Unité B
Trigonométrie

TRIGONOMÉTRIE

Cette unité permet aux élèves d'approfondir leur compréhension de la trigonométrie et des solutions de triangles obliques.

Les notions sont :
· une étude des caractéristiques des fonctions périodiques $y = \sin \theta$ et $y = \cos \theta$ et leurs transformations;
· un prolongement des fonctions sinus, cosinus et tangente de façon à inclure les quatre quadrants, $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$ ou $[0^\circ, 360^\circ]$;
· les applications des lois de sinus et de cosinus, y compris le cas ambigu;
· la résolution d'équations trigonométriques linéaires.

Pratiques pédagogiques

En développant les notions trigonométriques, les enseignants pourraient trouver les pratiques et documents pédagogiques suivants, utiles pour l'apprentissage des élèves :

· étendre les définitions des fonctions trigonométriques aux angles entre 180° et 360°;
· utiliser des applications informatiques pour illustrer le cas ambigu au moment de la résolution de triangles à l'aide des lois de sinus et de cosinus;
· donner des problèmes où l'on a besoin de la trigonométrie pour trouver les solutions.

Matériel

· calculatrice à affichage graphique ou logiciel informatique
· instruments de mesure pour les expériences, ex., règle, ruban, roue d'arpentage, instruments pour mesurer les angles

Durée

· 7 heures

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

Résultat général

Résoudre des problèmes concernant des triangles, y compris ceux trouvés dans des applications en 3D et en 2D.

Résultat(s) spécifique(s)

B-1a tracer la représentation graphique de $y = \sin\theta$ et $y = \cos\theta$

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Étant donné que les élèves feront la représentation graphique des courbes sinusoïdes et cosinusoïdes, certains enseignants pourraient présenter l'approche du cercle unitaire pour la trigonométrie.

· **comprendre les caractéristiques d'une fonction périodique**

Discutez les points suivants :

Dans la réalité, un grand nombre de choses surviennent par cycle ou période, tel le printemps, l'été, l'automne et l'hiver. À toutes les douze heures, les aiguilles de l'horloge pointent en direction des mêmes numéros. Chaque intervalle de douze heures est un cycle de l'horloge et douze heures représentent la période de l'horloge. Les fonctions qui se comportent d'une façon semblable sont les fonctions périodiques. Les fonctions sinusoïdes et cosinusoïdes sont des exemples de fonctions périodiques.

Suggérez aux élèves l'exemple suivant, puis discutez de sa solution. Trouvez les fonctions n'ayant qu'une période de 360°.

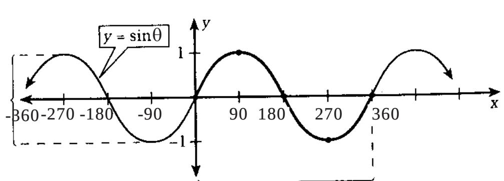
Exemple

À l'aide d'un tableau de valeurs, tracer $y = \sin\theta$, [-360, 360]. La valeur θ est la variable indépendante et devrait être représentée graphiquement sur l'axe des *x*. Donnez les points d'intersection avec les axes ainsi que l'image. Vous pouvez vérifier votre représentation graphique à l'aide de la technologie graphique.

Solution

x	–360	–315	–270	–225	–180	–135	–90	–45	0	45	90	135	180	225	270	315	360
y	0	0,707	1	0,707	0	–0,707	–1	–0,707	0	0,707	1	0,707	0	–0,707	–1	–0,707	0

Image :
$-1 \le y \le 1$



Période : 360°

Communications
✔ Connections
Estimation et Calcul Mental
Résolution
Raisonnement
✔ Technologie
✔ Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Calcul mental

La valeur $\sin^{-1} 0{,}68 = 42{,}8°$. Quelle est la valeur de $\sin 42{,}8°$?

Choix multiples

1. La distance minimale de laquelle on doit déplacer la représentation graphique de $y = \cos \theta$ vers la droite pour devenir la représentation graphique de $y = \sin \theta$ est de

   a) 45°
   b) 90°
   c) 180°
   d) 360°

2. Évaluez $16^{\cos 270°}$

   a) –16
   b) 0
   c) $\frac{1}{16}$
   d) 1

3. Une équation représentant un déplacement vers le bas de deux unités de la représentation graphique de $y = \sin \theta + 4$ est

   a) $y = 2 \sin \theta + 4$
   b) $y = -2 \sin \theta + 4$
   c) $y = \sin \theta + 2$
   d) $y = \sin \theta - 2$

NOTES

Ressources imprimées

Mathématiques pré-calcul secondaire 3, Exercices cumulatifs et réponses

Mathématiques pré-calcul secondaire 3, Solutions des exercices cumulatifs

Mathématiques pré-calcul secondaire 3, Cours destiné à l'enseignement à distance
– Module 2, Leçon 2

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

B-1a tracer la représentation graphique de $y = \sin\theta$ et $y = \cos\theta$
– suite

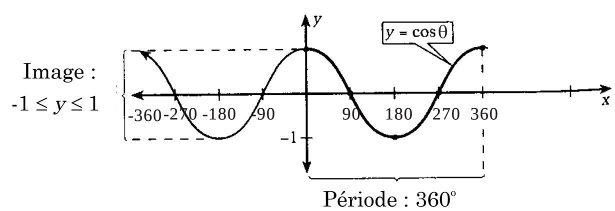
· **comprendre les caractéristiques d'une fonction périodique** (suite)

Exemple

Créez un tableau de valeurs pour $y = \cos\theta$, [-360, 360] et tracez le graphique. Donnez ses points d'intersection avec les axes et son image. Vous pouvez vérifier votre graphique à l'aide de la calculatrice à affichage graphique.

x	–360	–315	–270	–225	–180	–135	–90	–45	0	45	90	135	180	225	270	315	360
y	1	0,707	0	–0,707	–1	–0,707	0	0,707	1	0,707	0	–0,707	–1	–0,707	0	0,707	1

Solution



Recherche

Demandez aux élèves d'utiliser leurs graphiques pour rechercher les caractéristiques suivantes des représentations graphiques de $y = \sin\theta$ et de $y = \cos\theta$.

1. Dans l'intervalle qui a servi à la représentation graphique de la fonction, le domaine était [–360, 360], mais sans cette restriction, le domaine est]–∞, ∞[étant donné que les cycles se reproduisent indéfiniment dans chaque direction.

2. L'image de chaque fonction est [–1, 1]

3. Chaque fonction est ***périodique***, ce qui signifie que sa représentation graphique a un patron qui se répète indéfiniment. La plus petite portion répétitive est un cycle. La longueur horizontale du plus petit intervalle sur laquelle la représentation graphique se répète est la ***période***. La période est de 360°.

4. La valeur maximale de $y = \sin\theta$ et $y = \cos\theta$ survient au sommet d'une crête de la courbe.
   La valeur minimale de $y = \sin\theta$ et de $y = \cos\theta$ se produit au sommet d'un creux de la courbe.

5. Sur un intervalle de 0 à 360°, les représentations graphiques des fonctions sinusoïdes et cosinusoïdes de base comportent cinq points principaux : les trois points d'intersection avec les axes, le maximum et le minimum.

