : Probabilités combinées

G-3

18. Trouve l'aire de la zone ombrée :



19. Trouve le terme contenant  $\frac{1}{x^7}$  dans  $\left(\frac{2x^7}{3} - \frac{3}{2x^4}\right)^{10}$ .

20. Écris 500 en puissance de 11.

*Suite*

## **Exercice n° 42 : Probabilité conditionnelle I**

G-4

1. Une élève choisit au hasard l'une des trois boîtes ci-dessous, dans lesquelles est inscrit le nombre de billes s'y trouvant.

a. 

3 rouges
2 bleues

b. 

3 rouges
3 bleues

c. 

2 rouges
3 bleues

Elle prend ensuite au hasard une bille de cette boîte. Quelle est la probabilité que la bille choisie soit rouge ?

2. Douze garçons et huit filles se trouvent dans la salle 1. Sept garçons et 9 filles se trouvent dans la salle 2. Si je choisis au hasard un élève de l'une de ces deux salles, quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'une fille ?
3. On a deux boîtes. La boîte 1 contient deux billes rouges et une bille verte. La boîte 2 contient une bille rouge et une bille bleue. Une boîte est choisie au hasard, puis une bille est tirée de cette boîte. Quelle est la probabilité que la bille choisie soit rouge ?
4. L'urne I contient 5 billes rouges, 3 billes blanches et 2 billes vertes. L'urne II contient 3 billes rouges et 7 billes vertes. On lance un dé pour décider quelle urne sera choisie. Si le dé tombe sur "1" ou "2", l'urne I sera choisie, autrement, ce sera l'urne II qui sera choisie. Une bille est tirée au hasard de l'urne choisie. Trouve  $P(R)$ ,  $P(B)$  et  $P(V)$ .
5. On a trois urnes, numérotées I, II et III. L'urne I contient trois puces, numérotées 1, 2 et 3. L'urne II contient deux puces, numérotées 1 et 2. L'urne III contient deux puces, numérotées 2 et 4. Une urne est choisie au hasard et une puce en est tirée au hasard. Quelle est la probabilité que la puce choisie porte le numéro 2 ?
6. En te référant à l'exercice 5 :
- trouve  $P(\text{puce portant un numéro pair})$  ;
  - trouve  $P(\text{puce portant un numéro inférieur à 3})$ .
7. Un garçon est devant deux machines à gommes et ne sait laquelle utiliser. Il lance une pièce de monnaie pour se décider. On sait que la machine A donne 3 gommes sur une probabilité de  $\frac{1}{5}$  et 1 gomme sur une probabilité de  $\frac{4}{5}$ . La machine B donne une ou deux gommes selon la même probabilité. Calcule les probabilités que le garçon obtienne 1, 2 ou 3 gommes.

*Suite*



## **Exercice n° 42 : Probabilité conditionnelle I**

G-4

8. Catherine et Jeanne jouent à un jeu. Catherine a deux disques, qui sont tous les deux rouges d'un côté et verts de l'autre. Jeanne a un disque identique à ceux de Catherine. À un signal donné, Jeanne et Catherine place chacune un disque sur la table. S'ils montrent la même couleur, Catherine les prend tous les deux ; s'ils sont de couleurs différentes, Jeanne les prend tous les deux. Elles jouent jusqu'à ce que l'une d'entre elles n'ait plus de disque, ou jusqu'à ce qu'elles aient comparé trois fois leurs disques.
- Trace un arbre montrant la progression du jeu.
  - On sait que la probabilité que Jeanne l'emporte à l'un ou l'autre des échanges est de  $\frac{1}{2}$ . Trouve la probabilité que Jeanne gagne la partie.
  - Trouve la probabilité que Catherine gagne la partie.
  - Trouve la probabilité que la partie soit nulle.
9. À partir d'un jeu de 52 cartes, combien peut-on obtenir de mains de 5 cartes dans lesquelles :
- 4 des cartes ont la même valeur ?
  - 3 des cartes ont la même valeur alors que les 2 autres ont une valeur différente ?
10. Trouve la valeur de  $x : 7^{x+1} = 343$
11. Un sac contient 5 billes rouges, 6 billes bleues et 7 billes jaunes.
- Trace un espace-échantillon si l'on tire deux billes du sac.
  - Cela fait-il une différence sur l'espace échantillonnal que la bille soit remplacée ou non dans le sac après chaque tirage ?
  - Si les billes ne sont pas remplacées dans le sac, les événements sont-ils dépendants ou indépendants ?
  - Quelle est la probabilité que la première bille tirée du sac soit rouge ou bleue ?
12. Si la probabilité que les Black Hawks remportent le titre de la L.N.H est de  $\frac{3}{7}$  et que la probabilité que les Maple Leafs remportent le titre est de  $\frac{4}{9}$ , quelle est la probabilité que les Hawks ou les Leafs remportent le titre ?
13. Si la probabilité que Man of War gagne une course est de  $\frac{1}{3}$  et que la probabilité que Citation gagne la même course est de  $\frac{2}{7}$ , quelle est la probabilité que Man of War ou Citation gagne cette course ?

*Suite*

## Exercice n° 42 : Probabilité conditionnelle I

G-4

14. Quelle est la probabilité qu'aucun des chevaux cités dans la question 13 ne gagne la course ?
15. Complète les énoncés suivants :
- Si A et B sont des événements mutuellement exclusifs, alors  $P(A \text{ ET } B) = \underline{\hspace{2cm}}$ .
  - Si  $\bar{A}$  représente le complément de A, alors  $P(A) + P(\bar{A}) = \underline{\hspace{2cm}}$ .
  - Pour deux événements indépendants A et B,  $P(A \text{ puis } B) = \underline{\hspace{2cm}}$ .
  - Pour deux événements dépendants A et B,  $P(A \text{ puis } B) = \underline{\hspace{2cm}}$ .
16. Trace le graphique de :  $25x^2 - 49y^2 - 150x - 196y - 1196 = 0$
17. Prouve l'identité suivante :  $\sec x - \tan x \sin x = \cos x$
18. Résous l'équation suivante et vérifie ta réponse :  $\log_x 25 = -2$
19. Si  $\log_2(\cos x) = \log_3\left(\frac{1}{3}\right)$  et que  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ , trouve la ou les valeur(s) de x.
20. Quelle est la somme des angles dans un polygone à dix côtés ?

## **Exercice n° 43 : Probabilité conditionnelle II**

G-4

1. Deux frères jumeaux, Édouard et Jules, livrent le journal 6 soirs par semaine. Édouard le livre 2 soirs par semaine, et Jules le livre les autres soirs. Ils font leur parcours à bicyclette et lancent le journal sur le porche des maisons. La probabilité qu'Édouard atteigne la porte est de  $\frac{3}{5}$ , alors que la probabilité que Jules atteigne la porte est de  $\frac{1}{10}$ . Un soir, M. Joncas est en train d'écouter la télévision avant de se mettre à table quand il entend le bruit d'un journal frappant la porte. Il se dit : Ce doit être le soir d'Édouard. Quelle est la probabilité qu'il ait raison ?
2. Une usine compte 4 machines qui produisent des manches de hache. La machine I produit 30 % de la production ; la machine II, 25 % ; la machine III, 20 % ; et la machine IV produit le reste. Les manches défectueux produits par chaque machine se chiffrent respectivement à 5 %, 4 %, 3 % et 2 %. Un manche choisi au hasard parmi la production totale de l'usine est inspecté puis déclaré défectueux. Quelle est la probabilité qu'il ait été produit par la machine I ?
3. Dans un collège offrant deux années d'études, 60 % des étudiants sont en première année et 40 % sont en deuxième année. Parmi les étudiants de première année, 70 % sont des garçons. Parmi les étudiants de deuxième année, 80 % sont des garçons. Un étudiant est choisi au hasard. Trouve la probabilité que cet étudiant soit :
  - a. une fille ;
  - b. en première année, puisqu'on a choisi une fille.
4. On sait que 10 % d'une population est atteint d'une certaine maladie. Un test sanguin effectué pour détecter la maladie donne un diagnostic exact dans 95 % des cas. Le test est également fiable que les personnes aient ou non la maladie. Quelle est la probabilité qu'une personne dont le test sanguin montre qu'elle a la maladie l'ait effectivement ?
5. Un garçon est devant deux machines à gommages et ne sait laquelle utiliser. Il lance une pièce de monnaie pour se décider. On sait que la machine A donne 3 gommages sur une probabilité de  $\frac{1}{5}$  et 1 gomme sur une probabilité de  $\frac{4}{5}$ . La probabilité de recevoir de la machine B une ou deux gommages est égale. Le garçon utilise l'une des machines sans qu'on sache laquelle. Il obtient une gomme. Quelle est la probabilité qu'il ait utilisé la machine A ?

*Suite*

## Exercice n° 43 : Probabilité conditionnelle II

G-4

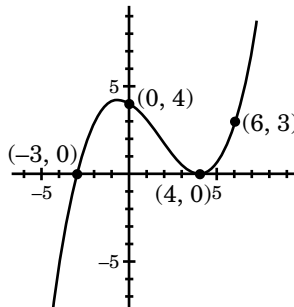
6. On a trois urnes, numérotées I, II et III. L'urne I contient trois puces, numérotées 1, 2 et 3. L'urne II contient deux puces, numérotées 1 et 2. L'urne III contient deux puces, numérotées 2 et 4. Une urne est choisie au hasard et une puce en est tirée au hasard. Quelle est la probabilité que l'urne II ait été choisie si l'on sait que la puce tirée porte le numéro "2" ?
7. La probabilité que Jeanne soit à l'heure à son cours de math le jour 1 est de  $\frac{1}{4}$ . Toutefois, quand elle est à l'heure une journée, elle se préoccupe moins de sa ponctualité le jour suivant et la probabilité qu'elle soit ponctuelle est de  $\frac{1}{2}$ . Si elle est en retard une journée, elle fait de gros efforts le jour suivant et la probabilité qu'elle soit ponctuelle est de  $\frac{3}{4}$ . Si Jeanne est à l'heure le lundi, trouve la probabilité qu'elle soit à l'heure le mercredi.
8. Trouve la valeur de  $x : e^{\ln(4x-1)} = 7$
9. Trace le graphique de :  $y = 3 \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ .
10. Trouve la valeur de  $x : 3^{x(x-4)} = 243$
11. La probabilité que Gallant Fox gagne la première course est de  $\frac{2}{5}$  et la probabilité que Nashua gagne la seconde course est de  $\frac{1}{3}$ . Quelle est la probabilité que ces deux chevaux gagnent chacun leur course respective ?
12. Quelle est la probabilité que les deux chevaux cités à la question 11 perdent chacun leur course respective ?
13. Quelle est la probabilité de tirer un as ou la dame de coeur d'un jeu de 52 cartes ?
14. Voici un jeu que tu aimerais sans doute jouer. Une urne contient 7 balles rouges et 3 balles vertes. Tu dois choisir une balle, noter sa couleur et la remettre dans l'urne. Ton adversaire doit ensuite choisir une balle.  $R_y$  représente la probabilité que tu choisisses une balle rouge.  $R_o$  représente la probabilité que ton adversaire choisisse une balle rouge.  $V_y$  représente la probabilité que tu choisisses une balle verte. etc. Tu gagnes la partie si la balle choisie par ton adversaire est de la même couleur que la tienne. Quelle est la probabilité que tu gagnes ? Trace un schéma en arbre des résultats possibles.

*Suite*

## Exercice n° 43 : Probabilité conditionnelle II

G-4

15. Trace le graphique de  $f(x) = \log_2(x^2)$  et indique le domaine, l'image, les coordonnées à l'origine et les asymptotes de la fonction.
16. Résous l'équation suivante et vérifie ta réponse :  $1 - \log(x - 4) = \log(x + 5)$
17. L'aire de l'ellipse  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  est donnée par la formule : aire =  $\pi ab$ . Quelle est l'aire de l'ellipse d'équation  $25x^2 + 9y^2 - 225 = 0$  ?
18. Voici le graphique de  $f(x)$ . Trace le graphique de  $g(x) = 2f(x + 1) - 2$ .



19. Prouve l'identité suivante :  $\sin(\alpha - \beta) \cdot \cos \beta + \cos(\alpha - \beta) \cdot \sin \beta = \sin \alpha$
20. Si  $\frac{1}{2} < \log_{10} x < 2$ , quelles sont les valeurs que peut prendre  $x$  ?

## **Exercice n° 44 : Utilisation des permutations et des combinaisons dans le calcul de probabilités**

G-5

1. Quelle est la probabilité d'obtenir les quatre as dans une main de 5 cartes tirées d'un jeu standard de 52 cartes ?
2. Trois personnes se tiennent en ligne à la caisse d'une épicerie. Quelle est la probabilité qu'elles s'alignent en ordre décroissant d'âge ?
3. Un comité de 5 personnes doit être choisi à partir de 10 hommes et de 8 femmes. Quelle est la probabilité qu'il y ait exactement trois hommes au comité ?
4. Une famille de cinq enfants contient au moins deux filles. Quelle est la probabilité que cette famille contienne exactement quatre filles ?
5. Cinq livres, tous de couleurs différentes, dont un rouge et un vert, sont placés sur une tablette. Quelle est la probabilité que le livre rouge se trouve à un bout et le livre vert à l'autre bout ?
6. Neuf chevaux sont inscrits à une course. Quelle est la probabilité d'arriver à choisir correctement les première, deuxième et troisième places, dans l'ordre ?
7. L'album-souvenir d'une école doit être produit par un comité de deux garçons et de trois filles, choisis parmi 5 garçons et 6 filles. Un des garçons est le petit ami d'une des filles. Quelle est la probabilité que les deux fassent partie du comité ?
8. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement quatre faces en tirant 5 cartes d'un jeu standard de 52 cartes ?
9. Si l'on permute les lettres de TORONTO, quelle est la probabilité que les T soient ensemble ?
10. Si l'on permute toutes les lettres du mot ANANAS, quelle est la probabilité que les N ne soient pas ensemble ?
11. Une balle est tirée au hasard d'une boîte contenant 6 balles rouges, 4 balles blanches et 5 balles bleues. Calcule la probabilité que la balle soit :
  - a. rouge
  - b. blanche
  - c. bleue
  - d. d'une autre couleur que rouge
  - e. rouge ou blanche.

*Suite*

## **Exercice n° 44 : Utilisation des permutations et des combinaisons dans le calcul de probabilités**

G-5

12. La probabilité que Thomas achète une maison à Winnipeg est de  $\frac{2}{9}$  et la probabilité qu'il épouse Angèle s'il y déménage est de  $\frac{9}{20}$ . Quelle est la probabilité que Thomas s'établisse à Winnipeg et qu'il y épouse Angèle ?
13. Quelle est la probabilité d'obtenir un trois ou un cinq en lançant un dé une seule fois ?
14. Jean passe un test de math. Il estime que la probabilité qu'il obtienne une bonne réponse à la question suivante s'il a bien répondu à la question précédente est de  $\frac{4}{5}$ . Toutefois, s'il répond mal à la question précédente, la probabilité qu'il obtienne une bonne réponse à la question suivante n'est que de  $\frac{2}{5}$ . Si la probabilité qu'il obtienne une bonne réponse à la première question est de  $\frac{3}{4}$ , calcule :
- la probabilité qu'il obtienne une bonne réponse à la deuxième question ;
  - la probabilité qu'il obtienne une bonne réponse à la troisième question.
15. Prouve l'identité suivante :  $\frac{\tan^3 x + 1}{\tan x + 1} = \sec^2 x - \tan x$
16. Trace le graphique de  $\frac{(x-5)^2}{36} + \frac{(y+1)^2}{64} = 1$
17. Trouve la valeur de  $\theta$  dans l'équation suivante si le domaine correspondant à l'ensemble des nombres réels :  $\tan^2 \theta + 4 \sin \theta = \sec^2 \theta - 2$ .
18. Hélène souhaite investir une somme de 8 000 \$ pour 5 ans, de manière à obtenir à la fin 12 500 \$. Si les intérêts sont capitalisés semestriellement, quel taux d'intérêt doit-elle obtenir pour son investissement ?
19. Vingt étudiants d'une classe supérieure doivent satisfaire à l'exigence de suivre un cours de sciences. Malheureusement, il n'y a que 8 places de livres dans le cours de biologie, 6 dans le cours de physique et 6 dans le cours de chimie. De combien de façons les places libres dans les classes pourront-elles être attribuées ?
20. Sers-toi du changement de base pour évaluer correctement ce logarithme à six décimales près :  $\log_6 92$

*Suite*

## Exercice n° 45 : Suites géométriques

H-1

- Pour chacune des suites données ci-dessous, indique si elle est géométrique, arithmétique ou ni l'une ni l'autre. S'il s'agit d'une suite géométrique, donne la valeur de  $r$  (le rapport commun) et s'il s'agit d'une suite arithmétique, donne la valeur de  $d$  (la différence commune).
  - 4, 6, 8, 10, ...
  - 3, 6, 12, 24, ...
  - 18, 15, 12, 9, ...
  - 80, 40, 20, 10, ...
  - 1, 4, 9, 16, 25, ...
  - 2,  $\sqrt{8}$ , 4,  $\sqrt{32}$ , ...
  - 1, -5, 25, -125, ...
- Soit la fonction exponentielle  $f(x) = 3^x$ . Trouve  $f(1)$ ,  $f(2)$ ,  $f(3)$ ,  $f(4)$ . De quel type de suite s'agit-il ?
- Donne les trois premiers termes des suites géométriques générées par chacune des fonctions exponentielles suivantes :
  - $f(x) = 2^x$
  - $g(x) = 4^{x-1}$
  - $h(x) = 2 \cdot 3^x$
  - $F(x) = 16\left(\frac{1}{2}\right)^x$
- Donne les fonctions exponentielles qui génèrent chacune des suites géométriques suivantes :
  - 4, 8, 16, 32, ...
  - 6, 18, 54, 162, ...
  - 1, -2, 4, -8, 16, ...
  - 10, 5,  $\frac{5}{2}$ ,  $\frac{5}{4}$ , ...
- Trouve le 8<sup>e</sup> terme de la suite 3, 6, 12, 24, ...
  - Trouve le n<sup>e</sup> terme de la suite qui précède.
- Un montant de 10 000 \$ est placé à un taux de 6 % et les intérêts sont capitalisés annuellement.
  - Quelle est la valeur de l'investissement au bout de 1, 2, 3 ans ?
  - Quelle est la valeur de l'investissement au bout de  $n$  années ?
  - Combien faudra-t-il d'années pour que la somme investie double ?
- Si  $a$ ,  $b$ ,  $c$  forment une suite géométrique, montre que  $\log a$ ,  $\log b$ , and  $\log c$  forment une suite arithmétique.
- Quelle est la valeur de  $6^{\log_6 17}$  ?
- Si  $0 < k < \pi$ , et que  $\log(\cos k) = \frac{\log 3 - \log 4}{2}$ , trouve la valeur de  $k$ .

Suite



## Exercice n° 45 : Suites géométriques

H-1

10. Si on lance en même temps deux dés, quelle est la probabilité d'obtenir une somme supérieure à 8 ?
11. Trouve la valeur de  $\csc \theta$  si  $\tan \theta > 0$ , et que  $\cos \theta = -\frac{15}{17}$ .
12. Associe chacune des équations de la colonne de gauche avec l'une des figures géométriques de la colonne de droite.
- |  |               |
|--|---------------|
| a. $x^2 + y^2 - 2x + 6y = 0$           | ellipse       |
| b. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ | cercle        |
| c. $2x(x + 3) = y$                     | parabole      |
| d. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$     | demi-parabole |
| e. $3x^2 + 2y^2 - 5 = 0$               | hyperbole     |
| f. $y = \sqrt{x-2}$                    | droite        |
13. Un sac contient 5 balles blanches et 3 balles noires. On tire deux balles du sac.
- Si la première balle tirée n'est pas remplacée dans le sac avant que l'on tire la seconde balle, quelle est la probabilité d'obtenir une balle blanche et une balle noire ?
  - Si la première balle tirée est remplacée dans le sac avant que l'on tire la seconde balle, quelle est la probabilité d'obtenir une balle blanche et une balle noire ?
14. Un caractère génétique inhabituel peut apparaître chez 0,1 % de la population. La fiabilité du test conçu pour découvrir ce caractère génétique inhabituel est la suivante : si la personne possède ce caractère génétique, le test est positif dans 95 % des cas, mais le test peut aussi être positif dans 2 % des cas où la personne ne possède pas ce caractère génétique.
- Construis un schéma en arbre afin de représenter la population et la fiabilité du test pour ce caractère génétique.
  - Si une personne est choisie au hasard, quelle est la probabilité que son test soit positif ?
  - Si une personne est choisie au hasard, quelle est la probabilité qu'elle ait ce caractère génétique et que son test soit positif ?
  - Si une personne est choisie au hasard, quelle est la probabilité qu'elle ait le caractère génétique si son test est positif ?

*Suite*

## Exercice n° 45 : Suites géométriques

H-1

15. Prouve l'identité suivante :  $\frac{\sin^3 \theta + \csc^3 \theta}{\sin \theta + \csc \theta} = \sin^2 \theta + \cot^2 \theta$

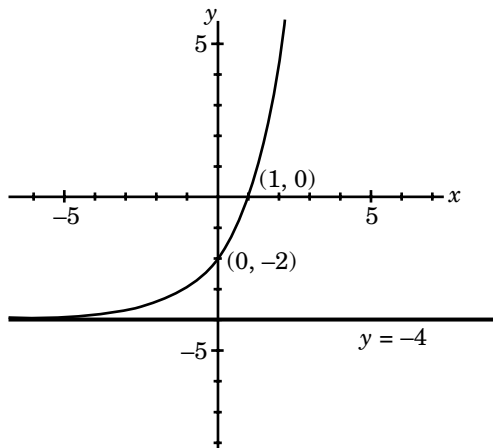
16. Résous l'équation suivante et vérifie ta réponse :

$$\log_7(2x + 2) - \log_7(x - 1) = \log_7(x + 1)$$

17. Trouve la valeur de  $\theta$  si  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ :

$$\frac{4 \cos \theta + 1}{2} - \frac{2 \cos \theta - 1}{2} = 1$$

18. Soit la fonction  $f(x)$  représentée dans le graphique ci-dessous :



Trouve une équation qui représente la fonction  $f(x)$ .

19. Vrai ou faux ? (Montre ta preuve!)

$$\log_5 \frac{a}{b^2} = \log_5 a - 2 \log_5 b$$

20. a. Combien peut-on former de bracelets si on place 6 perles de couleurs différentes sur un lacet, alors que l'on possède 10 perles de couleurs différentes ?
- b. Combien peut-on former de bracelets s'il faut utiliser une perle rouge et une perle verte ?

*Suite*

## Exercice n° 46 : Séries géométriques

H-2

1. Pour chacune des expressions suivantes, écris la série sous forme développée et trouve sa somme.

a.  $\sum_{k=1}^5 2k$

b.  $\sum_{k=1}^4 k^2$

c.  $\sum_{k=1}^6 (2k-4)$

d.  $\sum_{k=1}^4 2^k$

e.  $\sum_{k=2}^5 \frac{8}{2^k}$

2. Formule  $\sum_{k=2}^5 12(2)^{k-3}$  et  $\sum_{k=1}^4 3(2^k)$  sous forme développée. Que vois-tu ?

3. Écris les séries suivantes en utilisant la notation sigma.

a.  $3 + 9 + 27 + 81$

b.  $6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 16 + 18 + 20$

c.  $3 + 6 + 12 + 24 + 48$

d.  $-1 + 4 - 9 + 16 - 25 + 36$

4. Examine les séries de la question 1 ci-dessus. Lesquelles sont des séries arithmétiques ? Lesquelles sont des séries géométriques ?

5. Soit la suite 3, 6, 12, 24, ...

a. Trouve le 8<sup>e</sup> terme.

b. Trouve la somme de 8 termes.

6. Soit la suite géométrique où  $t_1 = 1000$  et  $r = 1,05$ .

a. Donne les trois premiers termes de la suite.

b. Trouve la somme des 20 premiers termes ; exprime ta réponse à deux décimales près.

7. Trouve la somme des 10 premiers termes de chacune des séries suivantes. Si la réponse n'est pas un nombre entier, exprime-la à deux décimales près.

a.  $1 + 2 + 4 + \dots$

b.  $128 + 64 + 32 + \dots$

c.  $8 + 12 + 18 + 27 + \dots$

d.  $24 + 8 + \frac{8}{3} + \dots$

e.  $x^2 + x^4 + x^6 + \dots$

8. Calcule  $\sum_{k=3}^{17} 8(1,2)^k$

9. Calcule  $\sum_{k=1}^6 \frac{15}{2^k}$

10. Calcule la probabilité :

a. d'obtenir une carte inférieure à 6 en tirant une seule carte d'un jeu de cartes ;

b. d'obtenir une somme de 5 en lançant deux dés une seule fois ;

c. d'obtenir quatre fois "face" en lançant une pièce 4 fois.

*Suite*

## Exercice n° 46 : Séries géométriques

H-2

11. Dans un cours de mathématiques antérieur, tu as appris que la somme d'une série arithmétique est :  $S = \frac{n}{2}(t_1 + t_n)$ . Utilise cette formule pour trouver
- a.  $\sum_{k=1}^{20} (3k + 1)$                       b.  $\sum_{k=4}^{40} (2k - 6)$
12. Lesquels de ces événements classerais-tu comme indépendants ?
- Lancer un dé et tirer une carte d'un jeu de cartes.
  - Un travailleur est bien formé. Un travailleur satisfait au quota de production.
  - Lancer une pièce deux fois.
  - Tirer deux balles d'un sac contenant 7 balles rouges et 3 balles bleues, si la première balle n'est pas remplacée dans le sac avant que l'on tire la seconde.
13. Trouve la valeur de  $x$  :  $3(5^{2x-1}) = 75$
14. Trace le graphique de  $f(x) = -\log(x - 3)$ . Indique le domaine, l'image, les coordonnées à l'origine et les asymptotes de la fonction.
15. Prouve l'identité suivante :  $\frac{\sin x}{\csc x} + \frac{\cos x}{\sec x} = \sin^2 x + \cos^2 x$
16. Résous l'équation suivante et vérifie ta réponse :  $3^{\log_2 4} = x$
17. Un cercle a son centre dans le 1<sup>er</sup> quadrant et coupe l'axe des  $x$  au point  $(1, 0)$  et au point  $(7, 0)$ . Si le centre du cercle se trouve 4 unités au-dessus de l'axe des  $x$ , trouve l'équation du cercle.
18. a. Trouve les trois premiers termes de  $\left(\frac{1}{2x^2} - 4x^3\right)^8$ .  
b. Trouve le premier terme qui n'a pas  $x$  dans son dénominateur.
19. À partir d'un jeu de 52 cartes, combien peut-on former de mains de 5 cartes dans lesquelles on aurait une seule paire et trois faces de valeur différente ?
20. Résous l'équation suivante et vérifie ta réponse :  $\log(2x + 1) - \log(x + 3) = 0$

*Suite*

## Exercice n° 47 : Séries géométriques infinies

H-3

1. Soit la série  $4 + 2 + 1 + \frac{1}{2} + \dots$ 
  - a. Trouve le 6<sup>e</sup> terme.
  - b. Trouve la somme des 6 termes.
  - c. Trouve, à quatre décimales près, la somme de dix termes.
  - d. Trouve la somme à l'infini.
2. Trouve la somme de chacune des séries géométriques infinies suivantes :

a.  $8 + \frac{8}{3} + \frac{8}{9} + \dots$

b.  $6 - 3 + \frac{3}{2} - \frac{3}{4} + \dots$

c.  $6 + 4 + \frac{8}{3} + \dots$

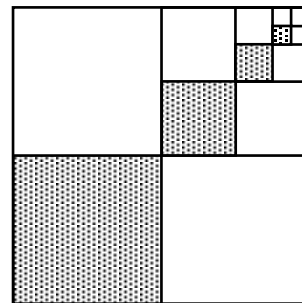
d.  $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$

3. Calcule :

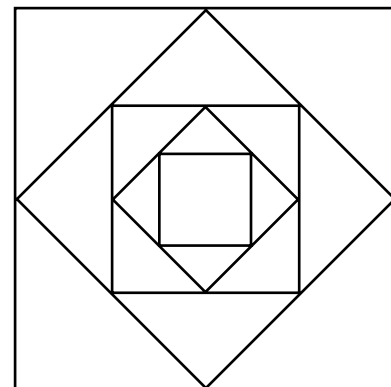
a.  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{16}{2^k}$

b.  $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{18}{3^k}$

4. Un carré de 4 par 4 est divisé en quatre carrés congruents. Le carré inférieur gauche est ombragé. Le carré inférieur droit est divisé en quatre carrés congruents, et le carré inférieur gauche est ombragé. Ce processus est répété à l'infini. Quelle est la surface ombragée totale ?



