Unité C
Algèbre

ALGÈBRE

Dans cette unité portant sur l'algèbre, on s'attend à ce que les élèves utilisent les connaissances acquises au sujet des polynômes et des expressions rationnelles pour résoudre des expressions quadratiques, radicales, rationnelles et à valeur absolue.

Les sujets comprennent :

· résoudre des équations quadratiques et rattacher les solutions aux zéros d'une fonction correspondante à l'aide de la représentation graphique, de la factorisation et de la formule quadratique;
· résoudre des équations quadratiques dans lesquelles les solutions sont dans l'ensemble des nombres imaginaires;
· obtenir la formule quadratique en complétant le carré;
· résoudre des équations trigonométriques de nature quadratique;
· mettre au point une formule pour trouver la coordonnée de x du sommet de la fonction quadratique correspondante;
· utiliser la somme et le produit de racines pour écrire l'équation quadratique correspondante;
· utiliser le discriminant pour déterminer le caractère des racines d'une équation quadratique et les zéros de la fonction quadratique correspondante;
· résoudre des équations rationnelles, radicales et à valeur absolue.

Pratiques pédagogiques

Pour aider les élèves dans leur apprentissage, les enseignants devraient examiner les pratiques pédagogiques suivantes. Les enseignants devraient donner aux élèves des occasions :
· de faire des liens entre les racines d'une équation quadratique et les zéros de la fonction quadratique correspondante;
· d'utiliser la technologie graphique pour trouver les racines des équations;
· d'utiliser la factorisation ou la formule quadratique lorsque c'est pratique de le faire;
· de trouver la solution d'une équation quadratique dans l'ensemble des nombres imaginaires;
· d'appliquer la factorisation d'équations quadratiques à la résolution d'équations trigonométriques de nature quadratique;
· de choisir la méthode la plus pratique pour trouver le sommet d'une équation quadratique dans des conditions données;
· d'être en mesure d'écrire l'équation quadratique correspondante quand ses racines sont connues;
· d'être capable de formuler des stratégies pour résoudre des équations rationnelles, radicales et à valeur absolue.

Matériel

· calculatrice à affichage graphique ou logiciel informatique

Durée

· 20 heures

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

Résultat général
Représenter et analyser des fonctions rationnelles, polynomiales et quadratiques à l'aide de la technologie selon le cas.

Résultat(s) spécifique(s)

C-1a résoudre des équations quadratiques et rattacher les solutions aux zéros d'une fonction quadratique correspondante à l'aide de la
- représentation graphique
- formule quadratique
- factorisation

C-1b résoudre des équations non linéaires
- par factorisation
- graphiquement
- graphiquement avec une fonction intégrée de la calculatrice à affichage graphique [zéros, intersection, résolveur d'équations]

Communications ✔ Connections ✔ Estimation et Calcul Mental
Résolution Raisonnement ✔ Technologie ✔ Visualisation

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

On donne à la fin de la présente unité une expérience d'apprentissage par enseignement différencié (voir Annexe C-1, p. C-56).

- **résoudre des équations quadratiques à l'aide d'un outil graphique**

Les élèves peuvent utiliser une calculatrice graphique. Faites le lien avec l'Unité A : Fonctions quadratiques.

Une fonction quadratique $y = ax^2 + bx + c$ a infiniment de points sur sa représentation graphique. Lorsque la fonction prend une valeur précise de y, la fonction devient une équation quadratique.

La forme générale d'une équation quadratique est $ax^2 + bx + c = 0$, c'est-à-dire $y = 0$. Les solutions à une équation de forme générale s'appellent **racines**, qui sont les zéros ou les abscisses à l'origine de la fonction correspondante $y = ax^2 + bx + c$, où $a \neq 0$. Le nombre a s'appelle le **coefficient principal.**

Exemple

Faites la représentation graphique de $6 = x^2 + 6x + 11$ et trouvez x. Élaborez un tableau de valeurs, une représentation graphique, puis déterminez les zéros. Pour trouver x, vous pouvez utiliser n'importe laquelle des méthodes suivantes d'une calculatrice graphique T1-83 :

a) Représentez graphiquement la fonction $y = x^2 + 6x + 11$, tracez et trouvez x lorsque $y = 6$.

b) Utilisez la fonction $\boxed{\text{ZERO}}$ pour trouver les solutions de $x^2 + 6x + 5 = 0$.

c) Utilisez le résolveur d'équations.

d) Trouvez les points d'intersection des représentations graphiques $y = x^2 + 6x + 11$ et $y = 6$. Répétez en utilisant les représentations graphiques $y = x^2 + 6x + 5$ et $y = 0$.

Solution

Méthodes de la calculatrice graphique T1-83

a) Représentez l'équation $y = x^2 + 6x + 11$, tracez et trouvez x lorsque $y = 6$.

1. Appuyez sur $\boxed{\text{Y=}}$ et entrez à côté de Y1

$\boxed{\text{X, T, }\theta, n}$ $\boxed{\text{X}^2}$ $\boxed{+}$ $\boxed{6}$ $\boxed{\text{X, T, }\theta, n}$ $\boxed{+}$ $\boxed{11}$

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Calcul mental

1. Factorisez : $x^2 - 2x + 1$
2. Factorisez : $x^2 - 2x - 8$
3. Quelles sont les abscisses à l'origine de $f(x) = x^2 + 2x$?
4. Quelle est la valeur de a dans l'équation quadratique $7x^2 - 5x + 1 = 0$?
5. Quelle est la valeur de c dans l'équation quadratique $2x^2 = 5x - 8$?
6. Quelle est la valeur de b dans l'équation $0{,}5x^2 = 2$?

Problèmes

1. À l'aide d'un outil graphique, résolvez $x^2 + 6x - 11 = 0$.
2. Résolvez $x^3 + x = 30$ à l'aide de la technologie, en utilisant deux méthodes différentes. Quelle méthode donne la solution la plus précise?
3. À quel endroit est-ce que la droite $y = 2x + 3$ traverse la courbe $y = x^2 + 2x$? Utilisez un outil graphique pour trouver les points d'intersection.
4. Résolvez graphiquement : $x^2 - \sqrt{x-1} = 0$

Inscriptions au journal

1. De quelle façon pouvez-vous utiliser la fonction quadratique pour résoudre une équation quadratique?
2. Quelle est la relation entre les racines d'une équation et les zéros de la fonction correspondante?
3. Expliquez à un ami qui n'a pas assisté au cours la façon de trouver les racines d'une équation à l'aide d'un outil graphique.

NOTES

Ressources imprimées

Mathématiques pré-calcul secondaire 3, Exercices cumulatifs et réponses

Mathématiques pré-calcul secondaire 3, Solutions des exercices cumulatifs

Mathématiques pré-calcul secondaire 3, Cours destiné à l'enseignement à distance
– Module 3, Leçons 1, 2, 3

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

C-1a résoudre des équations quadratiques et rattacher les solutions aux zéros d'une fonction quadratique correspondante à l'aide de la
- représentation graphique
- formule quadratique
- factorisation

C-1b résoudre des équations non linéaires
- par factorisation
- graphiquement
- graphiquement avec une fonction intégrée de la calculatrice à affichage graphique [zéros, intersection, résolveur d'équations]

– suite

Communications
✔ Connections
✔ Estimation et Calcul Mental
Résolution
Raisonnement
✔ Technologie
✔ Visualisation

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· **résoudre des équations quadratiques à l'aide d'un outil graphique** (suite)

Exemple *- suite*

2. Appuyez sur WINDOW et changez les valeurs pour rendre la fenêtre conviviale.

X_{min} = –9,4
X_{max} = 9,4
Y_{min} = -9,4
Y_{max} = 9,4

3. Appuyez sur GRAPH, TRACE, et trouvez x lorsque $y = 6$. Utilisez les flèches gauche ◀ et droite ▶ pour tracer le long de la représentation graphique.
Réponse : $x = –1$, $x = –5$

b) Utilisez la fonction ZERO pour résoudre $x^2 + 6x + 5 = 0$.
1. Appuyez sur Y=.
2. Entrez à côté de Y_2,
X, T, θ, *n* | X^2 | + | 6 | X, T, θ, *n* | + | 5
3. Désactivez le signe = à côté de Y_1, c'est-à-dire mettez le signe = en surbrillance et appuyez sur ENTER.
4. Appuyez sur 2nd (CALC) et sélectionnez 2: ZERO. Identifiez la valeur des marges de gauche et de droite pour chaque zéro et devinez.

c) Utilisez le résolveur d'équations.
1. Appuyez sur MATH et sélectionnez O: Solver.
2. Appuyez sur la flèche vers le haut ▲ pour modifier l'équation à l'écran (un nouvel écran s'affichera).
3. Appuyez sur CLEAR pour supprimer l'équation à côté de 0 =.
4. Entrez l'équation à côté de 0 = pour qu'elle se lise $0 = x^2 + 6x + 5$. Appuyez sur ENTER (un nouvel écran s'affichera)
5. Évaluez votre équation pour les intersections x possibles, puis entrez un numéro à côté de x = qui est inférieur à une intersection x possible, p. ex., entrez -2. Appuyez sur ALPHA, (SOLVE). Une réponse s'affichera. Arrondissez votre réponse (Rép. : $x = –1$). Répétez cette dernière étape pour trouver l'autre intersection x, p. ex., entrez –6 (Rép. : $x = –5$).