– suite

Communications
✔ **Connections**
Estimation et Calcul Mental
Résolution
Raisonnement
✔ **Technologie**
✔ **Visualisation**

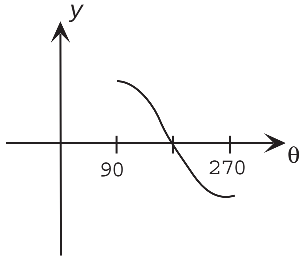
STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

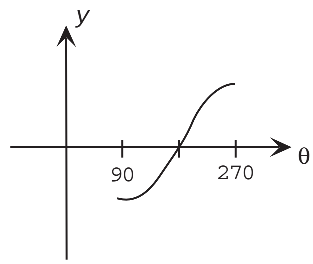
Choix multiples

Identifiez le graphique qui représente le mieux $y = \sin\,\theta$ dans l'intervalle $90^\circ \leq \theta \leq 270^\circ$.

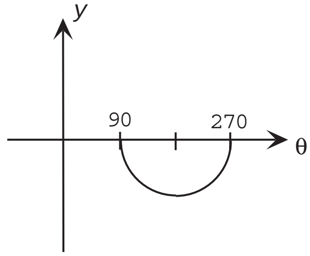
a)



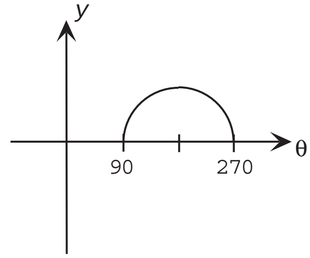
b)



c)



d)



Inscription au journal

Expliquez la relation entre la représentation graphique de $y = \sin\,\theta$ et $y = \cos\,\theta$.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

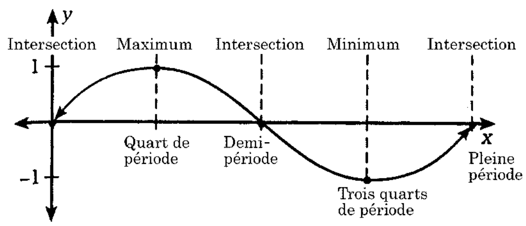
B-1a tracer la représentation graphique de $y = \sin\theta$ et $y = \cos\theta$
– suite

Communications
✔ Connections
Estimation et Calcul Mental
Résolution
Raisonnement
✔ Technologie
✔ Visualisation

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

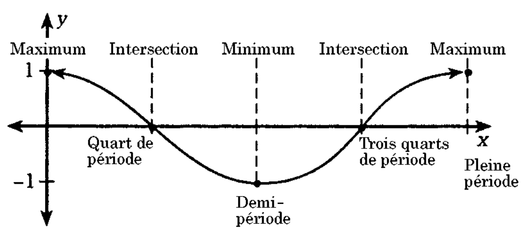
· **comprendre les caractéristiques d'une fonction périodique** (suite)

Recherche *- suite*



Cinq points principaux d'une représentation graphique de $y = \sin\theta$

Intersection x	Maximum	Intersection x	Minimum	Intersection x
(0, 0)	1	(180˚, 0)	-1	(360˚, 0)



Cinq points principaux d'une représentation graphique de $y = \cos\theta$

Maximum	Intersection x	Minimum	Intersection x	Maximum
1	(90˚, 0)	-1	(270˚, 0)	1

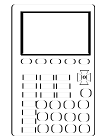
· **utiliser les représentations graphiques de $y = \sin\theta$ et de $y = \cos\theta$ pour explorer les transformations de ces fonctions**

Les élèves devraient faire le lien entre les transformations de représentations graphiques trigonométriques et les transformations de fonctions quadratiques étudiées à l'unité précédente. Les transformations à examiner comprennent les déplacements horizontaux et les déplacements verticaux. Les élèves approfondiront ces idées dans le cours *Mathématiques pré-calcul secondaire 4.* On encourage le recours à la technologie pour explorer ce résultat.

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES



Problèmes

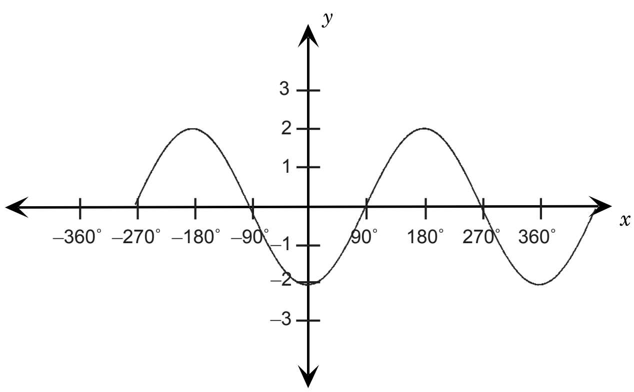
1. Représentez graphiquement les fonctions suivantes à l'aide d'une calculatrice à affichage graphique :
   a) $y = 2\cos\theta$
   b) $y = \sin x + 1$
   c) $y = \cos(\theta + 45^\circ)$
   d) $y = \sin x$
   e) $y = 2\sin(x + 90^\circ) - 3$

2. Donnez le(s) point(s) d'intersection avec l'axe des x de la fonction

   $y = \sin\theta - 1$ dans l'intervalle [0°, 360°].

3. Donnez l'image de la fonction $y = 3\cos x$.

4. Soit la représentation graphique suivante, indiquez une fonction possible qui la décrit.



5. Quelles sont les valeurs maximales et minimales de $y = 2 - \sin\theta$?

6. Déterminez les abscisses à l'origine pour la fonction $y = 2 - \sin\theta$ sur [–360°, 360°].

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

B-1a tracer la représentation graphique de $y = \sin \theta$ et $y = \cos \theta$
– *suite*

Communications
✔ Connections
Estimation et Calcul Mental
Résolution
Raisonnement
✔ Technologie
✔ Visualisation

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· **utiliser les représentations graphiques de $y = \sin \theta$ et de $y = \cos \theta$ pour explorer les transformations de ces fonctions**

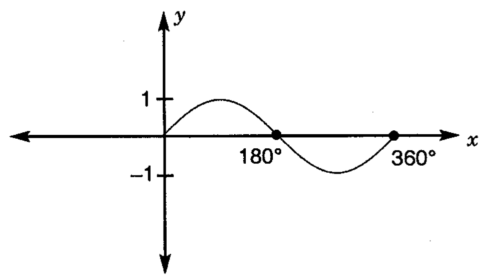
Exemple 1

Tracez $y = 2 \sin \theta + 1$ pour $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$.

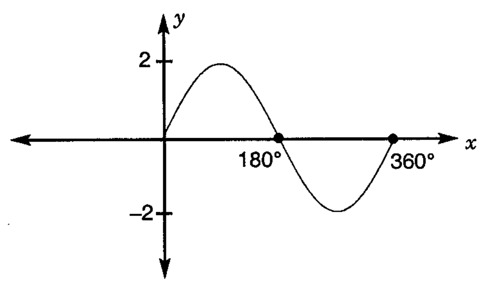
Solution

Voici la représentation graphique de $y = \sin \theta$ étirée verticalement en fonction d'un facteur de 2 et déplacée vers le haut d'une unité.