5. Un carré mesure 4 par 4. Les points milieux de ses côtés sont joints par une droite afin de former un nouveau carré. Ce processus est répété à l'infini. Quelle est la somme des périmètres de tous les carrés ?

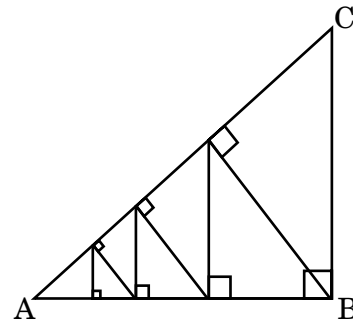


Suite

## Exercice n° 47 : Séries géométriques infinies

H-3

6.  $\triangle ABC$  est un triangle rectangle où  $\angle A = 30^\circ$ ,  $\angle C = 60^\circ$ , et  $BC = 10$ . Une puce qui se trouve en B se déplace le long d'une droite perpendiculaire à AC. Lorsqu'elle atteint la droite AC, elle tourne et revient à AB en prenant une route perpendiculaire à AB. Elle fait ainsi l'aller-retour entre AB et AC jusqu'à ce qu'elle atteigne le point A. Quelle sera la distance parcourue par la puce ?

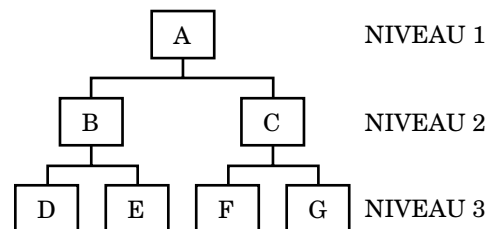


7. Une balle est lâchée d'une hauteur de 2 mètres. Chaque fois qu'elle frappe le sol, elle rebondit sur les trois quarts de la distance de sa chute.
- À quelle distance s'élève-t-elle après qu'elle a frappé le sol pour la troisième fois ?
  - Quelle distance aura-t-elle parcourue quand elle sera complètement arrêtée ?
8. Calcule :

a.  $\sum_{k=1}^6 2(3^k)$

b.  $\sum_{k=2}^{10} 15(1,6)^k$

9. Un organisme met en place une chaîne téléphonique. Chaque employé doit téléphoner à exactement deux autres employés. Combien de niveaux (voir le schéma) faudra-t-il avant de joindre la totalité des 1000 employés ?



10. Si  $a, b, c$ , forment une suite arithmétique, prouve que  $2^a, 2^b, 2^c$  forment une suite géométrique.
11. Si on tire une seule carte d'un jeu de cartes, quelle est la probabilité d'obtenir un cœur ou une dame ?
12. À l'occasion d'une réception de mariage, cinq hommes placent leur manteau au vestiaire, mais perdent leur billet. Si les manteaux sont remis au hasard, quelle est la probabilité que chacun reçoive son propre manteau ?
13. Trace le graphique de  $f(x) = 3(2^{x-2}) - 1$ . Indique les coordonnées à l'origine, le domaine et l'image de la fonction.

Suite

## **Exercice n° 47 : Séries géométriques infinies**

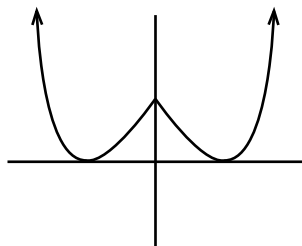
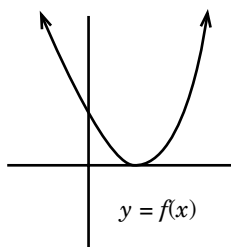
H-3

14. Exprime ce qui suit sous forme logarithmique :  $81^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{9}$
15. Prouve que  $\sin^2 \theta + \sin^4 \theta + \sin^6 \theta + \dots = \tan^2 \theta$
16. Un test comporte 20 questions à choix multiple avec chacune cinq choix de réponse. Si un élève tente de deviner au hasard chaque réponse, quelle est la probabilité qu'il ait 18 bonnes réponses sur 20 ?
17. Résous l'équation suivante et vérifie ta réponse. Exprime ta réponse à une décimale près.
- $$(2^{2x})^3 = 4^{x+3}$$
18. Trouve la valeur de  $\theta$  si  $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ - \tan 4\theta = 0$ .
19. Complète le carré et trace le graphique de :  $x^2 - 9y^2 + 6x = 0$ .
20. Résous :  $\log_7(x + 1) + \log_7(x - 5) = 1$ .

## Exercice n° 48 : Révision I

1. Un comité de 5 actionnaires doit être choisi à partir de 7 hommes et de 5 femmes. Quelle est la probabilité que le comité soit constitué de 3 hommes et de 2 femmes ?
2. Si une pièce de monnaie est lancée deux fois, quelle est la probabilité qu'elle tombe sur "pile" les deux fois ? Si deux pièces sont lancées simultanément, quelle est la probabilité qu'elles tombent toutes deux sur "pile" ?
3. Soit  $\theta$  tel que  $\cot \theta > 0$  et  $\sin \theta = -\frac{12}{7}$ , trouve la valeur de  $\sec \theta$ .
4. Calcule la probabilité d'obtenir une face ou un coeur en tirant une seule carte d'un jeu de cartes.
5. Prouve l'identité suivante :  $\frac{\tan x}{1 + \sec x} + \frac{1 + \sec x}{\tan x} = \frac{2}{\sin x}$
6. Résous l'équation suivante et vérifie ta réponse :  $\log_2 \sqrt[5]{16} = x$
7. Résous l'équation suivante et vérifie ta réponse :  $\ln x = \frac{1}{2} \ln 4 + \frac{2}{3} \ln 8$
8. Trace le graphique de  $y = 2^x$  et trouve le domaine, l'image, les zéros et l'ordonnée à l'origine de la fonction.
9. Écris ce qui suit sous forme d'un seul logarithme :  
$$\frac{1}{7}(\log_5 A + 3 \log_5 B) - 2(\log_5 C + \log_5 D)$$
10. si  $\log_b 2 = p$ ,  $\log_b 3 = q$  et  $\log_b 5 = r$ , trouve  $\log_b \left(\frac{50}{27}\right)$  en termes de  $p$ ,  $q$ , et  $r$ .

11.



**Choix Multiple.** Le diagramme à gauche est la représentation graphique de  $f(x)$ . Le diagramme à droite est la représentation graphique de :

- a.  $y = |f(x)|$       b.  $y = f(|x|)$       c.  $y = -f(x)$       d.  $y = f(-x)$

*Suite*



## Exercice n° 48 : Révision I

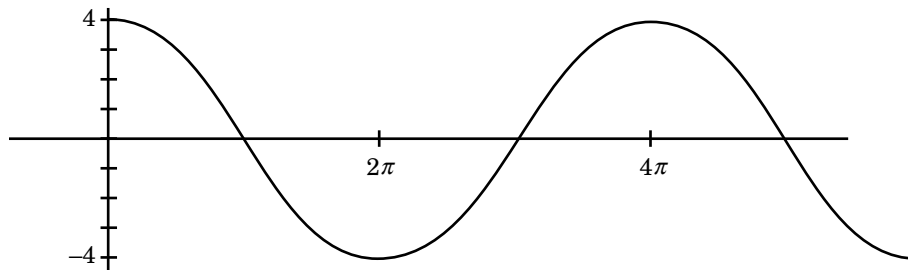
12. La somme d'une série géométrique infinie est 30. Trouve le premier terme si le rapport commun est  $\frac{1}{3}$ .

13. Trouve le centre de l'ellipse  $2x^2 + 3y^2 - 6x + 18y - 12 = 0$ .

14. a. Combien d'arrangements peut-on former avec toutes les lettres du mot SEVERE.

b. Si un de ces arrangements est choisi au hasard, quelle est la probabilité que cet arrangement commence et finisse par un E ?

15.



Écris une équation de cette courbe en utilisant

a. la fonction cosinus

b. la fonction sinus

16. Soit la série géométrique suivante :  $-1 + \frac{5}{4} - \frac{25}{16} + \frac{125}{64} - \dots$

Nadia dit que la somme de cette série géométrique infinie est 4. Es-tu d'accord ? Explique.

17. Exprime  $\frac{3}{5}$  revolutions en

a. degrés

b. radians

18. Si  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ,  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ , et  $\sin \beta = \frac{5}{13}$ ,  $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ , trouve la valeur de  $\cos(\alpha + \beta)$ .

19. On te donne une main de 7 cartes tirées au hasard d'un jeu de 52 cartes. Quelle est la probabilité que cette main contient 2 paires et 3 cartes de même valeur ? (c'est-à-dire une main peut contenir deux rois, deux as et trois 7. Ne simplifie pas ta réponse.

20. Trouve la valeur exacte de  $\left(\tan \frac{\pi}{3} + \cos \frac{\pi}{6}\right) \sin \frac{7\pi}{3}$

## **Exercice n° 49 : Révision II**

- Donne un espace échantillonnal qui décrit les résultats qu'on pourrait obtenir en lançant une pièce 4 fois.
  - Utilise cet espace-échantillon pour calculer la probabilité d'obtenir au moins trois "pile" en lançant une pièce 4 fois.
- Prouve l'identité suivante :  $\frac{\tan x + 1}{1 - \tan x} = \frac{\sin x + \cos x}{\cos x - \sin x}$
- On tire 4 cartes d'un jeu standard de 52 cartes. Calcule la probabilité que la main contienne exactement deux faces.

4. Un carré a ses sommets en  $(-4, 1)$ ,  $(2, 1)$ ,  $(2, 7)$ ,  $(-4, 7)$ . Trouve l'équation du cercle inscrit dans ce carré.

5. Résous l'équation suivante et vérifie ta ou tes réponse(s).

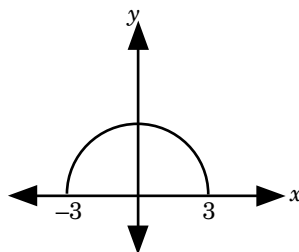
$$\log_5(x^2 + 2x + 5) - \log_5(x - 5) = 2$$

6. Trouve les valeurs exactes de  $\theta$  pour l'équation suivante si  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  :

$$\tan^2 \theta = \tan \theta$$

7. Résous dans  $]-\infty, \infty[$  :  $\tan^2 \theta - \sec \theta - 1 = 0$

8. Formule une équation représentant ce demi-cercle :



- Utilise les lois des logarithmes pour reformuler l'équation suivante sous forme de logarithme naturel :  $f(x) = x\sqrt{x^2 + 1}$
- Trouve les valeurs de  $\theta$  pour l'équation dont le domaine correspond à l'ensemble des nombres réels :  $2 \sin^2 \theta - \sin \theta = 3$

## **Exercice n° 49 : Révision II**

11. Si on lance en même temps deux dés, quelle est la probabilité d'obtenir une somme de 8 ?

12. Trouve la valeur de  $x$  :  $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 8$

13. a. On lance un dé deux fois. Quelle est la probabilité d'obtenir d'abord un 5, puis ensuite un 4 ?

b. On lance un dé deux fois. Quelle est la probabilité d'obtenir sur un des dés un 5, et sur l'autre un 4 ?

14. Trouve la valeur de :  $\log_{\frac{1}{2}} 32$

15. Prouve l'identité suivante :  $\tan \alpha + \cot \alpha = \sec \alpha \csc \alpha$

16. Résous l'équation suivante et vérifie ta réponse :  $3^{\log_3 x} = 4$

17. Reformule l'expression suivante dans une forme ne contenant aucun logarithme de produits, de quotients ou de puissances :

$$\log_5 \frac{x^2(1-5x)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{x^3-x}}$$

18. a. Sur la même série d'axes, trace les graphiques des équations  $x^2 + y^2 = 9$  et  $2x^2 + y^2 = 13$ .

b. Vérifie ta réponse en trouvant la solution de ce système algébriquement.

19. a. De combien de façons 11 enfants pourraient-ils s'asseoir dans une rangée si 3 bons amis veulent s'asseoir ensemble ?

b. De combien de façons pourraient-ils s'asseoir en cercle ?

20. Trace le graphique de :

a.  $y = \log_2 x$

b.  $y = 4 - \log_2 x$

21. Si  $P(\theta) = \left(\frac{-2}{3}, \frac{-\sqrt{7}}{3}\right)$ , trouve la valeur exacte de  $\sin(\theta + \pi)$ .

*Suite*

## **Exercice n° 50 : Révision III**

1. Calcule  $\sum_{k=3}^{10} \frac{24}{2^{k-6}}$ .
2. Résous l'équation suivante :  $\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+4} = 1$
3. Trace le graphique de  $|x| + |y| = 4$ .
4. Si  $0^\circ < \theta < 180^\circ$ , et que  $\cos \theta = -\frac{3}{4}$ , trouve les valeurs exactes de :
  - a.  $\sin 2\theta$
  - b.  $\cos 2\theta$
5. La droite  $x + y = 8$  coupe le cercle  $(x - 1)^2 + y^2 = 25$  aux points A et B. Trouve les coordonnées de ces points.
6. Si C est le centre du cercle de la question 5, trouve la mesure de  $\angle ACB$  au dixième de degré le plus proche.
7. Durant une certaine période de sa vie, un arbre croît selon la formule  $D = D_0 e^{kt}$  où D est le diamètre de l'arbre exprimé en centimètres  $t$  années après le début de la période. Après 2 ans, le diamètre de l'arbre est 15,62 cm. Après 5 ans, le diamètre est 21,724 cm. Trouve la valeur de  $D_0$  et de  $k$ .
8. Trouve  $\log_5 200$ . (Exprime ta réponse à quatre décimales près.)
9. Combien y a-t-il de chiffres dans le nombre  $453^{62}$  ?
10. Résous l'équation suivante si  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  :  $\sin \theta + 2 \sin \theta \cos \theta = 0$
11. Donne et simplifie les trois premiers termes dans le développement binomial de  $\left(2x - \frac{1}{2}y\right)^7$ .
12. Trois garçons et quatre filles sont assis sur un banc. Combien d'arrangements sont possibles si les garçons et les filles doivent alterner ?
13. Si  $3({}_n C_4) = 5({}_{n-1} C_5)$ , trouve  $n$ .

*Suite*

## **Exercice n° 50 : Révision III**

14. Soit une suite géométrique où  $t_3 = 16$  et  $t_5 = 10$ .
- Trouve  $r$ .
  - Trouve  $\sum_{k=1}^{\infty} t_k$ . Exprime ta réponse à deux décimales près.
15. Si  $\log_a x^2 = 0,6$ , trouve la valeur de  $\log_a \sqrt{x}$ .
16. Supposons que  $a$ ,  $b$ , et  $c$  forment une suite géométrique. Si  $abc = 8$ , trouve  $b$ . Est-il possible de trouver  $a$  et  $c$  ?
17. Résous :  $(8^x)^2 4^x = \frac{\sqrt{2^x}}{16}$ .
18. Combien de “mots” de 4 lettres peut-on former en utilisant 4 des lettres du mot CARESSES ?
19. Si  $\log_a M = x$  et  $\log_b M = y$ , prouve que  $\log_{ab} M = \frac{xy}{x+y}$ .
20. Prouve que  $\frac{2 \cos 2\theta}{\sin 2\theta} = \cot \theta - \tan \theta$ .

**MATHÉMATIQUES PRÉ-CALCUL**  
**SECONDAIRE 4**  
**RÉPONSES AUX EXERCICES CUMULATIFS**  
*Un supplément au programme d'études*  
*Document de mise en œuvre*

**2000**

Éducation et Formation professionnelle Manitoba

## Exercice n° 1 : Mesure en degrés et en radians

A-1

1. a.  $\frac{5\pi}{36}$                       b.  $\frac{-2\pi}{3}$                       c.  $\frac{23\pi}{9}$                       d.  $\frac{11\pi}{6}$
2. a.  $-210^\circ$                       b.  $165^\circ$                       c.  $150,9^\circ$                       d.  $-56,3^\circ$
3.  $\frac{7\pi}{12}$                       4.  $\frac{5\pi}{18}$                       5.  $\frac{\pi}{14}$                       6. 7,5                      7.  $\frac{15}{13}$
8. a.  $\left] \frac{3\pi}{2}, 2\pi \right[$                       a.  $\left[ \frac{\pi}{2}, \pi \right[$                       c.  $\left] 0, \frac{\pi}{2} \right[ \cup \left] \pi, \frac{3\pi}{2} \right[$                       d.  $\left[ \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right]$
9. a. III, IV                      b. IV
10. a. II, III                      b. III
11.  $\frac{32\pi}{5}$
12.  $85,9^\circ$
13.  $18\sqrt{3}$
14.  $x = 2$
15.  $x^{\frac{1}{2}}$
16. a.  $x = -3 \pm 3\sqrt{2}$                       b.  $x = \frac{-7 \pm \sqrt{97}}{2}$
17.  $x = -18$
18. a.  $x(x + 3)(x - 1)$                       b.  $x = 0, x = 1, x = -3$
19.  $(-6, 12)$  et  $(2, 4)$
20.  $x = \frac{d - b}{a - c}$





### **Exercice n° 3 : Angles spéciaux et les fonctions trigonométriques**

A-3

1. a.  $\frac{1}{2}$       b.  $\frac{-\sqrt{3}}{2}$       c.  $-1$       d.  $2$       e.  $-1$       f.  $-1$

2. a.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       b.  $\frac{-\sqrt{3}}{2}$       c.  $\frac{-\sqrt{3}}{3}$       d.  $\sqrt{2}$

3. a.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       b.  $\frac{3\sqrt{6} + 2\sqrt{3}}{6}$

4. a. Les deux côtés se simplifient à  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .

b. Les deux côtés se simplifient à  $\frac{1}{2}$ .

5. a.  $\frac{\pi}{6}$       b.  $\frac{7\pi}{6}$       c.  $\{ \}$

6. a.  $\frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$       b.  $\frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$       c.  $\frac{4\pi}{3}$       d.  $\frac{2\pi}{3}$

7. a.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       b.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       c.  $\frac{-\sqrt{3}}{3}$       d.  $2$

8.  $(x, y) = (1, -2)$

9. a.  $11,4 \text{ cm}$       b.  $6,2 \text{ cm}^2$

10.  $\left] \frac{3\pi}{2}, 2\pi \right[$

11.  $82,5^\circ$

12.  $\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}$  radians

13. Oui, les droites sont parallèles.

### Exercice n° 3 : Angles spéciaux et les fonctions trigonométriques

A-3

14.  $\frac{-\sqrt{2}}{4}$

15.  $\sin \theta = 1$ ,  $\cos \theta = 0$ ,  $\tan \theta$  est indéfinie.

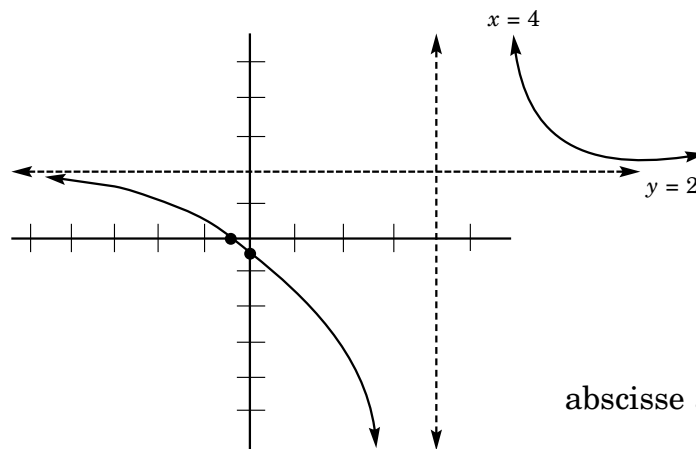
16.  $\frac{1}{2}$

17.  $53^\circ$

18.  $x = 3$  ou  $x = -1$

19. 1

20.  $H(x) = \frac{2x+1}{x-4}$



abscisse à l'origine  $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$

ordonnée à l'origine  $\left(0, -\frac{1}{4}\right)$

*Suite*

## **Exercice n° 4 : Résolution d'équations trigonométriques sur un intervalle donné**

A-1

1. a.  $0^\circ, 360^\circ$     b.  $141,3^\circ ; 321,3^\circ$     c.  $135^\circ, 315^\circ$     d.  $0^\circ, 180^\circ, 210^\circ, 330^\circ, 360^\circ$
2.  $0, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \pi, 2\pi$     3.  $\frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$     4.  $\frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$     5.  $\frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}$
6.  $\frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$     7.  $\frac{5\pi}{4}$     8.  $\frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$
9.  $-\frac{3}{4}$
10. Les deux côtés se simplifient à  $\frac{1}{2}$ .
11.  $\frac{4\pi}{3}$
12.  $\sin \theta = \frac{-\sqrt{7}}{4}$
13.  $P(27\pi) = (-1, 0)$  qui se trouve entre Quadrants II et III. Consulter le solutionnaire pour autres méthodes.
14. La solution est d. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.
15.  $\cos \theta = \frac{-3}{5}$
16. a.  $\frac{4}{5}$     b.  $\frac{3}{5}$
17.  $-1$
18. b
19. Domaine :  $\mathbb{R}$     Image :  $y \geq -8$
20.  $(2, 4)$

## Exercice n° 5 : Solution générale d'équations trigonométriques

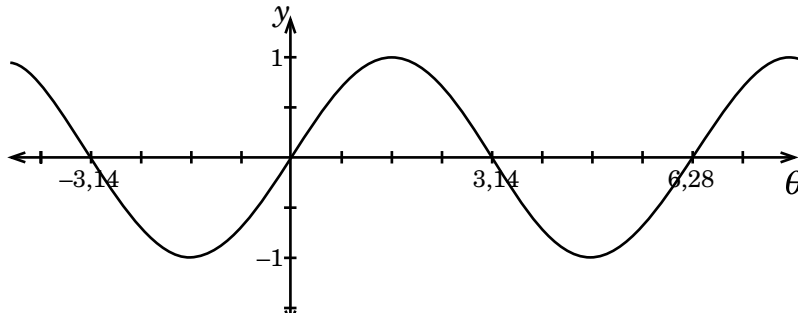
A-5

1.  $\theta = \frac{\pi}{6} + 2k\pi, \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$ , où  $k$  est un entier relatif.
2. a.  $\theta = \frac{\pi}{9} + \frac{2k\pi}{3}, \frac{5\pi}{9} + \frac{2k\pi}{3}$ , où  $k$  est un entier relatif.  
b.  $\theta = \frac{2\pi}{3} + 4k\pi, \frac{4\pi}{3} + 4k\pi$ , où  $k$  est un entier relatif.
3.  $\theta = k\pi$ , où  $k$  est un entier relatif.
4.  $\theta = \frac{\pi}{6} + 2k\pi, \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, \frac{7\pi}{6} + 2k\pi, \frac{11\pi}{6} + 2k\pi$ , où  $k$  est un entier relatif.
5.  $\theta = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi, 2k\pi$ , où  $k$  est un entier relatif.
6.  $\theta = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi, \frac{4\pi}{3} + 2k\pi$ , où  $k$  est un entier relatif.
7.  $\theta = \frac{\pi}{6} + 2k\pi, \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$ , où  $k$  est un entier relatif.
8.  $\theta = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ , où  $k$  est un entier relatif.
9.  $\pm \frac{\pi}{3}, \pm \frac{2\pi}{3}, \pm \frac{4\pi}{3}, \pm \frac{5\pi}{3}$
10.  $\frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}, \frac{-\pi}{4}, \frac{-5\pi}{4}$
11.  $\theta = \pi$
12.  $\theta = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}$
13. Image :  $\left\{ y \geq \frac{-13}{4} \right\}$
14. 51,73 révolutions
15. 18 cm
16. a. 3,40      b. 27,53 u<sup>2</sup>
17. 6691,13 \$
18.  $\frac{7}{\sqrt{13}}$  ou  $\frac{7\sqrt{13}}{13}$
19.  $\frac{-bc - c}{a - b}$
20.  $x = 3, y = 4, z = -5$

## Exercice n° 6 : Graphiques de fonctions circulaires

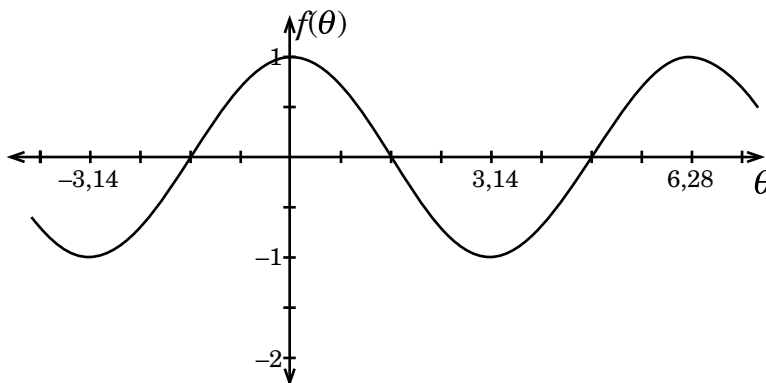
A-8

1.



2. a. 1      b.  $2\pi$       c.  $\{\theta \in \mathfrak{R}\}$       d.  $\{-1 \leq y \leq 1\}$       e.  $k\pi$ , où  $k \in \mathbb{Z}$

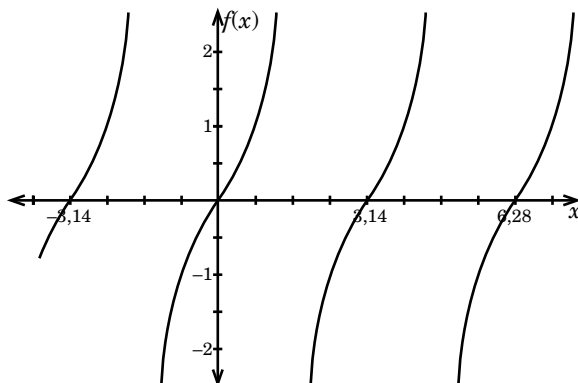
3.