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

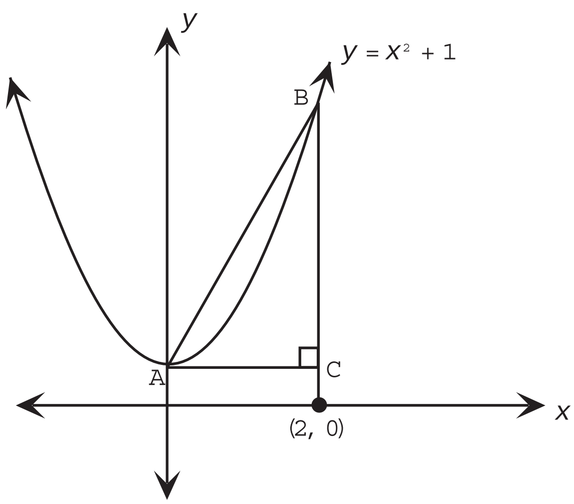
Problèmes

1. Résolvez graphiquement : $x^2 - 4x = 3$.

2. L'ordonnée à l'origine y de la représentation graphique d'une fonction linéaire $y = mx + b$ est au point (0, b). Quelle est le point d'intersection avec l'axe des y d'une fonction quadratique en forme générale? Discutez de la façon dont vous être parvenu à votre réponse.

3. Un sentier bétonné de x mètres de largeur est en construction autour d'un jardin qui mesure 40 m sur 30 m. L'aire du sentier est de 984 m^2. Déterminez la largeur du sentier. Expliquez de quelle façon vous êtes parvenu à votre réponse.

4. Sur la représentation graphique de $y = x^2 + 1$, le Δ ABC est formé. Trouvez l'aire du Δ ABC.



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

C-1a résoudre des équations quadratiques et rattacher les solutions aux zéros d'une fonction quadratique correspondante à l'aide de la
- · représentation graphique
- · formule quadratique
- · factorisation

C-1b résoudre des équations non linéaires
- · par factorisation
- · graphiquement
- · graphiquement avec une fonction intégrée de la calculatrice à affichage graphique [zéros, intersection, résolveur d'équations]

– suite

Communications
✔ Connections
✔ Estimation et Calcul Mental
Résolution
Raisonnement
✔ Technologie
✔ Visualisation

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· **résoudre des équations quadratiques à l'aide d'un outil graphique** (suite)

***Exemple** - suite*

d) Trouvez les points d'intersection des représentations graphiques $y = x^2 + 6x + 11$ et $y = 6$. Répétez en utilisant les représentations graphiques $y = x^2 + 6x + 5$ et $y = 0$. Appuyez sur $\boxed{\text{2nd}}$ $\boxed{\text{CALC}}$ $\boxed{5}$ (voir le manuel au menu CALC, Intersection)

· **résoudre graphiquement des équations quadratiques**

Exemple

Recherchez graphiquement le nombre de racines des équations suivantes en représentant graphiquement leurs fonctions correspondantes, c'est-à-dire dans la forme $y = ax^2 + bx + c$.

a) $x^2 - 5x - 6 = 0$
b) $4x^2 - 5x = 0$
c) $4x^2 - 5 = 0$
d) $x^2 - 2x = 24$
e) $2x^2 + 4x - 16 = 0$

> On peut trouver les solutions approximatives d'équations quadratiques en représentant graphiquement leurs fonctions correspondantes. On peut trouver les solutions exactes à certaines équations quadratiques en 1) factorisant et utilisant le principe des produits nuls, 2) complétant le carré, ou 3) utilisant la formule quadratique tel qu'il est indiqué ci-dessous.

· **résoudre des équations quadratiques en factorisant**

Exemple 1

Factorisez chacune des équations suivantes et indiquez ses racines.

a) $x^2 - 5x - 6 = 0$
b) $x^2 - 4x + 4 = 0$
c) $4x^2 - 5x = 0$
d) $4x^2 - 5 = 0$
e) $x^2 - 2x = 24$

Vérifiez les racines.

Solution

a) $x^2 - 5x - 6 = 0$
$(x - 6)(x + 1) = 0$
$x - 6 = 0$ ou $x + 1 = 0$
$x = 6$ ou $x = -1$ Vérifiez ces racines.

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Résolvez en factorisant :
   a) $2x^2 + 9x - 5 = 0$
   b) $7x^2 + 4x - 11 = 0$

2. Résolvez $3x^2 + 1 = 10x - 2$ graphiquement de deux façons différentes. Y a-t-il une façon qui donne des résultats plus fiables? Expliquez vos procédures et les résultats obtenus.

   Remarque : Les élèves pourraient imprimer les représentations graphiques pour chaque façon utilisée comme supplément à leur explication.

3. Trouvez les racines de l'équation $x^2 + bx + c = 0$.

4. Trouvez x : $(x^2 - 9x + 19)^{x^2 - 7x + 10} = 1$.

Inscriptions au journal

1. Discutez de certains des avantages et des désavantages de résoudre une équation quadratique en factorisant plutôt qu'en faisant la représentation graphique.

2. Expliquez pourquoi les procédures suivantes donnent la même réponse :

   a) Trouvez le(s) point(s) d'intersection des graphiques $y = x^2 + 6x + 11$ et $y = 6$.
   b) Trouvez le(s) point(s) d'intersection des graphiques $y = x^2 + 6x + 5$ et $y = 0$.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

C-1a résoudre des équations quadratiques et rattacher les solutions aux zéros d'une fonction quadratique correspondante à l'aide de la
· représentation graphique
· formule quadratique
· factorisation
– *suite*

C-1b résoudre des équations non linéaires
· par factorisation
· graphiquement
· graphiquement avec une fonction intégrée de la calculatrice à affichage graphique [zéros, intersection, résolveur d'équations]
– *suite*

Communications
✔ Connections
✔ Estimation et Calcul Mental
Résolution
Raisonnement
✔ Technologie
✔ Visualisation

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· **résoudre des équations quadratiques en factorisant** (suite)

Exemple *- suite*

Solution - suite

b) $4x^2 - 5x = 0$

$x(4x - 5) = 0$

$x = 0$ ou

$4x - 5 = 0,\ x = \frac{5}{4}$ Vérifiez ces racines.

c) $4x^2 - 5 = 0$

$\left(2x - \sqrt{5}\right)\left(2x + \sqrt{5}\right) = 0$

$x = \pm\frac{\sqrt{5}}{2}$ Vérifiez ces racines.

Remarque : Lorsque $b = 0$, il peut être plus facile d'isoler les termes mis au carré.

$4x^2 = 5$

$x^2 = \frac{5}{4}$

$x = \pm\sqrt{\frac{5}{4}}$

$= \frac{\pm\sqrt{5}}{2}$

d) $x^2 - 2x = 24$

$x^2 - 2x - 24 = 0$ Écrire sous la forme générale.

$(x - 6)(x + 4) = 0$ Factorisez.

$x - 6 = 0$ ou $x + 4 = 0$

$x = 6$ ou $x = -4$ Vérifiez ces racines.

e) $2(x^2 + 2x - 8) = 0$ Toujours factoriser le facteur commun d'abord.

$2(x + 4)(x - 2) = 0$ Factorisez.

Soit $2(x + 4) = 0$ ou $x - 2 = 0$

$x = -4$ $x = 2$

Vérifiez ces racines.

– *suite*

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Calcul mental

1. Résolvez : $x^2 + 7x + 12 = 0$
2. Résolvez : $x^2 - 36 = 0$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

C-1a résoudre des équations quadratiques et rattacher les solutions aux zéros d'une fonction quadratique correspondante à l'aide de la
· représentation graphique
· formule quadratique
· factorisation
– suite

C-1b résoudre des équations non linéaires
· par factorisation
· graphiquement
· graphiquement avec une fonction intégrée de la calculatrice à affichage graphique [zéros, intersection, résolveur d'équations]
– suite

Communications	Résolution
✔ **Connections**	Raisonnement
✔ **Estimation et Calcul Mental**	✔ **Technologie**
	✔ **Visualisation**

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· résoudre des équations quadratiques en factorisant (suite)

Faites le lien entre la factorisation d'équations quadratiques et la résolution d'équations trigonométriques qui sont de nature quadratique dans l'intervalle $0^\circ \le \theta \le 360^\circ$.

