

Unité A
Fonctions circulaires

FONCTIONS CIRCULAIRES

Dans l'unité qui suit, les élèves :

- feront la distinction entre la mesure des angles en radians et en degrés, et ils résoudreont des problèmes liés;
- redéfiniront les rapports trigonométriques en tant que fonctions circulaires, en se reportant au cercle unitaire et à un angle en position normale;
- détermineront s'il faut trouver les valeurs exactes ou approximatives des rapports trigonométriques;
- résoudreont algébriquement des équations trigonométriques du premier et du second degré dans un domaine donné ou un ensemble de nombres réels;
- résoudreont des équations trigonométriques à l'aide d'outils graphiques;
- traceront le graphique de fonctions sinus, cosinus et tangente ainsi que leur inverse et feront l'analyse des asymptotes, de l'amplitude, de la période, du domaine, de l'image et des coordonnées à l'origine.

Méthodes pédagogiques

Les méthodes pédagogiques suivantes favoriseront l'apprentissage des élèves.

Ainsi, l'enseignant devrait fournir aux élèves la possibilité :

- d'explorer divers types de mesure d'angles;
- d'établir le lien entre l'angle au centre, la longueur d'arc et un rayon de cercle;
- de faire les liens entre les rapports trigonométriques et les fonctions circulaires;
- de déterminer s'il faut trouver des valeurs trigonométriques exactes ou approximatives;
- de résoudre des équations trigonométriques du premier et du second degré à l'aide d'outils et de façon algébrique;
- de tracer et d'analyser le graphique de fonctions trigonométriques et de leur réciproque;
- d'utiliser les activités pédagogiques différenciées appropriées.

Étude et pratique de l'algèbre

À l'aide de questions brèves et simples qui font appel à un « calcul mental », les enseignants pourront réviser les concepts de l'algèbre tels que (voir l'annexe A-1) :

- la simplification d'expressions radicales;
- la décomposition en facteurs de trinômes, la différence des carrés et les facteurs communs;
- les fractions complexes.

Matériel

- outils graphiques
- assiettes en papier mince
- marqueurs de différentes couleurs
- papier cartographique
- papier quadrillé

Temps alloué

- 18 heures

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

Résultats d'apprentissage
généraux

Résoudre des équations exponentielles, logarithmiques, trigonométriques et des identités.

Représenter et analyser les fonctions trigonométriques à l'aide des outils les plus appropriés.

Résultats d'apprentissage
spécifiques

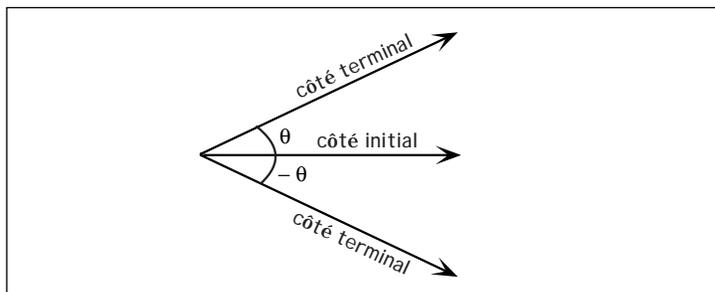
A-1 distinguer les mesures en degrés et en radians, et utiliser les deux pour résoudre des problèmes

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

On trouve à la fin de l'unité des activités pédagogiques d'enseignement différencié (annexes A-2 à A-8, p. A-55 à A-61).

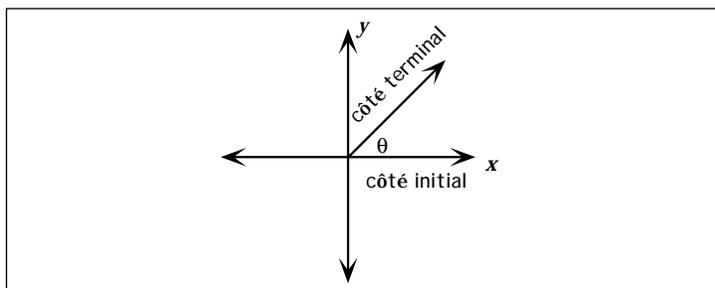
• **déterminer les différentes façons de mesurer un angle**

Un **angle de rotation** peut être mesuré en faisant pivoter un rayon autour de son point terminal, ou sommet. La position de départ du rayon est le côté initial de l'angle. La position d'arrivée, à la fin de la rotation, devient le côté terminal. Si la rotation est effectuée dans le sens des aiguilles d'une montre, la direction est dite négative. Si la rotation s'effectue dans le sens contraire des aiguilles d'une montre, la direction est dite positive.



Sur un plan cartésien, un angle est en position normale si :

- son **sommet** se trouve à l'origine et
- son **côté initial** se trouve du côté positif de l'axe des x .



La mesure de l'angle correspond au nombre de rotations effectué depuis le côté initial jusqu'au côté terminal.

– suite

✓ Communications	Résolution
Liens	Raisonnement
✓ Estimation et	Technologie
Calcul Mental	Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Ressources imprimées

*Mathématiques pré-calcul
Secondaire 4 : Exercices
cumulatifs et réponses.
Supplément au document de
mise en œuvre, Winnipeg,
Man. : Éducation et
Formation professionnelle
Manitoba, 2000.*

*Mathématiques pré-calcul
Secondaire 4. Solutions des
exercices cumulatifs.
Supplément au document de
mise en œuvre, Winnipeg,
Man. : Éducation et
Formation professionnelle
Manitoba, 2000.*

*Mathématiques pré-calcul
Secondaire 4 : Cours destiné à
l'enseignement à distance,
Winnipeg, Man. : Éducation
et Formation professionnelle
Manitoba, 2001.
– Module 2, Leçon 4*

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

A-1 distinguer les mesures en degrés et en radians, et utiliser les deux pour résoudre des problèmes
– *suite*

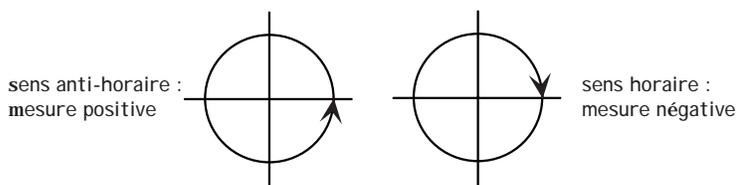
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• **déterminer les différentes façons de mesurer un angle (suite)**

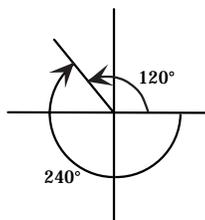
Étant donné qu'une rotation complète, ou révolution, couvre 360° , une mesure de 1 degré (1°) équivaut à $\frac{1}{360}$ d'une révolution.

On utilise les rotations les plus courantes $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$ et $\frac{1}{12}$ on les traduit en mesures d'angle de 90° , 60° , 45° , et 30° respectivement.

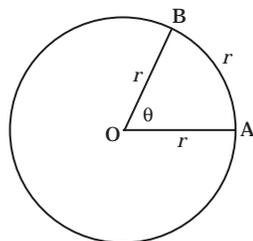
Les angles en position normale peuvent avoir une mesure positive et négative.



Les angles qui partagent le même côté terminal sont dits **angles coterminaux** (120° et -240°).



On peut aussi mesurer les angles au moyen des **radians**. Quand l'arc d'un cercle a la même longueur qu'un rayon, l'angle qui a son sommet au centre et qui intercepte l'arc mesure **1 radian**.



Cercle O
 $\angle AOB = 1$ radian
ou
 $\theta = 1$ radian

Étant donné que la circonférence d'un cercle est $2\pi r$, il s'ensuit que

$$1 \text{ révolution} = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi$$

et, étant donné que 1 révolution = 360° ,
 $360^\circ = 2\pi$ radians.