4. a. 1      b.  $2\pi$       c.  $\{\theta \in \mathfrak{R}\}$       d.  $\{-1 \leq f(\theta) \leq 1\}$       e.  $\frac{\pi}{2} + k\pi$ , où  $k \in \mathbb{Z}$

5. L'amplitude, la période, le domaine et l'image sont identiques. Les courbes coïncident si la courbe du cosinus est déplacée de  $\frac{\pi}{2}$  unités vers la droite.

6.



Suite

## Exercice n° 6 : Graphiques de fonctions circulaires

A-6

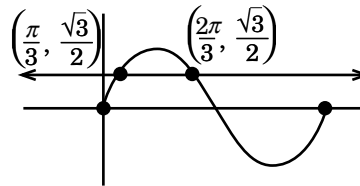
7. a. indéfinie  
 b.  $\pi$   
 c. tous les réels sauf les multiples de  $\frac{\pi}{2}$  des entiers relatifs impairs  
 d. tous les réels  
 e.  $k\pi$  où  $k \in \mathbb{Z}$

8.  $x = (2k + 1) \frac{\pi}{2}$ , où  $k \in \mathbb{Z}$

9. a.  $\left] -2\pi, -\frac{3\pi}{2} \right[ \cup \left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[ \cup \left] \frac{3\pi}{2}, 2\pi \right[$       b.  $] -2\pi, -\pi[ \cup ] 0, \pi[$

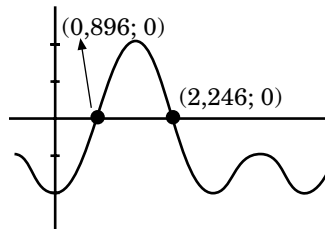
10. Aucune solution.

11. Trace le même système d'axe  $y = \sin x$  et  $y = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . Indique les coordonnées des points d'intersection.



La réponse est  $x = \frac{\pi}{3}$  et  $\frac{2\pi}{3}$ .

12. Trace le graphique de  $y = 2 \sin^2 \theta + \sin \theta - 2$  et indique les zéros.  
 $\theta = 0,896; 2,246$ .



13.  $\csc \theta = \frac{-\sqrt{21}}{3}$       14.  $\frac{10\pi}{3}$       15.  $201,7^\circ; 561,7^\circ$       16.  $B\left(\frac{1}{2}, \frac{-\sqrt{3}}{2}\right)$

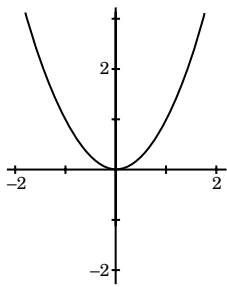
17. 30,36 km      18.  $f(x) = -6x + 36$       19.  $y = 9, x = 9\sqrt{3}$

20. a.  $f(3) = 6, f(f(3)) = 3$   
 b. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée

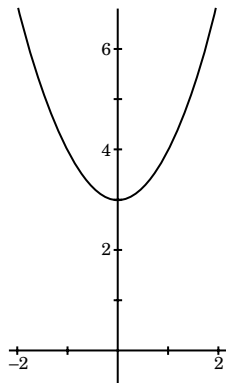
# Exercice n° 7 : Translations

B-1

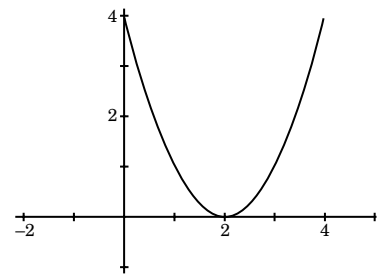
1. a.



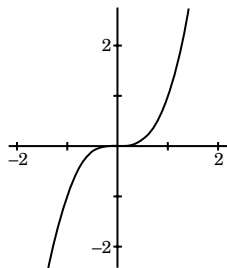
b.



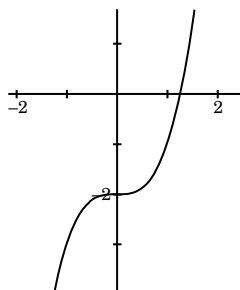
c.



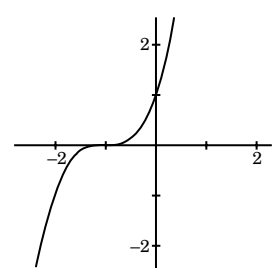
2. a.



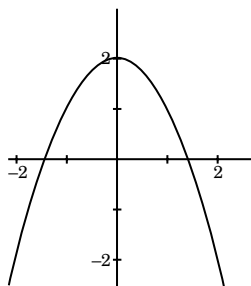
b.



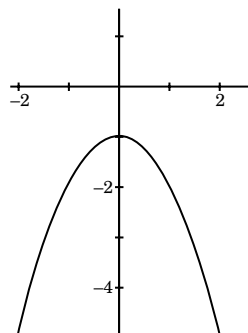
c.



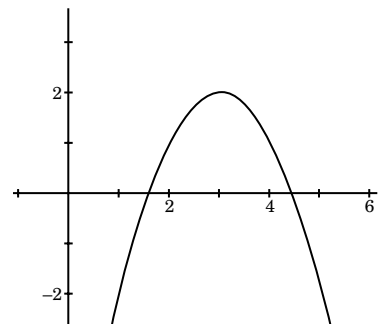
3. a.



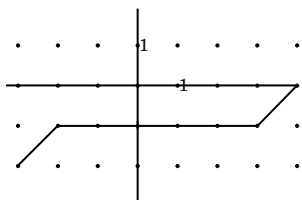
b.



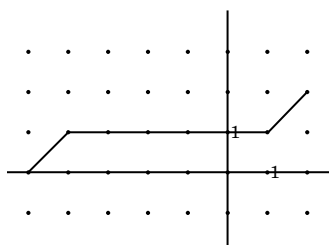
c.



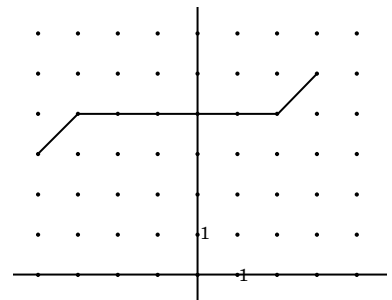
4. a.



b.



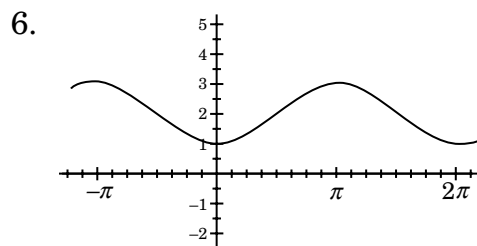
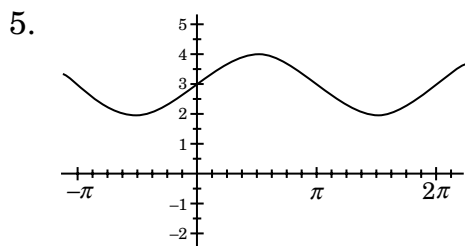
c.



Suite

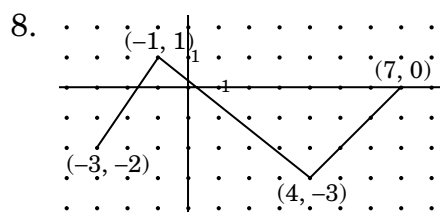
## Exercice n° 7 : Translations

B-1



7. Question 5 :  
Image :  $\{2 \leq y \leq 4\}$   
Période :  $2\pi$   
Amplitude : 1

Question 6 :  
Image :  $\{1 \leq y \leq 3\}$   
Période :  $2\pi$   
Amplitude : 1



9. a.  $f(x) = g(x) + 4$   
b.  $g(x) = f(x) - 4$

10.  $\theta = \frac{5\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}, \frac{13\pi}{12}, \frac{15\pi}{12}, \frac{21\pi}{12}, \frac{23\pi}{12}$

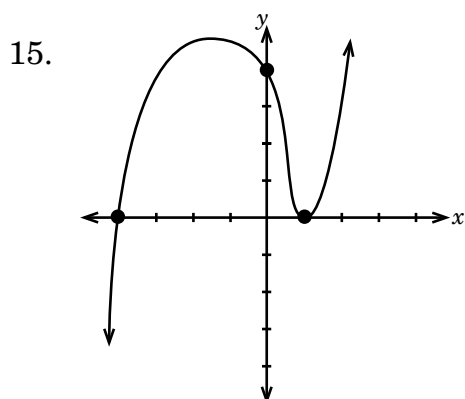
11.  $\theta = 2,8018; 0,3398$

12. Domaine :  $\{x \in \mathfrak{R}\}$  Image :  $\{0 \leq y \leq 2\}$

13. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

14. Deux réponses possibles sont :  $(\cos \theta + 1)(\sin \theta - 1) = 0$   
 $\cos^2 \theta + \cos \theta = 0$

D'autres réponses sont possibles.



16.  $f(x) = \frac{1}{6}(x+2)^2(x-3)(x-4)$   
ou  $f(x) = \frac{1}{3}(x+2)(x-3)(x-4)$

17.  $x = 5$  et  $x = 11$

18. 12

19. a.  $y = 2x$   
b.  $y = -2x + 16$

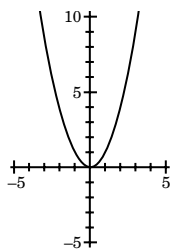
20.  $x^2 + 8x + 17$



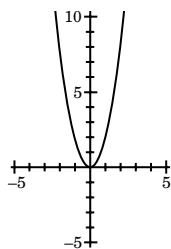
# Exercice n° 8 : Dilatations horizontales et verticales

B-2

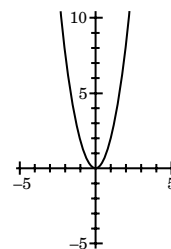
1. a.



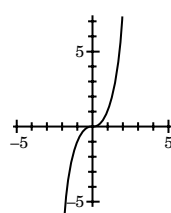
b.



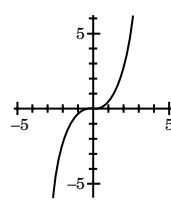
c.



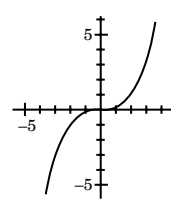
2. a.



b.



c.



3. a.

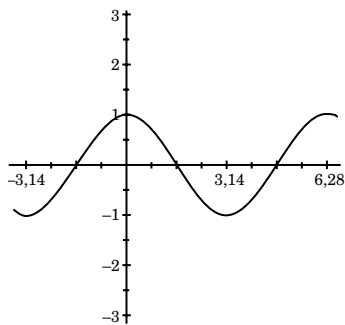


Image :  $\{-1 \leq y \leq 1\}$

Période :  $2\pi$

Amplitude : 1

b.

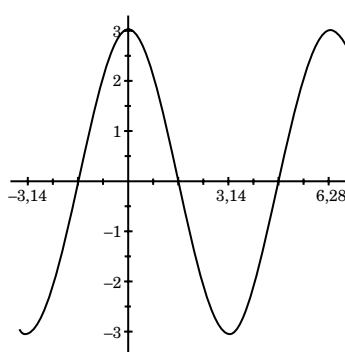


Image :  $\{-3 \leq y \leq 3\}$

Période :  $2\pi$

Amplitude : 3

c.

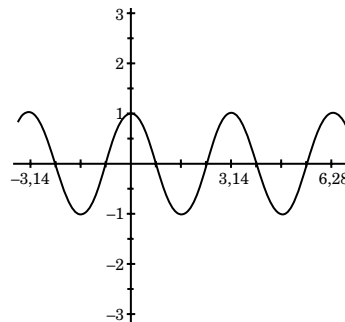


Image :  $\{-1 \leq y \leq 1\}$

Période :  $\pi$

Amplitude : 1

d.

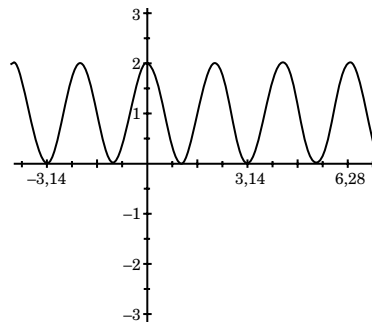


Image :  $\{0 \leq y \leq 2\}$

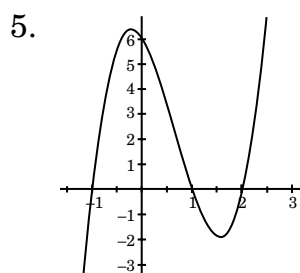
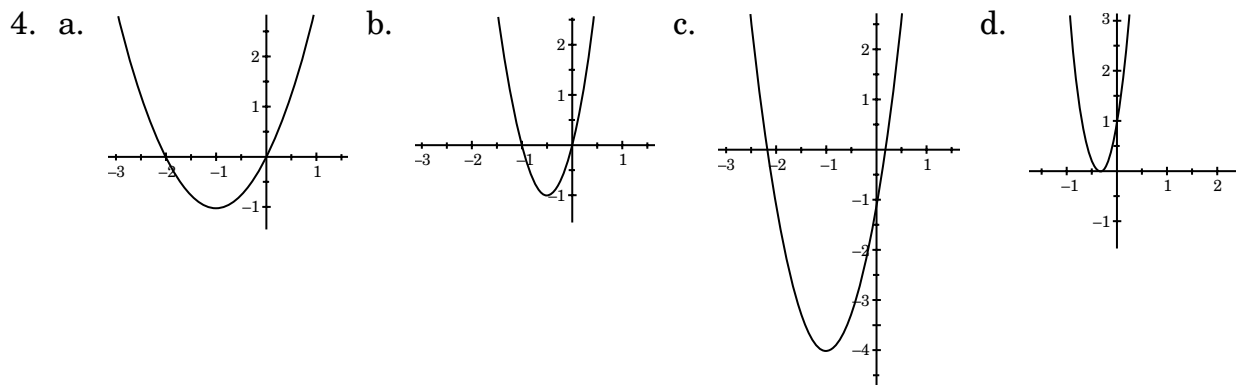
Période :  $\frac{2\pi}{3}$

Amplitude : 1

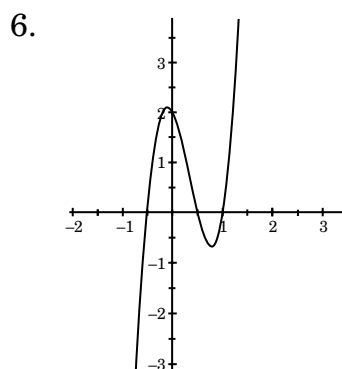
Suite

## Exercice n° 8 : Dilatations horizontales et verticales

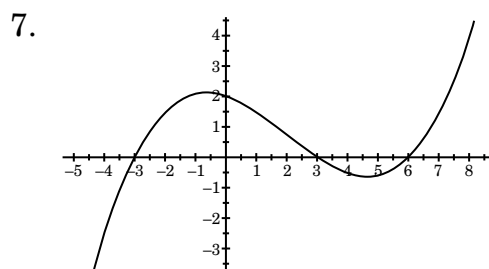
B-2



Étirement vertical d'un facteur de 3.



Étirement horizontal d'un facteur de  $\frac{1}{2}$ .

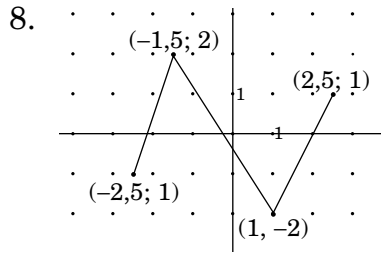


Étirement horizontal d'un facteur de 3.

*Suite*

## Exercice n° 8 : Dilatations horizontales et verticales

B-2

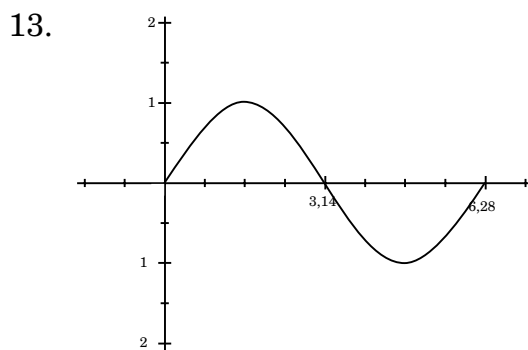


9. a.  $f(x) = g(2x)$                       b.  $g(x) = f\left(\frac{1}{2}x\right)$

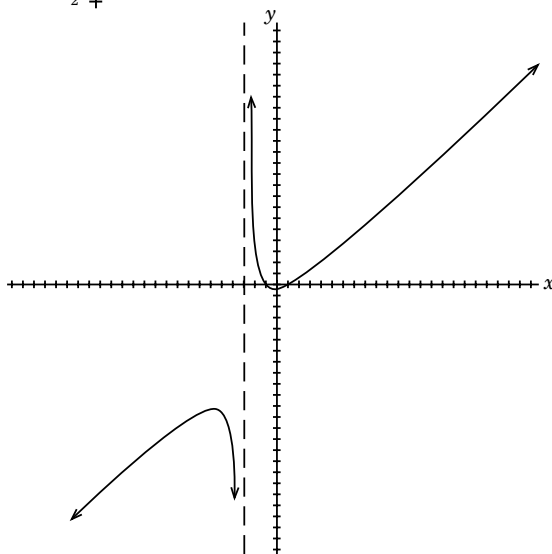
10.  $\frac{7\pi}{6} + 2k\pi, \frac{11\pi}{6} + 2k\pi, \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$ , où  $k$  est un entier relatif.

11.  $2 \cos^2 \theta - \sqrt{3} \cos \theta = 0$

12.  $\theta = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi, \frac{4\pi}{3} + 2k\pi, \pi + 2k\pi$ , où  $k \in \mathbb{Z}$



14.



Domaine :  $\{x \mid x \neq -3\}$

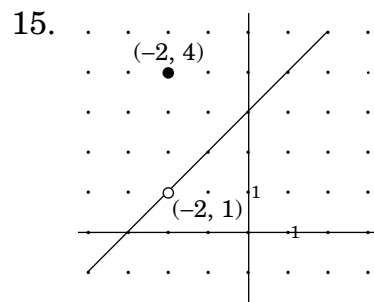
Image :  $\{y \mid y \leq -11,65 \text{ ou } y \geq -0,34\}$

Remarque : Les valeurs pour l'image sont approximatives

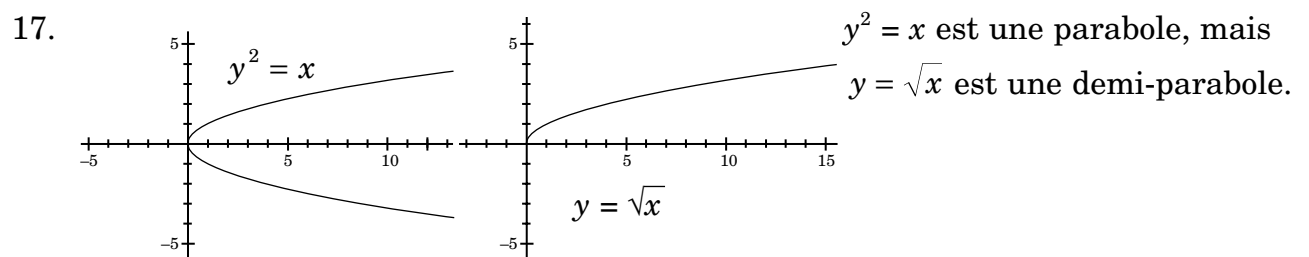
*Suite*

## Exercice n° 8 : Dilatations horizontales et verticales

B-2



16. Consulter le solutionnaire pour une réponse détaillée. (Conseil : Quelle est la valeur de l'angle au centre?)



18.  $k = -30$

19.  $k = 7$

20. a.  $18\pi$

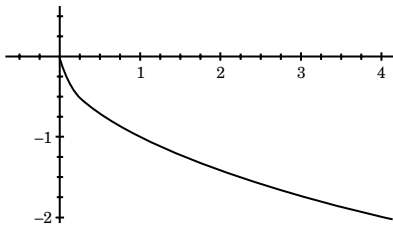
b.  $\frac{1}{6}\pi r^2$

c.  $\frac{1}{2}\theta r^2$

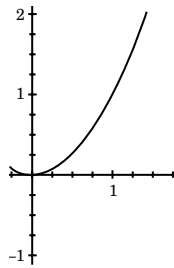
## Exercice n° 9 : Symétries, réflexions et réciproques

B-3

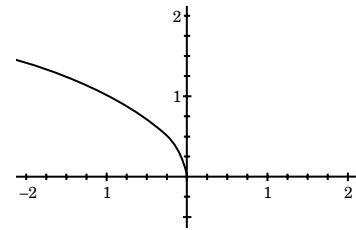
1.



2.



3.



4. a. pair  
d. impair

- b. ni l'un ni l'autre  
e. pair

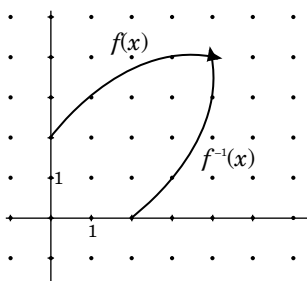
- c. pair  
f. pair

5. a. Les équations i., iii. et iv. sont symétriques par rapport à l'axe des  $y$ .  
b. Remplace  $y$  par  $-y$ . S'il n'y a pas de changement de la valeur de  $x$ , alors le graphique est symétrique par rapport à l'axe des  $x$ .

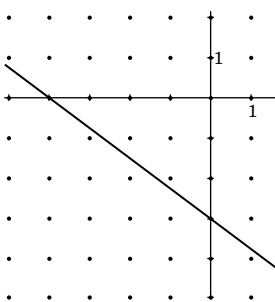
6. a.  $y = \sin x$  n'est symétrique à aucun des axes.  
b.  $y = \cos x$  est symétrique par rapport à l'axe des  $y$ .

7. a.  $y = -2x - 4$                       b.  $y = -2x + 4$

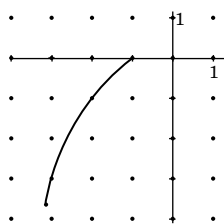
8.  $f^{-1}(x) = (x - 2)^2, x \geq 2$



9. a.



b.

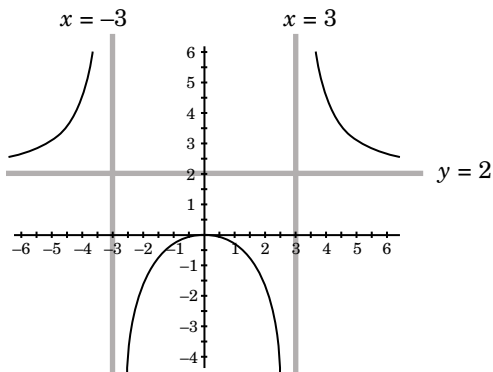


Suite

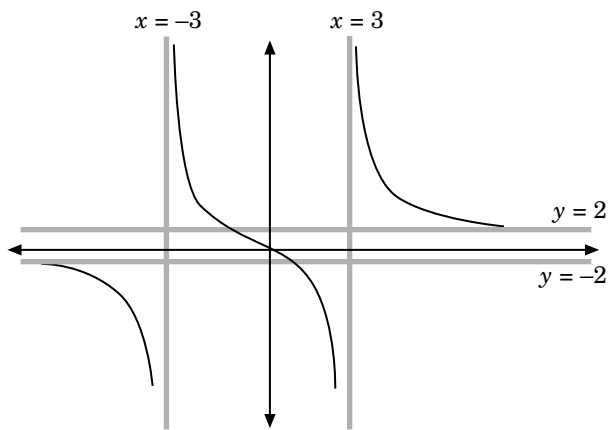
# Exercice n° 9 : Symétries, réflexions et réciproques

B-3

10. a.

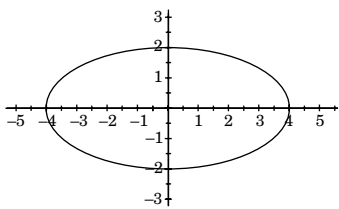


b.

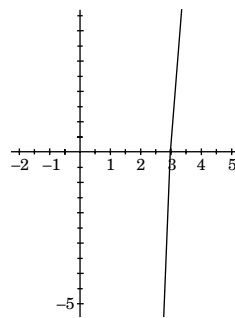


11.  $\theta = 2,09 + 2k\pi ; 4,19 + 2k\pi$ , où  $k$  est un entier relatif.

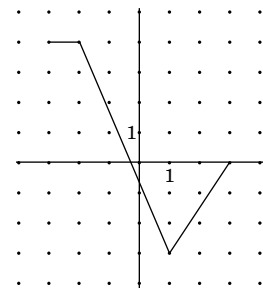
12. a.



b.



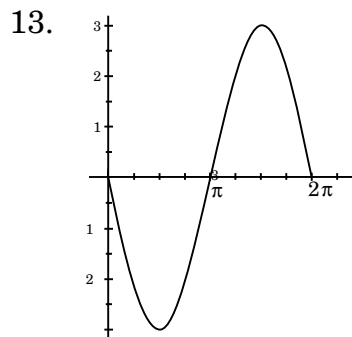
c.



Suite

## Exercice n° 9 : Symétries, réflexions et réciproques

B-3

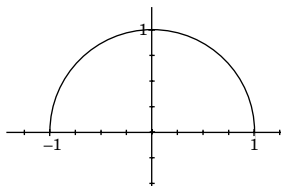


14.  $\theta = 0,7298 + 2k\pi ; 2,4118 + 2k\pi$ , où  $k$  est un entier relatif.

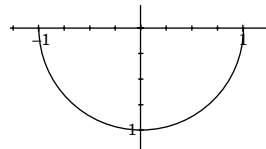
15.  $3\sqrt{5}$

16.  $\theta = 0,34$  ou  $2,80$

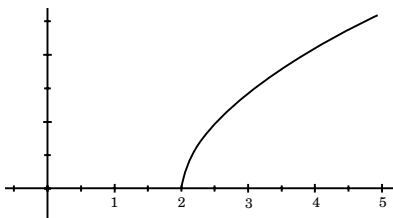
17. a.



b.



18.



C'est une demi-parabole.

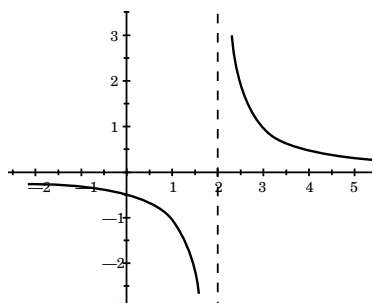
19. Toute parabole de la forme  $y = a(x - 1)(x - 3)$ .

20.  $y = -16(x - 1)(x - 3)$

# Exercice n° 10 : Graphique de $y = \frac{1}{f(x)}$

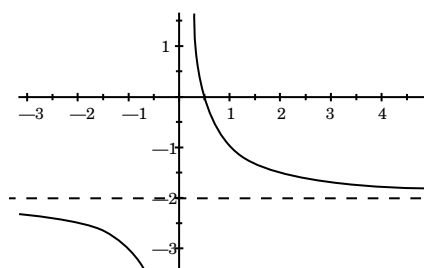
B-4

1. a.