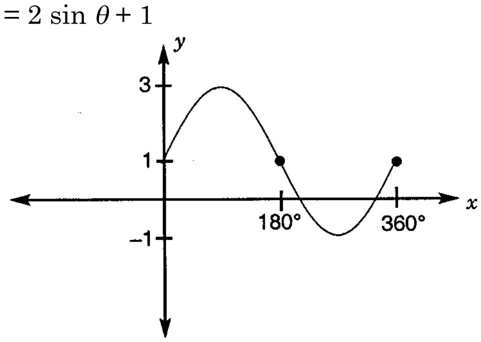
$y = \sin \theta$



$y = 2 \sin \theta$



$y = 2 \sin \theta + 1$



Exemple 2

Donnez l'image de $y = 2 \sin \theta + 1$.

Solution

$\{y \in \Re \mid -1 \leq y \leq 3\}$ ou $[-1, 3]$

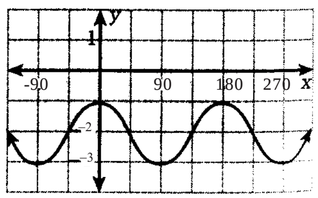
STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

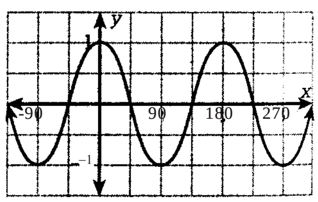
Problèmes

1. Faites correspondre l'équation au graphique.
   a) $y = \cos(\theta + 180^\circ)$
   b) $y = -2 + \cos\theta$
   c) $y = -\cos(\theta + 180^\circ)$

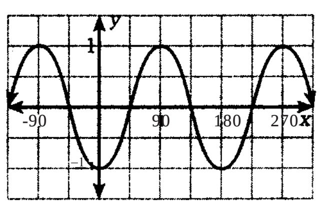
   i)



   ii)



   iii)



2. Identifiez le déplacement vertical, l'amplitude, la période, le déplacement horizontal, le domaine et l'image de chaque fonction. Reproduisez ensuite graphiquement la fonction. Décrivez les transformations.
   a) $y = 4\sin\theta$
   b) $f(x) = \cos\theta - 2$
   c) $g(x) = \cos(\theta + 45^\circ)$
   d) $y = -3\sin\theta + 1$
   e) $y = \cos(\theta - 30^\circ) + 1$
   f) $y = 2\sin(\theta + 60^\circ) - 1$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

B-1b étendre les définitions des fonctions trigonométriques de façon à inclure tous les quadrants

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

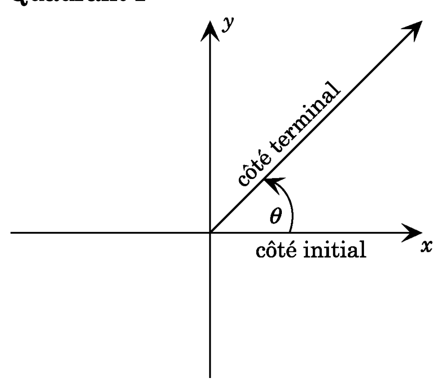
· examiner les angles entre 0° et 360° en position normale

Dans le cours *Mathématiques pré-calcul secondaire 2*, les élèves ont étudié des angles entre 0° et 180°. Dans le cours *Marthématiques pré-calcul secondaire 3*, ils étudieront les angles en position normale dans les quatre quadrants, c'est-à-dire de 0° à 360°.

Discutez des points suivants :
Un angle est en **position normale** si :

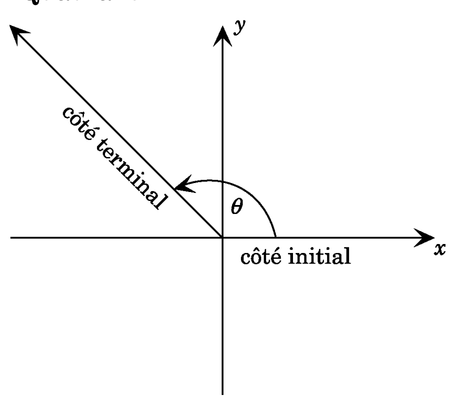
· son premier côté, que l'on appelle côté initial est un rayon partant de l'origine le long de l'axe positif des x;
· son deuxième côté, que l'on appelle le côté terminal, est n'importe quel rayon partant de l'origine;
· l'angle est mesuré depuis le côté initial jusqu'au côté terminal dans le sens anti-horaire.

Quadrant I



L'angle θ est en position normale. La mesure de l'angle θ se trouve entre 0° et 90°.

Quadrant II



L'angle θ est en position normale. La mesure de l'angle θ se trouve entre 90° et 180°.

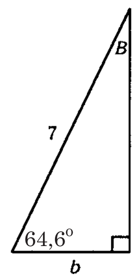
– suite

Communications
✔ **Connections**
Estimation et Calcul Mental
Résolution
✔ **Raisonnement**
Technologie
✔ **Visualisation**

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Calcul mental

1. La valeur de $\cos^{-1} \dfrac{b}{7} = ?$



2. Quelles fonctions trigonométriques sont négatives dans le quadrant II?

3. Le bras terminal d'un angle θ traverse le point P(6, 8). Indiquez la valeur de $\sin \theta$, $\cos \theta$ et de $\tan \theta$.

4. Déterminez la longueur de la droite joignant le point (0, 0) au point P(5, 12).

5. Si la longueur de la droite joignant le point (0,0) au point P(3, y) est 5, déterminez y.

6. Dans quels quadrants est-ce que $\sin \theta < 0$?

7. Dans quels quadrants est-ce que $\cos \theta$ est > 0?

8. Quels sont les deux quadrants dans lesquels $\tan \theta$ est négative?

9. Indiquez dans quel(s) quadrant(s) se trouve le point P(x, y) si :
   a) $\sin \theta > 0$
   b) $\cos \theta > 0$ et $\sin \theta < 0$

NOTES

Ressource imprimée

Mathématiques pré-calcul secondaire 3, Cours destiné à l'enseignement à distance
– Module 2, Leçon 1

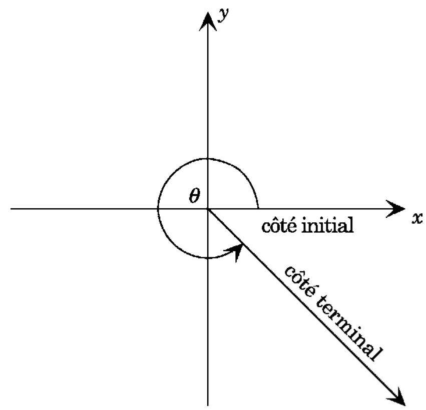
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

B-1b étendre les définitions des fonctions trigonométriques de façon à inclure tous les quadrants
– *suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

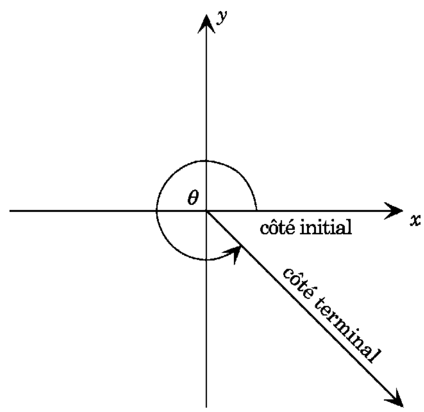
· **examiner les angles entre 0° et 360° en position normale**

Quadrant III



L'angle θ est en position normale. La mesure de l'angle θ est entre 180° et 270°.