✓ Communications	Résolution
Liens	Raisonnement
✓ Estimation et	Technologie
Calcul Mental	Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

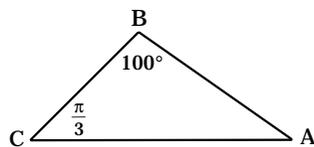
Calcul Mental

1. Trouve un angle qui est coterminal à un angle de 60° .
2. Combien de degrés y a-t-il dans un radian?
3. Si tu as parcouru les trois quarts de la circonférence d'un cercle, combien de radians as-tu parcourus exactement?

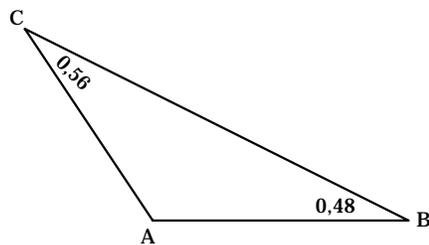
Problèmes

1. a) Demandez aux élèves d'élaborer une formule pour mesurer l'aire d'un secteur en fonction de la longueur d'un rayon et de la mesure de l'angle au centre.
 - i) en radians
 - ii) en degrés
 - b) Laquelle de ces formules est la plus facile à mémoriser?
2. Trouve la mesure de $\angle A$ dans les deux figures suivantes :

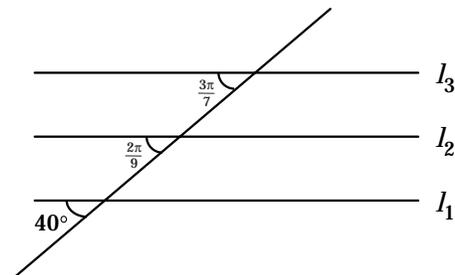
a)



b)



3. Quelles droites sont parallèles dans le diagramme ci-dessous?



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

A-1 distinguer les mesures en degrés et les mesures en radians, et utiliser les deux pour résoudre des problèmes
– *suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• **convertir des degrés en radians et vice-versa**

Étant donné que $180^\circ = \pi$ radians, $1^\circ = \left(\frac{\pi}{180}\right)$ radians
et 1 radian = $\left(\frac{180}{\pi}\right)$ degrés.

Quand aucune unité de mesure d'angle n'est donnée, il faut inférer que l'unité de mesure est le radian (p. ex., $\theta = 3$ indique que θ correspond à 3 radians). Les angles complémentaires et supplémentaires peuvent être exprimés en radians :

- Deux angles positifs sont dits **complémentaires** si la somme de leur mesure est positif $\frac{\pi}{2}$ radians (ou 90°).
- Deux angles positifs sont dits **supplémentaires** si la somme de leurs mesures est π radians (ou 180°).

Il faut permettre aux élèves d'utiliser des valeurs exactes et approximatives, et de découvrir quand il est approprié d'utiliser une valeur plutôt que l'autre. Sauf mention contraire, encouragez les élèves à trouver la solution d'une fonction trigonométrique sans utiliser leur calculatrice. Si la mesure n'est pas une valeur spéciale ou un multiple, ils pourront utiliser une calculatrice.

Proposez des problèmes comme les suivants :

- Trace un angle de 1 radian et explique comment le rayon et la longueur d'arc sont liés.
- Exprime les angles suivants en degrés : $\frac{2\pi}{3}$; 1,6 radians.
- Exprime les angles suivants en radians en fonction de π : 180° , 55° .

• **établir les liens entre l'angle au centre, la longueur d'arc et le rayon d'un cercle, et résoudre des problèmes liés**

L'angle au centre équivaut au rapport entre la longueur de l'arc et le rayon. Si θ correspond à l'angle au centre, s à la longueur de l'arc et r au rayon, alors

$$\theta = \frac{s}{r} \text{ ou } \quad (\text{Cette formule est applicable seulement si } \theta \text{ est exprimé en radians.})$$

$$s = \theta r$$

Exemple

Si une roue dont le rayon est 0,5 mètre franchit 1,5 mètre, combien de radians a-t-elle franchis?

Solution

$$s = \theta r$$

$$1,5 = \theta(0,5)$$

$$3 \text{ rad} = \theta$$

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

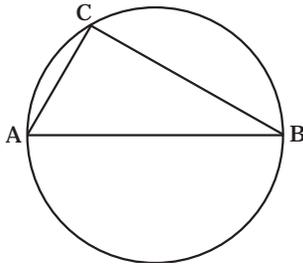
NOTES

Calcul Mental

1. Quel est le complément de $\frac{\pi}{3}$ radians?
2. Quel est le supplément de 30° ?
3. Quel est le complément de x° ?
4. Quel est le supplément de $(180 - x)^\circ$?

Problèmes

1. Calcule le nombre de radians entre les aiguilles des minutes et des heures d'une horloge indiquant 4 h.
2. Une roue de bicyclette a un diamètre de 0,4 m. Un point à l'extérieur de la jante parcourt 2,6 m. Sur combien de radians la roue a-t-elle tourné?
3. Dans un cercle qui a un rayon de 6 cm, un secteur a un angle au centre de 30° . Quelle est l'aire de ce secteur en centimètres carrés?
4. Une roue tourne sur 140 cm, avec une rotation de 210° . Quelle est la circonférence de la roue?
5. Dans le diagramme ci-dessous, les mesures des angles A et B sont $\frac{\pi}{3}$ et 30° respectivement. Si $AC = 6$ cm et $BC = 8$ cm, trouve la circonférence de ce cercle.



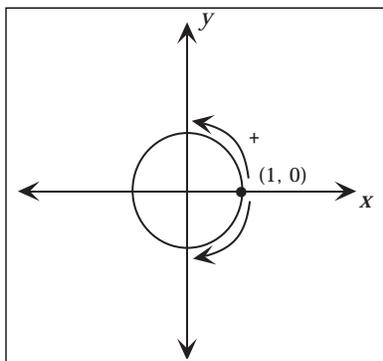
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

A-2 décrire les trois fonctions trigonométriques primaires ainsi que leurs inverses en tant que fonctions circulaires, en se reportant au cercle unitaire et à un angle en position normale

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• **expliquer le concept du cercle unitaire**

Un cercle unitaire a son centre à l'origine et un rayon de une unité. Son équation est $x^2 + y^2 = 1$.



Mentionnez les éléments suivants :

- la position normale de l'arc a son origine à (1,0);
 - l'angle est mesuré positivement dans le sens contraire des aiguilles d'une montre;
 - l'angle est mesuré négativement dans le sens des aiguilles d'une montre;
 - on utilise la notation $P(\theta)$ pour indiquer le point terminal (à chaque longueur d'arc θ sur le cercle unitaire correspond un seul point $P(\theta)$ déterminé par cet arc);
 - $P(\theta)$ est redéfini au moyen de la paire ordonnée (x, y) .
- **redéfinir les rapports trigonométriques en tant que fonctions circulaires**

Ces opérations sont effectuées avec les fonctions trigonométriques primaires mais, étant donné que le rayon du cercle unitaire est 1, les définitions sont exprimées par rapport aux coordonnées $P(\theta)$.

Si θ est un arc en position normale et si $P(\theta) = (x, y)$ est le point terminal du nombre réel θ , les définitions suivantes s'appliquent.

	Fonction circulaire	Définition
fonctions primaires	sinus θ ($\sin \theta$) cosinus θ ($\cos \theta$) tangente θ ($\tan \theta$)	coordonnée en y coordonnée en x $\frac{y}{x} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$
fonctions inverses	cosécante θ ($\csc \theta$) sécante θ ($\sec \theta$) cotangente θ ($\cot \theta$)	$\frac{1}{y} = \frac{1}{\sin \theta}$ $\frac{1}{x} = \frac{1}{\cos \theta}$ $\frac{x}{y} = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$

- Communications ✓ **Résolution**
Liens ✓ **Raisonnement**
Estimation et Technologie
Calcul Mental ✓ **Visualisation**

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Calcul Mental

1. Le point $\left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ se trouve-t-il sur le cercle unitaire?
2. Dans quel quadrant se trouve $P(5)$?
3. Indique dans quel(s) quadrant(s) $\csc \theta < 0$ et $\sec \theta > 0$.
4. Trouve un angle coterminal positif correspondant à $-\frac{\pi}{3}$.
5. Définis $\csc \theta$.