Exemple 2

Résolvez

a) $2 \cos^2 - 1 = 0$

Solution

$$2 \cos^2 \theta - 1 = 0$$
$$2 \cos^2 \theta = 1$$
$$\cos^2 \theta = \frac{1}{2}$$
$$\cos \theta = \pm\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\pm\sqrt{2}}{2}$$

Angle de référence $\theta = 45^\circ$

θ est dans le quadrant II ou III si cos θ est négatif

$\therefore\ \theta = 135^\circ$ ou 225°

θ est dans le quadrant I ou IV si cos θ est positif

$\therefore\ \theta = 45^\circ$ ou 315°

b) $2 \tan^2 \theta - \tan \theta - 1 = 0$

Solution :

$(2 \tan \theta + 1)(\tan \theta - 1) = 0$

$2 \tan \theta + 1 = 0$ ou $\tan \theta - 1 = 0$

$2 \tan\theta = -1$ $\tan \theta = 1$

$\tan = -\frac{1}{2}$

Angle de référence	Angle de référence
$\theta = \tan^{-1} 0{,}5$	$\theta = \tan^{-1} 1$
$= 26{,}57^\circ$	$\theta = 45^\circ$
Si $\tan \theta < 0$	Si $\tan \theta > 0$
θ est dans le quadrant I ou IV	θ est dans le quadrant I ou III
$\therefore \theta$ dans le quadrant II = $153{,}43^\circ$	θ dans le quadrant I = 45°
θ dans le quadrant IV = $333{,}43^\circ$	θ dans le quadrant III = 225°

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Choix multiples

1. Les valeurs de θ qui satisfont à l'équation $2\cos^2\theta + \cos\theta - 1 = 0$ dans l'intervalle $0° \le \theta \le 360°$ sont
   a) 30°, 180°, 330°
   b) 0°, 60°, 300°
   c) 120°, 180°, 240°
   d) 60°, 180°, 300°

2. Si $0° \le \theta \le 360°$, le nombre de solutions de l'équation $\cos^2\theta + \cos\theta = 0$ est
   a) 1
   b) 2
   c) 3
   d) 4

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

C-1a résoudre des équations quadratiques et rattacher les solutions aux zéros d'une fonction quadratique correspondante à l'aide de la
· représentation graphique
· formule quadratique
· factorisation
– *suite*

C-1b résoudre des équations nonlinéaires
· par factorisation
· graphiquement
· graphiquement avec une fonction intégrée de la calculatrice à affichage graphique [zéros, intersection, résolveur d'équations]
– *suite*

Communications
✔ **Connections**
✔ **Estimation et Calcul Mental**
Résolution
Raisonnement
✔ **Technologie**
✔ **Visualisation**

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· **résoudre des équations quadratiques à l'aide d'un outil graphique** (suite)

Certaines équations quadratiques telle que $x^2 + 4 = 0$ ne sont pas factorisables. Ces solutions peuvent être définies dans l'ensemble des nombres imaginaires.

Les ***nombres imaginaires*** sont les racines carrées de nombres négatifs.

L'unité imaginaire i est définie comme étant $i = \sqrt{-1}$ et $i^2 = -1$.

L'unité imaginaire i peut servir à écrire la racine carrée de n'importe quel nombre négatif.

Pour un nombre réel positif a, $\sqrt{-a}$ est un nombre imaginaire où $\sqrt{-a} = i\sqrt{-a}$ et $\left(i\sqrt{-a}\right)^2 = -a$, c'est-à-dire $i\sqrt{x}i\sqrt{x} = i^2x = -1x = -x$

Exemple

a) Résolvez
$x^2 = -8$

Solution

$$x = \pm\sqrt{-8}$$
$$x = \pm\sqrt{-4}\sqrt{2}$$
$$x = \pm 2\sqrt{2}\ i$$

Vérifiez

$$x^2 = -8$$
$$\pm 2\left(\sqrt{2}\, i^2\right) = -8$$
$$4\, i^2 \cdot 2 = -8$$
$$4(-1)(2) = -8$$

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Inscriptions au journal

1. Recherchez les puissances de i et décrivez le patron qui en résulte.

2. Est-il vrai que $\sqrt{-5}\sqrt{-2} = \sqrt{10}$? Pourquoi ou pourquoi pas?

Calcul mental

1. $i^2 = ?$
2. $(x - i)(x + i) = ?$
3. $\sqrt{-18} = ?$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

C-1a résoudre des équations quadratiques et rattacher les solutions aux zéros d'une fonction quadratique correspondante à l'aide de la
- · représentation graphique
- · formule quadratique
- · factorisation

– suite

C-1b résoudre des équations non linéaires
- · par factorisation
- · graphiquement
- · graphiquement avec une fonction intégrée de la calculatrice à affichage graphique [zéros, intersection, résolveur d'équations]

– suite

Communications
✔ Connections
✔ Estimation et Calcul Mental
Résolution
Raisonnement
✔ Technologie
✔ Visualisation

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· résoudre des équations quadratiques en complétant le carré

Certaines équations quadratiques sont plus faciles à résoudre par la factorisation que par la représentation graphique. Cependant, ce ne sont pas toutes les équations quadratiques qui sont factorisables. Pour ces équations, vous pouvez utiliser une technique qui s'appelle la complétion du carré.

Lorsque vous complétez le carré pour résoudre une équation quadratique, vous devez préserver l'égalité. Lorsque vous ajoutez une constante à un côté d'une équation, vous devez ajouter la même constante de l'autre côté de l'équation.

Lorsque vous résolvez $ax^2 + bx + c = 0$ en complétant le carré, examinez les deux cas suivants :

· Lorsque le coefficient principal est 1, c'est-à-dire que le coefficient de x^2 est égal à 1.
· Lorsque le coefficient principal n'est pas 1.

Exemple 1

Résoudre en complétant le carré : $x^2 - 4x + 2 = 0$

Solution

$x^2 - 4x + 2 = 0$	
$x^2 - 4x = -2$	Soustrayez 2 de chaque côté afin d'isoler les termes avec des variables.
$x^2 - 4x + (-2)^2 = 2 + (-2)^2$	Additionnez le carré de la ½ du coefficient de x de chaque côté.
$(x - 2)^2 = -2 + 4$	Simplifiez.
$(x - 2)^2 = 2$	
$x - 2 = \pm\sqrt{2}$	Prenez la racine carrée de chaque côté.
$x = 2 \pm \sqrt{2}$	Additionnez 2 de chaque côté.

Remarque : $2 + \sqrt{2}$ et $2 - \sqrt{2}$ sont les racines de l'équation quadratique, les zéros de la fonction et les abscisses à l'origine de la représentation graphique.
$(2 + \sqrt{2}\ ,0)$et $(2 - \sqrt{2}\ , 0)$ sont les points où la représentation graphique traverse l'axe des x.

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Pour quelles valeurs de k les expressions données sont des trinômes carrés parfaits?

a) $t^2 + t + k$

b) $x^2 + kx + \frac{25}{16}$

Calcul mental

Pour quelle valeur de k le trinôme $x^2 + 6x + k$ est un trinôme carré parfait?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

C-1a résoudre des équations quadratiques et rattacher les solutions aux zéros d'une fonction quadratique correspondante à l'aide de la
- représentation graphique
- formule quadratique
- factorisation

– *suite*

C-1b résoudre des équations non linéaires
- par factorisation
- graphiquement
- graphiquement avec une fonction intégrée de la calculatrice à affichage graphique [zéros, intersection, résolveur d'équations]

– *suite*

Communications
✔ Connections
✔ Estimation et Calcul Mental
Résolution
Raisonnement
✔ Technologie
✔ Visualisation

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· **résoudre des équations quadratiques en complétant le carré** (suite)

Si le coefficient principal de l'équation quadratique n'est pas 1, divisez les deux côtés de l'équation par le coefficient, *a*, avant de compléter le carré.

Exemple 2

Résoudre en complétant le carré : $2x^2 - 6x - 7 = 0$

$$2x^2 - 6x - 7 = 0$$

$$x^2 - 3x = \frac{7}{2}$$

Ajoutez 7 de chaque côté et divisez par 2.

$$x^2 - 3x + \left(\frac{-3}{2}\right)^2 = \frac{7}{2} + \left(-\frac{3}{2}\right)^2$$

Ajoutez le carré de ½ (-3) et ajoutez-le à chaque côté.

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{14}{4} + \frac{9}{4}$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{23}{4}$$

$$x - \frac{3}{2} = \pm\frac{\sqrt{23}}{2}$$

Prenez la racine carrée.

$$x = \frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{23}}{2}$$

Simplifiez.