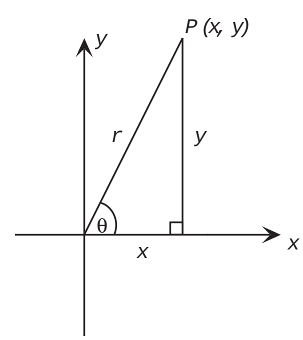
Quadrant IV



L'angle θ est en position normale. La mesure de l'angle θ est entre 270° et 360°.

Nous définirons les fonctions trigonométriques par rapport aux coordonnées de n'importe quel point P(x, y) sur le côté terminal d'un angle en position standard.
Si l'angle θ est en position normale et P(x, y) est un point sur le côté terminal de l'angle θ, alors, en vertu du théorème du Pythagore

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$



– *suite*

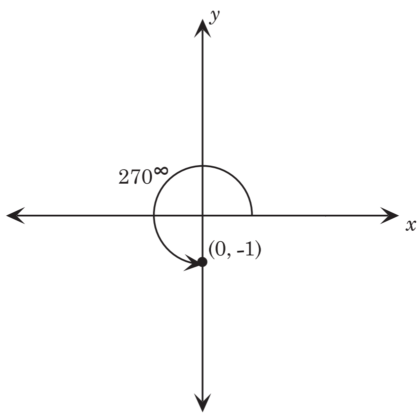
Communications
✔ **Connections**
Estimation et Calcul Mental
Résolution
✔ **Raisonnement**
Technologie
✔ **Visualisation**

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Calcul mental

Déterminez le sin 270°, cos 270° et tan 270°.



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

B-1b étendre les définitions des fonctions trigonométriques de façon à inclure tous les quadrants
– *suite*

Communications
✔ **Connections**
Estimation et Calcul Mental
Résolution
✔ **Raisonnement**
Technologie
✔ **Visualisation**

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· **examiner les angles entre 0° et 360° en position normale**

La valeur r est le ***rayon vecteur*** et sa longueur est toujours positive.

Si P(x, y) est n'importe quel point sur le bras terminal d'un angle en position normale, alors

$$\sin\theta = \frac{\text{coordonnée} - y}{\text{rayon vecteur}} = \frac{y}{r}$$

$$\cos\theta = \frac{\text{coordonnée} - x}{\text{rayon vecteur}} = \frac{x}{r}$$

$$\tan\theta = \frac{\text{coordonnée} - y}{\text{coordonnée} - x} = \frac{y}{x}$$

· **établir que chaque fonction trigonométrique est positive dans deux quadrants et négative dans les deux autres**

Les élèves devraient faire le lien entre les signes des coordonnées de x et de y dans chaque quadrant avec les définitions ci-dessus afin de déterminer à quel endroit chaque fonction est négative et à quel endroit chaque fonction est positive.

Résumé

Quadrant II sinθ + cosθ – tanθ –	Quadrant I sinθ + cosθ + tanθ +
Quadrant III sinθ – cosθ – tanθ +	Quadrant IV sinθ – cosθ + tanθ –

– *suite*

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Inscriptions au journal

1. Complétez le tableau suivant avec les signes de chaque fonction.

$\sin\theta$ + $\cos\theta$ $\tan\theta$	$\sin\theta$ + $\cos\theta$ $\tan\theta$
$\tan\theta$ $\cos\theta$ $\sin\theta$ –	$\tan\theta$ $\cos\theta$ $\sin\theta$ –

Discutez des patrons que vous constatez.

2. Quelles fonctions trigonométriques sont positives dans le Quadrant I?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

B-1b étendre les définitions des fonctions trigonométriques de façon à inclure tous les quadrants
– *suite*

· **établir que chaque fonction trigonométrique est positive dans deux des quadrants et négative dans les deux autres** (suite)

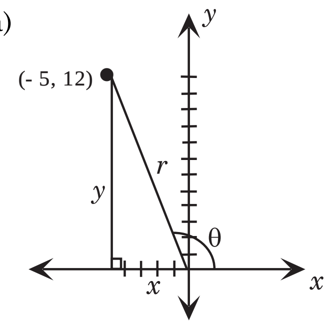
Exemple

P(x, y) est un point sur le côté terminal d'un angle θ en position normale. Déterminez sin θ, cos θ et tan θ pour les points suivants. Faites un graphique.

a) (–5, 12)
b) (–4, –3)

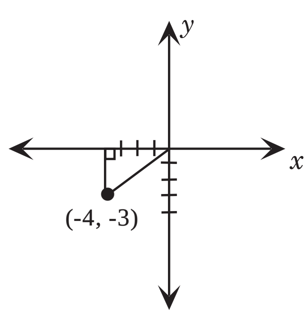
Solution

a)



$$x = -5,\ y = 12$$
$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$
$$r = \sqrt{(-5)^2 + (12)^2}$$
$$r = \sqrt{25 + 144}$$
$$r = \sqrt{169}$$
$$r = 13$$
$$\therefore \sin\theta = \frac{12}{13},$$
$$\cos\theta = \frac{-5}{13},$$
$$\tan\theta = \frac{12}{-5}$$

b)



$$x = -4,\ y = -3$$
$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$
$$r = \sqrt{(-4)^2 + (-3)^2}$$
$$r = \sqrt{16 + 9}$$
$$r = \sqrt{25}$$
$$r = 5$$
$$\therefore \sin\theta = \frac{-3}{5},$$
$$\cos\theta = \frac{-4}{5},$$
$$\tan\theta = \frac{3}{4}$$

Communications	Résolution
✔ **Connections**	✔ **Raisonnement**
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	✔ **Visualisation**

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Choix multiples

1. Si tan $\theta > 0$ et cos $\theta < 0$, alors θ doit se terminer dans le :
   a) quadrant I
   b) quadrant II
   c) quadrant III
   d) quadrant IV

2. Si tan θ et sin θ sont tous les deux négatifs, alors θ doit se terminer dans :
   a) $0^{\circ} < \theta < 90^{\circ}$
   b) $90^{\circ} < \theta < 180^{\circ}$
   c) $180^{\circ} < \theta < 270^{\circ}$
   d) $270^{\circ} < \theta < 360^{\circ}$

3. Si tan $\theta < 0$, cos $\theta > 0$ et $[0^{\circ}, 360^{\circ}]$, alors θ doit se terminer dans :
   a) $[0^{\circ}, 90^{\circ}]$
   b) $[90^{\circ}, 180^{\circ}]$
   c) $[180^{\circ}, 270^{\circ}]$
   d) $[270^{\circ}, 360^{\circ}]$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

B-1b étendre les définitions des fonctions trigonométriques de façon à inclure tous les quadrants
– *suite*

Communications
✔ Connections
Estimation et Calcul Mental
Résolution
✔ Raisonnement
Technologie
✔ Visualisation

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· **comprendre le concept d'un angle auxiliaire ou de référence**

Pour représenter le concept de l'angle de référence, demandez aux élèves de reproduire graphiquement $y = \sin\theta$ à l'aide de la technologie graphique. Demandez aux élèves de tracer le graphique et de remplir le tableau ci-dessous.

θ	$\sin\theta$
15°	
165°	
195°	
345°	
75°	
105°	
255°	
285°	

Demandez aux élèves de discuter des résultats.