Ressource imprimée

*Mathématiques pré-calcul
Secondaire 4 : Cours destiné à
l'enseignement à distance,
Winnipeg, Man., Éducation et
Formation professionnelle
Manitoba, 2001.*
– Module 2, Leçons 1, 2 et 3

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

A-2 décrire les trois fonctions trigonométriques primaires ainsi que leurs inverses en tant que fonctions circulaires, en se reportant au cercle unitaire et à un angle en position normale
– suite

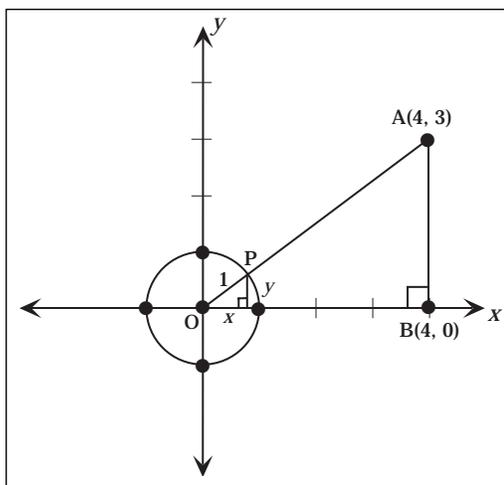
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• redéfinir les rapports trigonométriques en tant que fonctions circulaires (suite)

Exemple

Les sommets du triangle OAB sont : O(0, 0); B(4, 0) et A(4, 3). Le cercle unitaire, qui a son centre à (0, 0), croise la droite OA au point P.

- Utilise des triangles semblables pour déterminer les coordonnées du point P.
- Utilise des rapports trigonométriques pour trouver le sinus et le cosinus de l'angle AOB.
- Compare les résultats obtenus en (b) avec les coordonnées du point P.



Solution

$$\begin{aligned} \text{a) } 4^2 + 3^2 &= (OA)^2 & \frac{y}{3} &= \frac{1}{5} \Rightarrow y = \frac{3}{5} \\ 16 + 9 &= (OA)^2 & \frac{x}{4} &= \frac{1}{5} \Rightarrow x = \frac{4}{5} \\ 5 &= OA & P &\left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right) \end{aligned}$$

$$\text{b) } \sin \angle AOB = \frac{3}{5}$$

$$\cos \angle AOB = \frac{4}{5}$$

c) Les valeurs de $\sin \angle AOB$ et $\cos \angle OAB$ correspondent aux coordonnées en y et en x du point P.

Communications	✓ Résolution
Liens	✓ Raisonnement
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

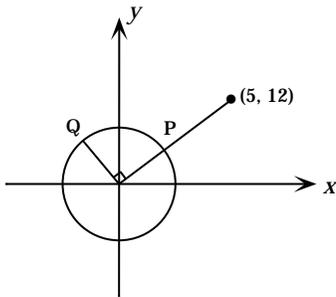
NOTES

Calcul Mental

À quel point le cercle unitaire $x^2 + y^2 = 1$ et les droites $x = \frac{1}{2}$ et $x = -\frac{1}{2}$ se croisent-ils?

Problème

Sur le cercle unitaire, trouve les coordonnées de P et de Q.



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

A-2 décrire les trois fonctions trigonométriques primaires ainsi que leurs inverses en tant que fonctions circulaires, en se reportant au cercle unitaire et à un angle en position normale
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **trouver les autres fonctions circulaires de θ quand une fonction est donnée**

Dans l'exemple suivant, l'équation du cercle unitaire permet de trouver des fonctions circulaires manquantes.

Exemple 1

Si $\sin \theta = \frac{-3}{5}$ et θ où $\frac{3}{2}\pi \leq \theta \leq 2\pi$, trouve les autres fonctions circulaires.

Solution

$\sin \theta = y = \frac{-3}{5}$ et P(θ) se trouve dans le quadrant IV.

Utilise l'équation du cercle unitaire : $x^2 + y^2 = 1$

$$x^2 + \left(\frac{-3}{5}\right)^2 = 1$$

$$x^2 + \frac{9}{25} = 1$$

$$x^2 = \frac{16}{25}$$

$$x = \pm \frac{4}{5}$$

mais θ se trouve dans le quadrant IV, $\therefore x = \frac{4}{5}$

$$\cos \theta = x = \frac{4}{5}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{-3}{4} \text{ ou } \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{-3}{4}$$

$$\csc \theta = \frac{1}{y} = \frac{-5}{3} \text{ ou } \csc \theta = \frac{1}{\sin \theta} = \frac{-5}{3}$$

$$\sec \theta = \frac{1}{x} = \frac{5}{4} \text{ ou } \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta} = \frac{5}{4}$$

$$\cot \theta = \frac{x}{y} = \frac{-4}{3} \text{ ou } \cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{-4}{3}$$

Communications	✓ Résolution
Liens	✓ Raisonnement
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Calcul Mental

Si $\tan \theta < 0$ et $\sec \theta > 0$, quel est le signe de $\csc \theta$?

Inscription au journal

Suppose que le cosinus d'un angle est négatif et que tu as trouvé une solution entre 0 et 2π . Explique comment tu peux trouver la deuxième solution.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

A-2 décrire les trois fonctions trigonométriques primaires ainsi que leurs inverses en tant que fonctions circulaires, en se reportant au cercle unitaire et à un angle en position normale
– *suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **trouver les autres fonctions circulaires de θ quand une fonction est donnée (suite)**

Exemple 2

Si $\cot \theta = -\frac{12}{9}$ et $\sin \theta > 0$, trouve les autres fonctions circulaires.

Solution

Étant donné que $\cos \theta < 0$ et $\sin \theta > 0$, nous sommes dans le quadrant II.

Reporte-toi à l'exemple 1 de la page A-14. P est le point d'intersection du cercle unitaire et du segment entre le point d'origine, à 0, et le point A(-12, 5).

Par conséquent, $OA = 13$ et les coordonnées de P sont $\left(\frac{-12}{13}, \frac{5}{13}\right)$.

Donc :

$$\sin \theta = y = \frac{5}{13}$$

$$\cos \theta = x = \frac{-12}{13}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{-5}{12} \text{ ou } \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{-5}{12}$$

$$\csc \theta = \frac{13}{5} \text{ ou } \frac{1}{\sin \theta} = \frac{13}{5}$$

$$\sec \theta = \frac{-13}{12} \text{ ou } \frac{1}{\cos \theta} = \frac{-13}{12}$$

$$\cot \theta = \frac{-12}{5} \text{ ou } \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{-12}{5}$$

Communications	✓ Résolution
Liens	✓ Raisonnement
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Calcul Mental

1. Si $\sin \theta = \frac{a}{b}$ et $\cos \theta = c$, trouve la valeur de $\tan \theta$.
2. Dans quel quadrant se trouve $P(\theta)$ quand $\theta = 5$?
3. Si $\tan \theta = -1$ et se trouve dans le quadrant II, trouve le produit de $(\sin \theta)(\cos \theta)$.

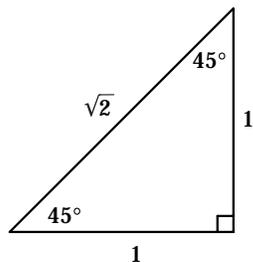
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

A-3 déterminer les valeurs exactes des rapports trigonométriques pour tous les multiples de 0° , 30° , 45° , 60° et 90° , de même que pour 0 , $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{3}$ et $\frac{\pi}{2}$.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• trouver les rapports trigonométriques exactes de 45°

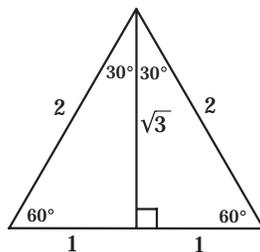
En utilisant un triangle rectangle isocèle, tu découvres que les rapports trigonométriques d'un triangle dont les angles mesurent 45° , 45° et 90° sont $1 : 1 : \sqrt{2}$.