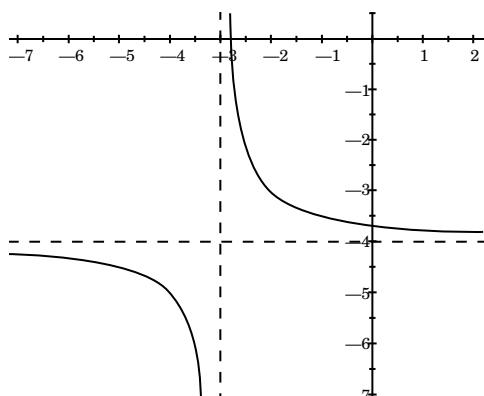
Domaine : Réels,  $x \neq 2$   
 Image : Réels,  $y \neq 0$   
 Zéros : Aucun

b.



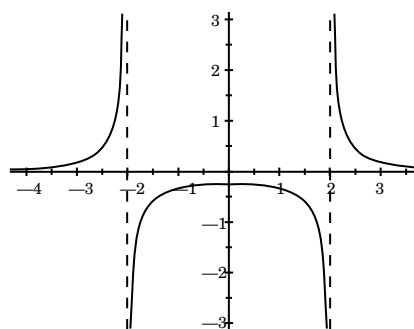
Domaine : Réels,  $x \neq 0$   
 Image : Réels,  $y \neq -2$   
 Zéros :  $\frac{1}{2}$

2.



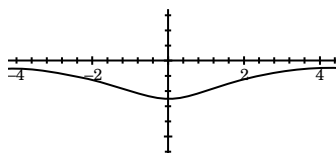
Domaine : Réels,  $x \neq -3$   
 Image : Réels,  $y \neq -4$   
 Zéros :  $\frac{-11}{4}$

3.



Domaine :  $\{x \in \mathfrak{R} \mid x \neq \pm 2\}$   
 Image :  $\left]-\infty, \frac{-1}{4}\right] \cup ]0, \infty[$   
 Zéros : Aucun

4.



Domaine :  $\{x \in \mathfrak{R}\}$   
 Image :  $\left[\frac{-1}{4}, 0\right]$   
 Zéros : Aucun

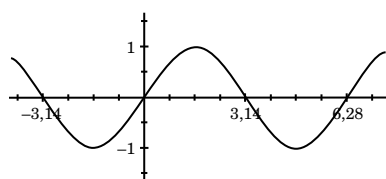
Suite



# Exercice n° 10 : Graphique de $y = \frac{1}{f(x)}$

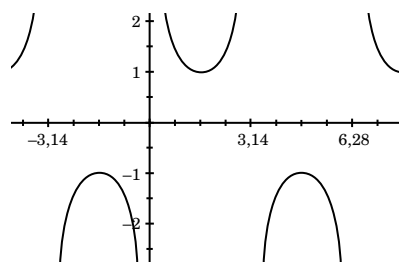
B-4

5. a.



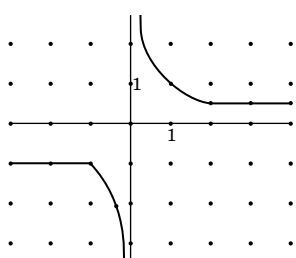
Domaine :  $\{x \in \mathbb{R}\}$   
 Image :  $\{-1 \leq y \leq 1\}$   
 Zéros :  $n\pi, n \in \mathbb{Z}$

b.



Domaine :  $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq n\pi, n \in \mathbb{Z}\}$   
 Image :  $\{y \leq -1 \text{ ou } y \geq 1\}$   
 Zéros : Aucun

6.



7.  $\theta = 107,70^\circ; 162,3^\circ; 287,7^\circ; 342,3^\circ$

8. IV

9.  $\frac{-2\sqrt{3}}{3}$

10. C

11. a.  $270^\circ$

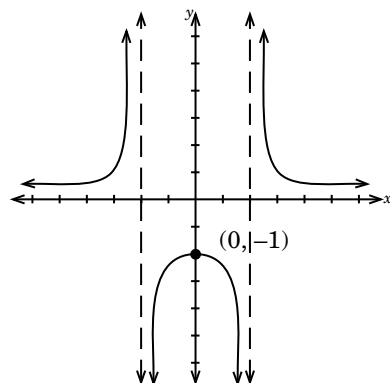
b.  $3265,86^\circ$

c.  $-487,01^\circ$

d.  $-3960^\circ$

12.  $\alpha = 0,4636; 3,605; \beta = 2,419; 3,864$

13.



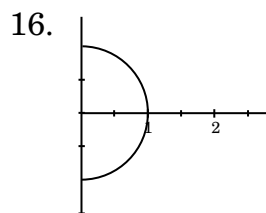
Suite

## Exercice n° 10 : Graphique de $y = \frac{1}{f(x)}$

B-4

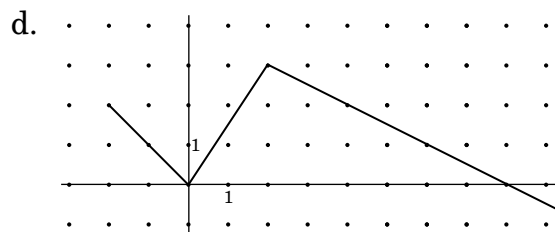
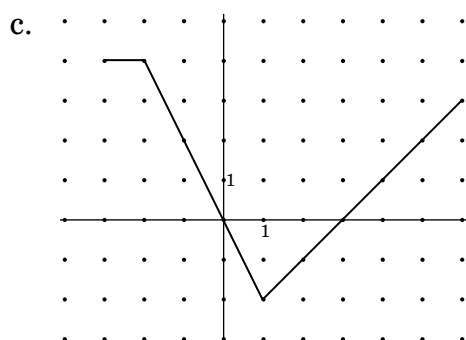
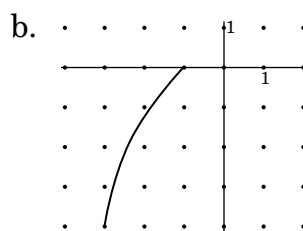
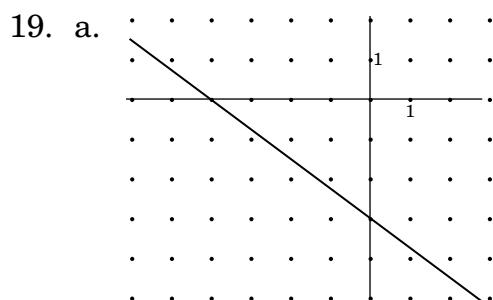
14. a.  $-\frac{1}{4} < k \leq 0$       b.  $k = -\frac{1}{4}$       c.  $k < -\frac{1}{4}$  ou  $k > 0$

15. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.



17.  $y = \frac{3}{8}x^2 - \frac{9}{4}x - \frac{21}{8}$

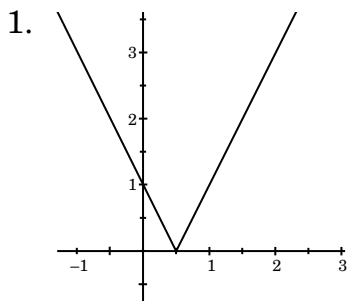
18.  $\theta = 0, \frac{2\pi}{3}, \pi, \frac{4\pi}{3}, 2\pi$



20.  $\sqrt{244 - 120\sqrt{2}}$  ou  $2\sqrt{61 - 30\sqrt{2}}$

## Exercice n° 11 : Graphique de $|f(x)|$

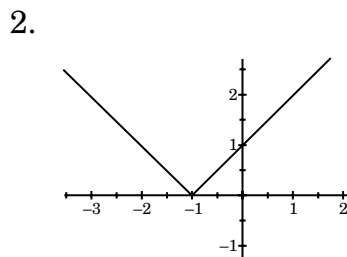
B-5, B-6



Domaine : Réels

Image :  $y \geq 0$

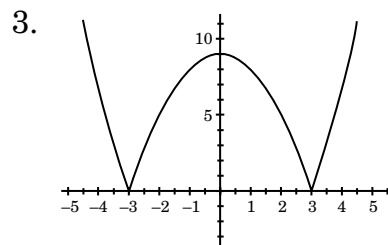
Zéros :  $\frac{1}{2}$



Domaine : Réels

Image :  $y \geq 0$

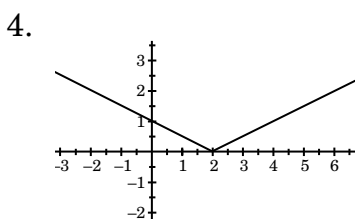
Zéros :  $-1$



Domaine : Réels

Image :  $y \geq 0$

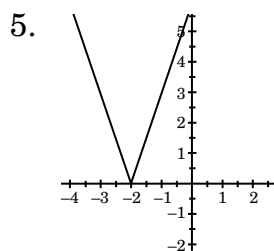
Zéros :  $\pm 3$



Domaine : Réels

Image :  $y \geq 0$

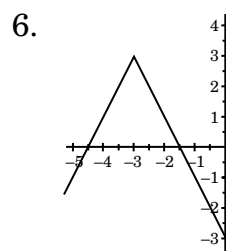
Zéros : 2



Domaine : Réels

Image :  $y \geq 0$

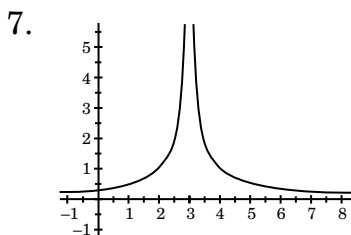
Zéros :  $-2$



Domaine : Réels

Image :  $y \leq 3$

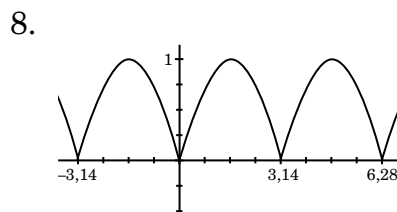
Zéros :  $\frac{-3}{2}, \frac{-9}{2}$



Domaine :  $x \neq 3$

Image :  $y \geq 0$

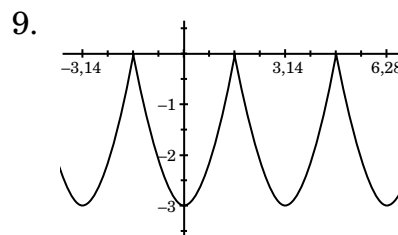
Zéros : Aucun



Domaine : Réels

Image :  $0 \leq y \leq 1$

Période :  $\pi$



Domaine : Réels

Image :  $-3 \leq y \leq 0$

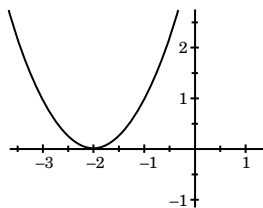
Période :  $\pi$

Suite

## Exercice n° 11 : Graphique de $|f(x)|$

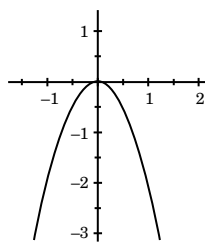
B-5, B-6

10. a.



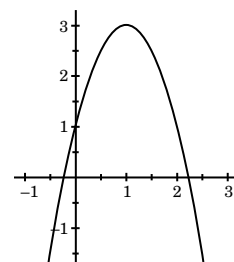
Zéros :  $-2$

b.



Zéros :  $0$

c.



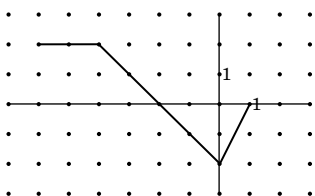
Zéros :  $1 \pm \sqrt{1,5}$

11. Image :  $\{-5 \leq y \leq 1\}$

Période :  $4\pi$

Amplitude :  $3$

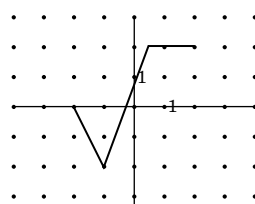
12. a.



Domaine :  $-6 \leq x \leq 1$

Image :  $-2 \leq y \leq 2$

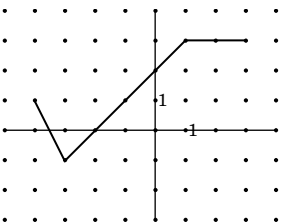
b.



Domaine :  $-2 \leq x \leq \frac{3}{2}$

Image :  $-2 \leq y \leq 2$

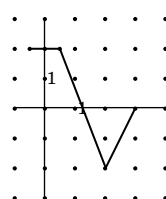
c.



Domaine :  $-5 \leq x \leq 2$

Image :  $-2 \leq y \leq 2$

d.



Domaine :  $-\frac{1}{2} \leq x \leq 3$

Image :  $-2 \leq y \leq 2$

13.  $\theta = 1,0472; 5,2360$  ou  $\theta = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$

Suite

## Exercice n° 11 : Graphique de $|f(x)|$

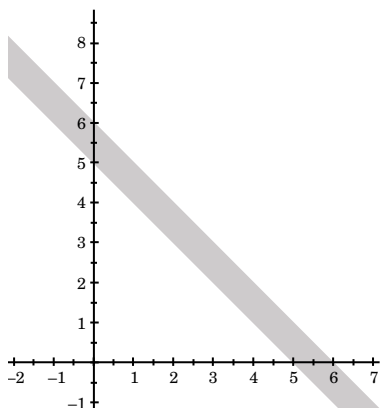
B-5, B-6

14. a.  $f(x) = x^2 + 5$       b.  $f(x) = |x - 3| + 5$       c.  $f(x) = \sqrt{5x - 3} + 5$   
(Autres sont possibles)

15. Voir le solutionnaire.

16.  $a = \frac{5}{3}, c = \frac{-14}{3}$

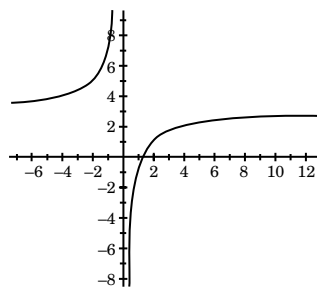
17.



$(x, y)$  se situe sur le ruban entre les droites  
 $x + y = 5$  et  $x + y = 6$

18.  $\pm 2$

19.

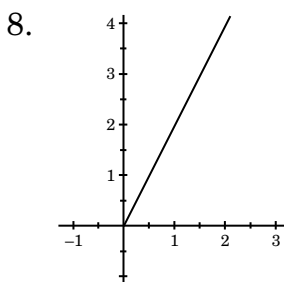
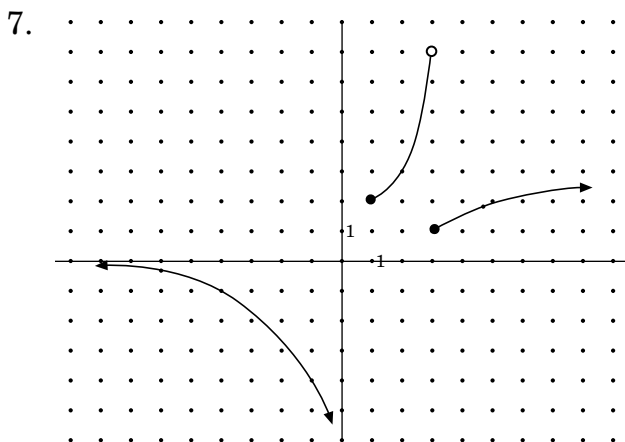


20. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

## Exercice n° 12 : Transformations – Exercices supplémentaires

B-6

1. a. étirement vertical  
b. réflexion par rapport à l'axe des "x"
2. a. compression verticale  
b. étirement vertical et réflexion par rapport à l'axe des "x"
3. a. compression verticale et réflexion par rapport à l'axe des "x"  
b. compression horizontale
4. a. étirement vertical et translation verticale de 1 unité vers le haut  
b. réflexion par rapport à l'axe des "x", translation verticale de 6 unités vers le haut
5. a. translation horizontale de 1 unité vers la gauche, étirement vertical  
b. translation horizontale de 2 unités vers la droite, étirement vertical
6. a. compression verticale, translation verticale de 5 unités vers le bas  
b. compression verticale, translation verticale de 4 unités vers le haut



*Suite*

# Exercice n° 12 : Transformations – Exercices supplémentaires

B-6

9. a.

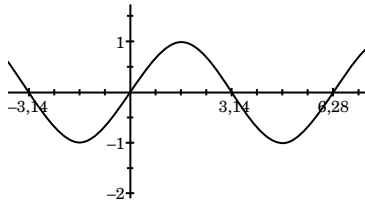


Image :  $\{-1 \leq y \leq 1\}$   
 Période :  $2\pi$   
 Amplitude : 1

b.

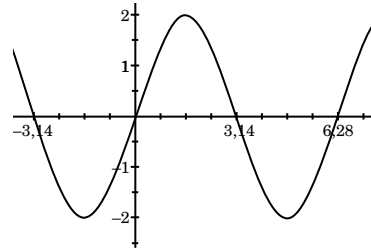


Image :  $\{-2 \leq y \leq 2\}$   
 Période :  $2\pi$   
 Amplitude : 2

c.

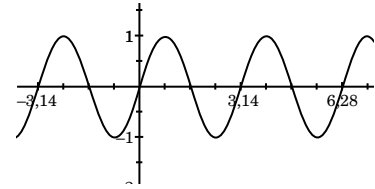


Image :  $\{-1 \leq y \leq 1\}$   
 Période :  $\pi$   
 Amplitude : 1

10. a.

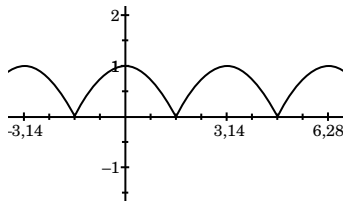


Image :  $\{0 \leq y \leq 1\}$   
 Période :  $\pi$

b.

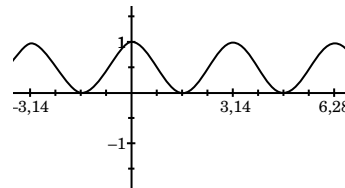


Image :  $\{0 \leq y \leq 1\}$   
 Période :  $\pi$

c.

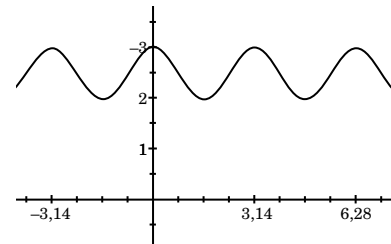
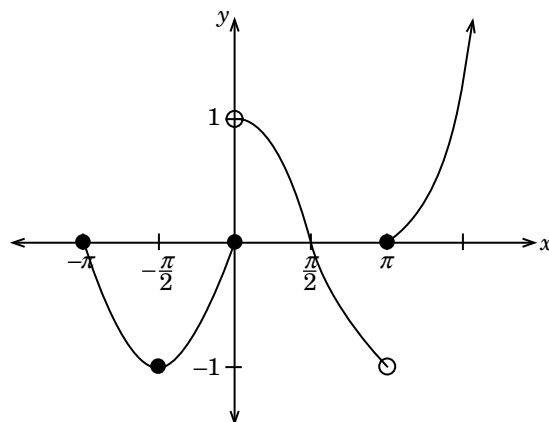


Image :  $\{2 \leq y \leq 3\}$   
 Période :  $\pi$

11.

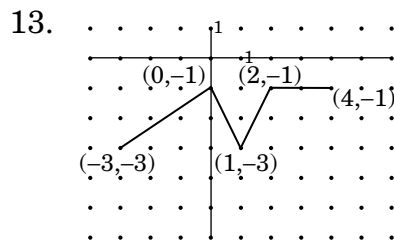


12. (1,72, 5,28)

Suite

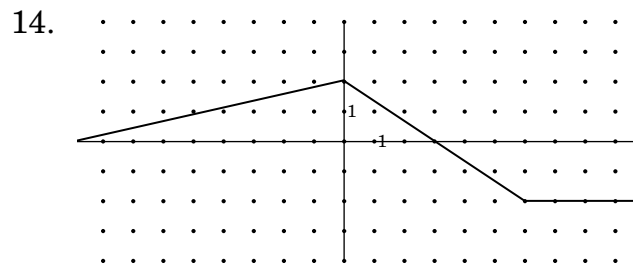
## Exercice n° 12 : Transformations – Exercices supplémentaires

B-6



Domaine :  $\{-3 \leq x \leq 4\}$

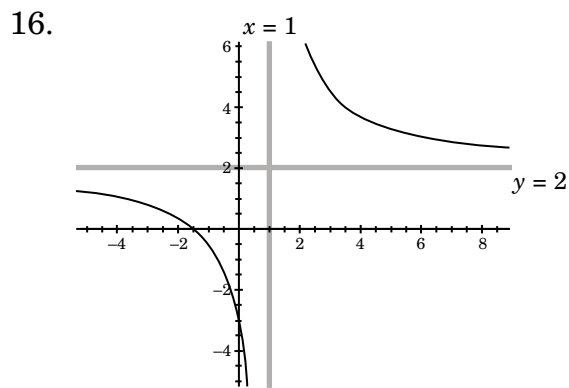
Image :  $\{-3 \leq y \leq -1\}$



$\{-9 \leq x \leq 12\}$

$\{-2 \leq y \leq 2\}$

15.  $y = 2 + \frac{5}{x-1}$



17. C

18. E

19.  $n = 3$

20.  $34,91 \text{ dm}^2$



## Exercice n° 13 : Transformations – Fonctions trigonométriques

B-7

1.  $y = 5 \sin\left(\frac{1}{2}x\right)$

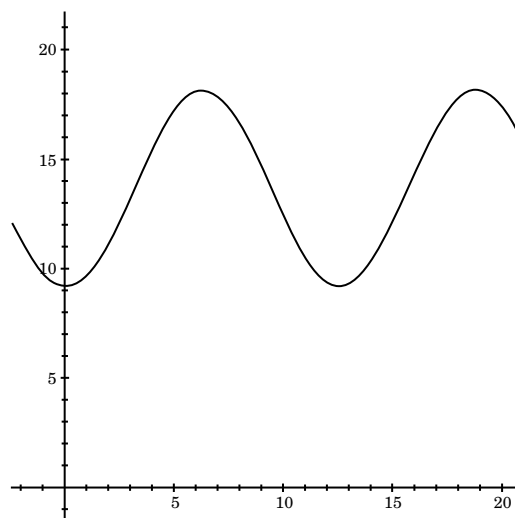
2.  $y = 5 \cos\left(\frac{1}{2}(x - \pi)\right)$

3.  $y = 3 \sin\left(2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\right)$  ou  $y = -3 \sin\left[2\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\right]$

4.  $y = 3 \cos 2x$

5.  $y = 2 + 2 \sin\left(\frac{3}{2}x\right)$  ou  $y = 2 \cos\left[\frac{3}{2}\left(x - \frac{\pi}{3}\right)\right] + 2$

6. a.



b. 12,5 heures

c. 5,54 heures

7.  $y = 13,9 - 9,7 \cos\left(\frac{2\pi}{365}(t - 26)\right)$

8.  $18,5^\circ$

9. 87 jours

10.  $80,41^\circ$

11. a. 2,8449

b. 3,2987

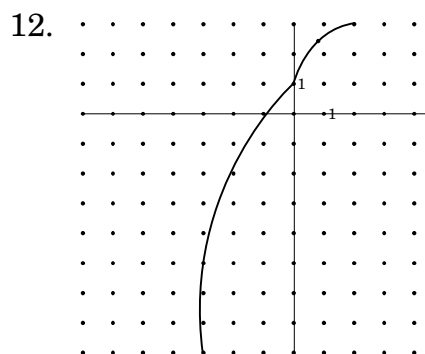
c. 3,7699

d. 6,1436

*Suite*

## Exercice n° 13 : Transformations – Fonctions trigonométriques

B-7



13.  $r = \frac{p}{m^2xp - 1}$

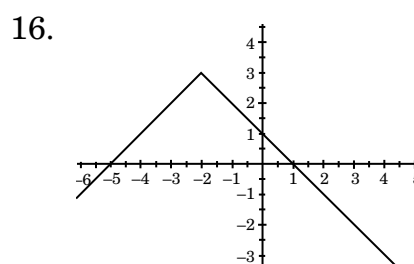
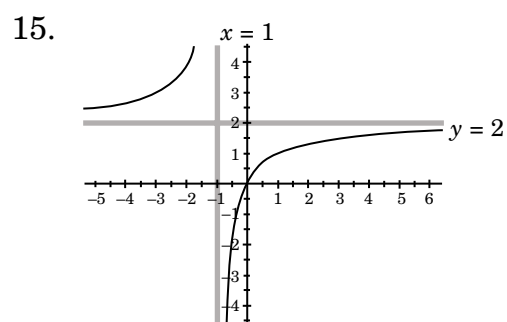
14. a. 4

b. 5

c. 3

d. 2

e. 1



17. a. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

b.  $75\sqrt{2}$

18.  $k = -16$

19.  $y = 3, x = 121$

20. a. Nombre infini.

b.  $y = x(x - 2), y = 5x(x - 2)$  et une infinité d'autres.

## Exercice n° 14 : Identités I

C-1

1. a.  $\frac{1}{\sin \theta}$                       b.  $1 - \sin^2 \theta$                       c.  $\frac{1 - \sin^2 \theta}{\sin^2 \theta}$

2. a.  $\frac{1}{\cos \theta}$                       b.  $1 - \cos^2 \theta$                       c.  $\frac{1 - \cos^2 \theta}{\cos^2 \theta}$

3. a. 1                      b. 1                      c.  $1 - \frac{1}{\sin^2 \theta}$

4. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

5. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

6. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

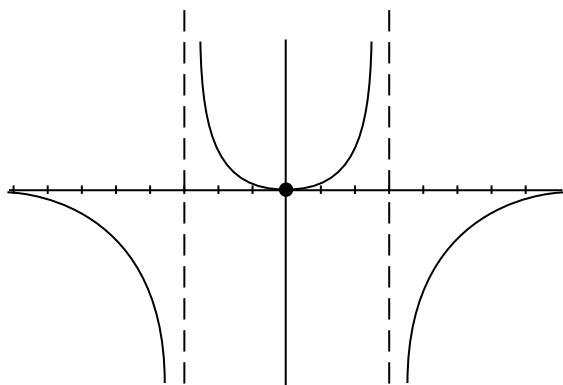
7. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

8. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

9.  $\theta = \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$

10.  $\theta = 131,8^\circ ; 228,2^\circ$

11.



a. sont identiques

b. voir le solutionnaire

12. a. III

b. IV

c. IV

d. III

13.  $\frac{-3\sqrt{7}}{7}$

*Suite*

## **Exercice n° 14 : Identités I**

C-1

14.  $\left(\frac{-1}{2}, \frac{-\sqrt{3}}{2}\right)$

15.  $\theta = \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{4}$

16.  $\theta = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$ , où  $k$  est un entier relatif.