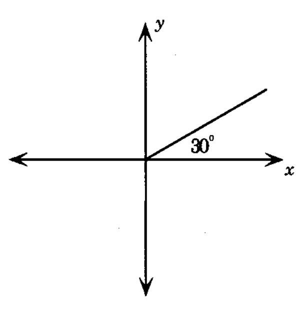
Pour résoudre des équations trigonométriques dans lesquelles les angles sont entre 0° et 360°, on a recours au concept de l'angle auxiliaire ou de référence.

Angle de référence : il s'agit de l'angle aigu formé entre le bras terminal de l'angle et l'axe des x le plus près.

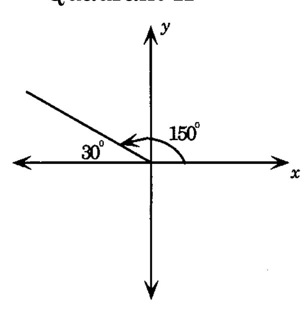
Discutez du point suivant :

Dans chacun des schémas ci-dessous. L'angle de référence est de 30°.

Quadrant I



Quadrant II



– *suite*

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Si $\sin \theta = \frac{-12}{13}$ et $\tan \theta > 0$, déterminez la (les) valeur(s) de θ lorsque $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$. Arrondissez votre réponse au dixième degré près.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

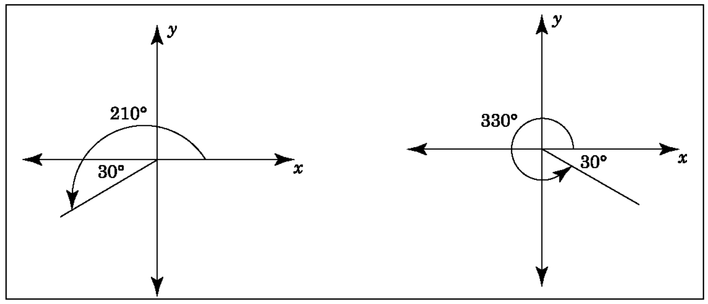
B-1b étendre les définitions des fonctions trigonométriques de façon à inclure tous les quadrants
– suite

Communications
✔ Connections
Estimation et Calcul Mental
Résolution
✔ Raisonnement
Technologie
✔ Visualisation

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

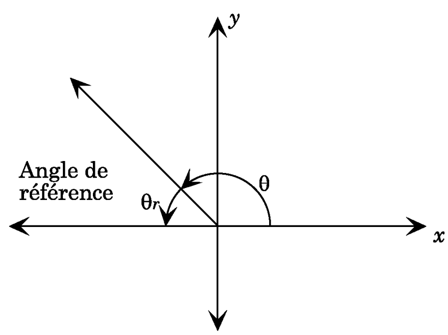
· **comprendre le concept d'un angle auxiliaire ou de référence** (suite)

Quadrant III Quadrant IV

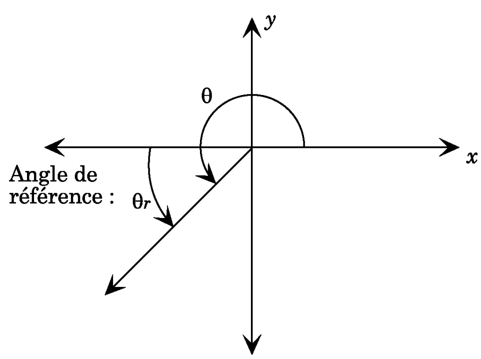


Discutez des points suivants avec les élèves :

· Pouvez-vous déterminer comment on trouve l'angle de référence dans chaque quadrant?
· Dans le quadrant I, l'angle est toujours aigu de sorte que les angles θ_r et θ sont le même angle.
· Dans le quadrant II, $\theta_r = 180^\circ - \theta$ (degrés).



· Dans le quadrant III, $\theta_r = 180^\circ + \theta$ (degrés)



– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Calcul mental

1. Indiquez les mesures des angles dans les quadrants III et IV qui ont un angle de référence de 25°.

2. Trouvez l'angle de référence de :
   a) 162°
   b) 321°
   c) 37°
   d) 0°

3. Si l'angle de référence θ_r est 65°, nommez un angle θ si θ n'est pas dans le quadrant I.

4. Trouvez trois angles θ qui ont un angle de référence de 20°.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

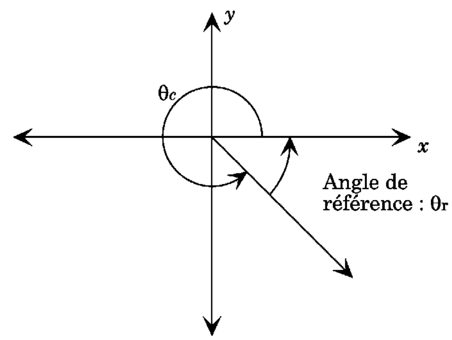
B-1b étendre les définitions des fonctions trigonométriques de façon à inclure tous les quadrants
– *suite*

Communications
✔ Connections
Estimation et Calcul Mental
Résolution
✔ Raisonnement
Technologie
✔ Visualisation

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· **comprendre le concept d'un angle auxiliaire ou de référence** (suite)

· Dans le quadrant IV, $\theta_r = 360^\circ - \theta$ (degrés)



Résumé

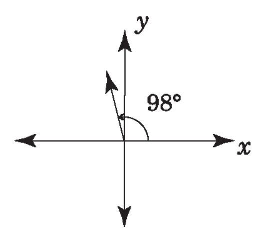
Si θ se termine dans le quadrant I : $\theta = \theta_r$
Si θ se termine dans le quadrant II : $\theta = 180^\circ - \theta_r$
Si θ se termine dans le quadrant III : $\theta = 180^\circ + \theta_r$
Si θ se termine dans le quadrant IV : $\theta = 360^\circ - \theta_r$

Exemple 1

Tracez l'angle, puis déterminez son angle de référence pour
a) 98° b) 352°

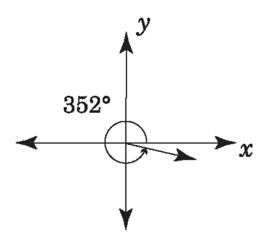
Solution

a)



Angle de référence :
$180^\circ - 98^\circ = 82^\circ$

b)



Angle de référence :
$360^\circ - 352^\circ = 8^\circ$

Exemple 2

Sans l'aide d'une calculatrice, décidez si l'équation est vraie ou fausse. Ensuite, à l'aide d'une calculatrice, vérifiez votre décision et reformulez l'énoncé original pour qu'il soit vrai.
a) $\sin 160^\circ = \sin 20^\circ$ b) $\cos 187^\circ = \cos 7^\circ$

Solution
a) Vrai
b) Faux. $\cos 187^\circ = -\cos 7^\circ$

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Inscriptions au journal

1. Expliquez ce qui survient au concept d'angle de référence lorsque le bras terminal de l'angle coïncide avec un axe.

2. Expliquez pourquoi $\sin 210^\circ = \sin 330^\circ$. Expliquez pourquoi $\sin 30^\circ = -\sin 210^\circ$.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

B-1c résoudre des équations trigonométriques $0° \leq \theta \leq 360°$

Communications
✔ Connections
Estimation et Calcul Mental
Résolution
✔ Raisonnement
✔ Technologie
Visualisation