Utilise les définitions trigonométriques pour déterminer les rapports trigonométriques.

• trouver les rapports trigonométriques exacts pour des angles de 30° et de 60°

En utilisant un triangle équilatéral dont l'un des côtés mesure deux unités, tu découvres que les rapports trigonométriques d'un triangle dont les angles mesurent 30° , 60° et 90° sont $1 : \sqrt{3} : 2$.



Utilise les définitions trigonométriques pour déterminer la valeur exacte du rapport trigonométrique.

Demandez aux élèves de trouver les rapports trigonométriques dans les quadrants II à IV pour les rapports trigonométriques des angles dont les angles relatifs sont des multiples de 30° , 45° et 60° . Les élèves devraient être en mesure de trouver ces valeurs sans recourir à leur calculatrice.

Remarque : Demandez aux élèves de trouver ces valeurs quand les angles sont exprimés en radians.

Communications	Résolution
✓ Liens	Raisonnement
✓ Estimation et	Technologie
Calcul Mental	Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Calcul Mental

1. a) Trouve les coordonnées de $P\left(\frac{\pi}{6}\right)$.
b) Trouve les coordonnées de $P(120^\circ)$.
2. a) Trouve la valeur exacte de $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$.
b) Trouve la valeur exacte de $\sin 45^\circ$.
3. a) Trouve la valeur exacte de $\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)$.
c) Trouve la valeur exacte de $\cos(-60^\circ)$.

Choix multiples

1. Trouve toutes les valeurs de θ dans $[0, 2\pi]$, où $\sin\theta < 0$ et $\cos\theta \geq 0$:
 - a) $\left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right]$
 - b) $\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{3}, \frac{7\pi}{4}, \frac{11\pi}{6}$
 - c) $\left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right]$
 - d) $\left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right]$
2. Le point T sur le cercle unitaire est déplacé à partir de $(0, -1)$, sur une distance de $\frac{5\pi}{6}$ en direction positive. Les coordonnées du point terminal sont :
 - a) $\left(\frac{-1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
 - b) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$
 - c) $\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$
 - d) $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

Ressource imprimée

*Mathématiques pré-calcul
Secondaire 4 : Cours destiné à
l'enseignement à distance,
Winnipeg, Man., Éducation et
Formation professionnelle
Manitoba, 2001.
– Module 2, Leçons 1, 2, 3*

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

A-3 déterminer les valeurs exactes des rapports trigonométriques pour tous les multiples de 0° , 30° , 45° , 60° et 90° , de même que pour 0 , $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{3}$ et $\frac{\pi}{2}$.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **trouver les rapports trigonométriques exacts pour des angles de 30° et de 60° (suite)**

Demandez aux élèves de remplir un tableau semblable à celui qui apparaît ci-dessous.

	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
sin θ									
cos θ									
tan θ									
csc θ									
sec θ									
cot θ									

	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°	
sin θ									
cos θ									
tan θ									
csc θ									
sec θ									
cot θ									

Remarque : Un tableau similaire devrait être rempli pour des angles exprimés en radians.

- **utiliser les fonctions circulaires pour trouver les valeurs exactes des rapports trigonométriques**

Cette notion sera présentée au moyen de l'activité « Les assiettes trigonométriques ».

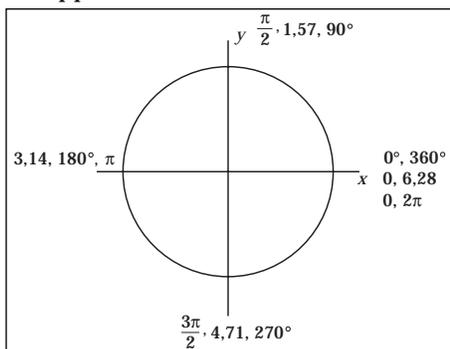
Les assiettes trigonométriques

Matériel :

- assiettes en carton mince (une par élève)
- crayons et marqueurs de diverses couleurs

Méthode

1. Plie l'assiette le long d'un diamètre, puis le long d'une perpendiculaire afin de marquer l'axe des x et l'axe des y . Marque les plis au crayon et étiquette les axes. Inscris la mesure des angles en degrés, puis en radians (valeurs exactes et approximatives).



– suite

Communications	Résolution
✓ Liens	Raisonnement
✓ Estimation et	Technologie
Calcul Mental	Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Calcul Mental

Trouve la valeur de θ si $0 \leq \theta \leq 180^\circ$. (Refais la même opération en considérant l'intervalle $0 \leq \theta \leq \pi$.)

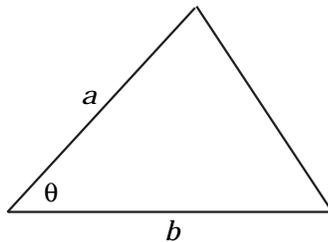
a) $\sin \theta = -1$

b) $\cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

c) $\tan \theta$ n'est pas définie

Problèmes

1. a) Soit un triangle quelconque; avec les données fournies, trouve l'aire du triangle.



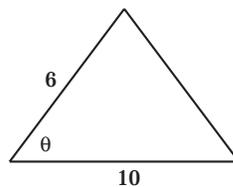
- b) Détermine l'aire des triangles donnés si $\theta = 30^\circ, 60^\circ, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}$.

- c) Démontre que l'aire d'un triangle équilatéral est donnée par :

$$A = \frac{\sqrt{3}c^2}{4}$$

où c est la longueur d'un côté du triangle.

2. Trouve la valeur de θ si l'aire est de 21 unités carrés.



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

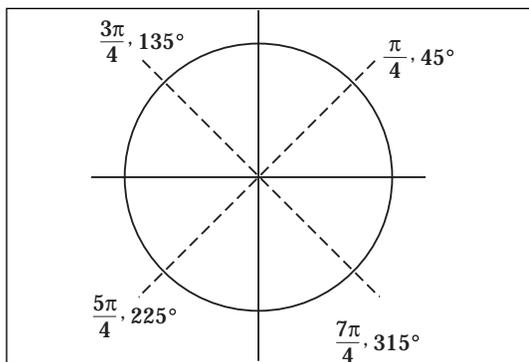
A-3 déterminer les valeurs exactes des rapports trigonométriques pour tous les multiples de 0° , 30° , 45° , 60° et 90° , de même que pour 0 , $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{3}$ et $\frac{\pi}{2}$.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

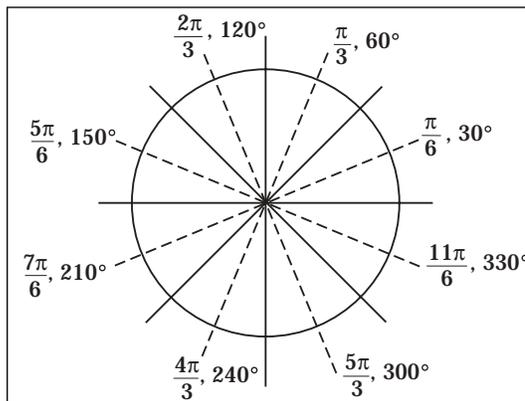
- **utiliser les fonctions circulaires pour trouver les valeurs exactes des rapports trigonométriques (suite)**

Les assiettes trigonométriques – suite

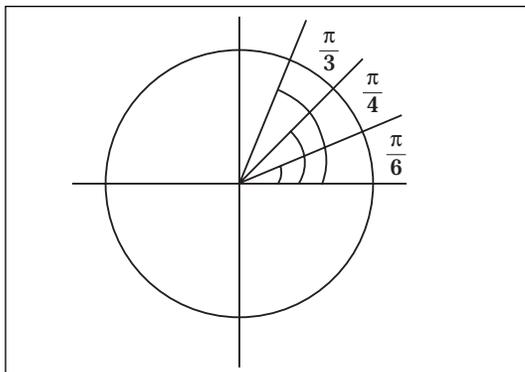
2. Plie des angles de 45° et répète l'étape 1 en utilisant un crayon de couleur différente.