Ce sont les racines exactes de l'équation. Il est compliqué de vérifier les solutions qui ont des fractions et des racines carrées. Une vérification par représentation graphique est habituellement plus efficace. Par exemple :

$$\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{23}}{2} \approx 3{,}9 \qquad \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{23}}{2} \approx -0{,}9$$

Sur la représentation graphique de $2x^2 - 6x - 7 = 0$, les valeurs 3,9 et -0,9 sont les abscisses à l'origine approximatives.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Lorsque des bicyclettes se vendent 280 $ chacune, un magasin spécialisé dans la vente de bicyclettes peut vendre 80 bicyclettes par saison. Pour chaque augmentation de 10 $ du prix, le nombre de bicyclettes vendues diminue de 3.

a) Représentez le revenu provenant des ventes comme fonction quadratique soit du nombre vendu, soit du prix.

b) Quel est le nombre de bicyclettes vendues, et quel est le prix, si le revenu total des ventes est exactement 20 000 $?

c) Quelle est l'étendue des prix qui donnera un produit de la vente qui dépasse 15 000 $?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

C-1a résoudre des équations quadratiques et rattacher les solutions aux zéros d'une fonction quadratique correspondante à l'aide de la
· représentation graphique
· formule quadratique
· factorisation
– suite

C-1b résoudre des équations non linéaires
· par factorisation
· graphiquement
· graphiquement avec une fonction intégrée de la calculatrice à affichage graphique [zéros, intersection, résolveur d'équations]
– suite

Communications	Résolution
✔ Connections	Raisonnement
✔Estimation et Calcul Mental	✔ Technologie
	✔ Visualisation

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· dériver la formule quadratique

Les élèves ne sont pas tenus de mémoriser le calcul suivant. La formule quadratique peut servir à résoudre n'importe quelle équation quadratique. C'est la généralisation obtenue en complétant le carré de $ax^2 + bx + c = 0$, où $a \neq 0$.

Pour obtenir une formule générale pour dériver des équations quadratiques, vous pouvez compléter le carré de l'équation quadratique générale $ax^2 + bx + c = 0$, où $a \neq 0$.

$ax^2 + bx + c = 0$	Équation générale
$x^2 + \dfrac{b}{a}x + \dfrac{c}{a} = 0$	Divisez par a.
$x^2 + \dfrac{b}{a}x = \dfrac{-c}{a}$	Isolez les termes avec x d'un côté.
$x^2 + \dfrac{b}{a}x + \left(\dfrac{b}{2a}\right)^2 = \dfrac{-c}{a} + \left(\dfrac{b}{2a}\right)^2$	Complétez le carré en additionnant $\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{b}{a}\right)^2$ de chaque côté.
$\left(x + \dfrac{b}{2a}\right)^2 = \dfrac{b^2}{4a^2} - \dfrac{c}{a}$	
$\left(x + \dfrac{b}{2a}\right)^2 = \dfrac{b^2}{4a^2} - \dfrac{c}{a}$	Simplifiez.
$\left(x + \dfrac{b}{2a}\right)^2 = \dfrac{b^2 - 4ac}{4a^2}$	Simplifiez.
$x + \dfrac{b}{2a} = \pm\sqrt{\dfrac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$	Prendre la racine carrée de chaque côté.
$x = -\dfrac{b}{2a} \pm \dfrac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	Soustraire $\frac{b}{2a}$ de chaque côté.
$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	Simplifiez.

Lorsque vous résolvez une équation à l'aide de la formule quadratique, il est important de se rappeler que $-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$ est divisé au complet par $2a$.

Cependant, si vous concevez la formule quadratique comme étant deux fractions au lieu d'une, vous trouverez une façon facile de déterminer le sommet d'une fonction quadratique dans la formule $y = ax^2 + bx + c$

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Inscription au journal

Comment pouvez-vous utiliser la formule quadratique pour trouver les abscisses à l'origine d'une parabole?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

C-1a résoudre des équations quadratiques et rattacher les solutions aux zéros d'une fonction quadratique correspondante à l'aide de la
- · représentation graphique
- · formule quadratique
- · factorisation

– suite

C-1b résoudre des équations non linéaires
- · par factorisation
- · graphiquement
- · graphiquement avec une fonction intégrée de la calculatrice à affichage graphique [zéros, intersection, résolveur d'équations]

– suite

Communications
✔ Connections
✔ Estimation et Calcul Mental
Résolution
Raisonnement
✔ Technologie
✔ Visualisation

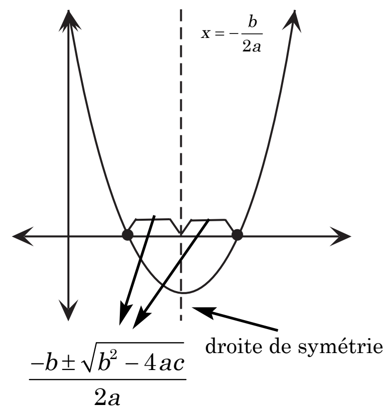
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· **dériver la formule quadratique** (suite)

$$x = \frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Comme vous pouvez le constater, $x = \dfrac{b}{2a}$ est la droite de symétrie de la parabole et $-\dfrac{b}{2a}$ est la valeur de x de son sommet.



· **utiliser la formule quadratique pour résoudre des équations quadratiques**

Formule quadratique

Si $ax^2 + bx + c = 0$, où a $\neq$ 0, les solutions (racines) exactes sont données par : $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Vous pouvez utiliser la formule quadratique pour résoudre n'importe quelle équation. Lorsque vous utilisez la formule quadratique, vous devez écrire l'équation dans la forme générale $ax^2 + bx + c = 0$, a $\neq$ 0, de sorte que a, b et c peuvent être correctement identifiés.

Les élèves peuvent programmer leurs calculatrices pour la formule quadratique.

Exemple

Résolvez $x^2 + 3x - 9 = 0$.

Solution

$a = 1$, $b = 3$, $c = -9$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4(1)(-9)}}{2(1)}$$

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 36}}{2}$$

$$= \frac{-3\sqrt{45}}{2}$$

$$= \frac{-3 \pm 3\sqrt{5}}{2}$$

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

C-1a résoudre des équations quadratiques et rattacher les solutions aux zéros d'une fonction quadratique correspondante à l'aide de la
- · représentation graphique
- · formule quadratique
- · factorisation

– suite

C-1b résoudre des équations non linéaires
- · par factorisation
- · graphiquement
- · graphiquement avec une fonction intégrée de la calculatrice à affichage graphique [zéros, intersection, résolveur d'équations]

– suite

Communications | Résolution
✔ Connections | Raisonnement
✔Estimation et Calcul Mental | ✔ Technologie
| ✔ Visualisation

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· **utiliser la formule quadratique pour résoudre des équations quadratiques** (suite)

Exemple *- suite*

Solution - suite

$$x = \frac{-3+3\sqrt{5}}{2} \quad \text{ou} \quad x = \frac{-3-3\sqrt{5}}{2}$$

Remarque : Cette équation ne se décompose pas en facteurs de sorte que la formule devrait être utilisée.

· **résoudre des équations qui peuvent être reformulées comme équation quadratique.**

Certaines équations ne semblent pas quadratiques à première vue. Mais si on y regarde de plus près, on constate qu'elles ont en réalité une forme ou un patron quadratique.

Exemple

Résoudre : $2x^4 - 5x^2 + 2 = 0$

Solution

Remarquez qu'on peut reformuler l'équation sous une forme quadratique : $2(x^2)^2 - 5(x^2)^1 + 2 = 0$

Remplacez temporairement x^2 par une autre lettre p afin d'obtenir une équation sous une forme quadratique :

$$2p^2 - 5p + 2 = 0$$

Factorisez :

$$(2p - 1)(p - 2) = 0$$

$$p = \frac{1}{2} \text{ ou } p = 2$$

Remplacez p par x^2 :

$$x^2 = \frac{1}{2} \text{ ou } x^2 = 2$$

$$x = \pm\sqrt{\frac{1}{2}} \qquad \text{ou} \quad x = \pm\sqrt{2}$$

$$x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2} \qquad \text{(rationalisé)}$$

Réponses : $\frac{\sqrt{2}}{2}$, $-\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sqrt{2}$ et $-\sqrt{2}$

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Résoudre :
   a) $(x^2 - x)^2 + 12 = 8(x^2 - x)$
   b) $\left(\dfrac{x-1}{x}\right)^2 - 3\left(\dfrac{x-1}{x}\right) + 2 = 0$

2. L'équation quadratique $x^2 + bx + 6 = 0$ a deux racines entières positives. Quelles sont les valeurs possibles de b?

3. Pour quelle(s) valeur(s) du coefficient a les équations $x^2 - ax + 1 = 0$ et $x^2 - x + a = 0$ ont-elles une solution réelle commune?