17.  $\theta = \frac{3\pi}{8}, \frac{7\pi}{8}, \frac{11\pi}{8}, \frac{15\pi}{8}$

18. 0

19.  $f^{-1}(x) = \frac{(3-x)}{x}$

20.  $m = 6$

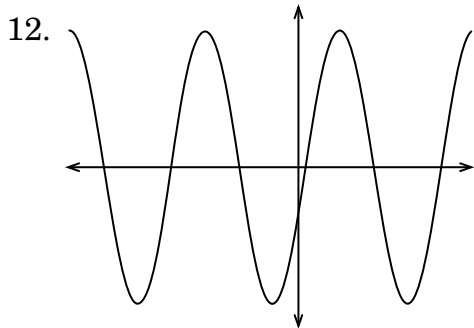
*Suite*

## Exercice n° 15 : Identités II

C-1

1. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.
2. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.
3. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.
4. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.
5. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.
6. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.
7. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.
8. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.
9.  $\theta = 109,5^\circ ; 250,5^\circ$
10.  $\theta = 2,7367 ; 5,8783$

11.  $\sin \theta = \frac{5}{13}$



$\theta = 0,3398 + 2k\pi, 2,8018 + 2k\pi$ , où  $k$  est un entier relatif.

13.  $\theta = \frac{\pi}{3} + 2k\pi, \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$ , où  $k$  est un entier relatif.

14. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

15. a. 3,92699                      b. 3,7699                      c. 2,1817                      d. 1,8236

16. a.  $120^\circ$                       b.  $150^\circ$                       c.  $240^\circ$                       d.  $135^\circ$

17.  $y = 9$

18. C

19.  $(x-2)(x^2+3)$

20.  $f^{-1}(5) = \frac{13}{4}$

*Suite*

## Exercice n° 16 : Identités de sommes et de différences I

C-2

1.  $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$

2.  $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$

3.  $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$

4. a.  $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$

b.  $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$

c.  $-2 - \sqrt{3}$

5. a.  $\cot(\alpha + \beta) = \frac{1 - \tan \alpha \tan \beta}{\tan \alpha + \tan \beta}$

b.  $\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$

6.  $-2 - \sqrt{3}$

7.  $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$

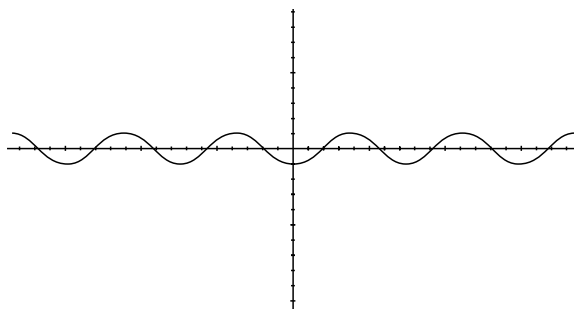
8. a.  $\frac{1023}{1025}$

b.  $\frac{64}{1025}$

c.  $\frac{1025}{64}$

d. 1

9.



$$y = \sin\left(t + \frac{3\pi}{2}\right)$$

$$y = -\cos t$$

a. identique

b. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

10. 4

Suite

## Exercice n° 16 : Identités de sommes et de différences I

C-2

11.  $\sec \theta = \frac{-\sqrt{85}}{7}$

12.  $\theta = 0,7227 ; 3,1416 ; 5,5605$

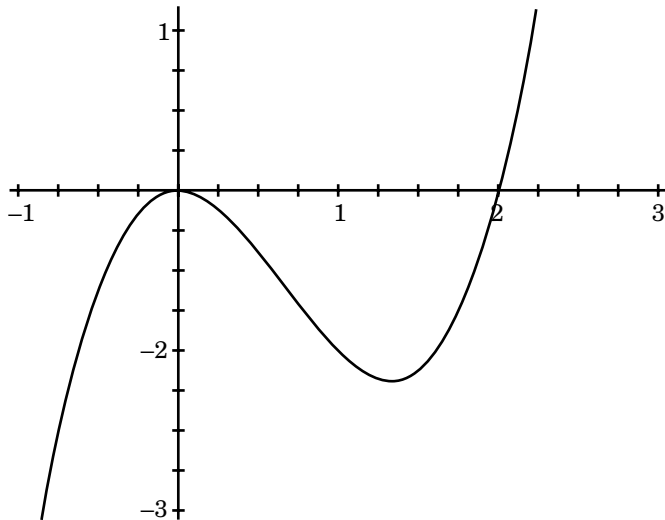
13. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

14. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

15. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

16.  $d = 1,498$

17.



18.  $x = 0$  ou  $x = \frac{-1}{3}$

19. a.  $0 < k < 1$

b. soit  $k < 0$  ou  $k = 1$

20. a. 10

b.  $12\pi$

c.  $144^\circ$

d.  $60\pi$

*Suite*

## Exercice n° 17 : Identités de sommes et de différences II

C-2

1.  $\cos\left(\frac{\pi}{3} + \theta\right) = \frac{\cos \theta - \sqrt{3} \sin \theta}{2}$

2.  $\tan\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3} \tan \theta - 1}{\sqrt{3} + \tan \theta}$

3.  $\sec\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right) = \frac{\sqrt{2}}{\cos \theta - \sin \theta}$

4. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

5. a.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       b.  $\frac{1}{2}$

6. a.  $\left(\frac{63}{65}, \frac{-16}{65}\right)$                       b. Quadrant IV

7. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

8. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

9. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

10. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

11. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

12.  $\tan(\alpha - \beta) = \frac{63}{16}$

13. Les solutions possibles :

a.  $\sin t = \cos\left(t - \frac{\pi}{2}\right)$  ou  $\cos\left(t + \frac{3\pi}{2}\right)$

b.  $\sin t = \sin(t + 2\pi)$  ou  $\sin(t - 4\pi)$

c. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

14.  $\theta = 3,66 + 2k\pi$ ,  $5,76 + 2k\pi$ , où  $k$  est un entier relatif.

15.  $24^\circ$

16.  $\theta = 1,23$  ;  $1,57$  ;  $4,71$  ;  $5,05$

17.  $(\sin x - \cos x)(\sin^2 x + \sin x \cos x + \cos^2 x)$

18.  $(\tan x + \cot x)(\tan^2 x + \cot^2 x - 1)$

19. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

*Suite*



## Exercice n° 18 : Identités d'angles doubles

C-2

1. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

2. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

3.  $\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$

4.  $-\sqrt{3}$

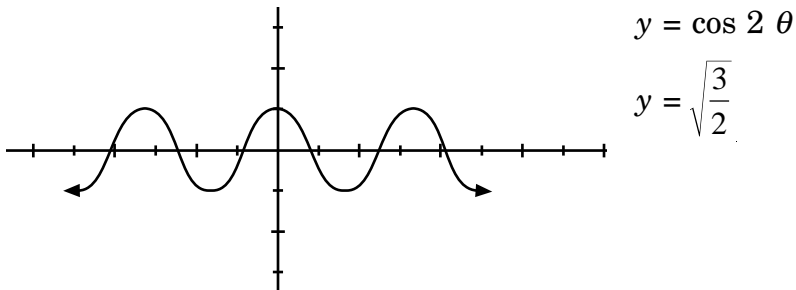
5. 0,81

6. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

7. a.  $\sin 2\theta = \frac{24}{25}$                       b.  $\cos 2\theta = \frac{-7}{25}$

8.  $\sin 2\theta = \frac{12\sqrt{10}}{7}$

9.



Pour une méthode alternative, consulter le solutionnaire.  
 $\theta = 0,262; 2,880; 3,403; 6,021$

10. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

11. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

12. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

13.  $\cot \theta = -\frac{\sqrt{5}}{2}$

*Suite*

## Exercice n° 18 : Identités d'angles doubles

C-2

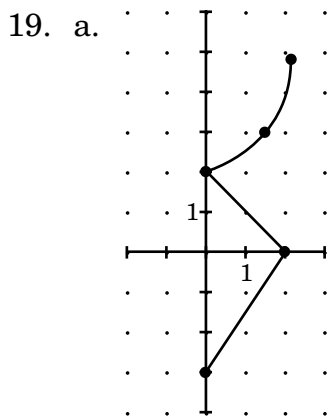
14.  $\frac{2\sqrt{3}-6}{3}$

15. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

16.  $\theta = \frac{\pi}{3} + k\pi$ , où  $k$  est un entier relatif.

17.  $\theta = 0,3398 + 2k\pi, 2,8018 + 2k\pi$ , où  $k$  est un entier relatif.

18. a.  $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$                       b.  $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$



b.  $y = f^{-1}(x)$  n'est pas une fonction, alors  
 $y = f(x)$  n'est pas biunivoque.

20. a. quadratique

b. (4, 2)

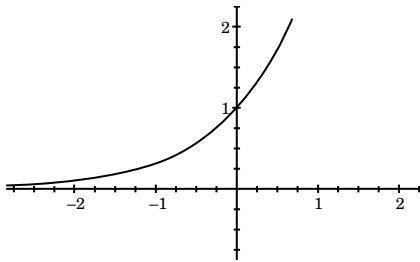
c. quatre unités vers la droite et deux unités vers le haut

Suite

## Exercice n° 19 : Fonctions exponentielles

D-1

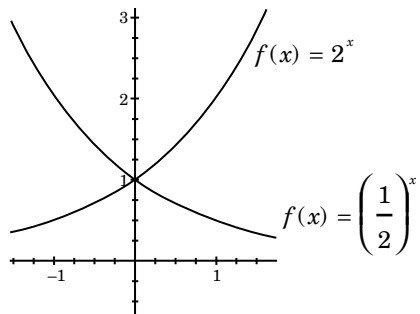
1. a.



b. Domaine :  $\{x \mid x \in \mathfrak{R}\}$   
Image :  $\{y \mid y > 0\}$

c. La valeur de  $y$  augmente.

2. a.

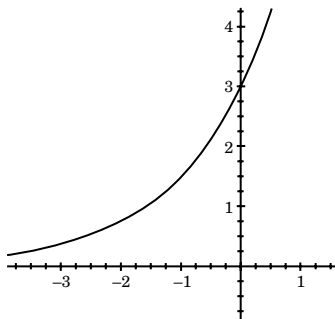


b. Les deux courbes passent sur le point  $(0, 1)$ . Les deux ont le même domaine et image. Les deux ont la même asymptote horizontale.

c.  $f(x) = 2^x$  est une fonction croissante ;

$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  est une fonction décroissante.

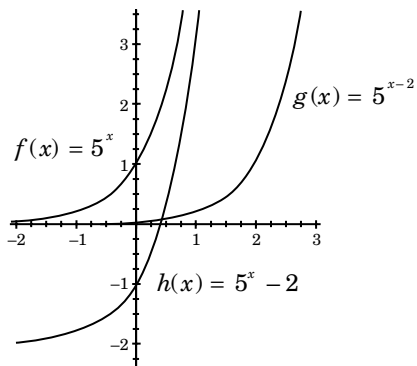
3. a.



b. Domaine :  $\{x \mid x \in \mathfrak{R}\}$   
Image :  $\{y \mid y > 0\}$

c. Abscisse à l'origine : aucune  
Ordonnée à l'origine : 3

4.



5. a. 2,5

b. 34,3

Suite

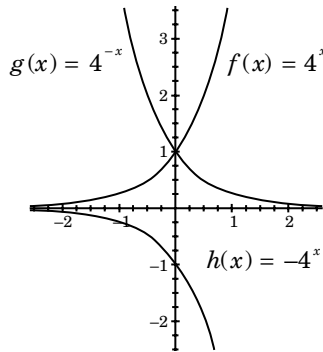
## Exercice n° 19 : Fonctions exponentielles

D-1

6. a. 1,6

b. 2,1

7. a.



b.  $f(x) = 4^x$

Fonction croissante  
Ordonnée à l'origine : 1  
Image :  $\{y \mid y > 0\}$

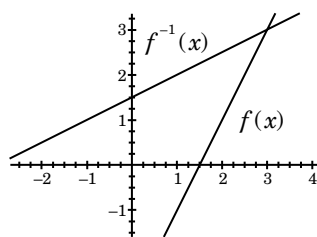
$g(x) = 4^{-x}$

Fonction décroissante  
Ordonnée à l'origine : 1  
Image :  $\{y \mid y > 0\}$

$h(x) = -4^x$

Fonction décroissante  
Ordonnée à l'origine  
est  $-1$   
Image :  $\{y \mid y < 0\}$

8. a.

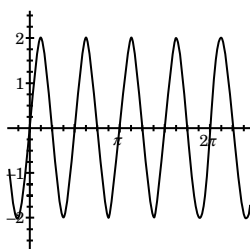


b.  $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

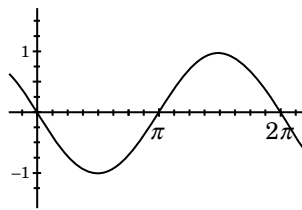
9. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

10.  $\theta = 0 ; 2,3005 ; 3,9827 ; 2\pi$

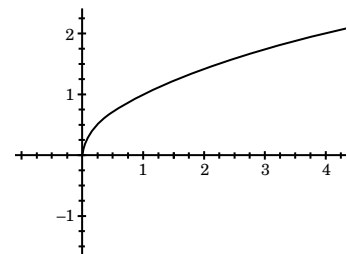
11.



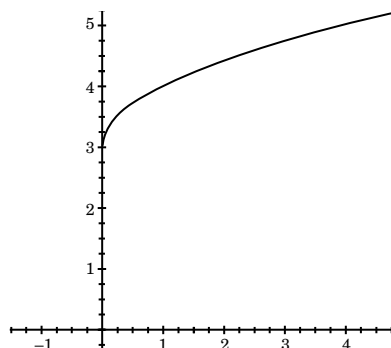
12.



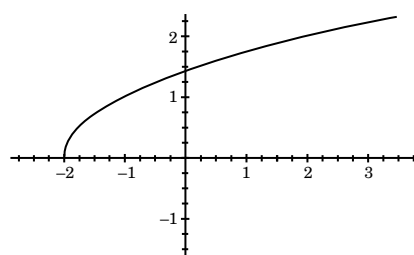
13.



14. a.



b.

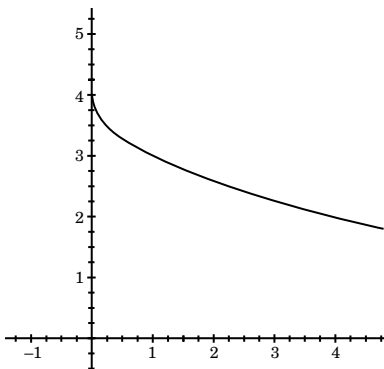


Suite

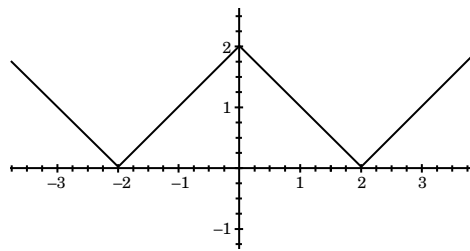
## Exercice n° 19 : Fonctions exponentielles

D-1

15.

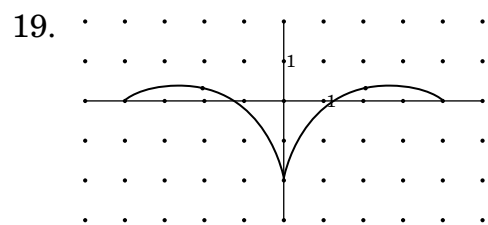


16.



17.  $\left(\frac{23}{32}, \frac{3\sqrt{55}}{32}\right)$

18.  $\theta = \frac{\pi}{4}, \frac{15\pi}{4}$



20. Deux réponses possibles sont :

$$f(x) = 3 \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$f(x) = 3 \cos\left(x - \frac{3\pi}{4}\right)$$

D'autres réponses sont possibles.

## Exercice n° 20 : Résolution d'équations exponentielles

D-2

1.  $x = 5$

2.  $x = 3$

3.  $x = 2,5$

4.  $x = -3, -1$

5.  $x = -3$

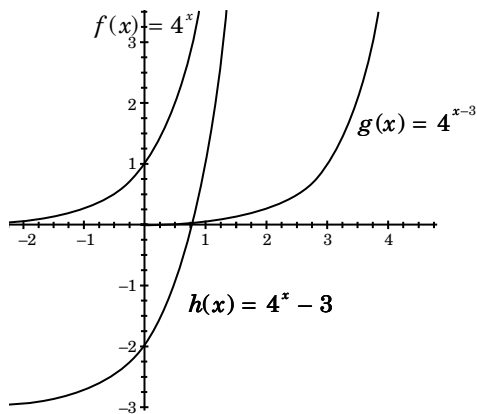
6.  $x = 6$

7.  $x = -0,5$

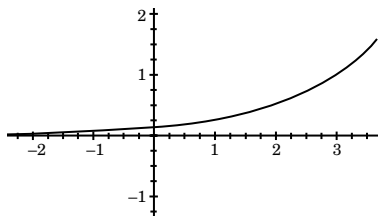
8.  $x = \frac{14}{15}$

9. a. et c.

10.



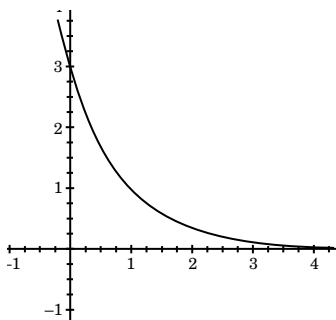
11.



Abscisse à l'origine : aucune

Ordonnée à l'origine :  $\frac{1}{8}$

12.



Abscisse à l'origine : aucune

Ordonnée à l'origine : 3

Domaine :  $\{x \mid x \in \mathbb{R}\}$

Image :  $\{y \mid y > 0\}$

Asymptote horizontale :  $y = 0$

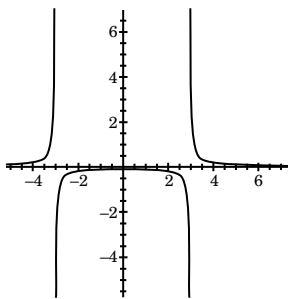
13. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

Suite

## Exercice n° 20 : Résolution d'équations exponentielles

D-2

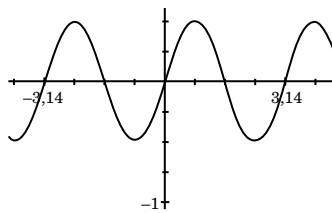
14.



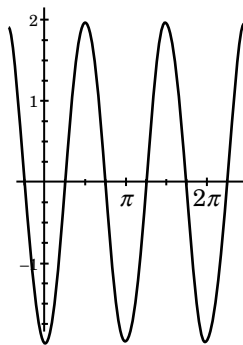
15. Impaire

16.  $A = -1$  et  $B = 0$

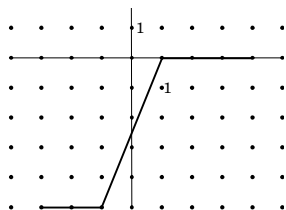
17.



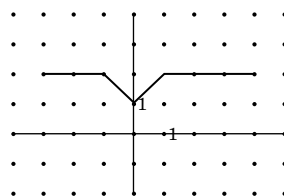
18.



19.



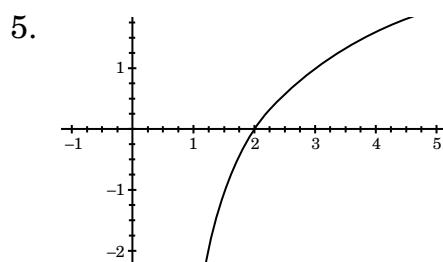
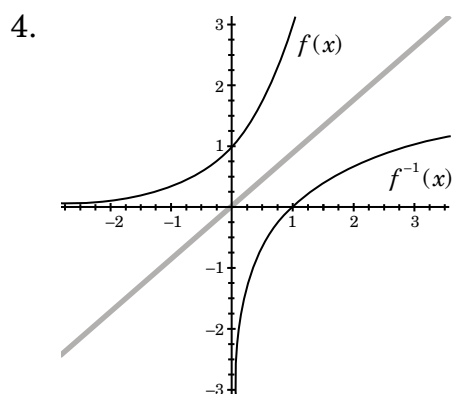
20.



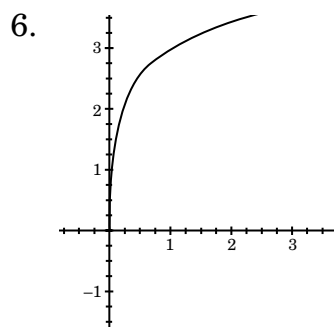
## Exercice n° 21 : Fonctions logarithmiques

D-3, D-4

1. a.  $\log_3 81 = 4$       b.  $\log_2 16 = 4$       c.  $\log_{\frac{1}{4}}\left(\frac{1}{16}\right) = 2$       d.  $\log_2\left(\frac{1}{8}\right) = -3$
2. a.  $2^4 = 16$       b.  $4^3 = 64$       c.  $10^{-2} = 0,01$       d.  $5^{-1} = \frac{1}{5}$
3. a. 2      b.  $\frac{1}{2}$       c. 6      d. 1



Domaine :  $]1, \infty[$   
Image :  $\{y \in \mathfrak{R}\}$   
Ordonnée à l'origine : aucune  
Abscisse à l'origine : 2  
Asymptote :  $x = 1$



Domaine :  $]0, \infty[$   
Image :  $\{y \in \mathfrak{R}\}$   
Ordonnée à l'origine : aucune  
Abscisse à l'origine :  $\frac{1}{125}$   
Asymptote :  $x = 0$

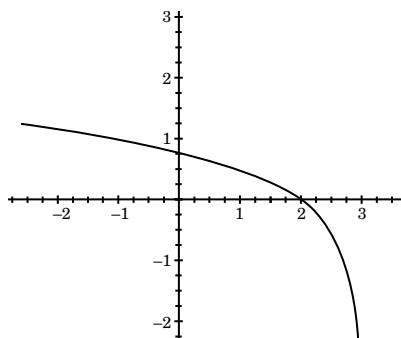
*Suite*



## Exercice n° 21 : Fonctions logarithmiques

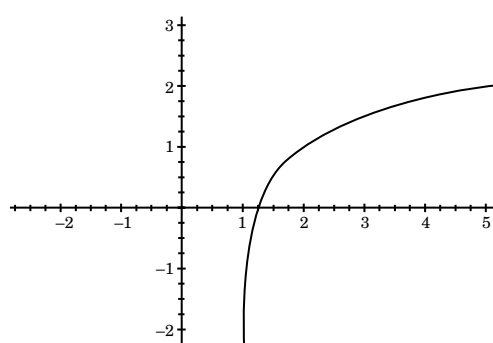
D-3, D-4

7.



Domaine :  $]-\infty, 3[$   
 Image :  $\{y \in \mathfrak{R}\}$   
 Ordonnée à l'origine : 0,7925  
 Abscisse à l'origine : 2  
 Asymptote :  $x = 3$

8.



Domaine :  $]1, \infty[$   
 Image :  $\{y \in \mathfrak{R}\}$   
 Ordonnée à l'origine : aucune  
 Abscisse à l'origine :  $\frac{5}{4}$   
 Asymptote :  $x = 1$

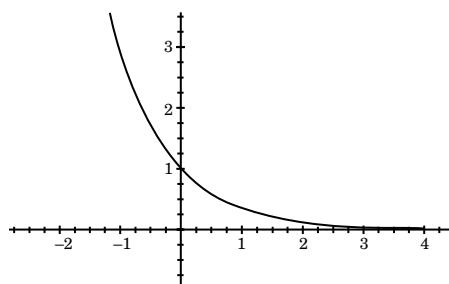
9.  $x = \pm 2$

10.  $x = \frac{1}{2}$

11.  $x = -1$

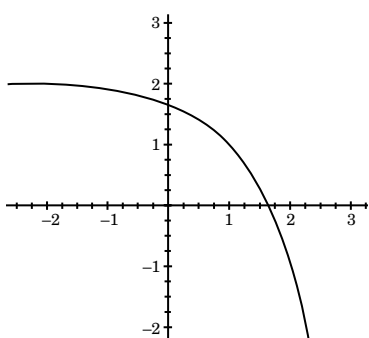
12.  $x = 3$

13.



Domaine :  $\{x \mid x \in \mathfrak{R}\}$   
 Image :  $\{y \mid y > 0\}$   
 Abscisse à l'origine : aucune  
 Ordonnée à l'origine : 1  
 Asymptote :  $y = 0$

14.



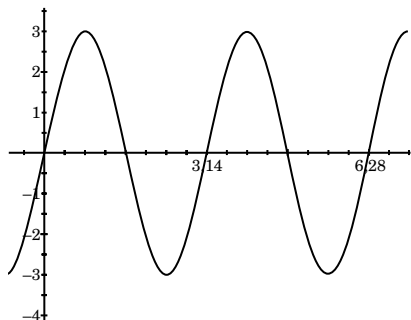
Domaine :  $\{x \mid x \in \mathfrak{R}\}$   
 Image :  $\{y \mid y < 2\}$   
 Ordonnée à l'origine :  $\frac{5}{3}$   
 Asymptote :  $y = 2$

Suite

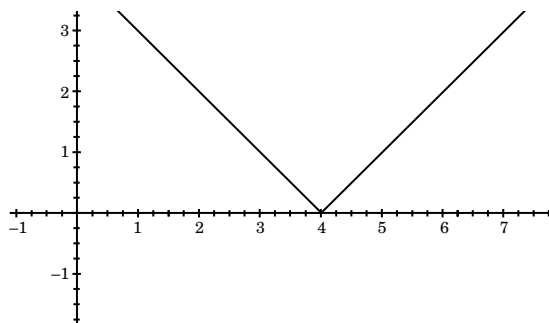
## Exercice n° 21 : Fonctions logarithmiques

D-3, D-4

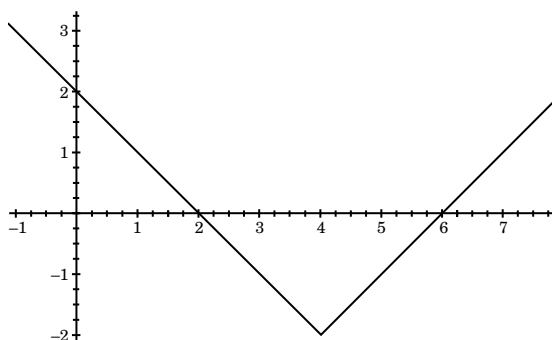
15.



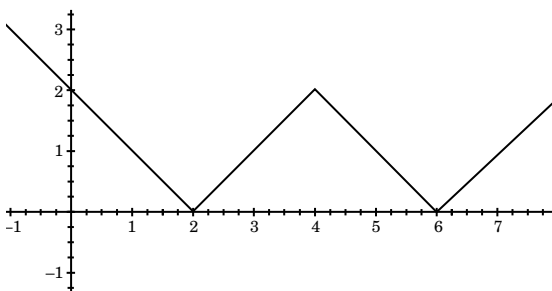
16.



17.



18.