3. Plie des angles de 30° en suivant les étapes suivantes : plie l'assiette en quatre quarts puis en trois sections égales; inscric les multiples de $\frac{\pi}{3}$ et de $\frac{\pi}{6}$.



4. Trace les arcs des angles dans le quadrant I.



Communications	Résolution
✓ Liens	Raisonnement
✓ Estimation et	Technologie
Calcul Mental	Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Calcul Mental

Si tu parcoures les trois quarts de la circonférence d'un poteau de téléphone, quelle sera la mesure de l'angle au centre qui a été formé?

Problème

Trouve la valeur exacte de chacune des expressions suivantes :

a) $\cos 45^\circ \sin 45^\circ - \sin 60^\circ$

b) $\frac{\tan 60^\circ}{\sin 60^\circ} - \cos^2 135^\circ$

c) $\cos^2 150^\circ - \sin^2 150^\circ + \cos 300^\circ$

d) $\tan \frac{2\pi}{3} \cos \left(-\frac{5\pi}{4} \right) + \sin \frac{3\pi}{2} \tan \frac{5\pi}{6}$

e) $\cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} \right)$

f) $\sec \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{6} - \cot \frac{\pi}{4}$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

A-3 déterminer les valeurs exactes des rapports trigonométriques pour tous les multiples de 0° , 30° , 45° , 60° et 90° , de même que pour 0 , $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{3}$ et $\frac{\pi}{2}$.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **utiliser les fonctions circulaires pour trouver les valeurs exactes des rapports trigonométriques (suite)**

Les assiettes trigonométriques – suite

5. Les élèves pourront garder leur assiette à titre de référence.

Une fois l'activité d'apprentissage terminée, les élèves devraient observer que la longueur de l'arc est la même que celle de l'angle au centre mesuré en radians.

À l'aide de triangles et de symétrie donnés, on peut trouver les coordonnées d'un point sur la circonférence du cercle unitaire :

$$P\left(\frac{\pi}{4}\right) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \text{ ou } \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$P\left(\frac{\pi}{6}\right) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

$$P\left(\frac{\pi}{3}\right) = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

Ces valeurs permettront de déterminer les rapports trigonométriques. Mettez l'accent sur leur importance.

- **trouver $\sin^{-1} x$, $\cos^{-1} x$ et $\tan^{-1} x$**

Définition : La réciproque de la fonction sinus est exprimée par $\sin^{-1} x = y$

si et seulement si $x = \sin y$ et $-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$, (ou $-90^\circ \leq y \leq 90^\circ$).

Soulignez les éléments suivants :

- $\sin^{-1} x$ étant la réciproque de la fonction sinus principale, son image est restreinte aux quadrants I et IV dans le cercle unitaire.

Communications	Résolution
✓ Liens	Raisonnement
✓ Estimation et	Technologie
Calcul Mental	Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

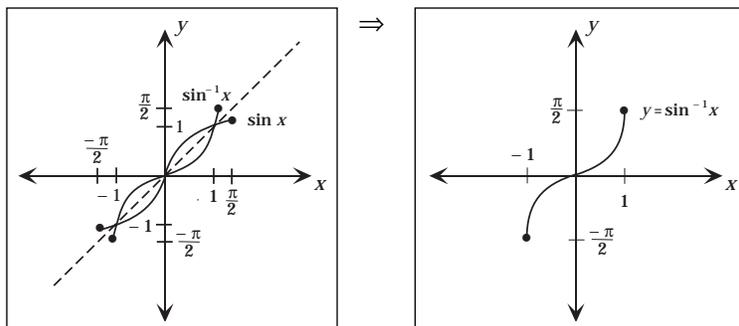
NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

A-3 déterminer les valeurs exactes des rapports trigonométriques pour tous les multiples de 0° , 30° , 45° , 60° et 90° , de même que pour 0 , $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{3}$ et $\frac{\pi}{2}$.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• trouver $\sin^{-1} x$, $\cos^{-1} x$ et $\tan^{-1} x$ (suite)



- b) Certains auteurs ont donné le nom arc $\sin x$ à la fonction $\sin^{-1} x$, pour souligner le fait que la solution est une longueur d'arc entre $-\frac{\pi}{2}$ et $\frac{\pi}{2}$ dont le sinus est x .
- c) La calculatrice utilise cette fonction pour trouver l'arc (ou l'angle) correspondant à une valeur sinus donnée. Par conséquent, si $y = \sin^{-1} x$, alors :

signe de x	signe de y	quadrant où se trouve y
+	+	I
-	-	IV

Tu peux trouver les valeurs des réciproques au moyen du graphique du sinus restreint, d'un triangle rectangle ou du cercle unitaire.

La plupart des élèves trouvent plus facile d'utiliser le triangle rectangle ou le cercle unitaire.

De même, la tangente principale est restreinte aux quadrants I et IV, alors que le cosinus principal est restreint aux quadrants I et II. (**Remarque** : Le cosinus est positif dans les quadrants I et IV.)

Définition

- a) $y = \tan^{-1} x$ si et seulement si $\tan y = x$ et $-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$
(ou $-90^\circ < y < 90^\circ$)
- b) $y = \cos^{-1} x$ si et seulement si $\cos y = x$ et $0 \leq y \leq \pi$
(ou $0^\circ \leq y \leq 180^\circ$)

Communications	Résolution
✓ Liens	Raisonnement
✓ Estimation et	Technologie
Calcul Mental	Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Trouve les valeurs suivantes. Si la solution est un arc ou un angle, donne la réponse sous forme d'angle et exprime-le en degrés.

a) $\sin^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)$

b) $\arcsin(-0,76604)$

c) $\tan^{-1} 10$

d) $\arccos(-0,30902)$

2. Trouve chacune des valeurs exactes suivantes. Si la solution est un arc ou un angle, exprime ta réponse sous forme de longueur d'arc.

a) $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\tan^{-1} \left(\tan \frac{5\pi}{4} \right)$

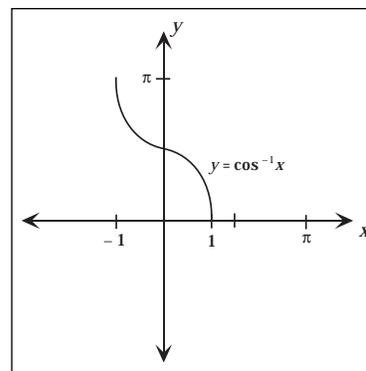
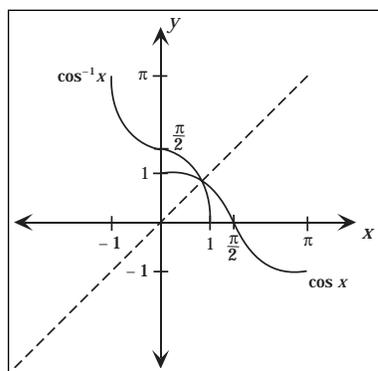
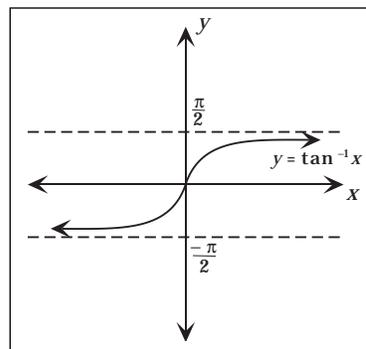
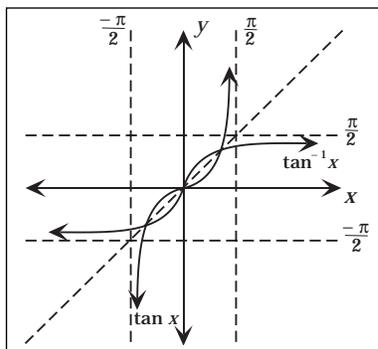
c) $\cos(\arctan(-2))$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

A-3 déterminer les valeurs exactes des rapports trigonométriques pour tous les multiples de 0° , 30° , 45° , 60° et 90° , de même que pour 0 , $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{3}$ et $\frac{\pi}{2}$.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• trouver $\sin^{-1} x$, $\cos^{-1} x$ et $\tan^{-1} x$ (suite)



Enseignez des méthodes permettant de trouver les valeurs exactes et approximatives en degrés ou en longueur d'arc.