4. Si les racines de $x^2 - px + q = 0$ sont des nombres entiers consécutifs, démontrez que $p^2 - 4q - 1 = 0$.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

C-1a résoudre des équations quadratiques et rattacher les solutions aux zéros d'une fonction quadratique correspondante à l'aide de la
· représentation graphique
· formule quadratique
· factorisation
– *suite*

C-1b résoudre des équations non linéaires
· par factorisation
· graphiquement
· graphiquement avec une fonction intégrée de la calculatrice à affichage graphique [zéros, intersection, résolveur d'équations]

Communications	Résolution
✔ **Connections**	Raisonnement
✔**Estimation et Calcul Mental**	✔ **Technologie**
	✔ **Visualisation**

· **utiliser la formule quadratique pour résoudre des équations quadratiques** (suite)

Exemple *- suite*

Solution - suite

Vérifiez l'équation originale :

$x = \sqrt{2}$

$$2\left(\sqrt{2}\right)^4 - 5\left(\sqrt{2}\right)^2 + 2 = 0$$

$$8 - 10 + 2 = 0 \quad \text{Oui}$$

$x = -\sqrt{2}$ fonctionne aussi étant donné que les puissances en cause sont paires.

$x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$$2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^4 - 5\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 2 = 0$$

$$\frac{2}{4} - \frac{5}{2} + 2 = 0$$

$$\frac{1}{2} - \frac{5}{2} + \frac{4}{2} = 0 \quad \text{Oui, cela fonctionne.}$$

$x = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ fonctionne aussi étant donné que les puissances en cause sont paires.

C-2 déterminer la nature des racines réelles et non réelles d'une équation quadratique en utilisant
· le discriminant dans la formule quadratique
· la représentation graphique

Communications	Résolution
✔ **Connections**	Raisonnement
✔**Estimation et Calcul Mental**	✔ **Technologie**
	✔ **Visualisation**

· **observer la nature des racines quadratiques**

Certaines propriétés des racines d'une fonction quadratique

La moyenne de la somme des racines est la coordonnée *x* du sommet. Rappelez-vous qu'avec une fonction quadratique, l'axe de symétrie traverse l'axe des *x* à mi-chemin entre les points d'intersections avec l'axe des *x*. On peut trouver une formule pour l'axe de symétrie et par conséquent la coordonnée *x* de la parabole en utilisant les deux racines de la formule quadratique et la formule du point milieu.

$$x = \frac{\dfrac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} + \dfrac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}}{2}$$

$$x = -\frac{b}{2a}$$

– *suite*

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Ressource imprimée

Mathématiques pré-calcul secondaire 3, Cours destiné à l'enseignement à distance
– Module 3, Leçon 4, 5

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

C-2 déterminer la nature des racines réelles et non réelles d'une équation quadratique en utilisant
- le discriminant dans la formule quadratique
- la représentation graphique

– suite

Communications
✔ Connections
✔ Estimation et Calcul Mental
Résolution
Raisonnement
✔ Technologie
✔ Visualisation

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· **observer la nature de racines quadratiques** (suite)

Exemple

Trouvez le sommet de la parabole donnée par $y = x^2 - 6x - 7$.

Solution

$x = \frac{-b}{2a} = -\frac{-6}{2} = 3$

Une fois que vous avez la valeur de *x*, vous pouvez déterminer la valeur de *y* au sommet par substitution dans la fonction quadratique donnée.

$y = 3^2 - 6(3) - 7$
$\quad = 9 - 18 - 7 = -16$

Les coordonnées du sommet sont (3, –16).

· **écrire une équation quadratique dont les racines sont données**

Si les racines de l'équation quadratique sont connues, on peut trouver l'équation comme suit :

x^2 – (somme des racines) x + (produit des racines) = 0

La somme des racines d'une équation quadratique est obtenue comme suit :

$$\begin{aligned}
\text{somme } &= \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} + \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \\
&= \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \\
&= \frac{2b}{2a} \\
&= \frac{-b}{a}
\end{aligned}$$

Le produit des racines d'une équation quadratique est obtenu comme suit :

$$\begin{aligned}
\text{produit } &= \left(\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)\left(\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right) \\
&= \frac{b^2-\left(b^2-4ac\right)}{4a^2} \\
&= \frac{4ac}{4a^2} \\
&= \frac{c}{a}
\end{aligned}$$

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Calcul mental

1. Quelle est la somme des racines de $x^2 - 2x + 34 = 0$?
2. Quel est le produit des racines de $2x^2 - 5x + 16 = 0$?

Inscriptions dans le journal

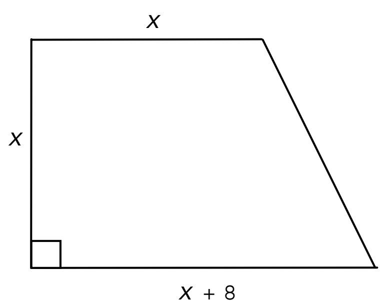
1. Démontrez que la somme des racines de l'équation quadratique $ax^2 + bx + c = 0$ est $\dfrac{-b}{a}$.

2. Démontrez que le produit des racines de l'équation quadratique $ax^2 + bx + c = 0$ est $\dfrac{c}{a}$.

3. Demandez aux élèves d'écrire la méthode pour parvenir à la formule quadratique en utilisant le développement du carré.

Problèmes

1. L'aire du trapèze est de 32 cm². Trouvez la valeur de x.



2. Écrivez une équation quadratique dont les racines sont $\dfrac{3}{2}$ et $-\dfrac{1}{4}$. Est-ce que cette équation est unique?

3. Les racines de $2k^2 + (3k + 6)x - 12 = 0$ sont p et q. Si $p + q = 0$, trouvez k.

4. Pour quelles valeurs de k la somme des racines des équations suivantes sera-t-elle 8?

$$x^2 - (k^2 - 2k)x + 3 = 0$$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

C-2 déterminer la nature des racines réelles et non réelles d'une équation quadratique en utilisant
· le discriminant dans la formule quadratique
· la représentation graphique
- suite

Communications
✔ Connections
✔ Estimation et Calcul Mental
Résolution
Raisonnement
✔ Technologie
✔ Visualisation

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· **crire une équation quadratique dont les racines sont données.** (suite)

Exemple 1

Démontrez que $\frac{7+\sqrt{13}}{3}$ et $\frac{7-\sqrt{13}}{3}$ sont les racines de $3x^2 - 14x + 12 = 0$.

Solution

$3x^2 - 14x + 12 = 0$

$r_1 + r_2 = \frac{-b}{a} = -\frac{-14}{3} = \frac{14}{3}$

$r_1 \cdot r_2 = \frac{c}{a} = \frac{12}{3} = 4$

$r_1 + r_2 = \frac{7+\sqrt{13}}{3} + \frac{7-\sqrt{13}}{3} = \frac{7+\sqrt{13}+7-\sqrt{13}}{3} = \frac{14}{3}$

$r_1 \cdot r_2 = \left(\frac{7+\sqrt{13}}{3}\right)\left(\frac{7-\sqrt{13}}{3}\right) = \frac{49-13}{9} = \frac{36}{9} = 4$

Par conséquent, la somme et le produit des racines est la même chose que si l'on utilise l'équation pour trouver la somme et le produit des racines. Les deux racines données sont des racines de $3x^2 - 14x + 12 = 0$.

Exemple 2

Trouvez une équation quadratique dont les racines sont $2+\sqrt{13}$ et $2-\sqrt{13}$.

Solution

$r_1 + r_2 = -\frac{b}{a}$ $\qquad$ $r_1 \cdot r_2 = \frac{c}{a}$

$2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3} = -\frac{b}{a}$ $\qquad$ $(2+\sqrt{13})(2-\sqrt{13}) = \frac{c}{a}$

$4 = -\frac{b}{a}$ $\qquad$ $4-13 = \frac{c}{a}$

$-9 = \frac{c}{a}$

Étant donné que l'équation quadratique peut s'écrire comme suit

$$x^2 + \underbrace{\frac{b}{a}}_{\text{somme}}x + \underbrace{\frac{c}{a}}_{\text{produit}} = 0$$

alors, l'équation requise est $x^2 - 4x - 9 = 0$.

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

C-2 déterminer la nature des racines réelles et non réelles d'une équation quadratique en utilisant
· le discriminant dans la formule quadratique
· la représentation graphique
– suite

Communications | Résolution
✔ Connections | Raisonnement
✔Estimation et Calcul Mental | ✔ Technologie
| ✔ Visualisation

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· **crire une équation quadratique dont les racines sont données.** (suite)

Exemple 3

Si –3 est une racine de $x^2 + x + c = 0$, trouvez l'autre racine et la valeur de c.