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· **résoudre des équations trigonométriques de forme linéaire**

Résoudre une équation trigonométrique signifie qu'il faut déterminer les valeurs de l'angle inconnu qui satisfont à l'équation. Le domaine est $0° \leq \theta \leq 360°$, sauf indication contraire.
On devrait faire des liens avec la résolution de triangles à l'aide des lois de sinus et de cosinus. Toutes les équations devraient être résolues à l'aide d'une calculatrice. On ne devrait pas mémoriser les valeurs exactes à ce moment-ci. Cet aspect sera traité dans *Mathématiques pré-calcul secondaire 4.*

Exemple 1

Trouvez les valeurs de θ dans l'intervalle $0° \leq \theta \leq 360°$ pour les fonctions trigonométriques suivantes. Exprimez les réponses à une décimale.

a) $\sin \theta = 0{,}78615$

b) $\cos \theta = -0{,}43214$

c) $\sin \theta = 1{,}28728$

Solution

a) $\sin \theta = 0{,}78615$
Dans le quadrant I : $\theta = 51{,}83°$
Dans le quadrant II : $\theta = 180° - 51{,}83° = 128{,}17°$
$\therefore \{51{,}8°, 128{,}2°\}$

b) $\cos \theta = -0{,}43214$
Dans le quadrant I : $\theta = 64{,}3966°$
$\cos \theta < 0$ dans les quadrants II et III
Dans le quadrant II : $\theta = 180° - 64{,}3966° = 115{,}6034°$
Dans le quadrant III : $\theta = 180° + 64{,}3966° = 244{,}3966°$
$\therefore \{115{,}6°, 244{,}4°\}$

c) $\sin \theta = 1{,}28728$
Aucune solution étant donné que $\sin \theta > 1$.
(Demandez aux élèves de faire le lien entre ceci et l'image de la fonction sinusoïdale.)

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Inscriptions au journal

1. Comment les équations $2x - 1 = 0$ et $2 \sin \theta - 1 = 0$ sont-elles semblables? Comment sont-elles différentes?

2. Jean était en train de résoudre une équation trigonométrique qui a donné pour résultat : $\sin \theta = 2$. Lorsque Jean a entré l'information dans sa calculatrice, sa calculatrice lui a donné le message « ERREUR ». Pourquoi?

NOTES

Ressource imprimée

Mathématiques pré-calcul secondaire 3, Cours destiné à l'enseignement à distance
– Module 2, Leçon 3

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

B-1c résoudre des équations trigonométriques $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$

Communications
✔ Connections
Estimation et Calcul Mental
Résolution
✔ Raisonnement
✔ Technologie
Visualisation

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· **résoudre des équations trigonométriques de forme linéaire** (suite)

Exemple 2

Résoudre :

$2 \sin \theta - 1 = 0$

Solution

$2 \sin \theta = 1$

$\sin \theta = \dfrac{1}{2}$

Angle de référence = $\sin^{-1} \dfrac{1}{2}$

Angle de référence = 30°

Étant donné que $\sin \theta > 0$, θ est dans les quadrants I ou II

$\theta = 30^\circ$ dans le quadrant I

ou $\theta = 150^\circ$ dans le quadrant II

Remarque : À l'aide de la technologie graphique, demandez aux élèves de reproduire graphiquement $y = 2 \sin \theta - 1$ et de trouver les zéros de la fonction entre 0° et 360°.

Exemple 3

Déterminez la solution pour chacune des équations trigonométriques suivantes dans l'intervalle $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$.

a) $-3 \sin \theta = 2$

b) $5 \cos \theta - 2 = 0$

c) $\dfrac{\tan\theta}{6} - 1 = 0$

Solution

a) $-3 \sin \theta = 2$

$\sin\theta = \dfrac{-2}{3}$

Dans le quadrant I : $\theta = 41{,}8^\circ$

$\sin \theta < 0$ dans les quadrants III et IV

Dans le quadrant III : $\theta = 180^\circ + 41{,}8^\circ = 121{,}8^\circ$

Dans le quadrant IV : $\theta = 360^\circ - 41{,}8^\circ = 318{,}2^\circ$

$\therefore \{121{,}8^\circ, 318{,}2^\circ\}$

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

B-1c résoudre des équations trigonométriques $0^\circ \le \theta \le 360^\circ$

Communications
✔ Connections
Estimation et Calcul Mental
Résolution
✔ Raisonnement
✔ Technologie
Visualisation

· **résoudre des équations trigonométriques de forme linéaire** (suite)

Exemple 3 - suite

Solution - suite

b) $5 \cos \theta - 2 = 0$

$$5 \cos \theta = 2$$

$$\cos \theta = \frac{2}{5}$$

Dans le quadrant I : $\theta = 66{,}4^\circ$
Dans le quadrant IV : $\theta = 360^\circ - 66{,}4^\circ = 293{,}6^\circ$
$\therefore \{66{,}4^\circ, 293{,}6^\circ\}$

c) $\frac{\tan \theta}{6} - 1 = 0$

$$\tan \theta - 6 = 0$$

$$\tan \theta = 6$$

Dans le quadrant I : $\theta = 80{,}5^\circ$
Dans le quadrant III : $\theta = 180^\circ + 80{,}5^\circ = 260{,}5^\circ$
$\therefore \{80{,}5^\circ, 260{,}5^\circ\}$

> Les élèves résoudront d'autres équations trigonométriques dans la prochaine unité lorsqu'il sera question des équations quadratiques.

B-2 résoudre des problèmes faisant intervenir des triangles de cas ambigus.

Communications
✔ Connections
Estimation et Calcul Mental
✔ Résolution
✔ Raisonnement
✔ Technologie
Visualisation

· **résoudre des problèmes de triangle avec cas ambigu**

> Dans le cours *Mathématiques pré-calcul secondaire 2*, les élèves ont résolu des triangles y inclus la loi de sinus sans le cas ambigu. Les élèves pourraient revoir les autres méthodes avant d'apprendre à résoudre le cas ambigu.
>
> Discutez des points suivants avec les élèves :
> Lorsque vous résolvez un triangle alors que vous avez CCA (deux côtés et un angle opposé à l'un des côtés), le cas ambigu se produit lorsque l'angle est opposé au plus petit des deux côtés. Lorsque l'angle donné est opposé au plus grand des deux côtés donnés, il n'y a pas d'ambiguïté.

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Ressource imprimée

Mathématiques pré-calcul secondaire 3, Cours destiné à l'enseignement à distance
– Module 2, Leçon 5

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

B-2 résoudre des problèmes faisant intervenir des triangles de cas ambigu.

Communications
✔ Connections
Estimation et Calcul Mental
✔ Résolution
✔ Raisonnement
✔ Technologie
Visualisation

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

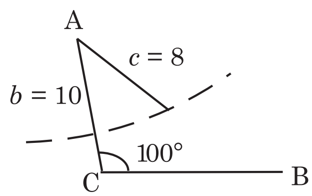
· **résoudre des problèmes faisant intervenir des triangles de cas ambigu**

Recherche

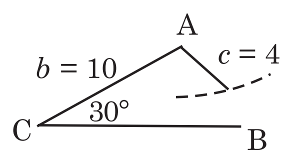
Demandez aux élèves de dessiner chacun des triangles suivants. On peut le faire sur papier ou à l'aide de la technologie.