19.  $\theta = 0, \pi, 2\pi, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$

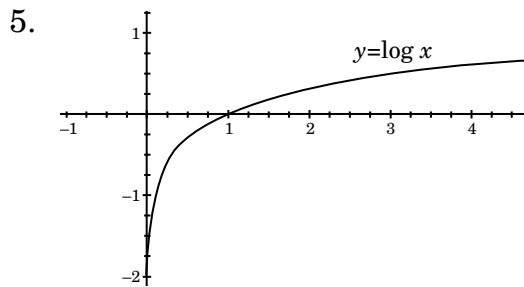
20.  $\theta = 2,08 ; 4,20 ; 8,37 ; 10,48$

## Exercice n° 22 : Théorèmes des logarithmes I

D-5

1. a. 3 b.  $\log\left(\frac{x^4(x-1)^2}{\sqrt[3]{x^2+1}}\right)$
2. a.  $\log_{10}\left(\frac{1}{2}\right)$  b.  $\log\left(\frac{x^3\sqrt{b}}{y^2t^4}\right)$
3. a.  $\log_3 x + \frac{1}{2} \log_3 y$  b.  $3 \log x + 4 \log y - 6 \log z$
- c.  $\log_2 6 + \log_2 x$  d.  $3 \log_5 x + 6 \log_5 y$

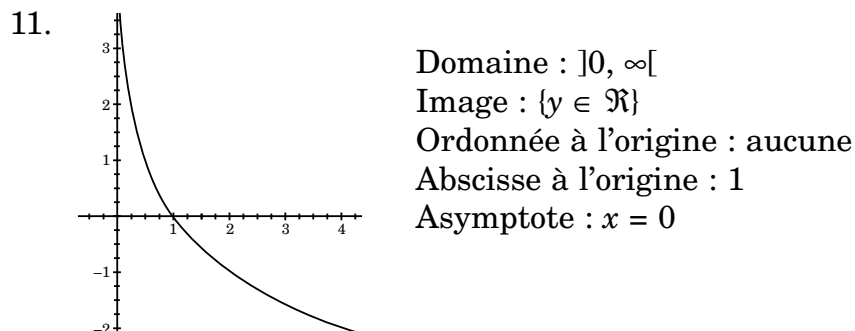
4. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.



6.  $\frac{2}{5} \log_3 6$       7. 1,195 ; 1,723      8.  $\log 8 + 3 \log a + 4 \log b - 6 \log c - \log 5$

9. a.  $\log_6 1296 = 4$  b.  $\log_5\left(\frac{1}{125}\right) = -3$

10. a.  $8^2 = 64$  b.  $4^{-3} = \frac{1}{64}$



*Suite*

## Exercice n° 22 : Théorèmes des logarithmes I

D-5

12. a.  $x = -6$

b.  $x = 9$

13.  $x = \frac{-1}{3}$

14.  $x = \frac{-1}{2}$

15. Les graphiques sont identiques puisque  $\frac{1}{3}(3^x) = 3^{-1}(3^x) = 3^{x-1}$ .

Domaine :  $\{x \in \mathfrak{R}\}$

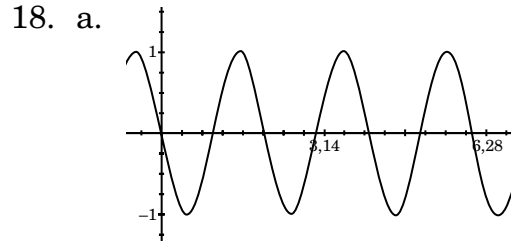
Image :  $]0, \infty[$

Abscisse à l'origine : aucune

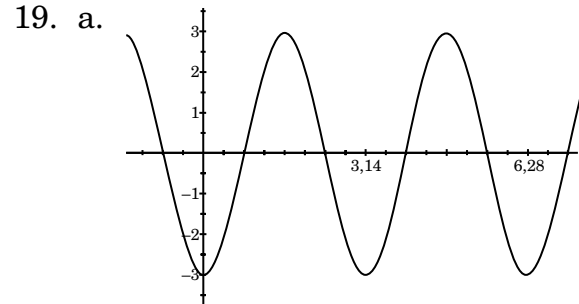
Ordonnée à l'origine :  $\frac{1}{3}$

16. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

17.  $\theta = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$

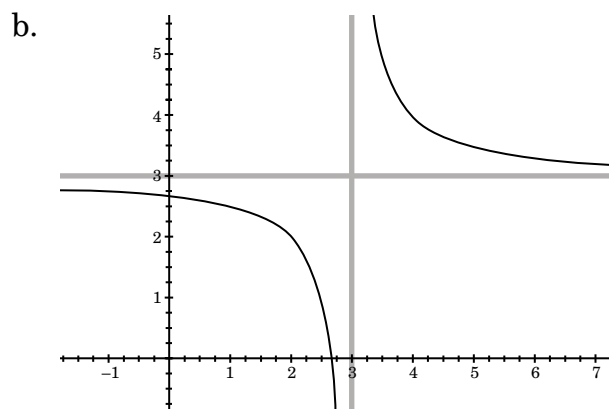
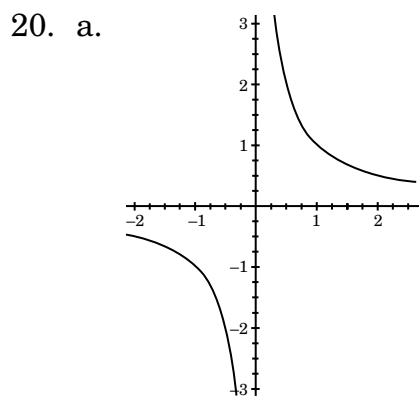


b. Période = 2



b. Période =  $\pi$

c. Translation horizontale =  $\frac{-\pi}{2}$



## Exercice n° 23 : Théorèmes des logarithmes II

D-5

1. a.  $\log_2 210$

b.  $\log_5 8$

2. a.  $\log_3\left(\frac{1}{10}\right)$

b.  $\log_2 6$

3. a. 0,7781

b. 1,1461

c. 0,669

d. 0,6607

4. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

5. Faux

6. 0,935785

7.  $\log_a 3 + \log_a b + \frac{1}{2}\log_a (c + 1) - \log_a 4 - 2 \log_a d$

8.  $\log_3\left(\frac{x^4 t^3}{y^2 k^4}\right)$

9.  $x = \frac{1}{4}$

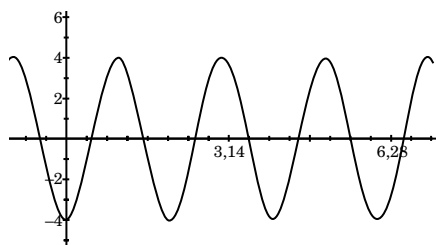
10.  $x = -3$

11.  $\log_3\left(\frac{1}{9}\right) = -2$

12.  $2^5 = 32$

13. { }

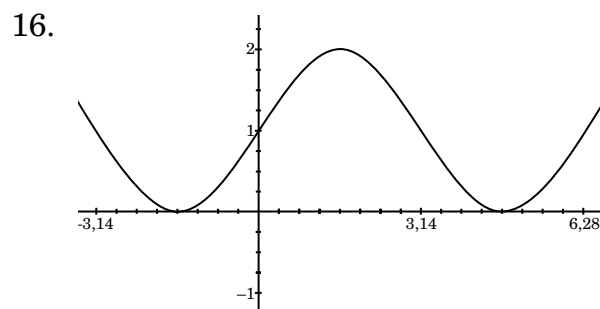
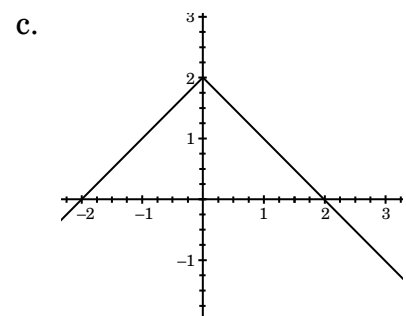
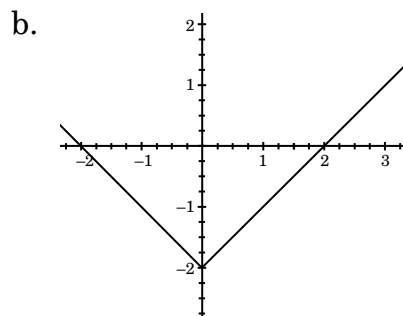
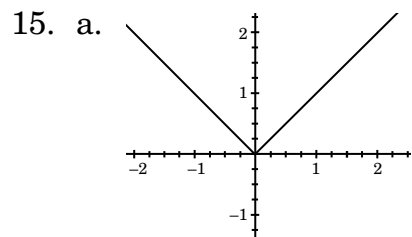
14.



*Suite*

## Exercice n° 23 : Théorèmes des logarithmes II

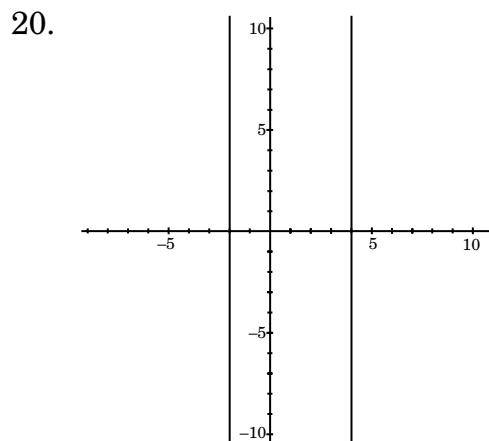
D-5



17.  $141,34^\circ$

18.  $f^{-1}(x) = \frac{x - 3}{2}$

19. B



## Exercice n° 24 : Équations exponentielles et logarithmiques I

D-6

1. a.  $x = 25$

b.  $x = 5$

c.  $x = \frac{1}{8}$

2. a.  $x = 4$

b.  $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 0, x \neq 1\}$

c.  $x = 0$

3. b. et d.

4. a.  $x = 10$

b.  $x = 729$

c.  $x = 1$

5. a.  $x = 25$

b.  $x = 48$

c.  $x = 2$

6.  $x = -1, 5$

7.  $x = -3, 6$

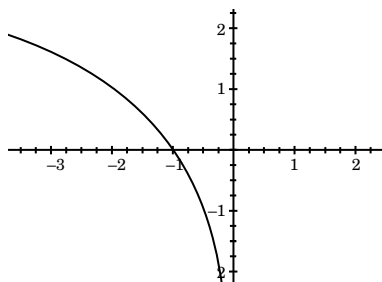
8.  $x = 4$

9. b. et c.

10.  $x = \frac{-1}{2}$

11.  $\cot \theta = \frac{-3}{4}$

12.



Domaine :  $]-\infty, 0[$

Image :  $\{y \in \mathbb{R}\}$

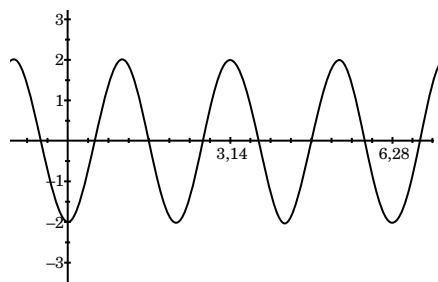
Abscisse à l'origine :  $-1$

Ordonnée à l'origine : aucune

Asymptote :  $x = 0$

13. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

14.

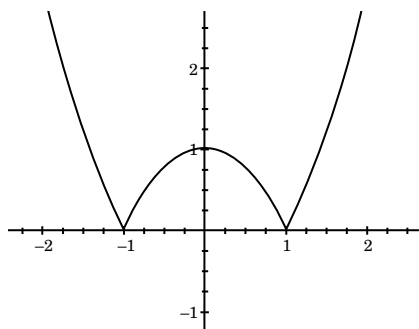


*Suite*

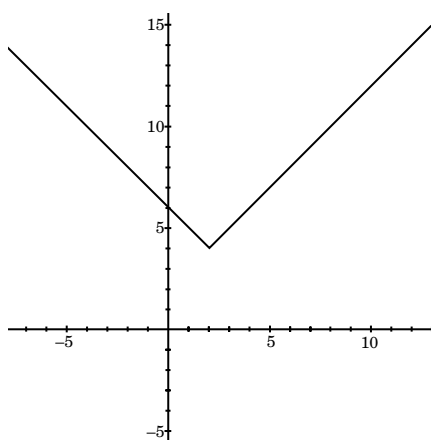
## Exercice n° 24 : Équations exponentielles et logarithmiques I

D-6

15.



16.



17.  $x = 3 \pm 2\sqrt{3}$

18.  $y = 3 \sin(2x - \pi)$  ou  $y = 3 \cos\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$

19.  $y = 2 + \frac{3}{x}$

20. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.



## Exercice n° 25 : Équations exponentielles et logarithmiques II

D-6

1.  $x = 5$

2.  $x = 5$

3.  $x = 3$

4.  $x = 2$

5.  $x = 7$

6.  $x = 1,95$

7.  $x = 2,15$

8.  $x = -0,52$

9.  $x = 1,445$

10. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

11.  $x = 10$

12.  $x = \frac{-3}{2}$

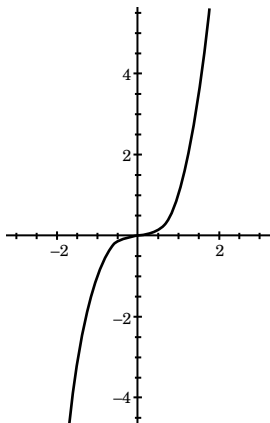
13.  $x = -4$

14.  $x = 54$

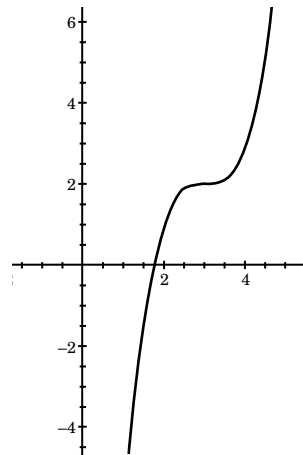
15.  $x = -1$

16.  $\left( \frac{65}{81}, \frac{4\sqrt{146}}{81} \right)$

17.



18.



19.  $315,13^\circ$

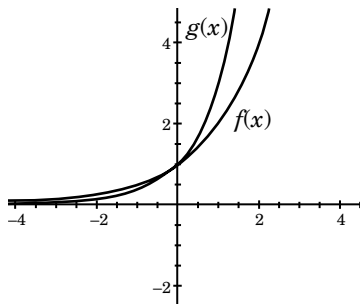
20.  $\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right), \sin\left(\frac{5\pi}{3}\right), \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right), \cos\left(\frac{7\pi}{6}\right), \tan(2,428), \tan(5,570)$

## Exercice n° 26 : Logarithmes naturels

D-7, D-8

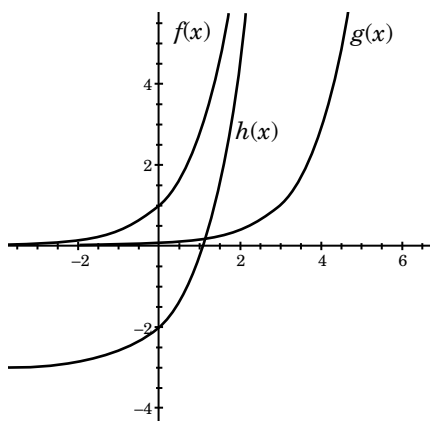
1. a. 221,41                      b. 0,512                      c. 2,244                      d. -5,627

2.



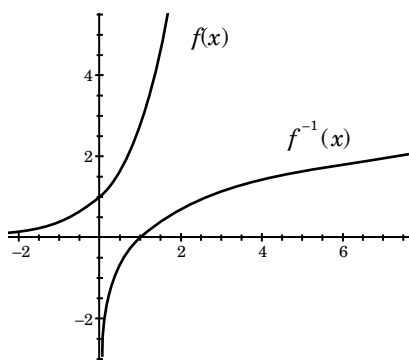
Le graphique de  $h(x)$  est entre  $f(x)$  et  $g(x)$  puisque  $2 < e < 3$ .

3.



Propriétés	$f(x)$	$g(x)$	$h(x)$
Domaine	$\{x \mid x \in \mathfrak{R}\}$	$\{x \mid x \in \mathfrak{R}\}$	$\{x \mid x \in \mathfrak{R}\}$
Image	$\{y \mid y > 0\}$	$\{y \mid y > 0\}$	$\{y \mid y > -3\}$
Abscisse à l'origine	aucune	aucune	$\approx 1,1$
Ordonnée à l'origine	1	$\approx 0,05$	-2
Asymptote(s)	$y = 0$	$y = 0$	$y = -3$

4.



Propriétés	$f(x)$	$f^{-1}(x)$
Domaine	$\{x \mid x \in \mathfrak{R}\}$	$\{x \mid x > 0\}$
Image	$\{y \mid y > 0\}$	$\{y \mid y \in \mathfrak{R}\}$
Abscisse à l'origine	aucune	1
Ordonnée à l'origine	1	aucune
Asymptote(s)	$y = 0$	$x = 0$

5. a.  $\frac{1}{2}[3\ln x + \ln(x + 1)]$                       b.  $\ln(x - 1) + 2\ln(x + 3) - \frac{1}{2}\ln(x^2 + 2)$

6. a.  $x = -329,58369$                       b.  $x = \frac{1}{3}$                       c.  $x = 8$                       d.  $x = 1,30472$

7. a. 43,90 grammes après 3 années                      b.  $x = 3,466$  années

Suite

## Exercice n° 26 : Logarithmes naturels

D-7, D-8

8.  $t = 6,93$  années

9.  $n = 1$

10.  $\log_2 16\sqrt{2} = \frac{9}{2}$

11. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

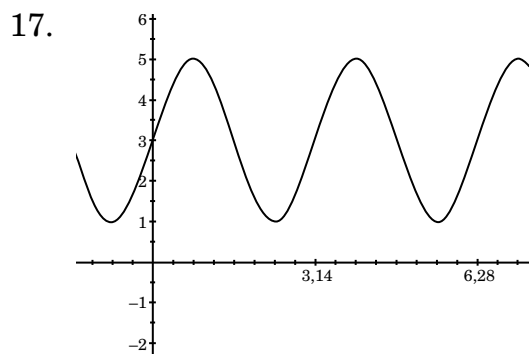
12.  $x = \frac{7}{2}$

13.  $x = 2$

14.  $x = 8$

15.  $x = 11$

16.  $\log 4 + \log(x - 5) - 3 \log x - \log(x + 6)$



18. 1,034

19.  $B = \frac{\pi}{2}$ ,  $A = 2$ , et  $C = -2$

20.  $P = \frac{\sqrt{2}-1}{2}$  et  $Q = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2}$

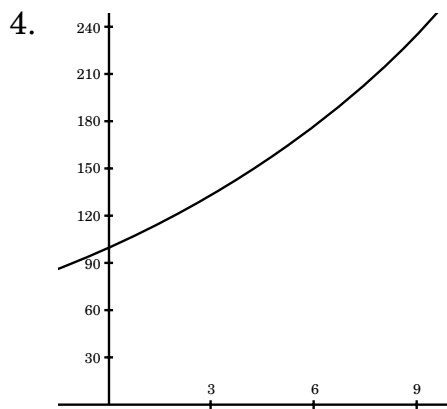
## Exercice n° 27 : Applications de la fonction exponentielle

D-8

1. a.  $\ln\left[\frac{\sqrt{x}}{(x-1)^2\sqrt[3]{x^2+1}}\right]$       b.  $\ln(x-1)$

2. a.  $k = \frac{\ln 100}{2}$       b.  $k = \frac{-\ln 3}{4}$

3. a. VF = 5 436,55 \$ après 1 année.  
b. VF = 11 547,99 \$ après 10 années.  
c. Intérêt après 10 années est 6 547,99 \$.  
d. C = 13 160,18 \$ est l'investissement initial.



Après 20 années, il y aura 673 rats de sables. La population des rats de sables doublera après 7,3 années.

5.  $t = 13,73$  années

6. a.  $k = \frac{\ln(0,8)}{5}$       b.  $y = 6,4$  grammes      c.  $x = 15,5$  années

7.  $t = 39,83$  années

8.  $H = 2,0 \times 10^{-7}$

9. a.
- b. Aucune abscisse à l'origine.  
L'ordonnée à l'origine est 1.

Suite

## Exercice n° 27 : Applications de la fonction exponentielle

D-8

10. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

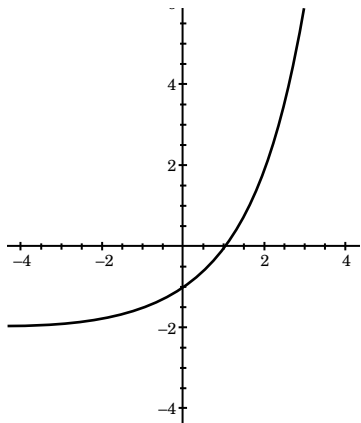
11.  $x = 3$

12.  $x = 3$

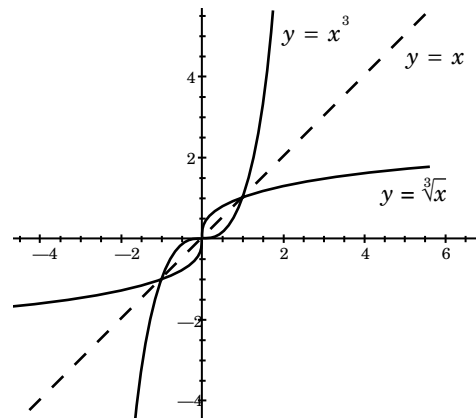
13. a.  $x = 0,321$

b.  $x = 0,321$

14.



15.



16.  $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x}$

17.  $\theta = 0,2527; 2,889; 3,871; 5,554$

18.  $\frac{4}{5}$

19. D

20.  $x = 0; 5; -\frac{2}{3}$

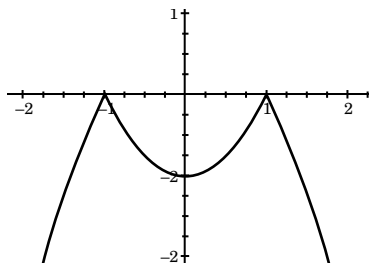
*Suite*

## Exercice n° 28 : Notation factorielle – Principe de dénombrement

E-1

1. a. 7                                      b. 31                                      c. 504                                      d. 210
2. a.  $k + 3$                                       b.  $7(r + 2)(r + 1)r^2$
3.  $n = 5$
4. a. ii, iii, v                                      b. réponses peuvent varier
5. 4 possibilités                                      6. 1320 possibilités
7. 240 possibilités                                      8. 60 possibilités
9. a. 6 possibilités                                      b. 6 possibilités                                      c. 12 possibilités
10. 240 repas
11. c.
12. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.
13.  $x = \frac{2}{3}$
14.  $x = 4,51$
15. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.
16.  $\theta = 1,8235 ; 4,4597$
17.  $T = 17,3$  années
18. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.
19. a.  $k = 0,12945$                                       b.  $P = 78,19$  kPa

20.





## Exercice n° 30 : Permutations

E-2

1. a. 20    b. 210
2. a.  $n(n - 1)$                                 b.  $n - 2$
3.  $n = 7$
4. a. 720 possibilités                        b. 72 possibilités
5. 30 240 possibilités
6. 288 possibilités
7. 336 possibilités
8. a. 12    b. 2
9. a. 1 680 "mots"                            b. 210 "mots"                            c. 180 "mots"
10. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.
11. [0, 1]
12.  $5^{-1} = \frac{1}{5}$
13. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.
14. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.
15.  $f(x) : \mathbb{R} : \{y \mid y > 0\}$  ; l'ordonnée à l'origine est 1  
 $g(x) : \mathbb{R} : \{y \mid y < 0\}$  ; l'ordonnée à l'origine est -1
16.  $x = 4,11$

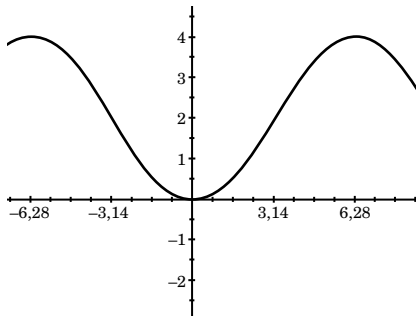
*Suite*



## Exercice n° 30 : Permutations

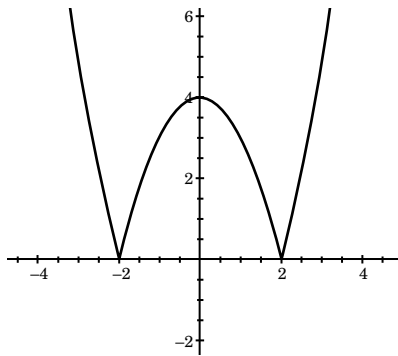
E-2

17.



18.  $AB = \frac{2\pi}{3}$

19.



20.  $k = 4$

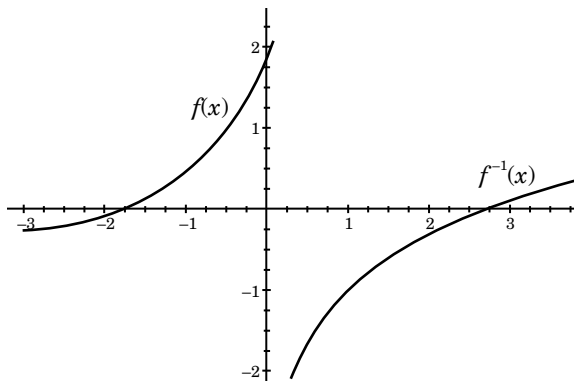
## Exercice n° 31 : Permutations circulaires

D-1

1. a. 5 040 façons                      b. 1 440 façons
2. 2880 façons
3. La classe d'histoire a le plus grand nombre d'arrangements possible.
4. 3 bracelets                              5. 21 600                              6. 420
7. a. 720                                      b. 220                                      c. 420
8. 523 nombres
9. a. 420                                      b. 160                                      c. 14
10. 14 400
11. a. La classe qui a les pupitres en rangées.  
b. Il y a 21 600 façons de plus lorsque les pupitres sont placés en rangée.
12. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.
13. 2

14.  $x = \frac{3}{2}$  et  $x = \frac{-1}{2}$

15.



$$f^{-1}(x) = -1 + \ln x$$

16.  $n = 19$                                       17.  $n = 5$
18.  $x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$ , où  $k$  est un entier relatif.
19. B    20. D

## **Exercice n° 32 : Permutations avec restrictions**

E-2

1. 840 façons
2. 103 680
3. a. 1440    b. 960
4. a. 288 façons    b. 144 façons
5. a. 720 façons    b. 120 façons    c. 600 façons
6. a. 840 façons    b. 360 façons    c. 240 façons
7. 14 400 façons
8. 150
9. 302 400 façons
10. a. 39 916 800 façons    b. 518 400 façons    c. 86 400 façons
11.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
12.  $x = 3$
13. Quadrant III
14. a.  $x = -\frac{3}{2}$     b.  $x = \frac{1}{3}$
15. a. et c.
16.  $t = 2$
17.  $\theta = 0, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, 2\pi$
18.  $t = 46,21$  minutes
19.  $y = -2 \sin \left[ 2 \left( x - \frac{\pi}{12} \right) \right] + 5; y = 2 \cos \left[ 2 \left( x - \frac{\pi}{6} \right) \right] + 5$
20. a.  $i = 5 \cos (120\pi t)$     b.  $i = -4,045$  ampères

## Exercice n° 33 : Combinaisons

E-3

- 6
  - 20
  - 21
- ${}_8C_2 = 28$  et  ${}_8C_6 = 28$
  - ${}_5C_2 = 10$  et  ${}_5C_3 = 10$
  - Les réponses sont les mêmes pour chaque paire.
  - Le nombre de façons de choisir  $r$  objets parmi  $n$  est le même que le nombre de façons de choisir les  $n - r$  objets qui restent parmi  $n$ .
- $n = 10$
  - $x = 4$
- 13 983 816
- 18 375
- 2 598 960 mains
  - 65 780 mains
  - 158 184 mains
- 16
- 36 façons
  - 100 façons
  - 24 façons
- 84 façons
  - 39 façons
  - 130 façons
- 84 façons
  - 49 façons
- $n = 15$
- 403 200
- Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.
- 1 995 840
- $x = 2$
- 5
- 151 351 200
  - 10 810 800
- 132
- $\frac{4\sqrt{5}}{9}$
  - $\frac{1}{9}$
- $\frac{22}{27}$
  - $\frac{-7\sqrt{5}}{27}$

## Exercice n° 34 : Théorème du binôme

E-4

1. a.  $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$                       b.  $a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$
2.  $16x^4 - 32x^3y + 24x^2y^2 - 8xy^3 + y^4$
3. a.  $512x^9 + 2304x^8 + 4608x^7$                       b.  $2048x^{22} - 11264x^{21} + 28160x^{20}$
4.  $-76545a^5$
5.  $210a^4b^6$                       6.  $\frac{35}{4y}$                       7. 924                      8.  $29568y^6x^5$
9.  ${}_9C_r(3a)^{9-r}\left(\frac{-1}{6a^2}\right)^r$
10.  $372\,736x^{20}$
11. 450 450 façons
12. 12 600 façons
13. a. 80 façons                      b. 1260 façons                      c. 2520 façons
14. a. 13 300                      b. 1 596 000                      c.  $\left[({}_5C_2 \cdot {}_{21}C_3) + ({}_5C_1 \cdot {}_{21}C_4) + ({}_{21}C_5)\right] \cdot 5!$
15. a. 0                      b. 32
16. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.
17. a. 666 863,31                      b. 1,83 jours
18. a. 253 parties                      b. 506 parties
19.  $\theta = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$
20. a. 8 635,70 \$                      b. 8 832,16 \$                      c. 8 878,56 \$  
d. 8 901,38 \$                      e. 8 902,16 \$

## Exercice n° 35 : Permutations, Combinaisons et théorème du binôme

E-2, E-3, E-4

1. 3 276 comités

2. a. 79 833 600 façons

b. 3 628 800 façons

c. 13 305 600 façons

3.  $8x^3 - 12x + \frac{6}{x} - \frac{1}{x^3}$

4.  ${}_{20}C_9(x)^{11}(-2y)^9$

5.  $840x^2$

6.  $\frac{495}{16}$

7.  $-42 240x^{14}$

8. a. 70

b. 56

9. a. 28

b. 49

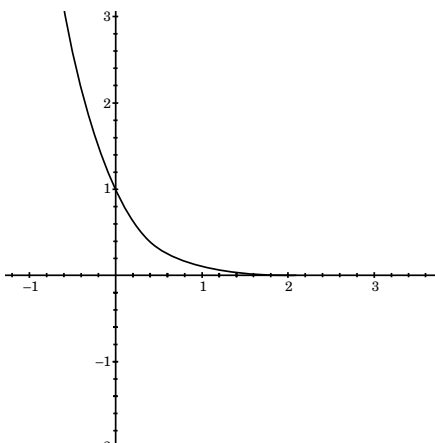
c. 1

10. 1 320

11. 126

12.  $n = 7$

13.



Domaine :  $\{x \mid x \in \mathfrak{R}\}$

Image :  $\{y \mid y > 0\}$

Asymptote horizontale :  $y = 0$

Abscisse à l'origine : aucune

Ordonnée à l'origine : 1

Les graphiques de  $f(x)$  et  $g(x)$  sont identiques.

14.  $x = 6$

15.  $\log_x \frac{(9,3)(8,6)}{19,1}$

16. 240

17. 210

18. 36

19. a. 330

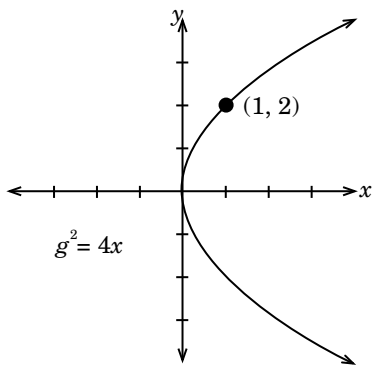
b. 462

20.  $x = 0,739$

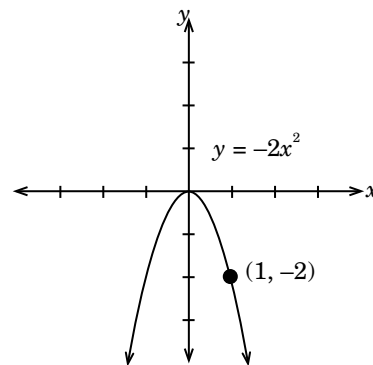
# Exercice n° 36 : Parabole

F-1, F-2, F-3

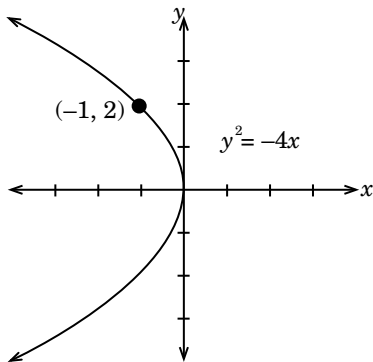
1. a.



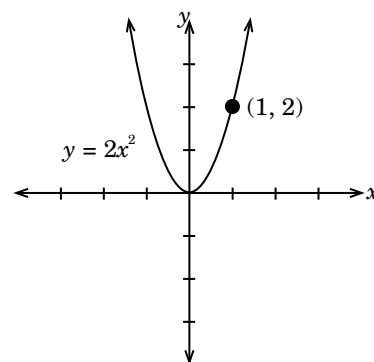
b.



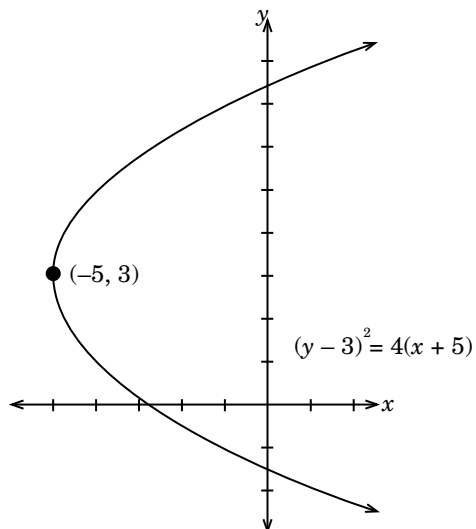
c.



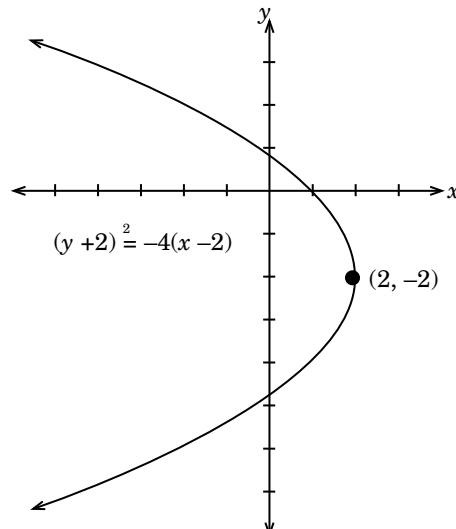
d.



2. a.



b.

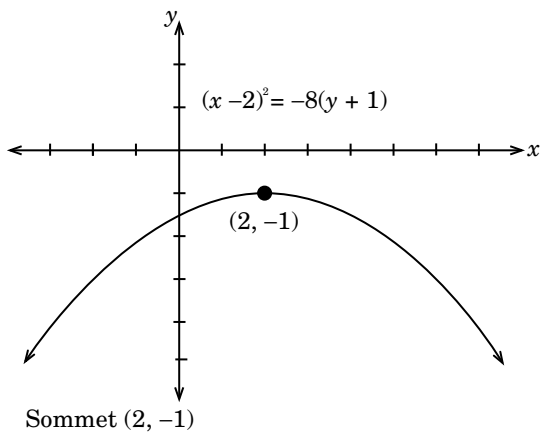


Suite

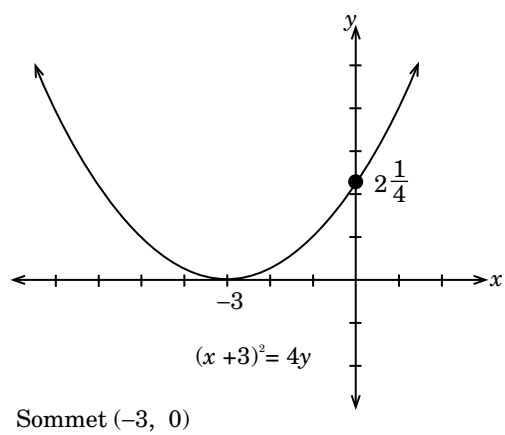
## Exercice n° 36 : Parabole

F-1, F-2, F-3

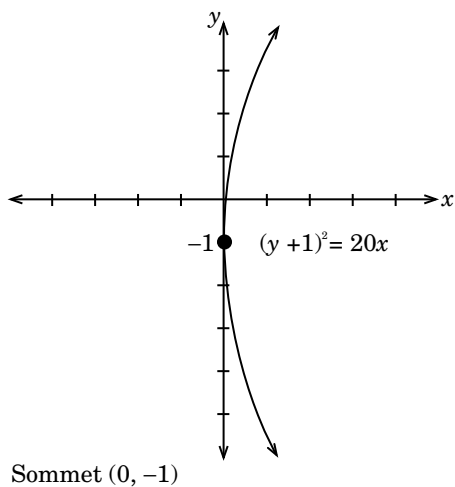
3. a.



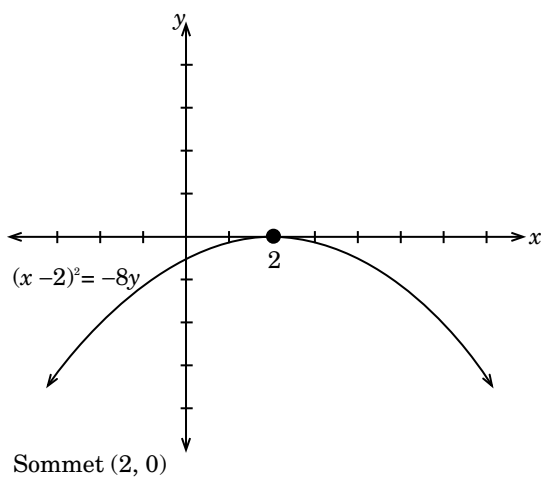
b.



4.



5.



6.  $a = \frac{5}{4}$

7.  $(3, -2)$

8.  $y = 2$

9.  $x = -2$

10.  $y + 3 = -\frac{1}{7}(x - 2)^2$

11. 1 440

12. 231

13. 672

14.  $x = -7$

15.  $5^2 = 25$

16.  $x = 3$

17.  $\frac{231}{16}$

18. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

19. 7,79 années

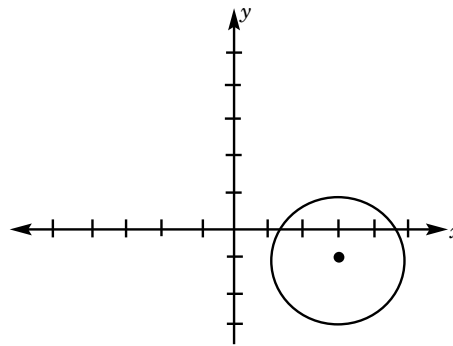
20.  $\theta = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi, \frac{11\pi}{6} + 2k\pi, k$  est un entier relatif.



## Exercice n° 37 : Cercle et ellipse

F-1, F-2, F-3

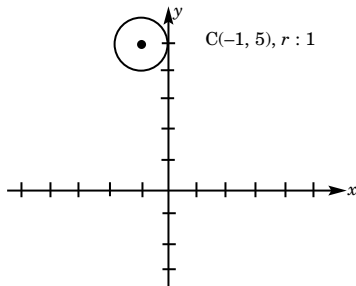
1.  $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 4$



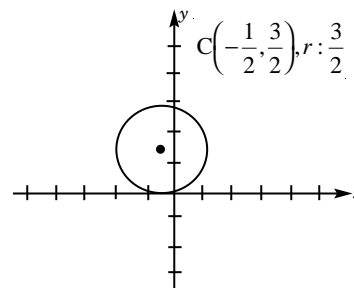
2.  $x^2 + y^2 = 41$

3.  $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 52$

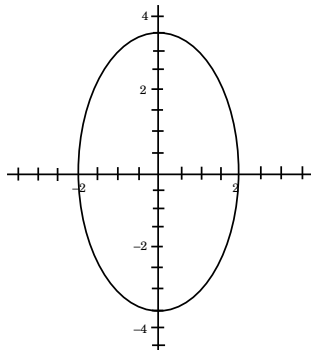
4. a.  $(x + 1)^2 + (y - 5)^2 = 1$



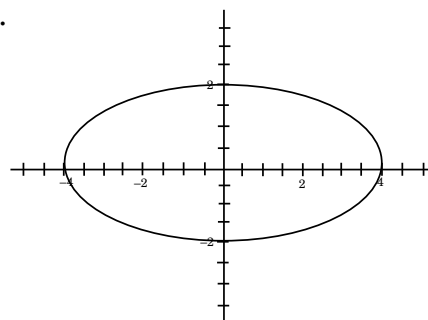
b.  $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$



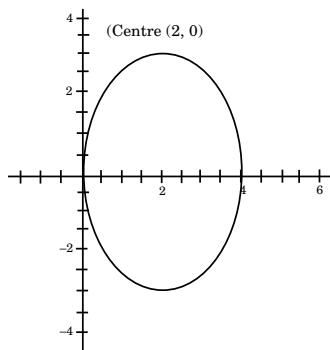
5. a.



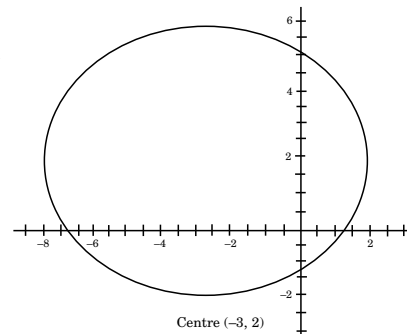
b.



6. a.



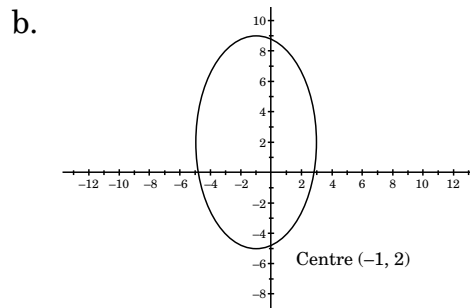
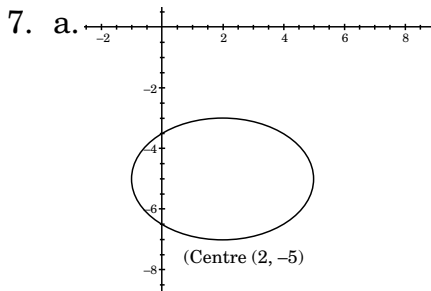
b.



*Suite*

## Exercice n° 37 : Cercle et ellipse

F-1, F-2, F-3



8. a. Centre (0, 0); Équation :  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$

b. Centre (2, 3); Équation :  $\frac{(x-2)^2}{36} + \frac{(y-3)^2}{4} = 1$

9. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

10.  $\frac{(x-3)^2}{49} + \frac{(y-2)^2}{25} = 1$

11. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

12.  $n = 6$

13. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

14.  $x = 0, -1$

15. 360 nombres

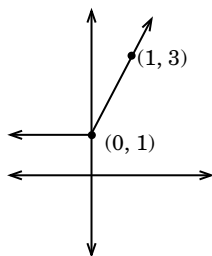
16.  $(x-5)^2 + (y-5)^2 = 25$

17. 1,72271

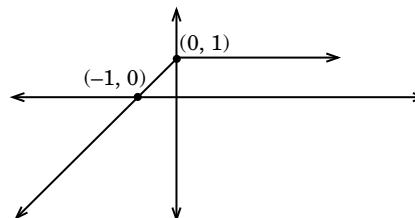
18. 0,835

19.  $\theta = 219,8^\circ$

20. a.

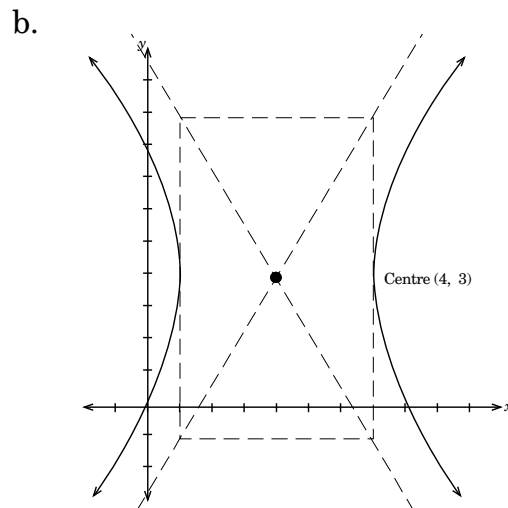
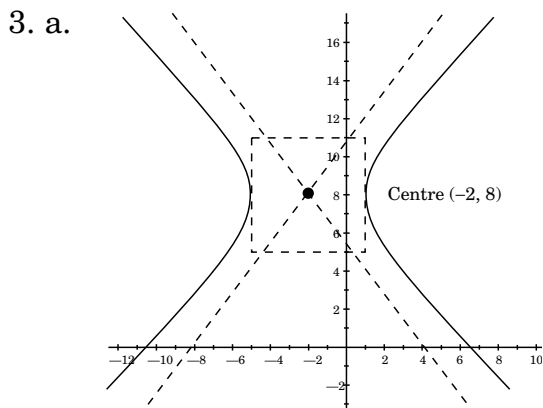
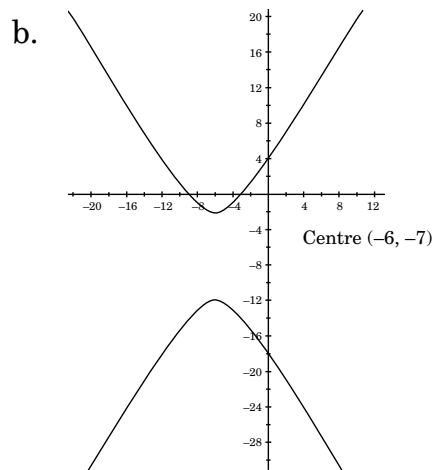
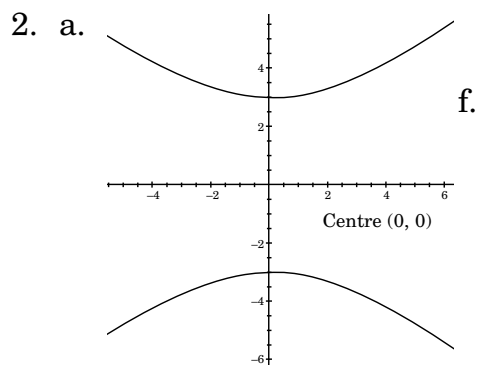
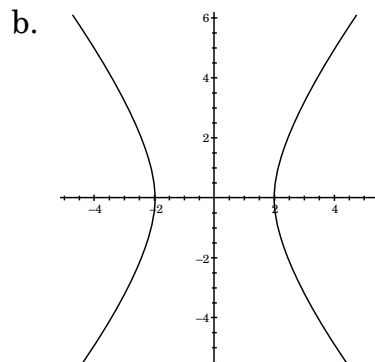
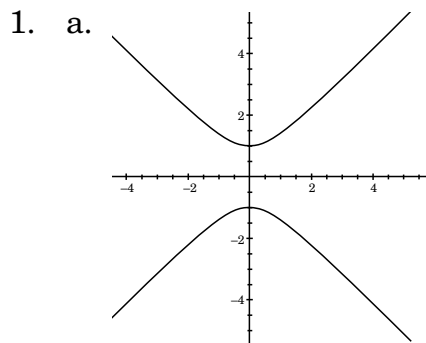


b.



# Exercice n° 38 : Hyperboles

F-1, F-2, F-3



4.  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{36} = 1$

5.  $\frac{(y - 1)^2}{25} - \frac{(x - 2)^2}{49} = 1$

Suite

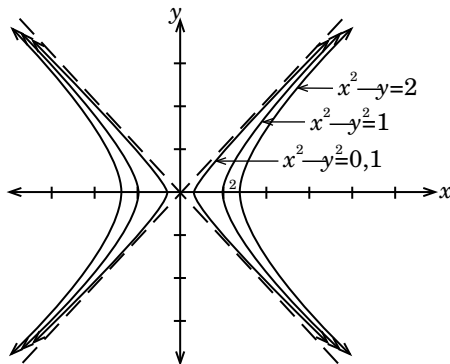
## Exercice n° 38 : Hyperboles

F-1, F-2, F-3

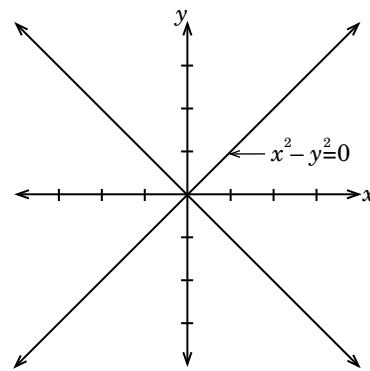
6. a. Ellipse : étiré au long de l'axe des  $y$ .  
b. Hyperbole : ouverte au long de l'axe des  $y$ .  
c. Parabole : ouverte au long de l'axe des  $x$ , vers la droite.  
d. Hyperbole : ouverte au long de l'axe des  $x$ .  
e. Parabole : ouverte vers le bas.  
f. Ellipse : étiré au long de l'axe des  $y$ .

7. a. ellipse                      b. hyperbole                      c. cercle                      d. parabole

8. a.



b.



9.  $x^2 + y^2 = 25$   
10.  $k = 1,6$   
11. 20  
12.  $x = 8$   
13.  $10^4 = 1000$   
14. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.  
15. 2 903 040  
16. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.  
17.  $x = 15$   
18. a. 1,571; 3,142                      b.  $\frac{\pi}{2}, \pi$   
19.  $\theta = 60^\circ, 300^\circ$   
20.  $\frac{21x^6}{2}$

*Suite*

## **Exercice n° 39 : Espace échantillonnal**

**G-1, G-2**

- F, P
  - 1, 2, 3, 4, 5, 6
  - (F, F), (F, P), (P, F), (P, P)
  - (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)
  - (F, F, F), (F, F, P), (F, P, F), (P, F, F), (P, P, P), (P, P, F), (P, F, P), (F, P, P)
- (5, 7); (5, 8); (5, 9); (6, 7); (6, 8); (6, 9); (7, 7); (7, 8); (7, 9); (8, 7); (8, 8); (8, 9)
  - $(3)(4) = 12$
  - 2 points
  - $\frac{1}{2}$
- Indépendant
  - Dépendant
  - Indépendant
  - Indépendant
- 1-P
- $\frac{4}{52}$
  - $\frac{13}{52}$
  - $\frac{1}{52}$
- $\frac{3}{10}$
  - $\frac{7}{10}$
  - 1 (certitude)
- $\frac{6}{36}$
  - $\frac{10}{36}$
- $\frac{16}{52}$
- Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

*Suite*

## Exercice n° 39 : Espace échantillonnal

G-1, G-2

10.  $x = 2$

11.  $x = 7,838$

12. 2,613

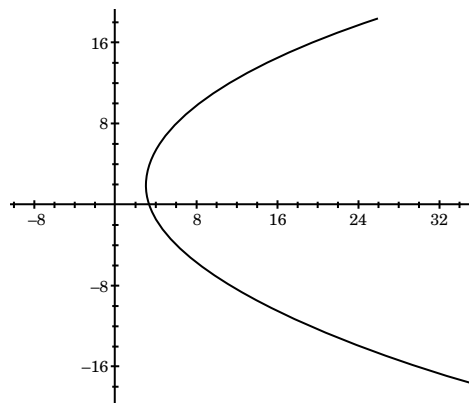
13.  $p^{10} + 10p^9q + 45p^8q^2$  et  $45p^2q^8 + 10pq^9 + q^{10}$

b. 120

c. 6<sup>e</sup> terme

d. 11 termes

14.  $(y - 2)^2 = 12(x - 3)$



15. a. parabole avec une axe de symétrie verticale  
b. parabole avec une axe de symétrie horizontale  
c. hyperbole  
d. cercle  
e. droite oblique  
f. ellipse  
g. droite horizontale  
h. droite verticale

16. a. 19,43 jours

b. 10,9 g

17. a. 5,85 et 3,57

b. 2,08 et 5,22

18. 1 330 560 façons

19.  $\theta = 0,8411 + 2k\pi$  ;  $2,3005 + 2k\pi$  ;  $3,9827 + 2k\pi$  ;  $5,4421 + 2k\pi$ , où  $k$  est un entier relatif.

20. 2 439,35 \$

**Exercice n° 40 : Probabilités d'événements indépendants et d'événements dépendants**

G-3

1. a.  $\frac{1}{169}$

b.  $\frac{1}{221}$

2.  $\frac{1}{3}$

3. a.  $\frac{1}{4}$

b.  $\frac{5}{24}$

c.  $\frac{13}{24}$

4. a.  $\frac{1}{4}$

b.  $\frac{1}{16}$

5.  $\frac{5}{9}$

6.  $\frac{7}{8}$

7.  $\frac{1}{6}$

8.  $128x^{21} - 1344x^{18}y^2 + 6048x^{15}y^4 - 15120x^{12}y^6$

9.  $\frac{5}{9}$

10.  $\frac{31}{66}$

11. (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4),  
(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4)

12. Les réponses vont varier.

13.  $\frac{1}{2}$

14.  $\frac{3}{13}$

15. 3,14 unités<sup>2</sup>

*Suite*

## **Exercice n° 40 : Probabilités d'événements indépendants et d'événements dépendants**

G-3

16.  $x = 0, 6$

17.