Solution

Soit $r_1 = -3$.

$$r_1 + r_2 = \frac{-b}{a} \qquad r_1 \cdot r_2 = \frac{a}{a}$$

$$-3 + r_2 = -\frac{1}{1} \qquad -3 \cdot 2 = \frac{c}{1}$$

$$r_2 = -1 + 3 \qquad -6 = c$$

$$= 2$$

· **observer la nature des racines quadratiques**

> L'expression $\boldsymbol{b^2 - 4ac}$ s'appelle le ***discriminant*** et il vous permet de déterminer le nombre de solutions réelles d'une équation quadratique sans résoudre l'équation ou la représenter graphiquement.

Exemple 1

Représentez graphiquement les équations quadratiques suivantes et indiquez combien elles ont de solutions réelles.

Groupe A
1. $x^2 - x - 12 = 0$
2. $-x^2 + 2x + 18 = 0$
3. $x^2 - 4 = 0$

Groupe B
1. $x^2 - x + 2 = 0$
2. $x^2 + 6x + 1 = 0$
3. $-x^2 + x - 4 = 0$

Groupe C
1. $x^2 - 6x + 9 = 0$
2. $x^2 + 4x + 4 = 0$
3. $-x^2 + 10x - 25 = 0$

Évaluez le discriminant $b^2 - 4ac$ pour toutes les équations. Que remarquez-vous?

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

C-2 déterminer la nature des racines réelles et non réelles d'une équation quadratique en utilisant
- le discriminant dans la formule quadratique
- la représentation graphique

– *suite*

Communications
✔ Connections
✔ Estimation et Calcul Mental
Résolution
Raisonnement
✔ Technologie
✔ Visualisation

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· **observer la nature des racines quadratiques** (suite)

Exemple 1 *- suite*

Solution

Résumé

Solution d'une équation quadratique	
Si $b^2 - 4ac$	L'équation a
1. > 0 et est un carré non parfait	2 racines réelles irrationnelles
2. > 0 et est un carré parfait	2 racines réelles rationnelles
3. = 0	1 racine réelle
4. < 0	Aucune racine réelle, mais les racines sont décrites comme imaginaires

Représentation graphique d'une équation quadratique	
Si $b^2 - 4ac$	Le graphique a
> 0	2 zéros réels
= 0	1 zéro réel, et la parabole est tangente en ce point.
< 0	Aucun zéro réel

Exemple 2

Résolvez : $x^2 - 6x + 7 = 0$

Solution :

Valeur du discriminant : $b^2 - 4ac$

$a = 1,\ b = -6,\ c = 7$

$(-6)^2 - 4(1)(7) = 36 - 28 = 8$

Remarquez que la valeur de $b^2 - 4ac$ est un carré non parfait.

– *suite*

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Calcul mental

1. Si le discriminant d'une équation quadratique est négatif, combien de racines a-t-elle?
2. Si le discriminant d'une équation quadratique est positif, combien de racines a-t-elle?
3. Calculez le discriminant de $x^2 + 2x + 2 = 0$.
4. Dessinez la représentation graphique d'une fonction quadratique ayant un sommet (2, 3) et un discriminant négatif.
5. Dessinez la représentation graphique d'une fonction quadratique ayant un axe de symétrie de $x = -1$ et un discriminant négatif.
6. Dessinez la représentation graphique d'une équation quadratique ayant un maximum et un discriminant de 0.
7. Dessinez la représentation graphique d'une fonction quadratique qui s'ouvre vers le bas et qui a un discriminant négatif.

Inscriptions au journal

1. Discutez des répercussions d'un discriminant négatif lorsque vous décrivez les zéros d'une fonction quadratique.
2. Pourquoi est-ce que le discriminant fonctionne comme source rapide d'information pour l'équation quadratique?

Problèmes

1. Écrivez une équation quadratique qui a une solution réelle.
2. Pour quelles valeurs de k l'équation $2x^2 + 4x + (2 - k - k^2) = 0$ a-t-elle exactement une racine?
3. Soit $3x^2 - mx + 3 = 0$:
   a) Pour quelle(s) valeur(s) de m est-ce qu'une racine serait le double de l'autre?
   b) Pour quelles valeurs de m est-ce que les racines ne seraient pas réelles?
4. Le profit y, pour la publication d'un livre est donné par l'équation $y = -5x^2 + 400x - 3\ 000 = 0$, où x est le prix de vente par livre.
   a) Est-il possible d'établir un prix de vente qui permettra de retirer un profit total de 6 000 $? Expliquez votre solution par rapport aux équations et graphiques appropriés.
   b) Quelle étendue de prix de vente permet à l'éditeur de réaliser un profit sur ce livre?
5. Déterminez la nature des racines sans trouver les racines :
   a) $4x^2 - 40x + 25 = 0$
   b) $x^2 + 6x + 1 = 0$
6. Si $3x^2 - mx + 2 = 0$ peut être factorisé, quelles valeurs de m sont possibles?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

C-2 déterminer la nature des racines réelles et non réelles d'une équation quadratique en utilisant
- le discriminant dans la formule quadratique
- la représentation graphique

– *suite*

Communications
✔ Connections
✔ Estimation et Calcul Mental
Résolution
Raisonnement
✔ Technologie
✔ Visualisation

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· **observer la nature des racines quadratiques** (suite)

Exemple 1 *- suite*

Solution - suite

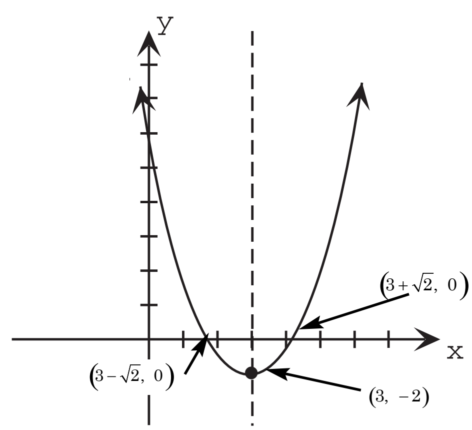
Racines d'une équation quadratique :

$$r_1 = \frac{-(-6)+\sqrt{36-28}}{2(1)} = \frac{6+\sqrt{8}}{2} = \frac{6+2\sqrt{2}}{2} = 3+\sqrt{2}$$

$$r_2 = \frac{-(-6)-\sqrt{36-28}}{2(1)} = \frac{6-\sqrt{8}}{2} = \frac{6-2\sqrt{2}}{2} = 3-\sqrt{2}$$

Description des racines : r_1 et r_2 sont deux racines réelles irrationnelles

Représentation graphique de la fonction quadratique :
$y = x^2 - 6x + 7 = 0$



Description des zéros : Deux zéros réels irrationnels : $3 + \sqrt{2}$ et $3 - \sqrt{2}$

Exemple 2

Résolvez : $x^2 - 6x + 14 = 0$

Solution :

Valeur du discriminant : $b^2 - 4ac$

$a = 1,\ b = -6,\ c = 14$

$(-6)^2 - 4(1)(14) = 36 - 56 = -20$

– *suite*

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

C-2 déterminer la nature des racines réelles et non réelles d'une équation quadratique en utilisant
- le discriminant dans la formule quadratique
- la représentation graphique

– suite

Communications
✔ Connections
✔ Estimation et Calcul Mental
Résolution
Raisonnement
✔ Technologie
✔ Visualisation

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· **observer la nature des racines quadratiques** (suite)

Exemple 2 *- suite*

Solution - suite

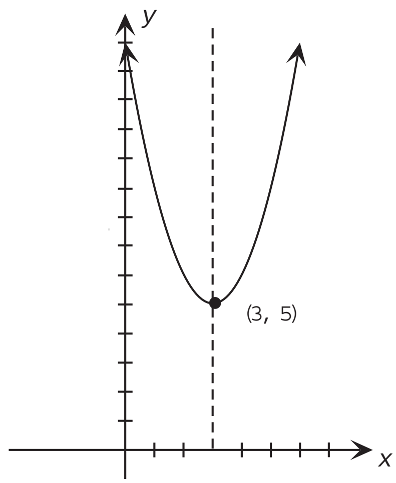
Racines de l'équation quadratique :

$$r_1 = \frac{-(-6)+\sqrt{36-56}}{2} = \frac{+6+\sqrt{-20}}{2} = \frac{6+2i\sqrt{5}}{2} = 3+\sqrt{5}$$

$$r_2 = \frac{-(-6)-\sqrt{36-56}}{2} = \frac{6-\sqrt{-20}}{2} = \frac{6-2i\sqrt{5}}{2} = 3-\sqrt{5}\ i$$

Description des racines : r_1 et r_2 sont des racines non réelles. Ce sont deux racines imaginaires.