Si la mesure d'un angle n'est pas le multiple d'une valeur donnée, il faut utiliser une calculatrice, en mode radians pour les arcs et les angles exprimés en radians, en mode degrés pour les angles exprimés en degrés.

Remarque : À la fin de ce résultat d'apprentissage, l'enseignant peut choisir de passer au résultat A-6 tout de suite.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Choix multiples

1. Soit $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$; trouve une valeur possible de θ .

a) $\frac{4\pi}{3}$

b) $\frac{2\pi}{3}$

c) $\frac{7\pi}{6}$

d) $\frac{11\pi}{6}$

2. Soit $\csc \theta = 1,4$; trouve une valeur possible de θ en radians.

a) 0,714

b) 0,775

c) 0,796

d) 1,01

Problèmes

1. Trouve la (les) valeur(s) exacte(s) de θ où $0 \leq \theta \leq 2\pi$ qui

vérifient $\cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

2. Trouve la (les) valeur(s) de θ , à deux décimales près, où $\sin \theta = -0,57$ et $0 \leq \theta \leq 2\pi$. Trouve les valeurs si le domaine est $0 \leq \theta \leq 360^\circ$.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

A-4 résoudre des équations trigonométriques du premier et du second degré dans un domaine donné

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

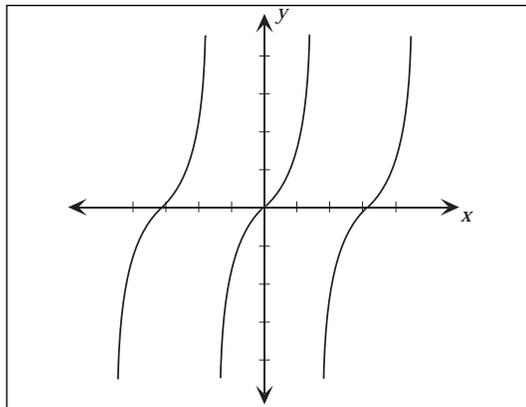
• résoudre des équations à l'aide d'outils technologiques

On aborde ce sujet dans le document *Mathématiques pré-calcul - Secondaire 3 : Document de mise en œuvre*.

Exemple 1

Trace le graphique de $y = \tan x$ dans le domaine $-2\pi \leq x \leq 2\pi$.

Solution



Demandez aux élèves de trouver la solution graphique des équations trigonométriques.

À l'aide du graphique, résous $\tan x = 2$ dans l'intervalle $-2\pi \leq x \leq 2\pi$.

Solution

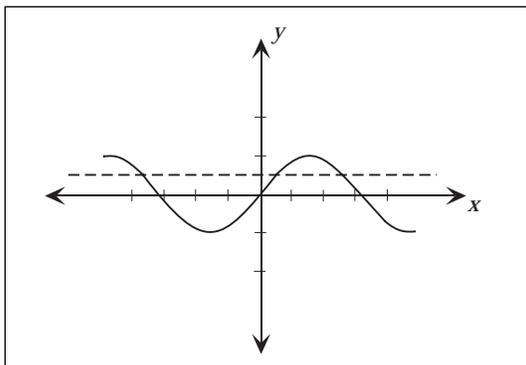
$x = 1,107; 4,249; -2,034; -5,176$

Exemple 2

Quel lien peut-on établir entre les graphiques de $y = \sin x$ et

$y = \frac{1}{2}$ et les racines de l'équation $2 \sin x - 1 = 0$?

Solution



–suite

Communications	✓ Résolution
Liens	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Problème

Soit l'équation $\sin \theta \cos \theta = \sin \theta$, $0 \leq \theta < \pi$. Résous les problèmes suivants :

- a) Résous graphiquement l'équation pour trouver des solutions approximatives.
- b) Résous algébriquement l'équation pour trouver des solutions exactes.

NOTES

Ressource imprimée

*Mathématiques pré-calcul
Secondaire 4 - Cours destiné à
l'enseignement à distance,
Winnipeg, Man., Éducation et
Formation professionnelle
Manitoba, 2001.
– Module 2, Leçon 1*

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

A-4 résoudre des équations trigonométriques du premier et du second degré dans un domaine donné
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• résoudre des équations à l'aide d'outils technologiques (suite)

Exemple 2 – suite

Solution – suite

Les racines de l'équation $2 \sin x - 1 = 0$ sont

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$$

Il s'agit des points d'intersection (solution).

Exemple 3

Résous graphiquement $\cos \theta = 1$ dans le domaine $0 \leq \theta \leq 2\pi$.

Solution

Méthodes possibles :

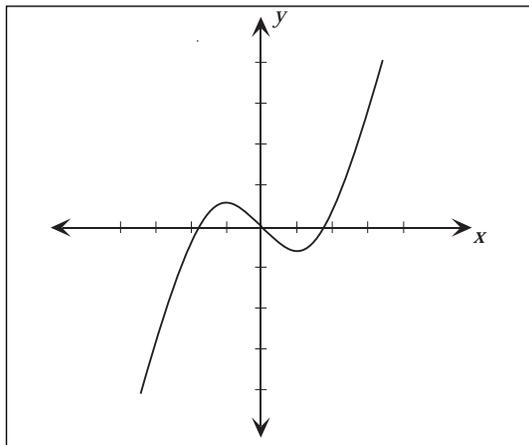
- Trace les graphiques de $y = \cos \theta$ et de $y = 1$ et trouve le point d'intersection.
- Exprime l'équation sous la forme $\cos \theta - 1 = 0$ et trace le graphique de $y = \cos \theta - 1$. Trouve les zéros.

$$\theta = 0, 2\pi$$

Exemple 4

Utilise des outils technologiques pour tracer le graphique de $y = x - 2 \sin x$ et utilise le graphique pour trouver toutes les solutions de l'équation $2 \sin x = x$. Donne des réponses précises à trois décimales près.

Solution



Réponses : $x = 0, x = 1,895, x = -1,895$

Communications	✓ Résolution
Liens	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

A-4 résoudre des équations trigonométriques du premier et du second degré dans un domaine donné
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• résoudre des équations à l'aide d'outils technologiques (suite)

Exemple 4 – suite

Solution – suite

Remarque : Rappelez aux élèves que sur la calculatrice TI-83, la fonction suivante permet de trouver les zéros :

1. pour faire les calculs.
2. Choisis 2 : zéro et suis les indications données par la calculatrice.

• résoudre des équations trigonométriques du premier et du second degré

Exemple 1

Trouve les valeurs de θ :

$$\sin \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}; 0 \leq \theta < 2\pi$$

Exprime les solutions en valeurs exactes.

Solution

$$\theta = \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$$

Exemple 2

Trouve les valeurs de x :

$1 + 2 \cos x = 5; 0 \leq x < 2\pi$. Exprime les solutions à deux décimales près.

Solution

$$\begin{aligned} 1 + 2 \cos x &= 5 \cos x; \\ 1 &= 3 \cos x \\ \cos x &= \frac{1}{3} \\ x &= 1,23; 5,05 \end{aligned}$$

Exemple 3

Trouve les valeurs de x :

$$\sin^2 x - \sin x = 0; \frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$$

Exprime les solutions en valeurs exactes.

Communications	✓ Résolution
Liens	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Dans chaque équation, trouve la valeur de x où $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$.

a) $2 \sin^2 x = \sin x$

b) $2 \tan^2 x - 1 = \tan x$

2. Résous dans $[0, \pi]$:

$\cos^2 x - 2 \cos x = 0$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

A-4 résoudre des équations
trigonométriques du
premier et du second
degré dans un domaine
donné
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• résoudre des équations trigonométriques du premier et du second degré (suite)

Exemple 3 – suite

Solution

$$\sin x(\sin x - 1) = 0$$

$$\sin x = 0 \quad \sin x = 1$$

$$x = 0, \pi, 2\pi \quad x = \frac{\pi}{2}$$

Étant donné que le domaine est restreint

$$x = \frac{\pi}{2}, \pi$$

Exemple 4

Trouve les valeurs de θ :

$\tan^2 \theta - 5 \tan \theta + 4 = 0$; $0 \leq \theta < 2\pi$. Exprime les solutions en valeurs exactes quand c'est possible. Sinon, donne des valeurs approximatives.

Solution :

$$\tan^2 \theta - 5 \tan \theta + 4 = 0$$

$$(\tan \theta - 1)(\tan \theta - 4) = 0$$

$$\tan \theta = 1 \quad \tan \theta = 4$$

$$\theta = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \quad \theta = 1,326; 4,467$$

Exemple 5

Trouve les valeurs de x :

$$\cos 3x = \frac{1}{2}; 0 \leq x \leq 2\pi$$

Solution

Soit $3x = \theta$

$$\cos \theta = \frac{1}{2}$$

$$\theta = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$$

Soit un nouveau domaine (3 révolutions) :

$$3x = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, \frac{7\pi}{3}, \frac{11\pi}{3}, \frac{13\pi}{3}, \frac{17\pi}{3}$$

$$x = \frac{\pi}{9}, \frac{5\pi}{9}, \frac{7\pi}{9}, \frac{11\pi}{9}, \frac{13\pi}{9}, \frac{17\pi}{9}$$

Communications	✓ Résolution
Liens	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Inscription au journal

Décris deux méthodes qui permettraient de résoudre l'équation $\tan^3 \theta + 2 \tan^2 \theta + \tan \theta = 0$.

Problème

Trouve la valeur de θ dans l'intervalle $0 \leq \theta \leq 2\pi$. Exprime les réponses en radians (soit des réponses correctes à trois décimales près, soit des valeurs exactes).

a) $5 \tan^2 \theta + 2 \tan \theta - 7 = 0$

b) $(2 \sin \theta - 1)(3 \cos \theta + 1)(\cos \theta + 2) = 0$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

A-5 trouver les solutions générales d'équations trigonométriques dont le domaine est l'ensemble des nombres réels

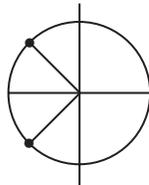
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- résoudre des équations trigonométriques dont le domaine est l'ensemble des nombres réels

Exemple 1

Résous l'équation $\cos x = \frac{-\sqrt{2}}{2}$, où $x \in R$.

Solution



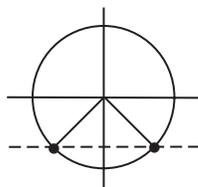
$$x = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi, \frac{5\pi}{4} + 2k\pi, k \in Z$$

Remarque : On ajoute $2k\pi$ afin d'inclure toutes les solutions possibles dans l'ensemble des nombres réels.

Exemple 2

Résous l'équation $\sin \theta = \frac{-3}{4}$, où $\theta \in R$.

Solution



$$\theta_R \text{ ou Réf } \theta = 0,85$$

$$\theta + 3,14 = 3,99$$

$$6,28 - \theta = 5,43$$

$$\therefore \theta = 3,99 + 2k\pi, 5,43 + 2k\pi, k \in Z.$$

Communications	Résolution
✓ Liens	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Problèmes

1. Trouve la solution générale :

a) $\cos^2 \theta + \cos \theta = 0$

b) $2 \sin^2 \theta = \sin \theta$

c) $2 \sin \theta \cos \theta = \sin \theta$

2. Trouve la valeur de x dans l'équation $\sin 3x = \frac{1}{2}$, puis écris la solution générale.

3. Trouve la valeur de x dans $-\pi < x < \pi$ et $\cos \left(x - \frac{\pi}{2} \right) = 0,5$.

NOTES

Ressource imprimée

*Mathématiques pré-calcul
Secondaire 4 - Cours destiné à
l'enseignement à distance,
Winnipeg, Man., Éducation et
Formation professionnelle
Manitoba, 2001.
- Module 2, Leçon 3*

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- A-6 tracer (en utilisant divers outils technologiques), dessiner et analyser les graphiques des fonctions sinus, cosinus et tangente, ainsi que leur réciproque, en mettant en évidence :
- le domaine et l'image
 - l'amplitude, le cas échéant
 - la période, le cas échéant
 - les asymptotes, le cas échéant
 - les coordonnées à l'origine

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **tracer les graphiques de $y = \sin x$ et $y = \cos x$**

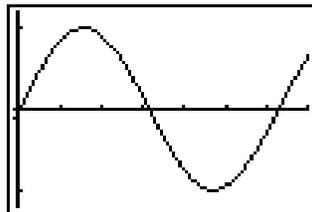
Ce sujet est abordé dans le document Mathématiques pré-calcul – Secondaire 3 : Document de mise en œuvre.

Demandez aux élèves de tracer le graphique de $y = \sin x$ et de $y = \cos x$ à l'aide d'une table des valeurs. La table devrait comprendre les coordonnées à l'origine et au moins deux points dans chaque quadrant. Ensuite, demandez-leur de comparer leur graphique de $y = \sin x$ avec un graphique obtenu au moyen d'un outil graphique.

Étapes à suivre avec la calculatrice à affichage graphique :

1. Assure-toi que la calculatrice est en mode radians.
2. Règle la fenêtre d'affichage comme suit :
 $X_{\min} = -0,1$
 $X_{\max} = 7$
 $X_{\text{scl}} = 1$
 $Y_{\min} = -1,2$
 $Y_{\max} = 1,2$
 $Y_{\text{scl}} = 1$
3. Appuie sur $Y =$ et inscris $\sin(X)$ pour $Y1$.
4. Appuie sur ENTER.

Tu obtiens le graphique suivant :



Si tu effectues un zoom sur 7:ZTrig, tu verras que la courbe commence à $\theta = -6,152285\dots$ et qu'elle se termine à $\theta = 6,152285$. La courbe passe par « deux cycles ».

Communications	Résolution
✓ Liens	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Ressource imprimée

*Mathématiques pré-calcul
Secondaire 4 - Cours destiné à
l'enseignement à distance,
Winnipeg, Man., Éducation et
Formation professionnelle
Manitoba, 2001.
– Module 2, Leçons 5 et 6*

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- A-6 tracer (en utilisant divers outils technologiques), dessiner et analyser les graphiques des fonctions sinus, cosinus et tangente, ainsi que leur réciproque, en mettant en évidence :
- le domaine et l'image
 - l'amplitude, le cas échéant
 - la période, le cas échéant
 - les asymptotes, le cas échéant
 - les coordonnées à l'origine

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **analyser les similarités et les différences entre les deux graphiques**

Exemple

Au moyen d'un outil graphique, trace le graphique de $y = \sin x$ et de $y = \cos x$ sur le même système d'axes.

- a) Quelle relation semble exister entre les deux graphiques?
- b) Quelle est l'amplitude et la période de chaque graphique?

Solutions

- a) Similarités
 - même amplitude, même période, même image et même domaine
 - les deux courbes sont sinusoidales
 - les courbes sont continues, sans asymptote
 Différences
 - zéros et ordonnées à l'origine

- b) $y = \sin x$; $y = \cos x$
amplitude de 1 pour les deux
périodes de 2π

- **décrire les propriétés de $y = \sin x$**

- a) Le domaine est l'ensemble des nombres réels.
- b) L'image est $[-1, 1]$.
- c) L'ordonnée à l'origine est 0.
- d) Les zéros de la fonction sont des multiples entiers de π , exprimés comme suit : $\{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
- e) La période est 2π .

Définition

Une fonction $f(x)$ est dite périodique s'il existe un nombre $p > 0$ et que, pour tous les x dans le domaine de f , $f(x + p) = f(x)$. Le plus petit de ces nombres p est appelé la **période** de f (la fonction passe par des cycles et elle se répète toujours). La période est la plus petite distance parcourue sur l'axe des x avant que la fonction amorce un autre cycle).

Communications	Résolution
✓ Liens	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

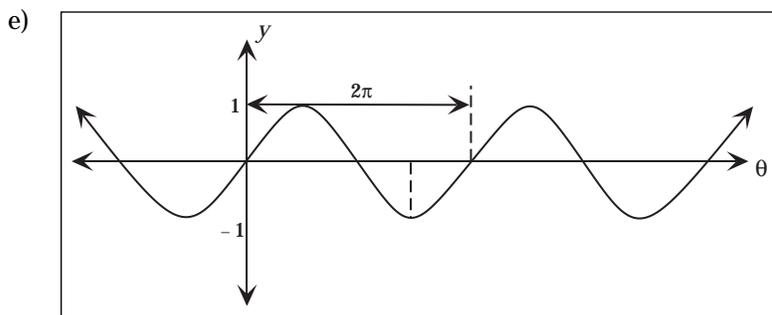
NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- A-6 tracer (en utilisant divers outils technologiques), dessiner et analyser les graphiques des fonctions sinus, cosinus et tangente, ainsi que leur réciproque, en mettant en évidence :
- le domaine et l'image
 - l'amplitude, le cas échéant
 - la période, le cas échéant
 - les asymptotes, le cas échéant
 - les coordonnées à l'origine

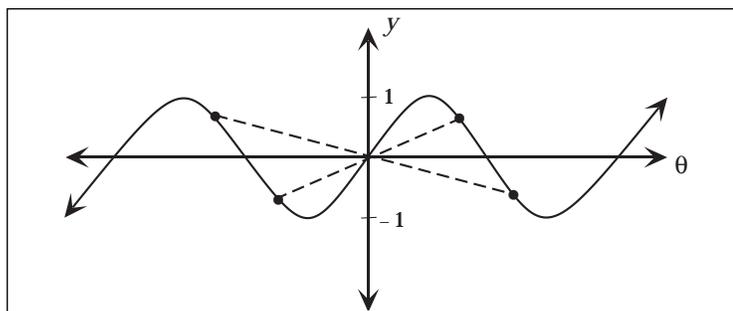
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• décrire les propriétés de $y = \sin x$ (suite)



- f) Étant donné que la fonction est symétrique par rapport à l'origine, elle est impaire (p. ex., $\sin(-x) = -\sin x$).

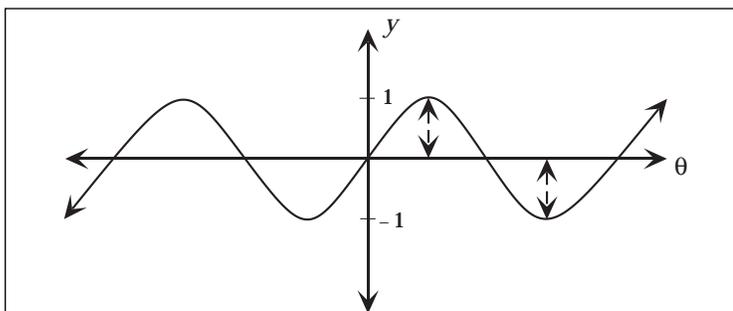
(Remarque : On explique les fonctions impaires dans l'unité B, page B-34.)



- g) L'amplitude de la courbe du sinus est 1.

Définition

Quand la courbe est en forme de vague, telle que la courbe du sinus, on peut tracer une droite à mi-chemin entre les points supérieurs et inférieurs de la courbe. Cette droite est appelée l'axe de la courbe. La distance entre l'axe et la valeur maximale ou minimale de la courbe est appelée l'amplitude de la courbe.



– suite

Communications	Résolution
✓ Liens	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

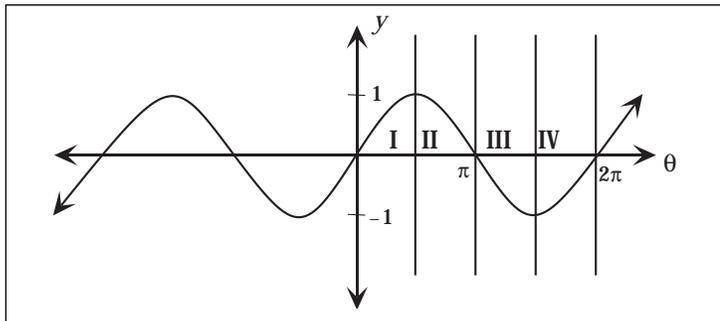
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- A-6 tracer (en utilisant divers outils technologiques), dessiner et analyser les graphiques des fonctions sinus, cosinus et tangente, ainsi que leur réciproque, en mettant en évidence :
- le domaine et l'image
 - l'amplitude, le cas échéant
 - la période, le cas échéant
 - les asymptotes, le cas échéant
 - les coordonnées à l'origine

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• **décrire les propriétés de $y = \sin x$ (suite)**

- h) Étant donné que la courbe se trouve au-dessus de l'axe dans les quadrants I et II, $\sin \theta > 0$ dans ces deux quadrants. De même, $\sin \theta < 0$ dans les quadrants III et IV.



- i) La courbe est croissante de gauche à droite (elle va vers le haut) dans les quadrants I et IV et elle est décroissante dans les quadrants II et III.

• **décrire les propriétés de $y = \cos x$**

- a) Le domaine est l'ensemble des nombres réels.
- b) L'image est $[-1, 1]$.
- c) L'ordonnée à l'origine est 1.
- d) Les zéros de la fonction sont les multiples entiers impairs de $\frac{\pi}{2}$, exprimés comme suit : $\left\{ (2k+1)\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
- e) La période est 2π .
- f) Étant donné que la fonction est symétrique par rapport à l'axe des y , la fonction est paire (p.ex., $\cos(-x) = \cos x$).
(Remarque : On trouve une explication des fonctions paires dans l'unité B, page B-32.)
- g) L'amplitude de la courbe du cosinus est 1.
- h) Étant donné que la courbe du cosinus se trouve au-dessus de l'axe dans les quadrants I et IV, $\cos x > 0$ dans ces deux quadrants. De même, $\cos x < 0$ dans les quadrants II et III.
- i) La courbe du cosinus est décroissante de gauche à droite dans les quadrants I et II et elle est croissante dans les quadrants III et IV.

Communications	Résolution
✓ Liens	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- A-6 tracer (en utilisant divers outils technologiques), dessiner et analyser les graphiques des fonctions sinus, cosinus et tangente, ainsi que leur réciproque, en mettant en évidence :
- le domaine et l'image
 - l'amplitude, le cas échéant
 - la période, le cas échéant
 - les asymptotes, le cas échéant
 - les coordonnées à l'origine

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• **décrire les propriétés de $y = \tan x$**

- a) Le domaine est $\left\{ x \mid x \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
- b) L'image est l'ensemble des nombres réels.
- c) L'ordonnée à l'origine est 0.
- d) Les zéros sont $\{x \mid x = k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
- e) La période est π .
- f) La fonction est impaire (p. ex., $\tan(-x) = -\tan x$).
(**Remarque** : On trouve une explication des fonctions impaires dans l'unité B, page B-34.)
- g) La fonction est positive dans les quadrants I et III, et elle est négative dans les quadrants II et IV.
- h) La fonction est croissante dans les quatre quadrants.
- i) L'équation des asymptotes est $\left\{ x \mid x \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Trace le graphique de la transformation suivante : $y = \tan x - 1$.