	$f(x)$	$g(x)$
Domaine	$\{x \mid x \in \mathfrak{R}\}$	$\{x \mid x \in \mathfrak{R}\}$
Image	$\{y \mid y > 0\}$	$\{y \mid y > 0\}$
Asymptote horizontale	$y = 0$	$y = 0$
	Croissante	Croissante
Abscisse à l'origine	Aucune	Aucune
Ordonnée à l'origine	1	4

18. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

19. Terme du milieu :  $\frac{-252}{x^5}$  ; terme suivant :  $\frac{945}{2x^8}$

20.  $\frac{3}{2}$



## Exercice n° 41 : Probabilités combinées

G-3

1.  $\frac{30}{31}$

2. a. 0,28

b. 0,05292

3.  $\frac{3}{13}$

4.  $\frac{1}{6}$

5.  $\frac{6}{55}$

6.  $\frac{7}{13}$

7.  $\frac{1}{12}$

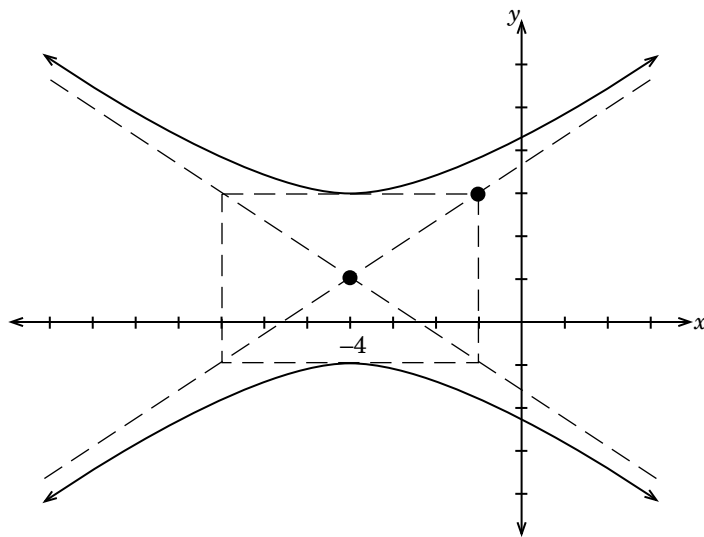
8.  $\frac{1}{4}$

9.  $\frac{13}{51}$

10. a.  $\frac{1}{8000000}$

b.  $\frac{7880599}{8000000}$

11.  $\frac{(y-1)^2}{4} - \frac{(x+4)^2}{9} = 1$



12. indépendant

13. a.  $\frac{1}{2}$

b.  $\frac{3}{26}$

c.  $\frac{1}{2}$

## Exercice n° 41 : Probabilités combinées

G-3

14.  $\theta = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, \pi$

15. a.  $x^2 + y^2 = 4$

b.  $y = x^2 - 2x + 3$

c.  $x^2 - y^2 = 1$

d.  $3x^2 + 2y^2 = 6$

e.  $y = \sqrt{x}$

f.  $y - 2 = 0$

g.  $x = 3$

h.  $4x - 2y + 5 = 0$

i.  $y = |x|$

16.  $x = 1$

17. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

18.  $98\pi$  ou  $307,88$  unités<sup>2</sup>

19.  $\frac{1215}{2x^7}$

20.  $11^{2,5917}$

*Suite*

## Exercice n° 42 : Probabilité conditionnelle I

G-4

1.  $\frac{1}{2}$

2.  $\frac{77}{160}$

3.  $\frac{7}{12}$

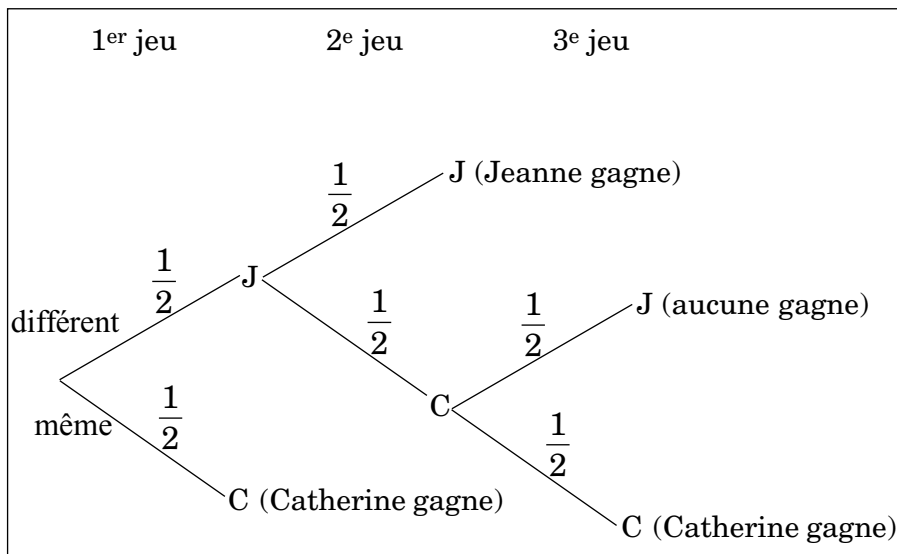
4.  $P(R) = \frac{11}{30}$  ;  $P(B) = \frac{1}{10}$  ;  $P(V) = \frac{8}{15}$

5.  $\frac{4}{9}$

6.  $P(\text{Pair}) = \frac{11}{18}$  ;  $P(< 3) = \frac{13}{18}$

7.  $P(1) = \frac{13}{20}$  ;  $P(2) = \frac{1}{4}$  ;  $P(3) = \frac{1}{10}$

8. a.



b.  $\frac{1}{4}$

c.  $\frac{5}{8}$

d.  $\frac{1}{8}$

9. a. 624

b. 54 912

10.  $x = 2$

Suite

## Exercice n° 42 : Probabilité conditionnelle I

G-4

11. a. (R, R), (R, B), (R, J), (B, B), (B, R), (B, J), (J, J), (J, R), (J, B)

b. Non

c. Dépendant

d.  $\frac{11}{18}$

12.  $\frac{55}{63}$

13.  $\frac{13}{21}$

14.  $\frac{8}{21}$

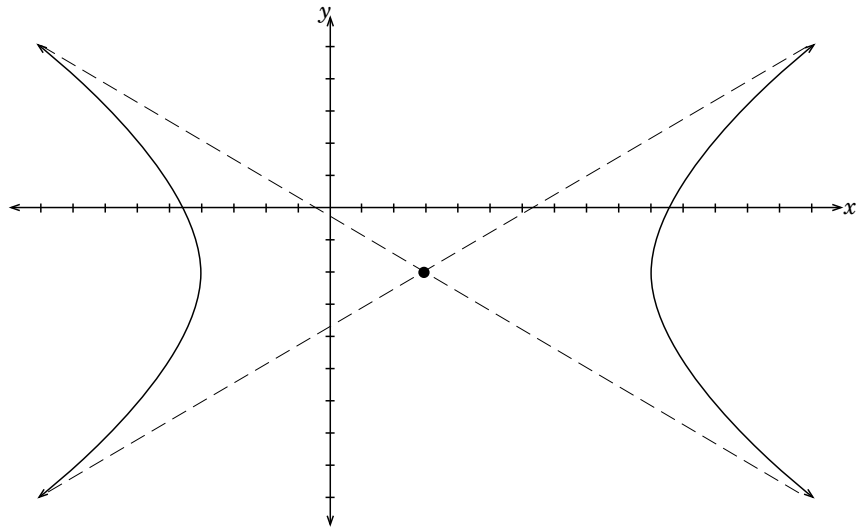
15. a. 0

b. 1

c.  $P(A) \times P(B)$

d.  $P(A) \times P(B|A)$

16.  $\frac{(x-3)^2}{49} - \frac{(y+2)^2}{25} = 1$



17. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

18.  $x = \frac{1}{5}$

19.  $x = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$

20.  $1\,440^\circ$

## Exercice n° 43 : Probabilité conditionnelle II

G-4

1.  $\frac{3}{4}$

2. 0,42

3. a. 0,26

b. 0,69

4. 0,68

5.  $\frac{8}{13}$

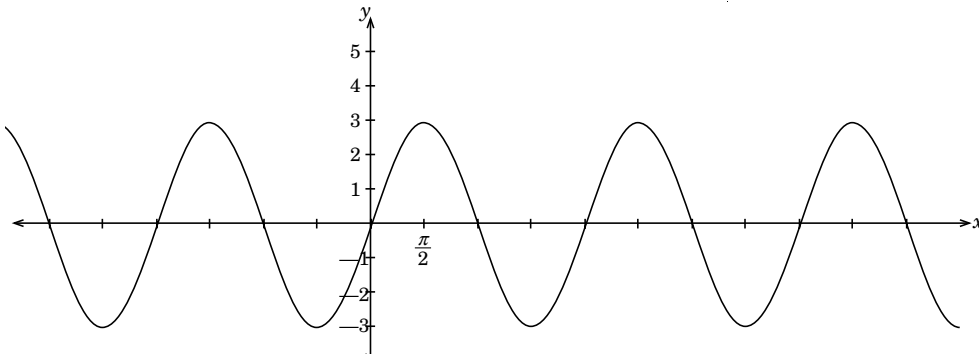
6.  $\frac{3}{8}$

7.  $\frac{5}{8}$

8.  $x = 2$

9.

$$y = 3 \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$$



10.  $x = 5, -1$

11.  $\frac{2}{15}$

12.  $\frac{2}{5}$

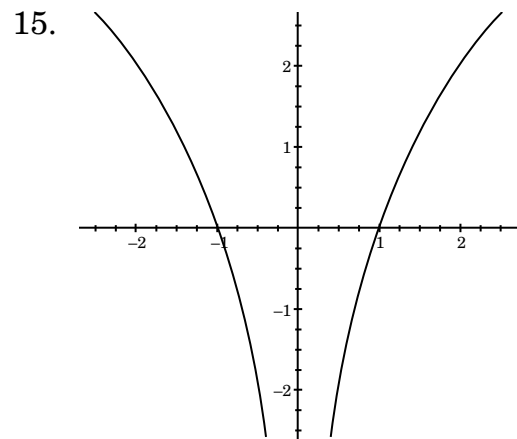
*Suite*

## Exercice n° 43 : Probabilité conditionnelle II

G-4

13.  $\frac{5}{52}$

14.  $\frac{29}{50}$



Domaine :  $\{x \mid x \neq 0\}$

Image :  $\{y \mid y \in \mathfrak{R}\}$

Abscisse à l'origine : 1, -1

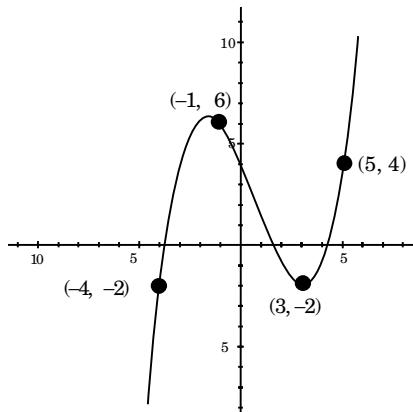
Ordonnée à l'origine : aucune

Asymptote :  $x = 0$

16.  $x = 5$

17.  $15\pi$

18.



19. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

20.  $\sqrt{10} < x < 100$

**Exercice n° 44 : Utilisation des permutations et des combinaisons  
dans le calcul de probabilités**

G-5

1.  $1,8 \times 10^{-5}$

2.  $\frac{1}{6}$

3. 0,39

4.  $\frac{5}{26}$

5.  $\frac{1}{10}$

6.  $\frac{1}{504}$

7.  $\frac{1}{5}$

8. 0,008

9.  $\frac{2}{7}$

10.  $\frac{2}{3}$

11. a.  $\frac{2}{5}$

b.  $\frac{4}{15}$

c.  $\frac{1}{3}$

d.  $\frac{3}{5}$

e.  $\frac{2}{3}$

12.  $\frac{1}{10}$

13.  $\frac{1}{3}$

14. a.  $\frac{7}{10}$

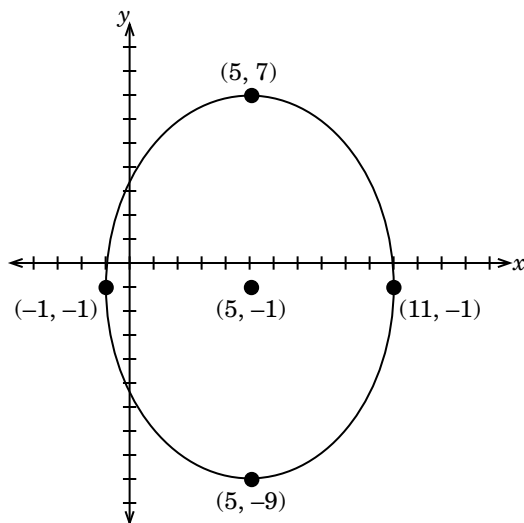
b.  $\frac{17}{25}$

15. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

**Exercice n° 44 : Utilisation des permutations et des combinaisons dans le calcul de probabilités**

G-5

16.



17.  $\theta = 3,6470 + 2k\pi, 6,0305 + 2k\pi$ , où  $k$  est un entier relatif.

18.  $i = 9,13 \%$

19. 116 396 280

20. 2,523658

*Suite*



## Exercice n° 45 : Suites géométriques

H-1

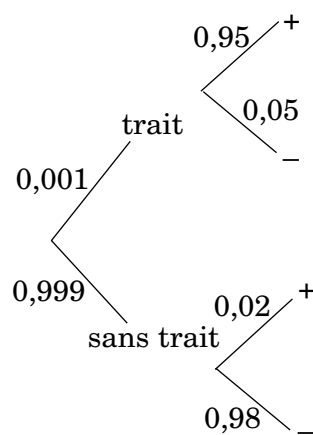
1. a. arithmétique,  $d = 2$       b. géométrique,  $r = 2$       c. arithmétique,  $d = -3$   
d. géométrique,  $r = \frac{1}{2}$       e. ni l'une ni l'autre      f. géométrique,  $r = \sqrt{2}$   
g. géométrique,  $r = -5$
2. 3, 9, 27, 81 : géométrique
3. a. 2, 4, 8, ...      b. 1, 4, 16, ...      c. 6, 18, 54, ...      d. 8, 4, 2, ...
4. a.  $f(x) = 2^{x+1}$       b.  $f(x) = 2(3^x)$       c.  $f(x) = (-2)^{x-1}$   
d.  $f(x) = 20\left(\frac{1}{2}\right)^x$  ou  $f(x) = 10\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}$
5. a. 384      b.  $t_n = 3(2^{n-1})$
6. a. 10 600 \$ ; 11 236 \$ ; 11 910,16 \$  
b.  $10\,000(1,06)^n$  \$  
c. 12 années
7. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.
8. 17
9.  $k = \frac{\pi}{6}$
10.  $\frac{5}{18}$
11.  $\csc \theta = -\frac{17}{8}$
12. a. cercle      b. hyperbole      c. parabole  
d. droite      e. ellipse      f. demi-parabole
13. a.  $\frac{15}{28}$       b.  $\frac{15}{32}$

*Suite*

## Exercice n° 45 : Suites géométriques

H-1

14. a.



b. 0,02093

c. 0,00095

d. 0,04539

15. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

16.  $x = 3$

17.  $\theta = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$

18.  $y = 2^{x+1} - 4$

19. Vrai. (Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.)

20. a. 12 600

b. 4 200

## Exercice n° 46 : Séries géométriques

H-2

1. a.  $2 + 4 + 6 + 8 + 10 = 30$

b.  $1 + 4 + 9 + 16 = 30$

c.  $-2 + 0 + 2 + 4 + 6 + 8 = 18$

d.  $2 + 4 + 8 + 16 = 30$

e.  $2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{15}{4}$

2. Mêmes séries :  $6 + 12 + 24 + 48$

3. a.  $\sum_{k=1}^4 3^k$

b.  $\sum_{k=1}^8 (4 + 2k)$

c.  $\sum_{k=1}^5 3(2)^{k-1}$

d.  $\sum_{k=1}^6 (-1)^k k^2$

Remarque : d'autres expressions sont possibles

4. a. et c. sont arithmétiques ; d. et e. sont géométriques.

5. a. 384

b. 765

6. a. 1 000 ; 1 050 ; 1 102,5

b. 33 065,95

7. a. 1 023

b. 255,75

c. 906,64

d. 36

e.  $\frac{x^2(x^{20} - 1)}{x^2 - 1}$

8. 955,81

9. 14,77

10. a.  $\frac{4}{13}$

b.  $\frac{1}{9}$

c.  $\frac{1}{16}$

11. a. 650

b. 1 406

12. a., b. et c. sont indépendants.

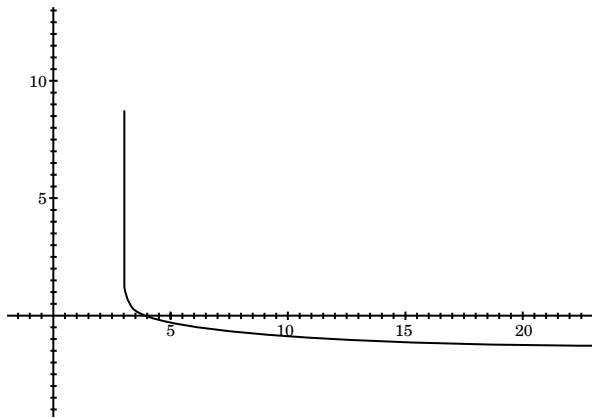
13.  $\frac{3}{2}$

Suite

## Exercice n° 46 : Séries géométriques

H-2

14.



Domaine:  $]3, \infty[$

Image :  $\mathcal{R}$

Abscisse à l'origine : 4

Ordonnée à l'origine: aucune

Asymptote :  $x = 3$

15. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

16.  $x = 9$

17.  $x^2 + y^2 - 8x - 8y + 7 = 0$

18. a.  $\frac{1}{256x^{16}} - \frac{1}{4x^{11}} + \frac{7}{x^6}$

b.  $1\,120x^4$

19. 1 098 240

20.  $x = 2$

## Exercice n° 47 : Séries géométriques infinies

H-3

1. a.  $\frac{1}{8}$                       b. 7,875                      c. 7,9922                      d. 8

2. a. 12                      b. 4                      c. 18                      d.  $\frac{2}{3}$

3. a. 16                      b. 3

4.  $\frac{16}{3}$

5.  $S_{\infty} = \frac{32}{2-\sqrt{2}}$  ou  $16(\sqrt{2}+2)$

6.  $S_{\infty} = \frac{10\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$  ou  $20\sqrt{3}+30$

7. a.  $\frac{27}{32}$  mètres                      b. 14 mètres

8. a. 2 184                      b. 4 334,05

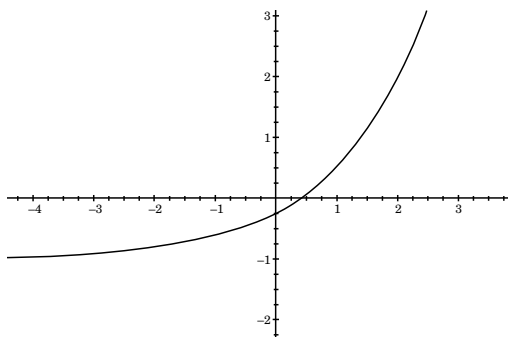
9. 10 niveaux

10. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

11.  $\frac{4}{13}$

12.  $\frac{1}{120}$

13.



Ordonnée à l'origine :  $-\frac{1}{4}$

Abscisse à l'origine : 0,415

Domaine :  $\{x \mid x \in \mathbb{R}\}$

Image :  $\{y \mid y > -1\}$

Suite

## Exercice n° 47 : Séries géométriques infinies

H-3

14.  $\log_{81} \frac{1}{9} = -\frac{1}{2}$

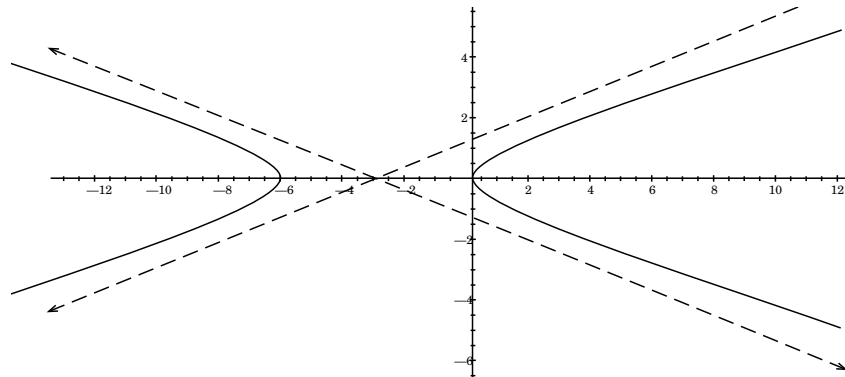
15. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

16.  $3,19 \times 10^{-11}$

17.  $x = 1,5$

18.  $\theta = 15^\circ, 60^\circ, 105^\circ, 150^\circ, 195^\circ, 240^\circ, 285^\circ, 330^\circ$

19.  $\frac{(x+3)^2}{9} - y^2 = 1$



20.  $x = 6$

## Exercice n° 48 : Révision I

1.  $\frac{350}{792}$

2.  $\frac{1}{4}, \frac{1}{4}$

3.  $\sec \theta = -\frac{12\sqrt{95}}{95}$

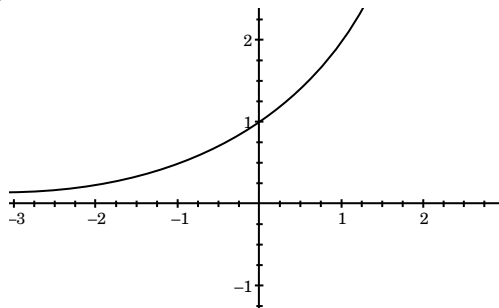
4.  $\frac{11}{26}$

5. Consulter le solutionnaire pour un preuve détaillée.

6.  $\frac{4}{5}$

7.  $x = 8$

8.



Domaine :  $\{x \in \mathfrak{R}\}$

Image :  $\{y | y > 0\}$

Zéros : aucun

Ordonnées à l'origine : 1

9.  $\log_5 \frac{\sqrt[7]{AB^3}}{(CD)^2}$

10.  $p + 2r - 3q$

11. b.

12.  $t_1 = 20$

13.  $\left(\frac{3}{2}, -3\right)$

14. a. 120 arrangements

b.  $\frac{1}{5}$

15. a.  $y = 4\cos\left(\frac{1}{2}x\right)$

b.  $y = 4\sin\left[\frac{1}{2}(x - 3\pi)\right]$

D'autres réponses sont possibles.

16. Non, je ne suis pas d'accord. Puisque la valeur de  $|r| > 1$ , Nadia est fausse.

17. a.  $216^\circ$

b.  $\frac{6\pi}{16}$  radians

18.  $\frac{33}{65}$

19.  $\frac{{}_{13}C_2 \cdot {}_4C_2 \cdot {}_4C_2 \cdot {}_{11}C_1 \cdot {}_4C_3}{{}_{52}C_7}$

20.  $\frac{9}{4}$

## **Exercice n° 49 : Révision II**

- (FFFF), (FFFP), (FFPF), (FPFF), (PFFF), (FFPP), (FPFP), (PFPF), (PPFF), (PFPP), (FPPF), (PPPF), (PPFP), (PFPP), (FPPP), (PPPP)
  - $\frac{5}{16}$
- Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.
- 0,19
- $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 8 = 0$
- $x = 13 ; x = 10$
- $\theta = 0, \pi, 2\pi, \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$
- $\cos \theta = \frac{1}{2}$  ou  $\cos \theta = -1$        $\theta = \frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{5\pi}{3} + 2k\pi, \pi + 2k\pi$ , où  $k \in \mathbb{Z}$ ,
- $y = \sqrt{9 - x^2}$
- $\ln[f(x)] = \ln x + \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1)$
- $\theta = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$  où  $k \in \mathbb{Z}$
- $\frac{5}{36}$
- $x = -3$
- $\frac{1}{36}$
  - $\frac{1}{18}$
- $x = -5$
- Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

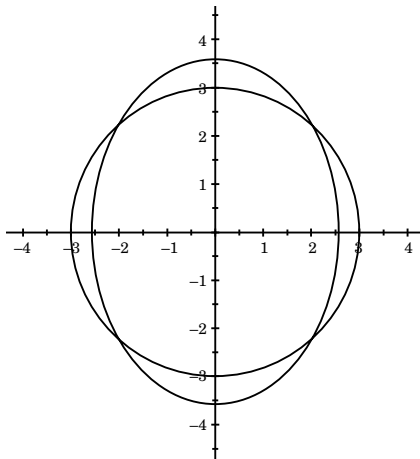


## Exercice n° 49 : Révision II

16.  $x = 4$

17.  $2 \log_5 x + \frac{3}{2} \log_5(1 - 5x) - \frac{1}{2} \log_5(x^3 - x)$

18. a.

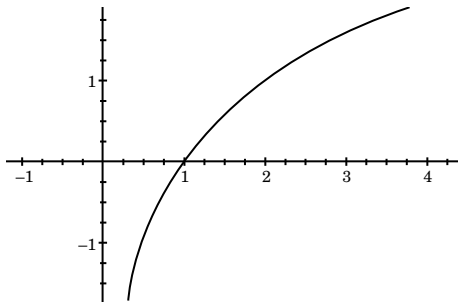


b. Solutions :  $(2, \sqrt{5}), (2, -\sqrt{5}),$   
 $(-2, \sqrt{5}), (-2, -\sqrt{5})$

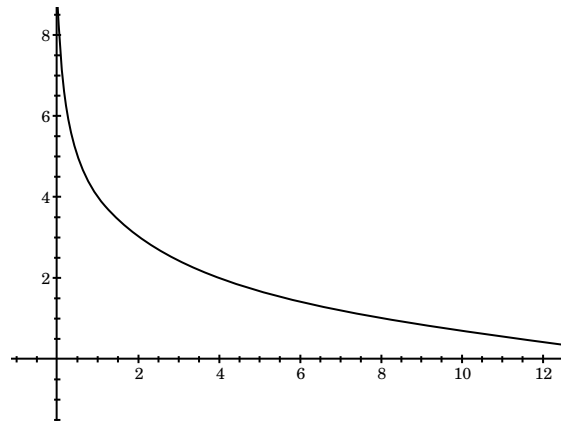
19. a. 2 177 280

b. 241 920

20. a.



b.



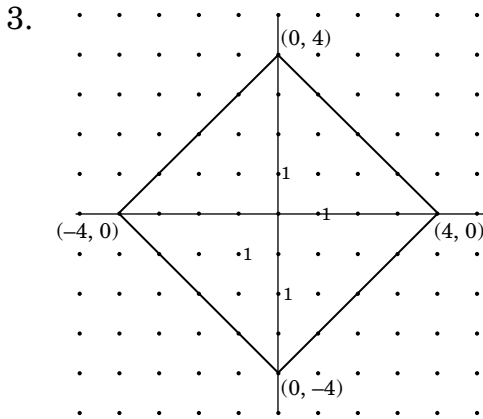
21.  $\sin(\theta + \pi) = \frac{\sqrt{7}}{3}$

*Suite*

## Exercice n° 50 : Révision III

1. 382,5

2.  $x = 12$



4. a.  $= \frac{-3\sqrt{7}}{8}$       b.  $\frac{1}{8}$

5. Les coordonnées sont (4, 4) et (5, 3).

6.  $16,3^\circ$

7.  $D_0 = 12,54 \text{ cm}; k = 0,11$

8. 3,2920

9.  $x$  aura 166 nombres

10.  $\theta = 0, \pi, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, 2\pi$

11.  $128x^7 - 224x^6y + 168x^5y^2$

12. 72 arrangements

13.  $n = 10$

14. a.  $\pm 0,79057$

b. 122,24 ou 14.30

15. 0,15

16.  $b = 2$ . Il n'est pas possible de trouver  $a$  ou  $c$ .

17.  $-\frac{8}{15}$

18. 286

19. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.

20. Consulter le solutionnaire pour une preuve détaillée.