Représentation graphique de la fonction quadratique :
$y = x^2 - 6x + 14$



Description des zéros : Il n'y a aucun zéro réel étant donné que la représentation graphique ne traverse pas l'axe des x et n'y touche pas non plus.

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

C-2 déterminer la nature des racines réelles et non réelles d'une équation quadratique en utilisant
- le discriminant dans la formule quadratique
- la représentation graphique

– *suite*

Communications | ✔ Connections | ✔ Estimation et Calcul Mental | Résolution | Raisonnement | ✔ Technologie | ✔ Visualisation

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· **observer la nature des racines quadratiques** (suite)

Exemple 3

Pour quelles valeurs de m l'équation $x^2 + 8x - m = 0$ a-t-elle des racines distinctes?

Solution :

Pour des racines réelles distinctes $b^2 - 4ac > 0$:

$$a = 1,\ b = 8,\ c = -m$$

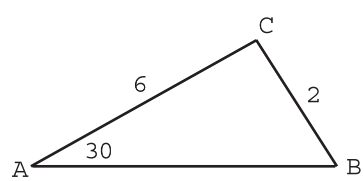
$$\begin{aligned} 8^2 - 4(1)(-m) &> 0 \\ 64 + 4m &> 0 \\ 4m &> -64 \\ m &> -16 \end{aligned}$$

m doit être plus grand que - 16 pour des racines réelles dinstinctes.

Exemple 4

Dans le Δ ABC, $a = 2$, $b = 6$, $\angle$ A = 30°. Solutionne le triangle en utilisant la loi des cosinus.

Solution



$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

$2^2 = 6^2 + c^2 - 2(6)(c) \cos 30°$

$4 = 36 + c^2 - 10,44c$

$0 = c^2 - 10,44 + 32$

En vérifiant le discriminant, $b^2 - 4ac$ donne

$(-10,44)^2 - 4(1)(32)$

$= -19,0064$

$\therefore$ L'équation n'a aucune racine.

$\therefore$ Il n'y a pas de triangle.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

Résultat général

Représenter et analyser des situations qui font intervenir des expressions, des équations et des inégalités.

Résultats spécifiques

C-3 résoudre des équations non linéaires à l'aide d'un outil graphique

C-4 formuler et mettre en application des stratégies pour résoudre des équations à valeur absolue, des équations radicales et des équations rationnelles.

Communications | Résolution
✔ **Connections** | ✔ **Raisonnement**
Estimation et Calcul Mental | Technologie
✔ **Visualisation**

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Le résultat C-3 a été couvert dans le résultat C-1a. Voir à la page C-4.

· **résoudre des équations à valeur absolue**

On peut considérer la valeur absolue d'un nombre comme étant sa distance de zéro sur une droite numérique. N'importe quel nombre positif et n'importe quel nombre négatif sont à une distance positive de 0. La valeur absolue porte sur la distance plutôt que la direction.

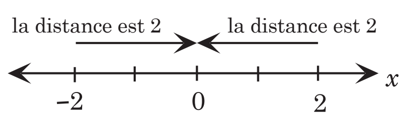
La ***valeur absolue*** de n'importe quel nombre réel a, que l'on écrit comme $| a |$, se définit comme suit

$$|a| = a \text{ si } a \geq 0$$
$$|a| = -a \text{ si } a < 0$$

Exemple

Il y a deux valeurs qui ont une distance de 2 à partir de 0. Ce sont 2 et –2.

Donc si $|x| = 2$, alors $x = 2$ ou $x = -2$.



Exemple 1

Résolvez et reproduisez graphiquement $|x - 3| = 2$

Solution

$(x - 3) = 2$	ou	$(x - 3) = -2$
$x - 3 = 2$		$x - 3 = -2$
$x = 5$		$x = 1$

Vérifiez

$x = 5$	ou	$x = 1$
$|5 - 3| = 2$		$|1 - 3| = 2$
$2 = 2$		$|-2| = 2$
		$2 = 2$

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Ressources imprimées

Mathématiques pré-calcul secondaire 3, Cours destiné à l'enseignement à distance
- Module 3, Leçon 1

Mathématiques pré-calcul secondaire 3, Cours destiné à l'enseignement à distance
- Module 3, Leçons 6, 7

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

C-4 formuler et mettre en application des stratégies pour résoudre des équations à valeur absolue, des équations radicales et des équations rationnelles – *suite*

Communications ✔ Connections Estimation et Calcul Mental Résolution ✔ Raisonnement Technologie ✔ Visualisation

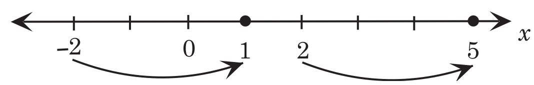
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· **résoudre des équations à valeur absolue** (suite)

Exemple 1 *- suite*

Solution - suite

Les solutions de $|x - 3| = 2$ sont des translations des solutions de $|x| = 2$, trois unités vers la droite.



Exemple 2

Résoudre : $|x^2 - 3x| = -4x + 6$

Solution

Étant donné que l'expression entre les signes de valeur absolue peut être positive ou négative, vous devez résoudre deux équations.

$$\begin{array}{ll} x^2 - 3x = -4x + 6 & -(x^2 - 3x) = -4x + 6 \\ x^2 + x - 6 = 0 & -x^2 + 3x = -4x + 6 \\ (x + 3)(x - 2) = 0 & x^2 - 7x + 6 = 0 \\ x = -3 \text{ ou } +2 & (x - 6)(x - 1) = 0 \\ & x = 6 \text{ ou } 1 \end{array}$$

Vérifiez

$$\begin{array}{ll} x = -3 & x = 2 \\ |(-3)^2 - 3(-3)| = (-4)(-3) + 6 & |2^2 - 3(2)| = -4(2) + 6 \\ |9 + 9| = 12 + 6 & |-2| = -8 + 6 \\ & |-2| \neq -2 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} x = 6 & x = 1 \\ |6^2 - 3(6)| = -4(6) + 6 & |1^2 - 3(1)| = -4(1) + 6 \\ |18| \neq -18 & |-2| = 2 \\ & 2 = 2 \end{array}$$

$\therefore$ Les solutions de l'équation $|x^2 - 3x| = -4x + 6$ sont –3 et 1.

- suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Calcul mental

1. Trouvez x :
   a) $|x| = 6$
   b) $|x| = -3$
   c) $|x + 3| = 2$

2. Trouvez les racines de
   a) $|x| + 5 = 6$
   b) $|x| + 5 = 4$

3. Quelles sont les abscisses à l'origine de $y = |x + 4| - 2$?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

C-4 formuler et mettre en application des stratégies pour résoudre des équations à valeur absolue, des équations radicales et des équations rationnelles – *suite*

Communications
✔ **Connections**
Estimation et Calcul Mental
Résolution
✔ **Raisonnement**
Technologie
✔ **Visualisation**

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· **résoudre des équations à valeur absolue** (suite)

Exemple 3

a) Résolvez $|x| + 2 = 3$ en utilisant la fonction trace de votre technologie graphique.
b) Résolvez algébriquement $|x| + 2 = 3$.

Solution

b) $|x| = 1$
$\pm x = 1$
$x = 1$ ou $-x = 1$
$x = 1$ ou $x = -1$

· **résoudre des équations radicales**

Une équation ***radicale*** est une équation qui contient des radicaux ou des exposants rationnels. Pour résoudre l'équation, essayez d'éliminer les radicaux pour obtenir une équation linéaire ou quadratique.

La propriété suivante joue un rôle important dans le processus de simplification.

Si $a = b$, alors $a^n = b^n$.

Cela signifie que les deux côtés d'une équation peuvent être élevés à la même puissance, tel qu'il est indiqué dans les exemples suivants.

Exemple 1

Résolvez : $\sqrt{x} = 4$

Solution

$\sqrt{x} = 4$
$(\sqrt{x})^2 = 4^2$ Mettez chaque côté au carré afin d'éliminer le signe de racine carrée.
$x = 16$

Vérifiez : $\sqrt{16} = 4$

N'oubliez pas $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$ et si vous élevez au carré $x^{\frac{1}{2}}$, vous obtenez x.

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Inscription au journal

Est-ce que $|x + y| = |x| + |y|$? Expliquez votre réponse.