Une fois que les triangles sont dessinés, les élèves devraient résoudre chaque triangle en mesurant et en utilisant la loi de sinus.

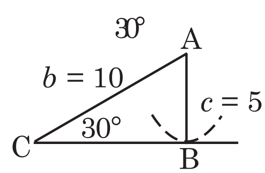
Cas 1 : Δ ABC avec ∠ C = 100°, *b* = 10, *c* = 8 (aucun triangle)



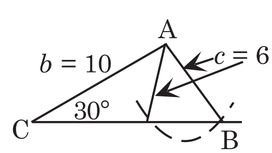
Cas 2 : Δ ABC avec ∠ C = 30°, *b* = 10, *c* = 4 (aucun triangle)



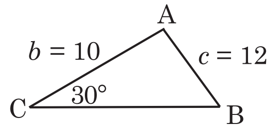
Cas 3 : Δ ABC avec ∠ C = 30°, *b* = 10, *c* = 5 (un triangle)



Cas 4 : Δ ABC avec ∠ C = 30°, *b* = 10, *c* = 6 (deux triangles)



Cas 5 : Δ ABC avec ∠ C = 30°, *b* = 10, *c* = 12 (un triangle)



– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

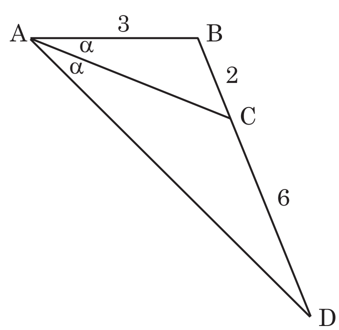
NOTES

Inscriptions au journal

1. Combien de triangles Δ ABC ont A = 36°, b = 11 et a = 13?
2. En résolvant un triangle de cas ambigu, sin θ = 2,4. Qu'est-ce que cela signifie?

Problèmes

1. Un arpenteur géologique veut dresser la carte de formations rocheuses. Il commence au point A et progresse en direction S 55° W jusqu'au point B, puis en direction S 40° E jusqu'au point C, et enfin de retour au point A. Le point C est à 7, 8 km directement au sud du point A. Donnez la valeur approximative de
   a) la longueur de la route de l'arpenteur
   b) la superficie du terrain ainsi délimité.
2. Le monticule du lanceur sur un terrain de *softball* est à 15,2 m du marbre et la distance entre les buts est de 19,8 m. À quelle distance du premier but se trouve le monticule du lanceur?
3. Déterminez la longueur de AC.



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

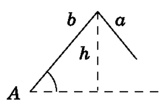
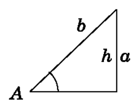
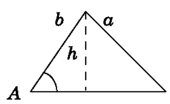
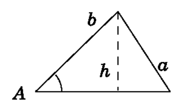
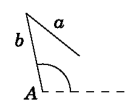
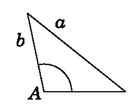
B-2 résoudre des problèmes faisant intervenir des triangles de cas ambigu – *suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· **résoudre des problèmes faisant intervenir des triangles de cas ambigus** (suite)

Recherche** - **suite

Un résumé suit. Les élèves ne devraient pas mémoriser les cas, mais devraient comprendre pourquoi on dit que ce sont des cas ambigus.

	$\angle$ A est aigu				$\angle$ A est obtus	
Dessin ($h = b \sin A$)						
Condition nécessaire	$a < h$	$a = h$	$a > h$	$h < a < b$	$a \leq h$	$a > b$
Triangles possibles	Aucun	Un	Un	Deux	Aucun	Un

La loi de sinus ou la loi de cosinus peut être utilisée pour résoudre des questions. Si la loi de cosinus est utilisée, vous aurez besoin de la formule quadratique.

Si on utilise la loi de sinus, $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B}$, alors :

Si a, $\angle$ A, et b sont donnés, $\sin B = \dfrac{b \sin A}{a}$

Si $\dfrac{b \sin A}{a} > 1$, il n'y a aucune solution étant donné qu'il n'y a pas de triangle.

Si $\dfrac{b \sin A}{a} = 1$, et $\angle B = 90^\circ$, on obtient un triangle rectangle

Si $\dfrac{b \sin A}{a} < 1$ et $a > b$, il y a un triangle.

Si $\dfrac{b \sin A}{a} < 1$ et $a < b$, deux triangles sont alors possibles.

Rappelez-vous que c'est vrai lorsque a, b et $\angle$ A sont donnés et que $a < b$.

– *suite*

Communications
✔ Connections
Estimation et Calcul Mental
✔ **Résolution**
✔ **Raisonnement**
✔ **Technologie**
Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Problèmes

1. Une droite AB de 11 cm de longueur est dessinée de façon à former un angle de 44° avec une droite horizontale AE. On dessine un cercle dont le centre est B et dont le rayon mesure 9 cm. Le cercle traverse la droite horizontale aux points C et D. Calculez la longueur de la corde CD.
2. Un véhicule de reconnaissance avance vers l'est en ligne droite. Il observe une batterie ennemie dans la direction N 56° E et à 5280 m de distance. On sait que la batterie est dotée de mortiers ayant une portée efficace de 3 500 m. Combien plus loin est-ce que le véhicule doit avancer avant d'être à portée de la batterie et quelle longueur de la route est couverte par la batterie?

Choix multiples

1. Deux triangles différents ABC sont possibles si
   a) $a = 3$, $b = 4\text{m}$, $c = 5\text{m}$
   b) $\angle A = 36°$, $\angle B = 45°$, $c = 5\text{m}$
   c) $\angle A = 36°$, $a = 10\text{m}$, $c = 12\text{m}$
   d) $a = 10\text{m}$, $\angle B = 50°$, $c = 10\text{m}$
2. Le nombre de triangles ABC possibles lorsque $a = 4$, $b = 7$ et $\angle A = 30°$ est de
   a) 0
   b) 1
   c) 2
   d) 3
3. Soit Δ ABC, lequel des ensembles d'information suivants, représente le cas ambigu avec deux triangles possibles :
   a) $a = 3$, $b = 4$, $c = 5$
   b) $\angle A = 50°$, $\angle B = 70°$, a = 6
   c) $\angle C = 90°$, $b = 5$, $a = 12$
   d) $a = 3$, $b = 4$, $\angle A = 40°$

NOTES

Multimédia

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

B-2 résoudre des problèmes faisant intervenir des triangles de cas ambigu – *suite*

Communications	✔ Résolution
✔ Connections	✔ Raisonnement
Estimation et Calcul Mental	✔ Technologie
	Visualisation

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· **résoudre des problèmes faisant intervenir des triangles de cas ambigu** (suite)

Recherche *- suite*

Expliquez aux élèves que lorsqu'ils résolvent un triangle, ils devraient faire un dessin minutieux de l'information et déterminer les autres côtés et angles si possible. S'ils peuvent trouver deux triangles qui répondent aux renseignements fournis, inclure les deux solutions. S'il n'y a aucune solution, expliquez pourquoi.