Problèmes

1. Le point P repose sur l'axe des y tandis que les points A et B sont (–9, 0) et (5, 0) respectivement. Si $PA + PB$ a 28 unités de longueur, déterminez les coordonnées de P.
2. Résoudre :
   a) $2|x| + 2 = 6$
   b) $2|x + 1| = 9$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

C-4 formuler et mettre en application des stratégies pour résoudre des équations à valeur absolue, des équations radicales et des équations rationnelles – *suite*

Communications | ✔ **Connections** | Estimation et Calcul Mental | Résolution | ✔ **Raisonnement** | Technologie | ✔ **Visualisation**

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· **résoudre des équations radicales** (suite)

Exemple 2

Résolvez : $\sqrt[3]{x} - 4 = 0$

Solution

Avant d'élever les deux côtés d'une équation à la $m^{\text{ième}}$ puissance, vous devez isoler l'expression radicale d'un côté de l'équation.

$\sqrt[3]{x} = 4$ Réorganisez :

$\left(\sqrt[3]{x}\right)^3 = 4^3$ Élevez au cube chaque côté en vous rappelant que

$x = 64$ $\sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$ et $\left(x^{\frac{1}{3}}\right) = x^{\frac{1}{3} \cdot 3} = x^1$.

Vérifiez :

$\sqrt[3]{64} - 4 = 0$

$4 - 4 = 0$

L'équation suivante contient un exposant.

Exemple 3

Résolvez : $x^{\frac{3}{2}} = 8$

Solution

$x^{\frac{3}{2}} = 8$ Élevez les deux côtés à la puissance 2/3.

$\left(x^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}} = 8^{\frac{2}{3}}$ Simplifiez.

$x = \left(\sqrt[3]{8}\right)^2$

$x = 2^2$

$x = 4$

Vérifiez :

$4^{\frac{3}{2}} = 8$

$\left(\sqrt{4}\right)^3 = 8$

$2^3 = 8$

$8 = 8$

– *suite*

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Pour $4^{x^2} = 16$ trouvez la (les) valeur(s) de x.
2. Si vous placez C $ dans un compte à i %, la somme d'argent VF que vous aurez après n années est
$$VF = C(1 + i)^n.$$
Supposez que vous avez 1 000 $ à placer et que vous voulez avoir 2 500 $ après 15 ans. Quel taux d'intérêt est nécessaire?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

C-4 formuler et mettre en application des stratégies pour résoudre des équations à valeur absolue, des équations radicales et des équations rationnelles – *suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· **résoudre des équations radicales** (suite)

Exemple 4

Trouvez x :

1. $\sqrt{3x-8}+1=3$

Solution

$$\sqrt{3x-8}=2$$
$$3x-8=4$$
$$3x=12$$
$$x=4$$

Vérifiez

$$\sqrt{3\cdot 4-8}=2$$

Le fait d'élever les deux côtés d'une équation à la $n^{\text{ième}}$ puissance peut introduire des solutions ***étrangères ou fausses***. Donc, lorsque vous utilisez la procédure, il est essentiel que vous vérifiiez chaque solution dans l'équation originale.

2. $1+\sqrt{4x+8}=x$

Solution

$$\sqrt{4x+8}=x-1$$
$$4x+8=x^2-2x+1$$
$$0=x^2-6x-7$$
$$0=(x-7)(x+1)$$
$$x=7 \text{ ou } -1$$

Vérifiez

Pour $x = 7$

$$\sqrt{36}=6$$

Pour $x = -1$

$$\sqrt{4}+1=-1$$
$$\sqrt{4}=-2$$
$$\varnothing$$

Recherchez la solution à l'aide d'une calculatrice à affichage graphique.

Remarquez que cette équation n'a qu'une solution, 7. Le nombre -1 est ce que l'on appelle une ***racine étrangère*** étant donné qu'elle ne satisfait pas l'équation. Recherchez cette solution à l'aide de la technologie graphique.

Communications	Résolution
✔ **Connections**	✔ **Raisonnement**
Estimation et Calcul Mental	Technologie
	✔ **Visualisation**

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Résolvez : $\sqrt{x}+2=0$
2. Résolvez : $\sqrt{x-1}+\sqrt{x+4}=5$

   Recherchez la solution à l'aide de la calculatrice à affichage graphique.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

C-4 formuler et mettre en application des stratégies pour résoudre des équations à valeur absolue, des équations radicales et des équations rationnelles – *suite*

Communications | Résolution
✔ **Connections** | ✔ **Raisonnement**
Estimation et Calcul Mental | Technologie
✔ **Visualisation**

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· **résoudre des équations rationnelles**

Une équation faisant intervenir des expressions rationnelles s'appelle une **équation rationnelle**.
La meilleure façon de résoudre une équation rationnelle est de multiplier les deux côtés par le plus petit commun multiple (PPCM).
Le PPCM de deux polynômes ou plus est le plus simple qui est un multiple de chacun des polynômes d'origine.
Pour trouver le PPCM :
· factorisez chaque polynôme;
· utilisez chaque facteur le plus grand nombre de fois qu'il survient dans chaque polynôme.

Polynômes	**Plus petit commun multiple**
a) x et $x-4$	$x(x-4)$ (chaque facteur survient une fois)
b) x^2 et $2x$	$2xx = 2x^2$ (x survient deux fois dans le premier terme)
c) x^2-9 et $x-3$ $(x-3)(x+3)$ et $(x-3)$	$(x+3)(x-3)$
d) (x^2-4x+4) et x^2-4 $(x-2)(x-2)$ et $(x-2)(x+2)$	$(x-2)(x-2)(x+2)$

Le plus petit commun dénominateur (PPCD) de deux fractions ou plus est le plus petit commun multiple du dénominateur des fractions.

Pour résoudre une équation rationnelle, multipliez chaque terme des deux côtés de l'équation par le PPCD des termes. Simplifiez et résolvez l'équation qui en résulte. Assurez-vous que les dénominateurs sont factorisés avant que vous commenciez.

Exemple 1

Résolvez : $\dfrac{3x}{x-2} = 2 + \dfrac{6}{x-2}$

Solution

Valeur restreinte dans le dénominateur : $x \neq 2$.

PPCD : $x-2$

$(x-2)\left(\dfrac{3x}{x-2}\right) = 2(x-2) + (x-2)\left(\dfrac{6}{x-2}\right)$ Multipliez par $x-2$.

$$3x = 2x - 4 + 6$$
$$x = 2$$

– *suite*

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Calcul mental

1. Trouvez x :
   a) $\left|\sqrt{x}\right| = 3$
   b) $\sqrt{\sqrt{x}} = 2$
   c) $\sqrt{x+1} = \left|-3\right|$

2. Pour quelles valeurs de x :

   $|x - 4| = |-3|$?

Inscription au journal

Expliquez pourquoi le fait d'élever au carré les deux côtés d'une équation peut introduire une solution étrangère.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

C-4 formuler et mettre en application des stratégies pour résoudre des équations à valeur absolue, des équations radicales et des équations rationnelles -suite

Communications
✔ Connections
Estimation et Calcul Mental
Résolution
✔ Raisonnement
Technologie
✔ Visualisation

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· **résoudre des équations rationnelles** (suite)

Exemple 2 *- suite*

Solution - suite

Lorsque vous vérifiez votre réponse, 2 n'est pas une valeur permise étant donné que le dénominateur devient 0.
$\therefore$ Il n'y a aucune solution à l'équation.

Exemple 2

Résolvez : $\dfrac{30}{x^2-9} = \dfrac{5}{x-3} - 1$

Solution

La solution est 2. La valeur 3 est une racine étrangère.
Recherchez la solution à l'aide d'une calculatrice.

Exemple 3

Résolvez : $\dfrac{3x}{x+1} = \dfrac{12}{x^2-1} + 2$

Solution

Valeur restreinte $x \neq -1, 1$
PPCD : $(x-1)(x+1)$

$$(x-1)(x+1)\left(\frac{3x}{x+1}\right) = (x-1)(x+1)\left(\frac{12}{(x-1)(x+1)}\right) + 2(x-1)(x+1)$$

Multipliez par le PPCD.

$3x(x-1) = 12 + 2(x-1)(x+1)$ Simplifiez.

$3x^2 - 3x = 12 + 2(x^2 - 1)$

$3x^2 - 3x = 12 + 2x^2 - 2$

$x^2 - 3x - 10 = 0$ Factorisez :

$(x+2)(x-5) = 0$

$x = -2$ ou $x = 5$

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

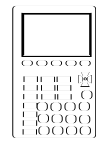
Problèmes

1. Résolvez : $\dfrac{1}{x+1} + \dfrac{1}{x} = 5$

   Utilisez la technologie graphique pour résoudre.

2. Un jogger a couru 2 kilomètres à l'heure plus rapidement qu'un randonneur a marché. Si le jogger a couru 15 kilomètres dans le même temps qu'il a fallu au randonneur pour marcher 10 kilomètres, quelle était la vitesse de chacun?

NOTES



Exemple

Carte des concepts

Annexe C-1