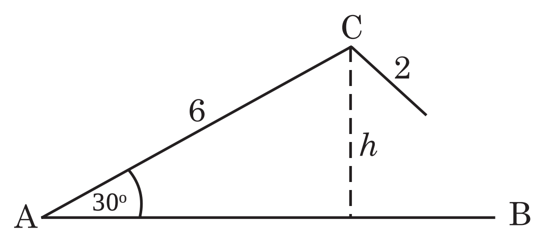
Exemple

Cas où il n'y a aucune solution

Dans Δ ABC, $a = 2$, $b = 6$, $\angle$ A = 30°. Résolvez le triangle.

Solution

Faites un dessin. À partir de cette figure, il semble qu'aucun triangle n'est formé.



Utilisez la loi de sinus pour vérifier ceci :

$$\frac{2}{\sin 30^\circ} = \frac{6}{\sin B}$$

$$\sin B = \frac{6 \sin 30^\circ}{2}$$

$$\sin B = 1{,}5$$

Étant donné que sin B > 1, il n'y a aucune solution possible puisque sin B doit être dans l'image $-1 \leq \sin B \leq 1$. Par conséquent, il n'y a aucun triangle.

Une fois que la formule quadratique aura été présentée à l'Unité C : Algèbre, les élèves pourront résoudre cette question à l'aide de la loi des cosinus.

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Un golfeur effectue deux coups roulés pour caler sa balle dans le trou. Au premier coup roulé, la balle franchit 10,2 m dans la direction nord-ouest, et au deuxième, la balle franchit 3,7 m en direction plein nord et tombe dans le trou. À quelle distance et dans quelle direction est-ce que le golfeur aurait dû viser son premier coup roulé pour caler la balle dans le trou en un seul coup? (Supposez que le sol est de niveau.)

Calcul mental

1. Deux angles d'un triangle mesurent 15° et 35°. Quelle est la mesure du troisième angle?
2. Dans le triangle isocèle ∆ DEF, l'angle D à la base mesure 40°. Quelles sont les mesures des deux autres angles?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

B-2 résoudre des problèmes faisant intervenir des triangles de cas ambigu – *suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

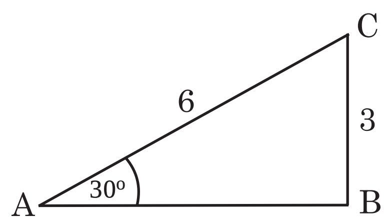
· **résoudre des problèmes faisant intervenir des triangles de cas ambigu** (suite)

Exemple 1

Cas à une solution, CCA

Dans le Δ ABC, $a = 3$, $b = 6$ et $\angle$ A = 30°. Résolvez le triangle rectangle.

Solution



$$\frac{3}{\sin 30^\circ} = \frac{6}{\sin B}$$

$$\sin B = \frac{6 \sin 30^\circ}{3}$$

$$\sin B = 1$$
$$B = \sin^{-1} 1$$
$$B = 90^\circ$$

$$\angle C = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ)$$
$$= 60^\circ$$

$$\frac{3}{\sin 30^\circ} = \frac{c}{\sin 60^\circ}$$

$$c = \frac{3 \sin 60^\circ}{\sin 30^\circ}$$
$$= 5{,}20$$

Étant donné que $\angle$ B = 90°, un seul triangle est possible.

Communications
✔ Connections
Estimation et Calcul mental
✔ Résolution
✔ Raisonnement
✔ Technologie
Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

B-2 résoudre des problèmes faisant intervenir des triangles de cas ambigu – *suite*

Communications
✔ Connections
Estimation et Calcul mental
✔ Résolution
✔ Raisonnement
✔ Technologie
Visualisation

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

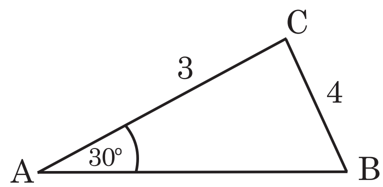
· **résoudre des problèmes faisant intervenir des triangles de cas ambigu** (suite)

Exemple 2

Cas à une solution, CCA

Dans le Δ ABC, $a = 4$, $b = 3$ et $\angle A = 30°$. Résolvez le triangle.

Solution



$$\frac{4}{\sin 30°} = \frac{3}{\sin B}$$

$$\sin B = \frac{3 \sin 30°}{4}$$

$$\sin B = 0{,}375$$

$$B = \sin^{-1} 0{,}375$$

$$B = 22{,}02°$$

Il y a deux angles entre 0° et 180° dont le sinus est 0,375.

$\therefore B_1 = 22{,}02°$ et $B_2 = 180° - 22{,}02° = 157{,}98°$

Lorsque $B_1 = 22{,}02°$

$$\angle C = 180 - (30° + 33{,}02)°$$

$$\angle C = 127{,}98°$$

$$\frac{4}{\sin 30°} = \frac{c}{\sin 127{,}98°}$$

$$c = \frac{4 \sin 127{,}98°}{\sin 30°}$$

$$c = 6{,}31$$

Lorsque $B_2 = 157{,}98°$

$$\angle C = 180° - (30° + 157{,}98°)$$

$$= -7{,}98°$$

$\therefore$ Il n'y a pas un deuxième triangle.

– *suite*

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

B-2 résoudre des problèmes faisant intervenir des triangles de cas ambigu – *suite*

Communications
✔ Connections
Estimation et Calcul mental
✔ **Résolution**
✔ **Raisonnement**
✔ **Technologie**
Visualisation

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· **résoudre des problèmes faisant intervenir des triangles de cas ambigu** (suite)

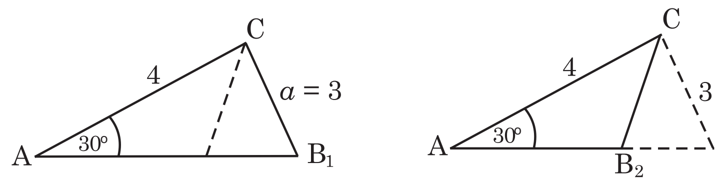
Exemple 3

Cas à deux solutions, CCA

Dans le Δ ABC, a = 3, b = 4 et $\angle$ A = 30°. Résolvez le triangle.

Solution

Deux triangles sont possibles.



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$$

$$\frac{3}{\sin 30°} = \frac{4}{\sin B}$$

$$\sin B = 0{,}6$$

$$B = \sin^{-1} 0{,}6$$

$$B = 41{,}81°$$

Il y a deux angles entre 0° et 180° dont le sinus est 0,6.

B_1 = 41,81° et B_2 = 180° – 41,81° = 138,19°

Lorsque B_1 = 41,81°

$$\angle C = 180° - (41{,}81° + 30°) = 108{,}19°$$

$$\frac{3}{\sin 30°} = \frac{c}{\sin 108{,}19°}$$

$$c = \frac{3 \sin 108{,}19°}{\sin 30°}$$

$$c = 5{,}70$$

– *suite*

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

B-2 résoudre des problèmes faisant intervenir des triangles de cas ambigu – *suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· **résoudre des problèmes faisant intervenir des triangles de cas ambigu** (suite)

Exemple 3 - suite

Solution - suite

Lorsque $B_2 = 138,19°$

$$\angle C = 180° - (138,19° + 30°) = 11,81°$$

$$\frac{3}{\sin 30°} = \frac{c}{\sin 11,81°}$$

$$c = \frac{3 \sin 11,81°}{\sin 30°}$$

$$c = 1,23$$

Communications
✔ **Connections**
Estimation et Calcul mental
✔ **Résolution**
✔ **Raisonnement**
✔ **Technologie**
Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES