

Mathématiques pré-calcul Secondaire 3

Programme d'études

*Document de
mise en œuvre*

Manitoba
Education
and Training

Éducation
et Formation
professionnelle
Manitoba



***MATHÉMATIQUES PRÉ-CALCUL
SECONDAIRE 3***

Document de mise en œuvre

2000

Éducation et Formation professionnelle

Afin d'éviter la lourdeur qu'entraînerait la répétition systématique des termes masculins et féminins, le présent document a été rédigé en utilisant le masculin pour désigner les personnes. Les lectrices et les lecteurs sont invités à en tenir compte.

On a fait les efforts possibles pour mentionner correctement les sources originales et se conformer aux lois sur les droits d'auteur. Si des erreurs ont été commises à cet égard, prière d'en informer Éducation et Formation professionnelle Manitoba, qui verra à remédier aux omissions.

510 Mathématiques pré-calcul Secondaire 3 – Document de mise en œuvre

1. Mathématiques - Enseignement programmé.
2. Calcul - Enseignement programmé.
3. Mathématiques - Études et enseignement (secondaire).
4. Calcul - Études et enseignement (secondaire). I. Manitoba. Éducation et Formation professionnelle. II. Collection.

© Gouvernement du Manitoba, 2000
Bureau de l'éducation française
Tous droits de reproduction, d'adaptation et de traduction réservés pour tous les pays.

ISBN : 0-7711-2903-3

Dépôt légal - 2^e trimestre 2000
Bibliothèque nationale du Canada

La reproduction totale ou partielle de ce document à des fins éducationnelles non commerciales est autorisée à condition que la source soit mentionnée.

REMERCIEMENTS

Le Bureau de l'éducation française tient à remercier tous ceux et celles qui ont contribué à la réalisation de ce document. En outre, nous reconnaissons le travail de nos collègues anglophones dont le document *Senior 3 Pre-Calculus A Foundation for Implementation*, a servi comme document de travail.

Nous remercions tout particulièrement les personnes suivantes qui ont travaillé à l'élaboration de ce document.

Comité d'élaboration

Lizanne Comeau	École communautaire Réal-Bérard Division scolaire franco-manitobaine n° 49
Abdou Daoudi	Bureau de l'éducation française Éducation et Formation professionnelle
Marcel Druwé	Bureau de l'éducation française Éducation et Formation professionnelle
Rénald Gagnon	Collège régional Gabrielle-Roy Division scolaire franco-manitobaine n° 49
David Jubinville	Institut collégial Vincent Massey Division scolaire River East n° 9
Normand Lavack	École St-Joachim Division scolaire franco-manitobaine n° 49
Philippe Leclercq	Institut collégial Vincent Massey Division scolaire Fort Garry n° 5
Vivianne Léonard	Collège Béliveau Division scolaire St-Boniface n° 4
David Milette	Institut collégial Lorette Division scolaire Rivière-Seine n° 14
Gilles Vermette	Collège Jeanne-Sauvé Division scolaire St-Vital n° 6

Mise en page

Marie Chartier

Bureau de l'éducation française
Éducation et Formation professionnelle

Gilberte Proteau

Contractuelle

Table des matières

Remerciements	<i>iii</i>
Introduction	<i>1</i>
Fondement	<i>3</i>
Nature des mathématiques du deuxième cycle	<i>3</i>
Résumé des changements dans les pratiques pédagogiques	<i>6</i>
Objectifs des élèves de Mathématiques pré-calcul, secondaire 3	<i>7</i>
Fondements mathématiques	<i>8</i>
Évaluation	<i>12</i>
Description du document	<i>14</i>
Format du document	<i>15</i>
Unité A : Fonctions quadratiques	<i>A-1</i>
Unité B : Trigonométrie	<i>B-1</i>
Unité C : Algèbre	<i>C-1</i>
Unité D : Géométrie analytique	<i>D-1</i>
Unité E : Géométrie	<i>E-1</i>
Unité F : Mathématiques du consommateur	<i>F-1</i>
Unité G : Logique/Preuve	<i>G-1</i>
Unité H : Fonctions	<i>H-1</i>
Ressources suggérées	<i>I-1</i>

Introduction

INTRODUCTION

Fondement

Le monde dans lequel nous vivons évolue rapidement. Des progrès dans le domaine des sciences et de la technologie sont réalisés à un rythme sans cesse croissant alors que la société entre dans le XXI^e siècle. Dans les pays industrialisés, les changements sociaux et économiques entraînent des déplacements d'une société industrielle à une nouvelle société de l'information.

Pour relever les défis de société, les diplômés du deuxième cycle du secondaire doivent avoir la culture mathématique. Ils doivent comprendre de quelle façon les notions mathématiques imprègnent la vie de tous les jours, les affaires, l'industrie, l'environnement et la technologie. En outre, ils doivent reconnaître l'utilité et la diversité des mathématiques. À cette fin, les étudiants du deuxième cycle du secondaire doivent être des théoriciens créatifs, des résolveurs de problèmes et des gestionnaires de données. Également, ils doivent continuer à acquérir des aptitudes en communication, en interaction et en collaboration.

Nature des mathématiques du deuxième cycle du secondaire

L'orientation de la réforme des mathématiques au deuxième cycle du secondaire a été influencée par *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* (National Council of Teachers of Mathematics, 1989). Ce document suggère que le programme de mathématiques du deuxième cycle du secondaire soit intégré à un contexte vaste et conforme aux attentes de la société d'aujourd'hui. Les employeurs et les institutions d'enseignement postsecondaire recherchent des diplômés qui peuvent :

- comprendre les caractéristiques mathématiques sous-jacentes à un problème;
- établir une stratégie pour résoudre un problème;
- résoudre un problème à l'aide de diverses techniques;
- travailler en collaboration avec d'autres à solutionner des problèmes.

On prévoit que les diplômés du deuxième cycle du secondaire d'aujourd'hui changeront de carrière aux moins quatre ou cinq fois. Si une main-d'oeuvre souple capable d'un apprentissage continu est nécessaire, les programmes de mathématiques du deuxième cycle du secondaire doivent mettre l'accent sur une forme dynamique de lecture et des résultats d'apprentissage plus vastes pour tous les étudiants. Les expériences fournies doivent permettre aux élèves de :

- développer leurs aptitudes à la résolution de problèmes;
- acquérir plus de confiance dans leur capacité mathématique;
- raisonner et communiquer de façon mathématique;
- développer une attitude positive envers les utilisations des mathématiques dans la société.

La compétence des élèves dans ce domaine peut être renforcée par un programme de mathématiques qui met l'accent sur les points suivants :

- **Faire des mathématiques au lieu de tout simplement connaître les mathématiques**

Les mathématiques, c'est plus que tout simplement maîtriser un ensemble d'aptitudes et de concepts. La recherche dans le domaine de l'éducation offre des preuves écrasantes que les élèves apprennent les mathématiques lorsqu'ils bâtissent leur propre compréhension mathématique. Pour comprendre ce qu'ils apprennent, les élèves doivent *examiner, représenter, transformer, résoudre et appliquer* (National Council of Teachers of Mathematics, 1989). Cela se produit plus facilement lorsque les élèves travaillent en groupes, entreprennent des discussions et font des exposés.

- **Avoir des applications à contenu vaste dans de nombreux domaines**

Certains aspects des mathématiques ont changé au cours de la dernière décennie. Les techniques quantitatives ont pénétré presque toutes les disciplines intellectuelles. La capacité d'un ordinateur de traiter des nombres importants de données a rendu la quantification et l'analyse logique de l'information possible dans des domaines tels que les affaires, l'économie, la biologie, la médecine et la sociologie.

Bien que les sujets traditionnels demeurent des parties importantes des programmes de mathématiques du deuxième cycle du secondaire, l'importance s'est déplacée. Un programme qui était à une époque dominé par la mémorisation de faits isolés et de procédure et par l'abondance de techniques crayon et papier, met maintenant l'accent sur la compréhension conceptuelle, les représentations multiples et les liens, la modélisation mathématique et la résolution de problèmes.

- **Utiliser la technologie et étendre les domaines auxquels les mathématiques s'appliquent**

Cet accent a débouché sur la croissance et les changements dans la discipline même des mathématiques.

L'indice de la technologie sur les programmes de mathématiques peut se résumer comme suit:

- Certaines applications mathématiques sont devenues *plus importantes* parce que la technologie l'exigeait.
- Certaines applications mathématiques sont devenues *moins importantes* parce que la technologie les a remplacées.
- Certaines applications mathématiques sont devenues *possibles* parce que la technologie le permettait.

La technologie n'a pas tout simplement rendu les calculs et la représentation graphique plus faciles, elle a modifié la nature même des problèmes mathématiques et les méthodes utilisées pour les examiner. En utilisant la technologie pour la représentation graphique, les idées tirées de l'algèbre et de la géométrie peuvent être clairement intégrées. Par conséquent, il est important que les élèves aient accès à des calculatrices à affichage graphique et à des ordinateurs pour profiter de la modélisation et de la visualisation de problèmes mathématiques.

- **Des stratégies et contextes pédagogiques qui créent un climat reflétant le point de vue constructif et actif du processus d'apprentissage**

Ce que les élèves apprennent est relié à la façon dont ils apprennent. L'apprentissage des mathématiques fait intervenir l'utilisation d'un ensemble d'outils intellectuels intégrés pour comprendre des situations mathématiques. Cela nécessite de nouvelles formes d'organisation de la salle de classe, de nouveaux modèles de communication et de nouvelles stratégies pédagogiques. L'enseignant n'est plus le seul prestataire de connaissances, il est un facilitateur. Cela signifie que l'apprentissage ne se produit tout simplement pas par absorption passive. Les élèves assimilent de façon active la nouvelle information et créent leur propre signification. Cela fait intervenir :

- la création d'un environnement de classe favorable à l'enseignant et à l'apprentissage des mathématiques;
- l'établissement d'objectifs et la sélection ou la création de tâches mathématiques pour aider les élèves à atteindre ces objectifs;
- la stimulation et la gestion du discours en salle de classe de sorte que l'enseignant et les élèves ont une idée précise de ce qui est enseigné et de ce qui est appris;
- l'analyse et l'évaluation de l'apprentissage des élèves, les tâches mathématiques et l'environnement afin de prendre des décisions pédagogiques continues.

Cet accent nécessite une programmation variée des mathématiques :

- devoirs de groupe et individuels;
- discussion entre l'enseignant et les élèves;
- projets appropriés;
- pratique à l'égard des méthodes mathématiques;
- enseignement direct par l'enseignant.

Des contextes pédagogiques qui incluent des environnements d'apprentissage variés encouragent le développement de comportements coopératifs précis. Les élèves peuvent travailler ensemble à s'entraider et, en même temps, terminer des projets individuels. Les élèves développent des stratégies et des aptitudes en posant des questions, en écoutant, en démontrant et expliquant leur solution, en sachant ce que les autres pensent et en déterminant la façon de terminer un projet.

Les occasions pour les élèves d'apprendre les mathématiques sont une fonction du contexte, des sortes de tâches et du discours auxquels ils participent.

Résumé des changements dans les pratiques pédagogiques

Résumé des changements dans les pratiques pédagogiques

Attention diminuée	Attention accrue
L'enseignant et les manuels comme sources exclusives de connaissances	Participation active des étudiants à l'acquisition et à l'application des mathématiques
Apprentissage par cœur de faits et de procédures	Résolution de problèmes comme un moyen et un objectif de l'enseignement
Périodes prolongées où des personnes s'entraînent à des tâches courantes	Utilisation d'exercices cumulatifs et de tests
Enseignement fondé presque complètement sur l'enseignant	Utilisation quotidienne de calcul mental
Test du chapitre à l'unité	Utilisation d'un éventail de format pédagogique (petits groupes, explorations, enseignements par les paires, classe entière, projets)
Test pour la seule raison de donner des notes	Utilisation des ordinateurs et calculatrices comme outils pour apprendre et faire des mathématiques
	Communication d'idées mathématiques, de vive voix et par écrit, par les élèves
	Établissement et application des liens aux sujets mathématiques
	Le maintien systématique de l'apprentissage des étudiants avec une révision intégrée dans les nouveaux sujets et problèmes

**Objectifs des
élèves de
Mathématiques
Pré-calcul
Secondaire 3**

Les objectifs des élèves de *Mathématiques pré-calcul, secondaire 3* ont été influencés par le *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* mis au point par le National Council of Teachers of Mathematics. Ces objectifs suggèrent que les élèves soient exposés à des expériences variées, interreliées, qui les encouragent à comprendre et à apprécier le rôle des mathématiques dans la société. L'incorporation de ces objectifs vise l'acquisition du pouvoir mathématique, qui accroît la capacité de comprendre des problèmes dans une société technologique. Les objectifs de *Mathématiques pré-calcul, secondaire 3* sont les suivants :

- **Les élèves devraient apprendre à apprécier les mathématiques.** Ils devraient être en mesure de comprendre l'influence des mathématiques sur l'histoire et les nombreuses répercussions que cela a eu dans leur vie. En outre, ils devraient être en mesure de voir les liens entre les mathématiques et d'autres disciplines et l'impact de ces liens sur la société.
- **Les élèves devraient avoir confiance dans leurs aptitudes mathématiques.** Ils devraient apprendre à faire preuve de confiance et de compétence dans leur capacité de résoudre des problèmes et d'appliquer la modélisation mathématique à des problèmes réels courants.
- **Les élèves devraient devenir des solutionneurs de problèmes mathématiques.** Ils devraient être en mesure de résoudre un éventail de problèmes mathématiques courants et non courants. Ils devraient être en mesure de reconnaître et d'utiliser les représentations multiples à un problème, et d'identifier et d'utiliser les liens non seulement au sein des mathématiques, mais aussi entre les mathématiques et d'autres disciplines.
- **Les élèves devraient apprendre à communiquer de façon mathématique.** Ils devraient analyser et clarifier leur pensée mathématique, exprimer de vive voix et par écrit des idées et lire des mathématiques avec compréhension.
- **Les élèves devraient apprendre à raisonner de façon mathématique et à avoir un esprit critique.** Ils devraient être en mesure de démontrer des aptitudes de raisonnement logique qui comprennent l'émission et la vérification de conjectures, de juger la validité d'arguments et de construire des arguments simples valides.
- **Les élèves devraient acquérir des compétences dans les concepts et développer des habiletés de base.**

**Fondements
mathématiques**

Mathématiques pré-calcul, secondaire 3, en s'alignant sur les résultats du *Cadre commun des programmes d'études de mathématiques M-12* (1995), a été construit autour de plusieurs processus mathématiques. Ces processus devraient être évidents dans chaque groupe et aider à mettre l'accent sur la **nature cumulative** du présent programme.

1. Raisonnement mathématique

Le pouvoir de raisonner aide les élèves à comprendre les mathématiques, à avoir un esprit logique et à convaincre les autres.

Le raisonnement inductif aide les élèves à explorer et à émettre des conjectures à partir d'activités qui permettent des généralisations à partir d'un modèle d'observation.

Le raisonnement déductif aide les élèves à vérifier les conjectures et à concevoir les arguments qui servent à valider le raisonnement. Le raisonnement déductif construit un ensemble structuré de connaissances.

Les élèves devraient en arriver à apprécier le rôle de chaque type de raisonnement en mathématique et dans des situations externes aux mathématiques. Il y a un potentiel considérable de transfert entre le raisonnement mathématique et la logique nécessaire pour résoudre des problèmes dans la vie de tous les jours. Le fait d'étendre l'utilité du raisonnement inductif et du raisonnement déductif au-delà de la géométrie et dans des domaines tels que l'algèbre et la gestion des données donne aux élèves l'occasion de développer davantage leurs aptitudes en raisonnement.

Exemples

- Concevez une expérience en vous servant du raisonnement inductif pour trouver la somme des angles d'un pentagone. Énoncez la généralisation.
- Donnez un contre-exemple pour démontrer que la conjecture $\frac{1}{x} < 1$ est fausse.
- À l'aide d'une preuve indirecte, démontrez que la bissectrice d'un angle d'un triangle scalène ne peut être perpendiculaire au côté opposé.

2. Calcul mental et estimations

Le calcul mental est la pierre angulaire de l'estimation. Les élèves ont besoin de savoir quand et comment estimer. Le contexte d'un problème aide à déterminer quand il est nécessaire ou souhaitable d'avoir une réponse exacte ou une estimation de cette réponse. Quelques minutes par jour devraient être consacrées à la pratique du calcul mental. On s'attend à ce que les élèves du deuxième cycle du secondaire fassent rapidement du calcul mental. La pratique quotidienne aidera les élèves à développer la capacité d'effectuer automatiquement des habiletés telles les calculs numériques, les manipulations algébriques, les estimations et le rappel de faits.

Exemples

- Trouver les racines de $|x| + 5 = 6$.
- Quels points les droites $y = x$ et $y = -x$ ont-elles en commun?

3. Résolution de problèmes

La résolution de problème doit être le cœur des mathématiques à tous les niveaux de l'enseignement des mathématiques. Le développement de la capacité de chaque élève de résoudre des problèmes est essentiel. Avant de parvenir au deuxième cycle du secondaire, il peut être utile de faire la distinction entre des objectifs conceptuels, procéduraux et de résolution de problèmes pour les élèves. Une fois qu'un élève est au deuxième cycle du secondaire, ces distinctions commencent à devenir floues en tant que conséquence naturelle de la maturité mathématique. La résolution de problèmes mathématiques sert à répondre aux questions soulevées dans la vie de tous les jours, par les sciences physiques et sociales, les activités, le génie et les mathématiques elles-mêmes.

Dans *Mathématiques pré-calcul, secondaire 3*, on devrait utiliser des problèmes et des applications pour introduire de nouvelles idées, pour développer une compréhension de concepts et de procédures, pour mettre en application des habiletés et des processus acquis antérieurement et pour renforcer les liens entre des sujets au sein des mathématiques et dans d'autres domaines.

Exemples

- La population mondiale croît de 2% par année. La production d'aliments dans le monde peut subvenir à l'ajout de 200 millions de personnes par année. En 1987, la population s'établissait à 5 milliards de personnes et la production de nourriture pouvait subvenir à 6 milliards de personnes.

La croissance de la population peut être modélisée par l'équation $P_1 = 5(1,02)^n$, la production de nourriture étant modélisée par $P_2 = 0,2n + 6$. La variable n est le nombre d'années après 1987.

- a) À quel moment est-ce que $P_1 = P_2$?
- b) Si $P_1 > P_2$ est vrai, quand est-ce que cela se produit et comment interprète-t-on cette inégalité?

- On vous engage pour concevoir un logo pour Sun Stage. La compagnie veut que son logo comprenne au moins deux fonctions quadratiques et une fonction linéaire. Étant donnée que le logo sera produit à l'aide d'un ordinateur, la compagnie veut que vous fournissiez les équations de votre représentation graphique. Concevez le logo. Expliquez pourquoi vous avez choisi ces équations et de quelle façon vous les avez déterminées.

4. Liens

Dans le contexte de *Mathématiques pré-calcul, secondaire 3*, les élèves ont besoin d'expériences nombreuses et variées pour apprécier l'utilité des mathématiques. En même temps, les élèves ont besoin d'explorer les liens au sein des mathématiques tels ceux faits en travaillant avec des représentations multiples du même concept. Ces liens peuvent être faits à partir des mathématiques vers d'autres disciplines, que l'on peut considérer comme des applications, et à partir des mathématiques vers des expériences quotidiennes. En mathématiques, les élèves ont besoin de voir les relations entre les différents sujets tels l'algèbre et la géométrie. Les élèves commencent à considérer les mathématiques comme un tout intégré lorsque des idées mathématiques sont reliées les unes aux autres par des représentations concrètes, graphiques et symboliques.

Exemples

- Vous êtes le commandant d'un navire et l'un de vos passagers a été blessé. Votre navire se trouve à 30 km d'un point qui est à 60 km d'un hôpital. Vous devez demander qu'une ambulance vienne à la rencontre de votre navire en n'importe quel point le long d'une route qui est parallèle à la côte. Vous aimeriez rencontrer l'ambulance en un point qui permettra à votre passager de se rendre à l'hôpital dans le plus court délai possible. Supposez que votre navire se déplace à 30km/h et que l'ambulance roulera en moyenne à 80km/h. Combien de temps faudra-t-il pour que le passager arrive à l'hôpital?

- Prenez un taux d'intérêt de 3,5%. Supposez que vous avez 10 000\$ à placer. Préparez un tableau, à l'aide d'un tableur, pour illustrer l'année, l'intérêt total et l'argent total pendant 20 ans en vertu d'un intérêt simple. Représentez graphiquement les paires ordonnées (années, argent total). Préparez un nouveau tableau pour illustrer des résultats du même montant d'argent placé au même taux d'intérêt, composé annuellement. Représentez graphiquement ces nouvelles données sur les mêmes axes. Comparez les deux graphiques et rédigez un paragraphe en expliquant les similitudes ou les différences entre les deux.

5. Communication

Une participation active à des tâches mathématiques significatives facilite l'acquisition d'aptitudes en communication qui sont importantes à la compréhension conceptuelle des mathématiques. Les élèves ont besoin de participer à des activités qui leur donnent des occasions de discuter, d'écouter, de poser des questions et de résumer. C'est grâce à ces occasions que les élèves deviennent plus habiles à expliquer de quelle façon ils ont obtenu une réponse, les difficultés qu'ils ont rencontrées pour résoudre un problème, ou les étapes qu'ils estimaient nécessaires pour vérifier une généralisation qu'ils avaient découverte. Au deuxième cycle du secondaire, les élèves vont acquérir plus d'expérience dans l'utilisation d'un langage mathématique correct, qui fait partie intégrante de l'étude des mathématiques.

Exemples

- Comment pouvez-vous utiliser la formule quadratique pour trouver les intersections entre une parabole et l'axe des x ?
- Décrivez ce qui se produit lorsque vous essayez de résoudre un système inconsistant 2×2 par :
 - a) la représentation graphique;
 - b) l'élimination;
 - c) la technologie graphique.

6. Technologie

Au moment où la société passe au XXI^e siècle, les élèves ont de plus en plus accès à des calculatrices et à des ordinateurs en salle de classe. Ces technologies sont des outils qui simplifient, mais n'effectuent pas, la tâche à accomplir. Ils peuvent accroître le pouvoir mathématique des élèves en exposant un éventail de problèmes et de sujets non explorés auparavant. La nouvelle technologie a rendu les calculs et la représentation graphique plus simples, et a modifié la nature des problèmes que les élèves peuvent examiner, ainsi que les méthodes qu'ils peuvent mettre en application pour ces examens.

On peut utiliser les calculatrices et les ordinateurs pour :

- développer des concepts;
- explorer et démontrer des motifs et des rapports mathématiques;
- organiser et afficher des données;
- aider à la résolution de problèmes et par le fait même promouvoir l'indépendance;
- encourager les élèves à poser des questions et à être créatifs;
- diminuer le temps consacré à des calculs fastidieux;
- créer des affichages de géométrie;
- simuler des situations.

Exemple

- La hauteur (h) d'un projectile pendant une période de temps (t) est donnée par l'équation $h = -4,9t^2 + 20t + 30$. À l'aide de la technologie, répondez aux problèmes suivants :
 - a) Trouvez la hauteur (i) 2,8 s, (ii) 3,4 s, (iii) 5 s, (iv) 6 s.
 - b) À quel moment atteint-il une hauteur de 40m?
 - c) Trouvez la hauteur maximale.
 - d) Trouvez le temps pour parvenir à la hauteur maximale.
 - e) Quelle est la signification de l'ordonnée à l'origine?
 - f) À quel moment le projectile retombe-t-il au sol?

7. Visualisation

L'environnement mathématique est plein d'images. L'utilisation des images dans l'étude des mathématiques donne aux élèves l'occasion de comprendre des concepts mathématiques et de faire des liens entre eux.

La géométrie analytique décrit des figures de façon algébrique et constitue un outil pour la visualisation de relations algébriques. L'analyse et l'interprétation de données à l'aide d'un résumé visuel aident à comprendre les données et à faire des prévisions à partir d'elles. L'utilisation de calculatrices et de logiciels aide à la visualisation de concepts grâce aux capacités graphiques.

Évaluation

En évaluant les élèves du *Mathématiques pré-calcul, secondaire 3*, on incite les enseignants à utiliser un éventail de techniques et à fournir aux élèves un choix dans leur évaluation. Ces deux suggestions visent à donner aux élèves de la souplesse et la prise en charge de leur apprentissage.

Un scénario possible d'évaluation des élèves pourrait comprendre :

Devoirs;
Travaux en classe;
Portfolios;
Projets/Recherches;
Tests écrits/Examens.

1. Tests

Il est recommandé que des tests soient donnés à des intervalles réguliers comme par exemple, aux deux semaines et non nécessairement à la fin d'un sujet ou d'une unité. Tous les tests devraient être **cumulatifs** par nature et devraient inclure des exercices de calcul mental ainsi que des questions ouvertes et des applications qui nécessitent un éventail de stratégies de résolution de problèmes.

2. Portfolio

Un portfolio peut contenir divers exemples de travaux des élèves, y compris des inscriptions au journal, des solutions à des problèmes, des diagrammes, des réponses à des questions ouvertes, des devoirs et des explications d'algorithmes. Les élèves devraient participer activement à la tenue de leur portfolio, leur donnant ainsi une forme de contrôle sur leur propre apprentissage et leur progrès.

3. Projets/Recherches

On devrait donner des projets aux élèves à des moments divers. Les projets pourraient comprendre un sondage et un rapport statistique ou un rapport sur la contribution d'un mathématicien. De plus, on peut donner aux élèves une recherche dans le cadre duquel ils apprennent de nouveaux concepts par eux-mêmes.

Description du document

Mathématiques pré-calcul, secondaire 3 est divisé en huit unités. Il est prévu que des liens entre les diverses unités soient soulignés. Les concepts acquis dans le cadre d'une unité devraient être appliqués à des problèmes dans d'autres parties du programme.

Mathématiques pré-calcul, secondaire 3 a été conçu pour un enseignement d'au moins 110 heures. Cela inclut le temps consacré à la révision, à l'évaluation, aux discussions ou aux questions. Une révision explicite des travaux de l'année précédente ne doit pas compter pour une partie importante de l'enseignement et n'est **pas** recommandée pour commencer une nouvelle année, une nouvelle session ou un nouveau semestre.

Chaque unité comporte un aperçu des résultats d'apprentissage avec des notes et des explications qui visent à illustrer ce que les élèves devraient apprendre.

Voici un aperçu de *Mathématiques pré-calcul Secondaire 3* accompagné d'une durée estimée en heures.

Unité A : Fonctions quadratiques	12 heures
Unité B : Trigonométrie	7 heures
Unité C : Algèbre	20 heures
Unité D : Géométrie analytique	20 heures
Unité E : Géométrie	15 heures
Unité F : Mathématiques du consommateur	12 heures
Unité G : Logique/Preuve	12 heures
Unité H : Fonctions	12 heures

Chaque unité du présent document est configurée et paginée séparément. Une page d'introduction à chaque unité met en évidence des aspects importants et des notions principales.

Format du document

Dans chaque unité, l'information est présentée en fonction d'un format de quatre colonnes sur deux pages. La page de gauche contient les **résultats d'apprentissage prescrits** et les **suggestions de nature pédagogique**. La page de droite contient des **suggestions d'évaluation** et des **ressources suggérées**.

MATHÉMATIQUES PRÉ-CALCUL SECONDAIRE 3 • Trigonométrie		MATHÉMATIQUES PRÉ-CALCUL SECONDAIRE 3 • Trigonométrie																																					
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES	STRATÉGIES D'ÉVALUATION	NOTES																																				
<p>Résultat général Résoudre des problèmes concernant des triangles, y compris ceux trouvés dans des applications en 3D et en 2D.</p> <p>Résultat(s) spécifique(s) B-1a tracer la représentation graphique de $y = \sin \theta$ et $y = \cos \theta$</p>	<p>Étant donné que les élèves feront la représentation graphique des courbes sinusoides et cosinusoides, certains enseignants pourraient présenter l'approche du cercle unitaire pour la trigonométrie.</p> <p>comprendre les caractéristiques d'une fonction périodique</p> <p>Discutez les points suivants : Dans la réalité, un grand nombre de choses surviennent par cycle ou période, tel le printemps, l'été, l'automne et l'hiver. À toutes les douze heures, les aiguilles de l'horloge pointent en direction des mêmes numéraux. Chaque intervalle de douze heures est un cycle de l'horloge et douze heures représentent la période de l'horloge. Les fonctions qui se comportent d'une façon semblable sont les fonctions périodiques. Les fonctions sinusoides et cosinusoides sont des exemples de fonctions périodiques.</p> <p>Suggérez aux élèves l'exemple suivant, puis discutez de sa solution. Trouvez les fonctions n'ayant qu'une période de 360°.</p> <p>Exemple À l'aide d'un tableau de valeurs, tracer $y = \sin \theta$, [$360, 360$]. La valeur θ est la variable indépendante et devrait être représentée graphiquement sur l'axe des x. Donnez les points d'intersection avec les axes ainsi que l'image. Vous pouvez vérifier votre représentation graphique à l'aide de la technologie graphique.</p> <p><i>Solution</i></p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>-360</th> <th>-315</th> <th>-270</th> <th>-225</th> <th>-180</th> <th>-135</th> <th>-90</th> <th>-45</th> <th>0</th> <th>45</th> <th>90</th> <th>135</th> <th>180</th> <th>225</th> <th>270</th> <th>315</th> <th>360</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>y</td> <td>0</td> <td>0,707</td> <td>1</td> <td>0,707</td> <td>0</td> <td>-0,707</td> <td>-1</td> <td>-0,707</td> <td>0</td> <td>0,707</td> <td>1</td> <td>0,707</td> <td>0</td> <td>-0,707</td> <td>-1</td> <td>-0,707</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table> <p>Image : $-1 \leq y \leq 1$</p> <p>– suite</p>	x	-360	-315	-270	-225	-180	-135	-90	-45	0	45	90	135	180	225	270	315	360	y	0	0,707	1	0,707	0	-0,707	-1	-0,707	0	0,707	1	0,707	0	-0,707	-1	-0,707	0	<p>Calcul mental La valeur $\sin^{-1} 0,68 = 42,8^\circ$. Quelle est la valeur de $\sin 42,8^\circ$?</p> <p>Choix multiples</p> <p>1. La distance minimale de laquelle on doit déplacer la représentation graphique de $y = \cos \theta$ vers la droite pour devenir la représentation graphique de $y = \sin \theta$ est de</p> <p>a) 45° b) 90° c) 180° d) 360°</p> <p>2. Évaluez $16\cos 270^\circ$</p> <p>a) -16 b) 0 c) $\frac{1}{16}$ d) 1</p> <p>3. Une équation représentant un déplacement vers le bas de deux unités de la représentation graphique de $y = \sin \theta + 4$ est</p> <p>a) $y = 2 \sin \theta + 4$ b) $y = -2 \sin \theta + 4$ c) $y = \sin \theta + 2$ d) $y = \sin \theta - 2$</p>	<p>Ressources imprimées</p> <p><i>Mathématiques pré-calcul Secondaire 3 - Exercices cumulatifs et réponses</i></p> <p><i>Mathématiques pré-calcul Secondaire 3 - Solutions des exercices cumulatifs</i></p> <p><i>Mathématiques pré-calcul Secondaire 3 - Cours destiné à l'enseignement à distance - Module 2, Leçon 2</i></p>
x	-360	-315	-270	-225	-180	-135	-90	-45	0	45	90	135	180	225	270	315	360																						
y	0	0,707	1	0,707	0	-0,707	-1	-0,707	0	0,707	1	0,707	0	-0,707	-1	-0,707	0																						
<p>Communications ✓ Conversations Estimation et Calcul Mental</p> <p>Résolution Raisonnement ✓ Technologie ✓ Visualisation</p>																																							
B-4			B-5																																				

La colonne des **résultats d'apprentissage prescrits** contient le ou les résultats d'apprentissage généraux, le ou les résultats d'apprentissage spécifiques ainsi que les processus mathématiques à mettre en évidence. Les résultats d'apprentissage des élèves ont été tirés du *Cadre commun des programmes d'études de mathématiques M-12 (1995)*, mis au point en vertu du Protocole de l'Ouest canadien. Les résultats d'apprentissage des élèves ont été réorganisés et, dans certains cas, répétés de façon à correspondre à chaque unité. Les résultats d'apprentissage spécifiques des élèves sont accompagnés d'une lettre qui correspond à l'unité et d'un nombre qui représente l'ordre des résultats d'apprentissage des élèves au sein de l'unité. Par exemple, D-2 est le deuxième résultat d'apprentissage spécifique des élèves dans l'unité Géométrie analytique. Lorsqu'un résultat d'apprentissage spécifique des élèves est complexe, il peut y avoir de nombreuses pages de suggestions de nature pédagogique et le ou les résultat(s) d'apprentissage spécifique(s) des élèves ainsi que les processus sont répétés sur chacune de ces pages.

La colonne des **stratégies pédagogiques** développe le ou les résultat(s) d'apprentissage spécifique(s) des élèves. Cette colonne se compose des sous-titres et symboles suivants:

- Les points centrés représentent des sous-résultats ou des tâches qui doivent être accomplies avant que l'on puisse atteindre le résultat spécifique.

Exemples Les exemples illustratifs (quelques réponses) appuient le développement du sous-résultat ou de la tâche.

 Un encadré fait ressortir l'information destinée aux enseignants. Cet encadré peut inclure des stratégies pédagogiques, des renseignements d'information, des activités, des recherches et des exemples.

La colonne des **stratégies d'évaluation** contient des exemples et des tâches qui essaient de représenter un éventail de stratégies d'évaluation. Ces idées d'évaluation ont été placées directement à l'opposé de suggestions de nature pédagogique connexes ou semblables.

La colonne des **notes** énumère les ressources pédagogiques. Ces ressources ont été catégorisées sous multi-média et imprimées. Pour d'autres ressources et renseignements bibliographiques, se rapporter à la liste des ressources suggérées à la fin du présent document. Elle inclut une bibliographie exhaustive des ressources approuvées dans le cadre des projets d'apprentissage en vertu du Protocole de l'Ouest canadien (POC). On peut également consulter cette liste sur le site web de POC <<http://www.ednet.edc.gov.ab.ca/wp>>. Les ressources choisies dans le cadre du Protocole de l'Ouest canadien sont disponibles auprès du Centre des manuels scolaires du Manitoba.

Unité A
Fonctions quadratiques

FONCTIONS QUADRATIQUES

Dans cette unité, les élèves :

- tracent et décrivent des données de forme quadratique;
- déterminent le sommet, le domaine et l'image, l'axe de symétrie et les points d'intersection avec les axes d'une fonction quadratique;
- examinent différentes transformations de la fonction quadratique de base $y = x^2$;
- font le lien entre des transformations algébriques et des transformations graphiques de fonctions quadratiques à l'aide du développement du carré au besoin;
- modélisent des situations réelles à l'aide de fonctions quadratiques;
- utilisent la notation ensembliste et la notation par intervalle pour déterminer le domaine et l'image.

On devrait mettre l'accent sur la compréhension conceptuelle, sur l'algèbre comme moyen de représentation, et sur les méthodes algébriques comme outils de résolution de problèmes.

Pratiques pédagogiques

Dans le but de tenir compte des différents styles d'apprentissage des élèves, les enseignants doivent envisager un éventail de méthodes et de stratégies de résolution de problèmes, notamment :

- recourir à des activités dans le cadre desquelles on plie une feuille de papier pour illustrer que l'axe de symétrie traverse le sommet et divise la parabole en deux;
- utiliser la calculatrice à affichage graphique ou la technologie informatique pour rechercher les diverses propriétés de la fonction quadratique;
- utiliser une mire pour explorer les réflexions de fonctions quadratiques;
- faire le lien entre les caractéristiques algébriques d'une fonction quadratique et sa représentation graphique;
- formuler l'équation d'une fonction quadratique quand on dispose de ses caractéristiques et de sa représentation graphique;
- utiliser des tuiles algébriques pour donner un modèle concret permettant de développer le carré;
- représenter des situations réelles en terme de fonctions quadratiques pour résoudre des problèmes de maximum ou de minimum;
- utiliser des stratégies pédagogiques de groupe;
- utiliser des activités appropriées papier-crayon.

Matériel

- calculatrice à affichage graphique et logiciel informatique
- papier graphique
- tuiles algébriques
- mires

Durée

- 12 heures

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

Résultat d'apprentissage
général

Représenter et analyser des fonctions quadratiques, polynomiales et rationnelles à l'aide de la technologie selon le cas.

Résultats d'apprentissage
spécifiques

A-1 utiliser la notation d'intervalle

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Des expériences d'apprentissage par enseignement différencié sont données à la fin de la présente unité (voir les Annexes A-2 à A-9, p. A-66 à A-73).

Certaines des questions et des solutions données ci-après nécessitent l'utilisation de la calculatrice T1-83. Veuillez prendre note que certaines de ces techniques fondées sur la calculatrice à affichage graphique seront nécessaires dans d'autres unités, notamment à l'Unité C : Algèbre et à l'Unité H : Fonctions.

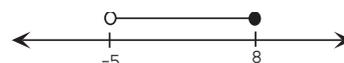
· utiliser diverses notations pour énoncer le domaine et l'image d'inégalités

Dans le cours de *Mathématiques pré-calcul secondaire 2*, les élèves ont appris à énoncer une fonction linéaire de la forme $y = mx + b$ ou $f(x) = mx + b$ où m représentait la pente et b représentait l'ordonnée à l'origine. Les élèves étaient en mesure de faire la distinction entre une relation et une fonction. Ils étaient en mesure d'énoncer le domaine et l'image en utilisant la notation d'inégalité, p. ex., $a < x < b$, $y \geq c$.

Dans le cours de *Mathématiques pré-calcul secondaire 3*, les méthodes pour énoncer une solution ou un domaine et une image sont étendues de façon à inclure les méthodes indiquées ci-après :

Notation ensembliste $\{x \mid -5 < x \leq 8\}$

Droite numérique



où un cercle plein indique que le nombre est inclus, et un cercle vide indique que le nombre est exclus

Notation d'intervalle

$] -5, 8]$
où le sens de l'ouverture du crochet indique si le nombre est inclus ou exclus. Par exemple : dans $[-2, 7]$, -2 et 7 sont inclus; dans $[3, 9[$, 3 est inclus et 9 est exclus.

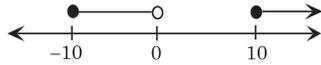
Communications	✓ Résolution
Connections	✓ Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

– suite

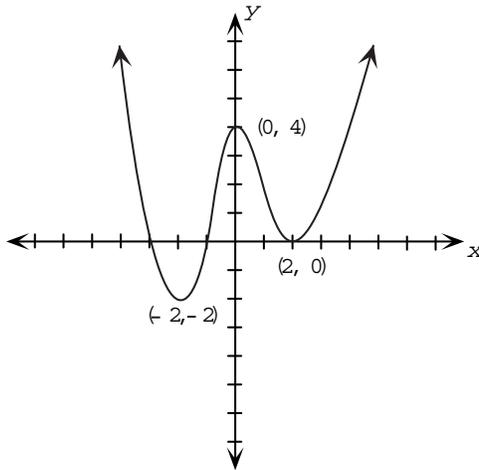
STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Calcul mental

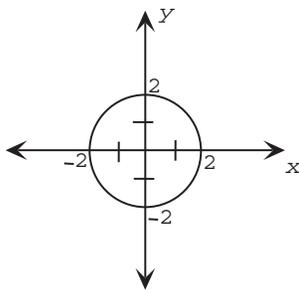
1. Décrivez, à l'aide de la notation d'intervalle, la solution indiquée.



2. Énoncez le domaine et l'image du graphique ci-dessous à l'aide de la notation ensembliste.



3. Déterminez le domaine et l'image de la relation suivante à l'aide de la notation d'intervalle.



NOTES

Ressources imprimées

Mathématiques pré-calcul secondaire 3, Exercices cumulatifs et réponses

Mathématiques pré-calcul secondaire 3, Solutions des exercices cumulatifs

Mathématiques pré-calcul secondaire 3, Cours destiné à l'enseignement à distance
- Module 1, leçons 1, 2

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

A-1 utiliser la notation
d'intervalle
- suite

Communications	✓ Résolution
Connections	✓ Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• utiliser diverses notations pour énoncer le domaine et l'image d'inégalités (suite)

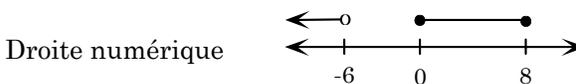
Exemple

Énoncez la solution suivante à l'aide d'une droite numérique, d'une notation ensembliste et d'une notation d'intervalle :

$$x < -6 \text{ ou } 0 \leq x \leq 8$$

Solution

Notation ensembliste $\{x \mid x < -6 \text{ ou } 0 \leq x \leq 8\}$



La flèche indique que toutes les valeurs inférieures à -6 sont incluses.

Notation par intervalle $]-\infty, -6[\cup [0, 8]$

Remarque : le symbole ∞ signifie l'infini, où $-\infty$ signifie que les nombres deviennent infiniment petits et ∞ signifie qu'ils deviennent infiniment grands.

Si le domaine ou l'image est l'ensemble de nombres réels, on peut l'énoncer « tous les nombres réels » ou on peut le formuler en notation par intervalle comme $]-\infty, \infty[$ ou en notation ensembliste comme $\{x \mid x \in \mathbb{R}\}$, $\{y \mid y \in \mathbb{R}\}$.

A-2 tracer et décrire des données de forme quadratique à l'aide d'échelles appropriées

✓ Communications	Résolution
Connections	✓ Raisonnement
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

• résoudre et analyser des problèmes faisant intervenir des fonctions quadratiques

Le polynôme $y = mx + b$ définit une fonction linéaire. Une autre fonction importante est la fonction quadratique, que l'on note comme suit

$$y = ax^2 + bx + c \text{ ou } f(x) = ax^2 + bx + c,$$

où a , b et c sont des nombres réels et $a \neq 0$

Soit l'équation ou le graphique d'une fonction quadratique, les élèves devraient être en mesure de déterminer ce qui suit :

- le sommet
- le domaine
- l'image
- l'axe de symétrie
- les coordonnées à l'origine

Discutez avec les élèves de ce qui se passe lorsque $a = 0$.

Mentionnez que la fonction quadratique a des applications dans le domaine des sciences, du génie, des affaires, de l'industrie et dans de nombreux autres domaines. – suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

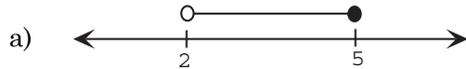
Inscription au journal

1. À l'aide de la notation d'intervalle, décrivez la solution de chaque inégalité.

a) $\{x \mid x < -3 \text{ ou } x \geq 2\}$

b) $\{x \mid -10 < x \leq 5\}$

2. À l'aide de la notation d'intervalle, décrivez la solution de chaque inégalité.



Multimédia

Zap-a-Graph

Ressource imprimée

*Mathématiques pré-calcul
secondaire 3, Cours
destiné à l'enseignement à
distance*
–Module1, Leçons 1, 2

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

A-2 tracer et décrire des données de forme quadratique à l'aide d'échelles appropriées
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• résoudre et analyser des problèmes faisant intervenir des fonctions quadratiques (suite)

Utilisez le problème suivant portant sur l'aire d'un jardin rectangulaire pour modéliser une fonction quadratique. Ce problème permet de faire un lien avec la géométrie ainsi qu'avec une étude algébrique du produit de deux fonctions linéaires.

Exemple

Un jardinier a 40 m de clôture pour entourer un jardin. Quelles dimensions devrait-il donner au jardin pour qu'il ait la plus grande aire possible? Créez un tableau de valeurs pour illustrer de quelle façon des longueurs et des largeurs différentes influent sur sa superficie.

Solution

On peut résoudre la question à l'aide d'un papier et d'un crayon ou à l'aide d'une calculatrice à affichage graphique, tel qu'il est indiqué ci-dessous.

Papier et crayon

Tableau :

Largeur (m)	Longueur (m)	Aire
1	19	19
2	18	36
3	17	51
4	16	64
⋮	⋮	⋮

$$\begin{aligned}
 \text{Périmètre} &= 2x + 2y & \text{Aire} &= xy \\
 2x + 2y &= 40 & &= x(20 - x) \\
 x + y &= 20 & & \\
 y &= 20 - x & &
 \end{aligned}$$

La fonction d'aire est $A(x) = x(20 - x) = -x^2 + 20x$ pour la valeur de x appropriée. Il s'agit d'un exemple d'une fonction quadratique.

Graphique : Demandez aux élèves de représenter graphiquement la fonction quadratique ci-dessous. Discutez des échelles appropriées pour les axes.

À titre de lien avec le résultat suivant, utilisez les graphiques des élèves pour discuter des points suivants :

- a) Le graphique d'une fonction quadratique est une parabole.
- b) Le point de rebroussement de la parabole est son sommet.
- c) L'axe de symétrie d'une parabole traverse le sommet et divise la parabole en deux (faire une démonstration en pliant le papier quadrillé).

<p>✓ Communications Connections Estimation et Calcul Mental</p>	<p>Résolution ✓ Raisonnement Technologie ✓ Visualisation</p>
--	--

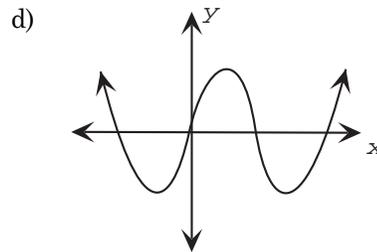
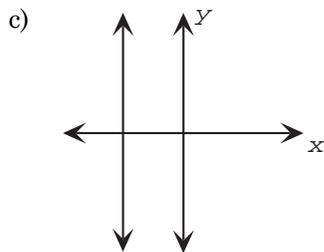
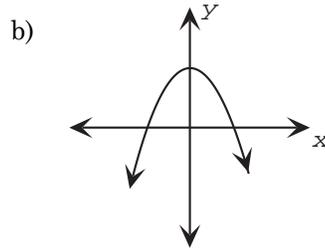
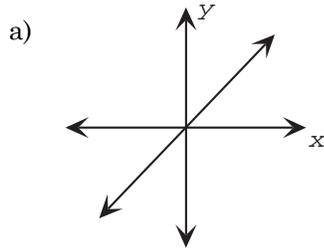
- suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Calcul mental

Identifiez chaque relation comme une fonction linéaire, une fonction quadratique, ou ni l'une ni l'autre.



- e) $y = 6x - 4$
- f) $y = 3x^2 + 2x - 1$
- g) $3x - 2y - 4 = 0$
- h) $3x^2 - 2y - 4 = 0$

Problèmes

1. Est-ce que le point $(-1, 2)$ appartient au graphique de la fonction $f(x) = x^2 - 2x + 1$?
2. À l'aide de votre calculatrice à affichage graphique ou d'un tableau de valeur, représentez graphiquement
 - $f(x) = -x^2$
 - $g(x) = -x^2 + 2$
 - $h(x) = -x^2 - 1$

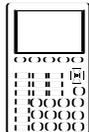
Comparez les trois représentations graphiques. Que remarquez-vous?

Inscription au journal

On peut décrire une fonction linéaire par sa pente. Est-ce qu'une fonction quadratique peut être décrite par sa pente? Expliquez.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

A-2 tracer et décrire des données de forme quadratique à l'aide d'échelles appropriées
- suite



STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· résoudre et analyser des problèmes faisant intervenir des fonctions quadratiques (suite)

Exemple - suite

Solution - suite

Calculatrice à affichage graphique T1-83

Reportez-vous à l'Annexe A-1 pour une révision des fonctions de la T1-83.

1. Réinitialisez les valeurs par défaut (voir le manuel).
2. Entrez les données dans les listes
 - Appuyez sur **[STAT]**, sélectionnez 1: Edit (Remarque : pour sélectionner, amenez le curseur à la sélection pour la mettre en surbrillance et appuyez sur **[ENTER]**.)
 - Videz toutes les listes remplies : utilisez les touches avec flèche pour mettre en surbrillance L1, appuyez sur **[CLEAR]**, **[▼]**. Répétez pour toutes les colonnes remplies.
 - Entrez les longueurs sous L1, les largeurs sous L2 et sous l'aire L3. (**Remarque** : L₁ ou L₂ est la variable indépendante. L₁, L₂ ou L₃ est la variable dépendante.
 - Entrez les nombres de 1 à 20 dans la liste L₁.
 - Mettez en surbrillance L₂, tapez $L_2 = 20 - L_1$:
[2] **[0]** **[-]** **[2nd]** (L₁) **[ENTER]**

Conseils :

- Entrez toutes les données sous L1 avant de passer à L₂.
- Appuyez sur **[ENTER]** une fois que vous avez entré un nombre, et le nombre s'affichera dans la liste.
- Utilisez le curseur de flèche vers la droite pour passer à L₂.
- Pour supprimer une entrée, mettez l'entrée en surbrillance et appuyez sur **[DEL]**.

3. Calculez l'aire en définissant une liste en termes d'une autre.
 - Mettez L₃ en surbrillance et entrez $L_3 = L_1 \times L_2$:
[2nd] (L₁) **[*]** **[2nd]** (L₂) **[ENTER]**
4. Déterminez son équation quadratique.
 - Appuyez sur **[STAT]**, **[▶]**, et sélectionnez 5: QuadReg.

(L'écran de départ s'affichera et QuadReg sera inscrit dans la partie supérieure.)

✓ Communications	Résolution
Connections	✓ Raisonnement
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

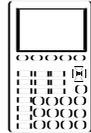
- suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

A-2 tracer et décrire des données de forme quadratique à l'aide d'échelles appropriées
- suite



STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· résoudre et analyser des problèmes faisant intervenir des fonctions quadratiques (suite)

Exemple - suite

Solution - suite

· Appuyez sur $\boxed{2nd}$ (L_1), $\boxed{}$, $\boxed{2nd}$ (L_3) \boxed{ENTER}

(Réponse : $y = ax^2 + bx + c$)

$$a = -1, b = 20, c = 0$$

5. Reproduisez graphiquement la fonction.

Remarque : Les élèves peuvent également utiliser les données dans la liste pour créer un diagramme de dispersion :

- Appuyez sur $\boxed{2nd}$ (STAT PLOT).
- Sélectionnez 1 : Plot 1.
- Un nouvel écran s'affichera. Sélectionnez On.
- À l'aide du curseur, descendez jusqu'à Type et sélectionnez le premier point.
- Sélectionnez Xlist : L_1
- Sélectionnez Ylist : L_3
- Sélectionnez les marques que vous voulez pour représenter les points sur votre graphique.
- Appuyez sur \boxed{ZOOM} et sélectionnez 9: ZoomStat. Un diagramme de dispersion s'affichera.

6. Appuyez sur $\boxed{Y=}$ \boxed{VARS} . Sélectionnez 5: Statistics.

7. Amenez le curseur vers la droite jusqu'à EQ et sélectionnez 1: RegEQ.

8. Appuyez sur \boxed{GRAPH} .

9. Déterminez son sommet.

- Appuyez sur $\boxed{2nd}$ (CALC) $\boxed{3}$ pour obtenir une parabole qui s'ouvre vers le haut - afin de déterminer la valeur minimale.
- Appuyez sur $\boxed{2nd}$ (CALC) $\boxed{4}$ pour obtenir une parabole qui s'ouvre vers le bas - afin de déterminer la valeur maximale.

Cette parabole s'ouvre vers le bas. Utilisez votre curseur gauche pour déterminer la marge gauche, puis appuyez sur \boxed{ENTER} . Utilisez le curseur droit pour déterminer la marge droite, puis appuyez sur \boxed{ENTER} . La calculatrice vous invitera alors à deviner, appuyez sur \boxed{ENTER} .

Réponse : Le sommet est (10,100).

✓ Communications	Résolution
Connections	✓ Raisonnement
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

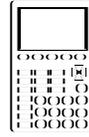
1. À l'aide de votre calculatrice, reproduisez graphiquement et déterminez les propriétés des fonctions quadratiques suivantes (utilisez deux décimales au besoin).

a) $y = -x^2 + 6x - 2$

b) $y = 3x^2 + 7x - 4$

c) $y = 2x^2 - 3x + 5$

2. En comparant chacune des fonctions quadratiques de la question 1 à $y = ax^2 + bx + c$, quelles informations le signe du nombre représentant a vous indique au sujet de la fonction?



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- A-3 déterminer les caractéristiques suivantes de la représentation graphique d'une fonction quadratique :
- sommet
 - domaine et image
 - axe de symétrie
 - coordonnées à l'origine

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- explorer les caractéristiques des fonctions quadratiques de la forme $y = ax^2$ ou $f(x) = ax^2$

Exemple

Représentez graphiquement les équations quadratiques suivantes :

$$y = x^2$$

$$y = -x^2$$

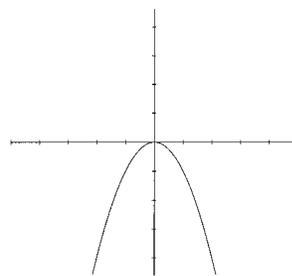
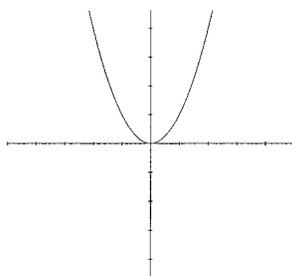
Expliquez le rôle du signe négatif qui précède. Décrivez les représentations graphiques.

Solution

Papier et crayon

$$y = x^2$$

$$y = -x^2$$



Les élèves devraient parvenir aux conclusions suivantes :

La représentation graphique d'une équation quadratique est en forme de U et on l'appelle une parabole. Si le coefficient a est positif, la parabole s'ouvre vers le haut. Si a est négatif, la parabole s'ouvre vers le bas. Le point maximal ou le plus élevé d'une parabole qui s'ouvre vers le bas ou le point minimal ou le plus bas d'une parabole qui s'ouvre vers le haut s'appelle le **sommet** de la parabole.

Par exemple, la représentation graphique de $y = -x^2$ s'ouvre vers le bas de sorte que son sommet est le point maximal. Les coordonnées du sommet dans le cas de $y = x^2$ ou $y = -x^2$ sont $(0,0)$. La représentation graphique de $y = -x^2$ est une réflexion de $y = x^2$ par rapport à l'axe des x .

- | | |
|-------------------------|------------------------|
| ✓ Communications | ✓ Résolution |
| Connections | Raisonnement |
| Estimation et | ✓ Technologie |
| Calcul Mental | ✓ Visualisation |

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Ressource imprimée

*Mathématiques pré-calcul
secondaire 3, Cours
destiné à l'enseignement à
distance*
– Module 1, Leçon 3, 4, 5

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

A-3 déterminer les caractéristiques suivantes de la représentation graphique d'une fonction quadratique :

- sommet
- domaine
- axe de symétrie
- coordonnées à l'origine

– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· explorer les caractéristiques des fonctions quadratiques de la forme $y = ax^2$ ou $f(x) = ax^2$ (suite)

Exemple 1

Représentez graphiquement les équations énoncées ci-dessous, puis complétez le tableau. Vous pouvez vérifier vos représentations graphiques à l'aide d'une calculatrice à affichage graphique.

	$y = \frac{1}{2}x^2$	$y = x^2$	$y = 2x^2$
Sommet			
Équation de l'axe de symétrie			
Domaine			
Image			
Abscisse à l'origine			
Direction de l'ouverture			
Extremums			

À mesure que le coefficient de x^2 augmente en valeur, décrivez ce qui arrive à la forme de la parabole.

Répétez le processus suivant en utilisant

$$y = -\frac{1}{2}x^2 \qquad y = -x^2 \qquad y = -2x^2$$

Décrivez l'incidence d'un coefficient négatif de x^2 sur la représentation graphique d'une parabole.

Solution

Discutez des éléments suivants avec les élèves :
De façon générale, les énoncés suivants sont vrais pour chaque fonction quadratique du type $y = ax^2$:

1. L'axe de symétrie est l'axe des x ; son équation est $x = 0$.
2. Les coordonnées du sommet sont $(0,0)$.
3. Si $a > 0$, la représentation graphique s'ouvre vers le haut.
Si $a < 0$, la représentation graphique s'ouvre vers le bas.
4. Si $|a| > 1$, la représentation graphique est plus étroite que $y = x^2$ (étirement)
Si $|a| < 1$, la représentation graphique est plus large que $y = x^2$ (compression)
5. Si $a > 0$, la valeur minimale de y est 0.
Si $a < 0$, la valeur maximale de y est 0.

- | | |
|-------------------------|------------------------|
| ✓ Communications | ✓ Résolution |
| Connections | Raisonnement |
| Estimation et | ✓ Technologie |
| Calcul Mental | ✓ Visualisation |

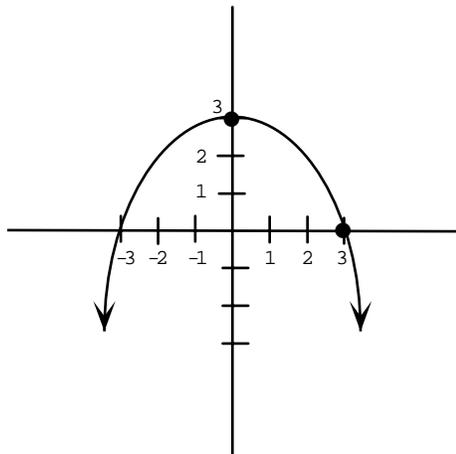
– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Calcul mental

1. Quelle est l'équation de l'axe de symétrie pour $y = \frac{1}{3} x^2$?
2. Quelle est l'image de la fonction $y = -3x^2$?
3. Quel est le sommet de la parabole $y = -\frac{1}{2} x^2$?
4. Quel est le sommet de la parabole $y = 20x^2$?
5. Soit le graphique suivant, répondez aux questions ci-dessous.



- a) Quelles sont les coordonnées du sommet?
- b) Quels sont les abscisses à l'origine?
- c) Quel est le domaine?
- d) Quelle est l'image?
- e) Quelle est l'équation de l'axe de symétrie?
- f) Quelle est la valeur maximale ou minimale?

Inscription au journal

Discutez des similarités et des différences des fonctions.

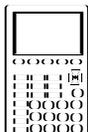
$$f(x) = 3x^2 \text{ et } g(x) = \frac{-1}{3} x^2.$$

Ressource imprimée

*Mathématiques pré-calcul
secondaire 3, Cours
destiné à l'enseignement à
distance*

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- A-3 déterminer les caractéristiques suivantes de la représentation graphique d'une fonction quadratique :
- sommet
 - domaine et image
 - axe de symétrie
 - coordonnées à l'origine
- suite



STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- explorer les caractéristiques des fonctions quadratiques de la forme $y = ax^2$ ou $f(x) = ax^2$ (suite)

Exemple 1 - suite

Solution - suite

Calculatrice à affichage graphique T1-83

1. Entrez les équations
 - Appuyez sur $\boxed{Y=}$. (Appuyez sur $\boxed{\text{CLEAR}}$ pour supprimer toutes les équations.)
 - Entrez chaque équation sur une ligne différente, p. ex.,
 $Y_1 = \boxed{X, T, \theta, n} \boxed{x^2} \boxed{\text{ENTER}}$
 $Y_2 = \boxed{(-)} \boxed{X, T, \theta, n} \boxed{x^2} \boxed{\text{ENTER}}$

Remarque : Utilisez $\boxed{(-)}$, le signe négatif, et non $\boxed{-}$, le signe moins d'opération.
2. Reproduisez graphiquement l'équation.
 - Pour représenter graphiquement une équation précise (à l'écran $Y =$), activez le signe = pour cette équation seulement. Pour faire cela, vous pourriez devoir désactiver tous les autres signes d'égalité en mettant en surbrillance les signes = et en appuyant sur $\boxed{\text{ENTER}}$.
 - Appuyez sur $\boxed{\text{GRAPH}}$.
3. Réglez votre FENÊTRE.
 - Évaluez le domaine et l'image de l'équation pour régler vos valeurs x et y .
 - Appuyez sur $\boxed{\text{ZOOM}}$ et sélectionnez 6: Zstandard.
 - Appuyez sur $\boxed{\text{WINDOW}}$ et remarquez les valeurs par défaut données au graphique.
4. Réglez le tableau.
 - Appuyez sur $\boxed{2\text{nd}}$ (TBLSET), et réglez Indpnt et Depend sur AUTO
 $\Delta \text{Tbl} = 1$
 $\text{TblStart} = -5$
 - Appuyez sur $\boxed{2\text{nd}}$ (TABLE)
 - Remarquez le tableau de valeurs pour la fonction qui est activée à l'écran $Y =$.
 - Évaluez le tableau afin de déterminer les intersections avec les axes ainsi que le sommet.

✓ Communications	✓ Résolution
Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

– suite

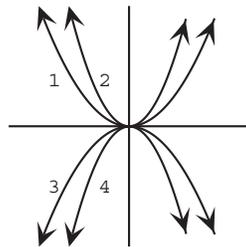
STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

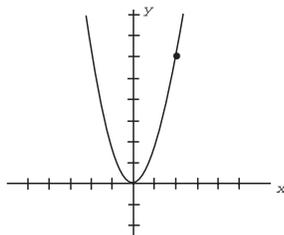
Problèmes

- Décrivez la façon de parvenir à la représentation graphique de chacune des équations suivantes si $y = x^2$ est la courbe de référence.
 - $y = 4x^2$
 - $y = \frac{1}{2}x^2$
 - $y = -7x^2$
- Pour la représentation graphique de $y = ax^2$, répondez aux questions suivantes :
 - Quelle est l'orientation de l'ouverture de la représentation graphique si $a > 0$?
 - Quelle est l'orientation de l'ouverture de la représentation graphique si $a < 0$?
 - Si $a > 0$, est-ce que $y = ax^2$ a un point minimal ou un point maximal?
 - Si $a < 0$, est-ce que $y = ax^2$ a un point minimal ou un point maximal?
- Faites correspondre la lettre de chaque fonction avec le numéro correspondant à sa représentation graphique.

- $y = -2x^2$
- $1,6x^2$
- $y = -2\pi x^2$
- $y = \sqrt{6}x^2$

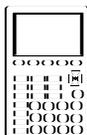


- Écrivez une équation de la forme $y = ax^2$ si $(1,-4)$ est sur la courbe.
- Écrivez l'équation de la représentation graphique. Puis formulez l'équation de la réflexion par rapport à l'axe des x . (Remarquez que chaque marque représente une unité.)



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- A-3 déterminer les caractéristiques suivantes de la représentation graphique d'une fonction quadratique :
- sommet
 - domaine et image
 - axe de symétrie
 - coordonnées à l'origine
- suite



STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- explorer les caractéristiques des fonctions quadratiques de la forme $y = ax^2$ ou $f(x) = ax^2$ (suite)

Exemple 2

Représentez graphiquement $f(x) = 3x^2$ sur une calculatrice à affichage graphique. Utilisez les caractéristiques ZOOM et TRACE pour déterminer son sommet ainsi que ses intersections avec les axes.

Solution

Calculatrice à affichage graphique T1-83

1. Appuyez sur **Y=**.
 - Supprimez toutes les données antérieures.
 - Entrez : **3** **X, T, θ , n** **x²**
2. Réglez la fenêtre.
 - Appuyez sur **WINDOW** et entrez les valeurs suivantes :
 Xmin = -15 Ymin = -10
 Xmax = 15 Ymax = 10
 Xscl = 1 Yscl = 1
3. Reproduisez graphiquement l'équation.
 - Appuyez sur **GRAPH**.
 - Remarquez la courbe en forme de U (que l'on appelle une parabole).

Pour examiner le bas de la courbe plus attentivement, faites ce qui suit :
4. Tracez.
 - Appuyez sur **TRACE**
 - Appuyez sur la flèche de droite **▶** pour déplacer le curseur vers le bas de la parabole. Remarquez les valeurs correspondantes de x et de y à l'écran.
5. Zoom avant
 - Appuyez sur **ZOOM** et sélectionnez 2: Zoom In.
(Remarque : pour sélectionner, mettez en surbrillance la sélection et appuyez sur **ENTER**.)
 - Appuyez sur **ENTER** une fois de plus. Remarquez que le bas de la courbe est élargi.
6. Trouvez le point le plus bas de la courbe, là où y est une valeur minimale.
 - Appuyez sur **TRACE** puis sur la flèche de droite **▶**.
 - Surveillez les nombres qui apparaissent au bas de l'écran et trouvez le point le plus bas pour y. Que vaut x à ce point?
 - Arrondissez la valeur de x au nombre entier le plus près. Entrez ce nombre entier et appuyez sur **ENTER**. La valeur de y s'affichera.

Remarquez que le sommet se trouve à (0,0). L'abscisse à l'origine est 0 et l'ordonnée à l'origine y est 0.

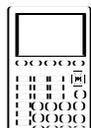
✓ Communications	✓ Résolution
Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- A-3 déterminer les caractéristiques suivantes de la représentation graphique d'une fonction quadratique :
- sommet
 - domaine et image
 - axe de symétrie
 - coordonnées à l'origine
- suite



- | | |
|-----------------------------|------------------------|
| ✓ Communications | ✓ Résolution |
| Connections | Raisonnement |
| Estimation et Calcul Mental | ✓ Technologie |
| | ✓ Visualisation |

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- définir l'équation d'une parabole ($y = ax^2$) si vous connaissez son sommet et un point sur sa représentation graphique

Exemple

- a) Écrivez l'équation d'une parabole dont le sommet est à l'origine et qui passe par le point suivant (2, -4).
- b) Écrivez l'équation de la réflexion de (a) par rapport à l'axe des x .

Solution

$$\begin{aligned} \text{a) } y &= ax^2 & \text{b) } y &= x^2 \\ \therefore -4 &= a(2)^2 \\ -1 &= a \end{aligned}$$

- explorer les caractéristiques de fonctions quadratiques de la forme $y = ax^2 + k$ ou $f(x) = ax^2 + k$

Exemple 1

Explorez les représentations graphiques des fonctions suivantes à l'aide d'un tableau de valeurs. Reproduisez chacune sur le même axe des x . Vérifiez vos représentations graphiques à l'aide de la technologie graphique.

	$y = x^2 + 2$	$y = x^2 + 1$	$y = x^2$	$y = x^2 - 1$	$y = x^2 - 2$
Sommet					
Équation de l'axe de symétrie					
Domaine					
Image					
Abscisses à l'origine					
Orientation de l'ouverture					
Valeur y maximale ou minimale					

Exemple 2

Précisez les racines, le sommet et l'axe de symétrie de $f(x) = x^2 + 3$. Vérifiez vos réponses à l'aide de la technologie graphique. Tracez l'axe de symétrie sur la représentation graphique.

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

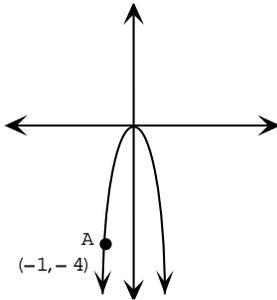
NOTES

Calcul mental

Déterminez la valeur de y du point $(4, y)$ pour qu'il appartienne à la représentation graphique de $f(x) = x^2$.

Problèmes

1.



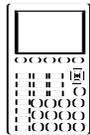
- a) Écrivez l'équation de la fonction quadratique.
 - b) Indiquez les coordonnées de la réflexion de A par rapport à l'axe de symétrie.
2. Vous avez le sommet d'une parabole à $(2,3)$ et un point de la courbe à $P(1,6)$. Déterminez les coordonnées d'un troisième point sur la représentation graphique.
4. Déterminez l'équation de la fonction quadratique si le sommet est $(-1,-1)$ et un point sur sa représentation graphique est $(4, 7)$.
6. Soit la fonction quadratique $y = ax^2 + b$, pour quelles conditions portant sur a et b est-ce que sa représentation graphique passera par
- a) l'origine?
 - b) le point $(-1,-1)$?

Inscription au journal

En quoi les représentations graphiques des fonctions $f(x) = 3x^2 + 4$ et $g(x) = 3x^2 - 2$ sont-elles semblables? Différentes?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- A-3 déterminer les caractéristiques suivantes de la représentation graphique d'une fonction quadratique :
- sommet
 - domaine et image
 - axe de symétrie
 - coordonnées à l'origine
- suite



STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- explorer les caractéristiques des fonctions quadratiques de la forme $y = ax^2$ ou $f(x) = ax^2$ (suite)

Exemple 2 – suite

Solution

Calculatrice à affichage graphique T1-83

1. À partir de la représentation graphique, il est évident qu'il n'y a aucune racine. (La représentation graphique ne traverse pas l'axe des x.)
2. Trouvez le sommet :
 - Appuyez sur **2nd** (CALC) **3** pour une parabole qui s'ouvre vers le haut - pour obtenir la valeur minimale.
 - Appuyez sur **2nd** (CALC) **4** pour une parabole qui s'ouvre vers le bas - pour déterminer la valeur maximale.

Cette parabole s'ouvre vers le haut. Le procédé pour déterminer son sommet ressemble à celui pour trouver ses racines. Utilisez votre curseur de gauche pour déterminer la marge gauche, puis appuyez sur **ENTER**. Utilisez votre curseur de droite pour régler votre marge de droite, puis appuyez sur **ENTER**. La calculatrice vous invitera alors à deviner, appuyez sur **ENTER**.
3. Déterminez l'intersection avec l'axe des y :
 - Appuyez sur **2nd** (CALC) **1**. La calculatrice vous invitera à trouver une valeur de x : entrez 0 et appuyez sur **ENTER**.

Réponse : (0,3)
4. Axe de symétrie : Réponse : $x = 0$
 Dessinez l'axe de symétrie du graphique :
 - Appuyez sur **2nd** (DRAW) et sélectionnez 4: Vertical.

Utilisez alors le curseur pour déplacer la droite verticale. Dans ce cas, c'est au bon endroit.

✓ Communications	✓ Résolution
Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Écrivez une équation de la forme $y = ax^2 + k$, dont le sommet est $(0, -3)$ et qui passe par le point $(1, -1)$.

Inscriptions au journal

1. Décrivez comment parvenir à la représentation graphique de chacune des équations suivantes si $y = x^2$ est la courbe de référence.

a) $f: x \rightarrow 5x^2 + 4$

b) $\{(x, -2x^2 + 1)\}$

c) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 1$

d) $-y + 3x^2 = 2$

2. Une fonction quadratique f est définie par $f: x \rightarrow ax^2 + k$, $a \neq 0$. Décrivez la représentation graphique de f si

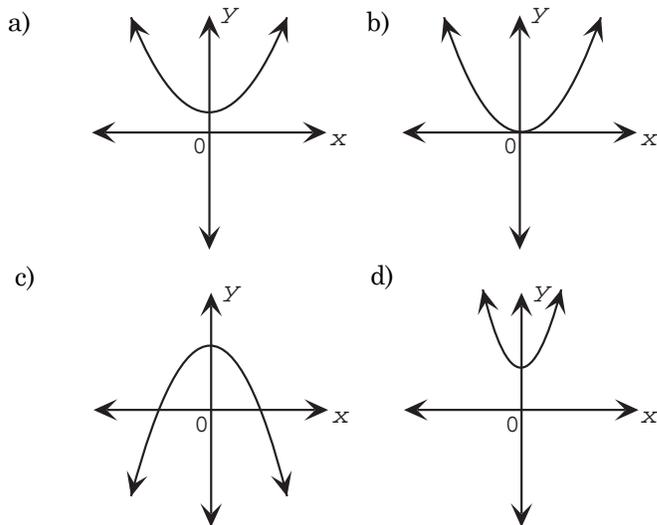
a) $a > 0$ et $k > 0$

b) $a > 0$ et $k < 0$

c) $a < 0$ et $k > 0$

d) $a < 0$ et $k < 0$

3. Laquelle ou lesquelles des représentations suivantes ne pourraient pas être une représentation de $y = ax^2 + 3$? Expliquez pourquoi.



**RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS**

- A-3 déterminer les caractéristiques suivantes de la représentation graphique d'une fonction quadratique :
- sommet
 - domaine et image
 - axe de symétrie
 - coordonnées à l'origine
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- explorer les caractéristiques des fonctions quadratiques de la forme $y = ax^2$ ou $f(x) = ax^2$ (suite)

Exemple 4

Décrivez les similarités et les différences des fonctions quadratiques $y = -x^2 + 4$ et $y = x^2 + 4$.

Solution

Remarquez que les deux paraboles ont le même sommet, mais s'ouvrent dans des directions opposées.

Discutez des généralisations suivantes dans le cas des fonctions du type $y = ax^2 + k$. Vous pouvez utiliser l'exemple suivant.

1. L'axe de symétrie est l'axe des y ; son équation est $x = 0$
2. Les coordonnées du sommet sont $(0, k)$.
3. $y = ax^2 + k$ est la représentation graphique de $y = ax^2$ déplacée de k unités verticalement :
Si $k > 0$, la parabole est déplacée vers le haut
Si $k < 0$, la parabole est déplacée vers le bas
4. Si $a < 0$, la valeur minimale de y est k .
Si $a > 0$, la valeur maximale de y est k .

Exemple 5

- a) Décrivez la représentation graphique de $y = -x^2 - 3$ par rapport à $y = ax^2$.
- b) Quelle représentation graphique est la plus large, $y = -2x^2 + 5$ ou $y = \frac{1}{2}x^2 + 5$?

Expliquez pourquoi.

Solution

- a) La représentation graphique de $y = -x^2$ est réfléchiée dans l'axe des x et déplacée vers le bas de trois unités.
- b) $y = \frac{1}{2}x^2 + 5$ est plus large étant donné que $\frac{1}{2} < |-2|$.

✓ Communications	✓ Résolution
Connections	Raisonnement
Estimation et Calcul Mental	✓ Technologie
	✓ Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Calcul mental

1. Si les points (0,0) et (2,4) sont sur la représentation graphique d'une fonction quadratique, quelle est son équation?
2. Quelle est la valeur de x du point $(x, 9)$ s'il est sur la représentation graphique de $f(x) = x^2$?
3. À combien d'unités au-dessus de l'axe des x se trouve le sommet de $f(x) = -x^2 + 2$?
4. Déterminez la valeur de y si le point $(2, y)$ se trouve sur la représentation graphique de $r(x) = 2x^2 + 7$.
5. Dites si chacun des énoncés suivants est vrai ou faux. Si l'énoncé est faux, reformulez-le de façon à ce qu'il soit vrai.
 - a) La représentation graphique de $y = 3x^2 + 4$ est la représentation graphique de $y = 3x^2$ déplacée vers le bas de 4 unités.
 - b) La représentation graphique de $\{(x, -x^2 - 3)\}$ est la représentation graphique de $\{(x, -x^2)\}$ déplacée de 3 unités vers le bas.
 - c) Le sommet de la représentation graphique de $y = 2x^2$ est l'origine.
 - d) Le sommet de la représentation graphique de $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$ est $(0, -2)$.
 - e) Une équation de l'axe de symétrie de la représentation graphique de $y = x^2 - 1$ est $x = -1$.
 - f) La représentation graphique de $y = x^2 - 1$ s'ouvre vers le bas.
 - g) La représentation graphique de $y = -x^2 - 2$ s'ouvre vers le bas.
 - h) La valeur maximale de $\{(x, y) \mid y = -2x^2 + 3\}$ est -2 .
 - i) La valeur minimale de $\{(x, y) \mid y = 3x^2 - 4\}$ est -4 .
 - j) Si $f(x) = 2x^2 + 3$, alors $f(x) = f(-x)$, pour toutes les valeurs de x .
 - k) La représentation graphique de $y = x^2 + 4$ est symétrique par rapport à l'axe des y .
 - l) Les représentations graphiques de $y = x^2 + 2$ et $y = -x^2 + 2$ sont des réflexions régulières l'une de l'autre par rapport à l'axe des abscisses.
 - m) La représentation graphique de $y = 2x^2 + 3$ est une parabole plus étroite que la représentation graphique de $y = \frac{1}{2}x^2 + 3$.
 - n) L'image de $\{(x, -x^2 + 2)\}$ est $\{y \mid y \leq 2\}$.

**RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS**

- A-3 déterminer les caractéristiques suivantes de la représentation graphique d'une fonction quadratique :
- sommet
 - domaine et image
 - axe de symétrie
 - coordonnées à l'origine
- *suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- explorer les caractéristiques des fonctions quadratiques de la forme $y = ax^2$ ou $f(x) = ax^2$ (suite)

Exemple 1

Créez un tableau de valeurs pour chacune des fonctions suivantes. Reproduisez alors graphiquement chaque fonction sur le même système d'axes. Reproduisez graphiquement d'abord $y = x^2$. Vous pouvez vérifier vos réponses à l'aide de la technologie graphique.

Ou, en remplacement, vous pouvez entrer chaque fonction dans la calculatrice à affichage graphique et compléter le tableau.

	$y = (x+2)^2$	$y = (x+1)^2$	$y = x^2$	$y = (x-1)^2$	$(x-2)^2$
Sommet					
Équation de l'axe de symétrie					
Domaine					
Image					
Abscisses à l'origine					
Orientation de l'ouverture					
Valeur y maximale ou minimale					

Exemple 2

Faites une prédiction du sommet et de l'axe de symétrie pour $f(x) = (x - 4)^2$. Vérifiez votre réponse en faisant la représentation graphique.

Discutez des généralisations suivantes pour les fonctions du type $y = a(x - h)^2$:

1. L'axe de symétrie est la droite $x = h$
2. Les coordonnées du sommet sont $(h, 0)$.
3. $y = a(x - h)^2$ est la représentation graphique de $y = ax^2$ déplacée de $|h|$ unités horizontalement.
Si $h > 0$, la parabole est déplacée vers la droite.
Si $h < 0$, la parabole est déplacée vers la gauche.
4. Si $a > 0$, la valeur minimale de y est 0.
Si $a < 0$, la valeur maximale de y est 0

- | | |
|-----------------------------|------------------------|
| ✓ Communications | ✓ Résolution |
| Connections | Raisonnement |
| Estimation et Calcul Mental | ✓ Technologie |
| | ✓ Visualisation |

– *suite*

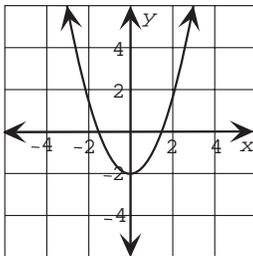
STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

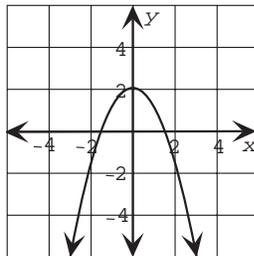
Calcul mental

1. Reproduisez le graphique d'une fonction quadratique s'ouvrant vers le bas dont le sommet est dans le quadrant III.
2. Laquelle ou lesquelles des équations suivantes décrivent une fonction quadratique qui s'ouvre vers le bas?
 - a) $f(x) = -x + 2$
 - b) $f(x) = x^2 + 2$
 - c) $f(x) = -x^2 + 2$
3. Faites correspondre l'équation à sa représentation graphique.
 - a) $y = x^2 - 2$
 - b) $y = x^2 + 2$
 - c) $y = -x^2 + 2$

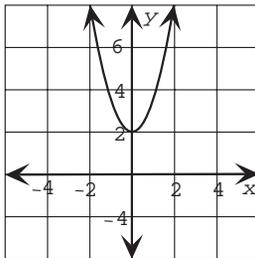
i)



ii)



iii)



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- A-3 déterminer les caractéristiques suivantes de la représentation graphique d'une fonction quadratique :
- sommet
 - domaine et image
 - axe de symétrie
 - coordonnées à l'origine
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- explorer les caractéristiques des fonctions quadratiques de la forme $y = ax^2$ ou $f(x) = ax^2$ (suite)

Exemple 3

Décrivez les caractéristiques de la représentation graphique de $y = -2(x + 1)^2$.

Solution

La représentation graphique a pour sommet $(-1, 0)$, axe de symétrie : $x = -1$, domaine : tous les nombres réels, image : $y \leq 0$, abscisse à l'origine : -1 , ordonnée à l'origine : -2 , et s'ouvre vers le bas avec une valeur de y maximale de 0 .

- explorez les caractéristiques des fonctions quadratiques de la forme $y = a(x - h)^2 + k$ ou $f(x) = a(x - h)^2 + k$.

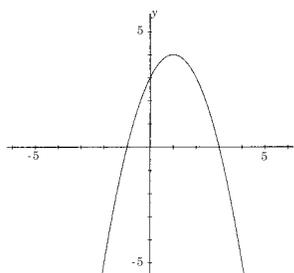
Exemple 1

Explorez les graphiques des fonctions suivantes à l'aide d'un tableau de valeurs. Reproduisez graphiquement $y = x^2$ d'abord, puis représentez graphiquement et individuellement les équations suivantes. Vérifiez vos réponses à l'aide de la technologie.

	$y = (x - 1)^2 + 2$	$y = (x - 1)^2 - 2$	$y = (x + 1)^2 + 2$	$y = (x + 1)^2 - 2$
Sommet				
Équation de l'axe de symétrie				
Domaine				
Image				
Abscisse à l'origine				
Orientation de l'ouverture				
Valeur y maximale ou minimale				

Exemple 2

Soit la représentation graphique suivante d'une fonction quadratique, donnez son sommet, son axe de symétrie, sa valeur maximale ou minimale, les intersections avec les axes, le domaine et l'image.



- | | |
|-------------------------|------------------------|
| ✓ Communications | ✓ Résolution |
| Connections | Raisonnement |
| Estimation et | ✓ Technologie |
| Calcul Mental | ✓ Visualisation |

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Entrez la fonction $f(x) = \frac{1}{2}(x - 3)^2$ à l'aide de la calculatrice à affichage graphique.

- a) Utilisez TRACE pour vérifier
 - le sommet
 - les abscisses à l'origine
 - les ordonnées à l'origine
 - la valeur max./min.

b) Utilisez la fonction « dessin » pour tracer l'axe de symétrie à l'aide de votre calculatrice.

2. Sans utiliser les tableaux de valeurs, dessinez les représentations graphiques des équations suivantes. Fournissez une explication écrite des étapes nécessaires pour le déplacement de $y = x^2$.

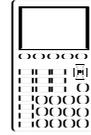
- a) $f: x \rightarrow \frac{1}{2}(x - 4)^2$
- b) $y = -2(x - 1)^2$
- c) $\{x, 2(x + 1)^2\}$

3. Entrez la fonction $f(x) = 3x^2 - 10x + 4$ à l'aide de la calculatrice à affichage graphique.

- a) Réglez la fenêtre de sorte que
 - Xmin = -1 Ymin = -5
 - Xmax = 1 Ymax = 5

Dessinez la représentation graphique qui en résulte. Décrivez la représentation graphique en mots.

b) Expliquez pourquoi la fonction illustrée dans la fenêtre ne ressemble pas à une fonction quadratique. Que pouvez-vous faire pour que la représentation graphique ressemble à une fonction quadratique?



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

A-3 déterminer les caractéristiques suivantes de la représentation graphique d'une fonction quadratique :

- sommet
- domaine et image
- axe de symétrie
- coordonnées à l'origine

– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· explorer les caractéristiques des fonctions quadratiques de la forme $y = a(x - h)^2 + k$ ou $f(x) = a(x - h)^2 + k$ (suite)

Exemple 2 - suite

Solution

$$y = -(x - 1)^2 + 4$$

$$y = -x^2 + 2x + 1 + 4$$

$$y = -x^2 + 2x + 3$$

$$y = -(x^2 - 2x - 3)$$

$$y = (x - 3)(x + 1)$$

Sommet : (1, 4)

Valeur maximale : $y = 4$

Axe de symétrie : $x = 1$

Racines : $x = -1$ ou $x = 3$

Domaine : $\{x \mid x \in R\}$ Remarquez qu'il n'y a aucune limite à x ; x peut être n'importe quel nombre réel.

Image : $\{y \mid y \leq 4\}$ La valeur de y peut être n'importe quelle valeur plus petite que la valeur maximale.

Exemple 3

Faites une prédiction du sommet et de l'axe de symétrie de $f(x) = (x + 3)^2 + 2$.

Solution

Sommet : (-3, 2)

Axe de symétrie : $x = -3$

Discutez des généralisations suivantes pour la fonction $y = a(x - h)^2 + k$:

1. L'axe de symétrie est la droite $x = h$.
2. Les coordonnées du sommet sont (h, k) .
3. La valeur de a contrôle le rétrécissement et l'étirement ainsi que la direction de l'ouverture, h contrôle les déplacements horizontaux, et k contrôle les déplacements verticaux.
4. Si $a > 0$, la valeur minimale de y est à $y = k$.
Si $a < 0$, la valeur maximale de y est à $y = k$.

✓ **Communications** ✓ **Résolution**
 Connexions Raisonnement
 Estimation et ✓ **Technologie**
 Calcul Mental ✓ **Visualisation**

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Déterminez l'équation de la fonction quadratique dont le sommet est $(-1, 1)$ si un point sur sa représentation graphique est $(4, 7)$.
2. Si l'image de la fonction $y = a(x - h)^2 + k$ est $\{y \mid y \leq 2\}$,
 - a) est-ce que la valeur de a est positive ou négative?
 - b) déterminez la valeur numérique de k .
3. a) Une fonction quadratique a pour sommet $(2, 6)$. Si la même courbe passe par $(1, 7)$, déterminez la valeur de a pour $y = a(x - h)^2 + k$.
 - b) Est-ce que la fonction a une valeur maximale ou minimale?
 - c) Écrivez l'équation de la parabole.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- A-3 déterminer les caractéristiques suivantes de la représentation graphique d'une fonction quadratique :
- sommet
 - domaine et image
 - axe de symétrie
 - coordonnées à l'origine
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- explorer les caractéristiques des fonctions quadratiques de la forme $y = a(x - h)^2 + k$ ou $f(x) = a(x - h)^2 + k$ (suite)

Exemple 4

Si $\left(1, \frac{3}{2}\right)$ est un point du graphique $y = (x - 2)^2 + k$, quel nombre réel est alors la valeur minimale de la fonction?

Solution

$$\frac{3}{2} = (1 - 2)^2 + k$$

$$\frac{3}{2} = 1 + k$$

$$\frac{1}{2} = k$$

La valeur minimale est $\frac{1}{2}$

- déterminer les points d'intersection avec l'axe des x d'une fonction quadratique qui est formulée comme le produit de deux fonctions linéaires

Exemple 1

Déterminez les points d'intersection avec l'axe des x de $y = (x - 2)(x + 1)$.

Solution

Si $y = (x - 2)(x + 1)$, on trouve ses zéros en donnant à y la valeur 0.

$$(x - 2)(x + 1) = 0$$

$$\text{Soit } x - 2 = 0 \quad \text{ou} \quad x + 1 = 0$$

$$x = 2 \quad \text{ou} \quad x = -1$$

Les zéros sont 2 et -1.

Les points d'intersection sont : (2, 0) et (-1, 0).

Les **zéros d'une fonction**, f , sont les valeurs de x qui rendent $f(x) = 0$. On peut les utiliser pour déterminer les intersections- x . Pour déterminer les **points d'intersection avec l'axe x** d'une fonction quadratique qui est formulée comme le produit de fonctions linéaires, utilisez la **propriété du produit nul** :

Si $ab = 0$, alors $a = 0$ ou $b = 0$ doit être vraie.

À l'aide de l'exemple suivant,

$$(x - 2)(x + 1) = y$$

$$a \quad b = y$$

$$\text{si} \quad ab = 0$$

alors $(x - 2) = 0$ ou $(x + 1) = 0$ doit être vraie.

✓ Communications	✓ Résolution
Connexions	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Calcul mental

1. Une fonction quadratique a une valeur maximale de -4 et un axe de symétrie $x = 3$. Quelles sont les coordonnées du sommet?
2. Est-ce que le graphique de la fonction quadratique de la question 1 s'ouvre vers le haut ou vers le bas?

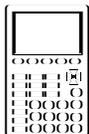
Problèmes

1. Écrivez une séquence de transformations qui produira le graphique de $y = -(x - 2)^2 + 2$ à partir de $y = x^2$.
2. Le point (s, t) appartient au graphique de $f(x) = x^2$. Si $f(x)$ est transformé et devient $g(x) = -2(x - 1)^2 - 3$, quel point sur g correspond à (s, t) ?
3. Créez une fonction quadratique dont le sommet est $(2, 3)$ et qui a
 - a) une valeur minimale
 - b) une valeur maximale
4. Créez une fonction quadratique de la forme $y = a(x - h)^2 + k$ qui a exactement un point d'intersection avec l'axe des x .
5. Soit $f(x) = a(x - h)^2 + k$, quelle est l'effet de ce qui suit sur la représentation graphique de :
 - a) la valeur de a ?
 - b) le signe de a ?
 - c) la valeur de h ?
 - d) la valeur de k ?
6. Utilisez la calculatrice à affichage graphique pour déterminer les zéros de la fonction $f(x) = 13,7x^2 - 43x + 3$.



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- A-3 déterminer les caractéristiques suivantes de la représentation graphique d'une fonction quadratique :
- sommet
 - domaine et image
 - axe de symétrie
 - coordonnées à l'origine
- suite



STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- déterminer les points d'intersections avec l'axe des x d'une fonction quadratique qui est formulée comme le produit de deux fonctions linéaires (suite)

Exemple 2 (Calculatrice graphique TI-83)

Entrez la fonction $y = (x - 2)(x + 1)$ dans la calculatrice graphique. Utilisez n'importe laquelle ou toutes les méthodes suivantes pour déterminer les zéros.

- a) Utilisez TRACE pour obtenir des réponses approximatives (lors du traçage, réglez la fenêtre aux valeurs « nombres entiers »).
- b) Utilisez la fonction ZERO.
- c) Utilisez le résolveur d'équations.
- d) Utilisez le tableau de valeurs reliées à la fonction.

Solution (à l'aide de la calculatrice graphique TI-83)

1. Réinitialisez les valeurs par défaut (vérifiez dans votre manuel à la rubrique Réinitialisation de la calculatrice TI-83, Réinitialisation des valeurs par défaut).
2. Appuyez sur $\boxed{Y=}$.
3. Entrez l'équation à côté de Y_1 .

Séquence de saisie :

$\boxed{(}$ $\boxed{X, T, \theta, n}$ $\boxed{-}$ $\boxed{2}$ $\boxed{)}$ $\boxed{(}$ $\boxed{X, T, \theta, n}$ $\boxed{+}$ $\boxed{1}$ $\boxed{)}$

4. Appuyez sur \boxed{ZOOM} et sélectionnez 8: Integer.
5. Réglez une fenêtre conviviale (voir Annexe A-1 pour de plus amples détails). Appuyez sur \boxed{WINDOW} . Modifiez les données suivantes :
 - $X_{\min} = -9,4$
 - $X_{\max} = 9,4$
 - $Y_{\min} = -9,4$
 - $Y_{\max} = 9,4$
6. Déterminez les zéros en utilisant l'une des méthodes suivantes :

- a) À l'aide de \boxed{TRACE} : Appuyez sur \boxed{TRACE} . Utilisez les flèches gauche $\boxed{\blacktriangleleft}$ et droite $\boxed{\blacktriangleright}$ pour tracer le long de la représentation graphique. Trouvez x lorsque $y = 0$.
- b) À l'aide de la fonction ZERO : Appuyez sur $\boxed{2nd}$ (CALC) et sélectionnez 2 : Zero. Identifiez les valeurs des marges gauche et droite de chaque zéro et devinez.
- c) Utilisez le résolveur d'équations : Appuyez sur \boxed{MATH} et sélectionnez 0 : Solver.

- Appuyez sur la flèche vers le haut pour modifier l'équation à l'écran (un nouvel écran s'affichera).
- Appuyez sur \boxed{CLEAR} pour supprimer l'équation à droite de $0 =$.

– suite

✓ Communications	✓ Résolution
Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

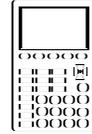
NOTES

Calcul mental

Trouve les abscisses à l'origine de $f(x) = (x - 2)(x + 9)$.

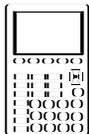
Inscription au journal

Énoncez les abscisses à l'origine de $y = (x + 3)(x - 9)$. Énoncez comment les trouver à l'aide des diverses fonctions de la calculatrice à affichage graphique.



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- A-3 déterminer les caractéristiques suivantes de la représentation graphique d'une fonction quadratique :
- sommet
 - domaine et image
 - axe de symétrie
 - coordonnées à l'origine
- suite



STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **déterminer les points d'intersection avec l'axe des x d'une fonction quadratique qui est formulée comme le produit de deux fonctions linéaires (suite)**

Exemple 2 (Calculatrice à affichage graphique) - suite

Solution - suite

- Entrez l'équation à côté de $0 =$ pour qu'elle se lise $0 = (x - 2)(x + 1)$. Appuyez sur **ENTER** (un nouvel écran s'affichera).
 - Évaluez votre équation pour les valeurs possibles des intersections x , puis entrez alors un nombre à côté de $x =$ qui soit inférieur à une intersection x possible, p. ex., entrez **(-)** **2**. Appuyez sur **ALPHA** (SOLVE). Une réponse s'affichera. Arrondissez votre réponse (Rép : $x = -1$). Répétez cette dernière étape pour déterminer l'autre intersection x , p. ex., entrez 1 (Rép. : $x = 2$).
- d) Appuyez sur **2nd** (Table) et évaluez. Déterminez les valeurs de x quand $y = 0$.

- **identifier les propriétés (y compris l'axe de symétrie) d'une fonction quadratique formulée comme le produit de deux fonctions linéaires.**

Les élèves pourraient trouver qu'il est plus constructif de compléter un tableau comme celui ci-dessous. On peut utiliser cette méthode si la fonction quadratique se décompose facilement en facteurs.

Discutez avec les élèves des points suivants :

1. Pour déterminer les abscisses à l'origine, résoudre l'équation $f(x) = 0$ ou $y = 0$.
2. Pour trouver la coordonnée x du sommet, utilisez la formule du point milieu $\frac{x_1 + x_2}{2}$ où x_1 et x_2 sont les abscisses à l'origine.
3. Pour déterminer la coordonnée y du sommet, remplacez la coordonnée x du sommet dans la fonction originale.

Exemple

Reproduisez graphiquement les fonctions suivantes (avec ou sans technologie graphique) et complétez le tableau.

	Intersection-x	Point milieu de la coordonnée x des intersections-x	Sommet	Coordonnée x du sommet
$y = (x + 4)(x - 2)$				
$y = (x + 1)(x + 8)$				
$y = (x - 3)(x - 5)$				

– suite

- | | |
|-------------------------|------------------------|
| ✓ Communications | ✓ Résolution |
| Connexions | Raisonnement |
| Estimation et | ✓ Technologie |
| Calcul Mental | ✓ Visualisation |

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- A-3 déterminer les caractéristiques suivantes de la représentation graphique d'une fonction quadratique :
- sommet
 - domaine et image
 - axe de symétrie
 - coordonnées à l'origine
- suite

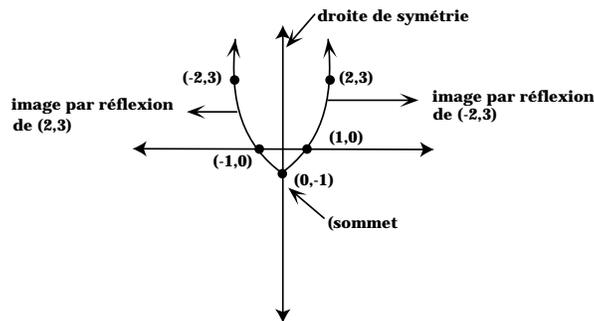
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- identifier les propriétés (y compris l'axe de symétrie) d'une fonction quadratique formulée comme le produit de deux fonctions linéaires. (suite)

L'axe de symétrie est la droite verticale traversant le sommet.

Discutez de ce qui suit :

La droite de symétrie, tracée à travers le sommet, divise la parabole en deux moitiés symétriques. Chaque point de la parabole, lorsque réfléchi par rapport à la droite de symétrie, donne une image qui est également sur la parabole.



Exemple 1

Trouvez les points d'intersection avec l'axe des x, l'équation de l'axe de symétrie et le sommet de $y = x^2 + 4x - 5$.

Solution

Facteur $y = (x + 5)(x - 1)$
 abscisses à l'origine si $y = 0$
 $(x + 5)(x - 1) = 0$
 $x + 5 = 0; x - 1 = 0$
 $x = -5$ ou $x = 1$

les points d'intersection sont : $(-5, 0)$ et $(1, 0)$

Axe de symétrie c'est la droite verticale traversant la coordonnée x du point milieu du segment rejoignant $(-5, 0)$ et $(1, 0)$.

$$\therefore \text{coordonnées } x \text{ du point milieu} = \frac{-5 + 1}{2} = -2$$

\therefore l'équation de l'axe de symétrie est $x = -2$

✓ Communications	✓ Résolution
Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

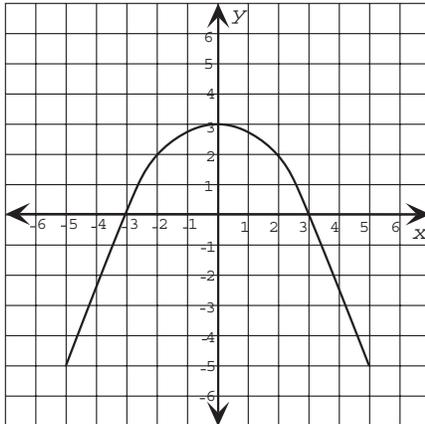
– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Pour ce qui suit, trouvez le domaine, l'image, les coordonnées du sommet, l'équation de l'axe de symétrie, les zéros, le point d'intersection avec l'axe des y et la valeur minimale ou la valeur maximale.



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- A-3 déterminer les caractéristiques suivantes de la représentation graphique d'une fonction quadratique :
- sommet
 - domaine et image
 - axe de symétrie
 - coordonnées à l'origine
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- identifier les propriétés (y compris l'axe de symétrie) d'une fonction quadratique formulée comme le produit de deux fonctions linéaires. (suite)

Exemple 1 - suite

Solution - suite

Sommet : Remplacez $x = -2$ dans
 $y = (x + 5)(x - 1)$
 $= (-2 + 5)(-2 - 1)$
 $= (3)(-3)$
 Sommet : $(-2, -9)$

Exemple 2

Trouvez les propriétés de $y = 2x^2 + 6x - 1$ à l'aide de la technologie graphique.

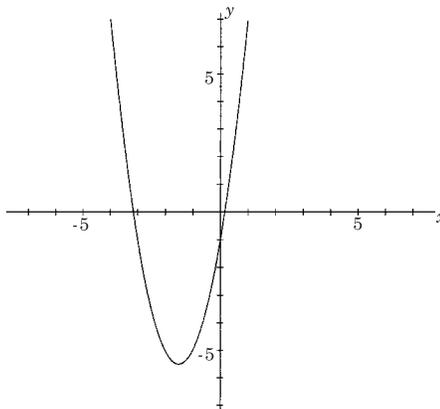
Solution

On écrit ce qui suit pour la calculatrice à affichage graphique TI-83. Reproduisez graphiquement la fonction :

Y= [2] [X, T, θ, n] [x²] [+] [6] [X, T, θ, n] [-] [1] [GRAPH]

Remarque : Assurez-vous que le signe = à côté de Y₁ est activé (ou mis en surbrillance) ou que la représentation graphique de cette fonction ne s'affichera pas à l'écran. Pour l'activer, mettez en surbrillance le signe = et appuyez sur **ENTER**.

La représentation graphique qui en résulte est :



Déterminez le sommet : Appuyez sur **2nd** (CALC) **3**

- | | |
|-------------------------|------------------------|
| ✓ Communications | ✓ Résolution |
| Connections | Raisonnement |
| Estimation et | ✓ Technologie |
| Calcul Mental | ✓ Visualisation |

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

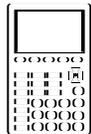
NOTES

Problème

Soit $f(x) = x^2 + 2x - 3$, trouvez la longueur du segment qui joint son sommet à l'un de ses points d'intersection avec l'axe des x .

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- A-3 déterminer les caractéristiques suivantes de la représentation graphique d'une fonction quadratique :
- sommet
 - domaine et image
 - axe de symétrie
 - coordonnées à l'origine
- suite



STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- identifier les propriétés (y compris l'axe de symétrie) d'une fonction quadratique formulée comme le produit de deux fonctions linéaires. (suite)

Exemple 2 - suite

Solution - suite

Réglez vos marges de chaque côté de la valeur minimale. Le résultat est $(-1,5; -5,5)$.

Sommet : $(-1, 5; -5, 5)$
 Axe de symétrie : $x = -1, 5$
 Valeur minimale : $y = -5, 5$
 Domaine : $\{x \mid x \in \mathfrak{R}\}$
 Image : $\{y \mid y \geq -5, 5\}$

Pour déterminer les abscisses à l'origine ou les racines, appuyez sur **2nd** (CALC) **2**.

Réglez minutieusement les marges supérieure et inférieure. (Réponse : $x \approx -3,16$ ou $x \approx 0,16$.)

Pour déterminer l'ordonnée à l'origine : appuyez sur **2nd** **1** (CALC) **0** **ENTER**

(Réponse : $y = -1$.)

Exemple 3

Utilisez la technologie pour reproduire graphiquement $f(x) = x^2 - 6x + 4$ et pour déterminer le sommet, le domaine, l'image, l'axe de symétrie et les coordonnées à l'origine.

Solution

Sommet : $(3, -5)$
 Domaine : tous les nombres réels ou $]-\infty, \infty[$
 Image : $[-5, \infty[$ ou $\{y \mid y \geq -5\}$
 Axe de symétrie : $x = 3$
 Abscisses à l'origine : environ 0,78 et 5,23
 Ordonnée à l'origine : 4

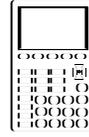
✓ Communications	✓ Résolution
Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

À l'aide d'une calculatrice à affichage graphique, reproduisez graphiquement $y = -x^2 - 4x + 3$ et déterminez le sommet, le domaine, l'image, l'axe de symétrie et les coordonnées à l'origine.



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

A-4 faire le lien entre des transformations algébriques et des transformations graphiques de fonctions quadratiques à l'aide de la complétion du carré au besoin

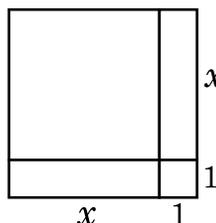
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Dans cette section, la fonction $f(x) = ax^2 + bx + c$ sera transformée en $f(x) = a(x - h)^2 + k$. Ce processus s'appelle la complétion du carré.

• complétez le carré à l'aide de tuiles et algébriquement

Les élèves auront besoin de tuiles algébriques pour compléter la première partie de ce résultat.

Discutez avec les élèves de ce qui suit :



Ce modèle se compose d'une tuile x^2 , de deux tuiles x et d'une tuile unitaire.

L'aire du carré est la somme des tuiles.

$$x^2 + 2x + 1$$

Étant donné que le côté du carré est $x + 1$, l'aire peut se formuler comme suit $(x + 1)^2$

Le modèle forme un carré complet :

$$x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$$

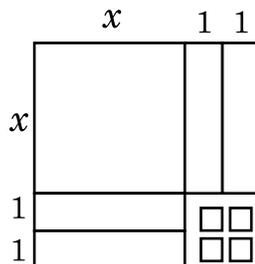
Carré parfait = carré d'un binôme trinôme.

Si on vous donnait $x^2 + 2x$, vous complétez le carré en ajoutant une unité.

Exemple 1

Vous avez $x^2 + 4x$. Pour compléter le carré, combien d'unités faudrait-il ajouter?

Solution



Réponse : 4. L'expression se formulerait comme suit :

$$x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2.$$

– suite

Communications	Résolution
✓ Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Calcul mental

1. Développez : $(x - 2)(x + 2)$
2. Développez : $(x + 2)^2$
3. Décomposez en facteurs : $x^2 + 10x + 25$
4. $(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3}) = a$. Déterminez a .

Problème

Pour quelle valeur de m chacun des énoncés suivants est un carré parfait?

- a) $x^2 - 4x + m$
- b) $x^2 - 5x + m$
- c) $x^2 + \frac{1}{2}x + m$

NOTES

Ressource imprimée

*Mathématiques pré-calcul
secondaire 3, Cours
destiné à l'enseignement à
distance*
– Module 1, Leçon 6

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- A-4 faire le lien entre des transformations algébriques et des transformations graphiques de fonctions quadratiques à l'aide de la complétion du carré au besoin
– suite

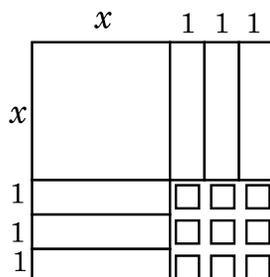
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- compléter le carré à l'aide de tuiles et algébriquement (suite)

Exemple 2

Dans le cas de $x^2 + 6x$, combien d'unités devraient être rajoutées pour compléter le carré?

Solution



L'expression s'écrirait comme suit $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$.

Discutez des points suivants avec les élèves :

À partir des exemples ci-dessus, on peut déduire que le nombre minimal de tuiles unitaires nécessaires pour développer le carré est le carré de la moitié du coefficient de x .

Si $x^2 + bx + c$ est un trinôme carré parfait, alors $\left(\frac{b}{2}\right)^2 = c$.

Pour développer le carré de l'expression $x^2 + bx$, ajoutez

$$c = \left(\frac{b}{2}\right)^2.$$

On a recours à ce processus pour transformer $y = ax^2 + bx + c$ en $y = a(x - h)^2 + k$.

- transformer la forme quadratique $y = ax^2 + bx + c$ en $y = a(x - h)^2 + k$.

Exemple 1

Transformez $y = x^2 + 4x - 5$ en $y = a(x - h)^2 + k$.

Communications	Résolution
✓ Connections	Raisonnement
Estimation et Calcul Mental	✓ Technologie
	✓ Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

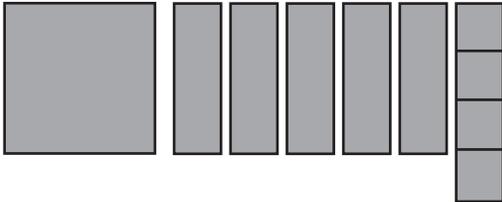
NOTES

Calcul mental

Décomposez en facteurs : $x^2 - 5x + 6$

Problèmes

1. Écrivez une expression quadratique modélisée par l'ensemble de tuiles suivant.



2. Dessinez un modèle de tuiles pour représenter $x^2 + 2x + 3$.
3. Quelles sont les valeurs de a , de r et de t pour

$$\frac{1}{2}x^2 + 2x + 4 = a(x - r)^2 + t?$$

Inscription au journal

Expliquez la façon de déterminer les abscisses à l'origine de $y = x^2 - 4x - 32$.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

A-4 faire le lien entre des transformations algébriques et des transformations graphiques de fonctions quadratiques à l'aide de la complétion du carré au besoin
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• transformer la forme quadratique $y = ax^2 + bx + c$ en $y = a(x - h)^2 + k$. (suite)

Exemple 1 - suite

Solution

$$y = x^2 + 4x - 5$$

$$y + 5 = x^2 + 4x$$

$$y + 5 + 4 = x^2 + 4x + 4$$

Isolez les termes de x
Complétez le carré. Le nombre nécessaire pour compléter le carré est le carré de la moitié du coefficient du terme de x .

$$\left(\frac{4}{2}\right)^2 = 4$$

$$y + 9 = (x + 2)^2$$

$$y = (x + 2)^2 - 9$$

Décomposez le trinôme en facteurs .

Isolez y .

Exemple 2

Complétez le carré et écrivez l'équation sous la forme

$$y = a(x - h)^2 + k.$$

a) $y = 3x^2 - 12x + 16$

b) $y = -2x^2 - 5x + 3$

c) $y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x$

Solution

a) $y = 3x^2 + 12x + 16$

$$y - 16 = 3x^2 + 12x$$

$$y - 16 = 3(x^2 + 4x)$$

Factorisez 3 à la droite.

$$y - 16 + 12 = 3(x^2 + 4x + 4)$$

$$y - 4 = 3(x + 2)^2$$

$$y = 3(x + 2)^2 + 4$$

Communications	Résolution
✓ Connections	Raisonnement
Estimation et Calcul Mental	✓ Technologie
	✓ Visualisation

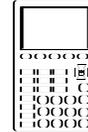
– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

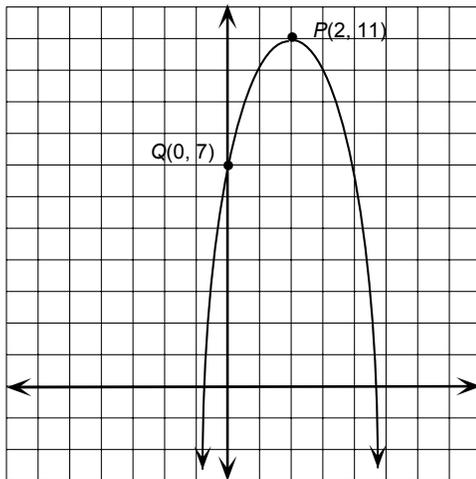
Inscription au journal

1. Quelles informations pouvez-vous interpréter à partir d'une fonction quadratique dans $f(x) = a(x - h)^2 + k$ que vous ne pouvez pas interpréter de l'équation $f(x) = ax^2 + bx + c$?
2. a) Un élève a simplifié $(x + 1)^2$ pour obtenir $x^2 + 1$. Démontrez que c'est incorrect en comparant les représentations graphiques de $y = (x + 1)^2$ et de $y = x^2 + 1$.
 b) Y a-t-il des valeurs de x qui font que $(x + 1)^2 = x^2 + 1$? Le cas échéant, déterminez-les et expliquez votre méthode.
 c) À l'aide de la technologie graphique, appliquez la méthode de la représentation graphique multiple pour représenter graphiquement $(x + 1)^2 = x^2 + 1$. [Déterminez le point d'intersection de $y_1 = (x + 1)^2$ et $y_2 = x^2 + 1$.]



Problèmes

1. Reformulez $f(x) = 2x^2 + 13$ sous la forme $f(x) = a(x - h)^2 + k$, et représentez graphiquement la fonction.
2. Écrivez l'équation de forme quadratique de la représentation graphique.



3. Déterminez l'image de la fonction $f(x) = 3x^2 - 6x + 5$.

Choix multiples

Une équation d'une parabole peut se formuler comme suit :

- a) $3x^2 + 3y^2 = 11$
- b) $3x^2 - 4y^2 = 11$
- c) $3x^2 + 4y^2 = 11$
- d) $3x^2 + 4y = 11$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

A-4 faire le lien entre des transformations algébriques et des transformations graphiques de fonctions quadratiques à l'aide de la complétion du carré au besoin
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• transformer la forme quadratique $y = ax^2 + bx + c$ en $y = a(x - h)^2 + k$. (suite)

Exemple 2 - suite

Solution - suite

b) $y = -2x^2 - 5x + 3$

$$y - 3 = -2 \left(x^2 + \frac{5}{2}x \right)$$

$$y - 3 - \frac{50}{16} = -2 \left(x^2 + \frac{5}{2}x + \frac{25}{16} \right)$$

$$y - \frac{49}{8} = -2 \left(x + \frac{5}{4} \right)^2$$

$$y = -2 \left(x + \frac{5}{4} \right)^2 + \frac{49}{8}$$

c) $y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x$

$$= -\frac{1}{2}(x^2 - 8x)$$

$$= -\frac{1}{2}(x^2 - 8x + 16) + 8$$

$$= -\frac{1}{2}(x - 4)^2 + 8$$

• compléter le carré, identifier les caractéristiques de la fonction quadratique (de la forme $y = a(x - h)^2 + k$), et représenter graphiquement la fonction.

Faites la démonstration de ce qui suit :

Complétez le carré pour illustrer que la valeur de h est $-\frac{b}{2a}$ pour la fonction $y = ax^2 + bx + c$ où h est la coordonnée du sommet et $a \neq 0$.

La coordonnée de y est $\frac{4ac - b^2}{4a}$.

– suite

Communications	Résolution
✓ Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Calcul mental

1. Donnez les coordonnées du sommet de $f(x) = (x - 8)^2 + 3$.
2. Si $x^2 + 14x + k = (x + 7)^2$, alors $k = ?$
3. Quelle est la valeur maximale de la fonction $f(x) = 2(x - 2)^2 + 1$?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

A-4 faire le lien entre des transformations algébriques et des transformations graphiques de fonctions quadratiques à l'aide de la complétion du carré au besoin
– suite

Communications	Résolution
✓ Connections	Raisonnement
Estimation et Calcul Mental	✓ Technologie
	✓ Visualisation

A-5 modéliser des situations réelles à l'aide de fonctions quadratiques

Communications	✓ Résolution
✓ Connections	Raisonnement
Estimation et Calcul Mental	Technologie
	Visualisation

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• compléter le carré, identifier les caractéristiques de la fonction quadratique (de la forme $y = a(x - h)^2 + k$), et représenter graphiquement la fonction (suite)

Soit $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$, montrez aux élèves de quelle façon on peut la transformer algébriquement à la forme $y = a(x - h)^2 + k$. Expliquez chaque étape. Écrivez les coordonnées du sommet.

$$y = (ax^2 + bx) + c$$

$$y - c = (ax^2 + bx)$$

$$y - c = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x \right)$$

$$y - c + a \left(\frac{b}{2a} \right)^2 = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a} \right)^2 \right)$$

$$y - c + \frac{b^2}{4a} = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2$$

$$y = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \left(c - \frac{b^2}{4a} \right)$$

$$y = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$$

$$V \left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a} \right)$$

Étapes

a) Regroupez les termes contenant les variables.

b) Réorganisez.

c) Factorisez.

d) Complétez le carré et ajoutez $a \left(\frac{b}{2a} \right)^2$ à chaque côté.

e) Décomposez en facteurs.

f) Réorganisez.

g) Simplifiez.

Montrez aux élèves de quelle façon ils peuvent utiliser $x = -\frac{b}{2a}$ pour trouver la coordonnée x au sommet si l'équation donnée est de la forme $y = ax^2 + bx + c$. Ils peuvent alors remplacer cette valeur dans l'équation quadratique pour déterminer les y .

• compléter le carré pour résoudre des problèmes qui sont de nature quadratique, et reproduire graphiquement la solution

Exemple 1

Un verger compte en ce moment 20 arbres par hectare. Le rendement moyen est de 300 oranges par arbre. On estime que pour chaque arbre additionnel par hectare, le rendement moyen par arbre diminuera de 10 oranges. Combien d'arbres par hectare donneront la plus grande production d'oranges?

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Inscription au journal

Expliquez la façon de déterminer les abscisses à l'origine de la représentation graphique de $f(x) = -2(x + 1)^2 - 5$.

Choix multiples

L'image de $f(x) = -x^2 + 4x + 3$ est :

- a) $\{y \mid y \leq -1\}$
- b) $\{y \mid y \leq 1\}$
- c) $\{y \mid y \leq 3\}$
- d) $\{y \mid y \leq 7\}$

Problèmes

1. On vend des programmes informatiques aux élèves à raison de 20 \$ chacun, et 300 étudiants sont prêts à les acheter à ce prix. Pour chaque augmentation de 5 \$ du prix, il y a 30 étudiants de moins qui sont prêts à acheter le logiciel. Quel est le revenu maximal?
2. Quelle est la superficie rectangulaire maximale que l'on peut obtenir avec une clôture de 120 m, si un des côtés du rectangle est un mur existant?
3. Un projectile est lancé directement en l'air à partir d'une hauteur de 6 m et sa vitesse initiale est de 80 m à la seconde. La hauteur en mètres à laquelle il se trouve au-dessus du sol après t secondes est donnée par l'équation $h = 6 + 80t - 5t^2$. Après combien de secondes le projectile a-t-il atteint sa hauteur maximale, et quelle est cette hauteur?

Activité

On vous engage pour concevoir un logo pour Sun Stage. L'entreprise veut que son logo comprenne au moins deux fonctions quadratiques et une fonction linéaire. Étant donné que le logo sera produit à l'aide d'un ordinateur, la compagnie veut que vous fournissiez les équations de votre représentation graphique. Concevez le logo. Expliquez pourquoi vous avez choisi ces équations et de quelle façon vous les avez déterminées.

Ressource imprimée

*Mathématiques pré-calcul
secondaire 3, Cours
destiné à l'enseignement à
distance*
– Module 1, Leçon 8

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

A-5 modéliser des situations réelles à l'aide de fonctions quadratiques

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• compléter le carré pour résoudre des problèmes qui sont de nature quadratique, et reproduire graphiquement la solution (suite)

Solution

Algébrique

Soit x le nombre d'arbres plantés par hectare. Il y a en ce moment $(20 + x)$ arbres par hectare qui ont un rendement moyen de $(300 - 10x)$ oranges par arbre. Si y est le nombre total d'oranges par hectare, alors

$$y = (20 + x)(300 - 10x)$$

$$= 6000 + 100x - 10x^2$$

$$y - 6000 = -10(x^2 - 10x)$$

$$y - 6000 - 250 = -10(x^2 - 10x + 25)$$

$$y - 6250 = -10(x - 5)^2$$

$$y = -10(x - 5)^2 + 6250$$

On obtient le rendement maximal de 6 250 oranges par hectare si le nombre initial d'arbres par hectare, 20, est augmenté de 5. Autrement dit, 25 arbres par hectare donneront le rendement maximal.

Tableau de valeurs et représentations graphiques

Créez un tableau de valeurs :

Nombre d'arbres par hectare (x)	Nombre total d'oranges produites(y)
20	6000
24	6240
29	6090
⋮	⋮

Communications	✓ Résolution
✓ Connections	Raisonnement
Estimation et Calcul Mental	Technologie
	Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

A-5 modéliser des situations réelles à l'aide de fonctions quadratiques
– suite

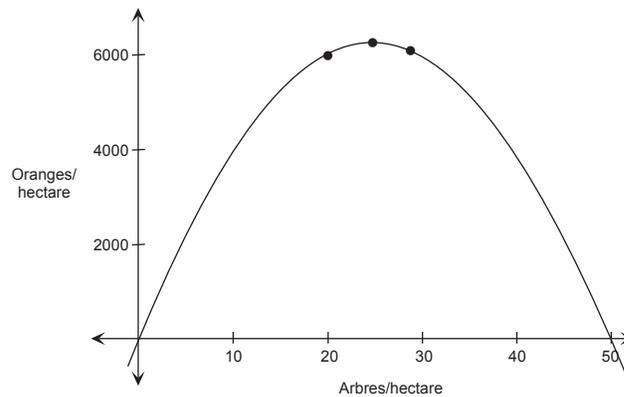
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• compléter le carré pour résoudre des problèmes qui sont de nature quadratique, et reproduire graphiquement la solution (suite)

Exemple 1 - suite

Solution - suite

Tracez les points comme étant x et y .



On obtient une valeur maximale de 6 250 oranges lorsqu'il y a 25 arbres par hectare.

Énoncez les propriétés de la représentation graphique :

À quelle valeur de x est-ce qu'on obtient le maximum?

Un maximum survient à $x = 25$ et on peut le déterminer en dessinant une droite qui traverse le sommet et qui est prolongée jusqu'à ce qu'elle traverse l'axe des x . Cette droite s'appelle l'**axe de symétrie** de la parabole.

La valeur maximale de 6 250 oranges survient au point où la forme en U change de direction (du haut vers le bas), que l'on appelle le **sommet** de la parabole.

De toute évidence à $x = 0$ arbre, il y avait 0 orange, mais en raison de la plantation à forte densité et d'autres facteurs possibles mentionnés précédemment, cela pourrait se produire également à $x = 50$ arbres par hectare. Ces points sont ce que l'on appelle les abscisses à l'origine (où la représentation graphique traverse l'axe des x). On les a également appelés les **racines** ou les **zéros** de la fonction (où $y = 0$).

Quel est le rendement lorsque $x = 0$ arbre? Une fois de plus, il y a évidemment 0 orange. C'est ce que l'on appelle l'ordonnée à l'origine, ou le point où la représentation graphique traverse l'axe des y .

Communications	✓ Résolution
✓ Connections	Raisonnement
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Un modèle portant sur le taux de croissance de la population de la Terre indique que le taux annuel de l'augmentation varie conjointement avec la population et la capacité non utilisée de la Terre. L'équation du modèle est : $y = 0,01x(21 - x)$, où y = le taux d'augmentation de la population (en milliards par année), et x = la population actuelle (en milliards).

- a) Tracez ce modèle de croissance à l'aide d'une calculatrice à affichage graphique.
- b) La population actuelle de la Terre est de 5,8 milliards. Quelle est l'augmentation annuelle de la population en ce moment?
- c) Quelle est la population lorsque le taux de croissance de la population est à son maximum?
- d) Quelle est la population lorsque le taux d'augmentation est 0?

2. Un homme-canon est lancé d'un canon et suit une trajectoire donnée par

$$h(x) = -0,01x^2 + x + 8$$

Utilisez la fonction maximale de votre calculatrice pour déterminer sa hauteur maximale.

3. Supposez qu'une balle de golf est frappée et qu'elle a une vitesse verticale initiale de 30 m/sec. La fonction qui représente la hauteur de la balle sur la Lune est de $h(t) = -0,8t^2 + 30t$. Sur la Terre, la fonction est $h(t) = -4,9t^2 + 30t$.

- a) Développez le carré des deux fonctions.
- b) Quelle est la hauteur maximale de la balle sur la Terre? Sur la Lune?
- c) Représentez graphiquement cette fonction et vérifiez la solution en b) à l'aide de votre calculatrice à affichage graphique.
- d) Produisez un tableau de valeurs sur votre calculatrice à affichage graphique et vérifiez votre solution.

Inscription au journal

Donnez une liste de situations qui pourraient être représentées par une équation quadratique.

Projet

Sous forme de fonction quadratique, rédigez une annonce classée (ou une invitation ou une chanson rap) pour une parabole standard, et décrivez-y ses propriétés.

Opérations à l'aide d'une calculatrice à affichage graphique

Annexe A-1

En guise de rappel, il existe des règles à respecter concernant l'ordre des opérations à exécuter pour tous les calculs :

1. Les parenthèses sont résolues en premier. Étant donné que les lignes de fraction sont utilisées dans les divisions, placez les nombres au-dessus et au-dessous de la ligne entre parenthèses lorsque vous entrez les nombres sur votre calculatrice à affichage graphique, p. ex.,

$$\frac{5+9}{3+4} = 2 = (5+9) \div (3+4).$$
2. Les multiplications et les divisions sont effectuées avant les additions et les soustractions, p. ex., $7 + 3 \times 2$ devrait donner 13 et non 20.
3. Les multiplications et les divisions sont effectuées dans l'ordre dans lequel elles apparaissent.
4. Les additions et les soustractions sont effectuées dans l'ordre dans lequel elles apparaissent, p. ex., $[(2+4)^2 - 12][10 - 3 \times 5]$ devrait donner 120.

Pour les opérations simples, la calculatrice TI-83 suivra les règles concernant l'ordre des opérations. Par exemple, si vous tapez $7 + 3 \times 2$, vous obtiendrez 13 comme réponse.

Par contre, si l'équation comporte des lignes de fraction, comme dans $\frac{5+9}{3+4} = 2$, vous ne pouvez pas taper $\boxed{5} \boxed{+} \boxed{9} \boxed{\div} \boxed{(} \boxed{3} \boxed{+} \boxed{4} \boxed{\text{ENTER}}$

La réponse obtenue sera 12, parce que la calculatrice présumera que vous voulez diviser 9 par 3.

En ce qui concerne les lignes de fraction, reportez-vous au point 1 ci-dessus pour les règles de l'ordre des opérations. Mettez les nombres qui apparaissent dans la partie du haut et la partie du bas de la fraction entre crochets comme suit :

$\boxed{(} \boxed{5} \boxed{+} \boxed{9} \boxed{)} \boxed{\div} \boxed{(} \boxed{3} \boxed{+} \boxed{4} \boxed{)} \boxed{\text{ENTER}}$

Vous obtiendrez ainsi la réponse attendue de 2. En gardant à l'esprit ces règles d'ordre, utilisez la calculatrice avec des nombres simples, puis passez à des calculs plus complexes.

Touches des fonctions de base

Vous trouverez ci-après une liste des touches des fonctions de base de votre calculatrice TI-83. Celles qui sont dans des boîtes représentent les fonctions indiquées sur les touches. Celles qui sont entre parenthèses () représentent les fonctions indiquées au-dessus des touches. Notez que les nombres énoncés dans une série seront placés ensemble entre crochets, même si vous les entrez séparément, p. ex., $\boxed{68}$ et non $\boxed{6} \boxed{8}$.

1. $\boxed{\text{ON}}$ Mettre la calculatrice en marche.
2. $\boxed{2\text{nd}}$ (OFF) Mettre la calculatrice à l'arrêt (remarquez de quelle façon la touche 2nd active les fonctions en orange indiquées au-dessus des touches).
3. $\boxed{\text{CLEAR}}$ Effacer l'écran et revenir à l'écran précédent.
4. $\boxed{2\text{nd}}$ (QUIT) Revenir à l'écran de départ, où vous pouvez effectuer des calculs.
5. $\boxed{2\text{nd}}$ (INS) Vous permettre d'insérer un caractère avant le curseur.
6. $\boxed{\text{DEL}}$ Supprimer le caractère sur lequel se trouve le curseur.
7. $\boxed{+} \boxed{-} \boxed{\times} \boxed{\div}$ Effectuer l'opération.
8. $\boxed{\text{ENTER}}$ Effectuer un calcul ou une fonction déjà entrée dans la calculatrice.

9. $(-)$ Faire le signe de la valeur à entrer comme valeur négative, p. ex., $-2x - 2$ est entré comme suit $(-)$ 2 X, T, θ , n $-$ 2
10. x^2 Mettre au carré les valeurs entrées.
Exemple : (5 + 3) x^2 ENTER donne 64.
11. x^{-1} Donner la réciproque des valeurs entrées.
Exemple : 4 x^{-1} ENTER donne 0,25.
12. \wedge Touche des puissances : élever un nombre à un exposant, p. ex., 5^3 est entré comme 5 \wedge 3 ENTER (Rép. : 125)
 $4^3 \div 2$ est entré comme 4 \wedge 3 \div 2 ENTER (Rép. : 32)
13. SIN Calculer le sinus de l'angle, p. ex., $\sin 68^\circ$ est entré comme SIN 68.
Remarque : vérifier MODE et le régler en mode degré.
14. COS Calculer le cosinus de l'angle.
15. TAN Calculer la tangente de l'angle.
16. LOG Calculer le logarithme décimal de la valeur (sauf à des fins d'expérimentation, vous n'utiliserez pas cette touche avant des cours de niveau plus avancé).
17. LN Calculer le logarithme naturel de la valeur (sauf à des fins d'expérimentation, vous n'utiliserez pas cette touche avant des cours de niveau plus avancé).
18. 2nd (TAN⁻¹) (même chose que tan⁻¹) Donner l'angle correspondant à la valeur entrée de la tangente
Exemple : 2nd (TAN⁻¹) 4.26 ENTER (Rép. : 76,8°)
19. 2nd (COS⁻¹) Donner l'angle correspondant à la valeur entrée du cosinus.
Exemple : appuyer sur 2nd (COS⁻¹) .731 ENTER (Rép. : 43,03°)
20. 2nd (SIN⁻¹) Donner l'angle correspondant à la valeur entrée du sinus.
21. MATH ► 1 Calculer la valeur absolue du nombre
Exemple : MATH ► 1 (-) 5 ENTER (Rép. : 5)
22. 2nd ($\sqrt{\quad}$) Calculer la racine carrée des valeurs
Exemple 2nd $\sqrt{\quad}$ 39.4 ENTER (Rép. : 6,28)
23. MATH 4 Calculer la racine cubique
Exemple : $\sqrt[3]{785,4}$ en entré comme MATH 4 785.4 ENTER (Rép. : 9,23)
24. MATH 5 Calculer une racine donnée x^n de la valeur entrée
Exemple : $\sqrt[4]{467,1}$ en entré comme 4 MATH 5 467.1 ENTER (Rép. : 4,65)
25. () Mettre les valeurs entrées entre parenthèses
Exemple : $4(3 \div 2)$ est entré comme 4 (3 \div 2) (Rép. : 6)

26. MODE

Avec la calculatrice TI-83, vous pouvez obtenir le degré de précision que vous voulez. La plupart du temps, vous arrondissez les réponses. Par exemple, s'il s'agit de sommes d'argent, vous pouvez régler le niveau de précision à deux décimales pour tenir compte des dollars et des cents.

Pour choisir le nombre de décimales

1. Taper sur MODE .
 - a) Déplacer le curseur jusqu'à Float.
 - b) Mettre en surbrillance un nombre à la droite à l'aide de la touche ▶ . Ces nombres déterminent le nombre de chiffres qui paraîtront à la droite de la décimale.
 - c) Appuyer sur ENTER .

Pour choisir le type d'affichage du nombre

1. Appuyer sur MODE .
 - a) Utiliser ▶ pour choisir l'une des possibilités suivantes sur la ligne du haut à l'aide de ces touches suivies de la touche ENTER :
 - Normal : affichage normal des nombres
 - Sci : met les réponses en notation scientifique
 - Eng : met les réponses en mode calcul technique (vous n'utiliserez pas ce mode)
 - b) Faites-le ensuite basculer en appuyant sur ENTER .

Exemple : Réglez votre calculatrice en notation scientifique avec quatre chiffres à la droite de la virgule décimale. Répétez maintenant l'exemple 1 sur la page opposée.

Pour choisir le type de mesure des angles

1. Appuyer sur MODE .
2. Appuyer sur ▼ pour amener le curseur sur Radian Degree.
3. Appuyer sur ▶ pour mettre en surbrillance l'un de ces modes, puis faites-le basculer (c'est-à-dire, l'activer en appuyant sur ENTER).

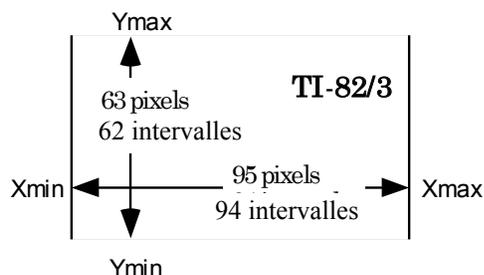
Les mesures en radians des angles ne sont pas très courantes à ce niveau du cours, mais il arrivera que l'on ait besoin de cette valeur plus tard, aussi il sera question de ce système le moment venu. Pour le moment, si la question demande des angles en radians, réglez votre calculatrice dans ce mode : appuyer sur MODE , mettre en surbrillance Radian puis appuyer sur ENTER . Revenir alors à l'écran de départ, appuyer sur 2nd (QUIT).

27. **TRACE** Appuyer sur **TRACE** . Vous constaterez que le curseur se place directement sur le graphique. Utilisez les touches de déplacement vers la droite **▶** ou vers la gauche **◀** pour amener le curseur d'un point obtenu au suivant le long d'une fonction représentée graphiquement.
- Vous constaterez que vous pouvez utiliser le curseur pour trouver les valeurs correspondantes de x et de y , qui sont affichées au bas de l'écran.
28. **ZOOM** Appuyer sur **ZOOM** . Certaines caractéristiques de cette fenêtre sont les suivantes :
- 2:Zoom In - pour élargir une partie d'un graphique. Appuyez sur **TRACE** pour mettre le curseur sur un point donné du graphique. Maintenant faites un zoom avant - cette partie du graphique s'élargira. C'est comme si vous regardiez un point donné sur le sol alors que vous êtes debout, puis que vous vous agenouillez pour le regarder de plus près.
- 3:Zoom Out - pour obtenir une image plus grande du graphique. Appuyez sur **TRACE** pour mettre le curseur sur un point donné du graphique, puis faites un zoom arrière. C'est comme s'éloigner du sol en montant dans les airs en avion; vous pouvez voir une partie toujours plus grande du sol sous vous.
- 6:Zoom Standard - pour régler ou ramener le graphique à sa taille normale.
29. **RESET MEMORY** Vous permet de vider toutes les mémoires ou de réinitialiser les paramètres par défaut réglés en usine. Appuyez sur **2nd** , (MEM) puis **5** .
30. **CONTRAST** Vous pouvez régler le contraste pour tenir compte de l'éclairage environnant. Les réglages vont de 0 (le plus pâle) à 9 (le plus foncé). Pour modifier le contraste, appuyer sur **2nd** puis relâcher.
1. Appuyer et tenir enfoncé **▲** , ce qui rend l'écran plus pâle
ou
 2. Appuyer et tenir enfoncé **▼** , ce qui rend l'écran plus foncé
31. **ALPHA** (A-LOCK) La fonction alpha de chaque touche est imprimée en vert au-dessus de la touche. Lorsque vous appuyez sur la touche verte **ALPHA** , cela active la fonction alpha pour la frappe suivante. Par exemple, si vous enfoncez **ALPHA** puis **TAN** , la lettre G est entrée. La touche (A-LOCK) verrouille la fonction alpha.
32. **GRAPH** Appuyer sur **Y=** , entrer l'équation, puis appuyer sur **GRAPH** . Vous pouvez alors appuyer sur **ZOOM** ou **TRACE** .
33. **WINDOW** Réglez la gamme des valeurs pour les fenêtres d'affichage. X_{scl} (X scale) et Y_{scl} (Y scale) définissent la distance entre les marques de pointage sur chaque axe. X_{res} règle la résolution des pixels (1 à 8) pour les graphiques de fonction. La valeur par défaut est 1. Pour modifier une valeur :
1. utiliser **▶** ou **▼** pour déplacer le curseur jusqu'à la variable que vous voulez modifier
 2. modifier la valeur
 3. appuyer sur **ENTER**

33. FENÊTRE CONVIVIALE La fenêtre d'affichage de la calculatrice TI-83 compte 94 intervalles de gauche à droite de sorte que 94 est le nombre magique. Sélectionner Xmin et Xmax pour que

$$x = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{94}$$

soit un nombre entier ou une « belle » décimale, tel 0,1; 0,2; 0,25 et ainsi de suite. Cela se produit lorsque $X_{\max} - X_{\min}$ est soit un facteur soit un multiple de 94 (les facteurs décimaux sont acceptés). Par exemple, si $X_{\max} - X_{\min}$ égale 94; 188; 47; 23,5; 9,4; 18,8; 4,7 ou 0,47, alors la fenêtre sera « conviviale ».



34. DIAGRAMME DE DISPERSION Les diagrammes de dispersion vous permettent de tracer des données statistiques provenant des listes.

Pour créer un exemple de dispersion, faites ce qui suit :

1. **Supprimer les données antérieures des listes**

Appuyer sur **STAT** **1** pour mettre en forme les listes. Les données déjà entrées dans les listes devraient être éliminées. Pour vider une liste, mettre le curseur au début de la liste sur le symbole L_1 . Appuyer sur **CLEAR**, puis **▼**. On supprime ainsi L_1 . Répéter cette procédure pour vider L_2 . (Voir la figure 1.)

L1	L2	L3	1
██████	-----	-----	
L1(1) =			

Figure 1

2. **Entrer des données**

Utiliser le curseur pour aller à la première cellule de L_1 . Entrer une valeur, p. ex., 2,5, puis appuyer sur **ENTER** pour passer à la cellule suivante vers le bas. Continuer d'entrer les autres données de L_1 . (Voir la figure 2.) Lorsque la dernière entrée est faite, utiliser la flèche droite **▶** pour déplacer le curseur dans la première cellule de L_2 . Entrer les données pour L_2 .

L1	L2	L3	1
2.5	147	-----	
2.6	130		
3.4	130		
1.3	114		
1.6	138		
3.8	162		
11.6	208		

Figure 2

3. **Afficher le diagramme de dispersion**

Appuyer sur **2nd** **Y=** **ENTER** pour accéder au menu des diagrammes de dispersion. Utiliser votre touche de flèche au besoin pour que votre écran ressemble à la figure 3. Cette figure indique que vous voulez un diagramme de dispersion avec Xlist sur L₁ et Ylist sur L₂. Le marqueur pour chaque point sera un carré. Pour vous assurer que les données entrent toutes dans la fenêtre, appuyer sur **ZOOM** **9** (Voir figure 4.)

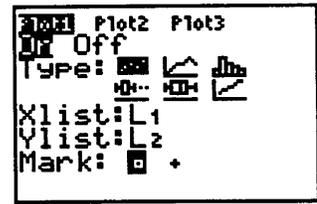


Figure 3

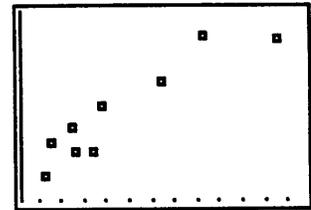


Figure 4

Compléter le carré

Nom _____

Nom _____

Partenaire _____

Partenaire _____

/ 12	/ 12
1. $y = x^2 - 4x + 3$	2. $y = x^2 + 16x + 8$
3. $y = 2x^2 - 12x + 13$	4. $y = -2x^2 + 4x - 3$
5. $y = 3x^2 + 12x + 12$	6. $y = 6 + 5x - 2x^2$

Exemple

Carte étape/solution

Annexe A-3

Voici un organisateur de problèmes/solutions que l'on peut faire en étapes successives

Problème : Complétez le carré

Transformez $f(x) = ax^2 + bx + c$ en $f(x) = a(x - h)^2 + k$ afin de représenter graphiquement l'équation.

Étape 1

Écrivez une équation de la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$

Le coefficient de l'équation = 1, c.-à-d., $a = 1$ (sinon, factoriser a).

Étape 2

Étape 3

Étape 4

Étape 5

Étape 6

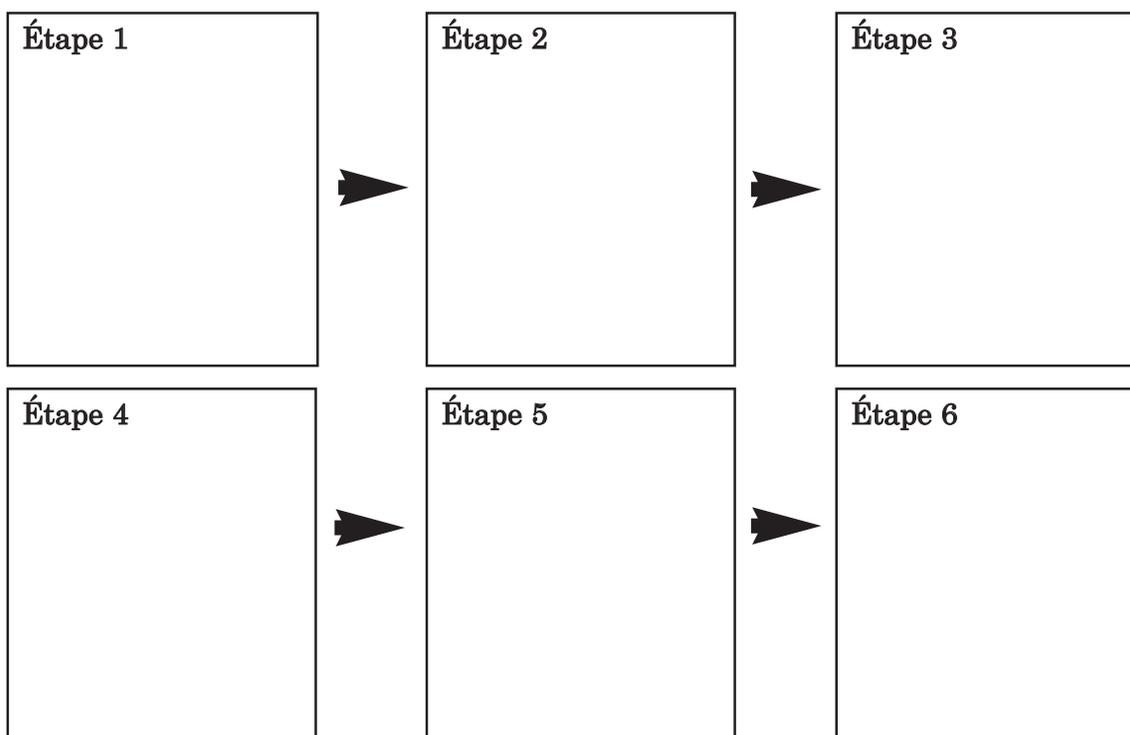
Représentation graphique

Step/Solution Map : Utilisation autorisée de Joyce McCallum, Morden Collegiate, Western S.D. No. 47.

Carte étape/solution

Voici un organisateur de problèmes/solutions que l'on peut faire en étapes successives.

Problème :



Représentation graphique

Step/Solution Map : Utilisation autorisée de Joyce McCallum, Morden Collegiate, Western S.D.
No. 47.

Note :

En raison de droits d'auteur, nous sommes dans l'impossibilité d'afficher le contenu suivant :

- Annexe A-5 - Exemple, Développeur de concepts de Frayer
- Annexe A-6 - Développeur de concepts de Frayer
- Annexe A-7 - Exemple, Approche en trois points pour les mots et les concepts
- Annexe A-8 - Approche en trois points pour les mots et les concepts

Prière de vous référer au document imprimé. On peut se procurer ce document au Centre des manuels scolaires du Manitoba.

Centre des manuels scolaires du Manitoba

site : www.mtbb.mb.ca

courrier électronique : mtbb@merlin.mb.ca

téléphone : 1 800 305-5515 télécopieur : (204) 483-3441

n° du catalogue : 90399

coût : 35,15 \$

Unité B
Trigonométrie

TRIGONOMÉTRIE

Cette unité permet aux élèves d'approfondir leur compréhension de la trigonométrie et des solutions de triangles obliques.

Les notions sont :

- une étude des caractéristiques des fonctions périodiques $y = \sin \theta$ et $y = \cos \theta$ et leurs transformations;
- un prolongement des fonctions sinus, cosinus et tangente de façon à inclure les quatre quadrants, $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$ ou $[0^\circ, 360^\circ]$;
- les applications des lois de sinus et de cosinus, y compris le cas ambigu;
- la résolution d'équations trigonométriques linéaires.

Pratiques pédagogiques

En développant les notions trigonométriques, les enseignants pourraient trouver les pratiques et documents pédagogiques suivants, utiles pour l'apprentissage des élèves :

- étendre les définitions des fonctions trigonométriques aux angles entre 180° et 360° ;
- utiliser des applications informatiques pour illustrer le cas ambigu au moment de la résolution de triangles à l'aide des lois de sinus et de cosinus;
- donner des problèmes où l'on a besoin de la trigonométrie pour trouver les solutions.

Matériel

- calculatrice à affichage graphique ou logiciel informatique
- instruments de mesure pour les expériences, ex., règle, ruban, roue d'arpentage, instruments pour mesurer les angles

Durée

- 7 heures

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

Résultat général

Résoudre des problèmes concernant des triangles, y compris ceux trouvés dans des applications en 3D et en 2D.

Résultat(s) spécifique(s)

B-1a tracer la représentation graphique de $y = \sin \theta$ et $y = \cos \theta$

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Étant donné que les élèves feront la représentation graphique des courbes sinusoides et cosinusoides, certains enseignants pourraient présenter l'approche du cercle unitaire pour la trigonométrie.

comprendre les caractéristiques d'une fonction périodique

Discutez les points suivants :

Dans la réalité, un grand nombre de choses surviennent par cycle ou période, tel le printemps, l'été, l'automne et l'hiver. À toutes les douze heures, les aiguilles de l'horloge pointent en direction des mêmes numéros. Chaque intervalle de douze heures est un cycle de l'horloge et douze heures représentent la période de l'horloge. Les fonctions qui se comportent d'une façon semblable sont les fonctions périodiques. Les fonctions sinusoides et cosinusoides sont des exemples de fonctions périodiques.

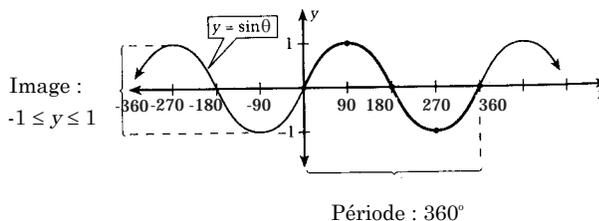
Suggérez aux élèves l'exemple suivant, puis discutez de sa solution. Trouvez les fonctions n'ayant qu'une période de 360° .

Exemple

À l'aide d'un tableau de valeurs, tracer $y = \sin \theta$, $[-360, 360]$. La valeur θ est la variable indépendante et devrait être représentée graphiquement sur l'axe des x . Donnez les points d'intersection avec les axes ainsi que l'image. Vous pouvez vérifier votre représentation graphique à l'aide de la technologie graphique.

Solution

x	-360	-315	-270	-225	-180	-135	-90	-45	0	45	90	135	180	225	270	315	360
y	0	0,707	1	0,707	0	-0,707	-1	-0,707	0	0,707	1	0,707	0	-0,707	-1	-0,707	0



Communications	Résolution
✓ Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

- suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Calcul mental

La valeur $\sin^{-1} 0,68 = 42,8^\circ$. Quelle est la valeur de $\sin 42,8^\circ$?

Choix multiples

1. La distance minimale de laquelle on doit déplacer la représentation graphique de $y = \cos \theta$ vers la droite pour devenir la représentation graphique de $y = \sin \theta$ est de
 - a) 45°
 - b) 90°
 - c) 180°
 - d) 360°
2. Évaluez $16^{\cos 270^\circ}$
 - a) -16
 - b) 0
 - c) $\frac{1}{16}$
 - d) 1
3. Une équation représentant un déplacement vers le bas de deux unités de la représentation graphique de $y = \sin \theta + 4$ est
 - a) $y = 2 \sin \theta + 4$
 - b) $y = -2 \sin \theta + 4$
 - c) $y = \sin \theta + 2$
 - d) $y = \sin \theta - 2$

NOTES

Ressources imprimées

Mathématiques pré-calcul secondaire 3, Exercices cumulatifs et réponses

Mathématiques pré-calcul secondaire 3, Solutions des exercices cumulatifs

Mathématiques pré-calcul secondaire 3, Cours destiné à l'enseignement à distance
– Module 2, Leçon 2

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

B-1a tracer la représentation graphique de $y = \sin \theta$ et $y = \cos \theta$
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

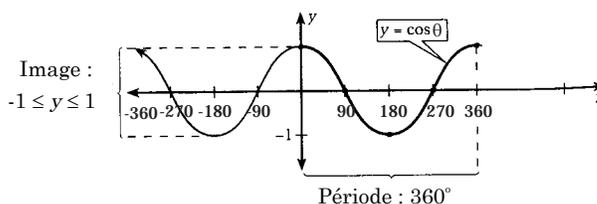
• comprendre les caractéristiques d'une fonction périodique (suite)

Exemple

Créez un tableau de valeurs pour $y = \cos \theta$, $[-360, 360]$ et tracez le graphique. Donnez ses points d'intersection avec les axes et son image. Vous pouvez vérifier votre graphique à l'aide de la calculatrice à affichage graphique.

x	-360	-315	-270	-225	-180	-135	-90	-45	0	45	90	135	180	225	270	315	360
y	1	0,707	0	-0,707	-1	-0,707	0	0,707	1	0,707	0	-0,707	-1	-0,707	0	0,707	1

Solution



Recherche

Demandez aux élèves d'utiliser leurs graphiques pour rechercher les caractéristiques suivantes des représentations graphiques de $y = \sin \theta$ et de $y = \cos \theta$.

1. Dans l'intervalle qui a servi à la représentation graphique de la fonction, le domaine était $[-360, 360]$, mais sans cette restriction, le domaine est $]-\infty, \infty[$ étant donné que les cycles se reproduisent indéfiniment dans chaque direction.
2. L'image de chaque fonction est $[-1, 1]$
3. Chaque fonction est **périodique**, ce qui signifie que sa représentation graphique a un patron qui se répète indéfiniment. La plus petite portion répétitive est un cycle. La longueur horizontale du plus petit intervalle sur laquelle la représentation graphique se répète est la **période**. La période est de 360° .
4. La valeur maximale de $y = \sin \theta$ et $y = \cos \theta$ survient au sommet d'une crête de la courbe. La valeur minimale de $y = \sin \theta$ et de $y = \cos \theta$ se produit au sommet d'un creux de la courbe.
5. Sur un intervalle de 0 à 360° , les représentations graphiques des fonctions sinusoides et cosinusoides de base comportent cinq points principaux : les trois points d'intersection avec les axes, le maximum et le minimum.

– suite

Communications	Résolution
✓ Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

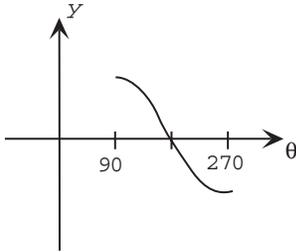
STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

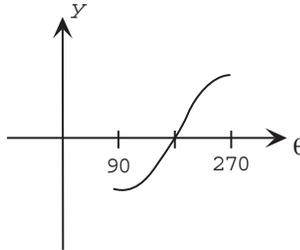
Choix multiples

Identifiez le graphique qui représente le mieux $y = \sin \theta$ dans l'intervalle $90^\circ \leq \theta \leq 270^\circ$.

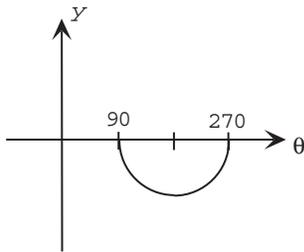
a)



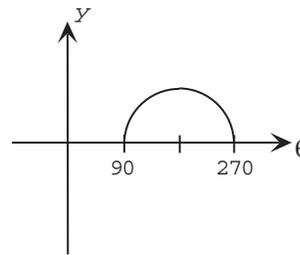
b)



c)



d)



Inscription au journal

Expliquez la relation entre la représentation graphique de $y = \sin \theta$ et $y = \cos \theta$.

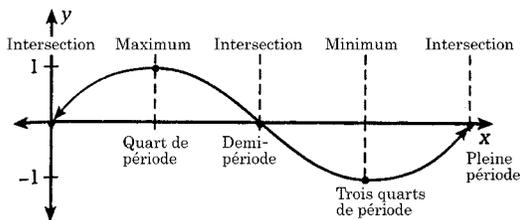
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

B-1a tracer la représentation graphique de $y = \sin \theta$ et $y = \cos \theta$
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

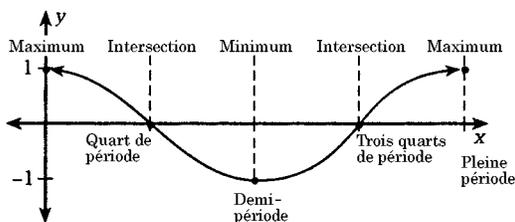
• comprendre les caractéristiques d'une fonction périodique (suite)

Recherche - suite



Cinq points principaux d'une représentation graphique de $y = \sin \theta$

Intersection x	Maximum	Intersection x	Minimum	Intersection x
(0, 0)	1	(180°, 0)	-1	(360°, 0)



Cinq points principaux d'une représentation graphique de $y = \cos \theta$

Maximum	Intersection x	Minimum	Intersection x	Maximum
1	(90°, 0)	-1	(270°, 0)	1

• utiliser les représentations graphiques de $y = \sin \theta$ et de $y = \cos \theta$ pour explorer les transformations de ces fonctions



Les élèves devraient faire le lien entre les transformations de représentations graphiques trigonométriques et les transformations de fonctions quadratiques étudiées à l'unité précédente. Les transformations à examiner comprennent les déplacements horizontaux et les déplacements verticaux. Les élèves approfondiront ces idées dans le cours *Mathématiques pré-calcul secondaire 4*. On encourage le recours à la technologie pour explorer ce résultat.

- | | |
|----------------------|------------------------|
| Communications | Résolution |
| ✓ Connections | Raisonnement |
| Estimation et | ✓ Technologie |
| Calcul Mental | ✓ Visualisation |

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Représentez graphiquement les fonctions suivantes à l'aide d'une calculatrice à affichage graphique :

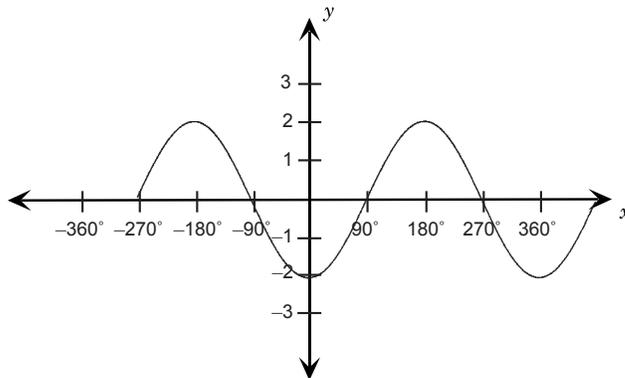
- a) $y = 2 \cos \theta$
- b) $y = \sin x + 1$
- c) $y = \cos (\theta + 45^\circ)$
- d) $y = \sin x$
- e) $y = 2 \sin (x + 90^\circ) - 3$

2. Donnez le(s) point(s) d'intersection avec l'axe des x de la fonction

$y = \sin \theta - 1$ dans l'intervalle $[0^\circ, 360^\circ]$.

3. Donnez l'image de la fonction $y = 3 \cos x$.

4. Soit la représentation graphique suivante, indiquez une fonction possible qui la décrit.



5. Quelles sont les valeurs maximales et minimales de $y = 2 - \sin \theta$?

6. Déterminez les abscisses à l'origine pour la fonction $y = 2 - \sin \theta$ sur $[-360^\circ, 360^\circ]$.



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

B-1a tracer la représentation
graphique de $y = \sin \theta$ et
 $y = \cos \theta$
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• utiliser les représentations graphiques de $y = \sin \theta$ et de
 $y = \cos \theta$ pour explorer les transformations de ces
fonctions

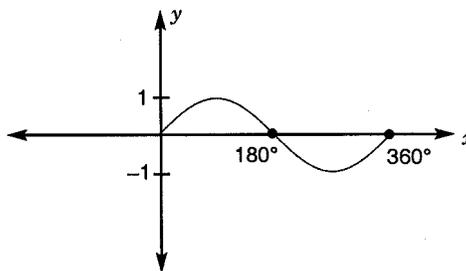
Exemple 1

Tracez $y = 2 \sin \theta + 1$ pour $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$.

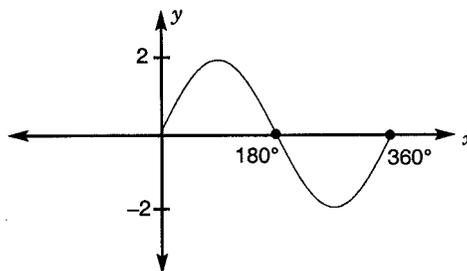
Solution

Voici la représentation graphique de $y = \sin \theta$ étirée
verticalement en fonction d'un facteur de 2 et déplacée vers le
haut d'une unité.

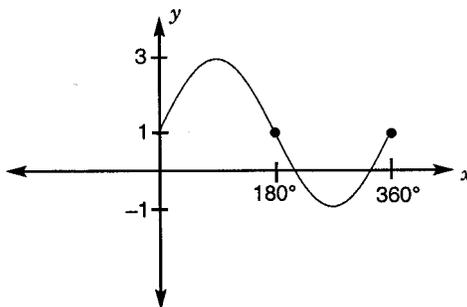
$y = \sin \theta$



$y = 2 \sin \theta$



$y = 2 \sin \theta + 1$



Exemple 2

Donnez l'image de $y = 2 \sin \theta + 1$.

Solution

$\{y \in \mathcal{R} \mid -1 \leq y \leq 3\}$ ou $[-1, 3]$

Communications	Résolution
✓ Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

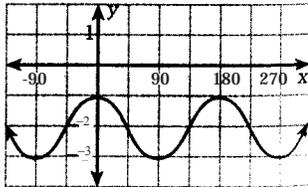
1. Faites correspondre l'équation au graphique.

a) $y = \cos(\theta + 180^\circ)$

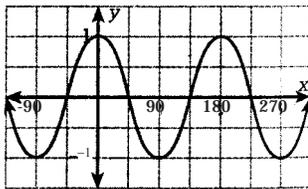
b) $y = -2 + \cos \theta$

c) $y = -\cos(\theta + 180^\circ)$

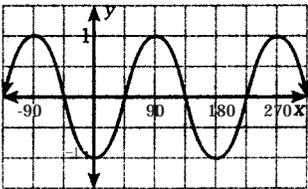
i)



ii)



iii)



2. Identifiez le déplacement vertical, l'amplitude, la période, le déplacement horizontal, le domaine et l'image de chaque fonction. Reproduisez ensuite graphiquement la fonction. Décrivez les transformations.

a) $y = 4 \sin \theta$

b) $f(x) = \cos \theta - 2$

c) $g(x) = \cos(\theta + 45^\circ)$

d) $y = -3 \sin \theta + 1$

e) $y = \cos(\theta - 30^\circ) + 1$

f) $y = 2 \sin(\theta + 60^\circ) - 1$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

B-1b étendre les définitions des fonctions trigonométriques de façon à inclure tous les quadrants

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• examiner les angles entre 0° et 360° en position normale

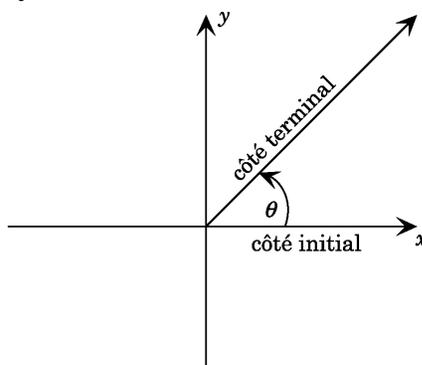
Dans le cours *Mathématiques pré-calcul secondaire 2*, les élèves ont étudié des angles entre 0° et 180° . Dans le cours *Mathématiques pré-calcul secondaire 3*, ils étudieront les angles en position normale dans les quatre quadrants, c'est-à-dire de 0° à 360° .

Discutez des points suivants :

Un angle est en **position normale** si :

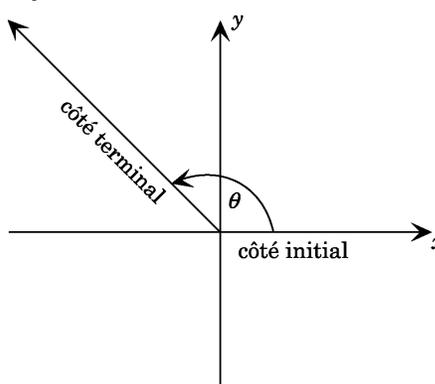
- son premier côté, que l'on appelle côté initial est un rayon partant de l'origine le long de l'axe positif des x ;
- son deuxième côté, que l'on appelle le côté terminal, est n'importe quel rayon partant de l'origine;
- l'angle est mesuré depuis le côté initial jusqu'au côté terminal dans le sens anti-horaire.

Quadrant I



L'angle θ est en position normale. La mesure de l'angle θ se trouve entre 0° et 90° .

Quadrant II



L'angle θ est en position normale. La mesure de l'angle θ se trouve entre 90° et 180° .

– suite

Communications

✓ **Connections**

Estimation et
Calcul Mental

Résolution

✓ **Raisonnement**

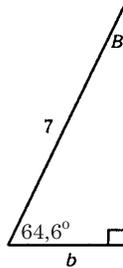
Technologie

✓ **Visualisation**

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Calcul mental

1. La valeur de $\cos^{-1} \frac{b}{7} = ?$



2. Quelles fonctions trigonométriques sont négatives dans le quadrant II?
3. Le bras terminal d'un angle θ traverse le point P(6, 8). Indiquez la valeur de $\sin \theta$, $\cos \theta$ et de $\tan \theta$.
4. Déterminez la longueur de la droite joignant le point (0, 0) au point P(5, 12).
5. Si la longueur de la droite joignant le point (0,0) au point P(3, y) est 5, déterminez y.
6. Dans quels quadrants est-ce que $\sin \theta < 0$?
7. Dans quels quadrants est-ce que $\cos \theta$ est > 0 ?
8. Quels sont les deux quadrants dans lesquels $\tan \theta$ est négative?
9. Indiquez dans quel(s) quadrant(s) se trouve le point P(x, y) si :
- $\sin \theta > 0$
 - $\cos \theta > 0$ et $\sin \theta < 0$

NOTES

Ressource imprimée

*Mathématiques pré-calcul
secondaire 3, Cours
destiné à l'enseignement à
distance*

– Module 2, Leçon 1

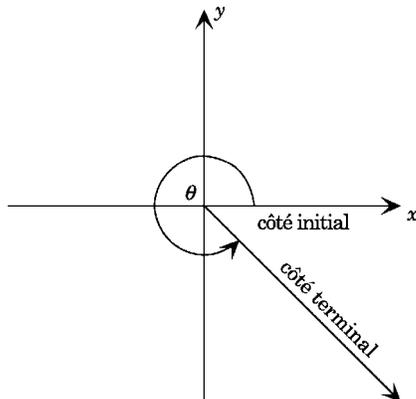
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

B-1b étendre les définitions des fonctions trigonométriques de façon à inclure tous les quadrants
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

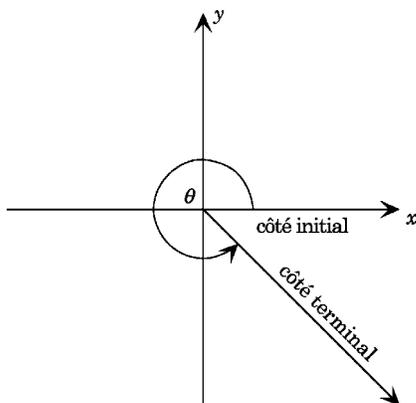
• examiner les angles entre 0° et 360° en position normale

Quadrant III



L'angle θ est en position normale. La mesure de l'angle θ est entre 180° et 270°.

Quadrant IV

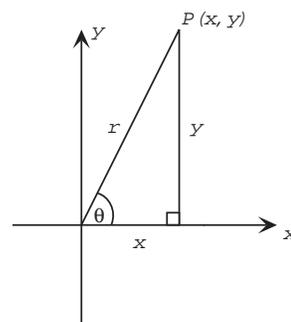


L'angle θ est en position normale. La mesure de l'angle θ est entre 270° et 360°.

Nous définirons les fonctions trigonométriques par rapport aux coordonnées de n'importe quel point $P(x, y)$ sur le côté terminal d'un angle en position standard.

Si l'angle θ est en position normale et $P(x, y)$ est un point sur le côté terminal de l'angle θ , alors, en vertu du théorème du Pythagore

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$



– suite

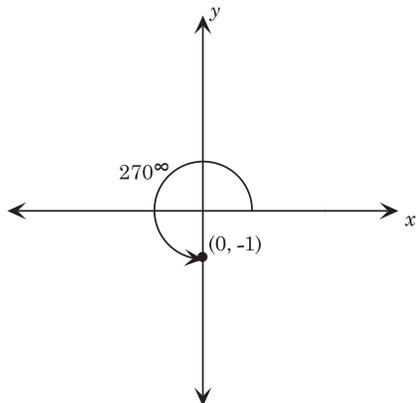
Communications	Résolution
✓ Connections	✓ Raisonnement
Estimation et Calcul Mental	Technologie
	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Calcul mental

Déterminez le $\sin 270^\circ$, $\cos 270^\circ$ et $\tan 270^\circ$.



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

B-1b étendre les définitions des fonctions trigonométriques de façon à inclure tous les quadrants
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• examiner les angles entre 0° et 360° en position normale

La valeur r est le **rayon vecteur** et sa longueur est toujours positive.

Si P(x, y) est n'importe quel point sur le bras terminal d'un angle en position normale, alors

$$\sin \theta = \frac{\text{coordonnée } - y}{\text{rayon vecteur}} = \frac{y}{r}$$

$$\cos \theta = \frac{\text{coordonnée } - x}{\text{rayon vecteur}} = \frac{x}{r}$$

$$\tan \theta = \frac{\text{coordonnée } - y}{\text{coordonnée } - x} = \frac{y}{x}$$

• établir que chaque fonction trigonométrique est positive dans deux quadrants et négative dans les deux autres

Les élèves devraient faire le lien entre les signes des coordonnées de x et de y dans chaque quadrant avec les définitions ci-dessus afin de déterminer à quel endroit chaque fonction est négative et à quel endroit chaque fonction est positive.

Résumé

Quadrant II sinθ + cosθ – tanθ –	Quadrant I sinθ + cosθ + tanθ +
Quadrant III sinθ – cosθ – tanθ +	Quadrant IV sinθ – cosθ + tanθ –

Communications

✓ **Connections**

Estimation et

Calcul Mental

Résolution

✓ **Raisonnement**

Technologie

✓ **Visualisation**

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Inscriptions au journal

1. Complétez le tableau suivant avec les signes de chaque fonction.

$\sin \theta$ +	$\sin \theta$ +
$\cos \theta$	$\cos \theta$
$\tan \theta$	$\tan \theta$
$\tan \theta$	$\tan \theta$
$\cos \theta$	$\cos \theta$
$\sin \theta$ -	$\sin \theta$ -

Discutez des patrons que vous constatez.

2. Quelles fonctions trigonométriques sont positives dans le Quadrant I?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

B-1b étendre les définitions des fonctions trigonométriques de façon à inclure tous les quadrants
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• établir que chaque fonction trigonométrique est positive dans deux des quadrants et négative dans les deux autres (suite)

Exemple

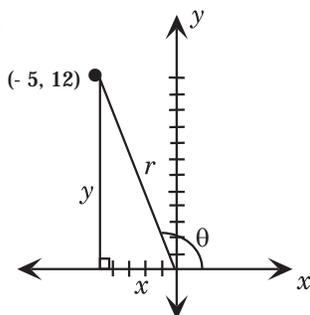
$P(x, y)$ est un point sur le côté terminal d'un angle θ en position normale. Déterminez $\sin \theta$, $\cos \theta$ et $\tan \theta$ pour les points suivants. Faites un graphique.

a) $(-5, 12)$

b) $(-4, -3)$

Solution

a)



$$x = -5, y = 12$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$r = \sqrt{(-5)^2 + (12)^2}$$

$$r = \sqrt{25 + 144}$$

$$r = \sqrt{169}$$

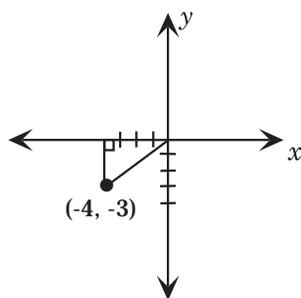
$$r = 13$$

$$\therefore \sin \theta = \frac{12}{13},$$

$$\cos \theta = \frac{-5}{13},$$

$$\tan \theta = \frac{12}{-5}$$

b)



$$x = -4, y = -3$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$r = \sqrt{(-4)^2 + (-3)^2}$$

$$r = \sqrt{16 + 9}$$

$$r = \sqrt{25}$$

$$r = 5$$

$$\therefore \sin \theta = \frac{-3}{5},$$

$$\cos \theta = \frac{-4}{5},$$

$$\tan \theta = \frac{3}{4}$$

Communications

✓ **Connections**

Estimation et

Calcul Mental

Résolution

✓ **Raisonnement**

Technologie

✓ **Visualisation**

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Choix multiples

1. Si $\tan \theta > 0$ et $\cos \theta < 0$, alors θ doit se terminer dans le :
 - a) quadrant I
 - b) quadrant II
 - c) quadrant III
 - d) quadrant IV

2. Si $\tan \theta$ et $\sin \theta$ sont tous les deux négatifs, alors θ doit se terminer dans :
 - a) $0^\circ < \theta < 90^\circ$
 - b) $90^\circ < \theta < 180^\circ$
 - c) $180^\circ < \theta < 270^\circ$
 - d) $270^\circ < \theta < 360^\circ$

3. Si $\tan \theta < 0$, $\cos \theta > 0$ et $[0^\circ, 360^\circ]$, alors θ doit se terminer dans :
 - a) $[0^\circ, 90^\circ]$
 - b) $[90^\circ, 180^\circ]$
 - c) $[180^\circ, 270^\circ]$
 - d) $[270^\circ, 360^\circ]$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

B-1b étendre les définitions des fonctions trigonométriques de façon à inclure tous les quadrants
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• comprendre le concept d'un angle auxiliaire ou de référence

Pour représenter le concept de l'angle de référence, demandez aux élèves de reproduire graphiquement $y = \sin \theta$ à l'aide de la technologie graphique. Demandez aux élèves de tracer le graphique et de remplir le tableau ci-dessous.

θ	$\sin \theta$
15°	
165°	
195°	
345°	
75°	
105°	
255°	
285°	

Demandez aux élèves de discuter des résultats.

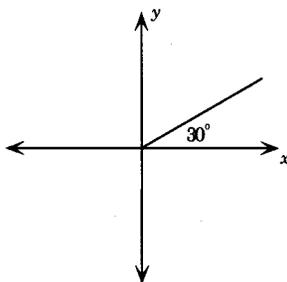
Pour résoudre des équations trigonométriques dans lesquelles les angles sont entre 0° et 360° , on a recours au concept de l'angle auxiliaire ou de référence.

Angle de référence : il s'agit de l'angle aigu formé entre le bras terminal de l'angle et l'axe des x le plus près.

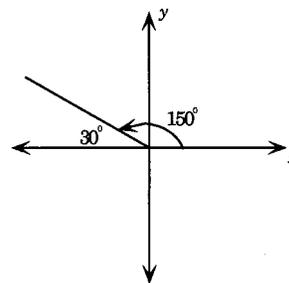
Discutez du point suivant :

Dans chacun des schémas ci-dessous. L'angle de référence est de 30° .

Quadrant I



Quadrant II



Communications
✓ **Connections**
Estimation et Calcul Mental

Résolution
✓ **Raisonnement**
Technologie
✓ **Visualisation**

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Si $\sin \theta = \frac{-12}{13}$ et $\tan \theta > 0$, déterminez la (les) valeur(s) de θ

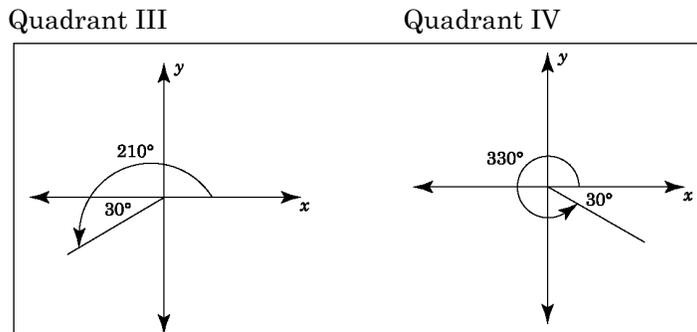
lorsque $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$. Arrondissez votre réponse au dixième degré près.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

B-1b étendre les définitions des fonctions trigonométriques de façon à inclure tous les quadrants
– suite

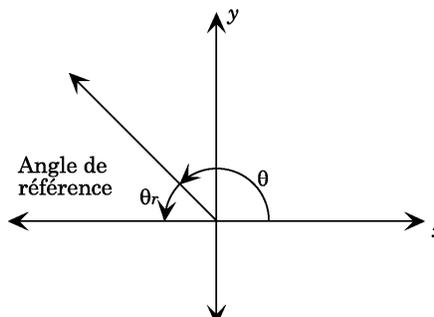
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· comprendre le concept d'un angle auxiliaire ou de référence (suite)

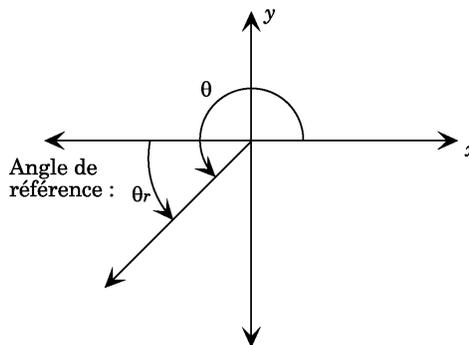


Discutez des points suivants avec les élèves :

- Pouvez-vous déterminer comment on trouve l'angle de référence dans chaque quadrant?
- Dans le quadrant I, l'angle est toujours aigu de sorte que les angles θ_r et θ sont le même angle.
- Dans le quadrant II, $\theta_r = 180^\circ - \theta$ (degrés).



- Dans le quadrant III, $\theta_r = 180^\circ + \theta$ (degrés)



Communications	Résolution
✓ Connections	✓ Raisonnement
Estimation et Calcul Mental	Technologie
	✓ Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Calcul mental

1. Indiquez les mesures des angles dans les quadrants III et IV qui ont un angle de référence de 25° .
2. Trouvez l'angle de référence de :
 - a) 162°
 - b) 321°
 - c) 37°
 - d) 0°
3. Si l'angle de référence θ_r est 65° , nommez un angle θ si θ n'est pas dans le quadrant I.
4. Trouvez trois angles θ qui ont un angle de référence de 20° .

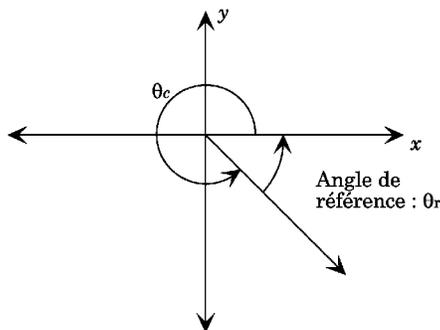
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

B-1b étendre les définitions des fonctions trigonométriques de façon à inclure tous les quadrants
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• comprendre le concept d'un angle auxiliaire ou de référence (suite)

· Dans le quadrant IV, $\theta_r = 360^\circ - \theta$ (degrés)



Résumé

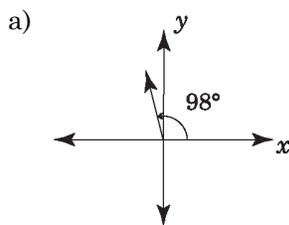
- Si θ se termine dans le quadrant I : $\theta = \theta_r$
- Si θ se termine dans le quadrant II : $\theta = 180^\circ - \theta_r$
- Si θ se termine dans le quadrant III : $\theta = 180^\circ + \theta_r$
- Si θ se termine dans le quadrant IV : $\theta = 360^\circ - \theta_r$

Exemple 1

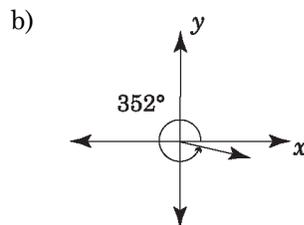
Tracez l'angle, puis déterminez son angle de référence pour

- a) 98° b) 352°

Solution



Angle de référence :
 $180^\circ - 98^\circ = 82^\circ$



Angle de référence :
 $360^\circ - 352^\circ = 8^\circ$

Exemple 2

Sans l'aide d'une calculatrice, décidez si l'équation est vraie ou fausse. Ensuite, à l'aide d'une calculatrice, vérifiez votre décision et reformulez l'énoncé original pour qu'il soit vrai.

- a) $\sin 160^\circ = \sin 20^\circ$ b) $\cos 187^\circ = \cos 7^\circ$

Solution

- a) Vrai
b) Faux. $\cos 187^\circ = -\cos 7^\circ$

Communications	Résolution
✓ Connections	✓ Raisonnement
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

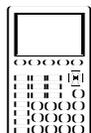
NOTES

Inscriptions au journal

1. Expliquez ce qui survient au concept d'angle de référence lorsque le bras terminal de l'angle coïncide avec un axe.
2. Expliquez pourquoi $\sin 210^\circ = \sin 330^\circ$. Expliquez pourquoi $\sin 30^\circ = -\sin 210^\circ$.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

B-1c résoudre des équations
trigonométriques
 $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$



STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• résoudre des équations trigonométriques de forme linéaire

Résoudre une équation trigonométrique signifie qu'il faut déterminer les valeurs de l'angle inconnu qui satisfont à l'équation. Le domaine est $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$, sauf indication contraire.

On devrait faire des liens avec la résolution de triangles à l'aide des lois de sinus et de cosinus. Toutes les équations devraient être résolues à l'aide d'une calculatrice. On ne devrait pas mémoriser les valeurs exactes à ce moment-ci. Cet aspect sera traité dans *Mathématiques pré-calcul secondaire 4*.

Exemple 1

Trouvez les valeurs de θ dans l'intervalle $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$ pour les fonctions trigonométriques suivantes. Exprimez les réponses à une décimale.

- a) $\sin \theta = 0,78615$
- b) $\cos \theta = -0,43214$
- c) $\sin \theta = 1,28728$

Solution

- a) $\sin \theta = 0,78615$
 Dans le quadrant I : $\theta = 51,83^\circ$
 Dans le quadrant II : $\theta = 180^\circ - 51,83^\circ = 128,17^\circ$
 $\therefore \{51,8^\circ, 128,2^\circ\}$
- b) $\cos \theta = -0,43214$
 Dans le quadrant I : $\theta = 64,3966^\circ$
 $\cos \theta < 0$ dans les quadrants II et III
 Dans le quadrant II : $\theta = 180^\circ - 64,3966^\circ = 115,6034^\circ$
 Dans le quadrant III : $\theta = 180^\circ + 64,3966^\circ = 244,3966^\circ$
 $\therefore \{115,6^\circ, 244,4^\circ\}$
- c) $\sin \theta = 1,28728$
 Aucune solution étant donné que $\sin \theta > 1$.
 (Demandez aux élèves de faire le lien entre ceci et l'image de la fonction sinusoidale.)

Communications	Résolution
✓ Connections	✓ Raisonnement
Estimation et Calcul Mental	✓ Technologie Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Inscriptions au journal

1. Comment les équations $2x - 1 = 0$ et $2 \sin \theta - 1 = 0$ sont-elles semblables? Comment sont-elles différentes?
2. Jean était en train de résoudre une équation trigonométrique qui a donné pour résultat : $\sin \theta = 2$. Lorsque Jean a entré l'information dans sa calculatrice, sa calculatrice lui a donné le message « ERREUR ». Pourquoi?

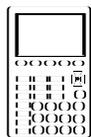
NOTES

Ressource imprimée

*Mathématiques pré-calcul
secondaire 3, Cours
destiné à l'enseignement à
distance*
– Module 2, Leçon 3

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

B-1c résoudre des équations
trigonométriques
 $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$



STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• résoudre des équations trigonométriques de forme
linéaire (suite)

Exemple 2

Résoudre :

$$2 \sin \theta - 1 = 0$$

Solution

$$2 \sin \theta = 1$$

$$\sin \theta = \frac{1}{2}$$

$$\text{Angle de référence} = \sin^{-1} \frac{1}{2}$$

$$\text{Angle de référence} = 30^\circ$$

Étant donné que $\sin \theta > 0$, θ est dans les quadrants I ou II
 $\theta = 30^\circ$ dans le quadrant I

ou $\theta = 150^\circ$ dans le quadrant II

Remarque : À l'aide de la technologie graphique, demandez aux élèves de reproduire graphiquement $y = 2 \sin \theta - 1$ et de trouver les zéros de la fonction entre 0° et 360° .

Exemple 3

Déterminez la solution pour chacune des équations
trigonométriques suivantes dans l'intervalle
 $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$.

a) $-3 \sin \theta = 2$

b) $5 \cos \theta - 2 = 0$

c) $\frac{\tan \theta}{6} - 1 = 0$

Solution

a) $-3 \sin \theta = 2$

$$\sin \theta = \frac{-2}{3}$$

Dans le quadrant I : $\theta = 41,8^\circ$

$\sin \theta < 0$ dans les quadrants III et IV

Dans le quadrant III : $\theta = 180^\circ + 41,8^\circ = 121,8^\circ$

Dans le quadrant IV : $\theta = 360^\circ - 41,8^\circ = 318,2^\circ$

$\therefore \{121,8^\circ, 318,2^\circ\}$

Communications

✓ **Connections**

Estimation et

Calcul Mental

Résolution

✓ **Raisonnement**

✓ **Technologie**

Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

B-1c résoudre des équations
trigonométriques
 $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$

Communications	Résolution
✓ Connections	✓ Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	Visualisation

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• résoudre des équations trigonométriques de forme
linéaire (suite)

Exemple 3 - suite

Solution - suite

b) $5 \cos \theta - 2 = 0$

$$5 \cos \theta = 2$$

$$\cos \theta = \frac{2}{5}$$

Dans le quadrant I : $\theta = 66,4^\circ$

Dans le quadrant IV : $\theta = 360^\circ - 66,4^\circ = 293,6^\circ$

$\therefore \{66,4^\circ, 293,6^\circ\}$

c) $\frac{\tan \theta}{6} - 1 = 0$

$$\tan \theta - 6 = 0$$

$$\tan \theta = 6$$

Dans le quadrant I : $\theta = 80,5^\circ$

Dans le quadrant III : $\theta = 180^\circ + 80,5^\circ = 260,5^\circ$

$\therefore \{80,5^\circ, 260,5^\circ\}$

Les élèves résoudre d'autres équations trigonométriques dans la prochaine unité lorsqu'il sera question des équations quadratiques.

B-2 résoudre des problèmes
faisant intervenir des
triangles de cas ambigus.

Communications	✓ Résolution
✓ Connections	✓ Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	Visualisation

• résoudre des problèmes de triangle avec cas ambigu

Dans le cours *Mathématiques pré-calcul secondaire 2*, les élèves ont résolu des triangles y inclus la loi de sinus sans le cas ambigu. Les élèves pourraient revoir les autres méthodes avant d'apprendre à résoudre le cas ambigu.

Discutez des points suivants avec les élèves :

Lorsque vous résolvez un triangle alors que vous avez CCA (deux côtés et un angle opposé à l'un des côtés), le cas ambigu se produit lorsque l'angle est opposé au plus petit des deux côtés. Lorsque l'angle donné est opposé au plus grand des deux côtés donnés, il n'y a pas d'ambiguïté.

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Ressource imprimée

*Mathématiques pré-calcul
secondaire 3, Cours
destiné à l'enseignement à
distance*
– Module 2, Leçon 5

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

B-2 résoudre des problèmes
faisant intervenir des
triangles de cas ambigu.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

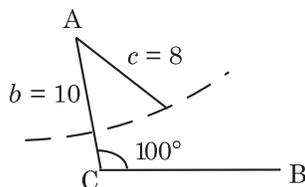
• résoudre des problèmes faisant intervenir des triangles de cas ambigu

Recherche

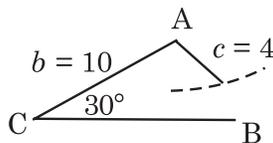
Demandez aux élèves de dessiner chacun des triangles suivants. On peut le faire sur papier ou à l'aide de la technologie.

Une fois que les triangles sont dessinés, les élèves devraient résoudre chaque triangle en mesurant et en utilisant la loi de sinus.

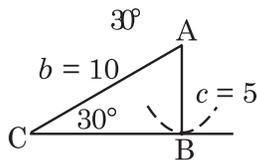
Cas 1 : ΔABC avec $\angle C = 100^\circ$, $b = 10$, $c = 8$ (aucun triangle)



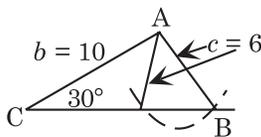
Cas 2 : ΔABC avec $\angle C = 30^\circ$, $b = 10$, $c = 4$ (aucun triangle)



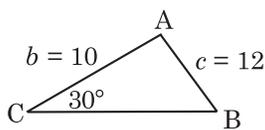
Cas 3 : ΔABC avec $\angle C = 30^\circ$, $b = 10$, $c = 5$ (un triangle)



Cas 4 : ΔABC avec $\angle C = 30^\circ$, $b = 10$, $c = 6$ (deux triangles)



Cas 5 : ΔABC avec $\angle C = 30^\circ$, $b = 10$, $c = 12$ (un triangle)



Communications	✓ Résolution
✓ Connections	✓ Raisonnement
Estimation et Calcul Mental	✓ Technologie
	Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

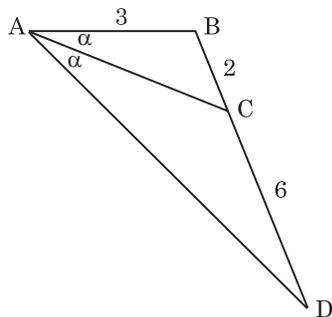
NOTES

Inscriptions au journal

1. Combien de triangles ΔABC ont $A = 36^\circ$, $b = 11$ et $a = 13$?
2. En résolvant un triangle de cas ambigu, $\sin \theta = 2,4$. Qu'est-ce que cela signifie?

Problèmes

1. Un arpenteur géologique veut dresser la carte de formations rocheuses. Il commence au point A et progresse en direction S 55° W jusqu'au point B, puis en direction S 40° E jusqu'au point C, et enfin de retour au point A. Le point C est à 7,8 km directement au sud du point A. Donnez la valeur approximative de
 - a) la longueur de la route de l'arpenteur
 - b) la superficie du terrain ainsi délimité.
2. Le monticule du lanceur sur un terrain de *softball* est à 15,2 m du marbre et la distance entre les buts est de 19,8 m. À quelle distance du premier but se trouve le monticule du lanceur?
3. Déterminez la longueur de AC.



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

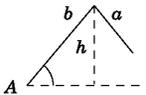
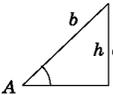
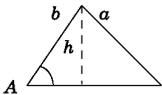
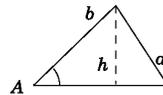
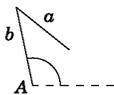
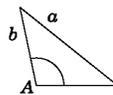
B-2 résoudre des problèmes
faisant intervenir des
triangles de cas ambigu
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• résoudre des problèmes faisant intervenir des triangles
de cas ambigu (suite)

Recherche - suite

Un résumé suit. Les élèves ne devraient pas mémoriser les cas,
mais devraient comprendre pourquoi on dit que ce sont des cas
ambigus.

	∠ A est aigu				∠ A est obtus	
Dessin ($h = b \sin A$)						
Condition nécessaire	$a < h$	$a = h$	$a > h$	$h < a < b$	$a \leq h$	$a > b$
Triangles possibles	Aucun	Un	Un	Deux	Aucun	Un

La loi de sinus ou la loi de cosinus peut être utilisée pour résoudre des questions. Si la loi de cosinus est utilisée, vous aurez besoin de la formule quadratique.

Si on utilise la loi de sinus, $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$, alors :

Si a , $\angle A$, et b sont donnés, $\sin B = \frac{b \sin A}{a}$

Si $\frac{b \sin A}{a} > 1$, il n'y a aucune solution étant donné qu'il n'y a pas de triangle.

Si $\frac{b \sin A}{a} = 1$, et $\angle B = 90^\circ$, on obtient un triangle rectangle

Si $\frac{b \sin A}{a} < 1$ et $a > b$, il y a un triangle.

Si $\frac{b \sin A}{a} < 1$ et $a < b$, deux triangles sont alors possibles.

Rappelez-vous que c'est vrai lorsque a , b et $\angle A$ sont donnés et que $a < b$.

– suite

Communications
✓ **Connections**
Estimation et
Calcul Mental

✓ **Résolution**
✓ **Raisonnement**
✓ **Technologie**
Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Une droite AB de 11 cm de longueur est dessinée de façon à former un angle de 44° avec une droite horizontale AE. On dessine un cercle dont le centre est B et dont le rayon mesure 9 cm. Le cercle traverse la droite horizontale aux points C et D. Calculez la longueur de la corde CD.
2. Un véhicule de reconnaissance avance vers l'est en ligne droite. Il observe une batterie ennemie dans la direction N 56° E et à 5280 m de distance. On sait que la batterie est dotée de mortiers ayant une portée efficace de 3 500 m. Combien plus loin est-ce que le véhicule doit avancer avant d'être à portée de la batterie et quelle longueur de la route est couverte par la batterie?

Choix multiples

1. Deux triangles différents ABC sont possibles si
 - a) $a = 3$, $b = 4$ m, $c = 5$ m
 - b) $\angle A = 36^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, $c = 5$ m
 - c) $\angle A = 36^\circ$, $a = 10$ m, $c = 12$ m
 - d) $a = 10$ m, $\angle B = 50^\circ$, $c = 10$ m
2. Le nombre de triangles ABC possibles lorsque $a = 4$, $b = 7$ et $\angle A = 30^\circ$ est de
 - a) 0
 - b) 1
 - c) 2
 - d) 3
3. Soit $\triangle ABC$, lequel des ensembles d'information suivants, représente le cas ambigu avec deux triangles possibles :
 - a) $a = 3$, $b = 4$, $c = 5$
 - b) $\angle A = 50^\circ$, $\angle B = 70^\circ$, $a = 6$
 - c) $\angle C = 90^\circ$, $b = 5$, $a = 12$
 - d) $a = 3$, $b = 4$, $\angle A = 40^\circ$

Multimédia

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

B-2 résoudre des problèmes
faisant intervenir des
triangles de cas ambigu
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• résoudre des problèmes faisant intervenir des triangles
de cas ambigu (suite)

Recherche - suite

Expliquez aux élèves que lorsqu'ils résolvent un triangle, ils devraient faire un dessin minutieux de l'information et déterminer les autres côtés et angles si possible. S'ils peuvent trouver deux triangles qui répondent aux renseignements fournis, inclure les deux solutions. S'il n'y a aucune solution, expliquez pourquoi.

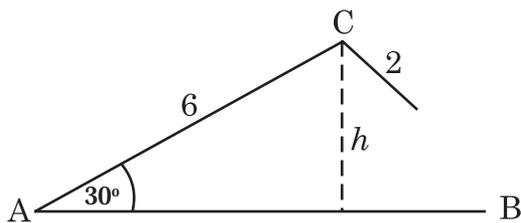
Exemple

Cas où il n'y a aucune solution

Dans $\triangle ABC$, $a = 2$, $b = 6$, $\angle A = 30^\circ$. Résolvez le triangle.

Solution

Faites un dessin. À partir de cette figure, il semble qu'aucun triangle n'est formé.



Utilisez la loi de sinus pour vérifier ceci :

$$\frac{2}{\sin 30^\circ} = \frac{6}{\sin B}$$

$$\sin B = \frac{6 \sin 30^\circ}{2}$$

$$\sin B = 1,5$$

Étant donné que $\sin B > 1$, il n'y a aucune solution possible puisque $\sin B$ doit être dans l'image $-1 \leq \sin B \leq 1$. Par conséquent, il n'y a aucun triangle.

Une fois que la formule quadratique aura été présentée à l'Unité C : Algèbre, les élèves pourront résoudre cette question à l'aide de la loi des cosinus.

Communications	✓ Résolution
✓ Connections	✓ Raisonnement
Estimation et Calcul Mental	✓ Technologie
	Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Un golfeur effectue deux coups roulés pour caler sa balle dans le trou. Au premier coup roulé, la balle franchit 10,2 m dans la direction nord-ouest, et au deuxième, la balle franchit 3,7 m en direction plein nord et tombe dans le trou. À quelle distance et dans quelle direction est-ce que le golfeur aurait dû viser son premier coup roulé pour caler la balle dans le trou en un seul coup? (Supposez que le sol est de niveau.)

Calcul mental

1. Deux angles d'un triangle mesurent 15° et 35° . Quelle est la mesure du troisième angle?
2. Dans le triangle isocèle $\triangle DEF$, l'angle D à la base mesure 40° . Quelles sont les mesures des deux autres angles?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

B-2 résoudre des problèmes
faisant intervenir des
triangles de cas ambigu
– *suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

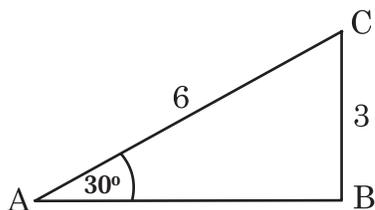
• résoudre des problèmes faisant intervenir des triangles
de cas ambigu (suite)

Exemple 1

Cas à une solution, CCA

Dans le ΔABC , $a = 3$, $b = 6$ et $\angle A = 30^\circ$. Résolvez le triangle rectangle.

Solution



$$\frac{3}{\sin 30^\circ} = \frac{6}{\sin B}$$

$$\sin B = \frac{6 \sin 30^\circ}{3}$$

$$\sin B = 1$$

$$B = \sin^{-1} 1$$

$$B = 90^\circ$$

$$\begin{aligned} \angle C &= 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) \\ &= 60^\circ \end{aligned}$$

$$\frac{3}{\sin 30^\circ} = \frac{c}{\sin 60^\circ}$$

$$\begin{aligned} c &= \frac{3 \sin 60^\circ}{\sin 30^\circ} \\ &= 5,20 \end{aligned}$$

Étant donné que $\angle B = 90^\circ$, un seul triangle est possible.

Communications	✓ Résolution
✓ Connections	✓ Raisonnement
Estimation et Calcul mental	✓ Technologie Visualisation

– *suite*

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

B-2 résoudre des problèmes
faisant intervenir des
triangles de cas ambigu
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

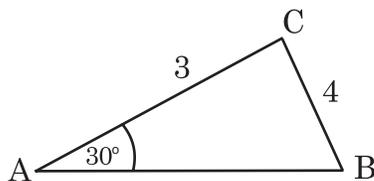
• résoudre des problèmes faisant intervenir des triangles
de cas ambigu (suite)

Exemple 2

Cas à une solution, CCA

Dans le ΔABC , $a = 4$, $b = 3$ et $\angle A = 30^\circ$. Résolvez le triangle.

Solution



$$\frac{4}{\sin 30^\circ} = \frac{3}{\sin B}$$

$$\sin B = \frac{3 \sin 30^\circ}{4}$$

$$\sin B = 0,375$$

$$B = \sin^{-1} 0,375$$

$$B = 22,02^\circ$$

Il y a deux angles entre 0° et 180° dont le sinus est 0,375.

$$\therefore B_1 = 22,02^\circ \text{ et } B_2 = 180^\circ - 22,02^\circ = 157,98^\circ$$

Lorsque $B_1 = 22,02^\circ$

$$\angle C = 180 - (30^\circ + 22,02^\circ)$$

$$\angle C = 127,98^\circ$$

$$\frac{4}{\sin 30^\circ} = \frac{c}{\sin 127,98^\circ}$$

$$c = \frac{4 \sin 127,98^\circ}{\sin 30^\circ}$$

$$c = 6,31$$

Lorsque $B_2 = 157,98^\circ$

$$\angle C = 180^\circ - (30^\circ + 157,98^\circ)$$

$$= -7,98^\circ$$

\therefore Il n'y a pas un deuxième triangle.

Communications	✓ Résolution
✓ Connections	✓ Raisonnement
Estimation et Calcul mental	✓ Technologie Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

B-2 résoudre des problèmes
faisant intervenir des
triangles de cas ambigu
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• résoudre des problèmes faisant intervenir des triangles
de cas ambigu (suite)

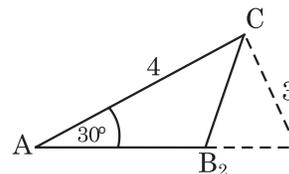
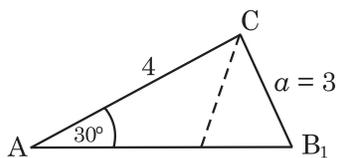
Exemple 3

Cas à deux solutions, CCA

Dans le ΔABC , $a = 3$, $b = 4$ et $\angle A = 30^\circ$. Résolvez le triangle.

Solution

Deux triangles sont possibles.



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$$

$$\frac{3}{\sin 30^\circ} = \frac{4}{\sin B}$$

$$\sin B = 0,6$$

$$B = \sin^{-1}0,6$$

$$B = 41,81^\circ$$

Il y a deux angles entre 0° et 180° dont le sinus est 0,6.

$$B_1 = 41,81^\circ \text{ et } B_2 = 180^\circ - 41,81^\circ = 138,19^\circ$$

Lorsque $B_1 = 41,81^\circ$

$$\angle C = 180^\circ - (41,81^\circ + 30^\circ) = 108,19^\circ$$

$$\frac{3}{\sin 30^\circ} = \frac{c}{\sin 108,19^\circ}$$

$$c = \frac{3 \sin 108,19^\circ}{\sin 30^\circ}$$

$$c = 5,70$$

Communications	✓ Résolution
✓ Connections	✓ Raisonnement
Estimation et Calcul mental	✓ Technologie Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

B-2 résoudre des problèmes
faisant intervenir des
triangles de cas ambigu
– *suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• résoudre des problèmes faisant intervenir des triangles
de cas ambigu (suite)

Exemple 3 - suite

Solution - suite

Lorsque $B_2 = 138,19^\circ$

$$\angle C = 180^\circ - (138,19^\circ + 30^\circ) = 11,81^\circ$$

$$\frac{3}{\sin 30^\circ} = \frac{c}{\sin 11,81^\circ}$$

$$c = \frac{3 \sin 11,81^\circ}{\sin 30^\circ}$$

$$c = 1,23$$

Communications

✓ **Connections**

Estimation et

Calcul mental

✓ **Résolution**

✓ **Raisonnement**

✓ **Technologie**

Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Unité C
Algèbre

ALGÈBRE

Dans cette unité portant sur l'algèbre, on s'attend à ce que les élèves utilisent les connaissances acquises au sujet des polynômes et des expressions rationnelles pour résoudre des expressions quadratiques, radicales, rationnelles et à valeur absolue.

Les sujets comprennent :

- résoudre des équations quadratiques et rattacher les solutions aux zéros d'une fonction correspondante à l'aide de la représentation graphique, de la factorisation et de la formule quadratique;
- résoudre des équations quadratiques dans lesquelles les solutions sont dans l'ensemble des nombres imaginaires;
- obtenir la formule quadratique en complétant le carré;
- résoudre des équations trigonométriques de nature quadratique;
- mettre au point une formule pour trouver la coordonnée de x du sommet de la fonction quadratique correspondante;
- utiliser la somme et le produit de racines pour écrire l'équation quadratique correspondante;
- utiliser le discriminant pour déterminer le caractère des racines d'une équation quadratique et les zéros de la fonction quadratique correspondante;
- résoudre des équations rationnelles, radicales et à valeur absolue.

Pratiques pédagogiques

Pour aider les élèves dans leur apprentissage, les enseignants devraient examiner les pratiques pédagogiques suivantes. Les enseignants devraient donner aux élèves des occasions :

- de faire des liens entre les racines d'une équation quadratique et les zéros de la fonction quadratique correspondante;
- d'utiliser la technologie graphique pour trouver les racines des équations;
- d'utiliser la factorisation ou la formule quadratique lorsque c'est pratique de le faire;
- de trouver la solution d'une équation quadratique dans l'ensemble des nombres imaginaires;
- d'appliquer la factorisation d'équations quadratiques à la résolution d'équations trigonométriques de nature quadratique;
- de choisir la méthode la plus pratique pour trouver le sommet d'une équation quadratique dans des conditions données;
- d'être en mesure d'écrire l'équation quadratique correspondante quand ses racines sont connues;
- d'être capable de formuler des stratégies pour résoudre des équations rationnelles, radicales et à valeur absolue.

Matériel

- calculatrice à affichage graphique ou logiciel informatique

Durée

- 20 heures

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

Résultat général

Représenter et analyser des fonctions rationnelles, polynomiales et quadratiques à l'aide de la technologie selon le cas.

Résultat(s) spécifique(s)

C-1a résoudre des équations quadratiques et rattacher les solutions aux zéros d'une fonction quadratique correspondante à l'aide de la

- représentation graphique
- formule quadratique
- factorisation

C-1b résoudre des équations non linéaires

- par factorisation
- graphiquement
- graphiquement avec une fonction intégrée de la calculatrice à affichage graphique [zéros, intersection, résolveur d'équations]



Communications	Résolution
✓ Connections	Raisonnement
✓ Estimation et Calcul Mental	✓ Technologie
	✓ Visualisation

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

On donne à la fin de la présente unité une expérience d'apprentissage par enseignement différencié (voir Annexe C-1, p. C-56).

· résoudre des équations quadratiques à l'aide d'un outil graphique

Les élèves peuvent utiliser une calculatrice graphique. Faites le lien avec l'Unité A : Fonctions quadratiques.

Une fonction quadratique $y = ax^2 + bx + c$ a infiniment de points sur sa représentation graphique. Lorsque la fonction prend une valeur précise de y , la fonction devient une équation quadratique.

La forme générale d'une équation quadratique est $ax^2 + bx + c = 0$, c'est-à-dire $y = 0$. Les solutions à une équation de forme générale s'appellent **racines**, qui sont les zéros ou les abscisses à l'origine de la fonction correspondante $y = ax^2 + bx + c$, où $a \neq 0$. Le nombre a s'appelle le **coefficient principal**.

Exemple

Faites la représentation graphique de $6 = x^2 + 6x + 11$ et trouvez x . Élaborez un tableau de valeurs, une représentation graphique, puis déterminez les zéros. Pour trouver x , vous pouvez utiliser n'importe laquelle des méthodes suivantes d'une calculatrice graphique T1-83 :

- a) Représentez graphiquement la fonction $y = x^2 + 6x + 11$, tracez et trouvez x lorsque $y = 6$.
- b) Utilisez la fonction **ZERO** pour trouver les solutions de $x^2 + 6x + 5 = 0$.
- c) Utilisez le résolveur d'équations.
- d) Trouvez les points d'intersection des représentations graphiques $y = x^2 + 6x + 11$ et $y = 6$. Répétez en utilisant les représentations graphiques $y = x^2 + 6x + 5$ et $y = 0$.

Solution

Méthodes de la calculatrice graphique T1-83

- a) Représentez l'équation $y = x^2 + 6x + 11$, tracez et trouvez x lorsque $y = 6$.

1. Appuyez sur **Y=** et entrez à côté de Y1

X, T, θ, n	X ²	+	6	X, T, θ, n	+	11
------------	----------------	---	---	------------	---	----

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Calcul mental

1. Factorisez : $x^2 - 2x + 1$
2. Factorisez : $x^2 - 2x - 8$
3. Quelles sont les abscisses à l'origine de $f(x) = x^2 + 2x$?
4. Quelle est la valeur de a dans l'équation quadratique $7x^2 - 5x + 1 = 0$?
5. Quelle est la valeur de c dans l'équation quadratique $2x^2 = 5x - 8$?
6. Quelle est la valeur de b dans l'équation $0,5x^2 = 2$?

Problèmes

1. À l'aide d'un outil graphique, résolvez $x^2 + 6x - 11 = 0$.
2. Résolvez $x^3 + x = 30$ à l'aide de la technologie, en utilisant deux méthodes différentes. Quelle méthode donne la solution la plus précise?
3. À quel endroit est-ce que la droite $y = 2x + 3$ traverse la courbe $y = x^2 + 2x$? Utilisez un outil graphique pour trouver les points d'intersection.
4. Résolvez graphiquement : $x^2 - \sqrt{x-1} = 0$

Inscriptions au journal

1. De quelle façon pouvez-vous utiliser la fonction quadratique pour résoudre une équation quadratique?
2. Quelle est la relation entre les racines d'une équation et les zéros de la fonction correspondante?
3. Expliquez à un ami qui n'a pas assisté au cours la façon de trouver les racines d'une équation à l'aide d'un outil graphique.

NOTES

Ressources imprimées

Mathématiques pré-calcul secondaire 3, Exercices cumulatifs et réponses

Mathématiques pré-calcul secondaire 3, Solutions des exercices cumulatifs

Mathématiques pré-calcul secondaire 3, Cours destiné à l'enseignement à distance

– Module 3, Leçons 1, 2, 3

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- C-1a résoudre des équations quadratiques et rattacher les solutions aux zéros d'une fonction quadratique correspondante à l'aide de la
- représentation graphique
 - formule quadratique
 - factorisation
- C-1b résoudre des équations non linéaires
- par factorisation
 - graphiquement
 - graphiquement avec une fonction intégrée de la calculatrice à affichage graphique [zéros, intersection, résolveur d'équations]
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- résoudre des équations quadratiques à l'aide d'un outil graphique (suite)

Exemple - suite

2. Appuyez sur **WINDOW** et changez les valeurs pour rendre la fenêtre conviviale.

$$X_{\min} = -9,4$$

$$X_{\max} = 9,4$$

$$Y_{\min} = -9,4$$

$$Y_{\max} = 9,4$$

3. Appuyez sur **GRAPH**, **TRACE**, et trouvez x lorsque $y = 6$. Utilisez les flèches gauche **◀** et droite **▶** pour tracer le long de la représentation graphique.

Réponse : $x = -1$, $x = -5$

b) Utilisez la fonction **ZERO** pour résoudre $x^2 + 6x + 5 = 0$.

1. Appuyez sur **Y=**.

2. Entrez à côté de Y_2 ,

X, T, θ , n	X^2	+	6	X, T, θ , n	+	5
--------------------	-------	---	---	--------------------	---	---

3. Désactivez le signe = à côté de Y_1 , c'est-à-dire mettez le signe = en surbrillance et appuyez sur **ENTER**.

4. Appuyez sur **2nd** (CALC) et sélectionnez 2: ZERO.

Identifiez la valeur des marges de gauche et de droite pour chaque zéro et devinez.

c) Utilisez le résolveur d'équations.

1. Appuyez sur **MATH** et sélectionnez O: Solver.

2. Appuyez sur la flèche vers le haut **▲** pour modifier l'équation à l'écran (un nouvel écran s'affichera).

3. Appuyez sur **CLEAR** pour supprimer l'équation à côté de $0 =$.

4. Entrez l'équation à côté de $0 =$ pour qu'elle se lise $0 = x^2 + 6x + 5$. Appuyez sur **ENTER** (un nouvel écran s'affichera)

5. Évaluez votre équation pour les intersections x possibles, puis entrez un numéro à côté de $x =$ qui est inférieur à une intersection x possible, p. ex., entrez -2. Appuyez sur **ALPHA**, (SOLVE). Une réponse s'affichera. Arrondissez votre réponse (Rép. : $x = -1$). Répétez cette dernière étape pour trouver l'autre intersection x , p. ex., entrez -6 (Rép. : $x = -5$).

– suite

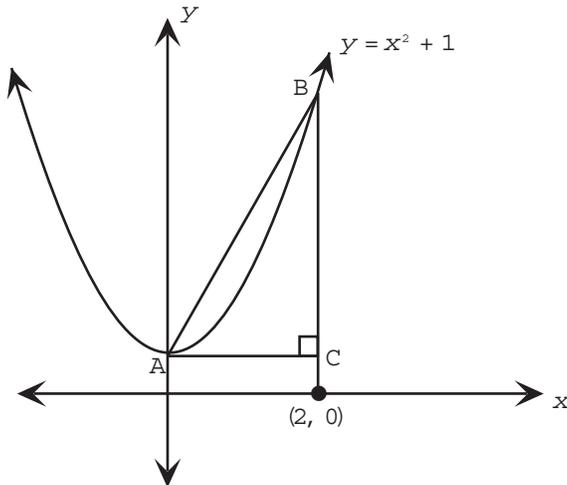
Communications	Résolution
✓ Connections	Raisonnement
✓ Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Résolvez graphiquement : $x^2 - 4x = 3$.
2. L'ordonnée à l'origine y de la représentation graphique d'une fonction linéaire $y = mx + b$ est au point $(0, b)$. Quelle est le point d'intersection avec l'axe des y d'une fonction quadratique en forme générale? Discutez de la façon dont vous êtes parvenu à votre réponse.
3. Un sentier bétonné de x mètres de largeur est en construction autour d'un jardin qui mesure 40 m sur 30 m. L'aire du sentier est de 984 m^2 . Déterminez la largeur du sentier. Expliquez de quelle façon vous êtes parvenu à votre réponse.
4. Sur la représentation graphique de $y = x^2 + 1$, le $\triangle ABC$ est formé. Trouvez l'aire du $\triangle ABC$.



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- C-1a résoudre des équations quadratiques et rattacher les solutions aux zéros d'une fonction quadratique correspondante à l'aide de la
- représentation graphique
 - formule quadratique
 - factorisation
- C-1b résoudre des équations non linéaires
- par factorisation
 - graphiquement
 - graphiquement avec une fonction intégrée de la calculatrice à affichage graphique [zéros, intersection, résolveur d'équations]
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- résoudre des équations quadratiques à l'aide d'un outil graphique (suite)

Exemple - suite

- d) Trouvez les points d'intersection des représentations graphiques $y = x^2 + 6x + 11$ et $y = 6$. Répétez en utilisant les représentations graphiques $y = x^2 + 6x + 5$ et $y = 0$.

Appuyez sur (voir le manuel au menu CALC, Intersection)

- résoudre graphiquement des équations quadratiques

Exemple

Recherchez graphiquement le nombre de racines des équations suivantes en représentant graphiquement leurs fonctions correspondantes, c'est-à-dire dans la forme $y = ax^2 + bx + c$.

- a) $x^2 - 5x - 6 = 0$ d) $x^2 - 2x = 24$
 b) $4x^2 - 5x = 0$ e) $2x^2 + 4x - 16 = 0$
 c) $4x^2 - 5 = 0$

On peut trouver les solutions approximatives d'équations quadratiques en représentant graphiquement leurs fonctions correspondantes. On peut trouver les solutions exactes à certaines équations quadratiques en 1) factorisant et utilisant le principe des produits nuls, 2) complétant le carré, ou 3) utilisant la formule quadratique tel qu'il est indiqué ci-dessous.

- résoudre des équations quadratiques en factorisant

Exemple 1

Factorisez chacune des équations suivantes et indiquez ses racines.

- a) $x^2 - 5x - 6 = 0$ d) $4x^2 - 5 = 0$
 b) $x^2 - 4x + 4 = 0$ e) $x^2 - 2x = 24$
 c) $4x^2 - 5x = 0$

Vérifiez les racines.

Solution

- a) $x^2 - 5x - 6 = 0$
 $(x - 6)(x + 1) = 0$
 $x - 6 = 0$ ou $x + 1 = 0$
 $x = 6$ ou $x = -1$

Vérifiez ces racines.

– suite

Communications	Résolution
✓ Connections	Raisonnement
✓ Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Résolvez en factorisant :

a) $2x^2 + 9x - 5 = 0$

b) $7x^2 + 4x - 11 = 0$

2. Résolvez $3x^2 + 1 = 10x - 2$ graphiquement de deux façons différentes. Y a-t-il une façon qui donne des résultats plus fiables? Expliquez vos procédures et les résultats obtenus.

Remarque : Les élèves pourraient imprimer les représentations graphiques pour chaque façon utilisée comme supplément à leur explication.

3. Trouvez les racines de l'équation $x^2 + bx + c = 0$.

4. Trouvez x : $(x^2 - 9x + 19)^{x^2 - 7x + 10} = 1$.

Inscriptions au journal

1. Discutez de certains des avantages et des désavantages de résoudre une équation quadratique en factorisant plutôt qu'en faisant la représentation graphique.

2. Expliquez pourquoi les procédures suivantes donnent la même réponse :

a) Trouvez le(s) point(s) d'intersection des graphiques $y = x^2 + 6x + 11$ et $y = 6$.

b) Trouvez le(s) point(s) d'intersection des graphiques $y = x^2 + 6x + 5$ et $y = 0$.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- C-1a résoudre des équations quadratiques et rattacher les solutions aux zéros d'une fonction quadratique correspondante à l'aide de la
- représentation graphique
 - formule quadratique
 - factorisation
- suite
- C-1b résoudre des équations non linéaires
- par factorisation
 - graphiquement
 - graphiquement avec une fonction intégrée de la calculatrice à affichage graphique [zéros, intersection, résolveur d'équations]
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- résoudre des équations quadratiques en factorisant (suite)

Exemple - suite

Solution - suite

b) $4x^2 - 5x = 0$

$$x(4x - 5) = 0$$

$$x = 0 \text{ ou}$$

$$4x - 5 = 0, x = \frac{5}{4}$$

Vérifiez ces racines.

c) $4x^2 - 5 = 0$

$$(2x - \sqrt{5})(2x + \sqrt{5}) = 0$$

$$x = \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$$

Vérifiez ces racines.

Remarque : Lorsque $b = 0$, il peut être plus facile d'isoler les termes mis au carré.

$$4x^2 = 5$$

$$x^2 = \frac{5}{4}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{5}{4}}$$

$$= \frac{\pm\sqrt{5}}{2}$$

d) $x^2 - 2x = 24$

$$x^2 - 2x - 24 = 0$$

Écrire sous la forme générale.

$$(x - 6)(x + 4) = 0$$

Factorisez.

$$x - 6 = 0 \text{ ou } x + 4 = 0$$

$$x = 6 \text{ ou } x = -4$$

Vérifiez ces racines.

e) $2(x^2 + 2x - 8) = 0$ Toujours factoriser le facteur commun d'abord.

$$2(x + 4)(x - 2) = 0$$
 Factorisez.

$$\text{Soit } 2(x + 4) = 0 \text{ ou } x - 2 = 0$$

$$x = -4 \quad x = 2$$

Vérifiez ces racines.

Communications

- ✓ **Connections**
- ✓ **Estimation et Calcul Mental**

Résolution

- Raisonnement
- ✓ **Technologie**
- ✓ **Visualisation**

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Calcul mental

1. Résolvez : $x^2 + 7x + 12 = 0$

2. Résolvez : $x^2 - 36 = 0$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

C-1a résoudre des équations quadratiques et rattacher les solutions aux zéros d'une fonction quadratique correspondante à l'aide de la

- représentation graphique
 - formule quadratique
 - factorisation
- suite

C-1b résoudre des équations non linéaires

- par factorisation
 - graphiquement
 - graphiquement avec une fonction intégrée de la calculatrice à affichage graphique [zéros, intersection, résolveur d'équations]
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· résoudre des équations quadratiques en factorisant (suite)

Faites le lien entre la factorisation d'équations quadratiques et la résolution d'équations trigonométriques qui sont de nature quadratique dans l'intervalle $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$.

Exemple 2

Résolvez

a) $2 \cos^2 \theta - 1 = 0$

Solution

$$2 \cos^2 \theta - 1 = 0$$

$$2 \cos^2 \theta = 1$$

$$\cos^2 \theta = \frac{1}{2}$$

$$\cos \theta = \pm \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\pm\sqrt{2}}{2}$$

Angle de référence $\theta = 45^\circ$

θ est dans le quadrant II ou III si $\cos \theta$ est négatif

$$\therefore \theta = 135^\circ \text{ ou } 225^\circ$$

θ est dans le quadrant I ou IV si $\cos \theta$ est positif

$$\therefore \theta = 45^\circ \text{ ou } 315^\circ$$

b) $2 \tan^2 \theta - \tan \theta - 1 = 0$

Solution :

$$(2 \tan \theta + 1)(\tan \theta - 1) = 0$$

$$2 \tan \theta + 1 = 0 \quad \text{ou} \quad \tan \theta - 1 = 0$$

$$2 \tan \theta = -1 \quad \tan \theta = 1$$

$$\tan \theta = -\frac{1}{2}$$

Angle de référence

$$\theta = \tan^{-1} 0,5$$

$$= 26,57^\circ$$

Si $\tan \theta < 0$

θ est dans le quadrant I ou IV

$$\therefore \theta \text{ dans le quadrant II} = 153,43^\circ$$

$$\theta \text{ dans le quadrant IV} = 333,43^\circ$$

Angle de référence

$$\theta = \tan^{-1} 1$$

$$\theta = 45^\circ$$

Si $\tan \theta > 0$

θ est dans le quadrant I ou III

$$\theta \text{ dans le quadrant I} = 45^\circ$$

$$\theta \text{ dans le quadrant III} = 225^\circ$$

Communications

✓ **Connections**

✓ **Estimation et**

Calcul Mental

Résolution

Raisonnement

✓ **Technologie**

✓ **Visualisation**

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Choix multiples

1. Les valeurs de θ qui satisfont à l'équation $2 \cos^2 \theta + \cos \theta - 1 = 0$ dans l'intervalle $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$ sont

- a) $30^\circ, 180^\circ, 330^\circ$
- b) $0^\circ, 60^\circ, 300^\circ$
- c) $120^\circ, 180^\circ, 240^\circ$
- d) $60^\circ, 180^\circ, 300^\circ$

2. Si $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$, le nombre de solutions de l'équation $\cos^2 \theta + \cos \theta = 0$ est

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

C-1a résoudre des équations quadratiques et rattacher les solutions aux zéros d'une fonction quadratique correspondante à l'aide de la

- représentation graphique
 - formule quadratique
 - factorisation
- suite

C-1b résoudre des équations nonlinéaires

- par factorisation
 - graphiquement
 - graphiquement avec une fonction intégrée de la calculatrice à affichage graphique [zéros, intersection, résolveur d'équations]
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· résoudre des équations quadratiques à l'aide d'un outil graphique (suite)

Certaines équations quadratiques telle que $x^2 + 4 = 0$ ne sont pas factorisables. Ces solutions peuvent être définies dans l'ensemble des nombres imaginaires.

Les **nombres imaginaires** sont les racines carrées de nombres négatifs.

L'unité imaginaire i est définie comme étant $i = \sqrt{-1}$ et $i^2 = -1$.

L'unité imaginaire i peut servir à écrire la racine carrée de n'importe quel nombre négatif.

Pour un nombre réel positif a , $\sqrt{-a}$ est un nombre imaginaire où $\sqrt{-a} = i\sqrt{a}$ et $(i\sqrt{-a})^2 = -a$, c'est-à-dire $i\sqrt{xi}\sqrt{x} = i^2 x = -1 x = -x$

Exemple

a) Résolvez
 $x^2 = -8$

Solution

$$x = \pm\sqrt{-8}$$

$$x = \pm\sqrt{-4}\sqrt{2}$$

$$x = \pm 2\sqrt{2} i$$

Vérifiez

$$x^2 = -8$$

$$\pm 2(\sqrt{2} i^2) = -8$$

$$4 i^2 \cdot 2 = -8$$

$$4(-1)(2) = -8$$

Communications	Résolution
✓ Connections	Raisonnement
✓ Estimation et Calcul Mental	✓ Technologie
	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Inscriptions au journal

1. Recherchez les puissances de i et décrivez le patron qui en résulte.
2. Est-il vrai que $\sqrt{-5}\sqrt{-2} = \sqrt{10}$? Pourquoi ou pourquoi pas?

Calcul mental

1. $i^2 = ?$
2. $(x - i)(x + i) = ?$
3. $\sqrt{-18} = ?$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- C-1a résoudre des équations quadratiques et rattacher les solutions aux zéros d'une fonction quadratique correspondante à l'aide de la
- représentation graphique
 - formule quadratique
 - factorisation
- suite
- C-1b résoudre des équations non linéaires
- par factorisation
 - graphiquement
 - graphiquement avec une fonction intégrée de la calculatrice à affichage graphique [zéros, intersection, résolveur d'équations]
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- résoudre des équations quadratiques en complétant le carré

Certaines équations quadratiques sont plus faciles à résoudre par la factorisation que par la représentation graphique. Cependant, ce ne sont pas toutes les équations quadratiques qui sont factorisables. Pour ces équations, vous pouvez utiliser une technique qui s'appelle la complétion du carré.

Lorsque vous complétez le carré pour résoudre une équation quadratique, vous devez préserver l'égalité. Lorsque vous ajoutez une constante à un côté d'une équation, vous devez ajouter la même constante de l'autre côté de l'équation.

Lorsque vous résolvez $ax^2 + bx + c = 0$ en complétant le carré, examinez les deux cas suivants :

- Lorsque le coefficient principal est 1, c'est-à-dire que le coefficient de x^2 est égal à 1.
- Lorsque le coefficient principal n'est pas 1.

Exemple 1

Résoudre en complétant le carré : $x^2 - 4x + 2 = 0$

Solution

$$x^2 - 4x + 2 = 0$$

$$x^2 - 4x = -2$$

Soustrayez 2 de chaque côté afin d'isoler les termes avec des variables.

$$x^2 - 4x + (-2)^2 = 2 + (-2)^2$$

Additionnez le carré de la $\frac{1}{2}$ du coefficient de x de chaque côté. Simplifiez.

$$(x - 2)^2 = -2 + 4$$

$$(x - 2)^2 = 2$$

$$x - 2 = \pm \sqrt{2}$$

Prenez la racine carrée de chaque côté.

$$x = 2 \pm \sqrt{2}$$

Additionnez 2 de chaque côté.

Remarque : $2 + \sqrt{2}$ et $2 - \sqrt{2}$ sont les racines de l'équation quadratique, les zéros de la fonction et les abscisses à l'origine de la représentation graphique.
 $(2 + \sqrt{2}, 0)$ et $(2 - \sqrt{2}, 0)$ sont les points où la représentation graphique traverse l'axe des x .

Communications	Résolution
✓ Connections	Raisonnement
✓ Estimation et Calcul Mental	✓ Technologie
	✓ Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Pour quelles valeurs de k les expressions données sont des trinômes carrés parfaits?

a) $t^2 + t + k$

b) $x^2 + kx + \frac{25}{16}$

Calcul mental

Pour quelle valeur de k le trinôme $x^2 + 6x + k$ est un trinôme carré parfait?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

C-1a résoudre des équations quadratiques et rattacher les solutions aux zéros d'une fonction quadratique correspondante à l'aide de la

- représentation graphique
 - formule quadratique
 - factorisation
- suite

C-1b résoudre des équations non linéaires

- par factorisation
 - graphiquement
 - graphiquement avec une fonction intégrée de la calculatrice à affichage graphique [zéros, intersection, résolveur d'équations]
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· résoudre des équations quadratiques en complétant le carré (suite)

Si le coefficient principal de l'équation quadratique n'est pas 1, divisez les deux côtés de l'équation par le coefficient, a , avant de compléter le carré.

Exemple 2

Résoudre en complétant le carré : $2x^2 - 6x - 7 = 0$

$$2x^2 - 6x - 7 = 0$$

Ajoutez 7 de chaque côté et divisez par 2.

$$x^2 - 3x = \frac{7}{2}$$

$$x^2 - 3x + \left(\frac{-3}{2}\right)^2 = \frac{7}{2} + \left(\frac{-3}{2}\right)^2$$

Ajoutez le carré de $\frac{1}{2}(-3)$ et ajoutez-le à chaque côté.

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{14}{4} + \frac{9}{4}$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{23}{4}$$

$$x - \frac{3}{2} = \pm \frac{\sqrt{23}}{2}$$

Prenez la racine carrée.

$$x = \frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{23}}{2}$$

Simplifiez.

Ce sont les racines exactes de l'équation. Il est compliqué de vérifier les solutions qui ont des fractions et des racines carrées. Une vérification par représentation graphique est habituellement plus efficace. Par exemple :

$$\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{23}}{2} \approx 3,9 \quad \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{23}}{2} \approx -0,9$$

Sur la représentation graphique de $2x^2 - 6x - 7 = 0$, les valeurs 3,9 et -0,9 sont les abscisses à l'origine approximatives.

Communications	Résolution
✓ Connections	Raisonnement
✓ Estimation et Calcul Mental	✓ Technologie
	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Lorsque des bicyclettes se vendent 280 \$ chacune, un magasin spécialisé dans la vente de bicyclettes peut vendre 80 bicyclettes par saison. Pour chaque augmentation de 10 \$ du prix, le nombre de bicyclettes vendues diminue de 3.

- a) Représentez le revenu provenant des ventes comme fonction quadratique soit du nombre vendu, soit du prix.
- b) Quel est le nombre de bicyclettes vendues, et quel est le prix, si le revenu total des ventes est exactement 20 000 \$?
- c) Quelle est l'étendue des prix qui donnera un produit de la vente qui dépasse 15 000 \$?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

C-1a résoudre des équations quadratiques et rattacher les solutions aux zéros d'une fonction quadratique correspondante à l'aide de la

- représentation graphique
- formule quadratique
- factorisation
- suite

C-1b résoudre des équations non linéaires

- par factorisation
- graphiquement
- graphiquement avec une fonction intégrée de la calculatrice à affichage graphique [zéros, intersection, résolveur d'équations]
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• dériver la formule quadratique

Les élèves ne sont pas tenus de mémoriser le calcul suivant. La formule quadratique peut servir à résoudre n'importe quelle équation quadratique. C'est la généralisation obtenue en complétant le carré de $ax^2 + bx + c = 0$, où $a \neq 0$.

Pour obtenir une formule générale pour dériver des équations quadratiques, vous pouvez compléter le carré de l'équation quadratique générale $ax^2 + bx + c = 0$, où $a \neq 0$.

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \text{Équation générale}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0 \quad \text{Divisez par } a.$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a} \quad \text{Isolez les termes avec } x \text{ d'un côté.}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 \quad \text{Complétez le carré en additionnant } \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{b}{a}\right)^2 \text{ de chaque côté.}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a} \quad \text{Simplifiez.}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \quad \text{Simplifiez.}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \quad \text{Prendre la racine carrée de chaque côté.}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{Soustraire } \frac{b}{2a} \text{ de chaque côté.}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{Simplifiez.}$$

Lorsque vous résolvez une équation à l'aide de la formule quadratique, il est important de se rappeler que $-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$ est divisé au complet par $2a$.

Cependant, si vous concevez la formule quadratique comme étant deux fractions au lieu d'une, vous trouverez une façon facile de déterminer le sommet d'une fonction quadratique dans la formule $y = ax^2 + bx + c$

– suite

Communications	Résolution
✓ Connections	Raisonnement
✓ Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Inscription au journal

Comment pouvez-vous utiliser la formule quadratique pour trouver les abscisses à l'origine d'une parabole?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- C-1a résoudre des équations quadratiques et rattacher les solutions aux zéros d'une fonction quadratique correspondante à l'aide de la
- représentation graphique
 - formule quadratique
 - factorisation
- suite
- C-1b résoudre des équations non linéaires
- par factorisation
 - graphiquement
 - graphiquement avec une fonction intégrée de la calculatrice à affichage graphique [zéros, intersection, résolveur d'équations]
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- dériver la formule quadratique (suite)

$$x = \frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Comme vous pouvez le constater, $x = \frac{b}{2a}$ est la droite de symétrie de la parabole et $-\frac{b}{2a}$ est la valeur de x de son sommet.

- utiliser la formule quadratique pour résoudre des équations quadratiques

Formule quadratique

Si $ax^2 + bx + c = 0$, où $a \neq 0$, les solutions (racines) exactes sont données par :

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Vous pouvez utiliser la formule quadratique pour résoudre n'importe quelle équation. Lorsque vous utilisez la formule quadratique, vous devez écrire l'équation dans la forme générale $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$, de sorte que a , b et c peuvent être correctement identifiés.

Les élèves peuvent programmer leurs calculatrices pour la formule quadratique.

Exemple

Résolvez $x^2 + 3x - 9 = 0$.

Solution

$a = 1$, $b = 3$, $c = -9$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4(1)(-9)}}{2(1)}$$

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 36}}{2}$$

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{45}}{2}$$

$$= \frac{-3 \pm 3\sqrt{5}}{2}$$

– suite

Communications	Résolution
✓ Connexions	Raisonnement
✓ Estimation et Calcul Mental	✓ Technologie
	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

C-1a résoudre des équations quadratiques et rattacher les solutions aux zéros d'une fonction quadratique correspondante à l'aide de la

- représentation graphique
 - formule quadratique
 - factorisation
- suite

C-1b résoudre des équations non linéaires

- par factorisation
 - graphiquement
 - graphiquement avec une fonction intégrée de la calculatrice à affichage graphique [zéros, intersection, résolveur d'équations]
- suite



STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- utiliser la formule quadratique pour résoudre des équations quadratiques (suite)

Exemple - suite

Solution - suite

$$x = \frac{-3 + 3\sqrt{5}}{2} \quad \text{ou} \quad x = \frac{-3 - 3\sqrt{5}}{2}$$

Remarque : Cette équation ne se décompose pas en facteurs de sorte que la formule devrait être utilisée.

- résoudre des équations qui peuvent être reformulées comme équation quadratique.

Certaines équations ne semblent pas quadratiques à première vue. Mais si on y regarde de plus près, on constate qu'elles ont en réalité une forme ou un patron quadratique.

Exemple

Résoudre : $2x^4 - 5x^2 + 2 = 0$

Solution

Remarquez qu'on peut reformuler l'équation sous une forme quadratique : $2(x^2)^2 - 5(x^2)^1 + 2 = 0$

Remplacez temporairement x^2 par une autre lettre p afin d'obtenir une équation sous une forme quadratique :

$$2p^2 - 5p + 2 = 0$$

Factorisez :

$$(2p - 1)(p - 2) = 0$$

$$p = \frac{1}{2} \quad \text{ou} \quad p = 2$$

Remplacez p par x^2 :

$$x^2 = \frac{1}{2} \quad \text{ou} \quad x^2 = 2$$

$$x = \pm\sqrt{\frac{1}{2}} \quad \text{ou} \quad x = \pm\sqrt{2}$$

$$x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{(rationalisé)}$$

Réponses : $\frac{\sqrt{2}}{2}$, $-\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sqrt{2}$ et $-\sqrt{2}$

Communications	Résolution
✓ Connections	Raisonnement
✓ Estimation et Calcul Mental	✓ Technologie
	✓ Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Résoudre :

a) $(x^2 - x)^2 + 12 = 8(x^2 - x)$

b) $\left(\frac{x-1}{x}\right)^2 - 3\left(\frac{x-1}{x}\right) + 2 = 0$

2. L'équation quadratique $x^2 + bx + 6 = 0$ a deux racines entières positives. Quelles sont les valeurs possibles de b ?

3. Pour quelle(s) valeur(s) du coefficient a les équations $x^2 - ax + 1 = 0$ et $x^2 - x + a = 0$ ont-elles une solution réelle commune?

4. Si les racines de $x^2 - px + q = 0$ sont des nombres entiers consécutifs, démontrez que $p^2 - 4q - 1 = 0$.

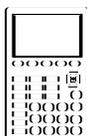
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

C-1a résoudre des équations quadratiques et rattacher les solutions aux zéros d'une fonction quadratique correspondante à l'aide de la

- représentation graphique
 - formule quadratique
 - factorisation
- suite

C-1b résoudre des équations non linéaires

- par factorisation
- graphiquement
- graphiquement avec une fonction intégrée de la calculatrice à affichage graphique [zéros, intersection, résolveur d'équations]



Communications	Résolution
✓ Connections	Raisonnement
✓ Estimation et Calcul Mental	✓ Technologie
	✓ Visualisation

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· utiliser la formule quadratique pour résoudre des équations quadratiques (suite)

Exemple - suite

Solution - suite

Vérifiez l'équation originale :

$$x = \sqrt{2}$$

$$2(\sqrt{2})^4 - 5(\sqrt{2})^2 + 2 = 0$$

$$8 - 10 + 2 = 0 \quad \text{Oui}$$

$x = -\sqrt{2}$ fonctionne aussi étant donné que les puissances en cause sont paires.

$$x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^4 - 5\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 2 = 0$$

$$\frac{2}{4} - \frac{5}{2} + 2 = 0$$

$$\frac{1}{2} - \frac{5}{2} + \frac{4}{2} = 0 \quad \text{Oui, cela fonctionne.}$$

$x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ fonctionne aussi étant donné que les puissances en cause sont paires.

C-2 déterminer la nature des racines réelles et non réelles d'une équation quadratique en utilisant

- le discriminant dans la formule quadratique
- la représentation graphique

· observer la nature des racines quadratiques

Certaines propriétés des racines d'une fonction quadratique

La moyenne de la somme des racines est la coordonnée x du sommet. Rappelez-vous qu'avec une fonction quadratique, l'axe de symétrie traverse l'axe des x à mi-chemin entre les points d'intersections avec l'axe des x . On peut trouver une formule pour l'axe de symétrie et par conséquent la coordonnée x de la parabole en utilisant les deux racines de la formule quadratique et la formule du point milieu.

$$x = \frac{\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}{2}$$

$$x = -\frac{b}{2a}$$

Communications	Résolution
✓ Connections	Raisonnement
✓ Estimation et Calcul Mental	✓ Technologie
	✓ Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Ressource imprimée

*Mathématiques pré-calcul
secondaire 3, Cours
destiné à l'enseignement à
distance*
– Module 3, Leçon 4, 5

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- C-2 déterminer la nature des racines réelles et non réelles d'une équation quadratique en utilisant
- le discriminant dans la formule quadratique
 - la représentation graphique
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- observer la nature de racines quadratiques (suite)

Exemple

Trouvez le sommet de la parabole donnée par $y = x^2 - 6x - 7$.

Solution

$$x = \frac{-b}{2a} = -\frac{-6}{2} = 3$$

Une fois que vous avez la valeur de x , vous pouvez déterminer la valeur de y au sommet par substitution dans la fonction quadratique donnée.

$$\begin{aligned} y &= 3^2 - 6(3) - 7 \\ &= 9 - 18 - 7 = -16 \end{aligned}$$

Les coordonnées du sommet sont $(3, -16)$.

- écrire une équation quadratique dont les racines sont données

Si les racines de l'équation quadratique sont connues, on peut trouver l'équation comme suit :

$$x^2 - (\text{somme des racines})x + (\text{produit des racines}) = 0$$

La somme des racines d'une équation quadratique est obtenue comme suit :

$$\begin{aligned} \text{somme} &= \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &= \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac} - b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &= \frac{2b}{2a} \\ &= \frac{-b}{a} \end{aligned}$$

Le produit des racines d'une équation quadratique est obtenu comme suit :

$$\begin{aligned} \text{produit} &= \left(\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right) \left(\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right) \\ &= \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} \\ &= \frac{4ac}{4a^2} \\ &= \frac{c}{a} \end{aligned}$$

Communications	Résolution
✓ Connections	Raisonnement
✓ Estimation et Calcul Mental	✓ Technologie
	✓ Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Calcul mental

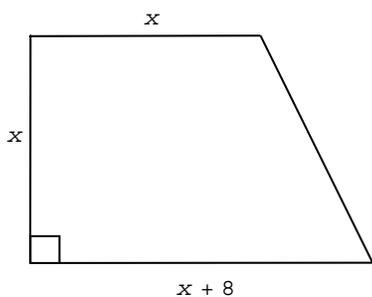
1. Quelle est la somme des racines de $x^2 - 2x + 34 = 0$?
2. Quel est le produit des racines de $2x^2 - 5x + 16 = 0$?

Inscriptions dans le journal

1. Démontrez que la somme des racines de l'équation quadratique $ax^2 + bx + c = 0$ est $-\frac{b}{a}$.
2. Démontrez que le produit des racines de l'équation quadratique $ax^2 + bx + c = 0$ est $\frac{c}{a}$.
3. Demandez aux élèves d'écrire la méthode pour parvenir à la formule quadratique en utilisant le développement du carré.

Problèmes

1. L'aire du trapèze est de 32 cm^2 . Trouvez la valeur de x .



2. Écrivez une équation quadratique dont les racines sont $\frac{3}{2}$ et $-\frac{1}{4}$. Est-ce que cette équation est unique?
3. Les racines de $2k^2 + (3k + 6)x - 12 = 0$ sont p et q . Si $p + q = 0$, trouvez k .
4. Pour quelles valeurs de k la somme des racines des équations suivantes sera-t-elle 8?

$$x^2 - (k^2 - 2k)x + 3 = 0$$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- C-2 déterminer la nature des racines réelles et non réelles d'une équation quadratique en utilisant
- le discriminant dans la formule quadratique
 - la représentation graphique
 - suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- écrire une équation quadratique dont les racines sont données. (suite)

Exemple 1

Démontrez que $\frac{7 + \sqrt{13}}{3}$ et $\frac{7 - \sqrt{13}}{3}$ sont les racines de $3x^2 - 14x + 12 = 0$.

Solution

$$3x^2 - 14x + 12 = 0$$

$$r_1 + r_2 = \frac{-b}{a} = -\frac{-14}{3} = \frac{14}{3}$$

$$r_1 \cdot r_2 = \frac{c}{a} = \frac{12}{3} = 4$$

$$r_1 + r_2 = \frac{7 + \sqrt{13}}{3} + \frac{7 - \sqrt{13}}{3} = \frac{7 + \sqrt{13} + 7 - \sqrt{13}}{3} = \frac{14}{3}$$

$$r_1 \cdot r_2 = \left(\frac{7 + \sqrt{13}}{3}\right)\left(\frac{7 - \sqrt{13}}{3}\right) = \frac{49 - 13}{9} = \frac{36}{9} = 4$$

Par conséquent, la somme et le produit des racines est la même chose que si l'on utilise l'équation pour trouver la somme et le produit des racines. Les deux racines données sont des racines de $3x^2 - 14x + 12 = 0$.

Exemple 2

Trouvez une équation quadratique dont les racines sont $2 + \sqrt{13}$ et $2 - \sqrt{13}$.

Solution

$$r_1 + r_2 = -\frac{b}{a}$$

$$r_1 \cdot r_2 = \frac{c}{a}$$

$$2 + \sqrt{13} + 2 - \sqrt{13} = -\frac{b}{a} \quad (2 + \sqrt{13})(2 - \sqrt{13}) = \frac{c}{a}$$

$$4 = -\frac{b}{a}$$

$$4 - 13 = \frac{c}{a}$$

$$-9 = \frac{c}{a}$$

Étant donné que l'équation quadratique peut s'écrire comme suit

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

somme produit

alors, l'équation requise est $x^2 - 4x - 9 = 0$.

- suite

Communications	Résolution
✓ Connections	Raisonnement
✓ Estimation et Calcul Mental	✓ Technologie
	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- C-2 déterminer la nature des racines réelles et non réelles d'une équation quadratique en utilisant
- le discriminant dans la formule quadratique
 - la représentation graphique
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- écrire une équation quadratique dont les racines sont données. (suite)

Exemple 3

Si -3 est une racine de $x^2 + x + c = 0$, trouvez l'autre racine et la valeur de c .

Solution

Soit $r_1 = -3$.

$$r_1 + r_2 = \frac{-b}{a} \qquad r_1 \cdot r_2 = \frac{c}{a}$$

$$-3 + r_2 = -\frac{1}{1} \qquad -3 \cdot 2 = \frac{c}{1}$$

$$r_2 = -1 + 3 \qquad -6 = c$$

$$= 2$$

- observer la nature des racines quadratiques

L'expression $b^2 - 4ac$ s'appelle le **discriminant** et il vous permet de déterminer le nombre de solutions réelles d'une équation quadratique sans résoudre l'équation ou la représenter graphiquement.

Exemple 1

Représentez graphiquement les équations quadratiques suivantes et indiquez combien elles ont de solutions réelles.

Groupe A

1. $x^2 - x - 12 = 0$
2. $-x^2 + 2x + 18 = 0$
3. $x^2 - 4 = 0$

Groupe B

1. $x^2 - x + 2 = 0$
2. $x^2 + 6x + 1 = 0$
3. $-x^2 + x - 4 = 0$

Groupe C

1. $x^2 - 6x + 9 = 0$
2. $x^2 + 4x + 4 = 0$
3. $-x^2 + 10x - 25 = 0$

Évaluez le discriminant $b^2 - 4ac$ pour toutes les équations. Que remarquez-vous?

– suite

Communications	Résolution
✓ Connections	Raisonnement
✓ Estimation et Calcul Mental	✓ Technologie
	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- C-2 déterminer la nature des racines réelles et non réelles d'une équation quadratique en utilisant
- le discriminant dans la formule quadratique
 - la représentation graphique
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- observer la nature des racines quadratiques (suite)

Exemple 1 - suite

Solution

Résumé

Solution d'une équation quadratique	
Si $b^2 - 4ac$	L'équation a
1. > 0 et est un carré non parfait	2 racines réelles irrationnelles
2. > 0 et est un carré parfait	2 racines réelles rationnelles
3. $= 0$	1 racine réelle
4. < 0	Aucune racine réelle, mais les racines sont décrites comme imaginaires

Représentation graphique d'une équation quadratique	
Si $b^2 - 4ac$	Le graphique a
> 0	2 zéros réels
$= 0$	1 zéro réel, et la parabole est tangente en ce point.
< 0	Aucun zéro réel

Exemple 2

Résolvez : $x^2 - 6x + 7 = 0$

Solution :

Valeur du discriminant : $b^2 - 4ac$

$$a = 1, b = -6, c = 7$$

$$(-6)^2 - 4(1)(7) = 36 - 28 = 8$$

Remarquez que la valeur de $b^2 - 4ac$ est un carré non parfait.

Communications	Résolution
✓ Connections	Raisonnement
✓ Estimation et Calcul Mental	✓ Technologie
	✓ Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Calcul mental

1. Si le discriminant d'une équation quadratique est négatif, combien de racines a-t-elle?
2. Si le discriminant d'une équation quadratique est positif, combien de racines a-t-elle?
3. Calculez le discriminant de $x^2 + 2x + 2 = 0$.
4. Dessinez la représentation graphique d'une fonction quadratique ayant un sommet (2, 3) et un discriminant négatif.
5. Dessinez la représentation graphique d'une fonction quadratique ayant un axe de symétrie de $x = -1$ et un discriminant négatif.
6. Dessinez la représentation graphique d'une équation quadratique ayant un maximum et un discriminant de 0.
7. Dessinez la représentation graphique d'une fonction quadratique qui s'ouvre vers le bas et qui a un discriminant négatif.

Inscriptions au journal

1. Discutez des répercussions d'un discriminant négatif lorsque vous décrivez les zéros d'une fonction quadratique.
2. Pourquoi est-ce que le discriminant fonctionne comme source rapide d'information pour l'équation quadratique?

Problèmes

1. Écrivez une équation quadratique qui a une solution réelle.
2. Pour quelles valeurs de k l'équation $2x^2 + 4x + (2 - k - k^2) = 0$ a-t-elle exactement une racine?
3. Soit $3x^2 - mx + 3 = 0$:
 - a) Pour quelle(s) valeur(s) de m est-ce qu'une racine serait le double de l'autre?
 - b) Pour quelles valeurs de m est-ce que les racines ne seraient pas réelles?
4. Le profit y , pour la publication d'un livre est donné par l'équation $y = -5x^2 + 400x - 3\,000 = 0$, où x est le prix de vente par livre.
 - a) Est-il possible d'établir un prix de vente qui permettra de retirer un profit total de 6 000 \$? Expliquez votre solution par rapport aux équations et graphiques appropriés.
 - b) Quelle étendue de prix de vente permet à l'éditeur de réaliser un profit sur ce livre?
5. Déterminez la nature des racines sans trouver les racines :
 - a) $4x^2 - 40x + 25 = 0$
 - b) $x^2 + 6x + 1 = 0$
6. Si $3x^2 - mx + 2 = 0$ peut être factorisé, quelles valeurs de m sont possibles?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- C-2 déterminer la nature des racines réelles et non réelles d'une équation quadratique en utilisant
- le discriminant dans la formule quadratique
 - la représentation graphique
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- observer la nature des racines quadratiques (suite)

Exemple 1 - suite

Solution - suite

Racines d'une équation quadratique :

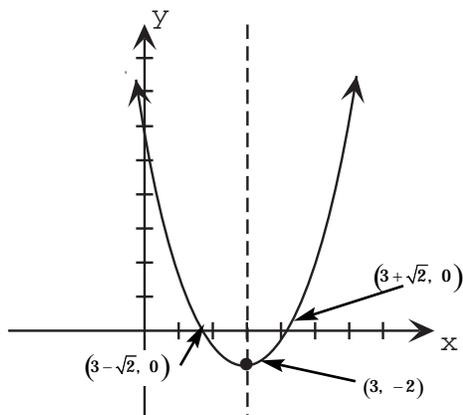
$$r_1 = \frac{-(-6) + \sqrt{36 - 28}}{2(1)} = \frac{6 + \sqrt{8}}{2} = \frac{6 + 2\sqrt{2}}{2} = 3 + \sqrt{2}$$

$$r_2 = \frac{-(-6) - \sqrt{36 - 28}}{2(1)} = \frac{6 - \sqrt{8}}{2} = \frac{6 - 2\sqrt{2}}{2} = 3 - \sqrt{2}$$

Description des racines : r_1 et r_2 sont deux racines réelles irrationnelles

Représentation graphique de la fonction quadratique :

$$y = x^2 - 6x + 7 = 0$$



Description des zéros : Deux zéros réels irrationnels : $3 + \sqrt{2}$ et $3 - \sqrt{2}$

Exemple 2

Résolvez : $x^2 - 6x + 14 = 0$

Solution :

Valeur du discriminant : $b^2 - 4ac$

$$a = 1, b = -6, c = 14$$

$$(-6)^2 - 4(1)(14) = 36 - 56 = -20$$

Communications	Résolution
✓ Connections	Raisonnement
✓ Estimation et Calcul Mental	✓ Technologie
	✓ Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- C-2 déterminer la nature des racines réelles et non réelles d'une équation quadratique en utilisant
- le discriminant dans la formule quadratique
 - la représentation graphique
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- observer la nature des racines quadratiques (suite)

Exemple 2 - suite

Solution - suite

Racines de l'équation quadratique :

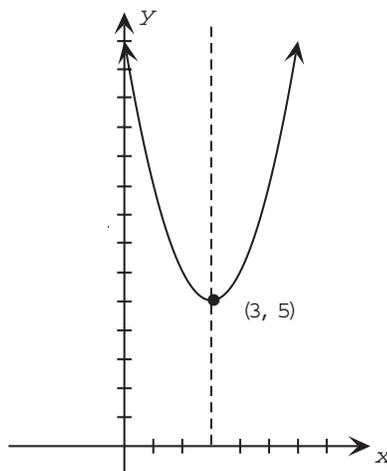
$$r_1 = \frac{-(-6) + \sqrt{36 - 56}}{2} = \frac{+6 + \sqrt{-20}}{2} = \frac{6 + 2i\sqrt{5}}{2} = 3 + \sqrt{5}i$$

$$r_2 = \frac{-(-6) - \sqrt{36 - 56}}{2} = \frac{6 - \sqrt{-20}}{2} = \frac{6 - 2i\sqrt{5}}{2} = 3 - \sqrt{5}i$$

Description des racines : r_1 et r_2 sont des racines non réelles. Ce sont deux racines imaginaires.

Représentation graphique de la fonction quadratique :

$$y = x^2 - 6x + 14$$



Description des zéros : Il n'y a aucun zéro réel étant donné que la représentation graphique ne traverse pas l'axe des x et n'y touche pas non plus.

Communications	Résolution
✓ Connections	Raisonnement
✓ Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- C-2 déterminer la nature des racines réelles et non réelles d'une équation quadratique en utilisant
- le discriminant dans la formule quadratique
 - la représentation graphique
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- observer la nature des racines quadratiques (suite)

Exemple 3

Pour quelles valeurs de m l'équation $x^2 + 8x - m = 0$ a-t-elle des racines distinctes?

Solution :

Pour des racines réelles distinctes $b^2 - 4ac > 0$:

$$a = 1, b = 8, c = -m$$

$$8^2 - 4(1)(-m) > 0$$

$$64 + 4m > 0$$

$$4m > -64$$

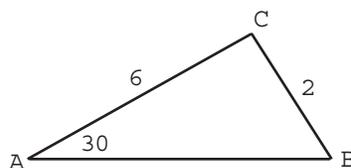
$$m > -16$$

m doit être plus grand que - 16 pour des racines réelles distinctes.

Exemple 4

Dans le ΔABC , $a = 2$, $b = 6$, $\angle A = 30^\circ$. Solutionne le triangle en utilisant la loi des cosinus.

Solution



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$2^2 = 6^2 + c^2 - 2(6)(c) \cos 30^\circ$$

$$4 = 36 + c^2 - 10,44c$$

$$0 = c^2 - 10,44c + 32$$

En vérifiant le discriminant, $b^2 - 4ac$ donne

$$(-10,44)^2 - 4(1)(32)$$

$$= -19,0064$$

\therefore L'équation n'a aucune racine.

\therefore Il n'y a pas de triangle.

Communications

✓ **Connections**

✓ **Estimation et**

Calcul Mental

Résolution

Raisonnement

✓ **Technologie**

✓ **Visualisation**

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

Résultat général

Représenter et analyser des situations qui font intervenir des expressions, des équations et des inégalités.

Résultats spécifiques

C-3 résoudre des équations non linéaires à l'aide d'un outil graphique

C-4 formuler et mettre en application des stratégies pour résoudre des équations à valeur absolue, des équations radicales et des équations rationnelles.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Le résultat C-3 a été couvert dans le résultat C-1a. Voir à la page C-4.

• résoudre des équations à valeur absolue

On peut considérer la valeur absolue d'un nombre comme étant sa distance de zéro sur une droite numérique. N'importe quel nombre positif et n'importe quel nombre négatif sont à une distance positive de 0. La valeur absolue porte sur la distance plutôt que la direction.

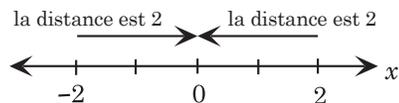
La **valeur absolue** de n'importe quel nombre réel a , que l'on écrit comme $|a|$, se définit comme suit

$$\begin{aligned} |a| &= a \text{ si } a \geq 0 \\ |a| &= -a \text{ si } a < 0 \end{aligned}$$

Exemple

Il y a deux valeurs qui ont une distance de 2 à partir de 0. Ce sont 2 et -2.

Donc si $|x| = 2$, alors $x = 2$ ou $x = -2$.



Exemple 1

Résolvez et reproduisez graphiquement $|x - 3| = 2$

Solution

$$\begin{aligned} (x - 3) &= 2 && \text{ou} && (x - 3) &= -2 \\ x - 3 &= 2 && && x - 3 &= -2 \\ x &= 5 && && x &= 1 \end{aligned}$$

Vérifiez

$$\begin{aligned} x &= 5 && \text{ou} && x &= 1 \\ |5 - 3| &= 2 && && |1 - 3| &= 2 \\ 2 &= 2 && && |-2| &= 2 \\ &&& && 2 &= 2 \end{aligned}$$

Communications	Résolution
✓ Connections	✓ Raisonnement
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Ressources imprimées

*Mathématiques pré-calcul
secondaire 3, Cours
destiné à l'enseignement à
distance*
- Module 3, Leçon 1

*Mathématiques pré-calcul
secondaire 3, Cours
destiné à l'enseignement à
distance*
- Module 3, Leçons 6, 7

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

C-4 formuler et mettre en application des stratégies pour résoudre des équations à valeur absolue, des équations radicales et des équations rationnelles
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• résoudre des équations à valeur absolue (suite)

Exemple 1 - suite

Solution - suite

Les solutions de $|x - 3| = 2$ sont des translations des solutions de $|x| = 2$, trois unités vers la droite.



Exemple 2

Résoudre : $|x^2 - 3x| = -4x + 6$

Solution

Étant donné que l'expression entre les signes de valeur absolue peut être positive ou négative, vous devez résoudre deux équations.

$$\begin{array}{ll} x^2 - 3x = -4x + 6 & -(x^2 - 3x) = -4x + 6 \\ x^2 + x - 6 = 0 & -x^2 + 3x = -4x + 6 \\ (x + 3)(x - 2) = 0 & x^2 - 7x + 6 = 0 \\ x = -3 \text{ ou } +2 & (x - 6)(x - 1) = 0 \\ & x = 6 \text{ ou } 1 \end{array}$$

Vérifiez

$$\begin{array}{ll} x = -3 & x = 2 \\ |(-3)^2 - 3(-3)| = (-4)(-3) + 6 & |2^2 - 3(2)| = -4(2) + 6 \\ |9 + 9| = 12 + 6 & |-2| = -8 + 6 \\ & |-2| \neq -2 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} x = 6 & x = 1 \\ |6^2 - 3(6)| = -4(6) + 6 & |1^2 - 3(1)| = -4(1) + 6 \\ |18| \neq -18 & |-2| = 2 \\ & 2 = 2 \end{array}$$

∴ Les solutions de l'équation $|x^2 - 3x| = -4x + 6$ sont -3 et 1.

Communications	Résolution
✓ Connections	✓ Raisonnement
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

- suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Calcul mental1. Trouvez x :

a) $|x| = 6$

b) $|x| = -3$

c) $|x + 3| = 2$

2. Trouvez les racines de

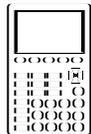
a) $|x| + 5 = 6$

b) $|x| + 5 = 4$

3. Quelles sont les abscisses à l'origine de $y = |x + 4| - 2$?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- C-4 formuler et mettre en application des stratégies pour résoudre des équations à valeur absolue, des équations radicales et des équations rationnelles
– suite



STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- résoudre des équations à valeur absolue (suite)

Exemple 3

- a) Résolvez $|x| + 2 = 3$ en utilisant la fonction trace de votre technologie graphique.
b) Résolvez algébriquement $|x| + 2 = 3$.

Solution

b) $|x| = 1$
 $\pm x = 1$
 $x = 1$ ou $-x = 1$
 $x = 1$ ou $x = -1$

- résoudre des équations radicales

Une équation **radicale** est une équation qui contient des radicaux ou des exposants rationnels. Pour résoudre l'équation, essayez d'éliminer les radicaux pour obtenir une équation linéaire ou quadratique.

La propriété suivante joue un rôle important dans le processus de simplification.

Si $a = b$, alors $a^n = b^n$.

Cela signifie que les deux côtés d'une équation peuvent être élevés à la même puissance, tel qu'il est indiqué dans les exemples suivants.

Exemple 1

Résolvez : $\sqrt{x} = 4$

Solution

$\sqrt{x} = 4$
 $(\sqrt{x})^2 = 4^2$
 $x = 16$

Mettez chaque côté au carré afin d'éliminer le signe de racine carrée.

Vérifiez : $\sqrt{16} = 4$

N'oubliez pas $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$ et si vous élevez au carré $x^{\frac{1}{2}}$, vous obtenez x .

Communications	Résolution
✓ Connections	✓ Raisonnement
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Inscription au journal

Est-ce que $|x + y| = |x| + |y|$? Expliquez votre réponse.

Problèmes

1. Le point P repose sur l'axe des y tandis que les points A et B sont $(-9, 0)$ et $(5, 0)$ respectivement. Si $PA + PB$ a 28 unités de longueur, déterminez les coordonnées de P .

2. Résoudre :

a) $2|x| + 2 = 6$

b) $2|x + 1| = 9$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

C-4 formuler et mettre en application des stratégies pour résoudre des équations à valeur absolue, des équations radicales et des équations rationnelles
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• résoudre des équations radicales (suite)

Exemple 2

Résolvez : $\sqrt[3]{x} - 4 = 0$

Solution

Avant d'élever les deux côtés d'une équation à la $m^{\text{ième}}$ puissance, vous devez isoler l'expression radicale d'un côté de l'équation.

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{x} &= 4 && \text{Réorganisez :} \\ (\sqrt[3]{x})^3 &= 4^3 && \text{Élevez au cube chaque côté en vous rappelant que} \\ x &= 64 && \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}} \text{ et } \left(x^{\frac{1}{3}}\right)^3 = x^{\frac{1}{3} \cdot 3} = x^1. \end{aligned}$$

Vérifiez :

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{64} - 4 &= 0 \\ 4 - 4 &= 0 \end{aligned}$$

L'équation suivante contient un exposant.

Exemple 3

Résolvez : $x^{\frac{3}{2}} = 8$

Solution

$$\begin{aligned} x^{\frac{3}{2}} &= 8 && \text{Élevez les deux côtés à la puissance } 2/3. \\ \left(x^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}} &= 8^{\frac{2}{3}} && \text{Simplifiez.} \end{aligned}$$

$$x = (\sqrt[3]{8})^2$$

$$x = 2^2$$

$$x = 4$$

Vérifiez :

$$4^{\frac{3}{2}} = 8$$

$$(\sqrt{4})^3 = 8$$

$$2^3 = 8$$

$$8 = 8$$

Communications	Résolution
✓ Connections	✓ Raisonnement
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Pour $4x^2 = 16$ trouvez la (les) valeur(s) de x .
2. Si vous placez C \$ dans un compte à i %, la somme d'argent VF que vous aurez après n années est
$$VF = C(1 + i)^n.$$
Supposez que vous avez 1 000 \$ à placer et que vous voulez avoir 2 500 \$ après 15 ans. Quel taux d'intérêt est nécessaire?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

C-4 formuler et mettre en application des stratégies pour résoudre des équations à valeur absolue, des équations radicales et des équations rationnelles – suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• résoudre des équations radicales (suite)

Exemple 4

Trouvez x :

1. $\sqrt{3x-8} + 1 = 3$

Solution

$$\sqrt{3x-8} = 2$$

$$3x-8 = 4$$

$$3x = 12$$

$$x = 4$$

Vérifiez

$$\sqrt{3 \cdot 4 - 8} = 2$$

Le fait d'élever les deux côtés d'une équation à la ^{ième} puissance peut introduire des solutions **étrangères ou fausses**. Donc, lorsque vous utilisez la procédure, il est essentiel que vous vérifiez chaque solution dans l'équation originale.

2. $1 + \sqrt{4x+8} = x$

Solution

$$\sqrt{4x+8} = x-1$$

$$4x+8 = x^2 - 2x + 1$$

$$0 = x^2 - 6x - 7$$

$$0 = (x-7)(x+1)$$

$$x = 7 \text{ ou } -1$$

Vérifiez

Pour $x = 7$

$$\sqrt{36} = 6$$

Pour $x = -1$

$$\sqrt{4} + 1 = -1$$

$$\sqrt{4} = -2$$

$$\emptyset$$

Recherchez la solution à l'aide d'une calculatrice à affichage graphique.

Remarquez que cette équation n'a qu'une solution, 7. Le nombre -1 est ce que l'on appelle une **racine étrangère** étant donné qu'elle ne satisfait pas l'équation. Recherchez cette solution à l'aide de la technologie graphique.



Communications	Résolution
✓ Connections	✓ Raisonnement
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Résolvez : $\sqrt{x} + 2 = 0$

2. Résolvez : $\sqrt{x-1} + \sqrt{x+4} = 5$

Recherchez la solution à l'aide de la calculatrice à affichage graphique.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

C-4 formuler et mettre en application des stratégies pour résoudre des équations à valeur absolue, des équations radicales et des équations rationnelles
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• résoudre des équations rationnelles

Une équation faisant intervenir des expressions rationnelles s'appelle une **équation rationnelle**.

La meilleure façon de résoudre une équation rationnelle est de multiplier les deux côtés par le plus petit commun multiple (PPCM).

Le PPCM de deux polynômes ou plus est le plus simple qui est un multiple de chacun des polynômes d'origine.

Pour trouver le PPCM :

- factorisez chaque polynôme;
- utilisez chaque facteur le plus grand nombre de fois qu'il survient dans chaque polynôme.

Polynômes

a) x et $x - 4$

b) x^2 et $2x$

c) $x^2 - 9$ et $x - 3$

$(x - 3)(x + 3)$ et $(x - 3)$

d) $(x^2 - 4x + 4)$ et $x^2 - 4$

$(x - 2)(x - 2)$ et $(x - 2)(x + 2)$

Plus petit commun multiple

$x(x - 4)$ (chaque facteur survient une fois)

$2xx = 2x^2$ (x survient deux fois dans le premier terme)

$(x + 3)(x - 3)$

$(x - 2)(x - 2)(x + 2)$

Le plus petit commun dénominateur (PPCD) de deux fractions ou plus est le plus petit commun multiple du dénominateur des fractions.

Pour résoudre une équation rationnelle, multipliez chaque terme des deux côtés de l'équation par le PPCD des termes. Simplifiez et résolvez l'équation qui en résulte. Assurez-vous que les dénominateurs sont factorisés avant que vous commenciez.

Exemple 1

Résolvez : $\frac{3x}{x-2} = 2 + \frac{6}{x-2}$

Solution

Valeur restreinte dans le dénominateur : $x \neq 2$.

PPCD : $x - 2$

$(x - 2)\left(\frac{3x}{x - 2}\right) = 2(x - 2) + (x - 2)\left(\frac{6}{x - 2}\right)$ Multipliez par $x - 2$.

$3x = 2x - 4 + 6$

$x = 2$

– suite

Communications	Résolution
✓ Connections	✓ Raisonnement
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Calcul mental

1. Trouvez x :

a) $|\sqrt{x}| = 3$

b) $\sqrt{\sqrt{x}} = 2$

c) $\sqrt{x+1} = |-3|$

2. Pour quelles valeurs de x :

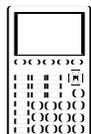
$$|x - 4| = |-3|?$$

Inscription au journal

Expliquez pourquoi le fait d'élever au carré les deux côtés d'une équation peut introduire une solution étrangère.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

C-4 formuler et mettre en application des stratégies pour résoudre des équations à valeur absolue, des équations radicales et des équations rationnelles -suite



STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• résoudre des équations rationnelles (suite)

Exemple 2 - suite

Solution - suite

Lorsque vous vérifiez votre réponse, 2 n'est pas une valeur permise étant donné que le dénominateur devient 0.

∴ Il n'y a aucune solution à l'équation.

Exemple 2

$$\text{Résolvez : } \frac{30}{x^2 - 9} = \frac{5}{x - 3} - 1$$

Solution

La solution est 2. La valeur 3 est une racine étrangère. Recherchez la solution à l'aide d'une calculatrice.

Exemple 3

$$\text{Résolvez : } \frac{3x}{x + 1} = \frac{12}{x^2 - 1} + 2$$

Solution

Valeur restreinte $x \neq -1, 1$

PPCD : $(x - 1)(x + 1)$

$$(x - 1)(x + 1) \left(\frac{3x}{x + 1} \right) = (x - 1)(x + 1) \left(\frac{12}{(x - 1)(x + 1)} \right) + 2(x - 1)(x + 1)$$

Multipliez par le PPCD.

$$3x(x - 1) = 12 + 2(x - 1)(x + 1) \quad \text{Simplifiez.}$$

$$3x^2 - 3x = 12 + 2(x^2 - 1)$$

$$3x^2 - 3x = 12 + 2x^2 - 2$$

$$x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$(x + 2)(x - 5) = 0$$

$$x = -2 \text{ ou } x = 5$$

Factorisez :

Communications	Résolution
✓ Connections	✓ Raisonnement
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

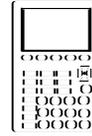
NOTES

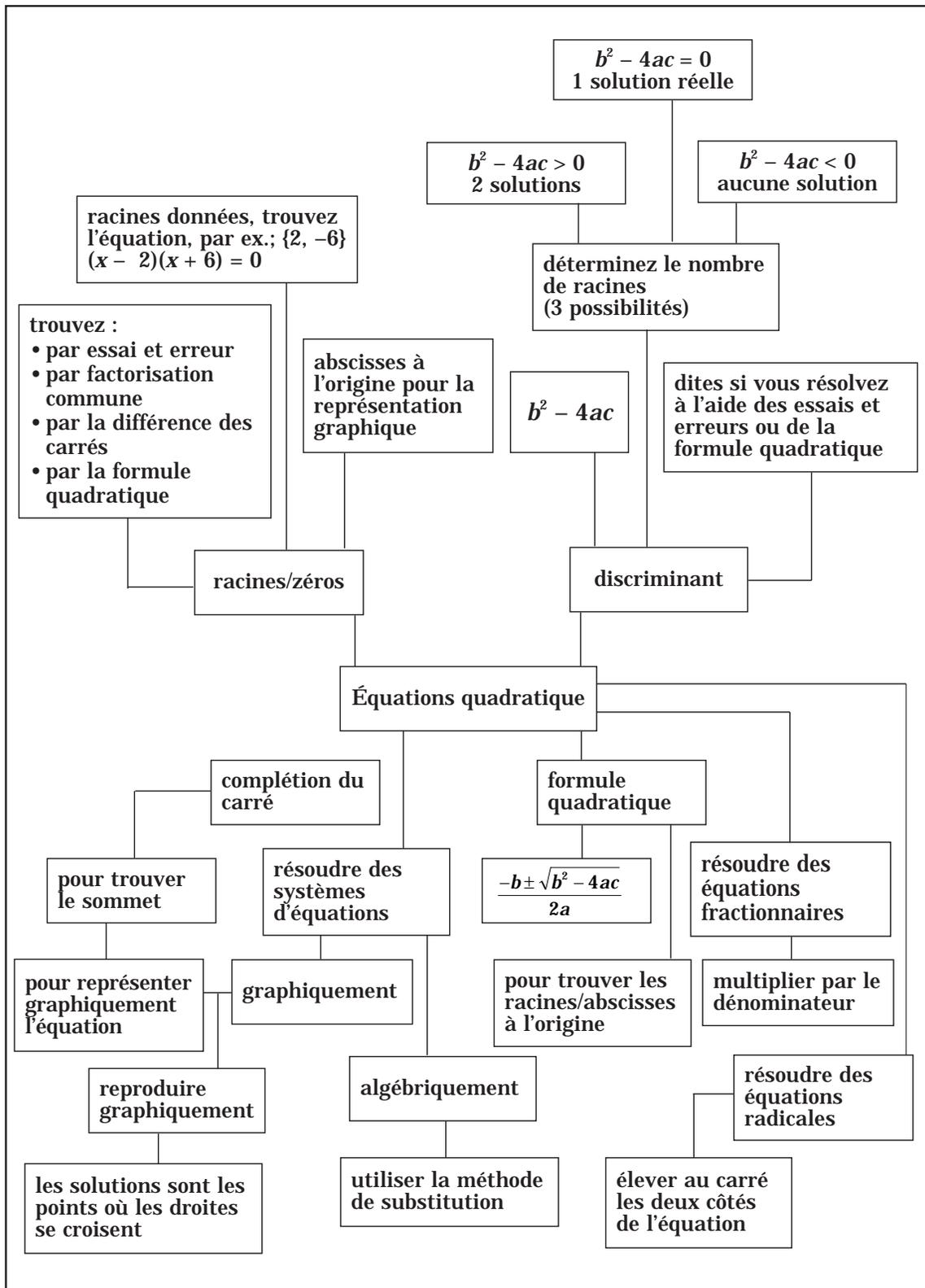
Problèmes

1. Résolvez : $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x} = 5$

Utilisez la technologie graphique pour résoudre.

2. Un jogger a couru 2 kilomètres à l'heure plus rapidement qu'un randonneur a marché. Si le jogger a couru 15 kilomètres dans le même temps qu'il a fallu au randonneur pour marcher 10 kilomètres, quelle était la vitesse de chacun?





Unité D
Géométrie analytique

GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE

Cette unité sur la géométrie analytique fait le lien entre l'algèbre et la géométrie plane à l'aide de modèles.

Dans cette unité, les élèves vont :

- développer l'équation cartésienne d'un cercle;
- résoudre des problèmes portant sur des distances entre des points et des droites;
- vérifier et démontrer des propositions en géométrie plane à l'aide de la géométrie cartésienne;
- résoudre des systèmes d'équations linéaires à deux variables graphiquement et algébriquement;
- résoudre des systèmes d'équations linéaires à trois variables algébriquement et à l'aide de la technologie;
- résoudre un système d'équations non linéaires à l'aide de la technologie;
- représenter graphiquement des inéquations linéaires à deux variables;
- résoudre à l'aide de la technologie et algébriquement des inéquations quadratiques, radicales, rationnelles et à valeur absolue.

Pratiques pédagogiques

Pour aider les élèves dans leur apprentissage, les enseignants devraient examiner les pratiques pédagogiques suivantes. Les enseignants devraient fournir aux élèves des possibilités :

- d'établir des liens entre la complétion du carré pour des fonctions quadratiques et la complétion du carré pour des cercles;
- développer la formule de distance d'un point à une droite, en mettant en évidence les différences dans les distances horizontales, verticales et perpendiculaires;
- développer la vérification de propositions en géométrie plane à l'aide de la géométrie cartésienne;
- utiliser la calculatrice à affichage graphique ou des logiciels informatiques pour illustrer les solutions de systèmes d'équations linéaires à deux ou trois variables;
- comparer graphiquement et algébriquement des systèmes indépendants, dépendants et incompatibles;
- déterminer des stratégies pour résoudre des systèmes d'équations non linéaires, y compris à l'aide de la technologie graphique et de l'algèbre;
- analyser des stratégies pour résoudre des inéquations linéaires, quadratiques, radicales, rationnelles et à valeur absolue, y compris l'approche du diagramme des signes.

Matériel

- papier quadrillé
- calculatrices à affichage graphique
- logiciels informatiques (*Cabri-géomètre II*, *Cybergéomètre*)

Durée

- 20 heures

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

Résultat d'apprentissage général

Résoudre des problèmes de géométrie des coordonnées faisant intervenir des droites et des segments de droite et justifier les réponses.

Résultat(s) d'apprentissage spécifique(s)

D-1 développer l'équation cartésienne d'un cercle

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

On donne à la fin de la présente unité des expériences d'apprentissage par enseignement différencié (voir les Annexes D-2 à D-7, pp. D-81 à D-86).

• **développer l'équation cartésienne d'un cercle**

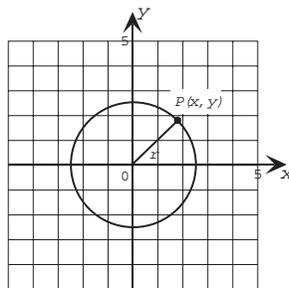
Un **cercle** est l'ensemble de tous les points (x, y) qui sont équidistants d'un point fixe que l'on appelle le centre du cercle. La distance, r , entre le centre du cercle et un point (x, y) sur le cercle est le **rayon**.

La distance entre deux points est donnée par la formule

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

Si le centre du cercle est placé à $(0, 0)$, **l'origine**, et r est le rayon, placez $P(x, y)$ sur n'importe quel point de ce cercle. La distance de (x, y) à $(0, 0)$ est égale au rayon (r).

$$r = \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2} \text{ ou } r^2 = x^2 + y^2$$



$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = r$$

Pour un cercle qui a son centre au point (h, k) et un rayon de r , la **forme canonique** de l'équation est

$$\sqrt{(x-h)^2 + (y-k)^2} = r \text{ ou}$$

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

qui est $x^2 + y^2 = r^2$ déplacé de h unités horizontalement et de k unités verticalement.

- suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Problèmes

1. Donnez l'équation d'un cercle de centre $(-2, 1)$ et de rayon $\sqrt{7}$.
2. Écrivez les équations pour chacun des cercles suivants avec les propriétés données. Laissez les réponses en forme canonique.
 - a) Le centre est au point $(5, 0)$ et le diamètre est de 10.
 - b) Le centre est au point $(4, 3)$ et passe au point $(1, 2)$.
 - c) Le centre est au point $(0, 0)$ et son aire est de 12π unités carrées.
 - d) Le centre est au point $(2, -1)$ et sa circonférence est de 20π unités.

NOTES

Ressources imprimées

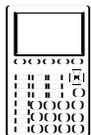
Mathématiques pré-calcul secondaire 3, Exercices cumulatifs et réponses

Mathématiques pré-calcul secondaire 3, Solutions des exercices cumulatifs

Mathématiques pré-calcul secondaire 3, Cours destiné à l'enseignement à distance
- Module 4, Leçon 1

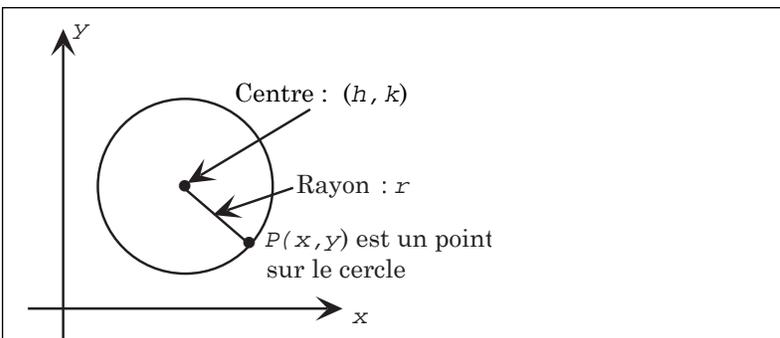
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

D-1 développer l'équation
cartésienne d'un cercle
– suite



STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• développer l'équation cartésienne d'un cercle (suite)



L'équation d'un cercle dont on connaît le centre et le rayon peut s'écrire selon deux formes.

- a) $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ (**forme canonique**)
où (h, k) est le centre et r est le rayon.
- b) $x^2 + y^2 + dx + ey + f = 0$, (forme générale) où d , e et f sont des nombres réels et le fait de compléter les carrés de cette équation la transformera en la formule (a).

• résoudre des problèmes à l'aide de l'équation cartésienne d'un cercle

Exemple

Pour le cercle d'équation $x^2 + y^2 - 8x + 12y - 35 = 0$

- a) trouvez son centre
- b) trouvez son rayon
- c) représentez graphiquement.

Solution

Complétez le carré pour les termes de x et de y :

$$\begin{aligned}
 x^2 + y^2 - 8x + 12y - 35 &= 0 \\
 (x^2 - 8x \quad) + (y^2 + 12y \quad) + 35 &= 0 \\
 (x^2 - 8x + 16) + (y^2 + 12y + 36) &= -35 + 16 + 36 \\
 (x - 4)^2 + (y + 6)^2 &= 17
 \end{aligned}$$

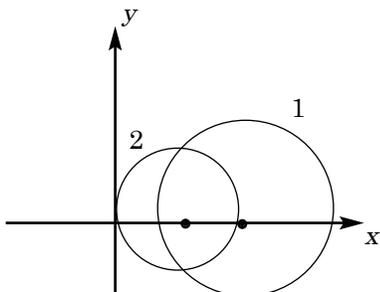
– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

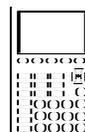
Problèmes

1. L'équation du cercle 1 est $(x - 4)^2 + y^2 = 9$. Trouvez l'équation du cercle 2.



2. Certains systèmes d'irrigation tournent autour d'un pivot en un mouvement circulaire. Écrivez une équation pour modéliser la limite circulaire du champ si la canalisation des arroseurs mesure 400 m de longueur.

Reproduisez graphiquement ce cercle à l'aide d'une calculatrice à affichage graphique. Si vous êtes à l'extrémité du cercle et que votre coordonnée y est 400, quelle serait la coordonnée x ?



3. Une autoroute à deux voies traverse un tunnel semi-circulaire qui mesure 5 m de hauteur en son point supérieur. Si chaque voie de circulation mesure 4 m de largeur, quelle est la hauteur du tunnel à la limite de chaque voie?
4. Trouvez le rayon de $x^2 + y^2 + 8x - 4y - 8 = 0$. Arrondissez votre réponse à deux décimales près.

Choix multiples

1. Une équation du cercle qui a son centre au point $C(-1, 4)$ et qui traverse le point $P(2, 6)$ est
- a) $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 13$
 - b) $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = \sqrt{13}$
 - c) $(x + 1)^2 + (y + 4)^2 = \sqrt{13}$
 - d) $(x - 1)^2 + (y + 4)^2 = 13$
2. Le rayon du cercle donné par l'équation $x^2 + 8x + y^2 - 2y = 64$ est
- a) $\sqrt{47}$
 - b) 8
 - c) $\sqrt{69}$
 - d) 9

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

D-1 développer l'équation
cartésienne d'un cercle
– suite

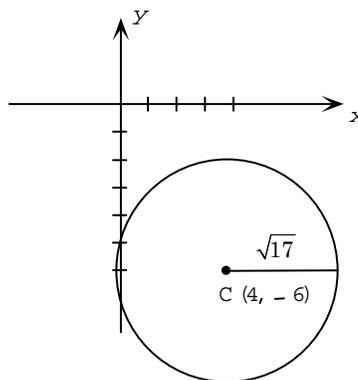
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• résoudre des problèmes à l'aide de l'équation cartésienne
d'un cercle (suite)

Exemple - suite

Réponse

- a) Centre : (4, -6)
- b) Rayon : $\sqrt{17}$
- c)



D-2 résoudre des problèmes
portant sur des distances
entre des points et des
droites

• trouver la distance entre un point et une droite

La distance (perpendiculaire) à partir d'un point $P(x_1, y_1)$
jusqu'à la droite $Ax + By + C = 0$ est

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

(Voir la preuve de cette formule à l'Annexe D-1)

Les élèves peuvent programmer cette formule dans leur
calculatrice.

Exemple

Pour les droites $x + 3y = 6$ et $x + 3y = 3$, trouvez la :

- a) distance horizontale entre les droites;
- b) distance verticale entre les droites;
- c) distance la plus courte entre les droites.

Communications	✓ Résolution
✓ Connexions	✓ Raisonnement
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Choix multiples

Les coordonnées du centre du cercle d'équation $x^2 + y^2 - 4x = 0$ sont

- a) (-2, 0)
- b) (4, 0)
- c) (-4, 0)
- d) (2, 0)

Problèmes

1. Déterminez la distance la plus courte de (3, 4) à la droite $2x - 5y = 7$.
2. Les droites $y = 3x + 1$ et $y = 3x - 9$ sont parallèles. Déterminez la :
 - a) distance verticale entre les deux droites;
 - b) distance horizontale entre les deux droites;
 - c) distance la plus courte entre les deux droites.

Ressource imprimé

*Mathématiques pré-calcul
secondaire 3, Cours
destiné à l'enseignement à
distance*
- Module 4, Leçon 2

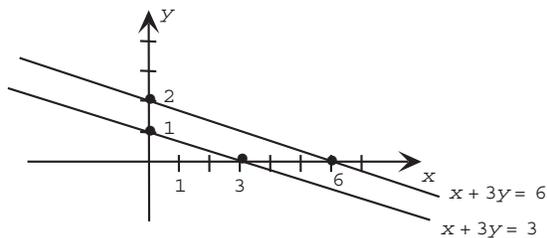
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

D-2 résoudre des problèmes portant sur des distances entre des points et des droites
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• trouver la distance entre un point et une droite (suite)

Solution



- a) La distance horizontale est la distance entre les abscisses à l'origine $|6 - 3| = 3$. Rappelez-vous, pour trouver l'abscisse à l'origine, $y = 0$.
- b) La distance verticale est la distance entre les ordonnées à l'origine $|2 - 1| = 1$. N'oubliez pas, pour trouver l'ordonnée à l'origine, $x = 0$.
- c) Choisissez un point sur $x + 3y = 3$. Un point pratique est un point d'intersection avec les axes.

Par conséquent, (0, 1) peut représenter $P(x_1, y_1)$ et l'autre droite $x + 3y - 6 = 0$ représente $Ax_1 + By_1 + C = 0$, où $A = 1$, $B = 3$, $C = -6$

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$= \frac{|(1)(0) + (3)(1) + (-6)|}{\sqrt{1^2 + 3^2}}$$

$$= \frac{|-3|}{\sqrt{10}} = \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

Vous pouvez vérifier votre réponse en prenant un point sur la droite $x + 3y = 6$ et en utilisant $x + 3y - 3 = 0$ comme étant la droite $Ax + By + C = 0$, où $A = 1$, $B = 3$ et $C = -3$.

Un point qui représente le point d'intersection avec l'axe des x est (6, 0).

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$= \frac{|(1)(6) + (3)(0) + (-3)|}{\sqrt{1^2 + 3^2}}$$

$$= \frac{|3|}{\sqrt{10}} = \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$



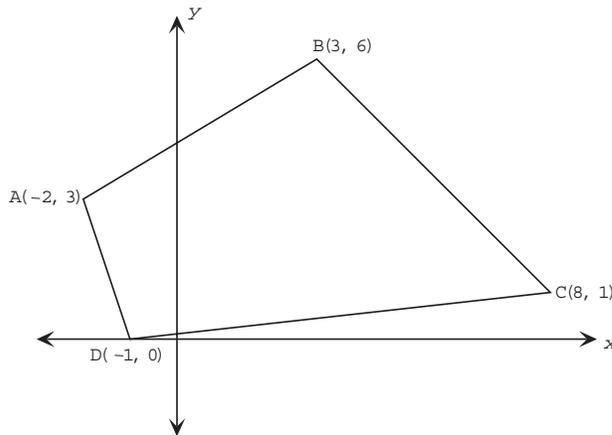
Communications	✓ Résolution
✓ Connections	✓ Raisonnement
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Le point P sur la parabole $y^2 = 8x$ est dans le premier quadrant. Si la coordonnée x du point P est 2, trouvez la distance entre P et la droite $2x - y + 2 = 0$.
2. Si la distance à partir de la droite $2x - 3y + 8 = 0$ jusqu'à la droite $2x - 3y + k = 0$ est $\frac{9}{\sqrt{13}}$ unités, trouvez la (les) valeur(s) de k.
3. La fonction $f(x) = 2x^2 + 1$ traverse le point (x, 9) dans le deuxième quadrant. Trouvez la distance la plus courte à partir de ce point jusqu'à la droite traversant A(2, 3) et B(-6, -1).
4. Trouvez la valeur de k si la droite d'équation $3x + 4y - 5 = 0$ est tangente au cercle d'équation $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = k$.
5. Soit le quadrilatère ABCD ci-dessous, montrez que la distance la plus courte entre le point A et la droite reliant B et D est $\frac{9}{\sqrt{13}}$



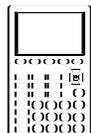
Choix multiples

La distance à partir du point (2, 1) jusqu'à la droite $2x + 3y = 15$ est

- a) $\frac{-8}{\sqrt{13}}$ b) $\frac{7}{\sqrt{13}}$
 c) $\frac{8}{\sqrt{13}}$ d) $\frac{22}{\sqrt{13}}$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

D-3 vérifier et établir des propositions en géométrie plane à l'aide de la géométrie cartésienne



STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• utiliser les concepts de pente, de point milieu et les formules de distance pour vérifier ou démontrer les propositions ayant trait aux triangles, quadrilatères et cercles

Les enseignants peuvent vouloir organiser les élèves en groupes coopératifs pour la démonstration des propositions. On peut partager les solutions aux problèmes entre camarades de classe.

Les élèves peuvent trouver les formules suivantes utiles pour vérifier ou démontrer les propositions :

$$\text{Pente } (m) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\text{Point milieu} = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$\text{Distance } (d) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$\text{Distance } (d) = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Exemple 1

Soit A = (-1, 3), B = (0, 5) et C = (-2, 6)

- Vérifiez que ABC est un triangle rectangle.
- Est-ce que ABC est isocèle? Justifiez votre proposition.
- Si M est le point milieu de AB et N est le point milieu de AC, démontrez que MN est parallèle à BC.
- Trouvez un point D de sorte que ABCD est un parallélogramme.
- Vérifiez que ABCD est un rectangle.

Solution

Vous pouvez utiliser la géométrie cartésienne pour vérifier les généralisations qui peuvent être tirées de cas précis.

$$\text{a) } AB = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

$$AC = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$$

$$BC = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$$

Étant donné que $(\sqrt{10})^2 = (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2$ il s'ensuit que ΔABC a un angle droit en B.

- Étant donné que $AB = BC$, il s'ensuit que le ΔABC est isocèle.

✓ Communications	Résolution
Connections	✓ Raisonnement
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Calcul mental

1. Trouvez la distance entre (2, 1) et (4, 3).
2. Trouvez les coordonnées du point milieu du segment joignant (2, 1) et (4, 3).
3. Trouvez la pente de $3x - 4y + 12 = 0$.
4. Trouvez la pente de la droite joignant (3, -1) et (5, -5).

NOTES

Ressource imprimée

*Mathématiques pré-calcul
secondaire 3, Cours
destiné à l'enseignement à
distance*
- Module 4, Leçon 10

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

D-3 vérifier et établir des propositions en géométrie plane à l'aide de la géométrie cartésienne
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• utiliser les concepts de pente, de point milieu et les formules de distance pour vérifier ou démontrer les propositions ayant trait aux triangles, quadrilatères et cercles (suite)

c) Point milieu $M = \left(\frac{-1+10}{2}, \frac{3+5}{2} \right) = \left(-\frac{1}{2}, 4 \right)$

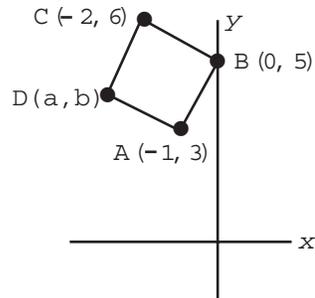
Point milieu $N = \left(\frac{-1+2}{2}, \frac{3+6}{2} \right) = \left(-\frac{3}{2}, \frac{9}{2} \right)$

$$\text{Pente } m_{MN} = \frac{\frac{9}{2} - 4}{-\frac{3}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{\frac{1}{2}}{-1} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{Pente } m_{BC} = \frac{6-5}{-2-0} = \frac{1}{-2}$$

Étant donné que $m_{MN} = -\frac{1}{2} = m_{BC}$, il s'ensuit que $MN \parallel BC$.

d) Pour être un parallélogramme, $AB = DC$ et $AB \parallel DC$. Par conséquent, $5 - 3 = 6 - b$ et $0 - (-1) = -2 - a$.
Par conséquent, $b = 4$ et $a = -3$; $D(-3, 4)$.



e) Étant donné que ABCD est un parallélogramme et que $\angle B$ est un angle droit, il s'ensuit que ABCD est un rectangle.

✓ Communications

Connections
Estimation et
Calcul Mental

✓ Résolution

Raisonnement
Technologie

✓ Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Trouvez l'aire du ΔABC où $A(3, 0)$, $B(-1, 2)$ et $C(-4, -3)$.
2. Démontrez que le quadrilatère $ABCD$ où $A(-2, -2)$, $B(-1, 2)$, $C(8, 6)$ et $D(7, 2)$ est un parallélogramme. Démontrez que ses diagonales ne sont pas de longueur égale.
3. Trouvez la distance entre le point $(2, 1)$ et la droite $2x + 3y = 15$.
4. Le segment de droite de l'équation $y = 2,4x$ traverse $A(0, 0)$ et $C(5, 12)$ et a une longueur de 13, et forme un angle de $67,3^\circ$ avec l'axe horizontal.
 - a) Trouvez le lieu géométrique des points B si $CB = 10$ et AB horizontal.
 - b) Vérifiez votre réponse en déterminant les points d'intersection du cercle $(x - 5)^2 + (y - 12)^2 = 100$ et de la droite $y = 0$.
 - c) Utilisez un diagramme qui convient pour expliquer pourquoi les réponses en a) et en b) sont les mêmes.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

D-3 vérifier et établir des propositions en géométrie plane à l'aide de la géométrie cartésienne
– suite

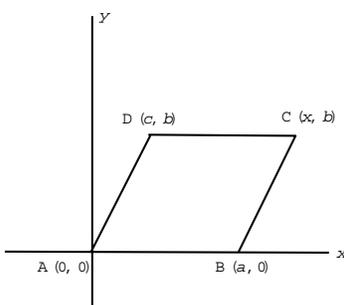
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• utiliser les concepts de pente, de point milieu et les formules de distance pour vérifier ou démontrer les propositions ayant trait aux triangles, quadrilatères et cercles (suite)

La preuve suivante fait intervenir la géométrie cartésienne pour démontrer un théorème en géométrie plane. Le lien entre ces deux géométries est très important en mathématiques.

Exemple 2

Utilisez le diagramme ci-dessous pour démontrer que les côtés opposés de n'importe quel parallélogramme sont congruents.



Solution

La coordonnée x de C doit être déterminée. Étant donné que ABCD est un parallélogramme, les côtés opposés sont parallèles.

∴ pente AD = pente BC

$$\frac{b-0}{c-0} = \frac{b-0}{x-a}$$

$$\frac{b}{c} = \frac{b}{x-a}$$

$$c = x - a$$

$$a + c = x$$

Pour les deux côtés

$$\begin{aligned} AB &= a - 0 \\ &= a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} DC &= a + c - c \\ &= a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AD &= \sqrt{(c-0)^2 + (b-0)^2} \\ &= \sqrt{c^2 + b^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BC &= \sqrt{[(a+c)-a]^2 + (b-0)^2} \\ &= \sqrt{c^2 + b^2} \end{aligned}$$

Étant donné que AB = DC et que AD = BC, les côtés opposés de n'importe quel parallélogramme sont congruents.

Pour d'autres démonstrations, voir *Mathématiques pré-calcul Secondaire 3 - Un cours destiné à l'enseignement à distance*, Module 4, Leçon 10.

✓ Communications	Résolution
✓ Raisonnement	Technologie
✓ Visualisation	

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Démontrez qu'un quadrilatère qui a une paire de côtés opposés congruents et parallèles est un parallélogramme.
2. Utilisez la géométrie cartésienne pour démontrer que :
 - a) les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu;
 - b) si ABC est un triangle, et M est le point milieu de AB et N le point milieu de AC, alors MN est parallèle à BC et est la moitié de sa longueur.
3. Utilisez la géométrie cartésienne pour diviser le segment de droite dont les extrémités A(4, 7) et B(-3, 8) en cinq segments congruents.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

Résultat d'apprentissage
général

Représenter et analyser des situations qui font intervenir des expressions, des équations et des inéquations

Résultat(s) d'apprentissage
spécifique(s)

D-4 résoudre des systèmes d'équations linéaires à deux variables :

- graphiquement
- algébriquement (élimination et substitution)

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· résoudre des systèmes d'équations linéaires

Un **système d'équations linéaires** est un ensemble de deux équations linéaires ou plus qui ont les mêmes variables. La solution du système est l'ensemble de toutes les paires ordonnées qui fait que toutes les équations sont vraies.

Une façon de trouver la solution d'un système d'équations est de représenter graphiquement les équations et de rechercher les points d'intersection. Les coordonnées des points d'intersection sont les solutions du système.

Ce qui suit illustre trois types de systèmes d'équations linéaires. Pour chaque type, demandez aux élèves de représenter graphiquement la paire d'équations linéaires dans le même plan cartésien ou d'utiliser la calculatrice à affichage graphique ou les tableaux de valeurs ou $y = mx + b$ pour démontrer qu'il y a trois différents types de systèmes d'équations linéaires.

Type 1 : Systèmes indépendants : Les droites du système ont des pentes différentes, des ordonnées à l'origine différentes et se croisent en un point.

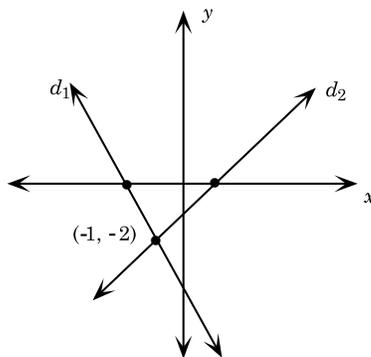
Recherche 1

Représenter graphiquement

$$d_1 : x - y - 1 = 0$$

$$d_2 : 2x + y = -4$$

Solution



Communications	✓ Résolution
✓ Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Ressource imprimée

*Mathématiques pré-calcul
secondaire 3, Cours
destiné à l'enseignement à
distance*

- Module 4, Leçons 3, 4

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- D-4 résoudre des systèmes d'équations linéaires à deux variables :
- graphiquement
 - algébriquement (élimination et substitution)
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· résoudre des systèmes d'équations linéaires

Type 2 : Systèmes dépendants : Les équations dans le système représentent la même droite. Les équations ont la même pente, la même ordonnée à l'origine, la même droite et un nombre infini de points communs.

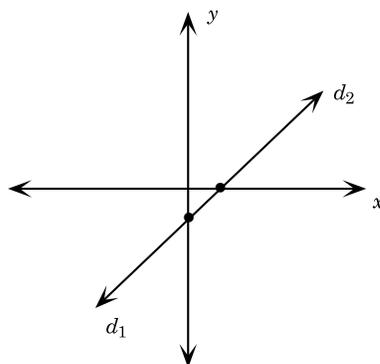
Recherche 2

Représenter graphiquement :

$$d_1 : x - y - 1 = 0$$

$$d_2 : 2x - 2y - 2 = 0$$

Solution



Type 3 : Systèmes incompatibles : Les droites sont parallèles. Il en résulte qu'elles ont la même pente et des ordonnées à l'origine différentes. Étant donné que les droites ne se croisent pas, elles n'ont aucune solution ou la solution est l'ensemble vide, \emptyset .

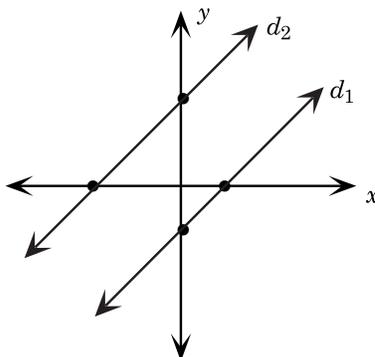
Recherche 3

Représentez graphiquement :

$$d_1 : x - y - 1 = 0$$

$$d_2 : x - y + 2 = 0$$

Solution



Communications	✓ Résolution
✓ Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Calcul mental

1. Quel point les droites $y = x$ et $y = -x$ ont-elles en commun?
2. Où est-ce que les droites $x = -2$ et $y = 2x$ se croisent?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- D-4 résoudre des systèmes d'équations linéaires à deux variables :
- graphiquement
 - algébriquement (élimination et substitution)
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· résoudre des systèmes d'équations linéaires (suite)

Ces trois types de systèmes peuvent se résumer comme suit :

1. Un système compatible d'équations a au moins une solution.
 - a) Un système indépendant a une solution unique.
 - b) Un système dépendant a un nombre infini de solutions.
2. Un système incompatible d'équations n'a pas de solution.

Compatible		Incompatible
Indépendant	Dépendant	
Pente différente	Même pente	Même pente
Droites qui se croisent	Même droite	Droites parallèles
Une solution unique	Nombre infini de solutions	Aucune solution

Exemple

Lors d'un match de basketball, votre amie a réussi deux coups de trois points, mais ne pouvait pas se rappeler le nombre de lancers francs (valant un point chacun) et de paniers marqués (valant deux points chacun) qu'elle a réussis. Le pointeur dit qu'elle a marqué 20 fois pour 34 points. Combien de paniers a-t-elle marqués? Combien de lancers francs a-t-elle faits?

Solution

Nombre de lancers francs + nombre de paniers marqués + nombre de lancers à trois points = 20
 \therefore Nombre de lancers francs + nombre de paniers marqués = 18
 Soit x = nombre de lancers francs
 y = nombre de paniers marqués
 $x + y = 18$
 1 (nombre de lancers francs) + 2 (nombre de paniers marqués) + 3 (nombre de lancers à trois points) = 34
 $\therefore 1x + 2y = 28$, étant donné qu'il y a eu 3(2) ou 6 points pour des lancers de trois points

Communications	✓ Résolution
✓ Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Inscriptions au journal

1. Comment peut-on utiliser les pentes des droites dans un système de fonctions affines pour dire le type de solution du système?
2. Si les deux droites sont perpendiculaires, de quel type de système s'agit-il?

Problèmes

1. Lièvre met Tortue au défi pour un match revanche de 100 m. Étant donné que Lièvre peut franchir 50 m en 7 secondes tandis que Tortue peut franchir 20 m en 5 secondes, Lièvre a accepté de donner à Tortue une avance de 30 m.
 - a) Représentez graphiquement la distance par rapport au temps pour les deux animaux sur le même plan cartésien.
 - b) Déterminez qui a gagné la course.
 - c) Quelle information le point d'intersection donne-t-il?

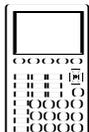
2. Déterminez si (1, 6) est l'ensemble solution de

$$-3x - y = -9$$

$$3x - y = -3$$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- D-4 résoudre des systèmes d'équations linéaires à deux variables :
- graphiquement
 - algébriquement (élimination et substitution)
 - suite



STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- résoudre des systèmes d'équations linéaires (suite)

Exemple - suite

Solution - suite

Systèmes d'équations : $x + y = 18$
 $x + 2y = 28$

Solutionnez le système à l'aide de votre calculatrice à affichage graphique et vérifiez algébriquement votre réponse.

$$y_1 = -x + 18$$

$$y_2 = \frac{-x + 28}{2}$$

Utilisez une calculatrice à affichage graphique :

1. Appuyez sur $\boxed{Y=}$, et entrez les équations à côté de Y_1 et de Y_2 .
2. Reproduisez graphiquement et tracez.
3. Vérifiez à l'aide de : $\boxed{2nd}$, (CALC), 5: Intersect.

À partir de la représentation graphique :

$$x = 8 \text{ lancers francs}$$

$$y = 10 \text{ paniers marqués}$$

Vérifiez : $x + y = 18$ $x + 2 = 28$
 $8 + 10 = 18$ $8 + 2(10) = 28$

Il est difficile de trouver un point d'intersection précis pour des représentations graphiques dessinées à la main. La solution peut être approximative lorsque vous utilisez une calculatrice graphique. Les deux méthodes algébriques suivantes vous donneront une solution exacte d'un système d'équations linéaires.

1. Élimination par addition ou soustraction
2. Élimination par substitution

- éliminer par addition ou soustraction

Utilisez l'exemple ci-dessous pour décrire les étapes suivantes pour résoudre un système

1. Organisez en colonnes les équations ayant des termes semblables.
2. Rendez identiques les coefficients de x ou de y en multipliant chaque terme de l'une ou des deux équations par un nombre approprié.
3. Additionnez ou soustrayez les équations et trouvez la variable qui reste.
4. Remplacez par la valeur obtenue à l'étape 3 dans l'une ou l'autre des équations d'origine et trouvez l'autre variable.
5. Vérifiez la solution dans chacune des équations d'origine.

Communications	✓ Résolution
✓ Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul mental	✓ Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Inscriptions au journal

1. Est-il possible pour un système de deux équations linéaires d'avoir exactement deux solutions? Justifiez votre réponse.
2. Décrivez une technique autre que la représentation graphique que l'on peut utiliser pour résoudre le système linéaire :

$$x - y + 3 = 0$$

$$y = 2$$

Problèmes

1. Utilisez la technologie graphique pour résoudre le problème suivant :

La compagnie de téléphone A exige un tarif fixe de 2,50 \$ plus 0,50 \$ la minute ou portion de minute pour les appels interurbains. La compagnie de téléphone B exige un taux fixe de 1 \$ plus 0,75 \$ la minute ou portion de minute. Quelle compagnie donne le service le moins coûteux?

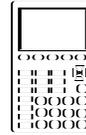
2. Soit le système

$$3x + 4y = 12$$

$$4x + 3y = 12,$$

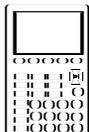
Écrivez chaque équation dans la forme $y = mx + b$.

En comparant les pentes et les points d'intersection avec les axes des y , déterminez si le système est compatible ou incompatible.



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

D-4 résoudre des systèmes
d'équations linéaires à
deux variables :
· graphiquement
· algébriquement
(élimination et
substitution)
– suite



STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· éliminer par addition ou soustraction (suite)

Exemple 1

Solutionnez : $5x + 4y = 6$
 $-3y - 2x = -1$

Solution

Réorganisez de façon à ce que les mêmes variables soient dans les mêmes colonnes :

$$\begin{array}{rcl} 5x + 4y = 6 & \text{Équation 1} \\ -2x - 3y = -1 & \text{Équation 2} \end{array}$$

Multipliez les deux équations par un nombre approprié afin d'éliminer l'une des variables.

$$\begin{array}{l} \text{Multipliez par 3 : } 5x + 4y = 6 \rightarrow 15x + 12y = 18 \\ \text{Multipliez par 4 : } -2x - 3y = -1 \rightarrow -8x - 12y = -4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15x + 12y = 18 \\ -8x - 12y = -4 \\ \hline 7x = 14 \\ x = 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Ajoutez} \\ \text{les équations} \end{array}$$

Vérifiez

Substituez par $x = 2$ dans l'une ou l'autre des équations

$$\begin{array}{l} 5x + 4y = 6 \\ 5(2) + 4y = 6 \\ 10 + 4y = 6 \\ 4y = -4 \\ y = -1 \end{array}$$

La solution est $(2, -1)$.

Remarque : Vous auriez pu multiplier l'équation 1 par 2 et l'équation 2 par 5 et vous auriez obtenu

$$\begin{array}{rcl} 10x + 8y = 12 \\ -10x - 15y = -5 \\ \hline -7y = 7 \\ y = -1 & \text{Ajoutez} \\ \text{et } x = 2 & \text{Simplifiez} \end{array}$$

Il y a exactement une solution. Cela signifie qu'il s'agit d'un système indépendant.

Communications	✓ Résolution
✓ Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul mental	✓ Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- D-4 résoudre des systèmes d'équations linéaires à deux variables :
- graphiquement
 - algébriquement (élimination et substitution)
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- éliminer par addition ou soustraction (suite)

Exemple 2

Solutionnez :

$$\begin{array}{ll} x - 2y = 3 & \text{Équation 1} \\ -2x + 4y = 1 & \text{Équation 2} \end{array}$$

Solution

Pour illustrer une autre possibilité, multipliez l'équation 1 par -2.

$$\begin{array}{rcl} x - 2y = 3 & \longrightarrow & -2x + 4y = -6 \\ -2x + 4y = 1 & & \underline{-2x + 4y = 1} \quad \text{Soustrayez} \\ & & 0 = -7 \end{array}$$

Remarquez que cela donne lieu à une fausse équation et nous concluons qu'il n'y a aucune solution au système s'il n'y a aucune solution « vraie ». Cela signifie que les droites sont parallèles; elles ne se croisent jamais. Le système est incompatible.

Certains systèmes linéaires ont infiniment plus de solutions tel qu'on l'indique dans l'exemple suivant.

Exemple 3

Solutionnez :

$$\begin{array}{ll} 9x + 6y = 48 & \text{Équation 1} \\ \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}y = 4 & \text{Équation 2} \end{array}$$

Solution

Éliminez les fractions en multipliant l'équation 2 par 4. Alors, multipliez l'équation 2 par 3.

$$\begin{array}{rcl} 9x + 6y = 48 & \longrightarrow & 9x + 6y = 48 \\ \text{Multipliez par 3 : } 3x + 2y = 16 & \longrightarrow & \underline{9x + 6y = 48} \quad \text{Soustrayez} \\ & & 0 = 0 \end{array}$$

$0 = 0$ est une équation qui est toujours vraie. Cela illustre que n'importe quelle valeur (x, y) qui résout la première équation fait que la seconde est vraie. Étant donné que les équations représentent la même droite, il y a un nombre infini de solutions.

Lorsque vous solutionnez un système par addition ou soustraction, vous pourriez devoir multiplier chacune des équations par un nombre différent avant de pouvoir éliminer l'une des variables.

Communications	✓ Résolution
✓ Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. X et Y sont des angles supplémentaires. La mesure de X est $\frac{2}{5}$ de la mesure de Y. Quelle est la mesure de chaque angle?
2. Un capital de 42 000 \$ est investi en partie à 7 % et en partie à 9,5 %. Si l'intérêt est de 3 700 \$, combien est investi à chaque taux d'intérêt?
3. Si (2, -7) et (-1, 2) appartiennent à la fonction quadratique $y = -x^2 + bx + c$, quelles sont les valeurs de b et de c ?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

D-4 résoudre des systèmes
d'équations linéaires à
deux variables :
· graphiquement
· algébriquement
(élimination et
substitution)
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· **éliminer par substitution**

Suivez ces étapes pour résoudre un système en utilisant l'élimination par substitution.

1. Solutionnez l'une des équations pour l'une de ses variables.
2. Substituez cette expression dans l'autre équation et trouvez l'autre variable.
3. Mettez cette valeur dans l'une ou l'autre des équations et solutionnez.
4. Vérifiez la solution dans chacune des équations d'origine.

Exemple

Solutionnez à l'aide de la méthode de substitution.

$$4x + y = 1 \quad \text{Équation 1}$$

$$2x - 3y = 4 \quad \text{Équation 2}$$

Solution

Solutionnez la première équation pour y parce que le coefficient de y est 1. (Vous pourriez également résoudre à la place pour x .)

$$y = 1 - 4x \quad \text{Équation 1 révisée}$$

Substituez l'équation 1 révisée à l'équation 2 :

$$2x - 3y = 4$$

$$2x - 3(1 - 4x) = 4 \quad \text{Substituez } y = -4x + 1$$

$$3x - 3 + 12x = 4 \quad \text{Simplifiez}$$

$$14x = 7$$

$$x = \frac{1}{2}$$

Pour trouver y , substituez dans l'autre équation

$$4x + y = 1$$

$$4\left(\frac{1}{2}\right) + y = 1$$

$$2 + y = 1$$

$$y = -1$$

$$\text{Réponse : } \left(\frac{1}{2}, -1\right)$$

Communications	✓ Résolution
✓ Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Les graphiques de $ax + by = 13$ et de $ax - by = -3$ se croisent à (1, 4). Trouvez a et b .
2. La longueur de chacun des côtés congruents d'un triangle isocèle est $1\frac{1}{2}$ la longueur de la base. Le périmètre du triangle est de 60 cm. Trouvez la longueur de chaque côté du triangle isocèle.
3. Trouvez la solution du système :

$$-\frac{1}{2}x + y = 4$$

$$x + 2y = 8$$

4. Déterminez A et B de sorte que la représentation graphique de $Ax + By = 13$ contienne les points (1, 3) et (4, -1).
5. Solutionnez : $\frac{6}{u} + \frac{3}{v} = 2$
 $\frac{2}{u} - \frac{9}{v} = 4$
6. Un hôtel compte 160 chambres, certaines simples et certaines doubles. Toutes les chambres simples coûtent 45 \$ chacune et les chambres doubles, 60 \$ chacune. En raison d'un tournoi de curling, toutes les chambres sont occupées. Le total pour cette nuit est de 8 700 \$. Combien y a-t-il de chambres de chaque type dans l'hôtel?

Inscriptions au journal

1. Quand est-il plus pratique d'utiliser la méthode de la substitution?
2. Expliquez comment vous décideriez d'utiliser la substitution ou l'élimination pour résoudre un système d'équations linéaires.
3. Décrivez ce qui se produit lorsque vous essayez de résoudre un système incompatible 2×2 par
 - a) représentation graphique
 - b) élimination
 - c) technologie graphique

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- D-5 résoudre des systèmes d'équations linéaires à trois variables :
- algébriquement
 - à l'aide de la technologie

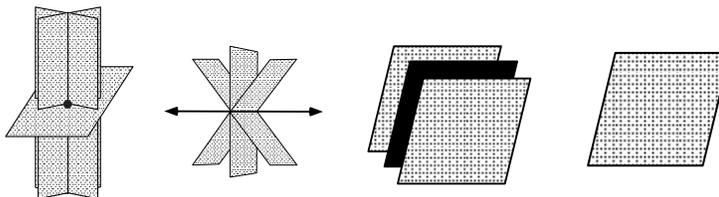
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· résoudre des systèmes d'équations linéaires à trois variables

Dans un système 2×2 , la représentation graphique de $Ax + By = C$ sur un plan cartésien est une droite. Dans un système 3×3 (3 équations à trois variables), la représentation graphique de $Ax + By + Cz = D$ est un plan dans l'espace des coordonnées. L'espace des coordonnées comporte trois axes, tous perpendiculaires l'un à l'autre. La solution du système est l'intersection des trois plans.

Il y a 4 possibilités :

1. Ils pourraient se croiser à un point commun que l'on appelle **triple ordonnée** (x, y, z) .
2. Ils pourraient se croiser à une droite commune.
3. Ils pourraient n'avoir aucun point en commun.
4. Ils pourraient coïncider.



- a) une solution unique $P(x, y, z)$ b) une solution de points sur une droite c) aucune solution d) une solution de tous les points sur un plan

On peut utiliser l'élimination ou la substitution pour résoudre un système linéaire de trois équations à trois variables.

Exemple 1

Trouvez x , y et z .

$$\begin{array}{ll} x + y - z = 2 & \text{Équation 1} \\ x - 2y + z = -1 & \text{Équation 2} \\ 3x + y - 2z = 4 & \text{Équation 3} \end{array}$$

Solution

Demandez aux élèves d'indiquer l'opération qui est réalisée à côté de la ligne appropriée (voir ci-dessous).

$$\begin{array}{lll} \text{Équation 1} + \text{Équation 2} : & 2x - y = 1 & \text{Équation 4} \\ 2 \times \text{Équation 2} : & 2x - 4y + 2z = -2 & \text{Équation 5} \\ \text{Équation 3} + \text{Équation 5} : & 5x - 3y = 2 & \text{Équation 6} \\ 3 \times \text{Équation 4} : & 6x - 3y = 3 & \text{Équation 7} \\ \text{Équation 6} - \text{Équation 7} : & -x = -1 & \end{array}$$

Par conséquent, $x = 1$

Communications	✓ Résolution
✓ Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul mental	✓ Visualisation

- suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Problème

Joanne a 32 pièces de monnaie, soit des pièces de 5 cents, de dix cents et de 25 cents. La somme du nombre de pièces de 5 cents et du nombre de pièces de 25 cents est trois fois plus élevée que le nombre de pièces de dix cents. Si la valeur des pièces de monnaie est 4,60 \$, combien a-t-elle de pièces de chaque sorte?

NOTES

Ressource imprimée

*Mathématiques pré-calcul
secondaire 3, Cours
destiné à l'enseignement à
distance*
- Module 4, Leçon 5

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- D-5 résoudre des systèmes d'équations linéaires à trois variables :
- algébriquement
 - à l'aide de la technologie
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- résoudre des systèmes d'équations linéaires à trois variables (suite)

Exemple 1 - suite

Solution - suite

Substituez $x = 1$ dans l'équation 4 : $2 - y = 1$

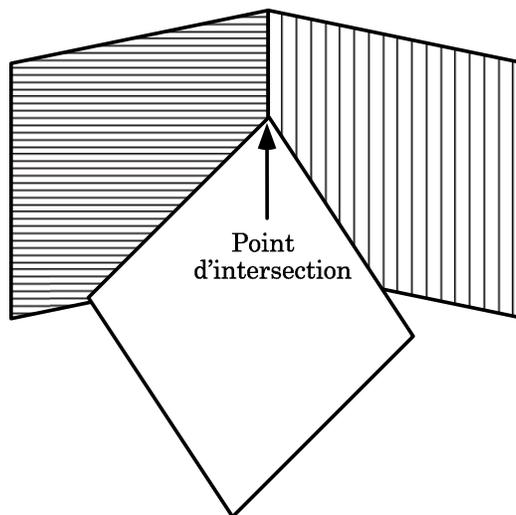
$$\therefore y = 1$$

Substituez $x = 1$ et $y = 1$ dans l'équation 1 : $1 + 1 - z = 2$

$$\therefore z = 0$$

La solution est $(1, 1, 0)$.

Faites remarquer aux élèves que la représentation graphique de chacune des trois équations 1, 2 et 3 est un plan. L'intersection des plans 1 et 2 est une droite, et l'intersection des plans 3 et 2 est une autre droite étant donné que deux plans qui ne sont pas parallèles se croisent dans une droite. L'intersection de ces deux droites donne un point qui a pour coordonnées $(1, 1, 0)$. Voici une illustration :



Dans cet exemple, les trois plans se croisent au point $(1, 1, 0)$.

Communications	✓ Résolution
✓ Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. La somme de la longueur, de la largeur et de la hauteur d'une boîte est 80 cm. La longueur est 10 cm de moins que le double de la somme de la largeur et de la hauteur, et le double de la largeur dépasse la hauteur de 6 cm. Trouvez la longueur, la largeur et la hauteur de la boîte.
2. La somme de 3 nombres est 12. Le deuxième nombre est égal à la somme du premier et du troisième. Le double du premier nombre dépasse le deuxième de 4. Trouvez les nombres.
3. Écrivez l'équation d'une parabole qui traverse (1, -2), (-1, 0) et (3, 12). Écrivez votre réponse sous la forme $y = ax^2 + bx + c$.
4. Écrivez l'équation d'un cercle qui traverse les points A(1, 2), B(3, 1) et C(-3, -1). Écrivez votre réponse sous la forme $x^2 + y^2 + dx + ey + f = 0$.
5. Le revenu total, R, est une fonction quadratique du prix, p, des livres vendus. Donc $R = ap^2 + bp + c$. Trouvez la valeur de a, de b et de c si le produit est 6 000 \$ quand le prix est de 30 \$, 5 000 \$ quand le prix est de 40 \$ et 5 000 \$ à un prix de 50 \$.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

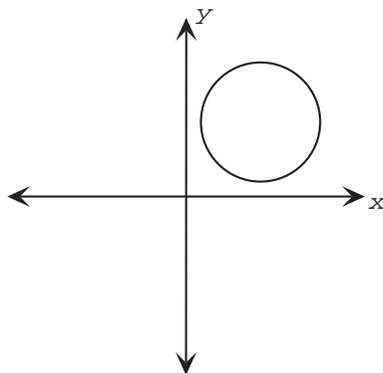
- D-6 Résoudre un système d'équations non linéaires en utilisant la technologie selon le cas
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- identifier graphiquement les équations du second degré

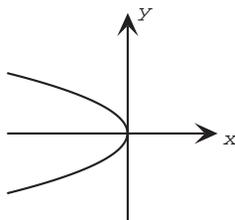
La représentation graphique d'une équation du second degré est ce que l'on appelle une **conique**. Diverses représentations graphiques pourraient donner une équation du second degré tel qu'il est illustré ci-dessous.

Cercle

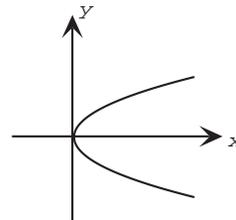


Paraboles

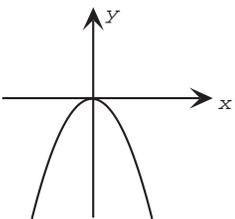
a)



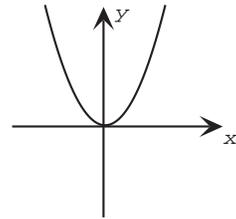
b)



c)



d)



Communications	✓ Résolution
✓ Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Ressource imprimée

*Mathématiques pré-calcul
secondaire 3, Cours
destiné à l'enseignement à
distance*
-Module 4, Leçon 7

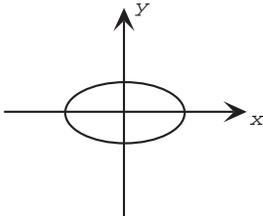
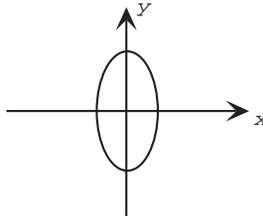
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

D-6 Résoudre un système d'équations non linéaires en utilisant la technologie selon le cas
– suite

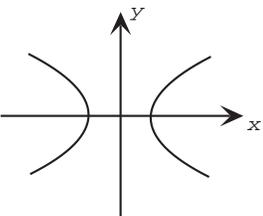
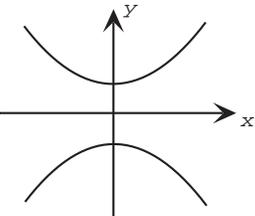
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

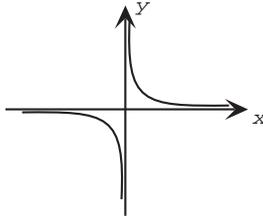
• identifier graphiquement les équations du second degré (suite)

Ellipses

a)  b) 

Hyperboles

a)  b) 

c) 

• explorer des systèmes quadratiques-linéaires

Un système d'équations quadratique-linéaire comprend une équation de l'une des sections coniques et d'une équation linéaire. La solution de deux équations à deux variables correspond toujours à un point d'intersection de leurs représentations graphiques.

Recherche

Dessinez plusieurs croquis différents illustrant les intersections d'une droite et d'une parabole qui donnent lieu à des nombres différents de points d'intersection. Combien de points d'intersection sont possibles pour une droite et une parabole?

Répétez ce processus pour une droite et un cercle, pour une droite et une ellipse, et une pour une droite et une hyperbole.

Communications	✓ Résolution
Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul mental	✓ Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

D-6 Résoudre un système d'équations non linéaires en utilisant la technologie selon le cas
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• explorer des systèmes quadratiques-linéaires (suite)

Utilisez votre calculatrice graphique pour vérifier vos conclusions dans vos dessins faits à la main.

Si le système comporte un terme faisant intervenir y^2 , vous aurez besoin de trouver y et d'entrer deux équations pour cette section conique dans la fonction Y = de la calculatrice. Par exemple,

$$x^2 + y^2 = 4$$

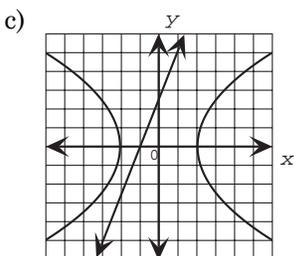
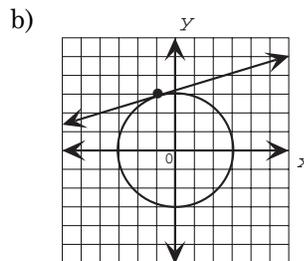
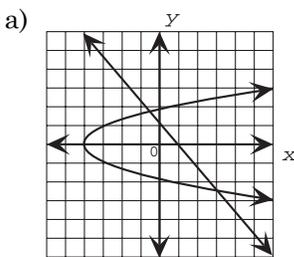
$$Y_1 = -\sqrt{4 - x^2}$$

$$Y_2 = +\sqrt{4 - x^2}$$

Un système quadratique-linéaire peut avoir 0, 1 ou 2 solutions réelles. Comme dans le cas de systèmes d'équations linéaires, vous pouvez trouver des solutions approximatives en représentant graphiquement, ou trouver les solutions exactes de façon algébrique.

Exemple

Identifiez le nombre de solutions dans chaque système.



Solution

- a) deux solutions parce qu'il y a deux points d'intersection
- b) une solution parce qu'il y a un point d'intersection
- c) aucune solution parce que les graphiques ne se croisent pas

Communications	✓ Résolution
Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul mental	✓ Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Trouvez l'ensemble solution de

$$2x^2 + y = 1$$

$$2x + y - 4 = 0$$

Interprétez le résultat.

2. La droite $x + y = 5$ croise le cercle $x^2 + y^2 = 17$ en deux points, A et B. Trouvez la longueur du segment de droite AB.

3. Trouvez la solution du système

$$y = \frac{1}{2}x$$

$$y = \sin x$$

4. La somme de deux nombres est 27. Leur produit est 126. Quels sont les deux nombres?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

D-6 Résoudre un système
d'équations non linéaires
en utilisant la technologie
selon le cas
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• explorer des systèmes quadratiques-linéaires (suite)

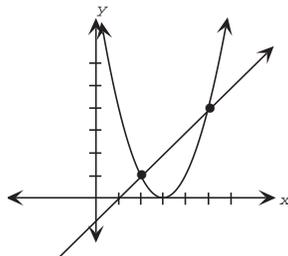
Exemple 2

Solutionnez : $y = x - 1$

$$y = x^2 - 6x + 9$$

Solution

a) Représentez graphiquement



Soit (2, 1) et (5, 4).

Vérifiez : $y = 5 - 1 = 4$

$$y = 25 - 6(5) + 9 = 4$$

∴ (5, 4) est sur la courbe

et $y = 2 - 1 = 1$

$$y = 2^2 - 6(2) + 9 = 1$$

∴ (2, 1) est sur la courbe

b) Résolvez algébriquement.

En substituant : $x - 1 = x^2 - 6x + 9$

$$0 = x^2 - 7x + 10$$

$$0 = (x - 5)(x - 2)$$

$$\text{et } y = 5 - 1 = 4 \text{ ou } y = 2 - 1 = 1$$

Solution : (5, 4) ou (2, 1)

Communications	✓ Résolution
Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Solutionnez : $x^2 + y^2 = 25$
 $7y - x = 25$

Dans l'équation linéaire exprimez x en termes de y , puis substituez cette expression dans la première équation.

2. L'aire d'un rectangle est 120 cm^2 et son périmètre est 44 cm .
Trouvez les dimensions de la figure.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

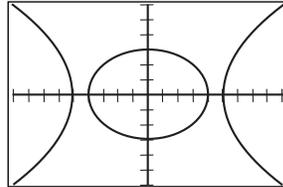
D-6 Résoudre un système d'équations non linéaires en utilisant la technologie selon le cas
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

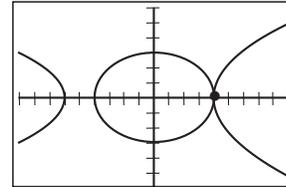
• explorer des systèmes quadratiques-quadratiques

Un système de deux sections coniques ou relations quadratiques ou plus est un **système quadratique-quadratique** . Un système quadratique-quadratique peut avoir 0, 1, 2, 3 ou 4 solutions réelles tel qu'il est illustré dans les diagrammes suivants.

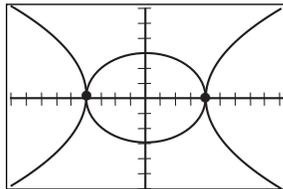
Aucune solution



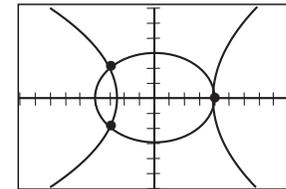
1 solution



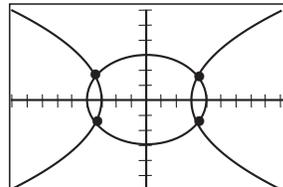
2 solutions



3 solutions



4 solutions



On peut les résoudre graphiquement ou algébriquement, en n'oubliant pas que les représentations graphiques pourraient donner des solutions approximatives tandis que les solutions algébriques sont exactes.

Exemple 3

Résolvez a) par représentation graphique et b) algébriquement.

$$x^2 - y^2 = 5$$

$$xy + 6 = 0$$

Communications	✓ Résolution
Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul mental	✓ Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

La somme des carrés de deux nombres positifs est 6,5. La différence de leurs carrés est 33. Quels sont ces deux nombres?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- D-6 Résoudre un système d'équations non linéaires en utilisant la technologie selon le cas
– suite

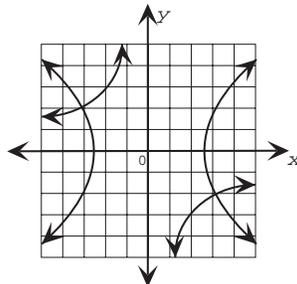
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- explorer des systèmes quadratiques-quadratiques (suite)

Exemple 3 - suite

Solution

Vous pouvez utiliser un tableau de valeurs ou une calculatrice graphique pour obtenir la représentation graphique s'y rattachant.



- a) Les points d'intersection sont à $(-3, 2)$ et $(3, -2)$.

- b) Algébriquement :

$$x^2 - y^2 = 5$$

$$xy + 6 = 0$$

Solutionnez la deuxième équation pour y :

$$xy = 6$$

$$y = \frac{-6}{x}$$

Substituez $\frac{-6}{x}$ à y dans la première équation.

$$x^2 - y^2 = 5$$

$$x^2 - \left(\frac{-6}{x}\right)^2 = 5$$

$$x^2 - \frac{36}{x^2} = 5$$

$$x^4 - 5x^2 - 36 = 0$$

$$(x^2 - 9)x^2 + 4 = 0$$

Solutionnez

Communications	✓ Résolution
Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul mental	✓ Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

D-6 Résoudre un système d'équations non linéaires en utilisant la technologie selon le cas
– suite

Communications	✓ Résolution
Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• explorer des systèmes quadratiques-quadratiques (suite)

Exemple 3 - suite

Solution - suite

Étant donné que $x^2 + 4$ n'a aucune racine réelle, alors

$$x^2 - 9 = 0$$

$$(x - 3)(x + 3) = 0$$

$$x = +3 \text{ ou } -3$$

Substituez les valeurs de x dans $y = \frac{-6}{x}$.

Si $x = 3$

Si $x = -3$

$$y = \frac{-6}{3}$$

$$y = \frac{-6}{-3}$$

$$y = -2$$

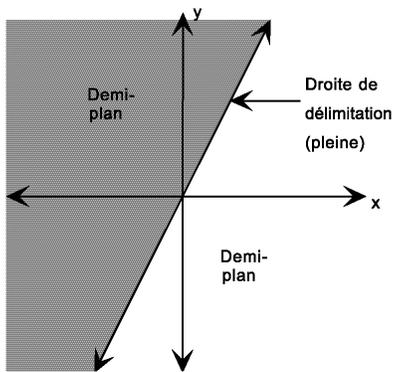
$$y = 2$$

La solution est à $(3, -2)$ et à $(-3, 2)$. Remarquez que ceci correspond à la représentation graphique.

D-7 représenter graphiquement des inéquations linéaires à deux variables

• explorer des systèmes d'inéquations linéaires

Des énoncés tels « Je veux trouver un emploi qui paie davantage que le salaire minimal » ou « Je dois dépenser moins de 10 \$ cette semaine » sont des exemples d'énoncés d'inégalités.



La représentation graphique d'une droite sépare le plan en trois régions distinctes : deux demi-plans et la droite elle-même. La droite elle-même est la droite de délimitation de chaque demi-plan. Elle divise le plan des coordonnées en deux demi-plans.

Communications	✓ Résolution
Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Résolvez algébriquement par substitution ou addition-soustraction.

$$x^2 + 4y^2 = 49$$

$$2x^2 - 3y^2 = -12$$

2. Le produit de deux nombres positifs est 8. La somme de leurs inverses est $\frac{3}{4}$. Quels sont les deux nombres?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

D-7 représenter graphiquement des inéquations linéaires à deux variables
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• explorer des systèmes d'inéquations linéaires (suite)

Une **inéquation linéaire** en x et en y peut s'écrire de l'une des façons suivantes : $ax + by < c$, $ax + by \leq c$, $ax + by > c$, $ax + by \geq c$. Une paire ordonnée (x, y) est une solution d'une inéquation si l'inéquation demeure vraie lorsqu'on substitue des valeurs de x et y .

Par exemple, $(4, 0)$ est une solution à $y > -2x + 4$ parce que 0 est plus grand que $-2(4) + 4 = -4$.

Remarque : Lorsque vous multipliez ou divisez les deux côtés d'une inégalité par un nombre négatif, le signe d'inégalité est inversé. Par exemple,

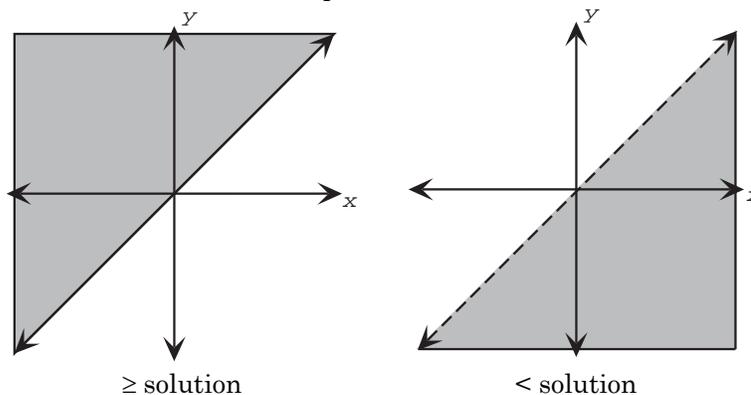
$$\begin{aligned} 4x - y &< 6 \\ -y &< -4x + 6 \\ y &> 4x - 6 \end{aligned}$$

Ceci illustre l'inversion lorsque chaque côté est multiplié par -1 .

Une inéquation linéaire a une **droite frontière** qu'on peut exprimer sous la forme $y = mx + b$. La solution d'une inéquation linéaire est l'ensemble de toutes les paires ordonnées qui rendent l'inégalité vraie.

Lorsque l'inégalité est \leq (lire « inférieure ou égale à ») ou \geq (lire « supérieure ou égale à ») la solution inclut les points sur la droite de délimitation et la représentation graphique a une droite de délimitation pleine (tel qu'illustré ci-dessous).

Lorsque l'inégalité est $<$ ou $>$, la solution n'inclut pas les points sur la droite de délimitation et la représentation graphique a une droite de délimitation pointillée.



Communications	✓ Résolution
Connections	Raisonnement
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Ressource imprimée

*Mathématiques pré-calcul
secondaire 3, Cours
destiné à l'enseignement à
distance*

– Module 4, Leçon 8

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

D-7 représenter graphiquement des inéquations linéaires à deux variables
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• explorer des systèmes d'inéquations linéaires (suite)

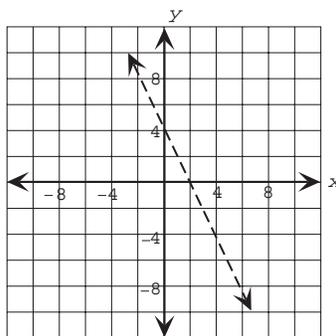
Exemple 1

Représentez graphiquement $2x + y < 4$.

Solution

La droite de délimitation est $2x + y = 4$. Vous pouvez représenter graphiquement la droite en la transformant en $y = -2x + 4$. Utilisez la forme pente ordonnée à l'origine, $b = 4$, et la pente -2 .

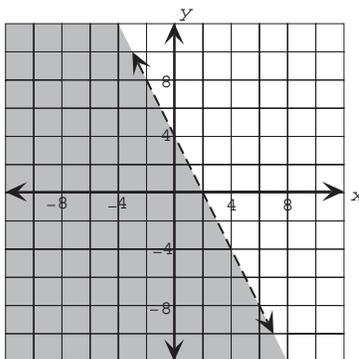
Utilisez une droite pointillée pour illustrer que les points sur la droite ne sont pas les solutions de $2x + y < 4$.



Pour déterminer quel demi-plan est la solution, choisissez un point de chacun des demi-plans et voyez quelle paire ordonnée rend l'inégalité vraie. Un bon point de vérification est l'origine (0, 0) en autant que la droite de délimitation ne traverse pas ce point.

(0, 0) du côté gauche	(4, 0) du côté droit
$y < -2x + 4$	$y < -2x + 4$
$0 < -2(0) + 4$	$0 < -2(4) + 4$
$0 < 4$ Vrai	$0 < -4$ Faux

Étant donné que le point de vérification (0, 0) rend l'inégalité vraie, ombrez le demi-plan dans lequel se trouve ce point.



Communications	✓ Résolution
Connections	Raisonnement
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Inscriptions au journal

1. Décrivez la représentation graphique d'un système d'inéquations linéaires ayant des solutions contenues dans une région délimitée.
2. Est-il possible pour un système d'inéquations linéaires de n'avoir aucune solution? Expliquez.

Problèmes

1. On décrit une cible en termes de coordonnées (x, y) où x et y sont mesurées en mètres. Toutes les indications suivantes sont vraies :

$$x \leq 6$$

$$y \geq 7$$

(x, y) est dans le premier quadrant.

$$x + y \leq 10$$

Quelle est la forme et l'aire de la cible?

2. Représentez graphiquement le système :

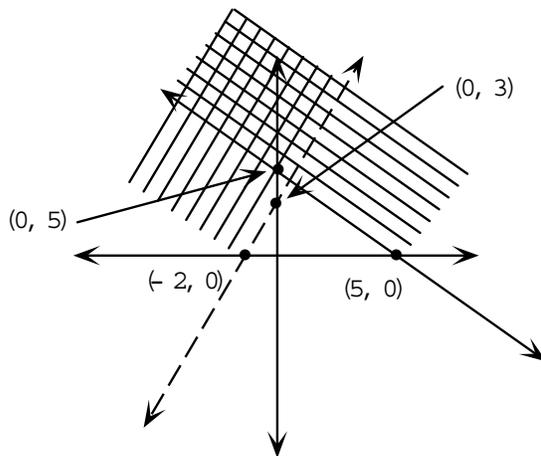
$$x < 0$$

$$y > 0$$

$$2x + 3y < 12$$

$$2x - y < 6$$

3. Soit la représentation graphique suivante, écrivez les inéquations algébriques la décrivant.



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

D-7 représenter graphiquement des inéquations linéaires à deux variables
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

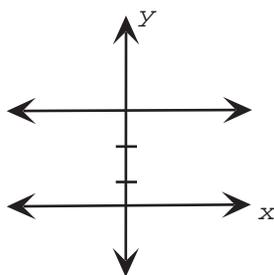
• explorer des systèmes d'inéquations linéaires (suite)

Exemple 2

Représentez graphiquement
 $y - 3 \geq 0$

Solution

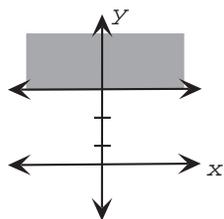
La droite de délimitation est $y = 3$. Il s'agit d'une droite horizontale. Utilisez une droite pleine pour illustrer que les points sur la droite sont des solutions à $y - 3 \geq 0$.



Pour déterminer le demi-plan qui est la solution, choisissez un point dans chaque demi-plan et voyez quelle paire ordonnée rend l'inégalité vraie.

(1, 5) au-dessus de la droite	(0, 0) au-dessous de la droite
$y - 3 \geq 0$	$y - 3 \geq 0$
$5 - 3 = 2$	$0 - 3 = -3$
$2 \geq 0$ Vrai	$-3 \geq 0$ Faux

Par conséquent, ombrez au-dessus de la droite.



Deux inéquations linéaires ou plus sur le même plan cartésien composent un **système d'inéquations linéaires**.

L'ensemble de solutions du système est la région de points dont les coordonnées satisfont chaque inéquation du système. Le processus suivant peut vous aider à esquisser la représentation graphique d'un système d'inéquations linéaires.

1. Dessinez la droite qui correspond à chaque inéquation. Il est utile de mettre la droite sous la forme $y = mx + b$. Utilisez une droite pointillée pour les inéquations $<$ ou $>$ et une droite pleine pour les inéquations \leq ou \geq .
2. Ombrez légèrement le demi-plan qui est la représentation graphique de chaque inéquation linéaire. Si vous ombrez à l'aide d'un crayon couleur ou si vous ombrez de façon différente, cela peut vous aider à distinguer entre les demi-plans différents.
3. Deux représentations graphiques sont possibles pour un système d'inéquations :
 - a) Intersection (**et**)
 - b) Union (**ou**)

Communications	✓ Résolution
Connexions	Raisonnement
Estimation et	Technologie
Calcul mental	✓ Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Calcul mental

Est-ce que la paire ordonnée $(-2, 1)$ est une solution de $2x - 3y \geq 6$?

Problème

Représentez graphiquement $x \geq 3$.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

D-7 représenter graphiquement des inéquations linéaires à deux variables
– suite

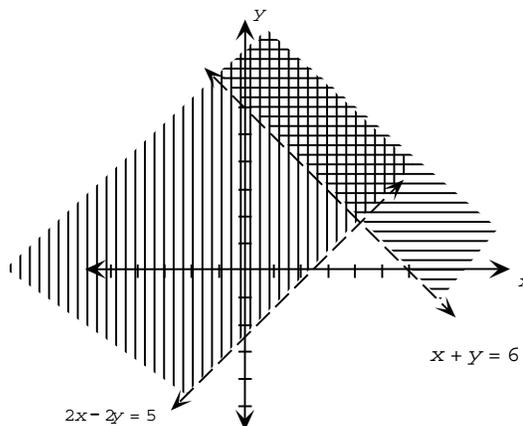
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• explorer des systèmes d'inéquations linéaires (suite)

Exemple 3 (Intersection)

Représentez graphiquement le système $x + y > 6$ et $2x - 2y < 5$.

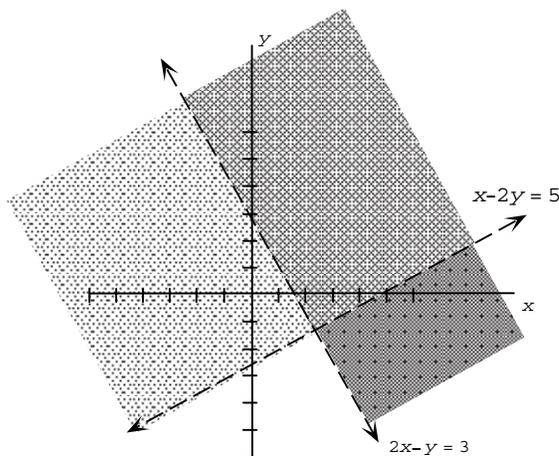
Solution



La solution est la région quadrillée.

Exemple 4 (Union)

Représentez graphiquement le système $x - 2y < 5$ ou $2x + y > 3$.



La solution est toute la région ombrée.



Une fois que les élèves ont pratiqué la représentation graphique crayon et papier des inéquations, ils peuvent commencer à utiliser des calculatrices pour vérifier les solutions.

Communications	✓ Résolution
Connections	Raisonnement
Estimation et	Technologie
Calcul mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

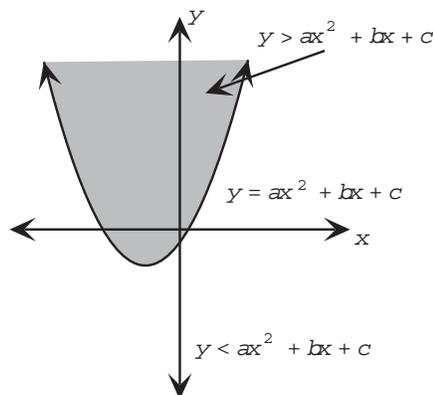
D-8 formuler et mettre en application des stratégies pour résoudre des inéquations quadratiques, radicales, rationnelles et à valeur absolue

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• résoudre des inéquations quadratiques en faisant une représentation graphique papier-crayon et en utilisant une calculatrice à affichage graphique

Les quatre types d'inéquations quadratiques sont les suivants :

$$\begin{array}{ll} y < ax^2 + bx + c & y \leq ax^2 + bx + c \\ y > ax^2 + bx + c & y \geq ax^2 + bx + c \end{array}$$



Les étapes faites pour tracer la représentation graphique d'une inéquation quadratique sont les suivantes :

1. Esquissez la représentation graphique de la parabole $y = ax^2 + bx + c$. Utilisez une parabole pointillée pour les inégalités avec $<$ ou $>$ ou une parabole pleine pour les inégalités avec \leq ou \geq .
2. Vérifiez un point à l'intérieur et un point à l'extérieur de la parabole.
3. Seulement un des points de vérification sera une solution. Ombrez la région qui contient le point de vérification.

Exemple 1

Esquissez la représentation graphique de $y \geq x^2 - 2x - 8$.

Solution

La parabole a son sommet à $x = \frac{b}{2a} = -\frac{(-2)}{2(1)} = 1$.

$$\begin{aligned} \text{Substituez } x = 1 \text{ à } y &= x^2 - 2x - 8 \\ &= 1^2 - 2(1) - 8 \\ &= 1 - 2 - 8 \\ &= -9 \end{aligned}$$

Sommet : (1, -9)

- suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Ressource imprimée

*Mathématiques pré-calcul
secondaire 3, Cours
destiné à l'enseignement à
distance*
- Module 4, Leçon 9

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

D-8 formuler et mettre en application des stratégies pour résoudre des inéquations quadratiques, radicales, rationnelles et à valeur absolue
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

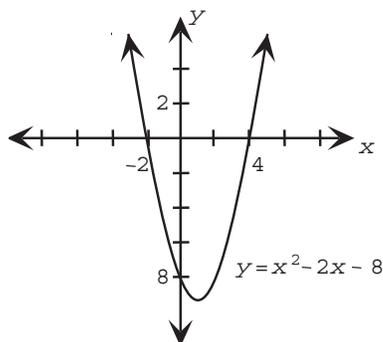
• résoudre des inéquations quadratiques en faisant une représentation graphique papier-crayon et en utilisant une calculatrice à affichage graphique (suite)

Exemple 1 - suite

Solution - suite

$$\begin{aligned} \text{Zéros : } \quad x^2 - 2x - 8 &= 0 \\ (x - 4)(x + 2) &= 0 \\ x &= 4 \text{ ou } x = -2 \end{aligned}$$

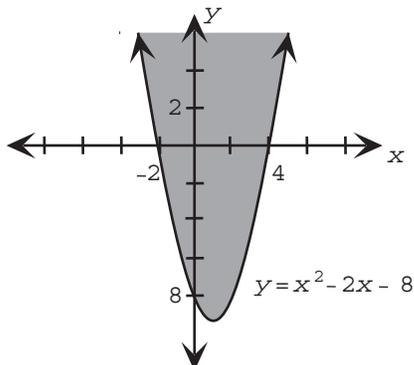
Tracez l'esquisse à l'aide d'une courbe pleine pour la parabole.



Choisissez un point à l'intérieur de la parabole et un point à l'extérieur, puis vérifiez

(0, 0) (intérieur)	(5, 0) (extérieur)
$y \geq x^2 - 2x - 8$	$y \geq x^2 - 2x - 8$
$0 \geq 0 - 2(0) - 8$	$0 \geq 5^2 - 2(5) - 8$
$0 \geq -8$ vrai	$0 \geq 7$ faux

La région contenant (0, 0) doit être ombrée en tant que représentation graphique de l'inéquation.



– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

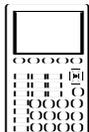
NOTES

Inscription au journal

Expliquez la différence entre la représentation graphique de la solution de $x^2 - 4x - 5 < 0$ et la représentation graphique de la solution de $x^2 - 4x - 5 \leq 0$.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

D-8 formuler et mettre en application des stratégies pour résoudre des inéquations quadratiques, radicales, rationnelles et à valeur absolue
– suite



STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• résoudre des inéquations quadratiques en faisant une représentation graphique papier-crayon et en utilisant une calculatrice à affichage graphique (suite)

Exemple 1 - suite

Solution - suite

Calculatrice à affichage graphique T1-83

Utilisez la calculatrice à affichage graphique, le réglage de la fenêtre appropriée et la caractéristique d'ombrage pour répondre.

- a) Pour quelles valeurs de x est-ce que $f(x) > 0$?
- b) Pour quelles valeurs de x est-ce que $f(x) < 0$?

Procédures

1. Entrez l'équation dans la fenêtre $Y=$

X, T, θ , n
 x^2
-
2
X, T, θ , n
-
8

2. Appuyez sur WINDOW.

Créez une fenêtre conviviale en réglant vos valeurs de x comme suit :

$X_{\min} = -9,4$

$X_{\max} = 9,4$

3. Appuyez sur GRAPH.

4. Ombrez votre représentation graphique.

a) Appuyez sur Y=. Utilisez votre flèche gauche pour mettre en surbrillance la droite \ à la gauche de Y_1 . Appuyez alors sur ENTER ENTER jusqu'à ce que le marqueur clignote vers le haut , c'est-à-dire un triangle rectangle pointant vers le haut. Appuyez sur GRAPH. Votre représentation graphique sera ombrée pour $f(x) > 0$.

b) Appuyez sur Y=. Mettez en surbrillance la droite \ à la gauche de Y_1 . Appuyez sur ENTER une fois que le marqueur clignote vers le bas , c'est-à-dire qu'un triangle rectangle pointe vers le bas. Appuyez sur GRAPH. Votre représentation graphique sera ombrée pour $f(x) < 0$.

c) Appuyez sur TRACE et trouvez pour quelles valeurs de x , $f(x) > 0$.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

D-8 formuler et mettre en application des stratégies pour résoudre des inéquations quadratiques, radicales, rationnelles et à valeur absolue
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• énoncer une solution algébrique d'une inéquation en utilisant un diagramme des signes

Étapes pour créer un diagramme des signes de la fonction :

1. Déterminez les zéros de la fonction et marquez-les sur une droite numérique.
2. Utilisez des points vides pour les inégalités avec $<$ ou $>$.
3. Utilisez des cercles pleins pour des inégalités avec \leq ou \geq .
4. Vérifiez une valeur de x pour chacun des intervalles déterminés par les zéros afin de déterminer le signe de chaque facteur.
5. Déterminez les intervalles pour lesquelles les valeurs sont vraies.

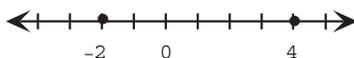
Exemple 1

Solutionnez $x^2 - 2x - 8 \geq 0$

Solution

Trouvez et marquez les zéros : $x^2 - 2x - 8 = 0$
 $(x - 4)(x + 2) = 0$

Les zéros sont -2 et 4 .



Déterminez les signes en vérifiant une valeur de x dans chaque intervalle.

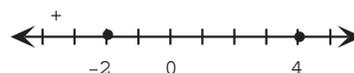
Intervalle : $x \leq -2$ ou $]-\infty, -2]$. Vérifiez $x = -3$.

$$f(x) = (x + 2)(x - 4)$$

$$f(-3) = (-3 + 2)(-3 - 4)$$

$$\underbrace{(-)} \quad \underbrace{(-)} = \underbrace{(+)}$$

Signes des facteurs Signe du produit



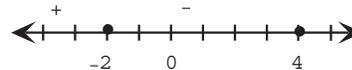
Intervalle : $-2 \leq x \leq 4$ ou $[-2, 4]$. Vérifiez $x = 0$.

$$f(x) = (x + 2)(x - 4)$$

$$f(0) = (0 + 2)(0 - 4)$$

$$\underbrace{(+)} \quad \underbrace{(-)} = \underbrace{(-)}$$

Signes des facteurs Signe du produit



– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Calcul mental

Dessinez les diagrammes de signes pour

- a) $(x - 2)(x - 5) < 0$
- b) $(x - 3)(x - 6) > 0$
- c) $x^2 - 9 < 0$

Problèmes

1. La population mondiale augmente de 2 % par année. La production mondiale de nourriture peut subvenir à 200 millions de personnes de plus par année. En 1987, la population était de 5 milliards et la production de nourriture pouvait subvenir à 6 milliards de personnes. La croissance de la population peut être modélisée par l'équation $P_1 = 5(1,02)^n$, la production de nourriture étant modélisée par $P_2 = 0,2n + 6$. La variable n est le nombre d'années après 1987.
 - a) Quand est-ce que $P_1 = P_2$?
 - b) Si $P_1 > P_2$ est vraie, quand est-ce que cela survient et de quelle façon est-ce que cette inégalité est interprétée?
2. Résolvez : $-x^2 + 6x - 5 \geq 0$.
3. Résolvez : $-4x^2 - x + 3 \geq 0$.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

D-8 formuler et mettre en application des stratégies pour résoudre des inéquations quadratiques, radicales, rationnelles et à valeur absolue
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• énoncer une solution algébrique d'une inéquation en utilisant un diagramme de signes (suite)

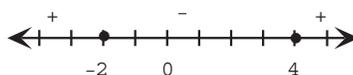
Exemple 1 - suite

Solution - suite

Intervalle : $x \geq 4$ ou $[4, \infty[$. Vérifiez $x = 5$

$$f(x) = (x + 2)(x - 4)$$

$$f(5) = (5 + 2)(5 - 4)$$



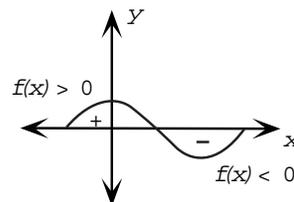
$$\underbrace{(+)} \quad \underbrace{(+)} = \underbrace{(+)}$$

Signes des facteurs Signe du produit

La fonction quadratique $(x + 2)(x - 4)$ est positive ou nulle dans l'intervalle $]-\infty, -2]$ et dans l'intervalle $[4, \infty[$. La solution est alors tous les nombres réels dans l'intervalle $]-\infty, -2]$ ou $[4, \infty[$.

Lorsque $f(x) > 0$, la représentation graphique est au-dessus de l'axe des x .

Lorsque $f(x) < 0$, la représentation graphique est sous l'axe des x .



La méthode ci-dessus se sert du fait qu'un polynôme peut changer de signe uniquement à ses zéros (valeurs de x qui rendent le polynôme nul). Entre des zéros consécutifs, un polynôme doit être entièrement positif ou négatif. Ces zéros sont ce que nous appelons les **nombres critiques** de l'inéquation et les intervalles qui en résultent sont les **intervalles de vérification** pour l'inéquation. Ce ne sont pas tous les polynômes qui changent de signe à un zéro.

• résoudre des inéquations rationnelles

Le concept des nombres critiques et des intervalles de vérification peut être étendu aux inéquations rationnelles. La valeur d'une **expression rationnelle** peut changer de signe uniquement à ses zéros (valeurs de x auxquelles son numérateur est 0) et ses valeurs indéfinies (valeurs de x auxquelles son dénominateur est 0). Ce sont les deux types de nombre qui composent les nombres critiques d'une inéquation rationnelle.

Exemple 1

Solutionnez :

$$\frac{x - 1}{(x - 2)(x + 3)} < 0$$

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

D-8 formuler et mettre en application des stratégies pour résoudre des inéquations quadratiques, radicales, rationnelles et à valeur absolue
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• résoudre des inéquations rationnelles (suite)

Exemple 1 - suite

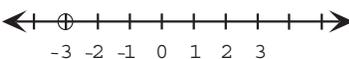
Solution

Déterminez les nombres critiques et esquissez.

Les nombres critiques sont -3 , 1 et 2 .

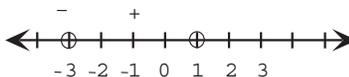
On utilise des points ouverts étant donné que $f(x)$ est < 0 . (Le dénominateur est 0 lorsque $x = 2$ et -3 .)

Intervalle : $]-\infty, -3[$. Point de vérification : -4

$$\frac{(x+3)(x-1)(x-2)}{(-4+3)(-4-1)(-4-2)}$$


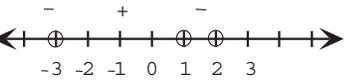
$$\underbrace{(+)}_{\text{Signes des facteurs}} \underbrace{(-)}_{\text{Signes des facteurs}} \underbrace{(-)}_{\text{Signes des facteurs}} = \underbrace{(-)}_{\text{Signe du produit}}$$

Intervalle : $]-3, 1[$. Point de vérification : 0

$$\frac{(x+3)(x-1)(x-2)}{(0+3)(0-1)(0-2)}$$


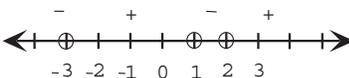
$$\underbrace{(+)}_{\text{Signes des facteurs}} \underbrace{(-)}_{\text{Signes des facteurs}} \underbrace{(-)}_{\text{Signes des facteurs}} = \underbrace{(+)}_{\text{Signe du produit}}$$

Intervalle : $]1, 2[$. Point de vérification : $\frac{3}{2}$

$$\frac{(x+3)(x-1)(x-2)}{\left(\frac{3}{2}+3\right)\left(\frac{3}{2}-1\right)\left(\frac{3}{2}-2\right)}$$


$$\underbrace{(+)}_{\text{Signes des facteurs}} \underbrace{(+)}_{\text{Signes des facteurs}} \underbrace{(-)}_{\text{Signes des facteurs}} = \underbrace{(-)}_{\text{Signe du produit}}$$

Intervalle : $]2, \infty[$. Point de vérification : $x = 3$

$$\frac{(x+3)(x-1)(x-2)}{(3+3)(3-1)(3-2)}$$


$$\underbrace{(+)}_{\text{Signes des facteurs}} \underbrace{(+)}_{\text{Signes des facteurs}} \underbrace{(+)}_{\text{Signes des facteurs}} = \underbrace{(+)}_{\text{Signe du produit}}$$

La solution est les intervalles pour lesquels le signe du quotient est < 0 (négatif), $]-\infty, 3[$ ou $]1, 2[$.

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

D-8 formuler et mettre en application des stratégies pour résoudre des inéquations quadratiques, radicales, rationnelles et à valeur absolue
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• résoudre des inéquations rationnelles (suite)

Exemple 2

Solutionnez : $\frac{x}{x-3} > \frac{1}{x+2}$

Solution

$$\frac{x}{x-3} - \frac{1}{x+2} > 0$$

$$\frac{x(x+2) - (x-3)}{(x-3)(x+2)} > 0$$

$$\frac{x^2 + 2x - x + 3}{(x-3)(x+2)} > 0$$

$$\frac{x^2 + x + 3}{(x-3)(x+2)} > 0$$

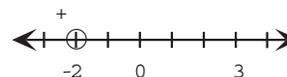
Le discriminant $b^2 - 4ac = 1^2 - 4(1)(3) = -11$ indique que $x^2 + x + 3$ n'a aucun zéro réel (voir Unité C).

∴ $x - 3 = 0$ et $x + 2 = 0$

$x = +3$ et $x = -2$ sont les nombres critiques

Intervalle : $]-\infty, -2[$. Point de vérification : $x = -4$

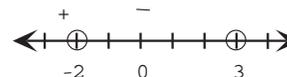
$(x^2 + x + 3)(x + 2)(x - 3)$



$$\underbrace{(+)}_{\text{Signes des facteurs}} \underbrace{(-)}_{\text{Signes des facteurs}} \underbrace{(-)}_{\text{Signes des facteurs}} = \underbrace{(+)}_{\text{Signe du produit}}$$

Intervalle : $]-2, 3[$. Point de vérification : $x = 0$

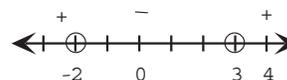
$(x^2 + x + 3)(x + 2)(x - 3)$



$$\underbrace{(+)}_{\text{Signes des facteurs}} \underbrace{(+)}_{\text{Signes des facteurs}} \underbrace{(-)}_{\text{Signes des facteurs}} = \underbrace{(-)}_{\text{Signe du produit}}$$

Intervalle : $]3, \infty[$. Point de vérification : $x = 4$

$(x^2 + x + 3)(x + 2)(x - 3)$



$$\underbrace{(+)}_{\text{Signes des facteurs}} \underbrace{(+)}_{\text{Signes des facteurs}} \underbrace{(+)}_{\text{Signes des facteurs}} = \underbrace{(+)}_{\text{Signe du produit}}$$

Les intervalles de la solution lorsque le quotient est $>$ sont $]-\infty, -2[$ ou $]3, \infty[$.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

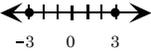
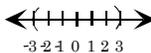
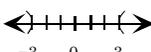
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

D-8 formuler et mettre en application des stratégies pour résoudre des inéquations quadratiques, radicales, rationnelles et à valeur absolue
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• résoudre des inéquations à valeur absolue

La valeur absolue d'un nombre, x , représentée par $|x|$ peut être interprétée géométriquement comme la distance de x à zéro dans l'une ou l'autre des directions de la droite numérique. Demandez aux élèves d'examiner le tableau suivant concernant cette interprétation.

Énoncé	Interprétation géométrique	Graphique	Solution
$ x = 3$	Valeurs de x qui se situent à 3 unités de 0.		$x = -3$ et $x = 3$
$ x < 3$	Valeurs de x qui se situent à moins de 3 unités de 0.		$-3 < x < 3$ * $(-3, 3)$
$ x > 3$	Valeurs de x qui se situent à plus de 3 unités de 0.		$x < -3$ ou $x > 3$ $(-\infty, -3) \cup (3, \infty)$

* N'oubliez pas que $-3 < x < 3$ signifie $x > -3$ et $x < 3$.

L'inégalité $|ax + b| < c$ signifie que $ax + b$ est entre $-c$ et c . Cela équivaut à $-c < ax + b < c$.

L'inégalité $|ax + b| > c$ signifie que $ax + b$ n'est pas entre $-c$ et c inclusivement. Cela équivaut à $ax + b < -c$ ou $ax + b > c$.

Exemple 1

Utilisez votre calculatrice à affichage graphique pour dessiner la représentation graphique de $|x| = 3$, $|x| < 3$ et $|x| > 3$.

Solution

Vous devrez réorganiser les énoncés pour qu'ils se lisent :

$$\begin{aligned} |x| - 3 &= 0 \\ |x| - 3 &< 0 \\ |x| - 3 &> 0 \end{aligned}$$

La première représentation graphique vous donne les zéros de $y = |x| - 3$ sont -3 et 3 . La deuxième représentation graphique montre que $|x| - 3 < 0$ se situe entre l'axe des x (< 0) dans l'intervalle $-3 < x < 3$. La troisième représentation graphique illustre que $|x| - 3 > 0$ se situe au-dessus de l'axe des x (> 0) dans l'intervalle où $x < -3$ ou $x > 3$.

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Inscription au journal

Pourquoi la valeur absolue d'un nombre ou d'une expression doit toujours être positive?

Problème

Faites une esquisse de $f(x) = |x - 1| - 4$, et déterminez les valeurs de x pour lesquelles $f(x) > 0$.

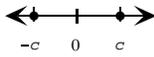
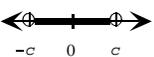
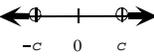
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

D-8 formuler et mettre en application des stratégies pour résoudre des inéquations quadratiques, radicales, rationnelles et à valeur absolue
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

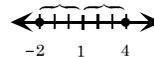
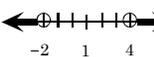
• résoudre des inéquations à valeur absolue (suite)

Le tableau qui suit représente la signification et la solution des équations à valeur absolue et des inégalités concernant $|x|$ et c , où c représente une distance et $c \geq 0$.

Énoncé	Interprétation géométrique	Graphique	Solution
$ x = c$	La distance de x à 0 est exactement c unités.		$x = c$ ou $x = -c$
$ x < c$	La distance de x à 0 est inférieure à c unités.		$-c < x < c$ ou $(-c, c)$
$ x > c$	La distance de x à 0 est supérieure à c unités.		$x < -c$ ou $x > c$ $(-\infty, -c) \cup (c, \infty)$

Ces énoncés sont valides si on utilise \leq au lieu de $<$, et \geq remplace $>$.

On peut résoudre les équations et les inéquations du type $|x - h|$ où h est une constante en interprétant $x - h$ comme la distance de x à h sur une droite numérique.

Énoncé	Interprétation géométrique	Graphique	Solution
$ x - 1 = 3$	La distance de x à 1 est 3.		$x = -2$ ou $x = 4$
$ x - 1 < 3$	La distance de x à 1 est inférieure à 3.		$-2 < x < 4$
$ x - 1 > 3$	La distance de x à 1 est supérieure à 3.		$x < -2$ ou $x > 4$

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

D-8 formuler et mettre en application des stratégies pour résoudre des inéquations quadratiques, radicales, rationnelles et à valeur absolue
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• résoudre des inéquations à valeur absolue (suite)

Exemple 2

Utilisez votre calculatrice à affichage graphique pour représenter graphiquement $|x - 1| = 3$, $|x - 1| < 3$ et $|x - 1| > 3$.

Solution

Vous devrez réorganiser les équations comme suit :

$$\begin{array}{l} |x - 1| - 3 = 0 \\ |x - 1| - 3 < 0 \\ |x - 1| - 3 > 0 \end{array}$$

La première représentation graphique donne les zéros de $|x - 1| = 3$ pour qu'ils soient à -2 ou à 4. La deuxième indique que $|x - 1| < 3$ repose sous l'axe des x ($x < 0$) dans l'intervalle $-2 < x < 4$. La troisième représentation graphique indique que $|x - 1| > 3$ est au-dessus de l'axe des x dans l'intervalle où $x < -2$ ou $x > 4$.

Énoncé

Énoncé équivalent

$|ax + b| = c$ signifie $ax + b = c$ ou $ax + b = -c$

$|ax + b| < c$ signifie $-c < ax + b < c$

$|ax + b| > c$ signifie $ax + b < -c$ ou $ax + b > c$

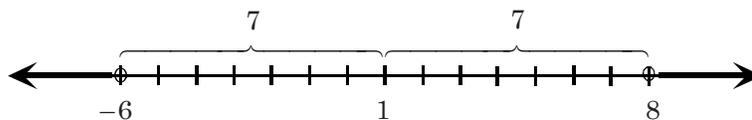
Exemple 3

Solutionnez $|x - 1| > 7$. Utilisez (a) la géométrie et (b) l'algèbre. Vous pouvez utiliser des inégalités ou des diagrammes des signes.

Solution

a) Géométrie

$|x - 1| > 7$ signifie que la distance de x à 1 est supérieure à 7 unités



b) Algèbre

À l'aide d'inégalités

$$x - 1 < -7 \text{ ou } x - 1 > 7$$

$$x < -6 \text{ ou } x > 8$$

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

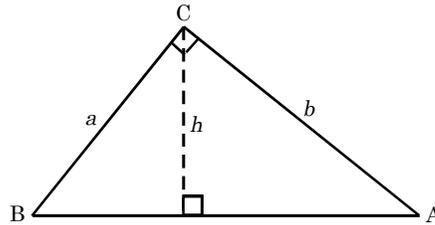
Distance entre des points et des droites

Objectif : Trouver la distance entre des points et des droites.

On peut utiliser la formule $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ pour trouver la distance entre deux points $P_1(x_1, y_1)$ et $P_2(x_2, y_2)$.

Une autre relation intéressante est la distance entre un point et une droite. Pour vous montrer de quelle façon on peut obtenir la formule, vous utiliserez une situation en géométrie, puis vous l'appliquerez à la situation actuelle en géométrie analytique.

Dans le ΔABC dont les côtés sont de longueur a et b , AB est l'hypoténuse et sa longueur est $\sqrt{a^2 + b^2}$.



L'aire du ΔABC peut être énoncée des deux façons suivantes :

$$\text{Aire} = \frac{1}{2}ab \qquad \text{Aire} = \frac{1}{2}(\sqrt{a^2 + b^2})(h)$$

Étant donné que les aires sont égales, peu importe les longueurs utilisées comme étant la base ou la hauteur, les deux expressions de l'aire s'égalisent.

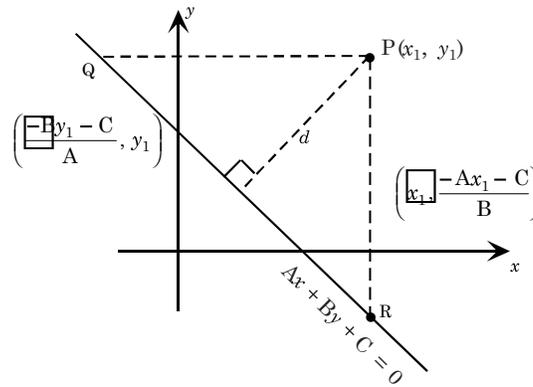
$$\begin{aligned} \frac{1}{2}ab &= \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2} \cdot h \\ ab &= \sqrt{a^2 + b^2} \cdot h \\ \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}} &= h \end{aligned}$$

Dans un triangle rectangle dont les côtés sont de longueur a et b , la hauteur de l'hypoténuse est

$$h = \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Ensuite, créez la situation faisant intervenir la distance d'un point à une droite et mettez en application le calcul précédent.

Le diagramme nous donne le point $P(x_1, y_1)$ et d est la distance qui sépare le point de la droite $Ax + By + C = 0$.



Tracez les segments de droite horizontale et verticale PQ et PR où Q et R sont des points sur la droite $Ax + By + C = 0$. La coordonnée y de Q est y_1 parce que c'est la même distance verticale que pour P au-dessus de l'axe des x .

Par substitution dans $Ax + By + C = 0$, on obtient la coordonnée x de Q .

$$\begin{aligned} Ax + By_1 + C &= 0 \\ Ax &= -By_1 - C \\ x &= \frac{-By_1 - C}{A} \end{aligned}$$

Les coordonnées de $Q = \left(\frac{-By_1 - C}{A}, y_1 \right)$.

De même, R a la même coordonnée en x que P étant donné que P et R sont tous deux à la même distance de l'axe des y . La coordonnée x de R sera x_1 .

Par substitution dans $Ax + By + C = 0$, on obtient la coordonnée en y :

$$\begin{aligned} Ax_1 + By + C &= 0 \\ By &= -Ax_1 - C \\ y &= \frac{-Ax_1 - C}{B} \end{aligned}$$

Les coordonnées de R sont $\left(x_1, \frac{-Ax_1 - C}{B} \right)$.

Étant donnée que PQ est un segment de droite horizontale, sa longueur est

$$PQ = \left| x_1 - \frac{-By_1 - C}{A} \right| = \left| \frac{Ax_1 + By_1 + C}{A} \right|.$$

Étant donné que PR est un segment de droite verticale, sa longueur est

$$PR = \left| y_1 - \left(\frac{-Ax_1 - C}{B} \right) \right| = \left| \frac{Ax_1 + By_1 + C}{B} \right|.$$

Pour plus de commodité, posez $M = Ax_1 + By_1 + C$; déterminez une expression pour d en utilisant

$$\begin{aligned} h &= \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}} \\ d &= \frac{(PQ)(PR)}{\sqrt{(PQ)^2 + (PR)^2}} \\ &= \frac{\left| \frac{M}{A} \right| \left| \frac{M}{B} \right|}{\sqrt{\frac{M^2}{A^2} + \frac{M^2}{B^2}}} \\ &= \frac{\left| \frac{M^2}{AB} \right|}{\sqrt{M^2 \left(\frac{1}{A^2} + \frac{1}{B^2} \right)}} \\ &= \frac{\left| \frac{M^2}{AB} \right|}{\sqrt{M^2 \left(\frac{1}{A^2} + \frac{1}{B^2} \right)}} \\ &= \frac{\left| \frac{M}{AB} \right| \left| M \right|}{\left| M \right| \sqrt{A^2 + B^2}} \\ &= \frac{\left| M \right|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \\ &= \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \end{aligned}$$

La distance d'un point $P(x_1, y_1)$ à la droite $Ax + By + C = 0$ est

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}.$$

Carte étape/solution

Voici un organisateur de problème/solution qui peut être réalisé en étapes successives.

Problème Résolution algébrique de systèmes linéaires – Méthode de l'addition ou de la soustraction
 Équation : 1. $a + b - 3c = 8$
 2. $3a + 4b - 2c = 20$
 3. $2a - 3b + c = -6$

Étapes
 1. Choisissez 2 équations et éliminez une variable

$$\begin{array}{r} (1) \quad a + b - 3c = 8 \\ (3) \quad (3)(2a - 3b + c = -6)(3) \\ \quad = 6a - 9b + 3c = -18 \\ \hline \text{Éqn. (4)} \quad 7a - 8b = -10 \end{array}$$

2. Choisissez une paire différente d'équations et éliminez la même variable.

$$\begin{array}{r} (2) \quad 3a + 4b - 2c = 20 \\ (3) \quad (2)(2a - 3b + c = -6)(2) \\ \quad = 4a - 6b + 2c = -12 \\ \hline \text{Éqn. (5)} \quad 7a - 2b = 8 \end{array}$$

3. Trouvez b .

$$\begin{array}{r} (4) \quad 7a - 8b = -10 \\ (5) \quad (7a - 2b = 8)(-1) \\ \quad -7a + 2b = -8 \\ \hline \quad \quad -6b = -18 \\ \quad \quad \quad -6 \quad -6 \\ \quad \quad \quad \quad b = 3 \end{array}$$

4. Trouvez a .

$$\begin{array}{r} (4) \quad 7a - 8(3) = -10 \\ \quad 7a - 24 = -10 \\ \quad \quad \frac{7a}{7} = \frac{14}{7} \\ \quad \quad \quad a = 2 \end{array}$$

5. Substituez $a + b$ pour trouver c .

$$\begin{array}{r} a + b - 3c = 8 \\ (2) + (3) - 3c = 8 \\ \quad \quad \quad 5 - 3c = 8 \\ \quad \quad \quad \quad \frac{-3c}{-3} = \frac{3}{-3} \\ \quad \quad \quad \quad \quad c = -1 \end{array}$$

Ensemble solution
 = (2, 3, -1)

Solution (ou Résultat)

Ensemble solution = (2, 3, -1) Vérification de la solution

1. $2 + 3 - 3(1) = 8$	$5 + 3 = 8$
2. $3(2) + 4(3) - 2(-1) = 20$	$6 + 12 + 2 = 20$
3. $2(2) - 3(3) + (-1) = -6$	$4 - 9 - 1 = -6$

Step/Solution Map : Utilisation autorisée par Joyce McCallum, Morden Collegiate, Western S.D. No. 47.

Voici un organisateur de problème/solution qui peut être réalisé en étapes successives

Problème Résolution algébrique de systèmes linéaires – Méthode de l'addition ou de la soustraction
 Équation 1 : $3x - 2y = 10$
 Équation 2 : $5x + 3y = -15$

Étapes
 1. Additionnez les équations, en multipliant l'équation 2 par 2 pour éliminer les y . Multipliez l'équation 1 par 3 pour éliminer les x .

$$\begin{array}{r} 3(3x - 2y) = 10(3) \\ 9x - 6y = 30 \end{array} \quad \frac{19x}{19} = \frac{0}{19}$$

$$\begin{array}{r} 2(5x + 3y) = -15(2) \\ 10x + 6y = -30 \end{array} \quad x = 0$$

3. Substituez dans une équation.

$$5(0) + 3y = -15$$

$$\frac{3y}{3} = \frac{-15}{3}$$

3. Trouvez y .

$$y = -5$$

4. Substituez dans l'équation d'origine.

$$5x + 3(-5) = -15$$

$$5x - 15 = -15$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{0}{5}$$

5. Trouvez x .

$$x = 0$$

Vérifiez.

$$5(0) + 3(-5) = -15$$

$$-15 = -15$$

$$3(0) - 2(-5) = 10$$

$$10 = 10$$

Ensemble de solutions :
 $(0, -5)$

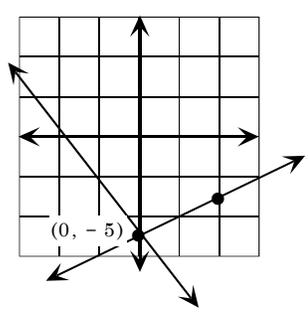
Solution (ou Résultat)

Ensemble solution

$$\frac{-2y}{-2} = \frac{-3x}{-2} + \frac{10}{-2}$$

$$= (0, -5)$$

$$y = \frac{3}{2} - 5$$

$$y = \frac{5}{3} - 5$$


Step/Solution Map : Utilisation autorisée par Joyce McCallum, Morden Collegiate, Western S.D. No. 47.

Carte étape/solution

Annexe D-4

Voici un organisateur de problème/solution qui peut être réalisé en étapes successives.

Problème

Étapes		
---------------	--	--

--	--	--

Solution (ou Résultat)

Step/Solution Map : Utilisation autorisée par Joyce McCallum, Morden Collegiate, Western S.D.
No. 47.

Note :

En raison de droits d'auteur, nous sommes dans l'impossibilité d'afficher le contenu suivant :

- Annexe D-5 - Exemple, Approche en trois points, Page de notes divisée
- Annexe D-6 - Approche en trois points, Page de notes divisée

Prière de vous référer au document imprimé. On peut se procurer ce document au Centre des manuels scolaires du Manitoba.

Centre des manuels scolaires du Manitoba

site : www.mtbb.mb.ca

courrier électronique : mtbb@merlin.mb.ca

téléphone : 1 800 305-5515 télécopieur : (204) 483-3441

n° du catalogue : 90399

coût : 35,15 \$

Fiche de sortie

Concevez une question de test possible pour le questionnaire de demain sur les inéquations linéaires et solutionnez-la.

Représentez graphiquement l'ensemble solution de chaque système.

$$7x + 2y < 3$$

$$5y \geq x + 2$$

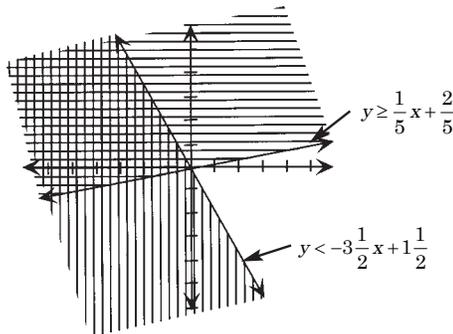
$$7x + 2y < 3$$

$$2y < -7x + 3$$

$$y < -3\frac{1}{2}x + 1\frac{1}{2}$$

$$5y \geq x + 2$$

$$y \geq \frac{1}{5}x + \frac{2}{5}$$



$$y < -3\frac{1}{2}x + 1\frac{1}{2}$$

$$2 < -3\frac{1}{2} \cdot 2 + 1\frac{1}{2} \quad 1 < -3\frac{1}{2} \cdot (-2) + 1\frac{1}{2}$$

$$2 < -7 + 1\frac{1}{2} \quad 1 < 7 + 1\frac{1}{2}$$

$$2 < -5\frac{1}{2} \quad 1 < 8\frac{1}{2}$$

pt. au-dessus (2, 2),

pt. au-dessous (-2, 1)

Tout d'abord, j'ai écrit deux inégalités linéaires. Ensuite, j'ai trouvé y et j'ai représenté graphiquement leurs superficies.

Ensuite, j'ai choisi un point pour chaque droite qui était au-dessus de la droite, et un autre point pour chaque droite qui était au-dessous de la droite. J'ai mis le point dans l'inégalité et j'ai solutionné. Si c'était vrai avec le point au-dessous de la droite, je colorais ma représentation graphique au-dessous de la droite. Si c'était vrai avec le point au-dessus de la droite, je colorais au-dessus de la droite.

Exit Slips Reference : Gere, Anne Ruggles, ed. *Roots in the Sawdust: Writing to Learn Across the Disciplines*. Urbana, IL: National Council of Teachers of English, 1985.

Unité E
Géométrie

GÉOMÉTRIE

Dans cette unité sur la géométrie l'accent est mis sur la recherche des propriétés des cercles à l'aide d'un crayon, de papier et d'un compas, ou d'un logiciel informatique. Pour que les élèves développent leurs aptitudes à la communication en géométrie, ils doivent être familiers avec la terminologie de la géométrie qui s'applique au cercle. Une fois que les élèves sont en mesure de formuler une conjecture, ils doivent pouvoir écrire des vérifications pour leurs assertions fondées sur des définitions antérieures et des théorèmes. Une fois qu'ils ont vérifié leurs recherches, ils doivent exécuter un éventail de problèmes portant sur une ou plusieurs propriétés des cercles.

Pratiques pédagogiques

Les enseignants devraient donner aux élèves des occasions :

- d'acquérir la terminologie de la géométrie qui s'applique aux cercles ainsi que le symbolisme correspondant associé aux cercles;
- de rechercher les propriétés des cordes, des angles, des arcs et des tangentes d'un cercle, à l'aide d'un crayon, de papier et d'un compas, ou de programmes informatiques;
- d'acquérir le vocabulaire relié aux polygones;
- de rechercher et d'élaborer des formules portant sur la somme des angles intérieurs et extérieurs d'un polygone à n côtés et la mesure de chaque angle intérieur et extérieur d'un polygone régulier.

Matériel

- papier, crayon, compas
- rapporteur d'angles
- programme informatique, p. ex., *Cabri-Géomètre II*, *Cybergéomètre*, *Zap-a-graph*

Durée

- 15 heures

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

Résultat d'apprentissage
général

Acquérir et appliquer les propriétés géométriques de cercle et de polygone pour résoudre des problèmes

Résultat(s) d'apprentissage
spécifique(s)

- E-1 utiliser la technologie et la mesure pour confirmer et appliquer les propriétés suivantes à des cas particuliers
- la perpendiculaire à partir du centre d'un cercle jusqu'à une corde est une médiatrice de cette corde
 - la mesure de l'angle au centre est égale à deux fois la mesure de l'angle inscrit sous-tendu par le même arc
 - les angles inscrits sous-tendus par le même arc sont congrus
 - l'angle inscrit dans un demi-cercle est un angle droit
 - les angles opposés d'un quadrilatère cyclique sont supplémentaires
 - une tangente à un cercle est perpendiculaire au rayon au point de tangence
 - les segments tangents à un cercle, depuis n'importe quel point externe, sont congruents
 - l'angle entre une tangente et une corde est égal à l'angle inscrit du côté opposé de la corde
 - la somme des angles intérieurs d'un polygone à n côtés est $(n - 2) 180^\circ$
 - la mesure d'un arc est la moitié de la mesure de l'angle inscrit sous-tendu par l'arc

✓ Communications

Connections
Estimation et
Calcul Mental

✓ Résolution

✓ Raisonnement
✓ Technologie
✓ Visualisation

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

On donne à la fin de la présente unité des expériences d'apprentissage par enseignement différencié (voir les Annexes E-1 à E-6, pp. E-46 à E-51).

• acquérir la terminologie de la géométrie qui s'applique au cercle et le symbolisme correspondant associé aux cercles

Utilisez le vocabulaire et le diagramme ci-dessous comme guides pour enseigner la terminologie et les symboles géométriques. Pour approfondir la question, voir *Mathématiques pré-calcul Secondaire 3 - cours d'enseignement à distance*, Module 5.

Cercle : Un cercle est l'ensemble de tous les points dans un plan qui sont équidistants d'un point fixe donné.

Circonférence : La circonférence est la longueur d'un cercle (Diagramme 1).

Diamètre : Un diamètre d'un cercle est une corde qui traverse le centre (Diagramme 2).

Rayon : Le rayon d'un cercle est un segment de droite dont le centre est une extrémité et un point sur le cercle l'autre extrémité. On peut dire que le rayon est un segment de droite ou une longueur d'un segment de droite (Diagramme 1).

Corde : La corde d'un cercle est un segment dont les extrémités sont sur le cercle (Diagramme 2).

Sécante : Une sécante est une droite qui coupe un cercle en deux points (Diagramme 2).

Tangente : Une tangente est une droite qui traverse le cercle en un seul point. Le point où la tangente touche le cercle est ce que l'on appelle le point de tangence (Diagramme 2).

Cercles congruents : Si deux cercles ont le même rayon, ce sont des cercles congruents (Diagramme 3).

Cercles concentriques : Si deux cercles ou plus partagent le même centre, ce sont des cercles concentriques (Diagramme 3).

Arc : L'arc d'un cercle est formé de deux points sur le cercle et la partie du cercle entre les deux points. Les deux points sont ce que l'on appelle les extrémités de l'arc (Diagramme 4).

Arc majeur : Un arc majeur est un arc d'un cercle qui est plus grand qu'un demi-cercle (Diagramme 4).

Arc mineur : Un arc mineur est un arc d'un cercle qui est plus petit qu'un demi-cercle (Diagramme 4).

Demi-cercle : Un demi-cercle est un arc d'un cercle dont les extrémités sont les extrémités d'un diamètre (Diagramme 4).

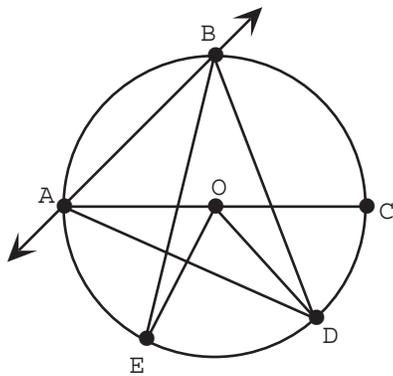
– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Calcul mental

Utilisez le diagramme à la droite pour nommer :

- a) un diamètre;
- b) quatre angles au centre;
- c) deux demi-cercles;
- d) une sécante;
- e) cinq cordes;
- f) cinq arcs mineurs;
- g) sept angles inscrits;
- h) huit arcs majeurs.



NOTES

Ressources imprimées

*Mathématiques pré-calcul
secondaire 3, Exercices
cumulatifs*

*Mathématiques pré-calcul
secondaire 3, Solutions des
exercices cumulatifs*

*Mathématiques pré-calcul
secondaire 3, Cours
destiné à l'enseignement à
distance*
– Module 5, Leçons 1 à 5

Multimédia

*Cybergéomètre
Zap-a-graph
Cabri-géomètre II*

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- E-2 vérifier les propriétés générales suivantes en fournissant les raisons à chaque étape de la solution
- la médiatrice d'une corde passe par le centre du cercle
 - la mesure de l'angle au centre est égale à deux fois celle de l'angle inscrit sous-tendu par le même arc (lorsque le centre du cercle est à l'intérieur de l'angle inscrit)
 - les angles inscrits sous-tendus par le même arc sont congruents
 - l'angle inscrit dans un demi-cercle est un angle droit
 - les angles opposés d'un quadrilatère cyclique sont supplémentaires
 - une tangente à un cercle est perpendiculaire au rayon au point de tangence
 - les segments tangents à un cercle à partir de n'importe quel point externe sont congruents
 - l'angle entre une tangente et une corde est égal à l'angle inscrit du côté opposé de la corde
 - la somme des angles intérieurs d'un polygone à n côtés est $(2n - 4)$ angles droits.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- acquérir la terminologie de la géométrie qui s'applique au cercle et le symbolisme correspondant associé aux cercles (suite)

Angle au centre : Un angle dont le sommet est au centre d'un cercle et dont les extrémités sont sur la circonférence du cercle (Diagramme 5).

Angle inscrit : Un angle dont le sommet est sur le cercle. Un angle formé par deux cordes qui se croisent sur le cercle, chacune ayant une extrémité au sommet de l'angle (Diagramme 5).

Arc intercepté : Un arc qui repose sur l'intérieur d'un angle et qui a une extrémité de chaque côté de l'angle (Diagramme 5).

Secteur : Le secteur d'un cercle est une région limitée par deux rayons d'un cercle et l'arc intercepté. Les secteurs peuvent être mineurs, majeurs ou des demi-cercles déterminés par les arcs mineurs, majeurs ou des demi-cercles qu'ils interceptent (Diagramme 6).

Segment : Le segment d'un cercle et la région limitée par une corde et son arc intercepté. On peut classer les segments comme étant mineurs, majeurs ou des demi-cercles déterminés par des arcs mineurs, majeurs ou de demi-cercles (Diagramme 6).

Quadrilatère cyclique : Un quadrilatère dont les sommets sont cocycliques (des points sur le même cercle) est un quadrilatère cyclique. Cette caractéristique peut être décrite comme un quadrilatère inscrit dans un cercle ou comme un cercle circonscrit autour d'un quadrilatère (Diagramme 7).

Diagramme 1

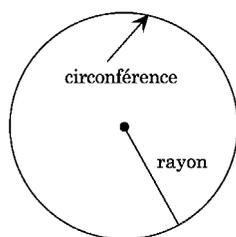


Diagramme 2

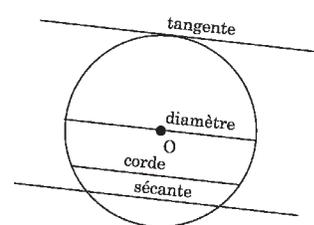
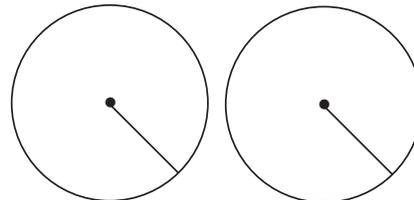
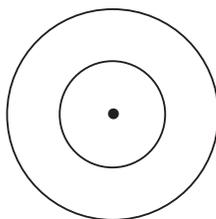


Diagramme 3



Cercles concentriques

Cercles congruents

- suite

- | | |
|------------------|-----------------|
| ✓ Communications | ✓ Résolution |
| ✓ Connexions | ✓ Raisonnement |
| ✓ Estimation et | ✓ Technologie |
| ✓ Calcul Mental | ✓ Visualisation |

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Ressource imprimée

*Mathématiques pré-calcul
secondaire 3, Cours
destiné à l'enseignement à
distance*
– Module 5, Leçons 1 à 5

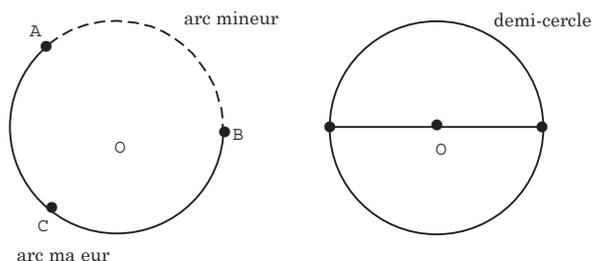
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- E-1 utiliser la technologie et la mesure pour confirmer et appliquer les propriétés suivantes à des cas particuliers
– suite
- E-2 vérifier les propriétés générales suivantes en fournissant les raisons à chaque étape de la solution
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- acquérir la terminologie de la géométrie qui s'applique au cercle et le symbolisme correspondant associé aux cercles (suite)

Diagramme 4



Symbole pour un arc mineur \widehat{AB}

Symbole pour un arc majeur \widehat{ACB}

Diagramme 5

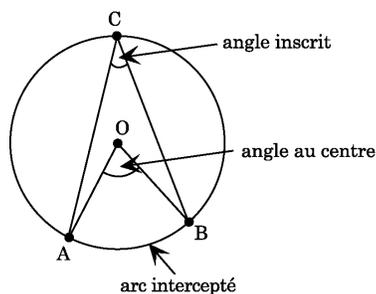


Diagramme 6

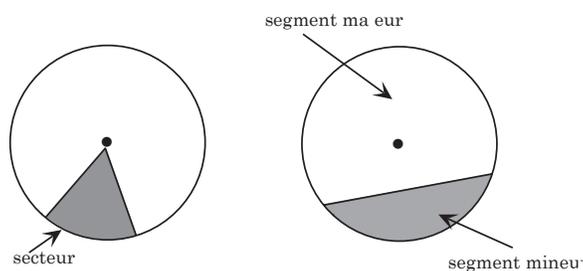
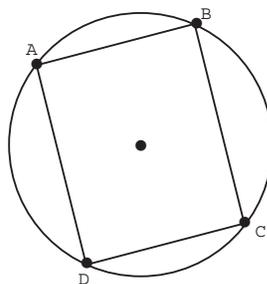


Diagramme 7



- | | |
|-------------------------------|-----------------|
| ✓ Communications | ✓ Résolution |
| ✓ Connexions | ✓ Raisonnement |
| ✓ Estimation et Calcul Mental | ✓ Technologie |
| | ✓ Visualisation |

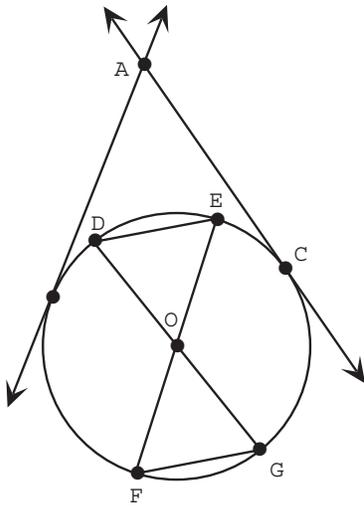
STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Calcul mental

Utilisez le diagramme ci-dessous pour répondre aux questions suivantes :

- Ombrez un secteur majeur du cercle.
- Ombrez un segment mineur de cercle.
- Nommez quatre angles au centre.
- Nommez quatre angles inscrits.
- Nommez deux points de tangence.
- Décrivez deux segments mineurs dans le cercle.
- Nommez deux droites tangentes.



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- E-1 utiliser la technologie et la mesure pour confirmer et appliquer les propriétés suivantes à des cas particuliers
– suite
- E-2 vérifier les propriétés générales suivantes en fournissant les raisons à chaque étape de la solution
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• **rechercher et vérifier les propriétés des cordes**

Demandez aux élèves de rechercher les propriétés des cordes en utilisant un compas et une règle droite, ou un programme informatique tel Cabri Géomètre II ou Cybergéomètre. Les élèves émettent la conjecture puis vérifient les propriétés suivantes.

Résumé des propriétés des cordes d'un cercle

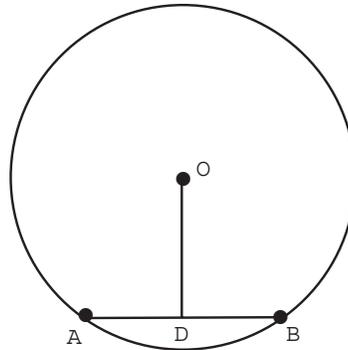
- Une droite partant du centre d'un cercle, perpendiculaire à une corde, est une médiatrice de cette corde.
- Le segment de droite dessiné depuis le centre du point milieu de la corde est perpendiculaire à la corde.
- La médiatrice d'une corde traverse le centre du cercle.
- Des cordes congruentes sont équidistantes du centre.
- Des cordes équidistantes du centre d'un cercle sont égales.

Recherche 1, Partie A

Recherchez la relation entre la corde et une droite perpendiculaire partant du centre du cercle.

Solution

1. À l'aide d'un compas, construisez un cercle de centre O.



2. Choisissez deux points sur le cercle et nommez-les A et B. Joignez les deux points.
3. À l'aide d'un rapporteur d'angles, construisez une perpendiculaire à la corde qui traverse le point O et rencontre la corde au point D.
4. Mesurez AD et BD. Que pouvez-vous conclure? Les longueurs de AD et de BD devraient être égales.

✓ Communications	✓ Résolution
✓ Connections	✓ Raisonnement
✓ Estimation et	✓ Technologie
✓ Calcul Mental	✓ Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

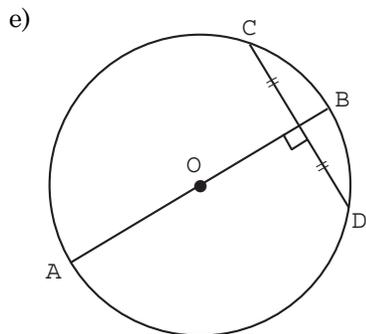
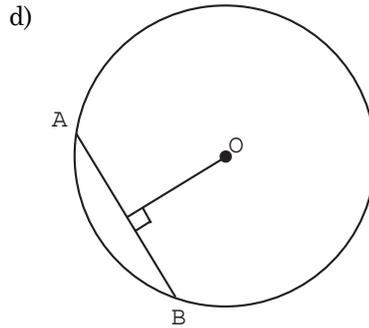
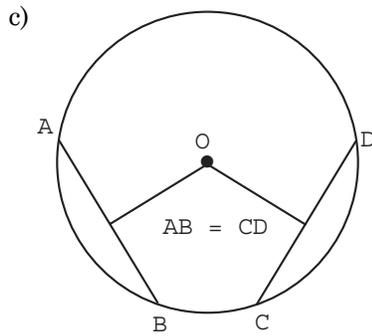
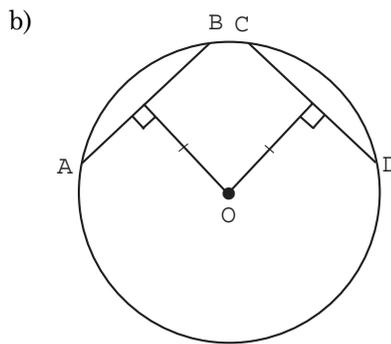
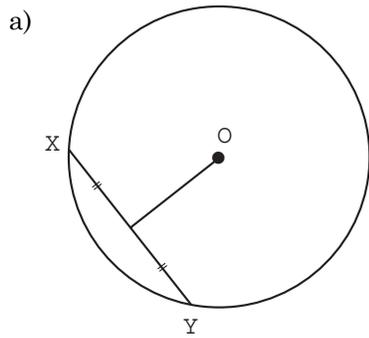
NOTES

Calcul mental

1. Quel est le supplément de 50° ?
2. Si l'angle au sommet d'un triangle isocèle est 100° , quelle est la mesure de chaque angle à la base.

Inscription au journal

Pour chacun des cercles suivants, énoncez la propriété des cordes qui y sont illustrées.



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- E-1 utiliser la technologie et la mesure pour confirmer et appliquer les propriétés suivantes à des cas particuliers
– suite
- E-2 vérifier les propriétés générales suivantes en fournissant les raisons à chaque étape de la solution
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

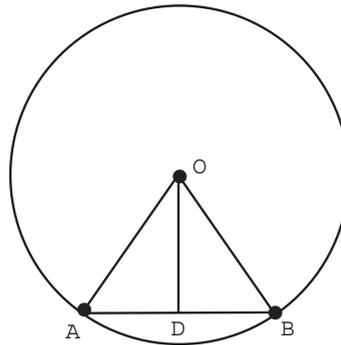
- **rechercher et vérifier les propriétés des cordes** (suite)

Recherche, Partie B

Vérifiez que AD et BD sont de longueur égale et que, par conséquent, une droite partant du centre et perpendiculaire à une corde est la médiatrice de cette corde.

Solution

Si vous prenez le diagramme et joignez OA et OB, vous formez deux triangles, le $\triangle OAD$ et le $\triangle OBD$, qui sont congruents.



Parce que OA et OB sont les rayons d'un cercle, le $\triangle OAB$ est isocèle, $\angle OAD$ et $\angle OBD$ étant des angles congrus à la base. De plus, $\angle ODA$ et $\angle ODB$ mesurent 90° étant donné que OD est une perpendiculaire, et $\triangle OAD \cong \triangle OBD$ en vertu de CAA, et $AD \cong BD$ parce qu'ils sont les côtés correspondants des triangles congruents. Cela signifie que AD et BD ont la même mesure.

Demandez aux élèves de vérifier les autres propriétés d'une corde en utilisant l'exemple ci-dessus comme modèle. (Se reporter à *Mathématiques pré-calcul Secondaire 3 - Cours destiné à l'enseignement à distance*, Module 5.)

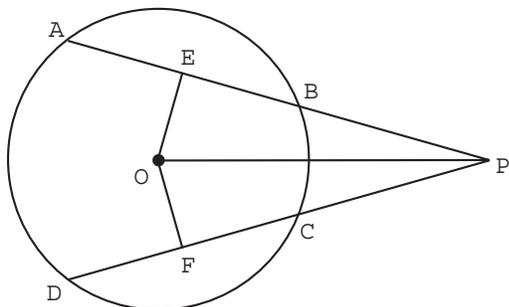
✓ Communications	✓ Résolution
✓ Connexions	✓ Raisonnement
✓ Estimation et	✓ Technologie
✓ Calcul Mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

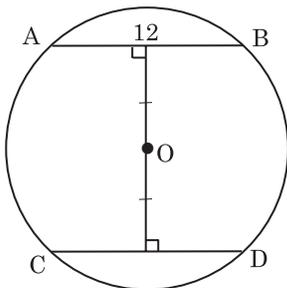
1. $AB \cong DC$
 $OE \perp PA$
 $OF \perp PD$



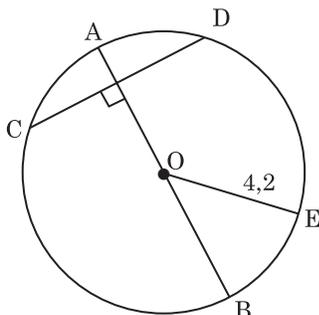
Vérifiez, à l'aide de raisons géométriques, pourquoi OP est une bissectrice de $\angle APD$.

2. Trouvez les valeurs indiquées pour les problèmes suivants et donnez la (les) raison(s). (**Remarque** : Ces diagrammes ne sont pas dessinés à l'échelle.)

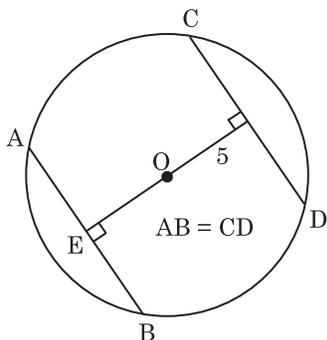
a) Trouvez CD



b) Trouvez AB



c) Trouvez OE



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

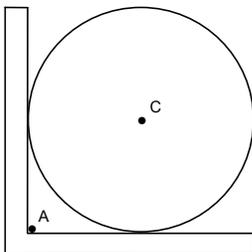
- E-1 utiliser la technologie et la mesure pour confirmer et appliquer les propriétés suivantes à des cas particuliers
– suite
- E-2 vérifier les propriétés générales suivantes en fournissant les raisons à chaque étape de la solution
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• Résoudre des problèmes concernant les propriétés des cordes

Exemple 1

À quelle distance du coin intérieur de la tablette, A, se trouve le centre, C, de l'assiette, si l'assiette a un diamètre de 20 cm?



Solution

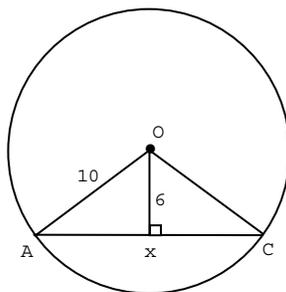
Les deux planches de la tablette sont perpendiculaires au rayon dessiné à partir du centre du cercle. Cela forme un carré dont le côté mesure 10 cm.

$$\begin{aligned} \text{côté}^2 + \text{côté}^2 &= AC^2 \\ 10^2 + 10^2 &= AC^2 \\ \sqrt{200} &= AC \\ 10\sqrt{2} &= AC \end{aligned}$$

∴ Le point A est à $10\sqrt{2}$ cm du point C

Exemple 2

Déterminez la longueur de la corde x.



Solution

À l'aide du théorème de Pythagore

$$\begin{aligned} 6^2 + \left(\frac{1}{2}x\right)^2 &= 10^2 \\ 36 + \frac{1}{4}x^2 &= 100 \\ \frac{1}{4}x^2 &= 64 \\ x^2 &= 256 \\ x &= \pm 16 \end{aligned}$$

∴ La longueur de la corde est 16 unités.

✓ Communications	✓ Résolution
✓ Connexions	✓ Raisonnement
✓ Estimation et	✓ Technologie
✓ Calcul Mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

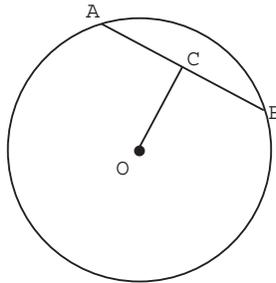
NOTES

Problèmes

1. a) Faites une esquisse de la situation suivante. Soit un cercle de centre O , deux cordes parallèles sont dessinées à l'intérieur du cercle des côtés opposés du diamètre. Les deux cordes mesurent 16 cm et 20 cm de longueur. Le diamètre du cercle mesure 24 cm.
- b) Quelle est la distance la plus courte entre les deux cordes?

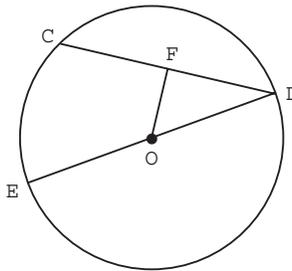
2. Soit un cercle de centre O , $OC \perp AB$, $OC = 4$, et AC est 3, trouvez la longueur

- a) de BC
 - b) de AB
 - c) du rayon du cercle
 - d) du diamètre du cercle
- Donnez la (les) raison(s) de vos réponses.

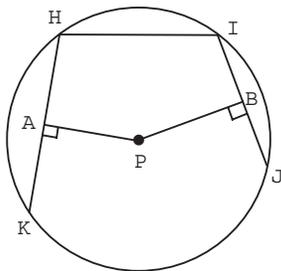


3. Soit un cercle de centre O , $OF \perp CD$, $DE = 20$ et $OF = DF$, trouvez la longueur de

- a) OF
 - b) EO
 - c) DF
 - d) CD
- Donnez la (les) raison(s) de vos réponses.



4.



- $HI = 6$ unités
- $HK = 8$ unités
- $HI = 6$ unités
- $PB = 4$ unités
- $PA = 3$ unités

Trouvez le périmètre du pentagone AHIBP qui en résulte.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- E-1 utiliser la technologie et la mesure pour confirmer et appliquer les propriétés suivantes à des cas particuliers
– suite
- E-2 vérifier les propriétés générales suivantes en fournissant les raisons à chaque étape de la solution
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• Rechercher et vérifier les propriétés des angles et des arcs d'un cercle

Demandez aux élèves de rechercher les propriétés des angles et des arcs de cercle à l'aide d'un compas et d'une règle droite, ou d'un programme informatique tel *Cabri Géomètre II*, *Cybergéomètre*. Les élèves émettent la conjecture puis vérifient les propriétés suivantes.

Résumé des propriétés des angles et des arcs de cercles

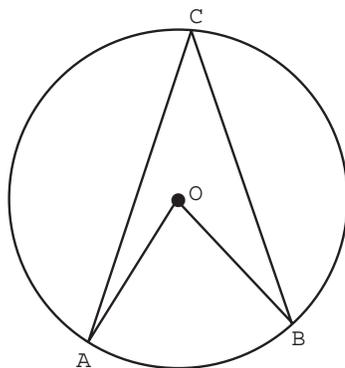
- Si un angle au centre et un angle inscrit sont sous-tendus ou interceptés par la même corde ou le même arc, l'angle central est deux fois l'angle inscrit.
- Les angles inscrits sous-tendus par le même arc ou la même corde sont congrus.
- Un angle inscrit dans un demi-cercle est un angle droit (90°).
- Les angles opposés d'un quadrilatère cyclique sont supplémentaires.
- Un angle extérieur d'un quadrilatère cyclique est égal à l'angle intérieur opposé.

Recherche, Partie A

Recherchez la relation entre la mesure de l'angle au centre et la mesure de l'angle inscrit

Solution

1. Construisez un cercle de centre O.



2. Marquez trois points sur le cercle, A, B et C.
3. Construisez les cordes AC et BC et les rayons AO et BO.
4. Mesurez $\angle ACB$ et $\angle AOB$.
5. Que remarquez-vous au sujet de la mesure de ces deux angles? ($\angle AOB = 2 \angle ACB$)

- | | |
|------------------|-----------------|
| ✓ Communications | ✓ Résolution |
| ✓ Connexions | ✓ Raisonnement |
| ✓ Estimation et | ✓ Technologie |
| ✓ Calcul Mental | ✓ Visualisation |

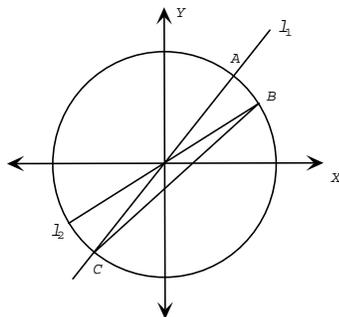
– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

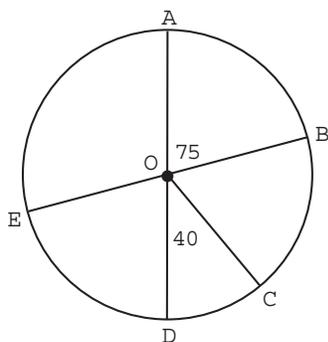
1.



Données : $l_1 : y = 2x$ et $l_2 : y = \frac{1}{2}x$ se croisent à l'origine tel qu'il est illustré.

Trouvez : la mesure de $\angle ACB$ inscrit dans le cercle centré à l'origine.

2. Données : Cercle de centre O, $\angle AOB = 75^\circ$, et $\angle DOC = 40^\circ$.



- a) Nommez quatre angles au centre qui sont des angles aigus.
- b) Nommez quatre angles au centre qui sont des angles obtus.
- c) Nommez quatre arcs qui sont des demi-cercles.
- d) Quelle est la mesure de \widehat{BC} ?
- e) Quelle est la mesure de $\angle EOD$?
- f) Nommez sept arcs mineurs.
- g) Quelle est la mesure du plus grand arc majeur?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- E-1 utiliser la technologie et la mesure pour confirmer et appliquer les propriétés suivantes à des cas particuliers
– suite
- E-2 vérifier les propriétés générales suivantes en fournissant les raisons à chaque étape de la solution
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• **Rechercher et vérifier les propriétés des angles et des arcs d'un cercle** (suite)

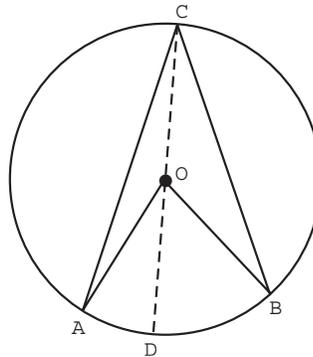
Recherche, Partie B

Vérifiez que la mesure de l'angle au centre est deux fois la mesure de l'angle inscrit intercepté ou sous-tendu par le même arc.

Solution

Joignez CO et prolongez-la jusqu'à ce qu'elle rencontre le cercle en D.

Le $\triangle ACO$ est isocèle parce que les côtés OC et OA sont les rayons du même cercle. Il en résulte que $\angle OCA$ et $\angle OAC$ sont des angles congrus à la base. $\angle AOD$ aura la même mesure que $\angle OCA + \angle OAC$ parce que la mesure de l'angle extérieur d'un triangle est égale à la somme des mesures des deux angles opposés intérieurs. Cela revient à dire que $\angle AOD = 2 \angle OCA$.



De même, $\triangle BCO$ est isocèle, $\angle OCB$ et $\angle OBC$ étant des angles congrus à la base et $\angle BOD = \angle OCB + \angle OBC$

$$\angle BOD = \angle OCB$$

Vous pouvez alors formuler ainsi :

$$\angle AOD = 2 \angle OCA \quad (1)$$

$$\angle BOD = 2 \angle OCB \quad (2)$$

En ajoutant (1) et (2), vous obtenez

$$\angle AOD + \angle BOD = 2 \angle OCA + 2 \angle OCB$$

$$\angle AOB = 2(\angle OCA + \angle OCB)$$

$$\angle AOB = 2 \angle ACB$$

Demandez aux élèves de vérifier les autres propriétés des arcs et des angles de cercle en utilisant l'exemple ci-dessus comme modèle. (Se reporter à *Mathématiques pré-calcul Secondaire 3 - Cours destiné à l'enseignement à distance*, Module 5.)

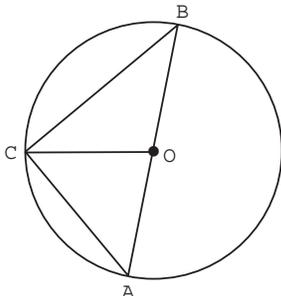
- | | |
|-------------------------|------------------------|
| ✓ Communications | ✓ Résolution |
| ✓ Connexions | ✓ Raisonnement |
| ✓ Estimation et | ✓ Technologie |
| ✓ Calcul Mental | ✓ Visualisation |

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

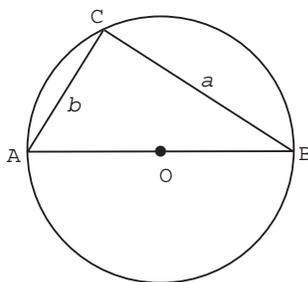
1. Soit un cercle de centre O, AC = 5 et OC = 6,5, Trouvez :



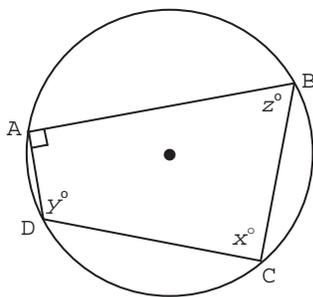
- a) la longueur de AB;
- b) la longueur de BC;
- c) l'aire du ΔABC ;
- d) l'aire du cercle à une décimale près;
- e) la valeur exacte de la circonférence du cercle.

2. Soit AB le diamètre d'un cercle, démontrez que l'aire du cercle est donnée par

$$\text{Aire} = \pi \frac{(a^2 + b^2)}{4}$$



3. Trouvez les valeurs des angles indiqués.



- i) z°
- ii) y°
- iii) x°

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

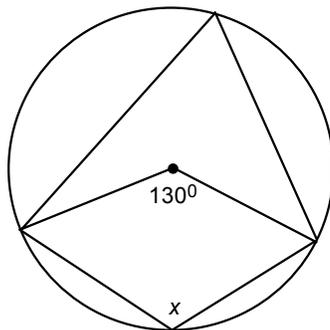
- E-1 utiliser la technologie et la mesure pour confirmer et appliquer les propriétés suivantes à des cas particuliers
– suite
- E-2 vérifier les propriétés générales suivantes en fournissant les raisons à chaque étape de la solution
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- Résoudre des problèmes concernant les angles et les arcs d'un cercle

Exemple 1

Déterminez la mesure de $\angle x$.

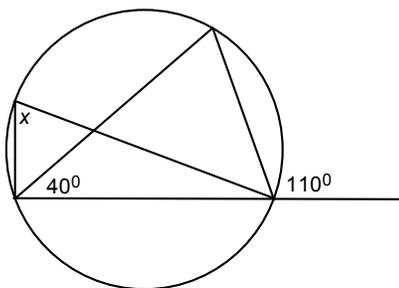


Solution

Si l'angle au centre mesure 130° , alors l'angle inscrit mesure $130/2^\circ$ et $\angle x$ mesure $180^\circ - 65^\circ$ ou 115° , une propriété d'un quadrilatère cyclique.

Exemple 2

Déterminez la mesure de $\angle x$.



Solution

L'angle inscrit mesure $180^\circ - (40^\circ + 70^\circ)$ ou 70° et $\angle x$ mesure également 70° , une propriété des angles inscrits sous-tendus par le même arc.

- | | |
|------------------|-----------------|
| ✓ Communications | ✓ Résolution |
| ✓ Connexions | ✓ Raisonnement |
| ✓ Estimation et | ✓ Technologie |
| ✓ Calcul Mental | ✓ Visualisation |

– suite

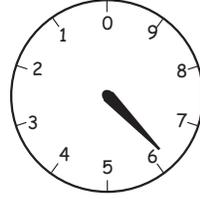
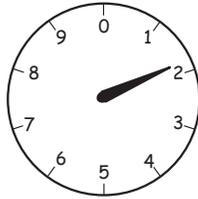
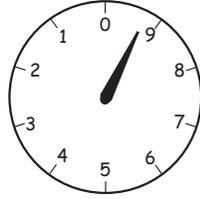
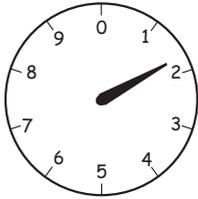
STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

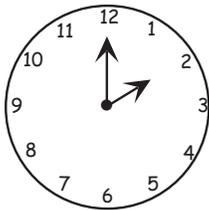
Problèmes

1. Le compteur d'électricité comporte quatre cadrans.

- a) Quelle est la mesure de l'arc entre des nombres consécutifs?
- b) Quelle est la grandeur d'un arc formé lorsque le cadran passe de 3 à 8?



- 2. a) De combien de degrés est-ce que l'aiguille des minutes se déplace en 55 minutes?
- b) De combien de degrés est-ce que l'aiguille des heures se déplace en 2,5 heures?



- 3. En 1999, une classe d'une école secondaire a effectué un sondage auprès de 1 600 personnes afin de déterminer le type d'articles au menu qu'elles choisissaient lorsqu'elles prenaient un repas au restaurant dans certaines parties de la ville. Leur sondage a donné les résultats suivants :
560 préféraient des mets à base de bœuf, 240 ont choisi le porc, 80 ont choisi l'agneau, 400 ont demandé du poulet et 320 préféraient le poisson.
- a) Trouvez le pourcentage des personnes pour chaque catégorie.
- b) Déterminez la mesure de l'arc pour chaque catégorie et faites un diagramme circulaire.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

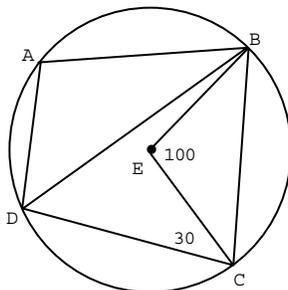
- E-1 utiliser la technologie et la mesure pour confirmer et appliquer les propriétés suivantes à des cas particuliers
– suite
- E-2 vérifier les propriétés générales suivantes en fournissant les raisons à chaque étape de la solution
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• Résoudre des problèmes concernant les angles et les arcs d'un cercle (suite)

Exemple 3

Déterminez la mesure de $\angle ECB$, $\angle BDC$, $\angle BAD$ et $\angle DBE$, où E est le centre du cercle.



Solution

$\angle ECB$ est $\frac{180 - 100}{2}$ ou 40° , angles à la base d'un triangle isocèle

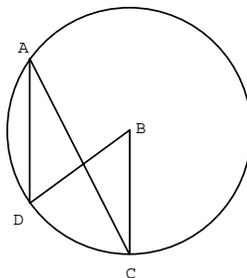
$\angle BDC$ est $\frac{100}{2}$ ou 50° , angle sous-tendu de même

arc que l'angle central

$\angle BAD$ est $180^\circ - (30^\circ + 40^\circ)$ ou 110° , propriété d'un quadrilatère cyclique

$\angle DBE$ est $180 - (30 + 40) - 50 - 40$ ou 20°

Exemple 4



Données : Cercle de centre B
 $AD \parallel BC$
 $\angle ACB = 15^\circ$
Trouvez : $\angle DBC$

Solution

Si $\angle ACB$ mesure 15° , alors $\angle DAC = 15^\circ$ (angle alternes-internes). Conséquemment, $\angle DBC$ est $2(15)$ ou 30° parce que l'angle au centre est deux fois la mesure de l'angle inscrit sous-tendu par le même arc.

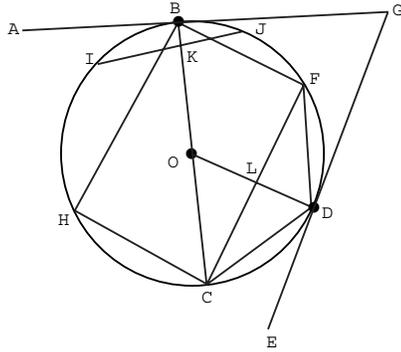
✓ Communications	✓ Résolution
✓ Connexions	✓ Raisonnement
✓ Estimation et Calcul Mental	✓ Technologie
	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Données : Arc mineur $\widehat{BD} = 120^\circ$; $CD = 12$; $\angle HCF = 84^\circ$;
 $\angle BCF = 32^\circ$;
 $IJ \perp BC$; centre O ; AG tangente en B ; GE tangente en D .



Trouvez :

- | | |
|------------------------------|--|
| a) $\angle BFC$ | k) $\angle COD$ |
| b) $\angle CFD$ | l) $\angle OCD$ |
| c) $\angle BOD$ | m) $\angle ODC$ |
| d) $\angle HBC$ | n) $\angle CBF$ |
| e) $\angle BCF$ | o) longueur de BC |
| f) arc mineur \widehat{CD} | p) $\angle JKC$ |
| g) \widehat{BDC} | q) $\angle HBF$ |
| h) $\angle BFD$ | r) \widehat{BHC} |
| i) $\angle OLC$ | s) Si $GD = 6$, quel est le périmètre de $\square BODG$? |
| j) $\angle BCH$ | |

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- E-1 utiliser la technologie et la mesure pour confirmer et appliquer les propriétés suivantes à des cas particuliers
– suite
- E-2 vérifier les propriétés générales suivantes en fournissant les raisons à chaque étape de la solution
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• rechercher et vérifier les propriétés des tangentes

Demandez aux élèves de rechercher les propriétés des tangentes à l'aide d'un compas et d'une règle droite, ou d'un programme informatique tel *Cabri Géomètre II* ou *Cybergéomètre*. Les élèves émettent la conjecture puis vérifient les propriétés suivantes.

Résumé des propriétés des tangentes

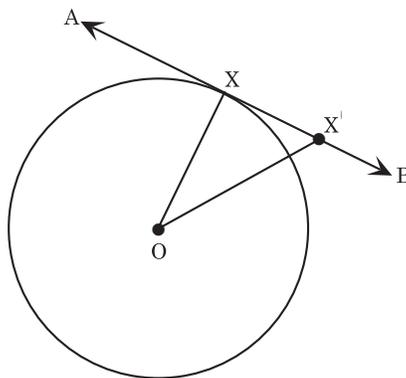
- une tangente à un cercle est perpendiculaire au rayon au point de tangence.
- les segments tangents à un cercle à partir de n'importe quel point externe sont congruents
- l'angle entre la tangente et une corde est la moitié de l'arc intercepté.
- l'angle entre la tangente et la corde est égal à l'angle inscrit du côté opposé de la corde.

Exemple 1, Partie A

Recherchez la relation qui existe entre la tangente du cercle et le rayon où la tangente rencontre le cercle.

Solution

1. Construisez un cercle de centre O.



2. À l'aide d'une règle droite, dessinez une droite qui semble toucher le cercle en un seul point. Nommez le point. Joignez OX.
3. À l'aide de votre rapporteur d'angles, mesurez les angles en X. Que remarquez-vous? (Les deux angles mesurent 90° .)

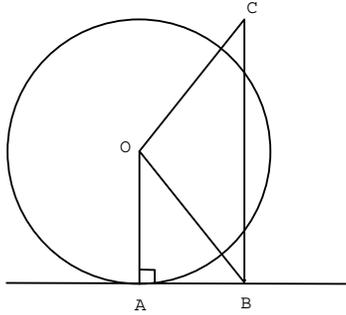
✓ Communications	✓ Résolution
✓ Connexions	✓ Raisonnement
✓ Estimation et	✓ Technologie
✓ Calcul Mental	✓ Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème



Données : AB est tangente au cercle de centre O

$$OB = OC$$

$$OA = 6$$

$$\angle C = 30^\circ$$

Trouvez : l'aire de la figure $ABCO$

Projet

Formulez une question concernant des cercles et les propriétés étudiées.

Lignes directrices : Votre question ne devrait pas donner plus de huit faits et demander au moins 15 faits. (À titre d'exemple, voir le problème à la p. E-23.)

Remarque : Pour aider à l'évaluation, demander aux élèves de travailler par groupes de deux. Chaque élève devrait alors formuler une question qui est ensuite vérifiée par le partenaire.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- E-1 utiliser la technologie et la mesure pour confirmer et appliquer les propriétés suivantes à des cas particuliers
– suite
- E-2 vérifier les propriétés générales suivantes en fournissant les raisons à chaque étape de la solution
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- rechercher et vérifier les propriétés des tangentes (suite)

Recherche, Partie A

Ensuite, vérifiez que AB est tangente au cercle au point de contact où $OX \perp AB$. Choisissez n'importe quel point X' sur AB. Supposez que X' est sur AB et sur le cercle.

Solution

Dans $\triangle OXX'$, $\angle OXX'$ mesure 90° .

Ainsi, $\angle OXX' > \angle OX'X$: dans un triangle rectangle, il ne peut y avoir qu'un seul angle droit qui est plus grand que l'un ou l'autre des angles aigus.

$OX' > OX$. Le côté opposé à l'angle plus grand est plus long.

Pour toutes les positions de X', OX' sera toujours plus long que le rayon OX et X' ; par conséquent, le point ne repose pas sur le cercle.

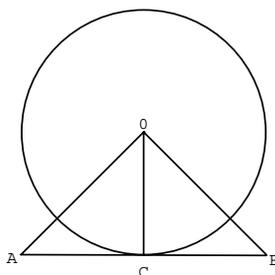
\therefore X est le seul point d'intersection.

\therefore La tangente à un cercle est perpendiculaire au point de tangence ou au point de contact.

Demandez aux élèves de vérifier les autres propriétés des tangentes en utilisant l'exemple ci-dessus comme modèle. (Se reporter à *Mathématiques pré-calcul Secondaire 3 - Cours destiné à l'enseignement à distance*, Module 5.)

- résoudre des problèmes concernant les propriétés de tangentes

Exemple 1



Données : Cercle de rayon 5 cm
AB est tangente au cercle en C
 $\angle B = 50^\circ$
 $OA = OB$
Trouvez l'aire du $\triangle ABO$.

Solution

Si AB est une tangente et OC est un rayon, alors le $\triangle OCB$ est un triangle rectangle qui est congruent au $\triangle OCA$. Vous pouvez déterminer la longueur de BC à l'aide de la trigonométrie.

- | | |
|-------------------------|------------------------|
| ✓ Communications | ✓ Résolution |
| ✓ Connexions | ✓ Raisonnement |
| ✓ Estimation et | ✓ Technologie |
| ✓ Calcul Mental | ✓ Visualisation |

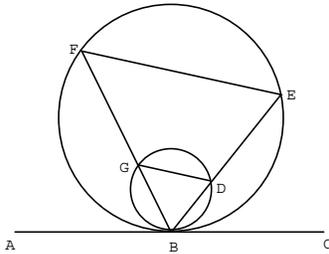
– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1.



Donnée : AC est tangente aux deux cercles en B.

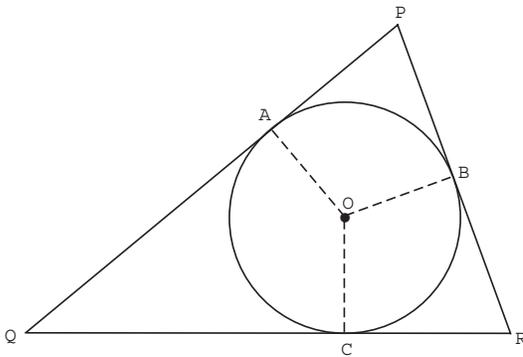
Vérifiez : $FE \parallel GD$

2. PQR est un triangle dont les côtés sont tangents au cercle O en A, B et C.

a) Si $AP = 5$ unités, $BR = 5$ unités et $QC = 9$ unités, trouvez le périmètre du $\triangle PQR$.

b) Si $\angle AOC = 140^\circ$ et $\angle BOC = 110^\circ$, trouvez la mesure de chacun des angles du $\triangle PQR$.

Pour cette question seulement, n'utilisez pas les résultats de la partie (a) pour résoudre la partie (b).



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- E-1 utiliser la technologie et la mesure pour confirmer et appliquer les propriétés suivantes à des cas particuliers
– suite
- E-2 vérifier les propriétés générales suivantes en fournissant les raisons à chaque étape de la solution
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **rechercher et vérifier les propriétés des tangentes** (suite)

Solution - suite

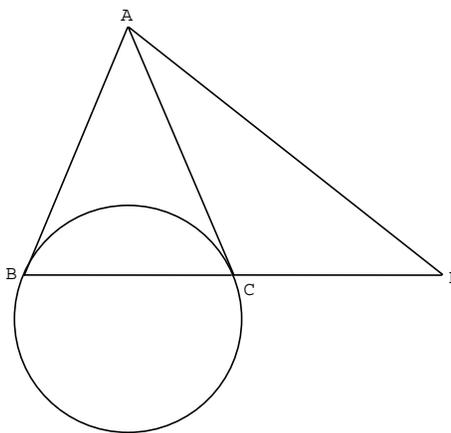
$$\tan 40^\circ = \frac{BC}{5}$$

$$BC = 4,2$$

Étant donné que AC et BC sont des côtés congruents, $AB = 2$ BC ou 8,4.

$$\begin{aligned} \therefore \text{L'aire du } \triangle ABO &= \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot (8,4) \text{ unités}^2 \\ &= 21 \text{ unités}^2 \end{aligned}$$

Exemple 2



Données : $AB = 5$

AB et AC sont tangentes au cercle en B et en C respectivement.

$$\angle D = 30^\circ$$

$$\angle BAC = 50^\circ$$

Trouvez : Longueur de AD

Solution

Si AB est 5, alors AC est 5 (segments tangents d'un point externe) et si $\angle BAC$ est 50° , alors $\angle BCA$ est $(180^\circ - 50^\circ)/2$ ou 65° (angles à la base d'un triangle isocèle). Utilisez la trigonométrie pour trouver AB, qui est égal à 9,06.

✓ Communications	✓ Résolution
✓ Connexions	✓ Raisonnement
✓ Estimation et	✓ Technologie
✓ Calcul Mental	✓ Visualisation

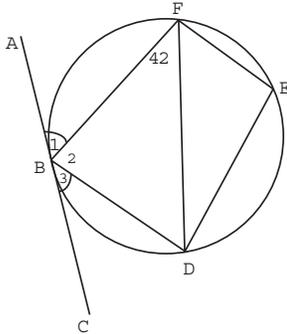
– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

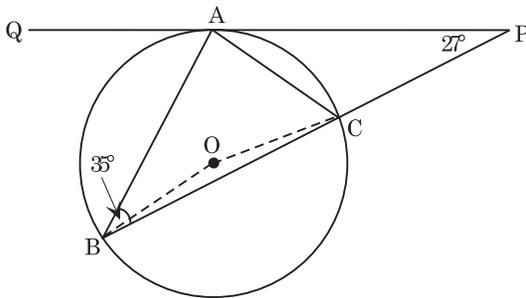
Problèmes

1.

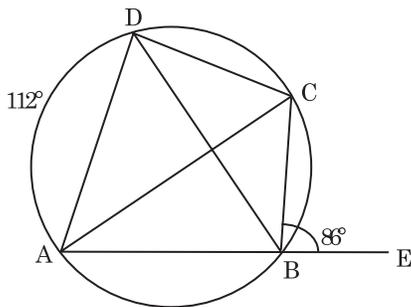


AC est une tangente
 $\widehat{FEB} = 248^\circ$
 Trouvez la mesure de
 a) $\angle 1$
 b) $\angle 2$
 c) $\angle 3$

2. PAQ est une tangente et PCB est une sécante dans le cercle O avec $\angle ABC = 35^\circ$ et $\angle QPB = 27^\circ$. Trouvez la mesure de
 a) $\angle PAC$
 b) $\angle ACB$
 c) $\angle BAQ$
 d) $\angle COB$



3. Calculez la mesure de tous les angles intérieurs du quadrilatère cyclique. Illustrez les raisons.



4. Décrivez de quelle façon vous pouvez construire une tangente à un cercle à un point donné sur le cercle lorsque que l'on vous donne le centre.

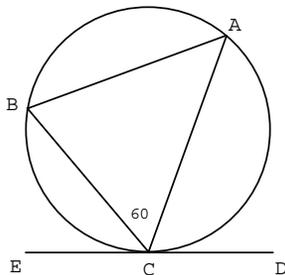
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- E-1 utiliser la technologie et la mesure pour confirmer et appliquer les propriétés suivantes à des cas particuliers
– suite
- E-2 vérifier les propriétés générales suivantes en fournissant les raisons à chaque étape de la solution
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- rechercher et vérifier les propriétés des tangentes (suite)

Exemple 3



Données : ED est tangente au cercle en C
 $\angle BCA = 60^\circ$
 $\angle ACD = (2x)^\circ$
 $\angle BCE = (3x - 5)^\circ$
 Trouvez : $\angle B$

Solution

$$3x - 5 + 60 + 2x = 180$$

$$5x = 180 - 60 + 5$$

$$x = 25$$

$\angle ECB$ est $3(25^\circ) - 5^\circ$ ou 70° . En conséquence, $\angle A$ est 70° (l'angle entre une tangente et une corde est égal à l'angle inscrit du côté opposé de la corde.) Alors, $\angle B$ mesure $180^\circ - 60^\circ - 70^\circ$ ou 50° .

- acquérir la terminologie des polygones

Utilisez le vocabulaire et les diagrammes ci-dessous comme guides pour enseigner la terminologie et les symboles géométriques.

Polygone : Un polygone est une figure plane qui est formée de trois segments ou plus que l'on appelle côtés. Chaque côté croise exactement deux autres côtés, une fois à chaque extrémité, et il n'y a pas deux côtés qui ont une extrémité commune qui sont colinéaires.

Convexe ou concave : Un polygone est convexe s'il n'a pas deux points qui reposent sur des côtés opposés d'une droite contenant un côté d'un polygone. Un polygone qui n'est pas convexe est dit non convexe ou concave (Diagramme 8).

Sommets / côtés / angles consécutifs : Si deux sommets d'un polygone sont reliés par un côté, on dit que ce sont des sommets consécutifs. Si deux côtés partagent un sommet commun, ce sont des côtés consécutifs. Si deux angles partagent un côté commun, ce sont des angles consécutifs (Diagramme 9).

Diagonale : La diagonale d'un polygone est un segment qui joint deux sommets non consécutifs. Chaque segment qui joint deux sommets d'un polygone doit être un côté ou une diagonale.

– suite

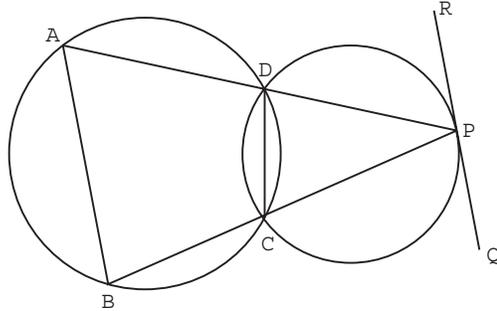
- | | |
|------------------|-----------------|
| ✓ Communications | ✓ Résolution |
| Connections | ✓ Raisonnement |
| Estimation et | ✓ Technologie |
| Calcul Mental | ✓ Visualisation |

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

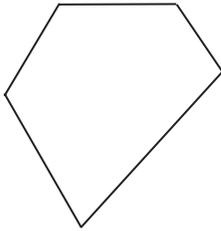
1. RQ est une tangente. Vérifiez que $AB \parallel RQ$.



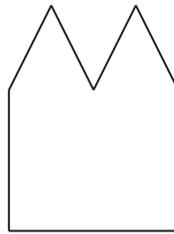
2. PA et PB sont des tangentes externes au cercle O en Q et en R respectivement. Démontrez que OP est une bissectrice de $\angle APB$.

3. Lesquelles des figures suivantes sont des polygones? S'il n'y en a pas, expliquez pourquoi. Si c'est un polygone, est-il convexe?

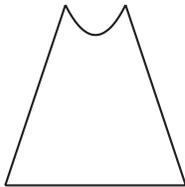
a)



b)



c)



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- E-1 utiliser la technologie et la mesure pour confirmer et appliquer les propriétés suivantes à des cas particuliers
– *suite*
- E-2 vérifier les propriétés générales suivantes en fournissant les raisons à chaque étape de la solution
– *suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

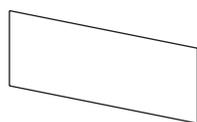
- acquérir la terminologie des polygones (suite)

Polygone équilatéral : Un polygone dont tous les côtés sont de longueur égale (Diagramme 10).

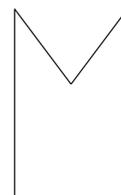
Polygone équiangle : Un polygone dont tous les angles intérieurs sont égaux (Diagramme 10).

Polygone régulier : Un polygone qui est équilatéral et équiangle (Diagramme 10).

Diagramme 8



Convexe



Non convexe

Diagramme 9

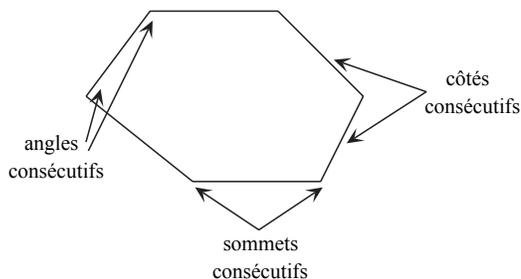
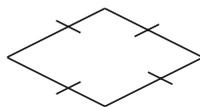


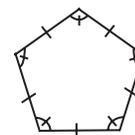
Diagramme 10



équilatéral



équiangle



régulier

- | | |
|------------------|-----------------|
| ✓ Communications | ✓ Résolution |
| ✓ Connexions | ✓ Raisonnement |
| ✓ Estimation et | ✓ Technologie |
| ✓ Calcul Mental | ✓ Visualisation |

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Dessinez les figures suivantes :
 - a) un hexagone qui est équilatéral mais non équiangle
 - b) un polygone équiangle qui n'est pas équilatéral
 - c) un hexagone régulier
2. Combien de diagonales y a-t-il dans les polygones suivants?
 - a) Quadrilatère
 - b) Triangle
 - c) Hexagone
 - d) Heptagone

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

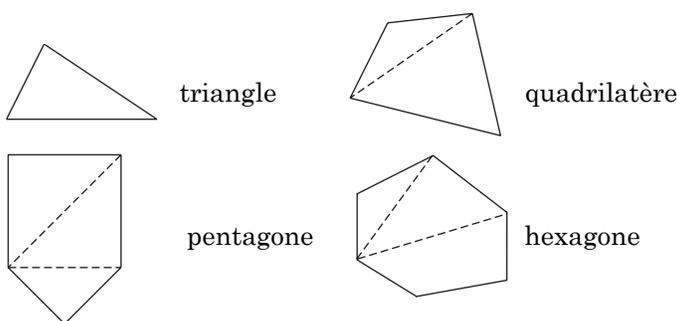
- E-1 utiliser la technologie et la mesure pour confirmer et appliquer les propriétés suivantes à des cas particuliers
– suite
- E-2 vérifier les propriétés générales suivantes en fournissant les raisons à chaque étape de la solution
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- élaborer la formule pour trouver la somme des angles intérieurs d'un polygone à n côtés et la formule pour trouver la mesure de chaque angle intérieur d'un polygone régulier

Recherche

Complétez le tableau suivant. Prenez chacun des différents types de polygones convexes et, dans chacun, dessinez des diagonales à partir d'un sommet pour diviser le polygone en régions triangulaires. Trouvez le nombre total de degrés dans tous les triangles.



Polygone	Nombre de côtés	Nombre de triangles	Somme des mesures des angles intérieurs
Triangle	3	1	$1(180^\circ) = 180^\circ$
Quadrilatère	4	2	$2(180^\circ) = 360^\circ$
Pentagone	5	3	$3(180^\circ) = 540^\circ$
Hexagone	6		
Heptagone	7		
Octagone	8		
Nonagone	9		
Decagone	10		

Étudiez le patron qui en résulte et donnez une formule qui aura pour résultat la somme des mesures des angles intérieurs.

Si n = le nombre de côtés, que doit-on faire à n pour obtenir le nombre de triangles?

Réponse : Soustraire 2 de n .

Pour obtenir le nombre de degrés à l'intérieur, que fait-on avec $(n - 2)$?

Réponse : Multiplier par 180° .

La somme des mesures des angles intérieurs d'un polygone convexe à n côtés est $(n - 2)(180^\circ)$.

- | | |
|------------------|-----------------|
| ✓ Communications | ✓ Résolution |
| ✓ Connexions | ✓ Raisonnement |
| ✓ Estimation et | ✓ Technologie |
| ✓ Calcul Mental | ✓ Visualisation |

– suite

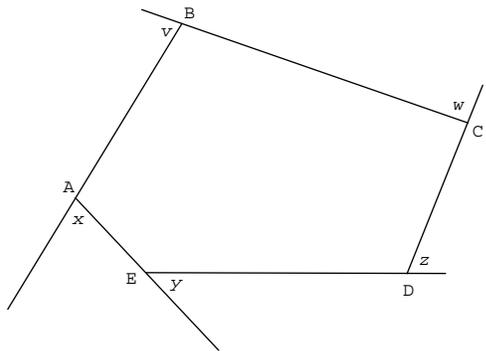
STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

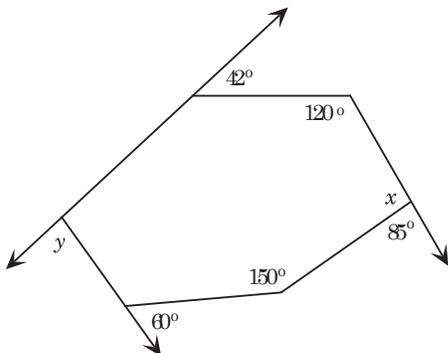
1. a) Trouvez la somme des mesures des angles intérieurs d'un polygone régulier à 50 côtés.
- b) Quelle est la mesure de chaque angle?

2.



Trouvez la somme de $x + y + z + w + v$.

3. Calculez la mesure de chacun des angles suivants :



4. a) Trouvez la somme des angles intérieurs d'un polygone à 15 côtés.
- b) Quelle est la somme des angles extérieurs d'un polygone à 15 côtés?
5. Quelle est le nombre de côtés d'un polygone convexe si la somme des angles intérieurs est 720° ?
6. La mesure de chaque angle intérieur d'un polygone régulier est donnée. Trouvez le nombre de côtés du polygone régulier.
 - a) 120°
 - b) 160°

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- E-1 utiliser la technologie et la mesure pour confirmer et appliquer les propriétés suivantes à des cas particuliers
– suite
- E-2 vérifier les propriétés générales suivantes en fournissant les raisons à chaque étape de la solution
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- élaborer la formule pour trouver la somme des angles intérieurs d'un polygone à n côtés et la formule pour trouver la mesure de chaque angle intérieur d'un polygone régulier (suite)

Recherche - suite

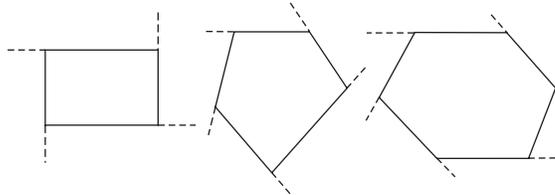
Solution - suite

Dans un polygone régulier, tous les angles intérieurs sont congrus. Si $(n - 2)(180^\circ)$ vous donne la somme des mesures des angles intérieurs, que feriez-vous pour trouver la mesure de chaque angle? Vous avez raison si vous avez dit qu'il fallait diviser par n .

Par conséquent, la mesure de chaque angle intérieur d'un polygone régulier est $\frac{(n - 2)(180^\circ)}{n}$.

Recherchez la taille de chaque angle extérieur d'un polygone convexe.

1. Dessinez un quadrilatère, un pentagone et un hexagone convexe.
2. Prolongez chaque côté de façon à former un angle extérieur au sommet.



3. Mesurez chaque angle extérieur formé et trouvez la somme des angles extérieurs pour chaque polygone.

Quelle(s) somme(s) avez-vous obtenue(s)?

(Réponse : 360°)

La somme des mesures des angles extérieurs, un à partir de chaque sommet d'un polygone convexe, est 360° .

La mesure de chaque angle extérieur dans un polygone à n côtés est $\frac{360^\circ}{n}$.

Exemple 1

Dans le cas d'un polygone régulier à 14 côtés, trouvez :

- a) la somme des angles intérieurs;
- b) la mesure de chaque angle intérieur;
- c) la mesure de chaque angle extérieur.

✓ Communications	✓ Résolution
✓ Connexions	✓ Raisonnement
✓ Estimation et	✓ Technologie
✓ Calcul Mental	✓ Visualisation

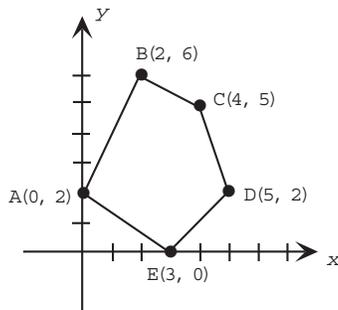
– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

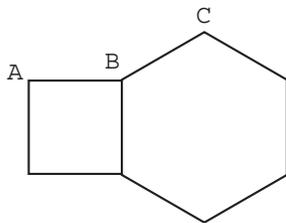
NOTES

Problèmes

1. La mesure de chaque angle extérieur d'un polygone régulier est donnée. Trouvez le nombre de côtés.
 - a) 45°
 - b) 72°
2. Le nombre de côtés d'un polygone régulier est donné. Trouvez la mesure de chaque angle intérieur et de chaque angle extérieur.
 - a) 9
 - b) 15
3. a) Combien de diagonales y a-t-il dans ABCDE?
 b) Trouvez la longueur de chaque diagonale.



4. Le point B est un sommet commun d'un hexagone régulier, d'un carré et d'un troisième polygone ordinaire. Si deux des côtés de ce troisième polygone sont AB et BC, quel est ce polygone?



5. Un polygone à n côtés a la propriété que la mesure de ses angles en degrés forme une séquence arithmétique lorsqu'elle est donnée du plus petit au plus grand. Si le plus petit angle est 20° et le plus grand angle est 160° , trouvez n .

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- E-1 utiliser la technologie et la mesure pour confirmer et appliquer les propriétés suivantes à des cas particuliers
– suite
- E-2 vérifier les propriétés générales suivantes en fournissant les raisons à chaque étape de la solution
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- élaborer la formule pour trouver la somme des angles intérieurs d'un polygone à n côtés et la formule pour trouver la mesure de chaque angle intérieur d'un polygone régulier (suite)

Exemple 1 - suite

Solution

a) la somme des angles intérieurs d'un polygone à 14 côtés

$$= (n - 2)180^\circ$$

$$= (14 - 2)180^\circ$$

$$= 2160^\circ$$

b) la mesure de chaque angle intérieur d'un polygone régulier à 14 côtés :

$$= \frac{(n - 2)(180^\circ)}{14} = 154 \frac{2^\circ}{7}$$

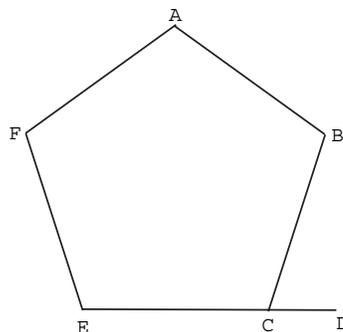
c) La mesure de chaque angle extérieur :

$$= \frac{360^\circ}{n}$$

$$= \frac{360^\circ}{14}$$

$$= 25 \frac{5^\circ}{7}$$

Exemple 2



Donnée : pentagone régulier ABCEF

Trouvez : $\angle A$

Solution

Pentagone : $(5 - 2)180^\circ = 540^\circ$ - somme des angles intérieurs

Pentagone régulier : $\frac{540}{5} = 108^\circ$ pour chaque angle

$$\therefore \angle A = 108^\circ$$

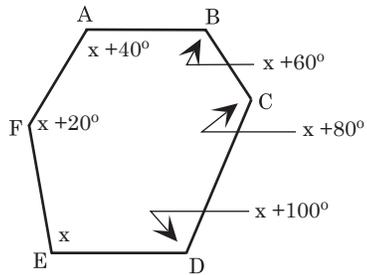
✓ Communications	✓ Résolution
✓ Connexions	✓ Raisonnement
✓ Estimation et	✓ Technologie
✓ Calcul Mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Trouvez la mesure de chaque angle intérieur dans la figure.



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

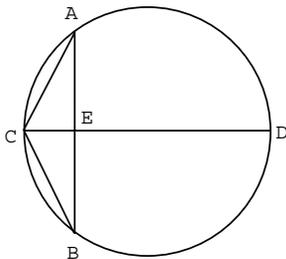
- E-1 utiliser la technologie et la mesure pour confirmer et appliquer les propriétés suivantes à des cas particuliers
– suite
- E-2 vérifier les propriétés générales suivantes en fournissant les raisons à chaque étape de la solution
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- vérifier à l'aide des diverses propriétés apprises

Exemple 1

Si le diamètre CD est perpendiculaire à la corde AB en E, vérifiez que le triangle ABC est isocèle.

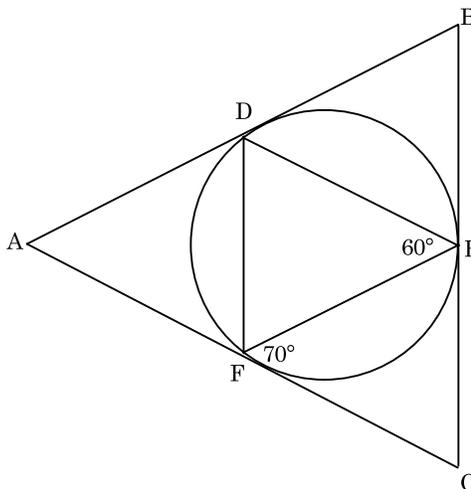


Solution

En démontrant que le $\Delta CBE \cong \Delta CAE$ (CAC), $AC = BC$, les côtés correspondants sont congruents et le ΔABC est isocèle.

Exemple 2

Déterminez la mesure de $\angle BAC$, si $\angle DEF = 60^\circ$ et $\angle EFC = 70^\circ$. Donnez une raison à chaque étape dans la stratégie de solution.



✓ Communications	✓ Résolution
✓ Connexions	✓ Raisonnement
✓ Estimation et	✓ Technologie
✓ Calcul Mental	✓ Visualisation

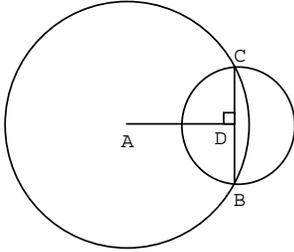
– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

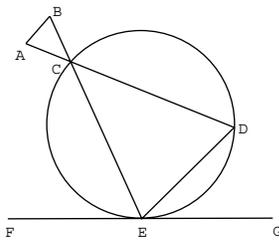
Problèmes

1.



Données : Cercle de centre A et de rayon 13
 $AD = 12$
 $AD \perp BC$
 Trouvez la circonférence du cercle de diamètre BC

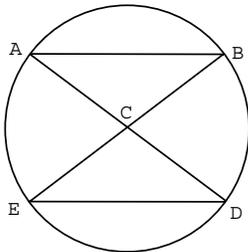
2.



Données : FG est tangent au cercle en E
 $\angle DEF = x^\circ$
 $\angle BEF = \angle BED = \left(\frac{1}{2}x\right)^\circ$
 $AB = 4$
 Trouvez le périmètre du $\triangle ABC$

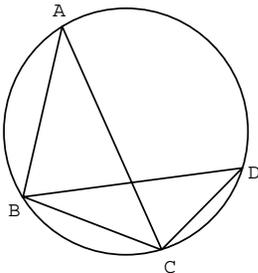
3. Démontrez que l'angle inscrit dans un demi-cercle est un angle droit.

4.



Données : Cercle de centre C
 $AB = 6$
 $AD = 10$
 Trouvez : $\angle E$

5.



Données : $AC = 5$
 $AB = 4$
 $BC = 3$
 Trouvez : $\angle D$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- E-1 utiliser la technologie et la mesure pour confirmer et appliquer les propriétés suivantes à des cas particuliers
– suite
- E-2 vérifier les propriétés générales suivantes en fournissant les raisons à chaque étape de la solution
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- vérifier à l'aide des diverses propriétés apprises (suite)

Exemple 2 - suite

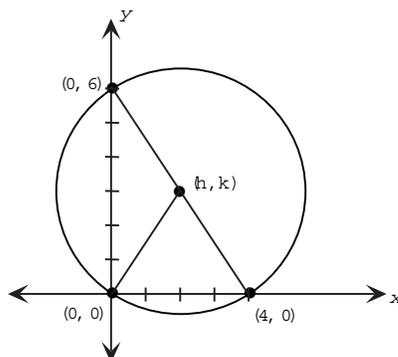
Solution

- | | |
|-------------------------|---|
| $\angle EFC = 70^\circ$ | Donnée |
| $\angle FDE = 70^\circ$ | L'angle entre la tangente et la corde est égal à l'angle inscrit du côté opposé de la corde |
| $\angle DEF = 60^\circ$ | Donnée |
| $\angle ADF = 60^\circ$ | Même chose que pour la première situation |
| $\angle BAC = 60^\circ$ | Étant donné que la somme des angles d'un triangle est 180° |

Exemple 3

Trouvez le centre du cercle qui traverse les points (0, 0), (0, 6) et (4, 0).

Solution



$$(h - 0)^2 + (k - 0)^2 = (h - 4)^2 + (k - 0)^2 \text{ Équation 1, rayons d'un cercle}$$

$$(h - 4)^2 + (k - 0)^2 = (h - 0)^2 + (k - 6)^2 \text{ Équation 2, rayons d'un cercle}$$

$$h^2 + k^2 = h^2 - 8h + 16 + k^2 \text{ Équation 3 simplifiant équation 1}$$

$$h^2 - 8h + 16 + k^2 = h^2 + k^2 - 6k + 36 \text{ Équation 4 simplifiant équation 2}$$

$$-8h + 16 = 0 \text{ Équation 5 simplifiant équation 3}$$

$$-8h + 16 = -6k + 36 \text{ Équation 6 simplifiant équation 4}$$

$$-8h + 16 = 0$$

$$h = 2 \text{ solution de l'équation 5}$$

$$k = 6$$

- | | |
|------------------|-----------------|
| ✓ Communications | ✓ Résolution |
| ✓ Connexions | ✓ Raisonnement |
| ✓ Estimation et | ✓ Technologie |
| ✓ Calcul Mental | ✓ Visualisation |

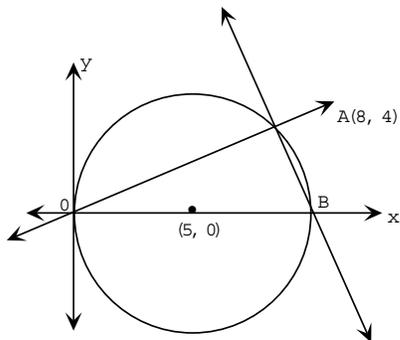
– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

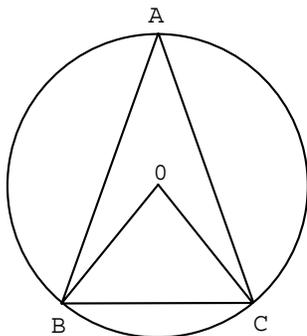
1. Dessinez un demi-cercle qui a pour diamètre AB. Dessinez un angle, ACB, dont C est un point sur le demi-cercle. Quelle est la mesure de l'angle ACB? Répétez pour deux autres points, C_1 et C_2 , sur le demi-cercle. Quel patron ressort?
2. Le parallélogramme ABCD est inscrit dans un cercle dont $AB = 24$ et $AD = 10$. Trouvez la circonférence du cercle.
- 3.



Soit : La droite ayant pour équation $y = \frac{1}{2}x$ croise le cercle de centre (5, 0) au point (8, 4) et à l'origine.

Trouvez : L'équation de la droite AB

4.



Données : Cercle de centre O

$$AB = AC = 10$$

$$BC = 7$$

- Trouvez :
- a) La mesure de $\angle BOC$ au degré près
 - b) L'aire du cercle de centre O.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

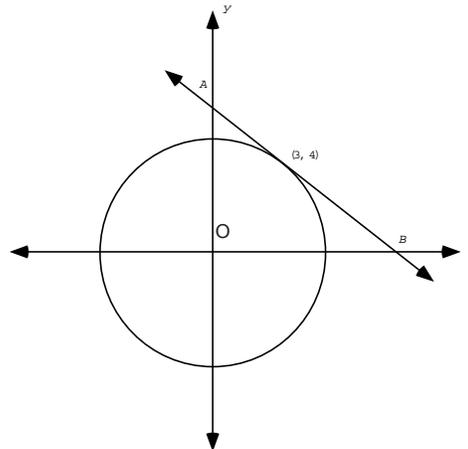
- E-1 utiliser la technologie et la mesure pour confirmer et appliquer les propriétés suivantes à des cas particuliers
– suite
- E-2 vérifier les propriétés générales suivantes en fournissant les raisons à chaque étape de la solution
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- vérifier à l'aide des diverses propriétés apprises (suite)

Exemple 4

Vous avez le cercle de centre l'origine (0, 0) et une tangente au cercle en (3, 4), trouvez l'équation de AB.



Solution

La pente du rayon dessiné au point (3, 4) = $\frac{4}{3}$

∴ Pente, m_2 , de la tangente = $\frac{-3}{4}$, rayon \perp tangente, et
 $m_1 m_2 = -1$

∴ équation de AB

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 4 = \frac{-3}{4} (x - 3)$$

$$4y - 16 = -3x + 9$$

$$3x + 4y - 25 = 0$$

✓ Communications

Connections

Estimation et

Calcul Mental

✓ Résolution

✓ Raisonnement

✓ Technologie

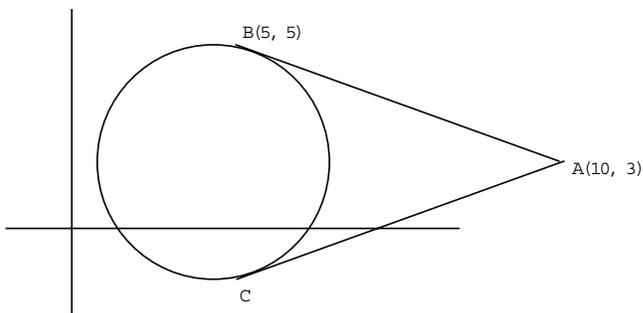
✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1.



Donnée : AB est tangente au cercle en B

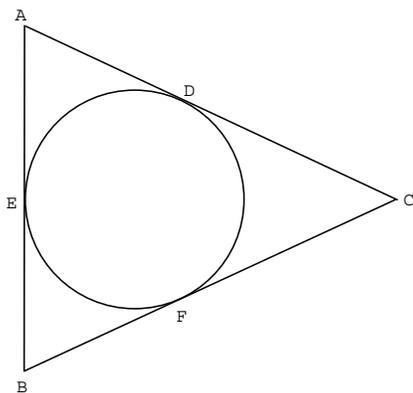
Trouvez : La longueur de BC

2. a) Pour quelles valeurs de c la droite $y = c$ touche le cercle

$$x^2 + y^2 = r^2?$$

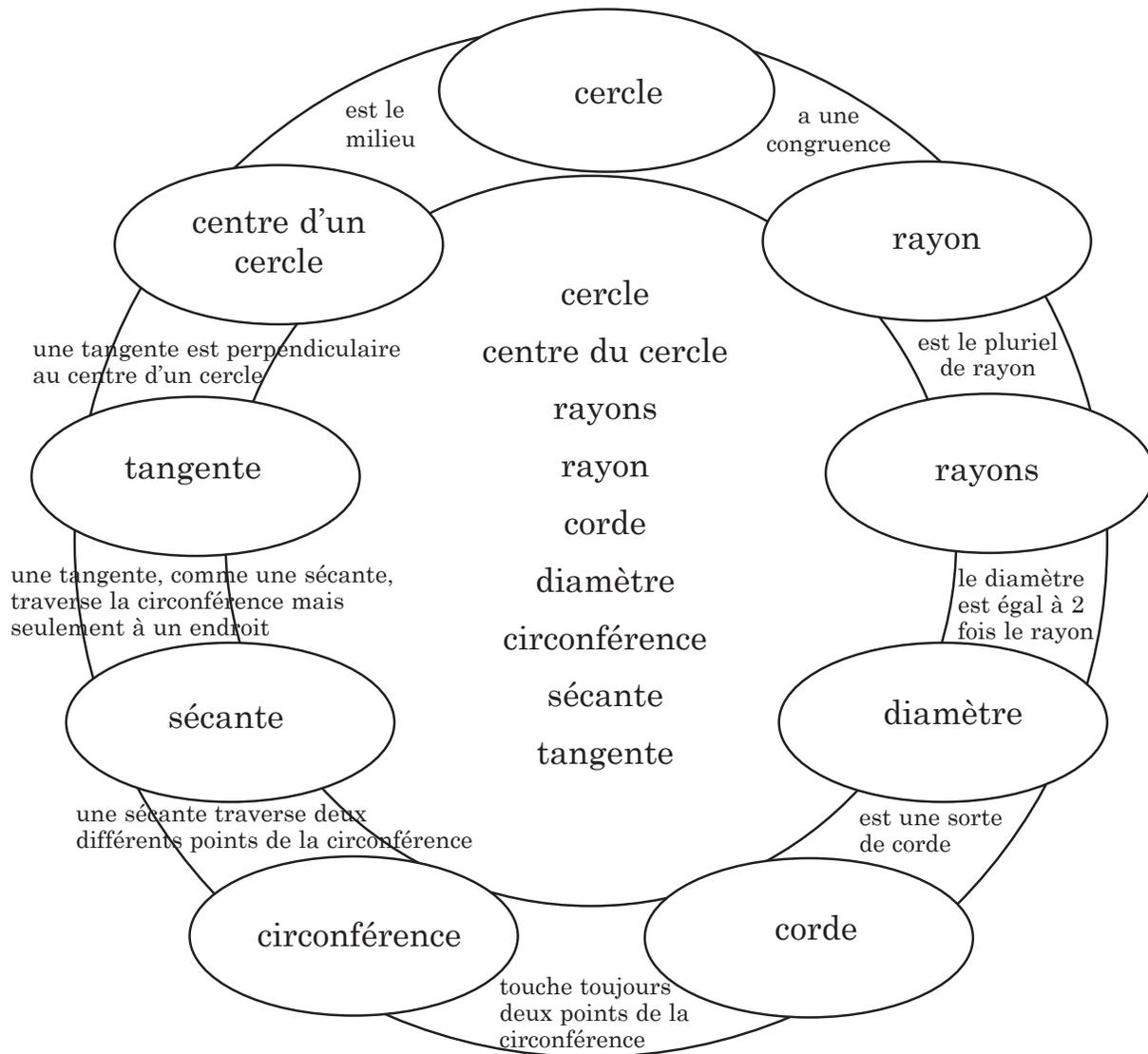
b) Utilisez le résultat de la partie a) pour démontrer que la tangente à un cercle est perpendiculaire au rayon, au point de tangence.

3. Le périmètre du triangle isocèle ABC, dont $AC = BC$, est 54 cm. Si $AD = 5$ cm, et D, E et F sont des points de tangence, trouvez la longueur de BC.



4. La corde AB est un côté d'un polygone régulier à n côtés. Le polygone est inscrit dans un cercle. Si D est un autre sommet du polygone, démontrez que la mesure de l'angle ABD est $\frac{180^\circ}{n}$.

Cycle des mots

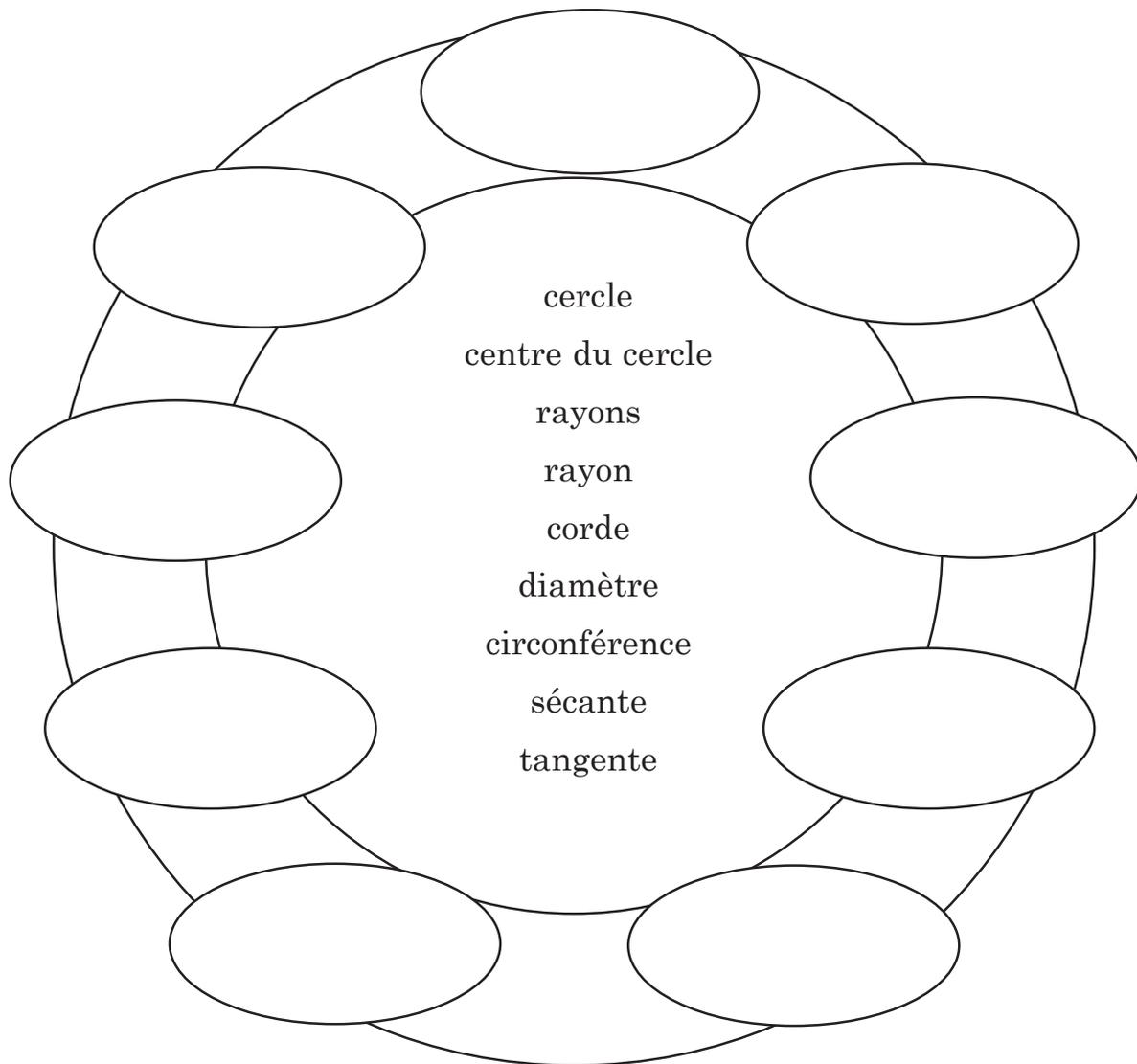


Directives :

Lisez la liste de mots dans le cercle ci-dessus. Choisissez un mot et placez-le dans un ovale. Dans l'ovale suivant, placez un autre mot qui est relié au premier. Ils peuvent être des synonymes, des antonymes, des étapes dans un processus, des exemples de quelque chose, et ainsi de suite. Soyez prêt à compléter l'énoncé 'le mot A est relié au mot B parce que ...'. Rédigez une note dans la bande entre les mots pour vous rappeler de la relation. Continuez ce processus jusqu'à ce que vous ayez placé tous les mots. Prévoyez d'avance; les derniers mots peuvent être plus difficiles à placer.

Adapted Word Cycle : Tiré de *Reading — A Novel Approach*. Texte de Janice Szabos. Illustrations par Vanessa Filkins. © 1984 par *Good Apple*, une division de Frank Schaffer Publications, 23740 Hawthorne Boulevard, Torrance, CA 90505.

Cycle des mots



Directives :

Lisez la liste de mots dans le cercle ci-dessus. Choisissez un mot et placez-le dans un ovale. Dans l'ovale suivant, placez un autre mot qui est relié au premier. Ils peuvent être des synonymes, des antonymes, des étapes dans un processus, des exemples de quelque chose, et ainsi de suite. Soyez prêt à compléter l'énoncé 'le mot A est relié au mot B parce que ...'. Rédigez une note dans la bande entre les mots pour vous rappeler de la relation. Continuez ce processus jusqu'à ce que vous ayez placé tous les mots. Prévoyez d'avance; les derniers mots peuvent être plus difficiles à placer.

Adapted Word Cycle : Tiré de *Reading — A Novel Approach*. Texte de Janice Szabos. Illustrations par Vanessa Filkins. © 1984 par *Good Apple*, une division de Frank Schaffer Publications, 23740 Hawthorne Boulevard, Torrance, CA 90505.

Note :

En raison de droits d'auteur, nous sommes dans l'impossibilité d'afficher le contenu suivant :

- Annexe E-3 - Exemple, Approche en trois points, Stratégies de vocabulaire
- Annexe E-4 - Exemple, Approche en trois points, Stratégies de vocabulaire
- Annexe E-5 - Exemple, Approche en trois points, Stratégies de vocabulaire
- Annexe E-6 - Approche en trois points, Stratégies de vocabulaire

Prière de vous référer au document imprimé. On peut se procurer ce document au Centre des manuels scolaires du Manitoba.

Centre des manuels scolaires du Manitoba

site : www.mtbb.mb.ca

courrier électronique : mtbb@merlin.mb.ca

téléphone : 1 800 305-5515 télécopieur : (204) 483-3441

n° du catalogue : 90399

coût : 35,15 \$

Unité F
Mathématiques du consommateur

MATHÉMATIQUES DU CONSOMMATEUR

Dans cette unité sur les mathématiques du consommateur, les élèves se familiarisent avec les diverses façons de payer les gains bruts aux personnes, avec les retenues pour parvenir à la paye nette et avec les façons d'économiser de l'argent. On devrait examiner les taxes foncières, les prix unitaires et les taux de change. Les concepts de la préparation d'un budget à des fins personnelles devraient être élaborés une fois que les concepts ci-dessus auront été abordés. On traite également de diverses formes d'achat à crédit.

Pratiques pédagogiques

Pour aider les élèves dans leur apprentissage, les enseignants devraient examiner les pratiques pédagogiques suivantes. Les enseignants devraient donner aux élèves des occasions de :

- discuter de revenu brut et de revenu net;
- discuter des divers types de retenues;
- discuter du taux par mille et d'autres facteurs associés aux taxes foncières;
- discuter de change des monnaies étrangères et calculer les taux monétaires;
- faire le rapprochement de leurs chèquiers avec les relevés de la banque, et les reçus de caisse enregistreuse avec les reçus quotidiens;
- préparer des budgets en utilisant des représentations graphiques et des tableaux pour communiquer les solutions;
- rechercher des relevés exponentiels et relier ces concepts aux investissements;
- rechercher les différents types d'achat à crédit que le consommateur utilise.

Matériel

- tables de l'impôt sur le revenu ou programmes informatiques
- calculatrice à affichage graphique
- brochures des divers paliers de gouvernement ou d'entreprises spécialisées dans les investissements

Durée

- 12 heures

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

Résultat d'apprentissage
général

Résoudre des problèmes de consommation à l'aide d'opérations arithmétiques.

Résultat(s) d'apprentissage
spécifique(s)

- F-1 résoudre des problèmes de consommation, y compris
- les salaires gagnés dans diverses situations
 - l'impôt foncier
 - les taux de change
 - les prix unitaires

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· discuter des types de gains

Types de gains

1. **Paye** : Fondée sur les heures travaillées et donnée selon une base quotidienne, hebdomadaire ou bihebdomadaire
2. **Traitement** : fondé sur un montant d'argent annuel
3. **À la pièce** : donné pour chaque pièce de travail produite
4. **À l'acte** : donné pour un service fourni, p. ex., un exposé
5. **Commission** : fondée sur un pourcentage de la valeur des articles vendus
 - direct : le paiement se fonde sur une commission à pourcentage simple sur toutes les ventes
 - traitement plus commission
 - commission progressive : le taux de commission est progressif ou augmente à mesure que les ventes augmentent
 - traitement plus commission avec quota : la commission sur les ventes est reçue uniquement après avoir vendu un nombre précisé de produits de l'entreprise
6. **Contrat** : donné à l'achèvement d'un projet précis
7. **Pourboires et gratifications** : fondé sur un pourcentage donné d'une note (p. ex., 10-15 %), donné aux travailleurs de l'industrie des services (p. ex., serveurs, serveuses)
8. **Autonome**

· résoudre des problèmes concernant différents types de gains

Exemple 1 (pourboires et gratifications)

Jane a la possibilité de travailler dans deux restaurants. Mario paye 8 \$ de l'heure, et les pourboires atteignent en moyenne 24 \$ par jour. Tepan paye 5,50 \$ de l'heure et les pourboires atteignent en moyenne 35 \$ par jour. Si Jane travaille 30 heures par semaine sur 4 jours, combien gagnera-t-elle à chaque restaurant?

Solution

<p>Mario :</p> <p>Paye : $30 \times 8 = 240$ \$</p> <p>Pourboires : $4 \times 24 = 96$ \$</p> <p>Paye brute : $240 + 96 = 336$ \$</p>	<p>Tepan</p> <p>Paye : $30 \times 5,50 = 165$ \$</p> <p>Pourboires : $4 \times 35 = 140$ \$</p> <p>Paye brute : $165 + 140 = 305$ \$</p>
--	---

Communications	✓ Résolution
✓ Connexions	✓ Raisonnement
✓ Estimation et Calcul Mental	✓ Technologie
	Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Calcul mental

- a) Trouvez 50 % de 80.
- b) 50 % d'un nombre donné est 80. Trouvez le nombre.
- c) Cinq oranges coûtent 1,20 \$. Trouvez le coût d'une orange.

Problème

Discutez de quelle façon une personne d'affaires ou un entrepreneur gagne un revenu. Quelle différence de revenu y a-t-il entre un salarié ordinaire et une personne d'affaires?

NOTES

Ressources imprimées

*Mathématiques pré-calcul
secondaire 3, Exercices
cumulatifs*

*Mathématiques pré-calcul
secondaire 3, Solutions des
exercices cumulatifs*

*Mathématiques pré-calcul
secondaire 3, Cours
destiné à l'enseignement à
distance*
– Module 6, Leçons 1 à 4

Multimédia

Internet

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- F-1 résoudre des problèmes de consommation, y compris
- les salaires gagnés dans diverses situations
 - l'impôt foncier
 - les taux de change
 - les prix unitaires
- *suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- résoudre des problèmes concernant différents types de gains (suite)

Exemple 2 - (Commission progressive)

Un vendeur reçoit une commission de 8 % sur la première tranche de 1 000 \$ des ventes, et 14 % sur toutes les ventes en sus de 1 000 \$. Si les ventes au cours de la semaine passée se sont élevées à 5 000 \$, trouvez les gains bruts du vendeur.

Solution

Commission 8 % : $1\ 000\ \$ \times 8\ \% = 80,00\ \$$

Commission 14 % $4\ 000\ \$ \times 14\ \% = 560,00\ \$$

$(5\ 000\ \$ - 1\ 000\ \$ = 4\ 000\ \$)$

Gains bruts : $640,00\ \$$

Certaines entreprises paient leur personnel des ventes un salaire plus une commission. Le salaire est souvent établi à un niveau inférieur afin d'inciter les employés à vendre. La personne reçoit un salaire même si elle n'a vendu aucun produit.

Exemple 3 (À la pièce)

Tim assemble des ensembles de coutellerie pour l'industrie du transport aérien. Il gagne 0,05 \$ par ensemble acceptable assemblé. S'il assemble 3 870 ensembles par semaine, mais 14 d'entre eux ne passent pas l'inspection, calculez son revenu brut pour la semaine.

Solution

Nombre d'ensembles acceptables : $3\ 870 - 14 = 3\ 856$

Revenu brut : $3\ 856 \times 0,05\ \$ = 192,80\ \$$

Certaines entreprises versent à leurs employés une rémunération à la pièce différenciée. Un employé est payé en fonction d'une échelle, où le montant payé à la pièce augmente à mesure que la production de l'employé augmente. Vous multipliez le nombre de pièces acceptables par le montant qui s'applique.

- résoudre des problèmes de revenu fondé sur des heures régulières et des heures supplémentaires

Exemple 1

John a travaillé 46 heures à 13,50 \$ de l'heure. Calculez ses gains bruts pour la semaine si le temps supplémentaire est payé après 40 heures et si le taux des heures supplémentaires est une fois et demie le taux de la rémunération régulière.

– *suite*

Communications	✓ Résolution
✓ Connexions	✓ Raisonnement
✓ Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Calcul mental

1. John a travaillé 30 heures et gagné 225 \$. Calculez le salaire horaire de John.
2. Trouvez la commission d'un vendeur si le taux de sa commission était 6 % et ses ventes réalisées s'élevaient à 3 000 \$.

Problèmes

1. Jeanne a travaillé 25 heures à 6,80 \$ de l'heure et a reçu des pourboires de 15 % des additions des repas. La valeur des repas servis était de 2 000 \$. Déterminez le revenu brut de Jeanne.
2. Joanna reçoit un salaire mensuel de 1 000 \$ et une commission de 10 % sur les ventes au-dessus d'un quota mensuel de 15 000 \$. Calculez ses gains bruts en novembre si elle a vendu des meubles pour une valeur de 35 600 \$.
3. Carlos est un vendeur dans un magasin d'ameublement qui a un salaire garanti de 900 \$ par mois plus une commission de 6 % sur toutes les ventes. Ses ventes totales en novembre s'élevaient à 35 600 \$. Déterminez son revenu brut.
4. Jim est payé à la pièce. Au cours d'une période d'une semaine, il a produit 405 unités. 7 unités ont été rejetées. Il est payé en vertu de l'échelle suivante :

Nombre d'unités	Taux à l'unité
1 à 90	0,55 \$
91 à 180	0,75 \$
181 et plus	0,95 \$

Calculez ses gains bruts pour cette semaine.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- F-1 résoudre des problèmes de consommation, y compris
- les salaires gagnés dans diverses situations
 - l'impôt foncier
 - les taux de change
 - les prix unitaires
- *suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- résoudre des problèmes de revenu fondé sur des heures régulières et des heures supplémentaires (suite)

Exemple 1 - suite

Solution

Gains réguliers : $40 \text{ heures} \times 13,50 \text{ \$ l'heure} = 540,00 \text{ \$}$
 Heures supplémentaires : $46 - 40 = 6 \text{ heures}$
 Gains des heures supplémentaires : $6 \text{ heures} \times 13,50 \times 1,5 = \underline{121,50 \text{ \$}}$
 Gains bruts : $540,00 + 121,50 = \underline{661,50 \text{ \$}}$

Exemple 2

Mélissa travaille 8 heures par jour à 12,60 \$ de l'heure et est payée à taux et demi pour toutes les heures en surplus des 8 heures au cours d'une journée donnée. La semaine dernière elle a travaillé les heures suivantes :

- Lundi – 9
- Mardi – 7
- Mercredi – 9
- Jeudi – 11
- Vendredi – 8

Calculez son revenu brut.

Remarque : Ne prenez pas des heures de temps supplémentaire pour combler les heures régulières qui n'ont pas été travaillées au cours d'une journée donnée.

Solution

Heures régulières totales : $8 + 7 + 8 + 8 + 8 = 39 \text{ heures}$
 Heures supplémentaires totales : $1 + 0 + 1 + 3 + 0 = 5 \text{ heures}$
 Gains réguliers : $39 \text{ heures} \times 12,60 \text{ \$} = 491,40 \text{ \$}$
 Gains des heures supplémentaires : $5 \text{ heures} \times 12,60 \text{ \$} \times 1,5 = \underline{94,50 \text{ \$}}$
 Gains bruts : $491,40 + 94,50 = \underline{585,90 \text{ \$}}$

Communications	✓ Résolution
✓ Connexions	✓ Raisonnement
✓ Estimation et Calcul Mental	✓ Technologie
	Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Russel et Sean travaillent pour deux entreprises différentes, A et B respectivement. La compagnie A paye à ses employés du temps supplémentaire après 40 heures par semaine. La compagnie B paie à ses employés du temps supplémentaire après 8 heures au cours d'une journée. Tout le temps supplémentaire est payé à taux et demi. Les deux travailleurs gagnent 12,40 \$ et les deux ont travaillé les heures suivantes au cours de la semaine.

Lundi - 10

Mardi - 6

Mercredi - 10

Jeudi - 11

Vendredi - 10

Déterminez les gains bruts de chaque employé.

2. Tamara reçoit un salaire mensuel de 875 \$ plus une commission de $7\frac{1}{4}$ % sur les ventes en surplus d'un quota mensuel de 400 \$. Calculez sa rémunération mensuelle brute si ses ventes ont atteint 2 180 \$.

**RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS**

- F-1 résoudre des problèmes de consommation, y compris
- les salaires gagnés dans diverses situations
 - l'impôt foncier
 - les taux de change
 - les prix unitaires
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· **discuter de revenu brut et de revenu net**

Discutez de revenu net et de revenu brut. Demandez aux élèves de calculer le revenu net fondé sur des retenues prévues telles l'impôt sur le revenu, l'AE, le RPC, l'assurance-salaire, les régimes d'assurance-maladie et dentaire, les primes d'assurance-vie, les cotisations syndicales ou professionnelles.

Les trois retenues de base du revenu brut sont les suivantes :

1. Impôt sur le revenu

Le montant de l'impôt sur le revenu payé est la somme de l'impôt sur le revenu fédéral et de l'impôt sur le revenu provincial. L'impôt sur le revenu provincial est environ 50 % de l'impôt sur le revenu fédéral. Il s'agit d'un impôt progressif parce que le taux d'imposition augmente à mesure que le salaire augmente. Des tables d'impôt sont disponibles pour le calcul de l'impôt sur le revenu dans le cas de salaires hebdomadaires, bimensuels et mensuels. On donne ci-dessous un extrait de ce genre de table.

Manitoba Federal and Provincial Tax Deductions Weekly (52 pay periods a year)		Manitoba Retenues d'impôt fédéral et provincial Hebdomadaire (52 périodes de paie par année)										
Pay Remuneration		If the employee's claim code from the TD1(E) form is Si le code de demande de l'employé selon le formulaire TD1(E) est										
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
From De	Less than Moins de	Deduct from each pay Retenez sur chaque paie										
457 –	465 –	124,15	91,40	78,35	70,35	62,35	53,35	36,70	28,70	20,65	14,70	9,35
465 –	473 –	126,30	93,55	80,65	72,65	64,65	55,65	39,00	31,00	22,95	16,00	10,65
473 –	481 –	128,45	95,70	83,00	74,95	66,95	57,95	41,30	33,30	25,25	17,30	12,00
481 –	489 –	130,55	97,85	85,30	77,25	69,25	60,25	43,60	35,60	27,60	19,55	13,30
489 –	497 –	132,70	100,00	87,40	79,55	71,55	62,60	45,90	37,90	29,90	21,85	14,65
497 –	505 –	134,85	102,15	89,90	81,90	73,85	64,90	48,20	40,20	32,20	24,15	15,95
505 –	513 –	137,00	104,30	92,20	84,20	76,15	67,20	50,50	42,50	34,50	26,50	17,50
513 –	521 –	139,15	106,45	94,50	86,50	78,45	69,50	52,85	44,80	36,80	28,80	19,80
521 –	529 –	141,30	108,60	96,80	88,80	80,80	71,80	55,15	47,10	39,10	31,10	22,10
529 –	537 –	143,45	110,75	99,10	91,10	83,10	74,10	57,45	49,40	41,40	33,40	24,40

Le montant de l'impôt sur le revenu que les employés paient dépend de leur âge, du nombre de personnes à charge, du montant du revenu et ainsi de suite. Ces différences sont prises en compte dans l'établissement de diverses catégories que l'on appelle codes de demande. On détermine le code de demande d'un employé en remplissant un formulaire de code de demande.

– suite

- | | |
|-------------------------------|----------------|
| Communications | ✓ Résolution |
| ✓ Connexions | ✓ Raisonnement |
| ✓ Estimation et Calcul Mental | ✓ Technologie |
| | Visualisation |

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

**RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS**

- F-1 résoudre des problèmes de consommation, y compris
- les salaires gagnés dans diverses situations
 - l'impôt foncier
 - les taux de change
 - les prix unitaires
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- discuter de revenu brut et de revenu net (suite)

Le tableau suivant donne une idée générale du pourcentage de votre revenu imposable qui a été payé pour l'impôt sur le revenu en 1998.

Revenu imposable	Pourcentage
0 \$ à 569 \$	25,5 %
569 \$ à 1 138 \$	39 %
plus de 1 138 \$	43,5 %

2. Régime de pensions du Canada (RPC)
Pour 1998, le taux était établi à 3,2 % de la rémunération brute jusqu'à concurrence d'une cotisation maximale de 1 068,80 \$ par année. L'employeur verse un montant équivalent. Le tableau qui suit est extrait de la table du RPC pour 1997.

**Cotisations au Régime de pensions du Canada
Hebdomadaire (52 périodes de paie par année)**

Pay Rémunération			CPP RPC	Pay Rémunération			CPP RPC
From – De	To – À			From – De	To – À		
430,21	–	430,54	10,62	454,83	–	455,16	11,34
430,55	–	430,88	10,63	455,17	–	455,50	11,35
430,89	–	431,23	10,64	455,51	–	455,84	11,36
431,24	–	431,57	10,65	455,85	–	456,18	11,37
431,58	–	431,91	10,66	456,19	–	456,53	11,38
431,92	–	432,25	10,67	456,54	–	456,87	11,39
432,26	–	432,59	10,68	456,88	–	457,21	11,40
432,60	–	432,94	10,69	457,22	–	457,55	11,41
432,95	–	433,28	10,70	457,56	–	457,89	11,42
433,29	–	433,62	10,71	457,90	–	458,24	11,43
433,63	–	433,96	10,72	458,25	–	458,58	11,44
433,97	–	434,30	10,73	458,59	–	458,92	11,45
434,31	–	434,64	10,74	458,93	–	459,26	11,46
434,66	–	434,99	10,75	459,27	–	459,60	11,47
435,00	–	435,33	10,76	459,61	–	459,94	11,48
435,34	–	435,67	10,77	459,95	–	460,29	11,49
435,68	–	436,01	10,78	460,30	–	460,63	11,50
436,02	–	436,35	10,79	460,64	–	460,97	11,51

Les cotisations maximales des employés au RPC pour l'année 1997 s'élèvent à 944,78 \$.

- | | |
|-----------------|----------------|
| Communications | ✓ Résolution |
| ✓ Connexions | ✓ Raisonnement |
| ✓ Estimation et | ✓ Technologie |
| Calcul Mental | Visualisation |

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

**RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS**

- F-1 résoudre des problèmes de consommation, y compris
- les salaires gagnés dans diverses situations
 - l'impôt foncier
 - les taux de change
 - les prix unitaires
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- discuter de revenu brut et de revenu net (suite)

3. Primes d'assurance-emploi

Pour 1998, le taux était établi à 2,9 % de la rémunération brute jusqu'à une cotisation maximale de l'employé de 1 053,00 \$. L'employé devait avoir travaillé au moins 15 heures par semaine ou avoir reçu des gains bruts de 156,00 \$ ou plus par semaine. L'employeur doit verser le montant correspondant payé par l'employé. Le tableau qui suit est un exemple du tableau pour déterminer les cotisations d'AE.

Cotisations d'assurance-emploi						
Insurable Earnings Rémunération insurable		EI premium Cotisation d'AE	Insurable Earnings Rémunération insurable		EI premium Cotisation d'AE	
From – De	To – À		From – De	To – À		
447,07	– 447,41	12,97	471,90	– 472,24	13,69	
447,42	– 447,75	12,98	472,25	– 472,58	13,70	
447,76	– 448,10	12,99	472,69	– 472,93	13,71	
448,11	– 448,44	13,00	472,94	– 473,27	13,72	
448,45	– 448,79	13,01	473,28	– 473,62	13,73	
448,80	– 449,13	13,02	473,63	– 473,96	13,74	
449,14	– 449,48	13,03	473,97	– 474,31	13,75	
449,49	– 449,82	13,04	474,32	– 474,65	13,76	
449,83	– 450,17	13,05	474,66	– 474,99	13,77	
450,18	– 450,51	13,06	475,00	– 475,34	13,78	
450,52	– 450,86	13,07	475,35	– 475,68	13,79	
450,87	– 451,20	13,08	475,69	– 476,03	13,80	
451,21	– 451,55	13,09	476,04	– 476,37	13,81	
451,56	– 451,89	13,10	476,38	– 476,72	13,82	
451,90	– 452,24	13,11	476,73	– 477,06	13,83	
452,25	– 452,58	13,12	477,07	– 477,41	13,84	
452,59	– 452,93	13,13	477,42	– 477,75	13,85	
452,94	– 453,27	13,14	477,76	– 478,10	13,86	
453,28	– 453,62	13,15	478,11	– 478,44	13,87	
453,63	– 453,96	13,16	478,45	– 478,79	13,88	
453,97	– 454,31	13,17	478,80	– 479,13	13,89	
454,32	– 454,65	13,18	479,14	– 479,48	13,90	
454,66	– 454,99	13,19	479,49	– 479,82	13,91	
455,00	– 455,34	13,20	479,83	– 480,17	13,92	
455,35	– 455,68	13,21	480,18	– 480,51	13,93	
455,69	– 456,03	13,22	480,52	– 480,86	13,94	
456,04	– 456,37	13,23	480,87	– 481,20	13,95	
456,38	– 456,72	13,24	481,21	– 481,55	13,96	
456,73	– 457,06	13,25	481,56	– 481,89	13,97	
457,07	– 457,41	13,26	481,90	– 482,24	13,98	
457,42	– 457,75	13,27	482,25	– 482,58	13,99	
457,76	– 458,10	13,28	482,59	– 482,93	14,00	
458,11	– 458,44	13,29	482,94	– 483,27	14,01	
458,45	– 458,79	13,30	483,28	– 483,62	14,02	
458,80	– 459,13	13,31	483,63	– 483,96	14,03	
459,14	– 459,48	13,32	483,97	– 484,31	14,04	
459,49	– 459,82	13,33	484,32	– 484,65	14,05	
459,83	– 460,17	13,34	484,66	– 484,99	14,06	
460,18	– 460,51	13,35	485,00	– 485,34	14,07	
460,52	– 460,86	13,36	485,35	– 485,68	14,08	
460,87	– 461,20	13,37	485,69	– 486,03	14,09	
461,21	– 461,55	13,38	486,04	– 486,37	14,10	
461,56	– 461,89	13,39	486,38	– 486,72	14,11	
461,90	– 462,24	13,40	486,73	– 487,06	14,12	
462,25	– 462,58	13,41	487,07	– 487,41	14,13	

– suite

- | | |
|-----------------|----------------|
| Communications | ✓ Résolution |
| ✓ Connexions | ✓ Raisonnement |
| ✓ Estimation et | ✓ Technologie |
| Calcul Mental | Visualisation |

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Le salaire brut d'un serveur s'élevait à 431,25 \$. Il a versé des cotisations syndicales de 12,50 \$ par semaine et a contribué 18,20 \$ à un régime de pension agréé. Déterminez son revenu net si son code de demande est 3.
2. Le revenu brut de Gina était de 489,70 \$. Elle a payé 42 \$ par semaine en cotisations syndicales et son code de demande est 2. Déterminez sa rémunération nette.
3. Les gains bruts de Russel avec la compagnie A s'élevaient à 626,20 \$. Son code de demande est 1. Le revenu brut de Sean était de 638,00 \$ avec la compagnie B et son code de demande est 2. Qui reçoit le plus grand revenu net et de combien?
4. Les gains de Tim s'élevaient à 475,00 \$. Son code de demande est 4 et il cotise hebdomadairement 100 \$ à un régime de pension agréé. Calculez son revenu net pour la semaine.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- F-1 résoudre des problèmes de consommation, y compris
- les salaires gagnés dans diverses situations
 - l'impôt foncier
 - les taux de change
 - les prix unitaires
- *suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **discuter de revenu brut et de revenu net (suite)**

Le revenu net est calculé comme suit :

1. Paye brute – régime(s) de pension – REER – cotisation(s) syndicale(s) = revenu imposable.
2. Revenu imposable × taux d'impôt sur le revenu = impôt sur le revenu
3. Paye brute × taux d'AE = cotisations d'AE
4. Paye brute × taux du RPC = cotisations au RPC
5. Paye nette = revenu imposable – impôt sur le revenu – cotisations à l'AE – cotisation au RPC

Exemple

Jim travaille 40 heures et gagne 11,62 \$ de l'heure. Il verse 10,40 \$ par semaine en cotisations syndicales et contribue 25,40 \$ par semaine à un régime de pension agréé. Son code de demande net est 1. Déterminez :

- a) son salaire brut
- b) le RPC
- c) l'AE
- d) son revenu imposable
- e) ses retenues aux fins de l'impôt sur le revenu
- f) son revenu net

Solution (À l'aide des tables d'imposition de 1998)

- a) Salaire brut hebdomadaire : 40 heures × 13,30 \$ = 532 \$
- b) RPC : (531,75 \$ – 532,08 \$) = 13,59 \$
- c) AE : (531,90 \$ – 532,24 \$) = 15,43 \$
- d) Impôt sur le revenu :
= salaire brut – régime de pension agréé cotisations syndicales
= 532 \$ – 25,40 \$ – 10,40 \$
= 496,20 \$
- e) Lorsque vous utilisez les tables de l'impôt sur le revenu, n'oubliez pas de consulter le **revenu imposable** et non le salaire hebdomadaire brut.
Impôt sur le revenu = (489 - 497); code de demande 1 = 100,00 \$
- f) Revenu net : = salaire brut – RPC – AE - cotisations syndicales – cotisations au RPC – impôt sur le revenu
= 532 \$ – 13,59 \$ – 15,43 \$ – 10,40 \$ – 25,40 \$ – 100 \$
= 367,18 \$

Communications	✓ Résolution
✓ Connexions	✓ Raisonnement
✓ Estimation et Calcul Mental	✓ Technologie
	Visualisation

– *suite*

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. John Snopts a un revenu brut hebdomadaire de 210 \$. À l'aide des tableaux de données, déterminez ses retenues (son code de demande est 3) d'AE, du RPC et de l'impôt sur le revenu, et calculez sa paye nette.
2. La rémunération brute d'une travailleuse sur une chaîne de montage s'élevait à 1 083,60 \$. Elle verse 56,40 \$ en cotisations syndicales et contribue 61,20 \$ à un régime de pension agréé chaque semaine. Trouvez son revenu net si son code de demande est 2.
3. La rémunération brute de June était de 825,00 \$. Son code de demande est 3. Déterminez sa rémunération nette.
4. La rémunération brute de Tamara s'élevait à 1 004,05 \$. Ses cotisations syndicales pour la semaine s'élevaient à 51,20 \$ et sa cotisation au régime de pension agréé était de 75,00 \$. Si son code de demande est 3, déterminez son revenu net.
5. Les gains bruts de Paul s'élevaient à 602,60 \$ par semaine. Il verse hebdomadairement des cotisations syndicales de 46,87 \$. Son code de demande est 1. Déterminez sa paye nette.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- F-1 résoudre des problèmes de consommation, y compris
- les salaires gagnés dans diverses situations
 - l'impôt foncier
 - les taux de change
 - les prix unitaires
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· discuter du taux d'impôt foncier et de la valeur imposable

Le taux d'impôt foncier peut s'exprimer de trois façons :

1. En cents par dollar, p. ex., 0,05 \$ pour chaque dollar de la valeur imposable
2. En taux de pourcentage, p. ex., 5 % pour chaque dollar de la valeur imposable
3. En millièmes, p. ex., 50 millièmes par dollar de valeur imposable. Il y a 1 000 millièmes dans un dollar. Par conséquent, si le taux est de 0,05, le taux en millièmes serait de $1\,000 \times 0,05 = 50$ millièmes. Il s'agit de la méthode la plus répandue pour exprimer les impôts fonciers.

$$\text{Taux de l'impôt foncier} = \frac{\text{impôt total à amasser}}{\text{valeur imposable totale de la propriété}}$$

Remarque : Le taux par mille est la méthode standard pour exprimer les impôts fonciers au Manitoba. L'impôt résidentiel au Manitoba se fonde sur un taux de 45 % de la valeur imposable.

Exemple 1

Une ville a une évaluation totale de 425 000 000 \$. La ville a préparé son budget pour l'année et détermine que le montant des recettes qui doivent être amassées par le biais des impôts fonciers est de 21 250 000 \$. Déterminez le taux d'impôt que la ville doit établir pour recueillir le montant nécessaire, exprimé en :

- a) cents au dollar
- b) taux de pourcentage
- c) taux par mille

Solution

$$\begin{aligned} \text{a) Taux de l'impôt foncier} &= \frac{\text{impôt total à amasser}}{\text{valeur imposable totale de la propriété}} \times 1000 \\ &= \frac{21\,250\,000}{425\,000\,000} \\ &= 0,05 \end{aligned}$$

Cela signifie 0,05 \$ pour chaque dollar de la valeur imposable.

b) En pourcentage, 0,05 signifie $\frac{5}{100} \times 5\%$ pour chaque dollar de la valeur imposable.

c) En taux par mille, $0,05 \times 1\,000 = 50$ millièmes par dollar de la valeur imposable. Vous pourriez utiliser la formule suivante pour déterminer le taux par mille directement.

$$\text{Taux en millièmes} = \frac{\text{taux de l'impôt foncier} \times \text{impôt total à amasser}}{\text{valeur imposable totale de la propriété}} \times 1000$$

– suite

Communications	✓ Résolution
✓ Connexions	✓ Raisonnement
✓ Estimation et Calcul Mental	✓ Technologie
	Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Calcul mental

Une maison est évaluée à 100 000 \$ et imposée à un taux de 70 millièmes. Déterminez la facture de l'impôt annuel pour cette maison.

Inscriptions au journal

1. Vérifiez le taux par mille de divers types de propriétés dans votre collectivité (p. ex., commercial, résidentiel, agricole).
2. Comparez les valeurs évaluées aux valeurs du marché de diverses propriétés dans votre collectivité.
3. Y a-t-il une différence importante entre les valeurs évaluées et les valeurs réelles des biens immobiliers?
4. Déterminez les différents types de biens immobiliers assujettis à l'impôt.

Problème

La propriété des Ningart a une valeur marchande de 105 000 \$. La valeur évaluée est d'environ 60 % de la valeur du marché. Le taux d'imposition est de 89,3 millièmes de la valeur évaluée. Quel est le paiement mensuel aux fins de l'impôt des Ningart?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- F-1 résoudre des problèmes de consommation, y compris
- les salaires gagnés dans diverses situations
 - l'impôt foncier
 - les taux de change
 - les prix unitaires
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- discuter du taux d'impôt foncier et de la valeur imposable (suite)

Exemple 1 - suite

Solution - suite

Dans l'exemple ci-dessus,

$$\begin{aligned} \text{Taux par mille} &= \frac{21\,250\,000}{425\,000\,000} \times 1000 \\ &= 50 \text{ millièmes} \end{aligned}$$

Exemple 2

Tom Smith est le propriétaire d'une résidence évaluée à 30 500 \$. Le taux d'impôt actuel dans sa ville est de 43 millièmes par dollar. Quel montant doit-il payer en impôt foncier?

Solution

$$\begin{aligned} \text{Impôt à payer} &= \text{Valeur imposable} \times \text{Taux par mille} \\ &= 30\,500 \times \frac{43}{1000} \\ &= 1\,311,50 \$ \end{aligned}$$

- résoudre des problèmes concernant d'autres types d'impôts

Les autres types d'impôts qu'un contribuable municipal peut devoir acquitter sont les redevances pour les écoles ou l'éducation, les hôpitaux, les bibliothèques et les taxes d'améliorations locales. Lorsque l'on construit des trottoirs, des routes pavées, lorsque l'on installe l'éclairage de rue, les égouts et les conduites principales d'aqueduc, ces installations sont actuellement payées par les propriétaires immobiliers à qui elles profitent directement. On appelle ces installations des **améliorations locales**. Leur coût est déterminé en fonction du terrain qui fait face ou longe la région améliorée et on peut le percevoir sous la forme d'un montant en dollars de maître ou en fonction d'un impôt distinct au taux par mille. Habituellement, le contribuable a l'option de payer les améliorations locales en un montant forfaitaire ou en versements échelonnés sur plusieurs années. Si vous choisissez les versements, vous devrez payer de l'intérêt.

Exemple 1

Un contribuable est propriétaire d'une maison évaluée à 36 000 \$. Le taux d'évaluation est de 30 %. Le terrain a une façade de 25,6 m. Les améliorations locales sont déterminées à un taux annuel de mètre de façade comme suit : égouts, à 2,83 \$/m, et les trottoirs à 1,35 \$/m. Déterminez la facture d'impôt du contribuable sans tenir compte des taxes scolaires si le taux municipal par mille est de 57,9 millièmes.

– suite

Communications	✓ Résolution
✓ Connexions	✓ Raisonnement
✓ Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Les Timmons ont acheté une maison de 125 000 \$. Au moment de l'achat, la maison était évaluée à 75 000 \$ et le taux d'évaluation était de 45 %. Elle a été réévaluée à 85 000 \$, mais le taux d'évaluation est demeuré le même. En supposant que le taux par mille était de 57 millièmes, déterminez l'augmentation d'impôt général qui résulte de la réévaluation.
2. La famille Pino a acheté une maison de 90 000 \$. Au moment de l'achat, la maison était évaluée à 56 000 \$ et le taux d'évaluation était de 100 %. En supposant un taux par mille général de 50 millièmes, une taxe scolaire de 16,2 millièmes et un redevance pour l'hôpital de 6,3 millièmes, déterminez les taxes à payer.
3. Un contribuable est propriétaire d'une maison évaluée à 36 000 \$. Le taux d'évaluation est de 30 %. Le terrain a une façade de 25,6 m. Les améliorations locales sont établies à un taux annuel du mètre de façade comme suit : les égouts à 2,83 \$/m et les trottoirs à 1,35 \$/m. Déterminez la facture d'impôt du contribuable sans tenir compte des taxes scolaires si le taux municipal du mille est de 57,9 millièmes.
4. La résidence de la famille Wiggins est évaluée à 70 000 \$. La portion de l'évaluation est de 35 %. Les taxes scolaires fondées sur la portion totale de l'évaluation s'élèvent à un taux par mille de 19,5 millièmes. Les taxes d'améliorations locales fondées sur 19 000 \$ sont perçues à un taux de 8,3 millièmes. Si le taux de l'impôt général est de 54,6 millièmes et si la famille reçoit un crédit d'impôt provincial de 250 \$, quelle est la facture d'impôt de la famille?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- F-1 résoudre des problèmes de consommation, y compris
- les salaires gagnés dans diverses situations
 - l'impôt foncier
 - les taux de change
 - les prix unitaires
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- résoudre des problèmes concernant d'autres types d'impôts

Exemple - suite

Solution

$$\text{Impôt général : } 36\,000 \$ \times 30 \% = 10\,800 \$ \times \frac{57,9}{1\,000} = 625,32 \$$$

$$\text{Impôt des égouts : } 25,6 \times 2,83 \$ = 72,45 \$$$

$$\text{Trottoirs : } 25,6 \times 1,35 \$ = 34,56 \$$$

$$\text{Impôt total : } 625,32 \$ + 72,45 \$ + 34,56 \$ = 732,33 \$$$

- calculer le montant en dollars canadiens fondé sur les taux de change

Les taux de change étrangers sont déterminés en fonction des taux d'achat et des taux de vente. Le taux le plus élevé (taux de vente) est le taux que la banque demande à ses clients lorsqu'ils veulent acheter une devise étrangère. Le taux plus faible (taux d'achat) est le taux que la banque ou la caisse de crédit verse lorsqu'elle rachète la devise d'un client.

Les taux des devises étrangères de certains pays en fonction d'août 1997 sont les suivants :

Achat	Pays	Vente
1,3633	É.-U. — dollar	1,4168
2,1902	R.-U. — livre	2,2902
0,2411	Finlande — markka	0,2637
0,9956	Australie — dollar	1,1072
0,10360	Autriche — schilling	0,11226
0,7325	Allemagne — mark	0,7934
2,1902	Écosse — livre	2,2902
1,9758	Irlande — livre	2,0838

Pour calculer le change à l'égard d'un montant d'argent d'un autre pays, multipliez le montant acheté ou vendu par la taux de change correspondant.

Exemple 1

Vous prévoyez faire un voyage au R.-U. au cours de l'été. Vous estimez que vous avez besoin de 800£ pour le voyage. À l'aide du taux de change donné, indiquez combien il vous en coûtera pour acheter ces fonds.

Solution

$$\text{Valeur en dollars canadiens} = 800 \times 2,2902 = 1\,725,84 \$$$

Si vous avez de l'argent canadien et vous voulez connaître combien vous pouvez acheter d'une devise étrangère, multipliez le montant en argent canadien par la valeur inverse du taux de change correspondant.

– suite

Communications	✓ Résolution
✓ Connexions	✓ Raisonnement
✓ Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Les Jacksons veulent se rendre à Minot pour une courte vacance. À la télévision, le rapport des affaires indique que le dollar canadien est à 73,77 cents. Ils prennent 650 \$ en argent canadien et l'échangent à Minot en argent américain. Ils obtiennent 451,50 \$ US.

a) Ont-ils obtenu le montant d'argent que vous aviez prévu?
Sinon, pourquoi?

b) Quel taux en pourcentage ont-ils effectivement obtenu?

c) Quelle a été la redevance pour le change?

À leur retour, il leur restait 65 \$ US et ils ont échangé ce montant à une banque à Brandon.

d) Selon le rapport diffusé à la télévision, quel serait le montant que vous pensiez qu'ils obtiendraient?

e) Selon leur expérience à Minot, quel montant pensez-vous qu'ils devraient recevoir?

f) Qu'auraient-ils économisé s'ils avaient initialement changé 585 \$ (sans tenir compte du 65 \$ supplémentaire)?

2. Le taux de change pour un jour donné aux États-Unis est 28 % et au Canada 38,8 %. Expliquez pourquoi c'est possible.

3. Une voyageuse canadienne se rend de Suisse en Allemagne. Elle sait qu'un franc suisse est l'équivalent de 1,26 \$ en argent canadien (y compris le coût du change) et qu'un mark allemand vaut 0,97 \$ en argent canadien (y compris le coût du change). Combien de marks allemands obtient-elle pour 100 francs suisses?

On peut se servir de la capacité de chiffrer des calculatrices graphiques pour créer un tableau d'équivalence des devises.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- F-1 résoudre des problèmes de consommation, y compris
- les salaires gagnés dans diverses situations
 - l'impôt foncier
 - les taux de change
 - les prix unitaires
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **calculer le montant en dollars canadiens fondé sur les taux de change (suite)**

Exemple 2

Vous avez 4 000,00 \$ en devises canadiennes que vous dépensez pour acheter des dollars américains. Combien de dollars américains pouvez-vous acheter?

Solution

À partir du graphique, la valeur en dollars américains est

$$\frac{4\ 000}{1,41678} = 2\ 823,26 \text{ \$ (américain)}$$

Exemple 3

La valeur d'un dollar canadien par rapport au dollar américain est établie à 65,5 cents.

- a) Si vous changez 450,00 \$ en dollars américains, combien recevrez-vous?
- b) Si vous avez 500,00 \$ en argent américain et vous voulez la valeur correspondante en dollars canadiens, quelle valeur vous attendriez-vous à recevoir?

Solution

- a) La valeur en dollars américains = $450 \text{ \$} \times 0,655 \text{ \$} = 194,75 \text{ \$}$
- b) La valeur en dollars canadiens = $\frac{500 \text{ \$}}{0,655} = 163,36 \text{ \$}$

- **déterminer le prix unitaire et le meilleur achat**

$$\text{Coût unitaire} = \frac{\text{Prix de l'article}}{\text{Nombre d'unités de l'article}}$$

Remarque : Les unités peuvent être des ml, des L, des g, des kg, 100 ml, 100 g.

Lorsque vous décidez de l'achat qui est le meilleur, vous devez analyser les éléments suivants :

- Taille unitaire - Lequel coûte moins cher?
- Taille du paquet - S'il est plus grand que ce dont vous avez besoin, se conservera-t-il?
- Votre préférence - Si vous achetez une marque que vous n'aimez pas, est-ce que le produit sera gaspillé?
- Qualité - Est-ce qu'un produit de haute qualité dure plus longtemps ou a un meilleur rendement qu'un produit bas de gamme?
- Quantité - Combien d'un produit voulez-vous acheter?

Communications	✓ Résolution
✓ Connexions	✓ Raisonnement
✓ Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

Les élèves peuvent obtenir des données sur les taux de change étrangers dans les journaux ou sur Internet. Demandez-leur de planifier un voyage qui nécessite plusieurs interventions de change.

1. Ami Tamaka est une étudiante qui participe à un programme d'échange étudiants et elle étudie au Canada. Sa famille, au Japon, lui envoie 320 000 yens pour l'aider à payer ses frais de subsistance et à acheter ses livres. La sœur d'Ami est en vacances aux É.-U. et Ami veut lui envoyer de l'argent afin qu'elle puisse lui acheter des espadrilles qui coûtent 70 \$ US. Avant de se rendre à la banque pour changer ses yens, Ami consulte la section des finances du journal pour connaître les taux de change. Tout ce qu'Ami peut trouver, c'est une liste de numéros et de noms de pays tel qu'indiqué ci-dessous.

Taux de change à Toronto

Australie (dollar)	1,1087
France (franc)	0,2746
Allemagne (mark)	0,929
Japon (yen)	0,0123831
Mexique (peso)	0,2035
R.-U. (livre)	2,0957
É.-U. (dollar)	1,3742

Expliquez comment obtenir la valeur en dollars canadiens pour ses 320 000 yens ainsi que le montant de 70,00 \$ US.

2. Abdou voyage au Maroc tous les deux ans pour rendre visite à sa famille. Il ne peut obtenir de dollars canadiens pour ses dirhams du Maroc, mais il doit d'abord faire le change en dollars américains, puis en dollars canadiens. Cela ne peut se faire qu'au Maroc, où le dollar américain vaut 9,20 dirhams. S'il reste à Abdou au terme de sa visite 1 000 dirhams, quel est le montant en dollars canadiens si on ne tient pas compte des frais d'encaissement?

Projet

Une enseignante qui voyage beaucoup veut visiter cinq îles différentes au cours d'une croisière. Elle a 1 000 \$ à dépenser. Sur chaque île, elle prévoit dépenser 200 \$. Téléphonez dans une institution financière pour obtenir les taux actuels d'achat et de vente pour les îles en question. Est-ce que 1 000 \$ sera suffisant pour cette vacance?

Problèmes

1. Le magasin A annonce le jus de tomates à deux boîtes de 1 litre pour 4,99 \$. Le magasin B annonce le même produit à 3 boîtes de 750 ml pour 4,99 \$. Quel est le meilleur achat?
2. Joe a acheté une pizza de 10 cm pour 9,99 \$ et John a acheté une pizza de 20 cm pour 19,99 \$. Qui a obtenu le meilleur achat?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- F-1 résoudre des problèmes de consommation, y compris
- les salaires gagnés dans diverses situations
 - l'impôt foncier
 - les taux de change
 - les prix unitaires
- *suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **déterminer le prix unitaire et le meilleur achat (suite)**

Exemple

Les boissons gazeuses se vendent selon les formats et les coûts suivants :

Bouteille de 2 L pour 2,19 \$

Bouteille de 500 ml pour 0,99 \$

24 canettes de 355 ml pour 10,75 \$

12 canettes de 355 ml pour 5,50 \$

- a) Déterminez le coût unitaire pour chaque format.
- b) Quels autres facteurs prenez-vous en ligne de compte lorsque vous achetez des boissons gazeuses?

Solution

- a) Coût au litre :

Pour la bouteille de 2 L - $2,19 \$ \div 2 = 1,095 \$$

Pour la bouteille de 500 ml - $0,99 \$ \times 2 = 1,98 \$$

Pour 24 canettes de 355 ml - $10,75 \$ \div (24 \times 355 \div 1\ 000) = 1,2617 \$$

Pour 12 canettes de 355 ml - $5,50 \$ \div (12 \times 355 \div 1\ 000) = 1,291 \$$

En fonction du prix unitaire, le contenant de 2 L serait le moins cher.

- b) Vous devriez tenir compte de la quantité que vous pouvez boire, afin de savoir s'il y aura du gaspillage si les boissons gazeuses deviennent « éventées » et pour savoir si vous avez suffisamment d'espace de stockage pour les boissons gazeuses.

Communications	✓ Résolution
✓ Connexions	✓ Raisonnement
✓ Estimation et Calcul Mental	✓ Technologie
	Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

**RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS**

- F-2 consolider des états financiers comprenant :
- des carnets de chèques et des états de compte bancaires
 - le ruban de contrôle de la caisse enregistreuse et des reçus quotidiens

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **consolider un relevé bancaire**

Exemple

Chaque mois, Carole Yetkin consolide son relevé bancaire avec son registre des chèques. Cela signifie qu'elle détermine si le chéquier est en accord avec le relevé bancaire. Remarquez qu'il ne s'agit pas d'un rapprochement par rapport à la valeur vraie en argent.

CAROL YETKIN 135, 4 ^e RUE ICI (MANITOBA)		CANA-BANQUE COMPTE CCP N°43921		
DATE	DESCRIPTION	DÉBITS	CRÉDITS	SOLDE
NOV 1	SOLDE REPORTÉ			142,18
NOV 1	DÉPÔT		203,14	345,32
NOV 8	CHÈQUE 253	63,10		282,22
NOV 9	DÉPÔT		203,14	485,36
NOV 10	DÉPÔT		80,89	566,25
NOV 13	CHÈQUE 254	12,38		553,87
NOV 14	CHÈQUE 255	25,00		528,87
NOV 16	DÉPÔT		203,14	732,01
NOV 19	CHÈQUE 256	33,56		698,45
NOV 20	CHÈQUE 257	36,15		662,30
NOV 23	CHÈQUE 258	27,96		634,34
NOV 26	CHÈQUE 259	57,66		576,68
NOV 28	CHÈQUE 260	144,34		432,34
NOV 29	CHÈQUE 262	18,48		413,86
NOV 30	FRAIS DE SERVICE	4,75		409,11

Le solde dans le registre de chèques de Carole est de 384,24 \$. Elle a déterminé qu'elle a un dépôt non inscrit de 203,14 \$ et que le chèque 261 au montant de 109,20 \$, le chèque 263 au montant de 50,00 \$ et le chèque 264 au montant de 73,56 \$ ne sont pas inscrits. Est-ce que son registre de chèques est en accord avec son relevé de banque? Déterminez le montant réel dans son compte de chèques.

La raison d'être de comparer votre registre de chèques au relevé de la banque est de vous assurer que ni vous ni la banque n'avez fait d'erreur.

Discutez de ce qui suit avec des élèves :

- a) remplir le formulaire au verso du relevé de la banque pour faire le rapprochement du relevé de la banque avec le registre des chèques;
- b) soustraire les frais de service du solde du registre de chèques de Carole.

Communications	✓ Résolution
✓ Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Projets

1. Recueillez des données au sujet des types de comptes de chèques disponibles auprès de plusieurs banques et/ou caisses de crédit locales. Comparez les soldes minimaux, les frais de service, les taux d'intérêt ainsi que les heures d'ouverture pour les services personnels. Dressez un tableau et décidez de la banque ou de la caisse de crédit que vous allez choisir pour ouvrir un compte de chèques.
2. Menez une enquête au sujet des guichets automatiques bancaires (GAB) et décrivez leur fonctionnement en ce qui concerne vos relevés de banque ainsi que les coûts qui sont associés à leur utilisation. Énumérez tous les avantages et désavantages.
3. Menez une enquête sur l'utilisation d'Internet pour effectuer vos opérations bancaires. Énumérez tous les avantages ou désavantages.

Problème

Au cours de la première semaine de mars, il y a eu les opérations de caisse suivantes :

4 mars	Réception d'un chèque de 100 \$ pour établir le fonds
5 mars	Achat de timbres, 12,50 \$
5 mars	Livraison par taxi, 10 \$
6 mars	Déjeuner, 6,50 \$
7 mars	Service de messagerie, 25 \$
7 mars	Achat de fleurs pour l'ouverture, 28 \$
8 mars	Réapprovisionnement du compte, 25 \$
9 mars	Achat de timbres, 21,50 \$

Déterminez si un solde final de 20 \$ est correct. Sinon, donnez une explication relative à la différence, et indiquez des façons possibles de corriger le problème.

Ressource imprimée

*Mathématiques pré-calcul
secondaire 3, Cours
destiné à l'enseignement à
distance*
– Module 6, Leçon 5

**RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS**

- F-2 consolider des états financiers comprenant :
- des carnets de chèques et des états de compte bancaires
 - le ruban de contrôle de la caisse enregistreuse et des reçus quotidiens
- suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **consolider un relevé bancaire (suite)**

Exemple - suite

Solution

(1) SOLDE CHÉQUIER 384,24 \$	(4) SOLDE DU COMPTE 409,11 \$
MOINS LES FRAIS BANCAIRES	DÉPÔT NON INSCRIT
Description Montant	Date Montant
Frais de service 4 75	16 nov. 203 14
(2) TOTAL DES FRAIS BANCAIRES 4,75 \$	(5) TOTAL DES DÉPÔTS EN CIRCULATION 203,14 \$
	(6) TOTAL 612,25 \$
	CHÈQUES EN CIRCULATION
	Chèque No. Amount
	#261 109 20
	#263 50 00
	#264 73 56
(3) SOLDE DU CHÉQUIER AJUSTÉ 379,49 \$	(7) TOTAL DES CHÈQUES EN CIRCULATION 232,76 \$
	(8) SOLDE DU COMPTE RAJUSTÉ 379,49 \$

Étant donné que les deux montants au bas du formulaire correspondent, le relevé est rapproché.

Le registre de chèques et le relevé de la banque ou de la caisse de crédit sont en accord. Le montant réel dans le compte de chèques de Carole était de 379,49 \$

- **dresser le bilan des reçus de caisse enregistreuse avec les reçus quotidiens**

En affaires, on a recours à la preuve de caisse pour s'assurer que l'entreprise exerce un bon contrôle interne. Les reçus de caisse enregistreuse indiquent les montants qu'un caissier reçoit et remet. Chaque jour, le propriétaire ou le superviseur devrait dresser le bilan de l'argent reçu par rapport au registre des opérations de caisse. En préparant cette preuve tous les jours, toutes les insuffisances ou tous les excédants importants peuvent être réglés immédiatement.

Communications	✓ Résolution
✓ Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Faites le rapprochement du relevé de compte mensuel suivant avec son registre de chèques. Il y a trois erreurs ou omissions dans le registre de chèques. Avant de remplir le rapport de rapprochement, effectuez les modifications nécessaires dans le registre de chèques. Les débits sont des retraits. Les crédits sont des dépôts.

Date	Description	Débits	Crédits	Solde
5/3	Solde			825,43
5/4	Dépôt		85,00	910,43
5/4	Comptant	100,00		810,43
5/9	A. Wiebe	139,09		671,34
5/15	Dépôt		450,00	1 121,34
5/21	Garage Ed	217,87		903,47
5/23	Loyer	450,00		453,47
5/30	Épiceries	48,93		404,54
5/31	Frais de service	5,00		399,54

DATE	NO	RENSEIGNEMENTS	✓	CHÈQUES	DÉPÔTS	SOLDE
5/3		<i>Solde</i>				825 43
5/4		<i>Dépôt</i>			85 00	910 43
5/4	237	<i>Comptant</i>		100 00		810 43
5/8	239	<i>Bienfaisance Manitoba</i>		75 00		735 43
5/15		<i>Dépôt</i>			400 00	1135 43
5/16	240	<i>Garage Ed</i>		217 87		917 56
5/21	241	<i>L. Binks</i>		25 00		892 56
5/23	242	<i>Loyer</i>		450 00		442 56
5/30	243	<i>Épiceries</i>		48 39		394 17
6/1		<i>Dépôt</i>			400 00	794 17

Recherche

Demandez aux élèves d'aller dans un magasin et d'obtenir des renseignements ainsi que des rubans de caisse enregistrée qui indiquent de quelle façon un caissier encaisse et décaisse. Demandez de vérifier l'importance du fonds de caisse. Que se passe-t-il si les reçus ne correspondent pas? De quelle façon est-ce que la direction effectue le rapprochement? Il pourrait s'agir d'un projet de groupe que les élèves font à leurs temps libres. La méthode d'exposer est au choix de l'enseignant.

**RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS**

- F-2 consolider des états financiers comprenant :
- des carnets de chèques et des états de compte bancaires
 - le ruban de contrôle de la caisse enregistreuse et des reçus quotidiens
- *suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- dresser le bilan des reçus de caisse enregistreuse avec les reçus quotidiens (suite)

Un exemple d'une preuve de caisse est indiqué ci-dessous.

- F-3 résoudre des problèmes de budget, en utilisant des représentations graphiques et des tableaux pour communiquer les solutions

- résoudre des problèmes de budget

On pourrait définir simplement la budgétisation comme un plan pour dépenser votre argent. Il s'agit d'un plan financier pour aider les gens ou les entreprises à gérer leurs dépenses par rapport à leurs gains totaux.

Les planificateurs financiers vous suggèrent de vous verser à vous-même de 5 à 10 % de votre salaire net à des fins d'économie tels les régimes d'épargne-retraite et d'autres investissements tels les fonds de placement. Une fois que vous vous êtes payé, utilisez le reste de votre revenu net pour vos dépenses.

Une bonne ligne directrice quant aux coûts totaux du logement est de 30 % de votre salaire net. Cela inclut tous les coûts tel le loyer ou les paiements d'hypothèques, les comptes de services publics (gaz, électricité, téléphone, etc.), les coûts de réparation et d'entretien, les taxes et tout le reste. Un budget qui prévoit plus de 30 % du revenu au logement peut entraîner des difficultés financières pour une famille.

Communications	✓ Résolution
✓ Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Le fonds d'appoint ou « le fonds de caisse » d'une boutique de cadeaux au début de la journée est le suivant

Billets	Pièces
1 × 20 \$	8 × 0,25 \$
3 × 5 \$	9 × 1,00 \$
	2 × 2,00 \$

L'argent en caisse à la fin du jour d'affaire est le suivant :

Billets	Pièces
4 × 20 \$	50 × 0,25 \$
14 × 10 \$	20 × 0,10 \$
20 × 5 \$	41 × 0,05 \$
	20 × 2 \$
	15 × 1,00 \$

Le ruban de caisse enregistreuse indique des recettes totales de la journée comme suit :

Date :	30 novembre 1999
Ventes au comptant :	331,55 \$
Reçu sur compte :	20,00 \$
Comptant payé :	10,00 \$

Préparez la preuve de caisse quotidienne à l'aide d'un formulaire de preuve de caisse :

Preuve de caisse
Date : _____
N° de caisse : _____
Ventes au comptant :
Reçu sur compte :
Argent total reçu :
Moins : Argent payé
Argent net reçu :
Argent dans le tiroir :
Moins : Fonds d'appoint
Argent net reçu :

Ressource imprimée

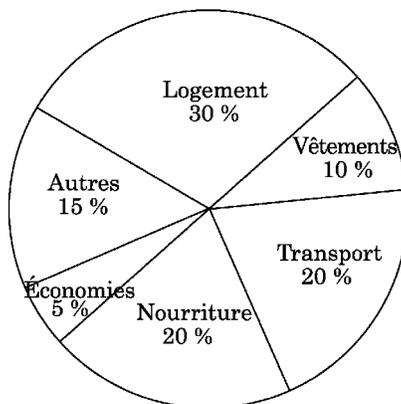
*Mathématiques pré-calcul
secondaire 3, Cours
destiné à l'enseignement à
distance*
– Module 6, Leçon 7

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

F-3 résoudre des problèmes de budget, en utilisant des représentations graphiques et des tableaux pour communiquer les solutions

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• résoudre des problèmes de budget (suite)



Exemple 1

Le salaire net d'un employé d'une compagnie de téléphone est de 32 500 \$. À l'aide des pourcentages indiqués dans le graphique, calculez les montants qui devraient être affectés à chacun des postes dans un budget.

Solution

Logement	$32\ 500 \$ \times 30 \% =$	9 750 \$
Vêtements	$32\ 500 \$ \times 10 \% =$	3 250 \$
Transport	$32\ 500 \$ \times 20 \% =$	6 500 \$
Nourriture	$32\ 500 \$ \times 20 \% =$	6 500 \$
Économies	$32\ 500 \$ \times 5 \% =$	1 625 \$
Autres	$32\ 500 \$ \times 15 \% =$	4 875 \$
Total	=	32 500 \$

La première étape au moment de l'établissement d'un budget est d'évaluer exactement votre revenu. Vous devez faire attention de ne pas surestimer votre revenu. Autrement, cela invalidera le reste du budget.

On peut catégoriser le **revenu** dans l'une des trois grandes catégories suivantes :

1. Revenu régulier - Il s'agit de votre revenu net après retenues. N'oubliez pas que le revenu brut est toujours avant retenues. C'est pour cette raison qu'il est nécessaire de fonder votre budget sur votre revenu net réel.

✓ Communications	✓ Résolution
Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

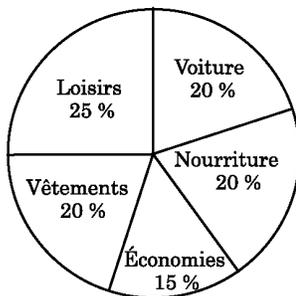
Projets

1. Recherchez et calculez les coûts d'exploitation d'une voiture pendant une année. Décidez de la façon de classer chaque coût, de la façon de recueillir les données et de la façon d'afficher les résultats.
2. En tant que projet, préparez un budget mensuel pour l'une des possibilités suivantes :
 - a) une famille
 - b) une personne précise p. ex., Wayne Gretzky
 - c) une école
 - d) une vacance
 - e) un voyage de pêche/chasse/de magasinage
 - f) une municipalité

Problème

Le diagramme illustre le budget mensuel de Julie qui est de 1 200 \$. Elle veut emménager dans son propre appartement, qui coûte 450 \$ par mois. Préparez un nouveau budget qui inclura son loyer. Expliquez les choix et les modifications que Julie pourrait faire.

Budget mensuel de Julie Barne



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

F-3 résoudre des problèmes de budget, en utilisant des représentations graphiques et des tableaux pour communiquer les solutions

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• résoudre des problèmes de budget (suite)

2. Revenu additionnel - Il s'agit de tout revenu que vous vous attendez à recevoir sur une base régulière, par exemple :

- prestations fiscales pour enfants;
- pensions;
- prestations d'assurance;
- paiements d'intérêt.

3. Autre revenu - Cela comprend des articles tels :

- des primes;
- des pourboires et des gratifications;
- des paiements de temps supplémentaire;
- des remboursements d'impôt.

Pour estimer vos **dépenses**, analysez vos habitudes actuelles de dépenses courantes. Ces dépenses sont réparties dans deux grandes catégories :

1. Dépenses fixes - Les dépenses fixes sont des montants précis qui doivent être payés à des intervalles réguliers. Ils ne changeront pas d'un mois à l'autre. Des exemples de dépenses mensuelles fixes comprennent les paiements d'hypothèque ou de loyer, le téléphone et l'électricité.

Il y a des dépenses annuelles telle l'Autopac, l'assurance-habitation et les taxes foncières qui sont habituellement payées une fois par année. Le coût de ces articles peut être étalé sur 12 mois si vous voulez les inclure dans un budget mensuel. Il peut y avoir également des dépenses mensuelles tels les paiements de carte de crédit et les remboursements de prêts.

2. Dépenses variables - Les dépenses variables sont des dépenses qui varient d'un mois à l'autre. Des dépenses telles la nourriture, les vêtements, les loisirs et l'entretien de l'automobile varieront.

Fonds de réserve - Les économies sont une partie du budget qui est souvent négligé. Les planificateurs financiers vous suggèrent d'établir une réserve d'argent correspondant au salaire de deux mois pour faire face aux dépenses imprévues qui pourraient survenir. Si vos dépenses au cours d'un mois donné dépassent le revenu mensuel, le fonds de réserve sera diminué en conséquence.

On peut établir les **budgets** sur une base hebdomadaire, bihebdomadaire, mensuelle ou annuelle. On recommande de préparer un budget pour qu'il corresponde à votre période de paye. Dans la présente leçon, tous les budgets seront préparés sur une base mensuelle.

– suite

✓ Communications	✓ Résolution
Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

F-3 résoudre des problèmes de budget, en utilisant des représentations graphiques et des tableaux pour communiquer les solutions
– *suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• résoudre des problèmes de budget (suite)

Lorsque vous préparez un budget, effectuez les étapes suivantes :

- Déterminez votre revenu mensuel moyen;
- Déterminez vos dépenses variables et fixes mensuelles;
- Déterminez un fonds de réserve;
- Préparez un état budgétaire mensuel.

Exemple 2

Allan Smythe, un adjoint d'administration, reçoit un salaire de 450 \$ par semaine. Après les retenues effectuées par l'employeur sur son salaire hebdomadaire brut, son salaire hebdomadaire net est de 360 \$ par semaine. Sa femme reçoit une prestation fiscale pour enfants de 52,25 \$ par mois pour deux enfants.

Les dépenses fixes comprennent :

- a) une maison à l'égard de laquelle les paiements d'hypothèque sont de 425 \$ par mois;
- b) les paiements à l'égard d'un prêt auto de 180 \$ par mois;
- c) un compte de téléphone mensuel moyen de 9,60 \$;
- d) un compte d'électricité mensuel moyen de 70,00 \$;
- e) des primes d'assurance-automobile annuelles de 258,00 \$;
- f) une prime d'assurance-vie annuelle de 240,00 \$;
- g) une assurance-habitation annuelle à l'égard d'une maison de 40 000 \$ en fonction d'un taux de prime de 0,42 \$ par tranche de 100 \$ d'assurance;
- h) Les impôts fonciers
La maison est évaluée aux fins de l'impôt foncier à 13 000 \$ et le taux par mille est de 54 millièmes.

La famille estime ses dépenses variables comme suit :

- a) épiceries : 400 \$ par mois;
- b) vêtements : 480 \$ par année;
- c) entretien de l'auto : 300 \$ par année;
- d) essence : 70 \$ par mois;
- e) loisirs : 450 \$ par année;
- f) vacances : 600 \$ par année;
- g) journaux et périodiques : 90 \$ par année.

Préparez un budget mensuel pour la famille Smythe pour le mois de juin.

✓ Communications	✓ Résolution
Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

– *suite*

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

F-3 résoudre des problèmes de budget, en utilisant des représentations graphiques et des tableaux pour communiquer les solutions

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• résoudre des problèmes de budget (suite)

Exemple 2 - suite

Solution

Remarques

1. Par souci d'uniformité, dès que le salaire net d'une personne est versé hebdomadairement, ce montant devrait être multiplié par 52 puis divisé par 12 pour obtenir le revenu mensuel moyen.
2. La même logique s'appliquerait à toutes les dépenses qui sont payées sur une base hebdomadaire.
3. Toutes les dépenses annuelles devraient être divisées par 12 pour obtenir la dépense mensuelle moyenne.

Le formulaire de budget rempli pour la famille Smythe est illustré à la page suivante. On trouve ci-après des explications relatives à ce formulaire.

Explications

$$\text{Salaire net mensuel : } \frac{360 \$ \times 52}{12} = 1\,560 \$$$

$$\text{Allocations familiales mensuelles : } 52,25 \$$$

$$\text{Assurance-auto mensuelle : } \frac{258,00 \$}{12} = 21,50 \$$$

$$\text{Assurance-vie mensuelle : } \frac{240,00 \$}{12} = 20,00 \$$$

$$\text{Assurance-habitation : } \frac{40\,000 \$}{100} \times 0,42 = \frac{168}{12} = 14,00 \$$$

$$\text{Impôt foncier : } \frac{13\,000 \$}{1000} \times 54 = \frac{702}{12} = 58,50 \$$$

$$\text{Vêtements : } \frac{480 \$}{12} = 40 \$$$

$$\text{Entretien de l'auto : } \frac{300 \$}{12} = 25 \$$$

$$\text{Loisirs : } \frac{450 \$}{12} = 37,50 \$$$

$$\text{Vacances : } \frac{600 \$}{12} = 50,00 \$$$

$$\text{Journaux : } \frac{90 \$}{12} = 7,50 \$$$

$$\text{Fonds de réserve : } \frac{2 \times 1\,612,25 \$}{12} = 268,71 \$$$

✓ Communications	✓ Résolution
Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Le revenu net de Tony Hill est de 445,75 \$ par semaine. Sa femme, Nathalie, a un revenu hebdomadaire net de 337,75 \$. La famille reçoit une prestation fiscale mensuelle pour enfants qui s'élève à 36,75 \$ par enfant, pour leurs deux enfants. Les dépenses de la famille comprennent :

a) paiement d'hypothèque mensuel	715,40 \$
b) paiement d'auto mensuel	206,10 \$
c) compte de téléphone mensuel moyen	23,00 \$
d) total des services publics pour le mois	305,20 \$
e) prime d'assurance-auto annuelle	610,00 \$
f) la maison est évaluée aux fins de l'impôt foncier à 40 000 \$; le taux par mille est de 60 millièmes	
g) assurance-habitation (prime annuelle)	249,40 \$
h) paiement mensuel de l'embarcation	230,00 \$
i) nourriture (moyenne par mois)	560,00 \$
j) dépenses en vêtements par année	830,00 \$
k) entretien moyen de l'auto par mois	35,00 \$
l) essence par mois	120,00 \$
m) divertissement par année	2 600,00 \$
n) vacances annuelles	2 000,00 \$
o) journaux et périodiques (par année)	250,00 \$
p) paiement mensuel moyen des cartes de crédit	200,00 \$
q) dépenses en cadeaux par année	500,00 \$
r) gardiennage (moyenne par année)	400,00 \$

Préparez un budget mensuel estimatif pour la famille Hill.

– suite

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• résoudre des problèmes de budget (suite)

Exemple 2 - suite

Solution - suite

1. Revenu		5. Finances personnelles	
a) Revenu mensuel régulier	<u>1560,00</u> \$	a) Prêt personnel	_____ \$
b) Revenu mensuel rég. du conjoint	_____ \$	b) Placements	_____ \$
c) Revenu additionnel	<u>52,25</u> \$	c) REÉR*	_____ \$
d) Autre revenu	_____ \$	d) Assurance-vie	<u>20,00</u> \$
Revenu total mensuel #1	<u>1612,25</u> \$	e) Oeuvres de charité	_____ \$
2. Dépenses de logement		f) Paiements de carte de crédit	_____ \$
a) Hypothèque ou loyer	<u>425,00</u> \$	g) Frais de service	_____ \$
b) Impôt foncier	<u>58,50</u> \$	h) Économies**	<u>268,71</u> \$
c) Assurance-habitation	<u>14,00</u> \$	i) Autres finances personnelles	_____ \$
d) Réparations/entretien	_____ \$	Finances personnelles - Total #5	<u>288,71</u> \$
e) Autres dépenses de logement	_____ \$	6. Dépenses personnelles	
Dépenses totales de logement #2	<u>497,50</u> \$	a) Épiceries	<u>400,00</u> \$
3. Services publics		b) Vêtements	<u>40,00</u> \$
a) Électricité	<u>70,00</u> \$	c) Divertissement	<u>37,50</u> \$
b) Gaz	_____ \$	d) Cadeaux	_____ \$
c) Téléphone	<u>9,60</u> \$	e) Vacances	<u>50,00</u> \$
d) Eau	_____ \$	f) Autres dépenses personnelles	<u>7,50</u> \$
e) Autre	_____ \$	Dépenses personnelles - Total #6	<u>535,00</u> \$
Services publics - Total #3	<u>79,60</u> \$	7. Autres dépenses	
4. Transports		a)	_____ \$
a) Transport en commun	_____ \$	b)	_____ \$
b) Prêt auto	<u>180,00</u> \$	c)	_____ \$
c) Essence pour l'auto	<u>70,00</u> \$	Autres dépenses - Total #7	_____ \$
d) Entretien de l'auto	<u>25,00</u> \$	Dépenses mensuelles totales #8	<u>1697,31</u> \$
e) Assurance-auto	<u>21,50</u> \$	Revenu moins dépenses (#1 – #8) #9	<u>(-85,06)</u> \$
f) Autres transports	_____ \$	Commentaires :	
Total - Transport #4	<u>296,50</u> \$		

* Remarque 1 : Les analystes financiers disent que les cotisations à un REÉR devraient commencer tôt.

** Remarque 2 : Les analystes financiers disent qu'un fonds de réserve de deux ou trois mois de revenu devrait être établi en vue des situations d'urgence. De façon générale, il pourrait falloir plusieurs années pour accumuler un fonds de réserve. Calcul aux fins du fonds de réserve : Calculez deux mois de revenu et divisez par le nombre de mois qu'il faudra pour l'atteindre.

L'inscription des économies est pour le fonds de réserve. La famille Smythe est en situation déficitaire. Cela signifie qu'elle dépense plus d'argent qu'elle n'en reçoit. Par conséquent, elle doit réduire son paiement pour le fonds de réserve et le faire passer de 268,71 \$ à 183,65 \$ en utilisant la formule : Paiement pour le fonds de réserve – Déficit = Nouveau paiement de réserve.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème (suite)

1. Revenu		5. Finances personnelles	
a) Revenu mensuel régulier	_____ \$	a) Prêt personnel	_____ \$
b) Revenu mensuel rég. du conjoint	_____ \$	b) Placements	_____ \$
c) Revenu additionnel	_____ \$	c) REÉR*	_____ \$
d) Autre revenu	_____ \$	d) Assurance-vie	_____ \$
Revenu total mensuel	#1 _____ \$	e) Oeuvres de charité	_____ \$
2. Dépenses de logement		f) Paiements de carte de crédit	_____ \$
a) Hypothèque ou loyer	_____ \$	g) Frais de service	_____ \$
b) Impôt foncier	_____ \$	h) Économies**	_____ \$
c) Assurance-habitation	_____ \$	i) Autres finances personnelles	_____ \$
d) Réparations/entretien	_____ \$	Finances personnelles - Total	#5 _____ \$
e) Autres dépenses de logement	_____ \$	6. Dépenses personnelles	
Dépenses totales de logement	#2 _____ \$	a) Épiceries	_____ \$
3. Services publics		b) Vêtements	_____ \$
a) Électricité	_____ \$	c) Divertissement	_____ \$
b) Gaz	_____ \$	d) Cadeaux	_____ \$
c) Téléphone	_____ \$	e) Vacances	_____ \$
d) Eau	_____ \$	f) Autres dépenses personnelles	_____ \$
e) Autre	_____ \$	Dépenses personnelles - Total	#6 _____ \$
Services publics - Total	#3 _____ \$	7. Autres dépenses	
4. Transports		a)	_____ \$
a) Transport en commun	_____ \$	b)	_____ \$
b) Prêt auto	_____ \$	c)	_____ \$
c) Essence pour l'auto	_____ \$	Autres dépenses - Total	#7 _____ \$
d) Entretien de l'auto	_____ \$	Dépenses mensuelles totales	
e) Assurance-auto	_____ \$	Dépenses mensuelles totales	#8 _____ \$
f) Autres transports	_____ \$	Revenu moins dépenses (#1 – #8)	
Total - Transport	#4 _____ \$	#9 _____ \$	
Commentaires :			

* Remarque 1 : Les analystes financiers disent que les cotisations à un REÉR devraient commencer tôt.

** Remarque 2 : Les analystes financiers disent qu'un fonds de réserve de deux ou trois mois de revenu devrait être établi en vue des situations d'urgence. De façon générale, il pourrait falloir plusieurs années pour accumuler un fonds de réserve. Calcul aux fins du fonds de réserve : Calculez deux mois de revenu et divisez par le nombre de mois qu'il faudra pour l'atteindre.

L'inscription des économies est pour le fonds de réserve. La famille Smythe est en situation déficitaire. Cela signifie qu'elle dépense plus d'argent qu'elle n'en reçoit. Par conséquent, elle doit réduire son paiement pour le fonds de réserve et le faire passer de 268,71 \$ à 183,65 \$ en utilisant la formule : Paiement pour le fonds de réserve – Déficit = Nouveau paiement de réserve.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

F-4 tracer et décrire les données de forme exponentielle, en utilisant les échelles appropriées

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

· résoudre des problèmes concernant des données de forme exponentielle

Fonction exponentielle

Une fonction $f(x) = ab^x$ où a et b sont des nombres réels de sorte que $a \neq 0$, $b > 0$ et $b \neq 1$ et $x \in \mathbb{R}$ est une fonction exponentielle. Le domaine est $]-\infty, \infty[$.

Exemple

La croissance de la valeur d'un REÉR de 7 000 \$ est la suivante :

Durée (années)	Valeur (\$)
0	7 000
1	7 630
2	8 316
3	9 065
4	9 881
5	10 770

Tracez ces données à l'aide de la technologie graphique. Estimez le temps nécessaire pour que le REÉR atteigne 14 000 \$, et déterminez la valeur du REÉR après 12 ans.

Solution (Calculatrice graphique T1-83)

1. Effacer les données

- Pour entrer des données dans les listes, appuyez sur **STAT** **1** pour mettre les listes en forme.
- Les données déjà entrées dans les listes doivent être éliminées. Pour vider une liste, placez le curseur au début de la liste sur le symbole L1. Appuyez sur **CLEAR** puis sur **▼**. Cela vide L₁. Répétez cette procédure pour L₂ afin de la vider.

2. Entrer des données

- Utilisez le curseur pour vous déplacer dans la première cellule de L₁.
- Entrez 0 et appuyez sur **ENTER** pour vous déplacer vers le bas jusqu'à la cellule suivante. Continuez d'entrer le reste des données pour L₁. Une fois la dernière entrée faite, utilisez la flèche de droite **▶** pour déplacer le curseur dans la prochaine cellule de L₂.
- Entrez les données dans L₂.



- | | |
|-------------------------|------------------------|
| ✓ Communications | Résolution |
| Connexions | Raisonnement |
| Estimation et | ✓ Technologie |
| Calcul Mental | ✓ Visualisation |

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Problème

Modèle de décroissance exponentielle

De 1980 à 1990, le nombre d'éléphants vivant en Afrique a diminué de 7 % par année. Il y avait environ 1 200 000 éléphants en Afrique en 1980.

a) Complétez le tableau illustrant le nombre d'éléphants pour chaque année et esquissez la représentation graphique des résultats.

Durée (Années)	1980										1990
Nombre d'éléphants	1 200 000										

b) En supposant que le nombre d'éléphants en Afrique continuera de diminuer, utilisez la représentation graphique pour estimer le nombre d'éléphants en Afrique en l'an 2000.

NOTES

Ressource imprimée

*Mathématiques pré-calcul
secondaire 3, Cours
destiné à l'enseignement à
distance*

– Module 6, Leçon 8

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

F-4 tracer et décrire les données de forme exponentielle, en utilisant les échelles appropriées
– *suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• résoudre des problèmes concernant des données de forme exponentielle (suite)

Exemple - suite

Solution - suite

3. Pour illustrer le diagramme de dispersion

- Appuyez sur **2nd** **Y=** **ENTER** pour accéder au menu des diagrammes de dispersion. Utilisez vos touches de flèche et la touche **ENTER** pour sélectionner. Activez Plot 1. Choisissez le premier type de tracé. Xlist: L₁ et Ylist: L₂ signifie que vous voulez un diagramme de dispersion avec la Xlist sous L₁ et la Ylist sur L₂. Choisir le premier marqueur de chaque point signifie que les points s'afficheront comme des carrés.
- Pour s'assurer que toutes les données entrent dans la fenêtre, appuyez sur **ZOOM** **9** pour régler la bonne fenêtre pour ces données.
- Appuyez sur **GRAPH** pour voir ce diagramme de dispersion.

4. Pour illustrer la droite de régression

- Appuyez sur **STAT** **▶** pour obtenir le menu avec la liste des techniques de régression.
- Appuyez sur **0** pour 0: ExpReg et appuyez sur **ENTER**. Un autre écran avec ExpReg s'affiche.
- Appuyez sur **ENTER** pour effectuer le calcul. L'équation s'affichera ($y = ab^x$) avec les valeurs de a et de b .
- L'équation devrait être collée au premier endroit disponible, p. ex., (Y₁).
- Appuyez sur **Y=** **VARS** **5** **▶** **▶** **ENTER** pour coller l'équation exponentielle dans le registre de fonctions. Vous verrez maintenant cette équation dans votre registre de fonctions.
- Appuyez sur **GRAPH** pour voir le graphique exponentiel et le diagramme de dispersion en même temps.

✓ Communications	Résolution
Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

– *suite*

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Représentez graphiquement la population mondiale sur l'axe vertical et la date sur l'axe horizontal. Utilisez la représentation graphique pour prédire la date à laquelle la population a atteint 4 milliards de personnes et pour prédire la population actuelle du monde.

Date	Population
1650	500 000 000
1850	1 100 000 000
1930	2 000 000 000
1950	2 500 000 000
1970	3 600 000 000
1988	5 100 000 000

Utilisez un chiffrier ou une calculatrice pour produire les points de données.

2. Modèle de croissance exponentielle

La valeur des terrains a augmenté de 8 % par année au cours des 5 dernières années. Supposez que la valeur continuera d'augmenter à ce rythme. La valeur actuelle du terrain est de 50 000 \$.

- a) Produisez des points de données pour les dix années suivantes et esquissez ou représentez graphiquement les résultats.
- b) Décrivez la représentation graphique et utilisez-la pour estimer
 - la valeur du terrain après 12 ans
 - la durée nécessaire pour que la valeur du terrain atteigne 100 000 \$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

F-4 tracer et décrire les données de forme exponentielle, en utilisant les échelles appropriées
– suite

✓ Communications	Résolution
Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Mathématiques Mentales	✓ Visualisation

F-5 résoudre des problèmes de placement et de crédit concernant l'intérêt simple et composé

Communications	✓ Résolution
✓ Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	Visualisation

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• résoudre des problèmes concernant des données de forme exponentielle (suite)

Exemple - suite

Solution - suite

5. Ajuster la fenêtre

- Appuyez sur **WINDOW**.
- Réglez $X_{\min} = 0$ ou 1
 $X_{\max} = 15$
 $X_{\text{scl}} = 1$
 $Y_{\min} \approx 6000$
 $Y_{\max} \approx 15\ 000$
 $Y_{\text{scl}} \approx 1000$

6. Appuyez sur **TRACE** et utilisez la flèche droite  et la flèche gauche  pour trouver votre solution sur la représentation graphique.

- a) Trouvez la coordonnée de x (temps), lorsque la coordonnée de y est égale à 14 000.
- b) Lorsque $x = 12$, trouvez la coordonnée correspondante de y .

• Calculez l'intérêt simple à l'aide de la formule $I = Cit$

Les institutions financières empruntent et prêtent de l'argent. Lorsque vous placez de l'argent dans une institution financière, vous lui prêtez de l'argent pour une période de temps. L'institution financière prête votre argent à des personnes qui en ont besoin. Ces personnes paient un intérêt sur l'argent qu'elles empruntent. Le taux d'intérêt qu'elles paient à l'institution financière est supérieur au taux d'intérêt que vous recevez de la même institution en retour du placement de votre argent.

La formule mathématique pour calculer l'intérêt simple est

$I = Cit$, où

I = intérêt

C = capital ou valeur actuelle, qui est le montant investi ou emprunté

i = taux d'intérêt annuel

t = durée en années

Remarque : La durée doit toujours être en années. Si t est donné en mois, divisez par 12 et s'il est donné en jours, divisez par 365.

VALEUR FINALE = CAPITAL + INTÉRÊT

$\therefore VF = C + Cit = C(1 + it)$

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Projet

Produisez un rapport d'enquête sur l'utilisation d'Internet pour acheter de la marchandise. On devrait mettre un accent particulier sur les répercussions de l'utilisation d'une carte de crédit sur Internet.

Ressource imprimé

*Mathématiques pré-calcul
secondaire 3, Cours
destiné à l'enseignement à
distance*
– Module 6, Leçon 6

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

F-5 résoudre des problèmes de placement et de crédit concernant l'intérêt simple et composé
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• calculer l'intérêt simple à l'aide de la formule $I = Cit$ (suite)

Exemple

Complétez le tableau suivant.

Capital	Taux	Durée	Intérêt	Valeur finale
a) 3 000 \$	4 %	2 ans	_____	_____
b) 1 500 \$	3 1/2 %	_____ mo.	_____	1 508,75 \$
c) _____	10,5 %	6 mois	178,50 \$	_____
d) 650 \$	_____	75 jours	8,00 \$	_____
e) 800 \$	11 %	_____	44,00 \$	_____

Solution

$$a) I = Cit = 3\,000 \$ \times 4 \% \times 2 = 3\,000 \$ \times 0,04 \times 2 = 240 \$$$

$$VF = C + Cit = 3\,000 \$ + 240 \$ = 3\,240 \$$$

$$b) I = \text{valeur finale} - \text{capital} = 1\,508,75 \$ - 1\,500 \$ = 8,75 \$$$

$$I = Cit$$

$$8,75 \$ = 1\,500 \$ \times 0,035 \times t$$

$$\frac{8,75}{1\,500 \times 0,035} = t \text{ (en années)}$$

$$0,1666666667 = \text{(en années)}$$

$$12 \times 0,1666666667 = \text{(en mois)}$$

$$2 \text{ mois} = t$$

$$c) I = Cit$$

$$178,50 \$ = C(0,1050) \left(\frac{6}{12} \right)$$

$$\frac{178,05}{(0,105) \left(\frac{1}{2} \right)} = C$$

$$C = 3\,400 \$$$

$$\text{valeur finale} = \text{capital} + \text{intérêt}$$

$$= 3\,400 \$ + 178,50 \$$$

$$VF = 3\,578,50 \$$$

Communications	✓ Résolution
✓ Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

F-5 résoudre des problèmes de placement et de crédit concernant l'intérêt simple et composé
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• calculer l'intérêt simple à l'aide de la formule $I = Cit$ (suite)

Exemple - suite

Solution - suite

d) $I = Cit$

$$8 = 650(i)\left(\frac{75}{365}\right)$$

$$\frac{8 \times 365}{(650)(75)} = i$$

$$0,059897 = i$$

$$6,0 \% = i$$

valeur finale = capital + intérêt

$$= 650 \$ + 8 \$$$

$$VF = 658 \$$$

e) $I = Cit$

$$44 = 800(0,11)t$$

$$\frac{44}{(800)(0,11)} = t$$

$$0,5 = t$$

$$\frac{1}{2} \text{ année} = 6 \text{ mois}$$

valeur finale = capital + intérêt ou $VF = C + I$

$$= 800 \$ + 44 \$$$

$$VF = 844 \$$$

• élaborer la formule exponentielle de l'intérêt composé

$$VF = C\left(1 + \frac{i}{k}\right)^{nk}$$

où

n = nombre d'années

k = nombre de périodes par année

i = taux d'intérêt annuel

C = capital

VF = valeur finale

L'intérêt composé est un pourcentage du solde qui est ajouté périodiquement au solde précédent, donnant un nouveau solde plus important. Chaque fois que l'intérêt est composé, le montant d'intérêt ajouté se fonde sur le plus récent solde. On dit souvent des versements d'intérêt composé qu'ils sont de l'intérêt payé sur de l'intérêt.

Communications	✓ Résolution
✓ Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. John fait un placement de 4 500 \$ dans une obligation qui paie un intérêt composé annuel de 6 %. Faites un tableau illustrant la valeur du placement pour 5 ans. Représentez graphiquement les données et estimez la valeur du placement après 9 ans.
2. La population actuelle d'une ville est de 2 000. On prévoit qu'elle connaîtra une croissance exponentielle de 3 % au cours des 10 prochaines années. Quelle est la population prévue au terme de cette période?
3. Déterminez le taux réel à l'égard d'un prêt de 3 000 \$, à un taux d'intérêt composé trimestriellement de 10 %.
4. Déterminez le taux réel à l'égard d'un prêt de 2 500 \$ à un taux composé semestriellement de 5 % par année.
5. Une banque offre un taux d'intérêt de 5 % par année composé annuellement. Une deuxième banque offre un taux d'intérêt de 5 % par année, composé trimestriellement. Si on déposait 6 000 \$ dans chacune des banques pour 10 ans, quel revenu supplémentaire retirerait-on de la deuxième banque par rapport à la première?
6. Trouvez un montant composé au terme de la période de 10 ans à l'égard d'un capital initial de 1 500 \$ à 4 % composé :
 - a) annuellement;
 - b) semestriellement;
 - c) trimestriellement;
 - d) mensuellement;
 - e) quotidiennement.
7. Calculez la valeur du placement et les intérêts obtenus après une période de temps donnée.
 - a) 6 000 \$ pour 4 ans à un taux composé mensuellement de 6 %
 - b) 500 \$ pendant 8 ans à un taux composé semestriellement de 4½ %
 - c) 4 500 \$ pendant 6 ans à un taux composé annuellement de 5 %
 - d) 900 \$ pendant 5 ans à un taux composé trimestriellement de 4 %

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

F-5 résoudre des problèmes de placement et de crédit concernant l'intérêt simple et composé
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• élaborer la formule exponentielle de l'intérêt composé

$$VF = C \left(1 + \frac{i}{k} \right)^{nk} \text{ (suite)}$$

Exemple 1

Si Jason a investi 1 000 \$ à un taux de 6 % par année composé annuellement (l'intérêt est calculé chaque année), calculez son intérêt au terme d'une période de quatre ans.

Période d'intérêt	$I = Cit$	Valeur finale \$
0		1 000,00
1	$I = 1\,000 \times 0,06 \times 1 = 60 \$$	1 060,00
2	$I = 1\,060 \times 0,06 \times 1 = 63,60 \$$	1 123,60
3	$I = 1\,123,60 \times 0,06 \times 1 = 67,42 \$$	1 191,02
4	$I = 1\,191,02 \times 0,06 \times 1 = 71,46 \$$	1 262,48

Pour trouver l'intérêt payé au cours de la première année, utilisez la formule $I = Cit$ où $C = 1\,000$, $i = 6\% = 0,06$, et $t = 1$. L'intérêt est de 60 \$. L'intérêt s'ajoute au capital pour vous donner le montant au bout de la première année. Par conséquent, $1\,000 \$ + 60 \$ = 1\,060 \$$. Le montant de 1 060 \$ devient le nouveau capital et on s'en sert pour calculer l'intérêt au cours de la deuxième année. Le processus se répète ainsi tel qu'on l'indique dans le tableau.

On peut parvenir à une généralisation à l'aide du tableau suivant :

Nombre de périodes d'intérêt	Calcul de l'intérêt	Valeur finale
0		P
1	$I = Pr$	$P + Pr = P(1 + r)$
2	$I = P(1 + r)r$	$P(1 + r) + P(1 + r)r = P(1 + r)(1 + r) = P(1 + r)^2$
3	$I = P(1 + r)^2r$	$P(1 + r)^2 + P(1 + r)^2r = P(1 + r)^2(1 + r) = P(1 + r)^3$
4	$I = P(1 + r)^3r$	$P(1 + r)^3 + P(1 + r)^3r = P(1 + r)^3(1 + r) = P(1 + r)^4$

Après n périodes, $VF = C(1 + i)^n$

Auparavant, on utilisait la formule $VF = C(1 + i)^n$ pour trouver le montant du placement à un taux, i , pour une période précise d'un an. L'intérêt était déterminé une fois par année, puis on l'ajoutait au capital aux fins de calcul de l'intérêt de l'année suivante. Il s'agissait d'un intérêt composé annuellement.

Communications	✓ Résolution
✓ Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Le problème suivant ou des problèmes semblables donnés aux élèves ou qui leur sont suggérés pourraient faire l'objet de recherches et être présentés par des groupes de deux ou trois élèves. Ils peuvent utiliser des chiffriers ou une calculatrice graphique pour préparer des tableaux à partir desquels ils tireraient leurs conclusions.

Problème

Paul vient de commencer un nouvel emploi dans un restaurant local et il veut acheter la voiture familiale pour 5 000 \$. Il a une obligation de 2 000 \$, mais il n'est pas certain s'il devrait l'encaisser et l'utiliser. Elle rapporte un intérêt composé trimestriellement de $7\frac{1}{4}$ %. Un emprunt à la banque lui coûtera 8 % par année, composé mensuellement. Il peut économiser de l'argent à un taux de 5 % composé mensuellement. Il estime qu'il peut payer 200 \$ par mois à l'égard d'un prêt auto. Que devrait-il faire?

Utilisez un chiffrier ou une calculatrice à affichage graphique pour l'aider à prendre sa décision.

Solution

Choix 1

Laisser l'obligation et emprunter 5 000 \$.
Prêt de 5 000 \$, paiement de 200 \$ par mois, intérêt de 8 % composé mensuellement (arrondi à 1 décimal près).

$$U_n = U_{n-1} \left(1 + \frac{0,08}{12} \right) - 200$$

n	U_n
0	5000
1	4833,30
2	4665,60
3	4496,70
4	4326,60
⋮	⋮
27	87,439
28	-112,78

Emprunt remboursé au 28^e paiement

Choix 2

Prêt de 3 000 \$, paiement de 200 \$ par mois

$$U_n = U_{n-1} \left(1 + \frac{0,08}{12} \right) - 200$$

n	U_n
0	3000
1	2820
2	2638,80
⋮	⋮
15	170,29
16	-28,58

Prêt remboursé au 16^e paiement.

– suite

NOTES

Multimédia

Ordinateurs avec chiffriers

ou

Calculatrices avec mode successif pour les itérations [T1-83]

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

F-5 résoudre des problèmes de placement et de crédit concernant l'intérêt simple et composé
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• élaborer la formule exponentielle de l'intérêt composé

$$VF = C \left(1 + \frac{i}{k} \right)^{nk} \text{ (suite)}$$

Exemple 1 - suite

Solution - suite

Supposez que vous investissez C dollars à un taux de 12 % composé semestriellement. Votre argent croît à raison de 6 % pour chaque demi-année. À la fin de l'année, vous avez $C(1,06)^2$ \$. Si l'intérêt était composé trimestriellement (4 fois par année), l'argent profiterait à raison de 3 % par trimestre. Au bout de l'année, vous avez $C(1,03)^4$. $C(1,02)^{12}$ indique que l'argent rapporte 1 % par mois pendant 12 mois. On peut mettre ces données dans un tableau pour illustrer le motif en cause lorsque le taux annuel de 12 % est composé différemment et que l'investissement est de 1 \$.

Période d'intérêt	Taux de croissance % par période	Facteur de croissance par période	Valeur finale $VF = C \left(1 + \frac{i}{k} \right)^{nk}$
Annuel	$\frac{12\%}{1} = 12\%$	$1 + \frac{0,12}{1}$	$1(1,12)^1 = 1,12$
Semestriel	$\frac{12\%}{2} = 6\%$	$1 + \frac{0,12}{2}$	$1(1,12)^2 = 1,1236$
Trimestriel	$\frac{12\%}{3} = 4\%$	$1 + \frac{0,12}{4}$	$1(1,03)^4 \approx 1,1255$
Mensuel	$\frac{12\%}{12} = 1\%$	$1 + \frac{0,12}{12}$	$1(1,01)^{12} \approx 1,1268$
Quotidien	$\frac{12\%}{365} = \frac{12}{365}\%$	$1 + \frac{0,12}{365}$	$1 \left(1 + \frac{0,12}{365} \right)^{360} \approx 1,275$

$$VF = C(1 + i)^n \text{ peut être adapté à } VF = C \left(1 + \frac{i}{k} \right)^{nk}$$

où VF = valeur finale de l'investissement (valeur future)

C = valeur actuelle ou capital

i = taux d'intérêt ou taux de croissance en pourcentage

n = nombre d'années

k = nombre de périodes de calcul de l'intérêt composé dans une année

Communications	✓ Résolution
✓ Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème (suite)

Solution - suite

Le choix 2 se termine 12 mois plus tôt.

Étant donné que le choix 2 permet de rembourser la dette au 16^e paiement, Paul peut mettre en banque 200 \$ par mois pour les 12 mois suivants qu'il lui aurait fallu pour rembourser la dette en vertu du choix 1.

$$U_n = U_{n-1} \left(1 + \frac{0,08}{12} \right) - 200$$

n	U _n
0	28,58
	⋮
	2 485,80 \$

Au bout de 28 mois, il aurait 2 485,80 \$ en banque en prenant le choix 2 [en utilisant son obligation].

S'il utilise le choix un, il a 112,78 \$ à la fin des 28 mois, plus son obligation qui vaut 2 000 \$:

$$A = 2000 \left(1 + \frac{0,0725}{4} \right)^{\frac{28}{4}} = 2267,97 \$$$

Donc le total est de 2 380,75 \$.

C'est 105,05 \$ de moins qu'il aurait s'il utilisait son obligation pour l'aider à payer la voiture.

Les élèves peuvent présenter leur recherche et leur conclusion et peut-être essayer le problème avec des taux différents.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

F-5 résoudre des problèmes de placement et de crédit concernant l'intérêt simple et composé
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• élaborer la formule exponentielle de l'intérêt composé

$$VF = C \left(1 + \frac{i}{k} \right)^{nk} \quad (\text{suite})$$

Exemple 2

Si l'argent est investi à un taux d'intérêt composé de 6 % semestriellement pendant 6 ans, trouvez le capital qui a été investi si la valeur finale est de 8 000 \$.

Solution

$$VF = 8000, i = \frac{0,06}{2}, n = 6$$

$$VF = C \left(1 + \frac{i}{k} \right)^{kn}$$

$$8000\$ = C \left(1 + \frac{0,06}{2} \right)^{6 \cdot 2}$$

$$\frac{8000\$}{(1,03)^{12}} = C$$

$$5611,04\$ = C$$

Le taux annuel réel est le montant d'intérêt simple qui est l'équivalent d'un taux d'intérêt composé pendant une année.

• calculer le coût d'un achat à tempéraments

Le prix à **tempéraments** est la somme du versement initial plus tous les versements à tempéraments. La différence entre le prix de vente au comptant et le prix à tempéraments est les **frais financiers** ou les **frais de crédit**. C'est l'équivalent du coût lié à l'emprunt d'argent.

Exemple 1

Un téléviseur se vend 899,99 \$, plus les taxes. Les modalités à tempéraments sont un versement initial de 250 \$ plus 125 \$ par mois pendant sept mois.

- a) Calculez le prix à tempéraments du téléviseur.
- b) Calculez les frais financiers ou frais de crédit.
- c) Calculez le taux en pourcentage en fonction duquel le prix à tempéraments est supérieur au prix de vente au comptant.

Communications	✓ Résolution
✓ Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Copiez et complétez le tableau suivant.

Prix de vente au comptant sans taxes	TVP	TPS	Prix de vente au comptant avec les taxes	Versement initial	Paiement mensuel	Mois	Prix à tempéraments	Frais financiers
a) 760 \$	_____	_____	_____	75 \$	110 \$	8	_____	_____
b) 279,98 \$	_____	_____	_____	_____	45 \$	6	355,00 \$	_____
c) 850 \$	_____	_____	_____	0 \$	80 \$	13	_____	_____
d) 1 195,99 \$	_____	_____	_____	130 \$	150 \$	_____	2 000 \$	_____

2. Calculez le taux en pourcentage par lequel le prix à tempéraments est supérieur au prix de vente au comptant pour les articles de la question 1.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

F-5 résoudre des problèmes de placement et de crédit concernant l'intérêt simple et composé
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• calculer le coût d'un achat à tempéraments (suite)

Exemple 1 - suite

Solution

Lorsque la taxe est demandée dans une question, supposez qu'il s'agit des deux taxes, la TVP (Taxe de vente provinciale) et la TPS (Taxe sur les produits et services). Au Manitoba, la TVP est de 7 %, la même que la TPS fédérale.

a) $TVP = 899,99 \$ \times 7\% = 63,00 \$$

$TPS = 899,99 \$ \times 7\% = 63,00 \$$

Prix de vente au comptant du téléviseur

$= 899,99 \$ + 63,00 \$ + 63,00 \$ = 1025,99 \$$

Prix à tempéraments = versement initial + paiements mensuels
× nombre de mois

$= 250 \$ + 125 \$ \times 7$

$= 250 \$ + 875 \$$

$= 1\ 125 \$$

b) Frais financiers ou frais de crédit

$= \text{prix à tempéraments} - \text{prix de vente au comptant}$

$= 1\ 125 \$ - 1\ 025,99 \$$

$= 99,01 \$$

c) Taux en pourcentage = $\frac{\text{frais financiers}}{\text{prix de vente au comptant}} \times 100$

$= \frac{99,01 \$}{1\ 025,99 \$} \times 100 = 9,7 \%$

• calculer le coût d'une police « Achetez maintenant, payez plus tard »

Une police ***Achetez maintenant, payez plus tard***, est un mode de paiement différé dans lequel les consommateurs ne paient pas leurs achats pendant une période de temps donnée. Au cours de cette période, ils ne paient pas non plus d'intérêt sur le montant à payer. Cependant, des entreprises peuvent exiger un intérêt sur les montants à payer à la fin de la période de temps précisée. Dans le cadre de ce régime, une entreprise exige habituellement que vous payez les taxes relatives à l'achat, les frais de livraison et un frais d'administration, qui est le montant qu'une entreprise demande à ses clients pour l'administration du régime. Le prix payez maintenant est souvent beaucoup plus bas que le prix payez plus tard.

Communications	✓ Résolution
✓ Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- F-5 résoudre des problèmes de placement et de crédit concernant l'intérêt simple et composé
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- calculer le coût d'une police « Achetez maintenant, payez plus tard »

Exemple

Le magasin Furniture Haven offre l'option « Achetez maintenant, payez plus tard ». Au moment des achats, les clients doivent payer les taxes (TPS et TVP), un frais de livraison et un frais d'administration. Les clients ont une période d'un an pour rembourser leurs achats. S'ils paient au cours de l'année, aucun frais d'intérêt n'est ajouté. Rosemarie a acheté un divan de cette compagnie en vertu d'un régime « Achetez maintenant, payez plus tard ». Le prix payez plus tard est de 899,95 \$ (plus les taxes). Si elle payait le divan au moment de l'achat, le prix pourrait être de 814,95 \$ (plus les taxes). Le frais d'administration est de 39,99 \$ et le frais de livraison est de 31 \$.

- Combien Rosemarie paiera-t-elle au moment de l'achat?
- Si Rosemarie rembourse le divan au cours de l'année, calculez le prix total payez plus tard du divan.
- Si Rosemarie paie le divan au moment de l'achat, calculez son prix total payez maintenant du divan.
- Calculez la différence entre le prix total payez plus tard et le prix total payez maintenant.
- Exprimez la différence dans les deux prix de la partie d) par rapport au prix total payez maintenant sous forme d'un taux en pourcentage.

Solution

$$\begin{aligned} \text{a) TVP} &= 899,95 \$ \times 7 \% = 53 \$ \\ \text{TPS} &= 899,95 \$ \times 7 \% = 63 \$ \end{aligned}$$

Au moment de l'achat, Rosemarie paiera le taxes, un frais de livraison et un frais d'administration.

∴ le montant payé au moment de l'achat en vertu du régime achetez maintenant, payez plus tard est de 63 \$ + 63,00 \$ + 31,00 \$ + 31,99 \$ = 196,99 \$.

$$\text{b) Le prix total payez plus tard} = 899,95 \$ + 63,00 \$ + 63,00 \$ + 31,00 \$ + 39,99 \$ = 1\ 096,94 \$$$

$$\text{c) Le prix total payez maintenant :} = 814,95 \$ + 57,05 \$ + 57,05 \$ + 31,00 \$ = 960,05 \$$$

$$\text{d) La différence entre le prix payez maintenant et payez plus tard est } 1\ 096,95 \$ - 960,05 \$ = 136,89 \$.$$

$$\text{e) \%} = \frac{\text{différence entre le prix payez maintenant et le prix payez plus tard}}{\text{Prix total payez maintenant}} \times 100$$

$$= \frac{136,89 \$}{960,05 \$} \times 100 = 14,3 \%$$

Communications	✓ Résolution
✓ Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. City Electronics offre à ses clients une option « Achetez maintenant, payez plus tard ». Quand ils utilisent cette option, les clients paient les taxes, un frais de livraison au moment de l'achat ainsi qu'un frais d'administration par article. Les clients ont six mois pour rembourser leurs achats. Ils ne paient aucun intérêt pendant cette période. Au bout de six mois, l'entreprise exige des clients qu'ils paient 2 % par mois du montant en souffrance.

Le premier octobre, Michel achète un téléviseur de cette entreprise pour la somme de 798,98 \$ (plus les taxes) dans le cadre du programme achetez maintenant, payez plus tard de la compagnie. Le prix achetez maintenant était de 729,98 \$ (plus les taxes). Il doit verser un frais d'administration de 49,99 \$ et un frais de livraison de 30 \$.

- a) Calculez le coût total pour Michel s'il rembourse son achat le 1^{er} mars de l'année suivante.
 - b) Calculez le coût total pour Michel s'il rembourse son achat le 1^{er} mai de l'année suivante.
 - c) Calculez le coût total pour Michel s'il avait payé son téléviseur au moment de l'achat.
 - d) Exprimez la différence entre les deux prix par rapport au prix total payé maintenant sous forme d'un pourcentage.
2. La compagnie Furniture Plus offre à ses clients un programme achetez maintenant, payez plus tard. Le client paie les taxes, un frais de livraison de 25 \$ et un frais d'administration de 40 \$ au moment de l'achat. Les clients ont une année pour rembourser leurs achats. Au bout de 12 mois, les clients doivent payer un intérêt de 2,25 % par mois sur tout montant en souffrance.

Lucie et Pierre achètent un ensemble de chambre à coucher pour la somme de 1 995,95 \$ (plus les taxes) en vertu du programme achetez maintenant, payez plus tard le 15 août. Combien paieront-ils si le montant total est remboursé le 15 septembre de l'année suivante?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

F-5 résoudre des problèmes de placement et de crédit concernant l'intérêt simple et composé
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• calculer le coût d'un achat à l'aide d'une carte de crédit

Lorsque vous utilisez une carte de crédit, vous recevez un relevé chaque mois énumérant vos opérations pour ce mois. Ce relevé indique le nouveau solde à rembourser ainsi que le solde mensuel minimum ou le montant minimum à payer. Le solde mensuel minimum est le montant que vous devez payer à une institution prêteuse pour garder votre compte en règle. Si vous ne payez pas le solde complet à la date d'échéance indiquée et vous payez plutôt le solde mensuel minimum, votre institution prêteuse exigera que vous payiez un intérêt à l'égard du solde à payer. Le taux d'intérêt est relativement élevé. Il peut varier entre 15 % et 25 % annuellement.

Exemple 1

Le relevé mensuel de Bill pour le mois de juin indique un solde antérieur de 874,25 \$. Il indique qu'au cours du mois, Bill a effectué un paiement au montant de 450 \$ et a acheté des biens pour une valeur de 462,50 \$. Déterminez le solde à payer, (les frais de crédit s'élèvent à 1,4 % du solde à payer), ainsi que le paiement mensuel minimum (au moins 5 % du solde de fermeture ou du solde à payer ou 10 \$, selon le montant le plus élevé).

Solution

$$\begin{aligned} \text{Solde à payer} &= \text{solde antérieur} - \text{paiement effectué} + \text{achats} \\ &\quad \text{imputés} \\ &= 874,25 \$ - 450 \$ + 462,50 \$ = 886,75 \$ \end{aligned}$$

$$\text{Frais de crédit} = \text{solde à payer} \times \text{taux du crédit mensuel}$$

$$\text{Frais de crédit} = 886,75 \$ \times 1,4 \% = 12,41 \$$$

$$\begin{aligned} \text{Nouveau solde} &= \text{Solde à payer} + \text{frais de crédit} \\ &= 886,75 \$ + 12,41 = 874,34 \$ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Paiement mensuel minimum} &= 5 \% \text{ du nouveau solde} \\ &= 5 \% \text{ de } 874,34 \$ \\ &= 43,72 \$ \end{aligned}$$

Étant donné que 43,72 \$ est un montant supérieur à 10 \$, le paiement mensuel minimum est de 43,72 \$.

Pour calculer un nouveau solde, soustrayez le montant mensuel du solde mensuel précédent, ajoutez les achats imputés pour obtenir le solde à payer. Calculez les frais de crédit pour obtenir le nouveau solde ou le solde de fermeture. Une façon de calculer le paiement mensuel minimum pour déterminer le montant le plus élevé - au moins 5 % du solde de fermeture ou 10 \$.

Communications	✓ Résolution
✓ Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Complétez le tableau ci-dessous afin de déterminer le coût du crédit quand on utilise un compte de crédit d'un grand magasin pour la période indiquée. Les frais de crédit mensuels sont de 1,4 % du solde à payer.

Mois	Solde précédent	- Paiement effectué	+ Achats	⇒ Solde à payer	+ Frais de crédit	⇒ Nouveau solde
février	314,65 \$	100,00 \$	193,75 \$		5,72 \$	414,12 \$
mars		150,00 \$	59,60 \$			
avril		140,00 \$	421,83 \$			618,62 \$
mai	618,62 \$	200,00 \$	39,65 \$			
juin		250,00 \$	58,11 \$			
juillet		150,00 \$	77,21 \$			
août	206,68 \$	120,00 \$	163,09 \$		3,50 \$	253,27 \$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

- F-5 résoudre des problèmes de placement et de crédit concernant l'intérêt simple et composé
– *suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• résoudre des problèmes concernant des prêts personnels

Un **prêt personnel** vous permet d'emprunter un montant précis d'argent d'une institution financière et de le rembourser au cours d'une certaine période de temps.

Le coût d'emprunt d'une institution financière dépend du taux d'intérêt, du terme (durée) du prêt ainsi que de la façon dont l'emprunt est remboursé. L'institution exige habituellement que le produit acheté à l'aide du prêt soit utilisé comme garantie. Les personnes peuvent choisir des prêts dont les taux d'intérêt sont fixes pour la durée ou des prêts dont le taux est variable.

La durée de l'emprunt est la période de temps au cours de laquelle les conditions du prêt sont en vigueur. Bien qu'une personne puisse choisir de prendre plus de temps pour rembourser ou amortir un prêt au complet, un prêt est négocié pour une durée pouvant atteindre jusqu'à cinq années. Au dernier jour d'un terme, un prêt doit être remboursé en entier ou renouvelé.

Le problème suivant concerne des prêts personnels à taux d'intérêt fixe. Les élèves peuvent utiliser les tables d'amortissement (voir la page suivante) ou une calculatrice à affichage graphique pour le résoudre.

Exemple

Jean a besoin d'un prêt personnel de 10 000 \$ pour rénover sa maison. Son institution financière lui offre un prêt de 3 ans à un taux fixe de 8,5 %.

- Combien est-ce que Jean paiera par mois pour rembourser le prêt?
- Combien est-ce que Jean paiera en intérêts au bout des trois années?

Solution

- Cette table donne les paiements mensuels nécessaires pour rembourser un emprunt de 1 000 \$, de 6 % à 14 %, et de 1 année à 5 années.

Descendez le long de la première colonne, sous taux annuel, jusqu'à ce que vous parveniez à 8,5 %. Alors, déplacez-vous le long de cette rangée jusqu'à ce que vous parveniez à 3 ans/mensuel. Le paiement mensuel exigé pour un prêt de 1 000 \$ est de 31,57 \$. Étant donné que l'emprunt de Jean est de 10 000 \$, alors le paiement mensuel est

$$\frac{10000\$}{1000\$} \times 31,57\$ = 315,70\$$$

- Étant donné que Jean rembourse l'emprunt en trois ans et qu'il y a 12 mois dans une année, il fait 36 paiements.

∴ le montant total payé au bout de 36 mois est

$$315,70 \$ \times 36 = 11\,365,20 \$$$

$$\text{L'intérêt est } 11\,365,20 \$ - 10\,000 \$ = 1\,365,20 \$$$

Communications	✓ Résolution
✓ Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Déterminez le taux d'intérêt annuel réel à l'égard d'un prêt de 1 000 \$ à 10 % par année, composé trimestriellement.
2. Calculez le montant composé après une année à l'égard d'un dépôt de 1 000 \$. Supposez le taux d'intérêt annuel nominal actuel lorsque l'intérêt est composé :
 - a) annuellement;
 - b) mensuellement;
 - c) quotidiennement.
3. Une caisse de crédit offre un taux d'intérêt de 8 % par année, composé annuellement. Une deuxième caisse de crédit offre un taux d'intérêt de 8 % par année, composé trimestriellement. Si on dépose 2 000 \$, pendant 10 ans, dans chaque caisse de crédit, quel revenu supplémentaire tirera-t-on de la deuxième caisse de crédit par rapport à la première?
4. Calculez l'intérêt payé à l'égard de diverses formes de crédit, notamment :
 - a) cartes de crédit;
 - b) emprunts;
 - c) hypothèques.
5. Un prêt de 5 000 \$ porte un taux d'intérêt de 9 % par année, composé mensuellement. Adèle effectue un paiement de 350 \$ chaque mois. Utilisez un chiffrier pour déterminer quel montant elle doit encore après avoir effectué 12 paiements.
6. Comparez deux investissements dans un régime d'épargne retraite pendant un an, les cotisations ayant commencé le 1^{er} janvier.
 - a) 100 \$ est investi mensuellement à un taux de 10 % par année, composé mensuellement.
 - b) 600 \$ est investi semestriellement à un taux de 10 % par année, composé semestriellement.

**RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS**

F-5 résoudre des problèmes de placement et de crédit concernant l'intérêt simple et composé
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• résoudre des problèmes concernant des prêts personnels (suite)

Exemple - suite

Solution - suite

Période d'amortissement					
Paielement mensuel par tranche de 1 000 \$ d'un prêt					
Taux annuel	1 an mensuel	2 ans mensuel	3 ans mensuel	4 ans mensuel	5 ans mensuel
6,00 %	86,07 \$	44,33 \$	30,43 \$	23,49 \$	19,34 \$
6,25 %	86,18 \$	44,44 \$	30,54 \$	23,61 \$	19,46 \$
6,50 %	86,30 \$	44,56 \$	30,66 \$	23,72 \$	19,57 \$
6,75 %	86,41 \$	44,67 \$	30,77 \$	23,84 \$	19,69 \$
7,00 %	86,53 \$	44,78 \$	30,88 \$	23,95 \$	19,81 \$
7,25 %	86,64 \$	44,89 \$	31,00 \$	24,07 \$	19,93 \$
7,50 %	86,76 \$	45,01 \$	31,11 \$	24,19 \$	20,05 \$
7,75 %	86,87 \$	45,12 \$	31,23 \$	24,30 \$	20,16 \$
8,00 %	86,99 \$	45,24 \$	31,34 \$	24,42 \$	20,28 \$
8,25 %	87,10 \$	45,34 \$	31,45 \$	24,53 \$	20,40 \$
8,50 %	87,22 \$	45,46 \$	31,57 \$	24,65 \$	20,52 \$
8,75 %	87,34 \$	45,57 \$	31,68 \$	24,71 \$	20,64 \$
9,00 %	87,45 \$	45,68 \$	31,80 \$	24,89 \$	20,76 \$
9,25 %	87,57 \$	45,80 \$	31,92 \$	25,00 \$	20,88 \$
9,50 %	87,68 \$	45,91 \$	32,03 \$	25,12 \$	21,00 \$
9,75 %	87,80 \$	46,03 \$	32,15 \$	25,24 \$	21,12 \$
10,00 %	87,92 \$	46,14 \$	32,27 \$	25,36 \$	21,25 \$
10,25 %	88,03 \$	46,26 \$	32,38 \$	25,48 \$	21,37 \$
10,50 %	88,15 \$	46,38 \$	32,50 \$	25,60 \$	21,49 \$
10,75 %	88,27 \$	46,49 \$	32,62 \$	25,72 \$	21,62 \$
11,00 %	88,38 \$	46,61 \$	32,74 \$	25,85 \$	21,74 \$
11,25 %	88,50 \$	46,72 \$	32,86 \$	25,97 \$	21,87 \$
11,50 %	88,62 \$	46,84 \$	32,98 \$	26,09 \$	21,99 \$
11,75 %	88,73 \$	46,96 \$	33,10 \$	26,21 \$	22,12 \$
12,00 %	88,85 \$	47,07 \$	33,21 \$	26,33 \$	22,24 \$
12,25 %	88,97 \$	47,19 \$	33,33 \$	26,46 \$	22,37 \$
12,50 %	89,08 \$	47,31 \$	33,45 \$	26,58 \$	22,50 \$
12,75 %	89,20 \$	47,42 \$	33,57 \$	26,70 \$	22,63 \$
13,00 %	89,32 \$	47,54 \$	33,69 \$	26,83 \$	22,75 \$
13,25 %	89,43 \$	47,66 \$	33,81 \$	26,95 \$	22,88 \$
13,50 %	89,55 \$	47,78 \$	33,94 \$	27,08 \$	23,01 \$
13,75 %	89,67 \$	47,89 \$	34,06 \$	27,20 \$	23,14 \$
14,00 %	89,79 \$	48,01 \$	34,18 \$	27,33 \$	23,27 \$

Communications	✓ Résolution
✓ Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Jean demande un prêt personnel de 5 500 \$ pour acheter des meubles et des électroménagers. Son institution financière lui offre un prêt à taux fixe de $7\frac{3}{4}\%$ pour une durée de 5 ans.
 - a) Quel sera son paiement mensuel?
 - b) Combien paiera-t-il en intérêts sur la période de 5 ans?
 - c) Combien d'intérêts en moins paierait-il si le prêt était de 3 ans?

2. Julie veut rembourser ses soldes de cartes de crédit de 3 500 \$, 6 850 \$ et 1 775 \$. La banque A lui offre un taux fixe de 8% à l'égard d'un prêt de 4 ans et la banque B lui offre un taux fixe de $8\frac{1}{2}\%$ à l'égard d'une période de 4 ans. Quelle est la différence en intérêts au bout des quatre années entre les deux institutions financières?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

F-5 résoudre des problèmes de placement et de crédit concernant l'intérêt simple et composé
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• résoudre des problèmes concernant des prêts personnels (suite)

Exemple - suite

Solution - suite

Solution de rechange à l'aide de la T1-83 :

1. Réinitialisez les valeurs par défaut (vérifiez le manuel)

2. Appuyez sur (Finance) et choisissez 1: TVM Solver.

Entrez $N = 36$
 $1 \% = 8,5$
 $PV = 10000$
 $PMT = 0$
 $FV = 0$
 $P/Y = 12$
 $C/Y = 12$
 $PMT =$ choisissez

END doit être en surbrillance étant donné que vos paiements sont effectués à la fin du mois.

N est 36 parce qu'il y a 12 paiements par année pendant 3 ans. PV est entré comme nombre positif étant donné que 10 000 \$ est reçu d'une institution financière. Mettez le curseur sur le 0 de $PMT = 0$.

Appuyez sur

Le paiement est de 325,68 \$. C'est une valeur négative étant donné que vous la déboursez.

Pour déterminer le montant d'intérêt, retournez à l'écran de départ.

Quit

Appuyez sur (Finance) et déroulez pour choisir A : ΣInt ().

Entrez . La fonction A : ΣInt (1,36) calcule l'intérêt total de la période A jusqu'à la fin de la période B.

Appuyez sur .

Intérêt total = 1 364,31 \$

Communications	✓ Résolution
✓ Connections	Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	Visualisation

Unité G
Logique/Preuve

LOGIQUE/PREUVE

Dans cette unité, on s'attend à ce que les élèves puissent acquérir des connaissances dans les principes du raisonnement mathématique, qui servent à résoudre des problèmes ou à justifier des situations. L'accent est mis sur le processus de l'observation de données, de reconnaissance de motifs et d'émission de conjectures et de généralisations.

Les sujets comprennent :

- le raisonnement déductif et inductif;
- l'utilisation des connecteurs logiques tel « et », « ou » et « ni » dans la résolution de problèmes;
- la création de diagrammes de Venn;
- l'utilisation d'exemples et de contre-exemples pour analyser des conjectures;
- l'analyse d'énoncés « si...alors... »;
- la preuve d'assertions à l'aide du raisonnement direct et indirect.

Pratiques pédagogiques

Pour aider les élèves dans leur apprentissage, les enseignants devraient examiner les pratiques pédagogiques suivantes. Les enseignants devraient donner aux élèves des occasions :

- de mettre en application le raisonnement inductif et déductif dans une demande de renseignements scientifiques et mathématiques;
- d'examiner ou de dessiner des diagrammes de Venn;
- d'utiliser des contre-exemples ou des preuves;
- de faire la distinction entre un énoncé « si...alors... », sa réciproque et sa contraposé;
- de trouver des assertions à l'aide du raisonnement direct et indirect.

Matériel

- calculatrices à affichage graphique

Durée

- 12 heures

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

Résultat d'apprentissage
général

Mettre en application les principes du raisonnement mathématique pour résoudre des problèmes et pour justifier des situations

Résultat(s) d'apprentissage
spécifique(s)

G-1 faire la différence entre le raisonnement inductif et le raisonnement déductif

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• définir le raisonnement inductif

Le **raisonnement inductif** est le processus par lequel on trouve un principe général fondé sur la preuve de nombreux exemples précis. C'est le processus de l'observation de données, de la reconnaissance de motifs et de l'émission de généralisations à partir des observations. La plupart des recherches scientifiques et mathématiques commencent par le raisonnement inductif.

En géométrie, la plus grande partie du raisonnement se compose de trois étapes :

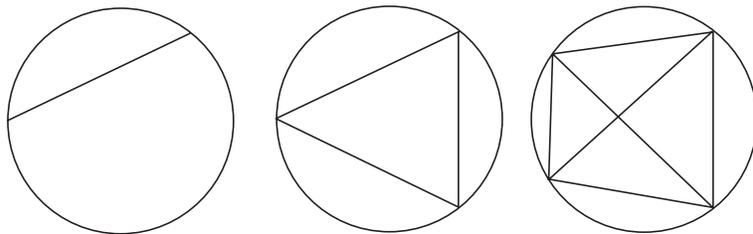
1. Cherchez un patron en utilisant plusieurs exemples pour déterminer si vous pouvez découvrir le patron.
2. Émettez une généralisation à l'aide de plusieurs exemples. On appelle cette généralisation une **conjecture**. Vous vérifiez alors à l'aide d'autres exemples afin de confirmer ou d'infirmer la conjecture.
3. Vérifiez que votre conjecture est vraie dans tous les cas en utilisant le raisonnement logique.

Lorsque vous utilisez les deux premières étapes, vous faites un raisonnement inductif de façon à former une conjecture. La troisième étape vérifie ou prouve la conjecture.

• utiliser le raisonnement inductif pour former une conjecture et pour prouver la conjecture

Exemple

Si deux points sont marqués sur la circonférence d'un cercle, on peut les joindre de façon à former une corde, qui divisera le cercle en deux régions. Si vous avez trois points, vous obtenez quatre régions. Ajoutez d'autres points et d'autres cordes et comptez le nombre maximal de régions que vous obtenez. Complétez le tableau.



Communications	Résolution
✓ Connections	✓ Raisonnement
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Ressources imprimées

*Mathématiques pré-calcul
secondaire 3, Exercices
cumulatifs et réponses*

*Mathématiques pré-calcul
secondaire 3, Solutions des
exercices cumulatifs*

*Mathématiques pré-calcul
secondaire 3, Cours
destiné à l'enseignement à
distance*
– Module 7, Leçon 1

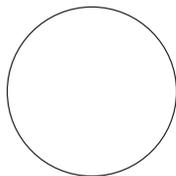
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

G-1 faire la différence entre le raisonnement inductif et le raisonnement déductif
– suite

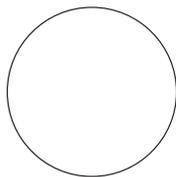
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• utiliser le raisonnement inductif pour former une conjecture et pour prouver la conjecture (suite)

Exemple - suite



Nombre de points	Nombre de régions
2	2
3	4
4	
5	



Émettez une conjecture à partir de vos résultats et vérifiez-la en dessinant toutes les cordes des six points et en formant le nombre maximal de régions. Comptez les régions.

Solution

Il semble que pour cinq points, le nombre de régions suit le patron $2^1, 2^2, 2^3, 2^4 \dots 2^n$. Mais dessinez le diagramme pour six points et comptez le nombre de régions.

Nombre de points	Nombre de régions
2	2
3	4
4	8
5	16
6	31

Remarquez que le raisonnement inductif vous donne seulement une conjecture que vous pouvez vérifier de façon plus approfondie. Dans le présent cas, la vérification pour six points vous dit que votre conjecture n'était pas correcte.

Communications	Résolution
✓ Connections	✓ Raisonnement
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Quel est le nombre maximal de régions qu'un cercle peut contenir en reliant n points sur le cercle?
2. Calculez le nombre de diagonales dans un octogone, compte tenu que le nombre de diagonales dans un polygone à n côtés est $\frac{1}{2}n(n-3)$.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

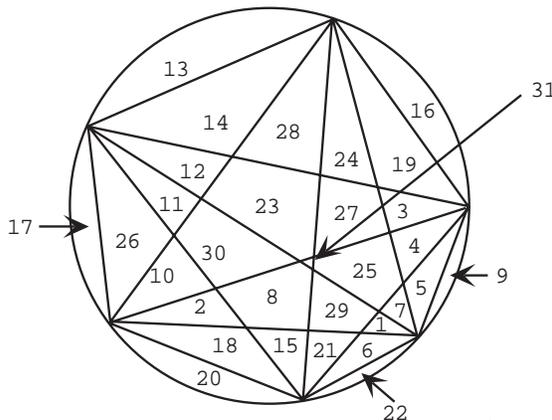
G-1 faire la différence entre le raisonnement inductif et le raisonnement déductif
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• utiliser le raisonnement inductif pour former une conjecture et pour prouver la conjecture (suite)

Exemple - suite

Solution - suite



(Cherchez le petit triangle quelque part au milieu.)

• définir le raisonnement déductif

Le **raisonnement déductif** est le processus de raisonnement à partir d'énoncés acceptés jusqu'à une conclusion. C'est le processus qui permet de démontrer que si certains énoncés sont acceptés comme étant vrais, alors on peut démontrer que d'autres énoncés découlent de ceux-là. Déduire signifie raisonner à partir de faits connus. Lorsqu'un théorème est démontré, une structure existante est utilisée pour déduire de nouvelles parties de la structure.

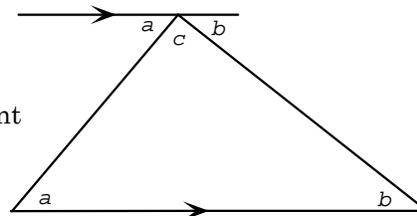
• utiliser le raisonnement déductif pour arriver à une conclusion à partir d'un fait connu ou de faits connus

Exemple 1

Démontrez par déduction que la somme des mesures a , b et c est 180° .

Solution

- a) Dessinez un triangle.
- b) Utilisez un côté comme base et dessinez un segment de droite parallèle sur le sommet opposé.



– suite

Communications	Résolution
✓ Connections	✓ Raisonnement
Estimation et Calcul Mental	Technologie Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Calcul mental

1. Parmi les exemples de raisonnement suivants, lesquels sont inductifs et lesquels sont déductifs?
 - a) Tous les étudiants du deuxième cycle du secondaire doivent s'inscrire à un cours d'anglais. Tracy est une étudiante et elle conclut donc qu'elle doit suivre le cours d'anglais.
 - b) Chaque fois que j'ai un match de hockey, j'ai un test le lendemain.
 - c) Quiconque aime jouer au badminton aime jouer au tennis. Jeff aime jouer au badminton. Nous en concluons qu'il aime jouer au tennis.
 - d) Le triangle ABC est un triangle équilatéral. Nous en concluons que $AB \cong AC$.
 - e) Dans le cadre d'un projet de statistique, Jeannine a compté le nombre de voitures de couleurs différentes qui sont passées devant son école en l'espace de 20 minutes. Plus de la moitié des voitures étaient rouges. Elle a décidé que le rouge est la couleur la plus populaire pour les voitures.
2. Parmi les conclusions ci-dessus, lesquelles sont valables?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

G-1 faire la différence entre le raisonnement inductif et le raisonnement déductif
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• utiliser le raisonnement inductif pour former une conjecture et pour prouver la conjecture (suite)

Exemple 1 - suite

Solution - suite

c) Utilisez le fait connu que $a = a$, $b = b$, et c est inclus dans les deux $\therefore a + b + c = 180^\circ$.

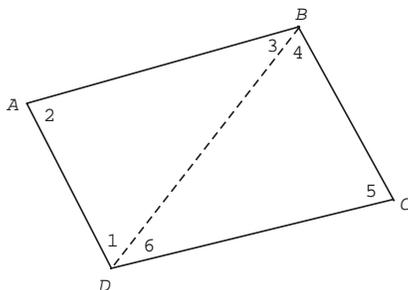
L'exemple ci-dessus peut également s'appliquer aux quadrilatères ou à n'importe quel autre polygone.

Exemple 2

Démontrez que la somme des angles d'un quadrilatère est 360° .

Solution

Dessinez un quadrilatère ABCD. Tracez la diagonale BD. Utilisez le fait **connu** que la somme des angles d'un triangle est 180° .



$$\begin{aligned}
 &\text{La somme des angles du quadrilatère} \\
 &= \angle DAB + \angle ABC + \angle BCD + \angle CDA \\
 &= \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 + \angle 1 \\
 &= \underbrace{\angle 1 + \angle 2 + \angle 3}_{\text{somme des angles du triangle ABC}} + \underbrace{\angle 4 + \angle 5 + \angle 6}_{\text{somme des angles du triangle BCD}} \\
 &= 180^\circ + 180^\circ \\
 &= 360^\circ
 \end{aligned}$$

• démontrer des énoncés de façon déductive et/ou inductive

Exemple

Démontrez les prémisses suivantes. Dans la mesure du possible, utilisez à la fois le raisonnement déductif et le raisonnement inductif.

- Les angles intérieurs d'un polygone ont un total de $180(n - 2)^\circ$ où n est le nombre de côtés.
- La somme des n entiers consécutifs impairs en commençant par 1 est n^2 .
- Si a et b sont des angles complémentaires, alors $\sin a = \cos b$.

Communications	Résolution
✓ Connections	✓ Raisonnement
Estimation et Calcul Mental	Technologie Visualisation

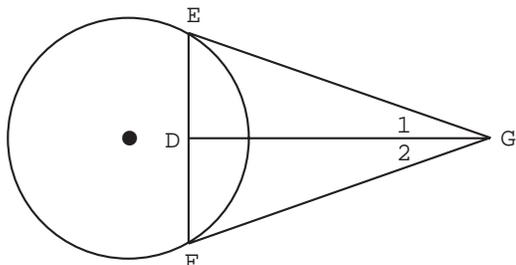
STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

GE et GF sont tangentes au cercle en E et F respectivement. GD est une médiane.

Vérifiez que $\angle 1 \cong \angle 2$.



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

G-2 expliquer et mettre en application des connecteurs logiques tel « et », « ou » et « non » pour résoudre des problèmes

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• **mettre en application les connecteurs logiques « et », « ou » et « non » pour résoudre des problèmes**

« Et », « ou » et « non » sont des connecteurs logiques qu'on utilise d'une façon précise en raisonnement mathématique. Le fait de dire « A ou B » est utilisé en mathématique dans le sens inclusif. Lorsque nous disons que « A ou B » est vrai, cela signifie que A pourrait être vrai ou que B pourrait être vrai ou que les deux, A et B, pourraient être vrais. Dire « A et B » signifie l'ensemble qui est commun aux deux.

Exemple 1

Prenez la situation suivante.

Ensemble A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

Ensemble B = {2, 4, 6, 8}

Ensemble C = { 4, 8}

Ce sont trois ensembles de nombres. On dit de chaque nombre de l'ensemble qu'il est un élément.

Énumérez les éléments de l'ensemble :

a) Nombres qui appartiennent à l'ensemble B **et** à l'ensemble C
Solution : {4, 8}

b) Nombres qui appartiennent à l'ensemble A **et** à l'ensemble C
Solution : {4, 8}

c) Nombres qui appartiennent à l'ensemble B **ou** à l'ensemble C
Solution : {2, 4, 6, 8}

d) Nombres qui appartiennent à l'ensemble A **et** non à l'ensemble B
Solution : {1, 3, 5, 7, 9}

e) Nombres qui appartiennent à l'ensemble A **et** à l'ensemble B
Solution : {2, 4, 6, 8}

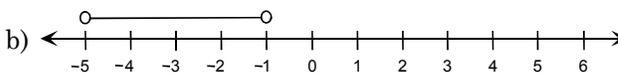
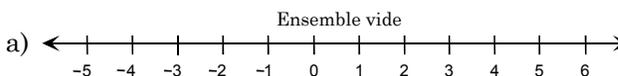
Exemple 2

Sur une droite numérique, indiquez la région correspondant à chacun des énoncés suivants :

a) $x < 2$ **et** $x > 5$

b) $(x < 4$ **et** $x < -1)$ **et** $(x > -5)$

Solution



✓ Communications	✓ Résolution
✓ Raisonnement	✓ Technologie
✓ Visualisation	

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Calcul mental

Sur une droite numérique, indiquez la région correspondant à chacun des énoncés suivants :

- a) $x < 2$ **ou** $x < 5$
- b) $x < 2$ **et** $x < 5$
- c) $x \leq 2$ **ou** $x > 5$
- d) $x < 5$ **et non** $x > 2$

NOTES

Ressource imprimée

*Mathématiques pré-calcul
secondaire 3, Cours
destiné à l'enseignement à
distance*
– Module 7, Leçon 2

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

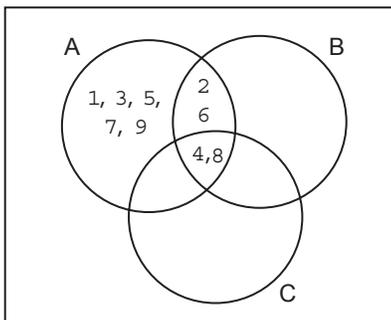
G-2 expliquer et mettre en application des connecteurs logiques tel « et », « ou » et « non » pour résoudre des problèmes
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• utiliser des diagrammes de Venn pour résoudre des problèmes concernant des ensembles

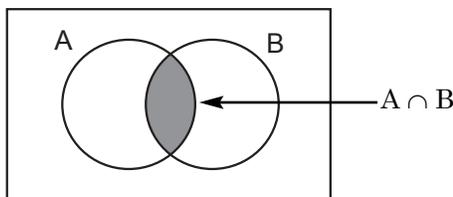
On peut représenter les ensembles par des figures qu'on appelle diagrammes de Venn. Lorsque l'on dessine un diagramme de Venn, on doit commencer par un rectangle pour représenter un ensemble universel. À l'intérieur du rectangle, on dessine des cercles pour représenter les sous-ensembles de l'ensemble universel.

L'exemple 2 précédent pourrait être représenté par un diagramme de Venn.

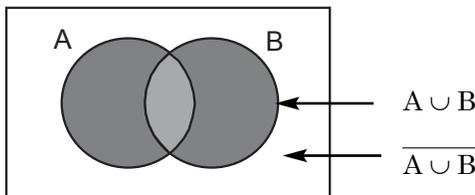


Comme vous pouvez le constater, on peut utiliser le diagramme de Venn pour représenter la façon dont un ensemble est trié.

Si A et B sont deux ensembles qui se chevauchent, l'ensemble d'éléments que A et B ont en commun est une intersection de A et de B et est représentée par $A \cap B$. C'est la région ombrée dans le diagramme.



Les éléments qui appartiennent soit à l'ensemble A soit à l'ensemble B représentent l'union des ensembles A et B qui est représentée comme $A \cup B$. C'est la zone ombrée dans le diagramme de Venn suivant.



– suite

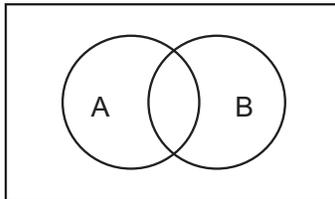
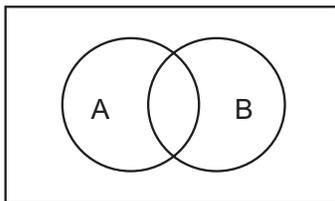
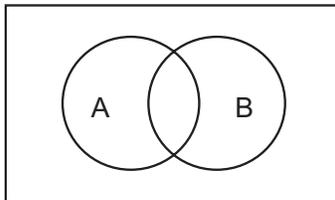
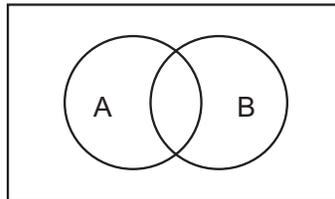
✓ Communications	✓ Résolution
✓ Connexions	✓ Raisonnement
✓ Estimation et	✓ Technologie
✓ Calcul mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Calcul mental

Soit : Les ensembles A et B représentés par des cercles.
Représentez n'importe quelle combinaison de « et », « ou » et « non » en ombrant les parties appropriées du diagramme.

a) **A et B**b) **A ou B**c) **non A et non B**d) **non (A ou B)**

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

G-2 expliquer et mettre en application des connecteurs logiques tel « et », « ou » et « non » pour résoudre des problèmes
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• utiliser des diagrammes de Venn pour résoudre des problèmes concernant des ensembles (suite)

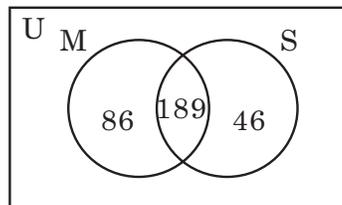
L'ensemble des éléments qui n'est pas dans l'ensemble A s'appelle le complément de A et est représenté par \bar{A} . Dans le diagramme précédent, le complément de $A \cup B$, désigné comme $\overline{A \cup B}$, est représenté par la région non ombrée à l'intérieur du rectangle.

Exemple

Dans une école secondaire d'une grande ville, 435 élèves sont inscrits en secondaire 4. Il y a 275 élèves qui prennent des cours de mathématiques, 235 qui suivent des cours de sciences et 189 qui prennent des cours de mathématiques et des cours de sciences. Combien y a-t-il d'élèves qui ne prennent ni de cours de mathématiques ni de cours de sciences ?

Solution

Si U = ensemble universel des élèves de secondaire 4
M = sous-ensemble d'élèves de secondaire 4 qui prennent des cours de mathématiques
S = sous-ensemble des élèves de secondaire 4 qui prennent des cours de sciences



N'oubliez pas que le nombre d'élèves qui prennent des cours de mathématiques et de sciences $M \cap S$ est de 189. Ils sont comptés comme partie des 275 et comme partie des 235. Il y a donc 86 élèves qui prennent seulement des cours de mathématiques et 46 seulement des cours de sciences.

∴ le nombre d'élèves qui prennent des cours de mathématiques et de sciences = nombre d'élèves qui prennent seulement des cours de mathématiques + nombre d'élèves qui prennent seulement des cours de sciences + le nombre d'élèves qui prennent des cours de mathématiques et des cours de sciences.

$$\therefore M \cup S = 86 + 46 + 189 = 321$$

Le nombre d'élèves qui ne prennent ni de cours de mathématiques ni de cours de sciences $\overline{M \cup S} = 435 - 321 = 114$

✓ Communications	✓ Résolution
Connections	✓ Raisonnement
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Chaque membre d'un club sportif participe au moins à l'un des sports suivants : soccer, rugby ou tennis. On donne les renseignements suivants :

- a) 163 jouent au tennis ; 36 jouent au tennis et au rugby ; 13 jouent au tennis et au soccer
- b) 6 jouent aux trois sports ; 11 jouent au soccer et au rugby ; 208 jouent au rugby ou au tennis
- c) 98 jouent au soccer ou au rugby

Utilisez cette information pour déterminer le nombre de membres dans le club.

2. L'expression « A ou B » peut servir dans un discours ordinaire dans les deux sens, à savoir inclusivement et exclusivement, selon que « A et B » est inclus ou exclus.

- a) Donnez un exemple pratique de chaque sens de « A ou B ».
- b) Montrez la relation entre le sens inclusif et le sens exclusif de « A ou B » sur des diagrammes appropriés de Venn.
- c) Les mathématiciens et les logiciens utilisent le sens inclusif de « A ou B ». Justifiez ce choix.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

G-3 utiliser des exemples et des contre-exemples pour analyser des conjectures

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• analyser des conjectures à l'aide d'exemples et de contre-exemples

Contre-exemple : Un exemple qui démontre qu'un énoncé général est faux. Un contre-exemple suffit à démontrer qu'une conjecture est fautive.

Exemple 1

Rajiv a conclu que dès qu'il additionnait deux nombres premiers, la somme était toujours paire. Trouvez un contre-exemple pour démontrer que la conjecture de Rajiv est fautive.

Solution

Exemple justificatif :

L'énoncé de Rajiv est vrai lorsque vous prenez deux nombres premiers impairs, p. ex., $3 + 5$, $3 + 31 = 34$, et ainsi de suite.

Contre-exemple :

2 et 3 sont des nombres premiers
 $2 + 3 = 5$ le nombre 5 est impair

2 et 5 sont des nombres premiers
 $2 + 5 = 7$ le nombre 7 est impair

2 et 7 sont des nombres premiers
 $2 + 7 = 9$ le nombre 9 est impair, etc.

Exemple 2

Jane a énoncé que $a^b = b^a$.

- a) Trouvez un exemple pour démontrer que sa conjecture est raisonnable.
- b) Trouvez un contre-exemple pour démontrer que la conjecture de Jane est fautive.

Solution

a) $2^2 = 2^2$

b) $2^1 \neq 1^2$

Communications	Résolution
✓ Connections	✓ Raisonnement
Estimation et Calcul Mental	Technologie
	Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

1. Donnez un contre-exemple pour réfuter les énoncés suivants :

- a) Tous les nombres premiers sont impairs.
- b) Un quadrilatère ayant une paire de côtés parallèles est un parallélogramme.
- c) Si quatre sommets d'un quadrilatère reposent sur le même cercle, alors le quadrilatère est un parallélogramme.

Ressource imprimée

*Mathématiques pré-calcul
secondaire 3, Cours
destiné à l'enseignement à
distance*
– Module 7, Leçon 3

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

G-4 faire la distinction entre une proposition « si... alors... », sa réciproque et sa contraposée

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• analyser des énoncés « si... alors... ».

Un argument logique est fait d'un ensemble de prémisses et d'une conclusion. Chaque énoncé donné est une prémisses ou une **hypothèse** et l'énoncé auquel on arrive est la **conclusion**. Un argument est valide si la conclusion à laquelle on est arrivée s'est faite par des formes acceptées de raisonnement.

L'énoncé « si...alors... » s'appelle un **énoncé conditionnel**. Il se compose de deux parties.

a) hypothèse - la partie « si », représentée par p

b) conclusion - la partie « alors », représentée par q

Exemple : Si deux angles sont des angles opposés par le sommet, alors ils sont congrus.

Symbolisme : $p \rightarrow q$ L'énoncé est vrai.

La **réciproque** de l'énoncé conditionnel est formée en interchangeant l'hypothèse et la conclusion.

Exemple : Si deux angles sont congrus, alors ce sont des angles opposés par le sommet.

Symbolisme : $q \rightarrow p$ L'énoncé est faux.

Dans l'exemple ci-dessus, l'énoncé initial est vrai tandis que sa réciproque est fausse. La réciproque d'un énoncé vrai peut être vraie ou non.

L'expression « **si et seulement si** » sert lorsque la réciproque d'un énoncé vrai est vraie.

Exemple : Un triangle a deux côtés égaux, si et seulement s'il a deux angles égaux.

Symbolisme : $p \leftrightarrow q$ si l'énoncé est vrai.

C'est l'équivalent d'écrire l'énoncé conditionnel $p \rightarrow q$ et sa réciproque $q \rightarrow p$.

Pour créer **la contraposé**, vous inversez et prenez la négation des deux parties de l'énoncé original, c'est-à-dire que vous prenez la négation des deux : l'hypothèse et la conclusion.

Exemple : Si deux angles ne sont pas congrus, alors ce ne sont pas des angles opposés par le sommet.

Symbolisme : $\sim q \rightarrow \sim p$ L'énoncé est vrai.

Les élèves devraient se rendre compte que la contraposé d'un énoncé vrai est également vrai. La contraposé d'un énoncé faux est faux. Donc un énoncé et sa contraposé sont équivalents, et doivent être tous les deux vrais ou tous les deux faux.

Communications	Résolution
✓ Connections	✓ Raisonnement
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	Visualisation

- suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Écrivez chacun des énoncés suivants sous la forme « si... alors... ». Pour chaque énoncé, écrivez sa réciproque et sa contraposé. Est-ce que la réciproque est vraie ? Est-ce que la contraposé est vraie?

a) Les angles à la base d'un triangle isocèle sont égaux.

b) Si deux droites sont perpendiculaires, le produit de leur pente est -1 .

2. Écrivez la réciproque et la contraposé de l'énoncé suivant et indiquez lequel d'entre eux est vrai. Trouvez un contre-exemple pour démontrer que l'un d'entre eux est faux.

Si p et q sont tous deux multiples de 11, alors $p + q$ est également un multiple de 11.

Inscriptions au journal

1. Créez une proposition vraie dont la réciproque est vraie.

2. Modifiez l'énoncé « Les multiples de 3 sont toujours des multiples de 6 » sous la forme « si... alors... », et écrivez la réciproque et la contraposé de l'énoncé « si... alors... ». Décidez de la véracité des trois propositions.

Ressource imprimée

*Mathématiques pré-calcul
secondaire 3, Cours
destiné à l'enseignement à
distance*

– Module 7, Leçon 4

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

G-4 faire la distinction entre une proposition « si... alors... », sa réciproque et sa contraposée
– *suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• analyser des énoncés « si... alors... » (suite)

Pour créer la **négation** d'un énoncé, vous prenez la négation de l'hypothèse et de la conclusion.

Exemple : Soit l'énoncé :

Si la température est bonne, alors j'irai jouer au golf.

$\underbrace{\hspace{10em}}_p \qquad \underbrace{\hspace{10em}}_q$

La négation de l'énoncé :

Si la température n'est pas bonne, alors je n'irai pas jouer au golf.

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\sim p} \qquad \underbrace{\hspace{10em}}_{\sim q}$

Symbolisme : La négation de $p \rightarrow q$ est $\sim p \rightarrow \sim q$. La négation d'un énoncé peut être vraie ou fausse.

Exemple 1

Dans l'énoncé conditionnel suivant, écrivez la réciproque, la négation et la contraposé. Identifiez alors sa réciproque, sa négation et sa contraposé comme étant vrais ou faux.

Si Mélanie habite à Plum Coulee, alors Mélanie habite au Manitoba.

Solution

Énoncé : Si Mélanie habite à Plum Coulee, alors Mélanie habite au Manitoba. – Vrai

Réciproque : Si Mélanie habite au Manitoba, alors Mélanie habite à Plum Coulee. – Faux

Négation : Si Mélanie n'habite pas à Plum Coulee, alors Mélanie n'habite pas au Manitoba. – Faux.

Contraposé : Si Mélanie n'habite pas au Manitoba, alors Mélanie n'habite pas à Plum Coulee. – Vrai

Communications	Résolution
✓ Connections	✓ Raisonnement
Estimation et Calcul Mental	Technologie
	Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Écrivez un énoncé qui est logiquement l'équivalent de chacun des énoncés suivants :
 - a) Un rectangle a des diagonales congruentes.
 - b) Si vous n'avez pas un permis de conduire, vous devez subir un test.
2. Écrivez un énoncé vrai dont la réciproque et la contraposé sont tous les deux vrais.
3. Écrivez un énoncé vrai dont la réciproque n'est pas vraie.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

G-5 démontrer des propositions dans diverses situations en se servant du raisonnement direct et indirect.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• **utiliser le raisonnement direct et indirect pour démontrer des propositions**

Discutez des concepts suivants avec les élèves :
Supposez que vous voulez établir la vérité d'un certain énoncé, P. Dans la méthode indirecte de preuve, vous émettez l'hypothèse que P est faux. Vous démontrez alors que cette hypothèse mène à une contradiction. Ainsi, vous êtes obligés de conclure comme hypothèse que P est faux ne peut pas tenir et que par conséquent, P doit être vrai.

Il serait peut-être préférable de commencer par un exemple du type de raisonnement indirect que l'on retrouve dans la conversation de tous les jours. Prenez le dialogue suivant entre deux élèves :

Sam : Comment sais-tu que cette auto a été construite après 1973?

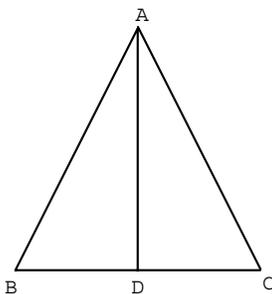
Jean : Si cette auto avait été construite en 1973 ou avant, elle n'aurait pas de convertisseur catalytique. Comme tu peux le constater, cette auto a un convertisseur catalytique, donc elle doit avoir été construite après 1973.

Jean utilise le **raisonnement indirect**.

Exemple

Pour un triangle ABC qui a le point D sur BC, démontrez l'énoncé suivant :

Si $AB = AC$ et $\angle BAD \neq \angle CAD$, alors $BD \neq CD$.



Preuve/Solution

Supposez que $BD = CD$.
À partir de $AB = AC$ et de $BD = CD$, il s'ensuit par CCC que $\triangle BAD = \triangle CAD$ et donc $\angle BAD = \angle CAD$.
Mais, $\angle BAD \neq \angle CAD$ (contradiction).
Par conséquent, $BD \neq CD$.

Communications	Résolution
Connections	✓ Raisonnement
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. L'angle BAC est obtus et AD est la médiane de BC. Si AD n'est pas une hauteur, démontrez que ABC est un triangle scalène. (Utilisez la preuve indirecte.)
2. Démontrez que les médianes d'un triangle ne se coupent pas en leur milieu. (Utilisez la preuve indirecte.)

Ressource imprimée

*Mathématiques pré-calcul
secondaire 3, Cours
destiné à l'enseignement à
distance*
– Module 7, Leçon 5

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

G-5 démontrer des propositions dans diverses situations en se servant du raisonnement direct et indirect.
– *suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• **utiliser le raisonnement direct et indirect pour démontrer des propositions** (suite)

La procédure pour la **preuve indirecte** est la suivante :

1. Examinez la conclusion qu'on vous demande de démontrer.
2. Commencez par supposer que l'opposé de ce que vous voulez démontrer est vrai, et alors, à l'aide du raisonnement logique, essayez de développer un énoncé qui contredit soit :
 - a) les données fournies;
 - b) l'hypothèse initiale;
 - c) une définition;
 - d) un théorème.
3. Une fois que vous êtes parvenu à une contradiction, faites remarquer qu'étant donné que vous avez présenté des arguments logiques, l'hypothèse doit être responsable de la contradiction et que par conséquent les conclusions souhaitées doivent être vraies.

Il serait peut-être préférable de commencer par des exemples de raisonnement indirect que l'on retrouve dans la conversation de tous les jours.

Prenez les exemples suivants :

Cas 1 : « Il ne doit pas pleuvoir à l'extérieur. S'il pleuvait, alors ces personnes qui franchissent la porte seraient mouillées, mais elles ne le sont pas »

ou

Cas 2 « Aujourd'hui ne doit pas être la bonne journée pour un match de football. Si le match était joué aujourd'hui, alors le stade serait déjà rempli de monde, mais vous et moi sommes les seules personnes ici ».

Dans chaque cas, la personne veut démontrer qu'un certain énoncé est vrai. La preuve est amorcée en supposant que l'énoncé à démontrer est faux, ensuite en observant que cela mène à une conclusion qui contredit un fait connu.

Dans un premier cas, la personne supposait qu'il pleuvait; cela mène à la conclusion que les personnes qui franchissent la porte devraient être mouillées, et cela contredit le fait connu que les personnes sont sèches. Dans le deuxième cas, la personne suppose que le match de football se joue aujourd'hui. Cela mène à la contradiction du fait qu'il y a seulement deux personnes dans le stade.

Communications	Résolution
Connections	✓ Raisonnement
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	Visualisation

– *suite*

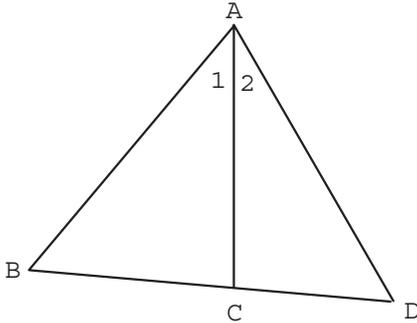
STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

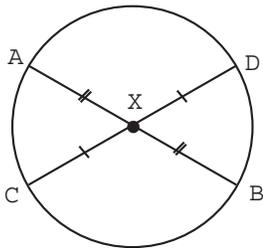
Problèmes

1. Soit : $AB = AD$
 $\angle 1 \neq \angle 2$

Démontrez que AC n'est pas une médiane du $\triangle ABD$.



2. Si K est bleu, alors M est rouge.
 Si K est vert, alors M est jaune.
 Si M est rouge, alors J est bleu.
- a) K est bleu, de sorte que M est _____ et J est _____.
- b) J n'est pas bleu. Est-il possible de tirer une conclusion au sujet de K ? Le cas échéant, quelle conclusion?
3. Deux cordes AB et CD se coupent en leur milieu X .
 Démontrez que X est le centre du cercle.



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

G-5 démontrer des propositions dans diverses situations en se servant du raisonnement direct et indirect.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• utiliser le raisonnement direct et indirect pour démontrer des propositions (suite)

Exemple 1

Quelles conclusions pouvez-vous tirer de l'hypothèse suivante ?

Si p est vrai, alors q est vrai.

Si r est vrai, alors s est vrai.

Si q est vrai, alors s est vrai.

p est vrai.

Solution

Q est vrai, s est vrai, r est vrai ou faux.

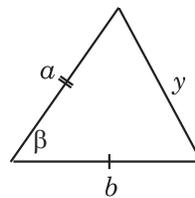
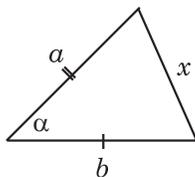
Exemple 2

Si les deux côtés d'un triangle sont congruents aux deux côtés d'un autre triangle, mais les longueurs des troisièmes côtés sont inégales, alors les angles inclus entre les paires de côtés congruents sont inégaux.

Solution

On vous dit que $x \neq y$ et vous devez démontrer que $\alpha \neq \beta$.

Supposez que $\alpha = \beta$, alors, en vertu de la loi des cosinus, vous obtenez rapidement $x = y$. Cette contradiction vous dit que $\alpha \neq \beta$.



Lorsque vous discutez des preuves indirectes, vous pouvez utiliser des exemples comme les suivants pour motiver les élèves.

Exemple 3

Sur une certaine île, les habitants appelés « rois » disent **toujours** la vérité tandis que les autres, appelés « valets » mentent **toujours**.

Je viens à peine d'arriver sur l'île, je rencontre deux personnes, Monsieur A et Monsieur B. Monsieur A dit « Au moins l'un d'entre nous est un roi ». Que sont A et B ?

Communications	Résolution
Connections	✓ Raisonnement
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	Visualisation

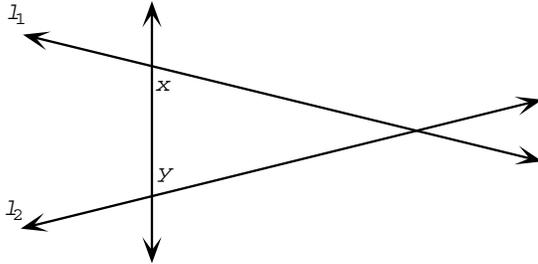
– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Dans le diagramme ci-dessous, démontrez que
 - a) $x + y < 180^\circ$ (preuve directe)
 - b) si $x + y = 180^\circ$, les droites l_1 et l_2 sont parallèles (preuve directe)



2. Démontrez que la différence des carrés de deux nombres impairs est toujours divisible par 4.
3. Si n est un nombre entier et n^2 est impair, alors n est également impair (utilisez la preuve directe ou indirecte).

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

G-5 démontrer des propositions dans diverses situations en se servant du raisonnement direct et indirect.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• **utiliser le raisonnement direct et indirect pour démontrer des propositions** (suite)

Exemple 3 - suite

Solution

Utilisez d'abord une preuve indirecte pour démontrer que A est un roi.

Émettez l'hypothèse suivante : A n'est pas un roi. Il s'ensuit que A est un valet. Alors l'énoncé qu'il a fait (Au moins l'un d'entre nous est un roi) doit être faux étant donné que les valets mentent toujours. Par conséquent, les deux hommes, en particulier A, devraient être des rois, ce qui contredit notre hypothèse que A n'est pas un roi. Ainsi, notre hypothèse que A n'est pas un roi doit être fautive.

Il s'ensuit que A doit être un roi et que par conséquent son énoncé est vrai. Étant donné que l'un des deux est un roi et que A est un roi, B doit être un valet.

Exemple 4

Sur l'île mentionnée précédemment, je m'aventure un peu plus loin et je rencontre un homme, Monsieur C. Il dit, « Je suis un valet, mais D ne l'est pas. » Que sont C et D ?

Solution

Supposez que C est un roi. Alors son énoncé serait vrai, ce qui signifierait qu'il est un valet. Cette contradiction démontre que C ne peut pas être un roi, de sorte que C est un valet. Si D était un roi, alors l'énoncé de C (« Je suis un valet, mais D ne l'est pas ») serait vrai. Mais C est un valet et les valets mentent toujours de sorte que D ne peut pas être un roi et, par conséquent, doit être un valet également.

Exemple 5

Démontrez que $\sqrt{3}$ est irrationnelle (preuve indirecte).

Solution

Supposez que $\sqrt{3}$ est rationnelle.

Il existe deux nombres entiers A et B de telle sorte que

$$\sqrt{3} = \frac{a}{b}$$

$$\sqrt{3}b = a$$

$$3b^2 = a^2$$

Le nombre de facteurs de 3 dans b^2 et a^2 est pair. Par conséquent, le nombre de facteurs de 3 du côté gauche, $3b^2$, est impair tandis que le nombre de facteurs de 3 du côté droit, a^2 , est pair. Par conséquent, $3b^2 \neq a^2$ (contradiction).

Par conséquent, $\sqrt{3}$ est irrationnelle.

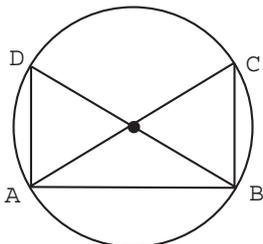
Communications	Résolution
Connections	✓ Raisonnement
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

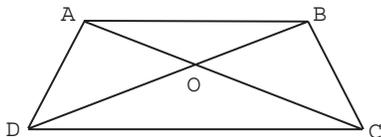
1. Soit : Deux angles égaux $\angle ADB$ et $\angle ACB$ sont sur le même côté de la corde AB . Démontrez que A, B, C et D sont cocycliques.



2. Les diagonales d'un trapèze ne se coupent pas en leur milieu.

Données : Le trapèze $ABCD$ dont les bases $AB \parallel DC$ et les diagonales AC et BD se croisent en O .

Requis : Pour démontrer que les diagonales de $ABCD$ ne se coupent pas en leur milieu ($AO \neq CO$ ou $DO \neq OB$).



3. Certaines « preuves » semblent convaincantes jusqu'à ce que vous découvriez la fausseté dans l'argument.

Voici une « preuve » que $1 = 2$.

Si $a = b$, différent de 0.

Alors $ab = b^2$ En multipliant les deux côtés par b .

$ab - a^2 = b^2 - a^2$ Soustrayez a^2 de chaque côté.

$a(b - a) = (b - a)(b + a)$ Décomposez en facteurs.

$a = (b + a)$ Divisez les deux côtés par $(b - a)$.

Mais $a = b$.

$$a = a + a$$

$$a = 2a$$

$$1 = 2$$

Où est la lacune ?

4. Démontrez que $\sqrt{2}$ est irrationnel.

Unité H
Fonctions

FONCTIONS

Dans la présente unité, on s'attend à ce que les élèves effectuent des opérations sur des fonctions et des compositions de fonctions. L'accent est mis sur la compréhension du concept.

Les sujets comprennent :

- élaboration de fonctions à l'aide des additions, des soustractions, des multiplications et des divisions;
- compositions de fonctions;
- fonctions réciproques;
- correspondance un à un;
- algorithmes de division;
- théorèmes du reste et des facteurs;
- division synthétique;
- détermination des zéros de fonctions polynomiales;
- caractéristiques de fonctions polynomiales et leurs représentations graphiques;
- fonctions rationnelles et leurs représentations graphiques.

Pratiques pédagogiques

Pour aider les élèves dans leur apprentissage, les enseignants devraient examiner les pratiques pédagogiques suivantes. Les enseignants devraient donner aux élèves des occasions :

- de représenter des situations précises à l'aide de représentations graphiques;
- de rechercher des compositions de fonctions;
- d'utiliser la technologie pour examiner les fonctions réciproques;
- de vérifier si les deux fonctions sont des réciproques;
- de déterminer si une fonction est une règle de correspondance un à un;
- de trouver les zéros de fonctions polynomiales graphiquement et algébriquement;
- de rechercher les caractéristiques de fonctions polynomiales à l'aide de la technologie;
- de rechercher les représentations graphiques et les caractéristiques d'une fonction rationnelle.

Matériel

- papier quadrillé
- calculatrices à affichage graphique ou logiciels informatiques

Durée

- 12 heures

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

Résultat d'apprentissage
général

Examiner la nature de relations, l'accent étant mis sur les fonctions

Résultat(s) d'apprentissage
spécifique(s)

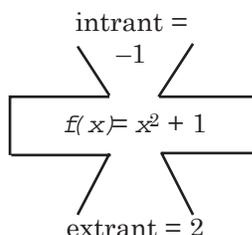
H-1 effectuer des opérations sur des fonctions et des compositions de fonctions

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Des expériences d'apprentissage différencié sont fournies à la fin de la présente unité (voir Annexes H-1 à H-6, pp. H-78 à H-83.)

• définir une fonction

Une **relation** entre deux variables, x et y , est un ensemble de paires ordonnées. Les valeurs de x sont les intrants ou le domaine et les valeurs de y sont les extrants ou l'image. Une **fonction** est une relation qui associe à toute valeur x du domaine une et une seule valeur y . On peut concevoir une fonction comme une machine dans laquelle on met une valeur (domaine) et la machine la transforme en un extrant (l'image)



On utilise souvent la lettre f pour nommer les fonctions. On peut également utiliser d'autres lettres, p. ex., $t(x)$, $s(x)$, $h(x)$, $g(x)$.

• effectuer des opérations sur des fonctions

Dans l'analyse des fonctions, il est utile de décomposer une fonction donnée en une combinaison de fonctions plus simples en se servant des diverses opérations.

Pour les exemples ci-dessous, $f(x) = \frac{1}{x-1}$ et $g(x) = \sqrt{2x+3}$.

Opération	Fonction qui en résulte
Addition	Somme de deux fonctions
$(f + g)(x)$	$f(x) + g(x)$
e.g., $\frac{1}{x-1} + \sqrt{2x+3}$	$\frac{1}{x-1} + \sqrt{2x+3}$

- suite

Communications	✓ Résolution
✓ Connexions	Raisonnement
✓ Estimation et Calcul Mental	Technologie
	Visualisation

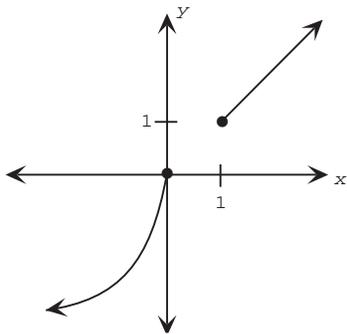
STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Choix multiples

1. Dans laquelle des relations suivantes y est une fonction de x ?

- a) $x^2 - y = 2$
- b) $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$
- c) $x^2 - y^2 = 2$
- d) $x - y^2 = 2$

2. Indiquez l'image de la fonction ci-dessous.



- a) $\{y \mid y \in \mathbb{R}\}$
- b) $\{y \mid y \geq 1\}$
- c) $\{y \mid y \leq 0 \text{ ou } \geq 1\}$
- d) $\{y \mid 0 \leq y \leq 1\}$

3. Parmi ce qui suit, lesquelles sont des fonctions de x ?

- 1. $y = \frac{2}{x-6}$
- 2. $y = 3x^2 - 7x + 1$
- 3. $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 9$
- 4. $y^2 = 8x$

- a) 3, 4
- b) 1, 4
- c) 1, 2
- d) 2, 3

4. Parmi les relations suivantes, laquelle n'est pas une fonction de x ?

- a) $y = x^2$
- b) $y^2 = x$
- c) $y = x^3$
- d) $y^3 = x$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

Imprimé

*Mathématiques pré-calcul
secondaire 3, Exercices
cumulatifs*

*Mathématiques pré-calcul
secondaire 3, Solutions des
exercices cumulatifs*

*Mathématiques pré-calcul
secondaire 3, Cours
d'enseignement à distance
– Module 8, leçon 1*

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

H-1 effectuer des opérations sur des fonctions et des compositions de fonctions
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• effectuer des opérations sur des fonctions (suite)

Opération	Fonction qui en résulte
Soustraction	Différence de deux fonctions
$(f - g)(x)$	$f(x) - g(x)$
p. ex., $\frac{1}{x-1} - \sqrt{2x+3}$	$\frac{1}{x-1} - \sqrt{2x+3}$
Multiplication	Produit de deux fonctions
$(f \cdot g)(x)$	$f(x) \cdot g(x)$
p. ex., $\frac{\sqrt{2x+3}}{x-2}$	$\frac{1}{x-1} \cdot \sqrt{2x+3}$
Division	Quotient de deux fonctions
$(f \div g)(x)$	$\frac{f(x)}{g(x)} \quad g(x) \neq 0$
p. ex., $\frac{1}{(x-1)\sqrt{2x+3}}$	$\frac{1}{\frac{x-1}{\sqrt{2x+3}}}$

Les domaines des fonctions combinées algébriquement sont limitées à l'intersection des domaines de $f(x)$ à celui de $g(x)$. Le domaine de la fonction, qui résulte de une ou de plusieurs des quatre opérations est, de plus, limité de façon à exclure les valeurs qui donnent pour résultat un dénominateur de zéro.

Remarque : Le domaine de $f(x) = \{x \mid x \neq 1\}$ et le domaine de $g(x) = \left\{x \mid x > -\frac{3}{2}\right\}$

Le domaine de $(f + g)(x)$, $(f - g)(x)$, et $(f \cdot g)(x)$ est $\{x \mid x \neq 1\} \cap \left\{x \mid x \geq -\frac{3}{2}\right\} = \left\{x \mid x \geq -\frac{3}{2} \text{ et } x \neq 1\right\}$

Le domaine de $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ est $\left\{x \mid x > -\frac{3}{2} \text{ et } x \neq 1\right\}$

Communications	✓ Résolution
✓ Connections	Raisonnement
✓ Estimation et Calcul Mental	Technologie
	Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS**Calcul mental**

1. Si $f(x) = x^2 - 5$, trouvez $f(2)$.
2. Si $f(x) = x^2 - 1$, trouvez $f(f(1))$.

Problèmes

1. Si $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$, trouvez $f(1,25)$. Arrondissez votre réponse à deux décimales.
2. La valeur d'un cube dont les côtés sont de longueur x est donnée par la fonction $f(x) = x^3$. Trouvez $f(5)$. Expliquez ce que représente $f(5)$.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

H-1 effectuer des opérations sur
des fonctions et des
compositions de fonctions
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• effectuer des opérations sur des fonctions (suite)

Exemple

Si $f(x) = x^2 - 5x + 2$ et $g(x) = -3x + 4$, trouvez

- a) $(f + g)(x)$
- b) $(f - g)(x)$
- c) $(f \cdot g)(x)$
- d) $(f \div g)(x)$
- e) $(f \cdot g)(2)$

Solution

$$\begin{aligned} \text{a) } (f + g)(x) &= f(x) + g(x) \\ &= (x^2 - 5x + 2) + (-3x + 4) = x^2 - 8x + 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (f - g)(x) &= f(x) - g(x) \\ &= (x^2 - 5x + 2) - (-3x + 4) = x^2 - 2x - 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } (f \cdot g)(x) &= f(x) \cdot g(x) \\ &= (x^2 - 5x + 2)(-3x + 4) \\ &= -3x^3 + 4x^2 + 15x^2 - 20x - 6x + 8 \\ &= -3x^3 + 19x^2 - 26x + 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } (f \div g)(x) &= \frac{f(x)}{g(x)} \\ &= \frac{x^2 - 5x + 2}{-3x + 4} \quad x \neq \frac{4}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } (f \cdot g)(2) &= -3(2)^3 + 19(2)^2 - 26(2) + 8 \\ &= -24 + 76 - 52 + 8 \\ &= 8 \end{aligned}$$

Communications	✓ Résolution
✓ Connections	Raisonnement
✓ Estimation et	Technologie
Calcul Mental	Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS**Calcul mental**

Soit les fonctions f et g de sorte que $f = \{(2, 6) (3, 7) (4, 7)\}$ et $g = \{(6, 10) (7, 12)\}$, trouvez les valeurs de

a) $f(2) =$

b) $f(3) =$

c) $g(6) =$

d) $g(7) =$

e) $f(2) + g(7) =$

f) $f(3) - g(6) =$

g) $f(4) \cdot g(7) =$

h) $\frac{f(2)}{g(7)} =$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

H-1 effectuer des opérations sur des fonctions et des compositions de fonctions
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• effectuer des compositions de fonctions

Une autre façon de combiner deux fonctions est de former la composition de l'une avec l'autre. La composition des fonctions, f et g , $(f \circ g)(x)$ se définit comme $f(g(x))$. L'image de g doit être dans le domaine de f .

Exemple

Si $f(x) = x - 1$ et $g(x) = x + 2$, trouvez $f(g(x))$.

Solution

Vous pouvez voir les valeurs numériques de la composition en utilisant le tableau suivant.

$x = \text{intranant dans } g$	$g(x) = x + 2$	$g(x) = \text{intranant dans } f$	$f(x) = x - 1$	$f(g(x))$
-2	—————→	0	—————→	-1
-1	—————→	1	—————→	0
0	—————→	2	—————→	1
1	—————→	3	—————→	2
2	—————→	4	—————→	3

Lorsque l'on trouve la composition de $f(g(x))$, les valeurs de l'image de g seront toujours les valeurs du domaine de f ou vice versa pour $g(f(x))$.

Algébriquement :

$$\begin{aligned}
 (f \circ g)(x) &= f(g(x)) \\
 &= f(x + 2) && \text{Substituez la formule à } g(x). \\
 &= (x + 2) - 1 && \text{Appliquez la formule pour } f(x). \\
 &= x + 1 && \text{Simplifiez.}
 \end{aligned}$$

Dans le cas de l'exemple ci-dessus, trouvez $(g \circ f)(x)$.

$$\begin{aligned}
 (g \circ f)(x) &= g(f(x)) \\
 &= g(x - 1) && \text{Substituez la formule à } f(x). \\
 &= (x - 1) + 2 && \text{Appliquez la formule pour } g(x). \\
 &= x + 1 && \text{Simplifiez.}
 \end{aligned}$$

Remarque : $(f \circ g)(x)$ et $(g \circ f)(x)$ ne sont pas toujours égaux.

Communications	✓ Résolution
✓ Connections	Raisonnement
✓ Estimation et Calcul Mental	Technologie
	Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS**Problèmes**

1. Trouvez
- $g(f(x))$
- et
- $f(g(x))$
- pour

$$f(x) = 3x + 2$$

$$g(x) = 2x - 1$$

Est-ce que $f(g(x)) = g(f(x))$?

2. Si
- $f(x) = 7x^2 + x$
- et
- $g(x) = \frac{1}{2}x^2$
- , trouvez
- $f(g(-1))$
- .

3. a) Soit
- $f(x) = 2x + 1$
- et
- $g(x) = x^2$
- , trouvez la valeur de
- $\frac{3f(1)}{2g(-1)}$
- .

b) Si $f(x) = \frac{2x^2 - x - 6}{x^2 - 2}$, trouvez $f(2)$.

- c) Soit
- $f(x) = x^3$
- et
- $g(x) = x^2$
- , pour quelle(s) valeur(s) de
- x
- est-ce que
- $f(g(x)) = g(f(x))$
- ?

4. Une balle lancée en l'air a une vitesse donnée par
- $v(t) = 49 - 9,8t$
- . La fonction d'énergie cinétique est donnée par
- $K(v) = 0,4v^2$
- . Exprimez l'énergie cinétique de la balle comme fonction de temps
- $K(t)$
- .

5. Si
- $f(x) = 3x + \frac{x}{3} + 5$
- , trouvez la valeur de
- k
- pour laquelle

$$f(k) = 2f(k + 1).$$

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

Problèmes

1. a) Soit $h(x) = \sqrt{x-2}$ et $g(x) = 2x$, déterminez chacune des expressions suivantes:

i) $\frac{g(h(6))}{h(g(9))}$ iii) $h(g(x))$

ii) $\frac{g(g(5))}{h(g(5))}$ iv) $g(h(x))$

b) Trouvez le domaine et l'image de $h(g(x))$.

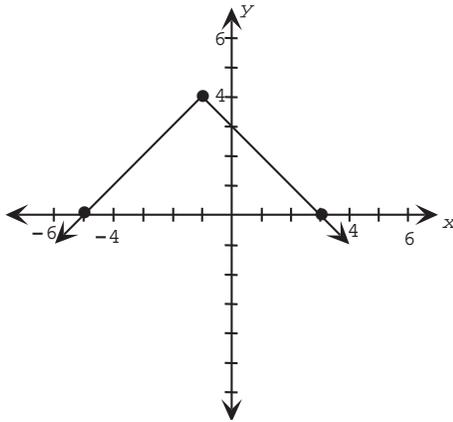
c) Trouvez le domaine et l'image de $g(h(x))$.

2. Si $f(x) = \frac{1}{x-2}$ et $k(x) = x+1$, écrivez :

a) une équation définissant la composition de f avec k . Précisez le domaine et l'image.

b) une équation définissant la composition de k avec f . Précisez le domaine et l'image.

3. Soit la fonction $H(x)$ définie par la représentation graphique ci-dessous, trouvez la valeur de $H(H(-5))$.



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

H-2 déterminer la réciproque
d'une fonction

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• définir et vérifier une relation réciproque

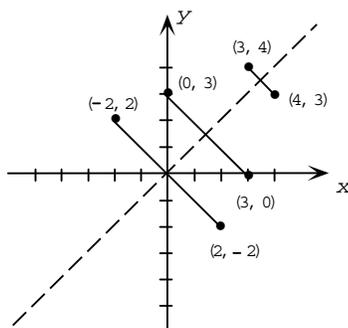
La réciproque d'une relation est l'ensemble de paires ordonnées obtenu en interchangeant les coordonnées de chaque paire ordonnée dans la relation. La représentation graphique de la réciproque est la **réflexion** de la représentation graphique de la relation par rapport à la droite $y = x$.

Certaines calculatrices graphiques ont une fonction DRAW qui dessinera la représentation graphique de la réciproque d'une fonction.

Exemple

Relation originale : $\{(-2, 2) (0, 3) (4, 3)\}$

Relation réciproque : $\{(2, -2) (3, 0) (3, 4)\}$



Étant donné qu'une fonction est une relation spéciale, si l'inverse d'une fonction $f(x)$ est également une fonction, on l'appelle une **fonction réciproque** de $f(x)$ et on l'écrit $f^{-1}(x)$.

Exemple 1

Trouvez la réciproque de $f(x) = 2x - 1$.

Solution

$y = 2x - 1$ Remplacez $f(x)$ par y .

$x = 2y - 1$ Interchangez x et y .

$x + 1 = 2y$

$\frac{x + 1}{2} = y$ Isolez y .

$\frac{x + 1}{2} = f^{-1}(x)$ Remplacez y par $f^{-1}(x)$.

Communications	Résolution
✓ Connections	✓ Raisonnement
Estimation et Calcul Mental	Technologie
	✓ Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

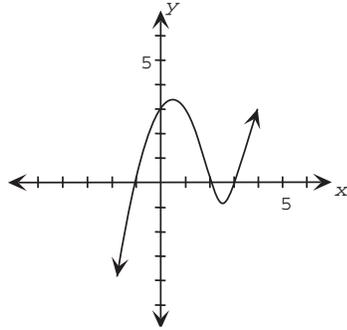
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

Calcul mental

Si un point (m, n) est sur la représentation graphique d'une relation, quel est le point correspondant sur la réciproque de la relation?

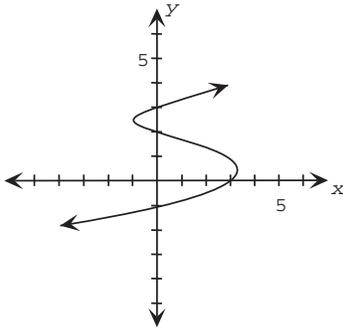
Choix multiples

Soit : représentation graphique de $y = f(x)$:

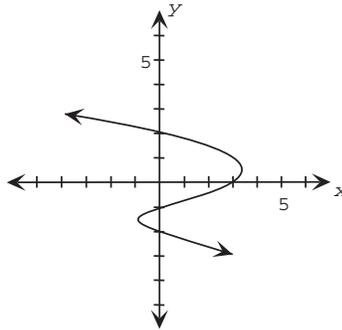


Une esquisse de la réciproque de $f(x)$ est

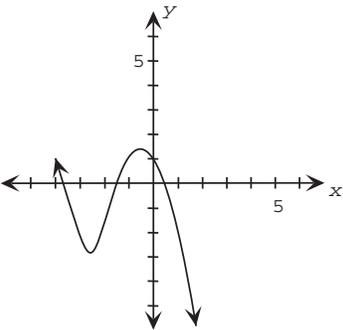
a)



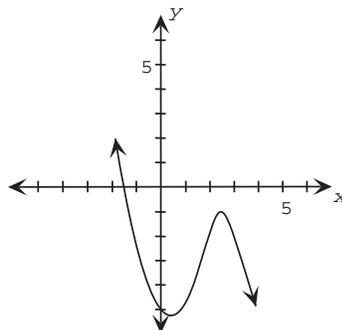
b)



c)



d)



Imprimé

*Mathématiques pré-calcul
secondaire 3, Cours
d'enseignement à distance
– Module 8, Leçon 2*

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

H-2 déterminer la réciproque
d'une fonction
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• définir et vérifier une fonction réciproque (suite)

Exemple 1 - suite

Les représentations graphiques de f et de f^{-1} sont reliées l'une à l'autre de cette façon. Si le point (a, b) repose sur la représentation graphique f , alors le point (b, a) repose sur la représentation graphique de f^{-1} et vice versa. Cela signifie que la représentation graphique de f est une réflexion de la représentation graphique de f^{-1} par rapport à la droite $y = x$.

Le domaine de f doit être égal à l'image de f^{-1} et vice versa.

Étant donné que $f(2) = 3$, alors $f^{-1}(3) = 2$, ce qui est la valeur originale de x , tel qu'il est indiqué ci-dessous.

$$f(x) = 2x - 1 \qquad f^{-1}(x) = \frac{x + 1}{2}$$

Si $x = 2$

$$\begin{aligned} f(2) &= 2 \cdot 2 - 1 & f(3) &= \frac{3 + 1}{2} \\ &= 3 & &= 2 \end{aligned}$$

La valeur originale revient-elle dans tous les cas? On peut le vérifier en utilisant la composition de fonctions.

$$\begin{aligned} f(g(x)) &= & g(f(x)) &= \\ &= 2\left(\frac{x+1}{2}\right) - 1 & g(2x-1) &= \frac{2x-1+1}{2} \\ &= x+1-1 & &= \frac{2x}{2} \\ &= x & & \end{aligned}$$

Remarque : La fonction $f(x)$ et la fonction $g(x)$ sont des réciproques l'une de l'autre si et seulement si $f(g(x)) = x$ et $g(f(x)) = x$.

Parce que les deux propositions produisent x , vous pouvez conclure que $f(x)$ et $g(x)$ sont des réciproques.

Lorsque vous avez affaire à des réciproques, une fonction « défait » ce que l'autre fait.

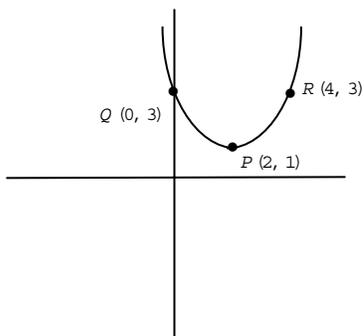
Communications	Résolution
✓ Connections	✓ Raisonnement
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS**Problème**

- a) Esquissez la réciproque de ce qui suit. Trouvez son domaine et son image.



- b) Est-ce que la réciproque est aussi une fonction?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

H-2 déterminer la réciproque
d'une fonction
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

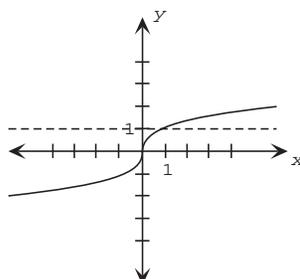
• définir et vérifier une fonction réciproque (suite)

Si $f(x) = 3x$, sa réciproque est $g(x) = \frac{1}{3}x$.

Si $f(x) = x - 1$, sa réciproque est $g(x) = x + 1$.

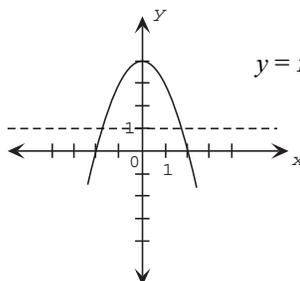
Une fonction n'a pas besoin d'avoir une réciproque. La fonction $f(x) = x^2$ n'a pas de réciproque si son domaine est $]-\infty, \infty[$. Pour avoir une réciproque, la fonction doit être **un à un**. Cela signifie que non seulement chaque valeur de x correspond à exactement une valeur de y , mais aussi que chaque valeur de y correspond à exactement une valeur de x . On peut déterminer si une fonction est un à un en appliquant le test de la **droite horizontale** à sa représentation graphique.

Si la représentation graphique de la fonction $y = f(x)$ est telle qu'aucune droite horizontale ne croise la représentation graphique en plus d'un point, alors f est un à un et sa réciproque est une fonction.



---- test de la droite horizontale

La fonction f est un à un. Sa relation réciproque est, par conséquent, une fonction.



$$y = f(x) = 4 - x^2$$

La fonction f n'est pas un à un. Sa relation réciproque n'est pas une fonction.

Recherche

Si $f(x)$ ne passe pas le test de la droite horizontale, est-ce que sa relation réciproque échouera au test de la droite verticale et ne sera pas une fonction? Observez une droite horizontale lorsqu'elle est réfléchiée par rapport à la droite $y = x$.

– suite

Communications	Résolution
✓ Connections	✓ Raisonnement
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

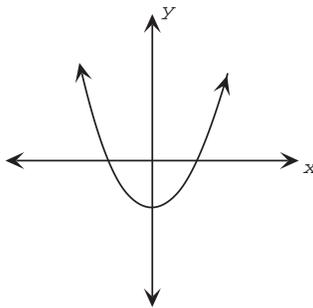
Problèmes

1. Si $f(x) = 2x - 1$ et $g(x) = \frac{x+1}{2}$, trouvez $f(g(x))$ et $g(f(x))$, et démontrez que les fonctions $f(x)$ et $g(x)$ sont des réciproques l'une de l'autre.
2. Est-ce que la réciproque de $f(x) = 2x - 5$ est une fonction? Justifiez votre réponse.
3. Au Manitoba, la taxe de vente est de 7%. Le coût total C d'un article taxable dont le prix est (p) est $C = 0,07p + p$. Reformulez de sorte que C est l'intrant et p est l'extrant.
4. Si $f(x) = 3x - 5$, trouvez les coordonnées du point d'intersection des représentations graphiques de $f(x)$ et $f^{-1}(x)$.

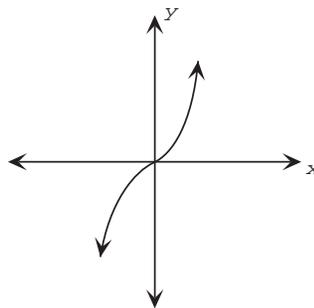
Choix multiples

Laquelle des fonctions suivantes est une fonction un à un?

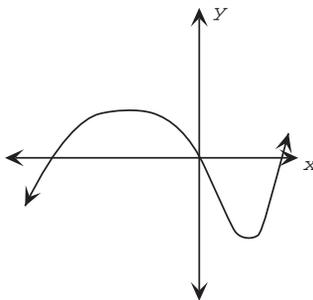
a)



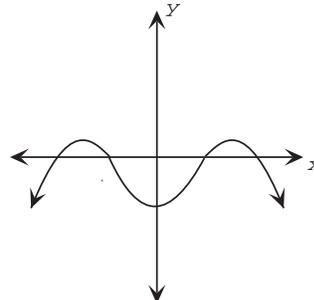
b)



c)



d)



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

H-2 déterminer la réciproque
d'une fonction
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• définir et vérifier une fonction réciproque (suite)

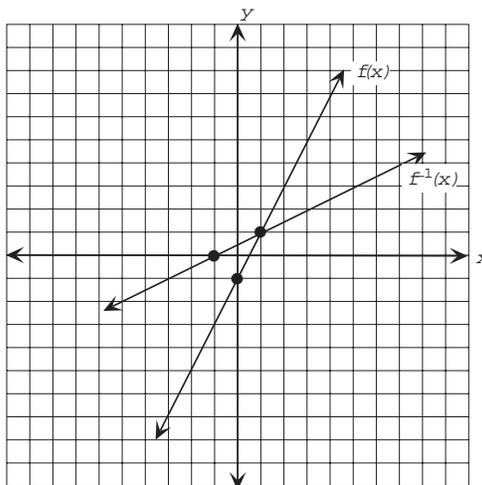
Pour des fonctions simples, trouvez la réciproque par inspection. Par exemple, si $f(x) = x - 4$ alors $f^{-1}(x) = x + 4$. Cependant, pour des fonctions plus compliquées, il vaut mieux utiliser la procédure suivante pour trouver la réciproque de la fonction.

1. Vérifiez pour vous assurer que f est un à un.
2. Écrivez la fonction sous la forme $y = f(x)$ et interchangez les valeurs de x et de y .
3. Trouvez y en termes de x , puis remplacez y par $f^{-1}(x)$.
4. Vérifiez si le domaine de f est l'image de f^{-1} et si le domaine de f^{-1} est l'image de f .

Exemple 2

Trouvez et reproduisez graphiquement la réciproque (le cas échéant) de $f(x) = 2x - 1$.

Solution



À partir de la représentation graphique, vous pouvez constater qu'il s'agit d'une fonction un à un parce qu'elle passe le test de la droite horizontale.

$y = 2x - 1$	Remplacez $f(x)$ par y .
$x = 2y - 1$	Interchangez les valeurs de x et de y .
$x + 1 = 2y$	Isolez y .
$y = \frac{x + 1}{2}$	
$f^{-1}(x) = \frac{x + 1}{2}$	Remplacez y par $f^{-1}(x)$.

Communications	Résolution
✓ Connections	✓ Raisonnement
Estimation et	Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

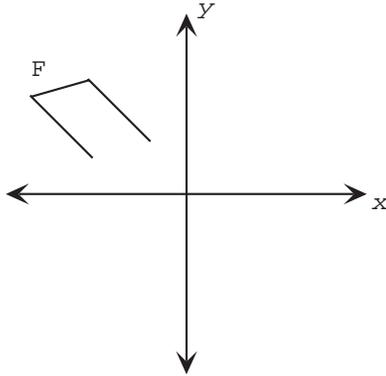
– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

Problèmes

1. Soit la représentation graphique de la relation F ci-dessous, esquissez la représentation graphique qui représente le mieux sa relation réciproque.



2. Soit la fonction $f(x) = \frac{3x}{x+6}$, trouvez $f^{-1}(x)$.
3. Soit $f(x) = x + 5$, trouvez la valeur de $f^{-1}(3)$.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

H-2 déterminer la réciproque
d'une fonction
– suite

Communications	Résolution
✓ Connections	✓ Raisonnement
Estimation et Calcul Mental	Technologie
	✓ Visualisation

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• définir et vérifier une fonction réciproque (suite)

Vous pouvez vérifier pour voir si elles sont des réciproques en utilisant la composition de fonctions.

Si $f(f^{-1}(x)) = x$ et $f^{-1}(f(x)) = x$, alors elles sont des réciproques.

$$\begin{aligned}
 f(f^{-1}(x)) &= f\left(\frac{x+1}{2}\right) & f^{-1}(f(x)) &= f^{-1}(2x-1) \\
 &= \frac{2(x+1)}{2} - 1 & &= \frac{2x-1+1}{2} \\
 &= x & &= \frac{2x}{2} \\
 & & &= x
 \end{aligned}$$

∴ $f^{-1}(x) = \frac{x+1}{2}$ est la réciproque de $f(x) = 2x - 1$.

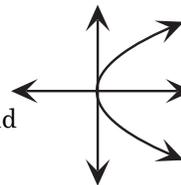
Le domaine et l'image des deux f et f^{-1} sont les nombres réels.

Exemple 3

Esquissez la réciproque de $f(x) = x^2$. Est-ce que la réciproque est une fonction? Pourquoi ou pourquoi pas?

Solution

La fonction $f(x) = x^2$ n'est pas un à un (et par conséquent sa réciproque n'est pas une fonction) parce que $a^2 = b^2$ ne sous-entend pas que $a = b$. Par exemple, $(-1)^2 = 1^2$, mais $-1 \neq 1$.



Résultat d'apprentissage
général

Représenter et analyser des situations qui font intervenir des expressions, des équations et des inégalités.

Résultat(s) d'apprentissage
spécifique(s)

H-3 utiliser le théorème du reste pour évaluer des expressions polynomiales et le théorème des facteurs pour déterminer les facteurs de polynômes

Communications	✓ Résolution
Connections	Raisonnement
✓ Estimation et Calcul Mental	✓ Technologie
	Visualisation

• déterminer des facteurs de polynômes

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

Imprimé

*Mathématiques pré-calcul
secondaire 3, Cours
d'enseignement à distance
– Module 8, Leçon 3*

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

H-3 utiliser le théorème du reste pour évaluer des expressions polynomiales et le théorème des facteurs pour déterminer les facteurs de polynômes
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• déterminer des facteurs de polynômes (suite)

Les deux algorithmes pour la division polynomiale sont la division longue et la division synthétique. Vous examinerez d'abord la division longue, puis vous la mettrez en rapport avec la division synthétique.

Division longue

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccc}
 x^3/x & 2x^2/x & x/x \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 x^2 & + 2x & + 1
 \end{array} \leftarrow \text{quotient} \\
 \text{diviseur} \rightarrow x+2 \overline{) x^3 + 4x^2 + 5x + 2} \leftarrow \text{dividende} \\
 \underline{x^3 + 2x^2} \\
 2x^2 + 5x + 2 \\
 \underline{2x^2 + 4x} \\
 x + 2 \\
 \underline{x + 2}
 \end{array}$$

Étapes pour diviser un polynôme par un binôme :

1. Écrivez le dividende et le polynôme diviseur en puissances décroissantes de la variable littérale.

Exemple : Changez $4x^2 + 5x + x^3 + 2$ à $x^3 + 4x^2 + 5x + 2$.

2. Divisez le terme principal du diviseur de façon à obtenir le premier terme du quotient.

Exemple :

$$\frac{x^2}{x+2} \overline{) x^3 + \dots} \quad \text{étant donnée que} \quad \frac{x^3}{x} = x^2$$

3. Multipliez le diviseur par ce nouveau terme du quotient en utilisant la loi distributive et soustrayez le résultat du dividende.

Exemple :

$$\begin{array}{r}
 \frac{x^2}{x+2} \overline{) x^3 + 4x^2 + 5x + 2} \\
 \underline{x^3 + 2x^2} \\
 2x^2 + 5x + 2
 \end{array}$$

Le produit de x^2 et $x + 2$
Le reste à la soustraction
 $x^3 + 2x^2$ de $x^3 + 4x^2 + 5x + 2$

– suite



Communications	✓ Résolution
Connections	Raisonnement
✓ Estimation et Calcul Mental	✓ Technologie
	Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

H-3 utiliser le théorème du reste pour évaluer des expressions polynomiales et le théorème des facteurs pour déterminer les facteurs de polynômes
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• déterminer des facteurs de polynômes (suite)

Division longue - suite

4. Traitez ce reste, obtenu à l'étape 3, avec le reste du dividende comme le nouveau dividende et répétez les étapes 2 et 3 jusqu'à ce que le reste soit un degré inférieur au diviseur.

On démontre ces étapes en répétant notre dernière question.

$$\begin{array}{r} x^2 \\ x+2 \overline{) x^3 + 4x^2 + 5x + 2} \\ \underline{x^3 + 2x^2} \\ 2x^2 + 5x + 2 \end{array} \quad \text{Nouveau dividende}$$

$$\begin{array}{r} x^2 + 2x + 1 \\ x+2 \overline{) x^3 + 4x^2 + 5x + 2} \\ \underline{x^3 + 2x^2} \\ 2x^2 + 5x + 2 \\ \underline{2x^2 + 4x} \\ x + 2 \\ \underline{x + 2} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Nouveau dividende} \\ \text{Degré 0 < Degré 1 (de } x + 2) \end{array}$$



Exemple 1

Divisez $2x^2 - 4x - 3$ par $x - 3$.

Solution

$$\begin{array}{r} 2x + 2 \\ x - 3 \overline{) 2x^2 - 4x - 3} \\ \underline{2x^2 - 6x} \\ 2x - 6 \\ \underline{2x - 6} \\ 3 \end{array} \quad \text{Degré 0 < Degré 1, 3 est votre reste.}$$

Pour vérifier votre réponse, montrez que $(x - 3)(2x + 2) + 3$ (Diviseur · Quotient + reste) est égal à $2x^2 - 4x - 3$ (Dividende).

Communications	✓ Résolution
Connections	Raisonnement
✓ Estimation et Calcul Mental	✓ Technologie
	Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

H-3 utiliser le théorème du reste pour évaluer des expressions polynomiales et le théorème des facteurs pour déterminer les facteurs de polynômes
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• déterminer des facteurs de polynômes (suite)

L'**algorithme de division** énonce :

Si $f(x)$ et $d(x)$ sont des polynômes de sorte que le degré de $d(x)$ est inférieur ou égal au degré de $f(x)$, alors il existe des polynômes $q(x)$ et $r(x)$ de sorte que

$$f(x) = d(x)q(x) + r(x)$$

dividende = (diviseur)(quotient) + reste

où $r(x) = 0$ ou le degré de $r(x)$ est inférieur au degré de $d(x)$.

Si le reste $r(x) = 0$, alors $d(x)$ est un diviseur de $f(x)$.

Lorsque le diviseur est de la forme $x = \pm a$, on peut utiliser la **division synthétique** comme un raccourci à la division longue à l'aide de polynômes.

Lorsque l'on effectue la division synthétique, les termes du dividende doivent être disposés en ordre descendant de puissances et tous les termes manquants remplacés par un 0. Vous utiliserez uniquement les coefficients des termes pour effectuer la division. Le diviseur doit être de la forme $x \pm a$. Si $x - a$ est le diviseur, a est positif. Si $x + a$ est le diviseur, traitez-le comme $x - (-a)$ et utilisez a comme une valeur négative.

Exemple 1

Divisez $6x^3 + 16x - 19x^2 - 4$ par $x - 2$.

Solution

diviseur →	2	6	-19	16	-4	← coefficients de dividende
	6	-7	$2 \times (-7)$	2	2×2	0
		12	-14	4		
		coefficients des quotients			reste	

Quotient : $6x^2 - 7x + 20$ et le reste est zéro.

Communications	✓ Résolution
Connections	Raisonnement
✓ Estimation et Calcul Mental	✓ Technologie
	Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Divisez à l'aide de la division longue et écrivez sous la forme donnée par l'algorithme de division.

$$2x^2 + x^3 - 3x - 4 \div x + 2$$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

H-3 utiliser le théorème du reste pour évaluer des expressions polynomiales et le théorème des facteurs pour déterminer les facteurs de polynômes
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• déterminer des facteurs de polynômes (suite)

Exemple 1 - suite

Explication

Ramenez le 6, multipliez $(2) \times 6$, placez 12 sous le -19.
Additionnez $-19 + 12 = -7$, multipliez $2 \times (-7)$, et placez -14 sous 16.
Additionnez $16 + (-14) = 2$.
Multipliez 2×2 et placez le 4 sous le -4.
Additionnez.

$$\therefore 6x^2 - 19x + 16x - 4 = (x - 2)(6x^2 - 7x + 20)$$

Les principales étapes de la **division synthétique** sont les suivantes :

1. Disposez les coefficients de $f(x)$ en ordre de puissances décroissantes de x (écrivez 0 comme le coefficient pour chaque puissance manquante).
2. Après avoir écrit le diviseur sous la forme $x - a$, utilisez a pour produire la deuxième et la troisième rangée de nombres comme suit. Ramenez le premier coefficient du dividende et multipliez-le par a : alors, additionnez le produit du deuxième coefficient du dividende. Multipliez cette somme par a , et additionnez le produit au troisième coefficient du dividende. Répétez le processus jusqu'à ce qu'un produit soit additionné au terme constant de $f(x)$.
3. Le dernier nombre de la troisième rangée de nombres est le reste. Les autres nombres de la troisième rangée sont les coefficients du quotient, qui est du degré 1 inférieur à $f(x)$.

Exemple 2

Utilisez la division synthétique pour diviser $x^4 - 10x^2 - 2x + 4$ par $x + 3$.

Solution

Diviseur : $x + 3 = x - (-3)$.

diviseur →	3	1	0	-10	-2	4	← coefficients de
			-3	9	3	-3	dividende et
			3	-3	-1	1	coefficients de
			coefficients des quotients			1	termes manquants
						reste	

$$(x^4 - 10x^2 - 2x + 4) \div (x + 3) = x^3 - 3x^2 - 1x + 1 + \frac{1}{x + 3}$$

ou

$$x^4 - 10x^2 - 2x + 4 = (x + 3)(x^3 - 3x^2 - 1x + 1) + 1$$

Le reste obtenu dans la division synthétique a un lien intéressant avec les fonctions polynomiales.

Communications	✓ Résolution
Connections	Raisonnement
✓ Estimation et Calcul Mental	✓ Technologie
	Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Expliquez comment vous savez que $x - 1$ est un facteur de $x^{15} - 1$ sans effectivement faire la division.
2. Le polynôme $P(x) = 4x^3 + bx^2 + cx + 11$ a un reste de -7 lorsqu'il est divisé par $(x + 2)$ et un reste de 14 lorsqu'il est divisé par $(x - 1)$. Trouvez les valeurs de b et de c .
3. Les zéros d'une fonction polynomiale sont $1, 2$ et 3 . Trouvez un polynôme avec cette propriété.
4. Quel est le reste lorsque $x^{10} - 15x + 18$ est divisé par $x - 1$?
5. Les abscisses à l'origine de la représentation graphique d'une fonction polynomiale sont $3, \sqrt{3}, -\sqrt{3}$. Trouvez une fonction polynomiale ayant cette propriété.
6. $2x^2 + 3x^2 - 18x + 8$ est divisible par $x - 2$. Trouvez un autre binôme qui divise le polynôme.
7. Soit la fonction $f(x) = x^3 + kx^2 - 5x - 7$. Si -2 est un zéro, trouvez la valeur de k .
8. Utilisez la division synthétique pour trouver le quotient et le reste : $x^3 - 7x + 6 \div x - 2$.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

H-3 utiliser le théorème du reste pour évaluer des expressions polynomiales et le théorème des facteurs pour déterminer les facteurs de polynômes
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• utilisez le théorème du reste pour obtenir la valeur du reste

Théorème du reste

Si $P(x)$ est un polynôme, alors $P(a)$ est égal au reste lorsque $P(x)$ est divisé par $x - a$.

Exemple 1

Évaluez $f(-3)$ si $f(x) = x^4 - 10x^2 - 2x + 4$.

Solution

$$\begin{aligned} f(-3) &= (-3)^4 - 10(-3)^2 - 2(-3) + 4 \\ &= 81 - 90 + 6 + 4 \\ &= 1 \end{aligned}$$

Remarquez $f(-3) = 1$, ce qui représente le reste de l'exemple ci-dessus.

Si un polynôme $f(x)$ est divisible par $x - a$, alors le reste est $r = f(a)$.

À partir de l'algorithme de division, $f(x) = (x - a)q(x) + r$, où r est le reste. Si $f(a) = (a - a)g(x) + r$ alors $f(a) = r$ représente le reste.

Exemple 2

Trouvez le reste lorsque $(x^4 - 2x^3 + 5x + 2) \div (x + 1)$.

Solution

En utilisant le théorème du reste, $f(a) = r$.

$x + 1$ est reformulé comme $x - (-1)$ pour déterminer que $a = -1$.

$$\begin{aligned} f(x) &= x^4 - 2x^3 + 5x + 2 \\ f(-1) &= (-1)^4 - 2(-1) + 5(-1) + 2 \\ &= 1 + 2 - 5 + 2 \\ f(-1) &= 0 \end{aligned}$$

Lorsque le reste est 0, quelle relation doit exister entre le diviseur et le dividende?

Cela signifie que le polynôme est divisible par le diviseur. Si on va une étape plus loin, cela signifie que $x + 1$ doit être un facteur de $f(x)$. On peut développer cette assertion en examinant le théorème des facteurs.

Communications	✓ Résolution
Connections	Raisonnement
✓ Estimation et Calcul Mental	✓ Technologie
	Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

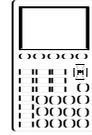
Choix multiples

Si $x + 2$ est un facteur de la fonction polynomiale $P(x)$, alors

- a) $P(-2) = 0$
- b) $P(2) = 0$
- c) $P(0) = 2$
- d) $P(0) = -2$

Problème

Si $x^{10} - 15x + 18$ est divisé par $x - 1$, quel est le reste?



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

H-3 utiliser le théorème du reste pour évaluer des expressions polynomiales et le théorème des facteurs pour déterminer les facteurs de polynômes
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• trouver les facteurs d'un polynôme en utilisant le théorème des facteurs

Théorème des facteurs

Un polynôme $P(x)$ a un facteur $x - a$ si et seulement si $P(a) = 0$

Preuve :

À l'aide de l'algorithme de division avec le facteur $x - a$, vous avez $f(x) = (x - a)q(x) + f(a)$.

En vertu du théorème du reste, $f(a) = r$, alors $f(x) = (x - a)q(x) + f(a)$.

Étant donné que $f(a) = 0$, alors $f(x) = (x - a)q(x)$, ce qui démontre que $x - a$ est un facteur de $f(x)$.

À l'inverse, si $x - a$ est un facteur de $f(x)$, alors $f(x)$ divisé par $x - a$ donne un reste de 0.

Exemple 1

- a) Déterminez si $x + 2$ est un facteur de $f(x) = x^3 - 6x - 4$.
- b) Déterminez les autres facteurs de $f(x)$.

Solution

a) $x + 2$ sera un facteur si $f(-2) = 0$

$$\begin{aligned} \therefore f(x) &= x^3 - 6x - 4 \\ f(-2) &= (-2)^3 - 6(-2) - 4 \\ &= -8 + 12 - 4 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Étant donné que le reste est 0, $x + 2$ doit être un facteur.

b) Faites la division synthétique pour trouver le quotient qui sera un facteur.

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 1 & 0 & -6 & -4 \\ & & -2 & 4 & 4 \\ \hline & 1 & -2 & -2 & 0 \end{array}$$

Le quotient est $x^2 - 2x - 2$.

$$\therefore f(x) = (x + 2)(x^2 - 2x - 2).$$

En utilisant le discriminant

$$x^2 - 2x - 2 = (x - 1 - \sqrt{3})(x - 1 + \sqrt{3}) \text{ d'où}$$

$$f(x) = (x + 2)(x - 1 - \sqrt{3})(x - 1 + \sqrt{3})$$

Les facteurs sont :

$$x + 2, x - 1 - \sqrt{3} \text{ et } x - 1 + \sqrt{3}.$$

– suite

Communications	✓ Résolution
Connections	Raisonnement
✓ Estimation et Calcul Mental	✓ Technologie
	Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Choix multiples

Un facteur de la fonction polynomiale $f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ est

- a) $x - 6$
- b) $x - 1$
- c) $x + 2$
- d) $x + 3$

Problèmes

1. Quelle est la valeur de k si $(x - 3)$ est un facteur de $f(x) = 2x^3 + x^2 - 18x - 4k$? Arrondissez votre réponse à deux décimales.
2. Démontrez si $(x + 1)$ est ou non un facteur de $P(x) = 3x^{19} + 2x^{10} + 1$.
3. Vérifiez si $x + 2$ est un facteur ou non de $f(x) = x^3 + 4x^2 - 8$.
4. Décomposez complètement en facteurs : $f(x) = x^3 + 8x^2 + 4x + 48$.
5. Lorsqu'un polynôme $f(x)$ est divisé par $2x + 1$, le quotient est $x^2 - x + 4$ et le reste est 3. Trouvez $f(x)$.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

H-3 utiliser le théorème du reste pour évaluer des expressions polynomiales et le théorème des facteurs pour déterminer les facteurs de polynômes
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• trouver les facteurs d'un polynôme en utilisant le théorème des facteurs (suite)

Exemple 2

Décomposez complètement en facteurs $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$.

Solution

Lorsque vous examinez cette question, il n'est pas apparent quels choix vous devriez faire pour déterminer un facteur de la forme $x - a$.

Les choix peuvent être énoncés sous forme de nombres rationnels dont les numérateurs sont des facteurs du terme constant (terme sans une variable à l'intérieur) et dont les dénominateurs sont des facteurs du coefficient principal, qui est le coefficient de terme ayant le degré le plus élevé.

$$\therefore a = \frac{\text{facteurs du terme constant}}{\text{facteurs du coefficient principal}}$$

Une fois que vous avez énoncé les valeurs possibles de a , vous pouvez utiliser le théorème du reste et le théorème des facteurs ou la division synthétique pour obtenir les facteurs.

Remarque : Lorsque le coefficient principal est 1, alors les valeurs de a sont simplement les facteurs du terme constant.

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$$

Parce que le coefficient de x^3 est 1, les valeurs possibles de a sont les facteurs de 6.

$$a = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$$

Choisissez $a = 1$

Si $f(a) = 0$, alors $x - a$ est un facteur

$$\begin{aligned} f(1) &= 1^3 - 2(1)^2 - 5(1) + 6 \\ &= 1 - 2 - 5 + 6 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$x - 1$ est un facteur

Utilisez la division synthétique pour obtenir le deuxième facteur :

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -2 & -5 & 6 \\ & & 1 & -1 & -6 \\ \hline & 1 & -1 & -6 & 0 \end{array}$$

\therefore quotient est $x^2 - x - 6$

Le quotient $x^2 - x - 6$ est décomposable en produit de facteurs :

$$x^2 - x - 6 = (x - 3)(x + 2)$$

On a donc :

$$x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x - 1)(x - 3)(x + 2)$$

– suite

Communications	✓ Résolution
Connections	Raisonnement
✓ Estimation et Calcul Mental	✓ Technologie
	Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

H-3 utiliser le théorème du reste pour évaluer des expressions polynomiales et le théorème des facteurs pour déterminer les facteurs de polynômes
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• trouver les facteurs d'un polynôme en utilisant le théorème des facteurs (suite)

Exemple 3

Décomposez en facteurs : $2x^3 + 3x^2 - 8x + 3$.

Solution

Étant donné que le coefficient principal est de 2 et le terme constant est 3, les valeurs possibles de a sont :

$$a = \frac{\text{facteurs de } 3}{\text{facteurs de } 2} = \frac{\pm 1, \pm 3}{\pm 1, \pm 2} = \pm 1, \pm 3, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{3}{2}$$

Vérifiez si $a = 1$

$$\begin{aligned} f(1) &= 2 \cdot 1^3 + 3 \cdot 1^2 - 8(1) + 3 \\ &= 2 + 3 - 8 + 3 \\ &= 0 \end{aligned}$$

∴ $x - 1$ est un facteur

Utilisez la division synthétique pour obtenir un deuxième facteur.

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 2 & 3 & -8 & 3 \\ & & 2 & 5 & -3 \\ \hline & 2 & 5 & -3 & 0 \end{array}$$

∴ Deuxième facteur: $2x^2 + 5x - 3$

Ceci se décomposera en facteurs : $2x^2 + 5x - 3 = (2x - 1)(x + 3)$.

∴ Les facteurs sont : $(x - 1)(2x - 1)(x + 3)$.

• utiliser la technologie pour résoudre des polynômes

La décomposition en facteurs de polynômes n'est pas toujours possible ni pratique, mais lorsqu'elle l'est, elle peut être un outil précieux pour trouver et vérifier des zéros de fonctions polynomiales et les racines d'équations polynomiales.

Exposez les élèves à la solution des polynômes à l'aide des calculatrices à affichage graphique (représentation graphique, résolveur d'équations, etc.). Demandez aux élèves d'utiliser une calculatrice graphique pour tracer la courbe et vérifier les solutions en localisant les zéros de la fonction. De plus, ils peuvent utiliser la fonction de résolution d'équations pour trouver les zéros.

Exemple

Décomposez en facteurs $P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ à l'aide de la technologie graphique.

– suite

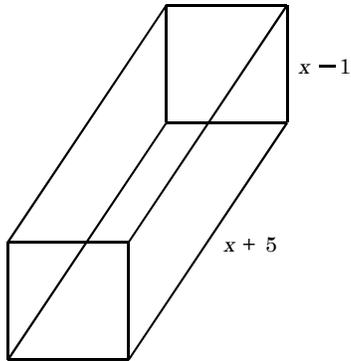
Communications	✓ Résolution
Connections	Raisonnement
✓ Estimation et Calcul Mental	✓ Technologie
	Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

1.



Le volume du prisme rectangulaire est

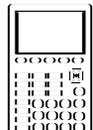
$$V = 3x^3 + 8x^2 - 45x - 50.$$

Trouvez la dimension manquante.

2. Le polynôme $p(x) = 4x^3 + bx^2 + cx + 11$ a un reste de -7 lorsqu'il est divisé par $(x + 2)$ et un reste de 14 lorsqu'il est divisé par $x - 1$. Trouvez b et c .

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

H-3 utiliser le théorème du reste pour évaluer des expressions polynomiales et le théorème des facteurs pour déterminer les facteurs de polynômes
– suite



STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• trouver les facteurs d'un polynôme en utilisant le théorème des facteurs (suite)

Exemple - suite

Solution

1. Appuyez sur **Y=**.
2. Entrez l'équation à côté de Y1.
3. Appuyez sur **WINDOW** et réglez une fenêtre conviviale :
 $X_{\min} = -9,4$
 $X_{\max} = 9,4$
4. Appuyez sur **GRAPH**.
5. Appuyez sur **TRACE**. Utilisez la flèche droite **▶** et la flèche gauche **◀** pour tracer. Trouvez la valeur de x lorsque $y = 0$.

Réponse : $x = 1, x = 3, x = -2$
 $y = (x - 1)(x - 3)(x + 2)$

Utilisation du menu CALCULATE :

1. Appuyez sur **2nd** (CALC).
2. Sélectionnez 2 : Zero.
3. Réglez les marges de droite et de gauche.
(voir l'Unité A : Fonctions quadratiques.)

Réponse : $x = -2, x = 1, x = 3$

Communications	✓ Résolution
Connections	Raisonnement
✓ Estimation et Calcul Mental	✓ Technologie
	Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

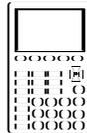
NOTES

Problèmes

1. Représentez graphiquement la fonction sur une calculatrice graphique. (N'oubliez pas de régler une fenêtre convenable où

$$X_{\min} = -9,4 \text{ et } X_{\max} = +9,4) \quad y = x^5 - 3x^3 + 2x$$

- a) Identifiez les valeurs relatives maximale et minimale et indiquez un intervalle pour chacune.
 - b) Utilisez la touche TRACE pour trouver le maximum ou le minimum relatif.
 - c) Utilisez la touche TRACE pour trouver le(s) zéro(s) de la fonction.
2. On doit confectionner une boîte ouverte à partir d'une pièce de papier de 17 cm sur 22 cm en découpant des carrés de dimensions x cm de chaque coin et en pliant les rabats pour former les côtés. Écrivez une fonction donnant le volume de la boîte en termes de x . Esquissez la représentation graphique de la fonction et utilisez-la pour estimer la valeur de x qui permet d'obtenir le plus grand volume.



STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Ressource imprimée

*Mathématiques pré-calcul
secondaire 3, Cours
destiné à l'enseignement à
distance*

– Module 8, Leçon 4, 5

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

H-4 décrire, représenter graphiquement et analyser des fonctions polynomiales et rationnelles à l'aide de la technologie
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• explorer des polynômes de degrés variables (suite)

Recherche 2

Représentez graphiquement les fonctions polynomiales suivantes du quatrième degré. Esquissez chaque représentation graphique et nommez-la. Utilisez la même fenêtre qu'auparavant. Décrivez les similitudes et les différences dans ces représentations graphiques.

- a) $y = x^4$
- b) $y = -x^4$
- c) $y = x^4 - 5x^2 + 4$
- d) $y = -x^4 + 5x^2 - 4$
- e) $y = x^4 - 3x^3 - x^2 + 3x + 3$
- f) $y = -x^4 + 3x^3 + x^2 - 3x - 3$

Recherche 3

a) Si $Y_1 = (x - 1)(x - 2)(x + 2) = x^3 - x^2 - 4x - 4$

À quoi ressemblera cette courbe? Discutez de votre prédiction avec votre partenaire.

b) Quel terme de Y_1 a la plus grande influence pour maintenir la forme de la courbe?

Prédisez, puis représentez graphiquement chacune des équations suivantes :

$Y_2 = Y_1 + 4$

$Y_3 = Y_1 + x^2$

$Y_4 = Y_1 + 4x$

Que concluez-vous?

c) Faites des expériences avec Y_1 en modifiant les coefficients de x^2 et de x à d'autres entiers non nuls.

Avec votre partenaire, discutez des raisons des changements de la forme de la courbe.

Que concluez-vous?

d) Est-ce que l'on peut généraliser les conclusions auxquelles vous êtes parvenu en b) et c) ci-dessus pour une fonction cubique?

Répondez à cette question en examinant la fonction $y = x^3 + 5x^2 + 2x + 4$.

✓ Communications	Résolution
Connections	✓ Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

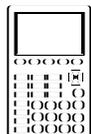
– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

H-4 décrire, représenter graphiquement et analyser des fonctions polynomiales et rationnelles à l'aide de la technologie
– suite



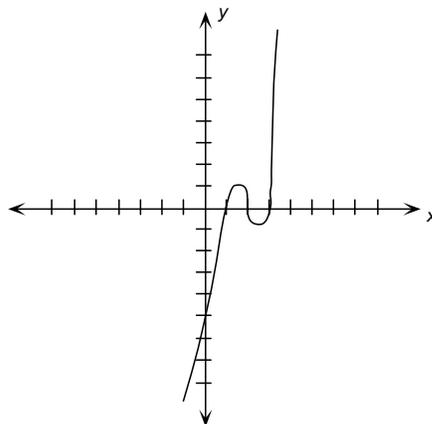
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• explorer des polynômes de degrés variables (suite)

Recherche 4

Soit $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$, identifiez les facteurs, les zéros, puis esquissez la courbe, vérifiez vos résultats à l'aide de la technologie graphique.

Solution partielle



À l'aide d'une calculatrice à affichage graphique et d'autres fonctions cubiques, demandez aux élèves d'esquisser chaque représentation graphique sur du papier quadrillé.

Répétez cette procédure en utilisant d'autres fonctions telles des fonctions bicarrées ou des fonctions du degré 5, et ainsi de suite.

Les caractéristiques suivantes des fonctions polynomiales, f , du degré, n , devraient être prises en note.

1. La représentation graphique d'une fonction polynomiale est continue. Cela signifie que la représentation graphique n'a pas d'interruption - vous pourriez esquisser la représentation graphique sans soulever votre crayon du papier.
2. La représentation graphique d'une fonction polynomiale n'a que des courbures lisses. La représentation graphique de f a au maximum $(n - 1)$ changements de sens. Les changements de sens sont les points auxquels la représentation graphique change, passant de croissante à décroissante ou vice versa.

– suite

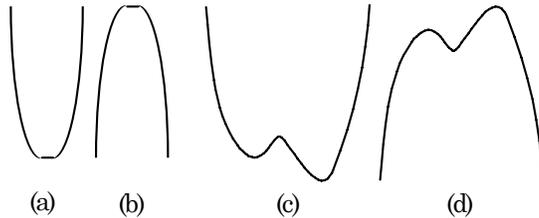
✓ Communications	Résolution
Connections	✓ Raisonnement
Estimation et	✓ Technologie
Calcul Mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Les représentations graphiques de polynômes du degré 4 appartiennent à plusieurs types, dont certains sont indiqués ci-dessous.



Examinez le graphique de $y = (x + 3)(x + 2)(x - 1)(x - 2)$
 $= x^4 - 2x^3 - 7x^2 - 8x - 12$

et déterminez les changements dans les coefficients des termes qui produiraient chacune des formes ci-dessus.

- Utilisez la technologie graphique pour examiner la représentation graphique de $y = (x + a)(x + b)(x + c)(x + d)$ en modifiant les valeurs dans les registres a , b , c et d .
- Expliquez ce que l'on entend par une représentation graphique continue?
- Nommez une caractéristique de la représentation graphique de $f(x) = |x|$ qui n'est pas partagée par les représentations graphiques de fonctions polynomiales.
- Est-ce que la représentation graphique de $f(x) = 2x^4 - 3x$ monte ou descend vers la droite? Comment pouvez-vous le dire? Que se passe-t-il du côté gauche?
- Énoncez le nombre maximal de changements de sens dans les représentations graphiques suivantes :
 - $f(x) = x^3 - 4x$
 - $g(x) = x^6 - 4x^2$
 - $f(x) = -x^2 - 5x + 6$
 - $g(x) = x^5 - 4x^3 + 6$
 - $f(x) = -3x^4 - 5x + 6$

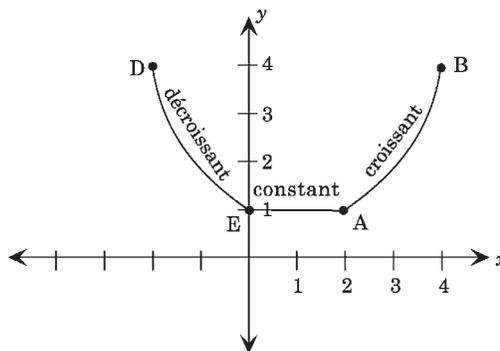
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

H-4 décrire, représenter graphiquement et analyser des fonctions polynomiales et rationnelles à l'aide de la technologie
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• explorer des polynômes de degrés variables (suite)

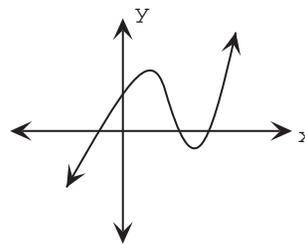
Une fonction, f , est croissante dans l'intervalle si pour n'importe quelle valeur de x_1 et de x_2 dans l'intervalle, $x_1 < x_2$ implique que $f(x_1) < f(x_2)$



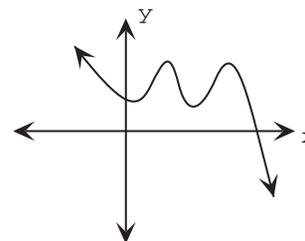
3. Si le coefficient principal de la fonction polynomiale est positif, alors la représentation graphique est ascendante vers la droite. Si le coefficient principal est négatif, alors la représentation graphique est descendante vers la droite.

4. a) Lorsque le degré, n , d'un polynôme est impair, la représentation graphique a un comportement opposé vers la gauche et vers la droite.

Si le coefficient principal est positif (>0), alors la représentation graphique est descendante vers la gauche et ascendante vers la droite.



Si le coefficient principal est négatif (<0), alors la représentation graphique est ascendante vers la gauche et descendante vers la droite.



– suite

✓ Communications	Résolution
✓ Connections	✓ Raisonnement
✓ Estimation et	✓ Technologie
✓ Calcul Mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Pouvez-vous dire si la représentation graphique de la fonction $f(x) = -x^4 + 2x^3 + 3x - 4$ a une valeur maximale ou minimale sans représenter graphiquement la fonction? Expliquez.
2. Esquissez $h(x) = x^3 + x^2 - 5x + 3$. Nommez tous les points d'intersection avec les axes.
3. Esquissez la représentation graphique de $f(x) = x^3 - 20x^2 + 100x$. Nommez et énoncez les coordonnées de tous les points d'intersections avec les axes.
4. Soit $f(x) = 3x^2 - 2kx^2 + (k - 1)x + 10$. Si -2 est un zéro de cette fonction, trouvez la valeur de k .
5. Trouvez les abscisses à l'origine x de la représentation graphique de $p(x) = 2x(x^2 - 3)$.
6. Quel est le nombre maximal d'intersections avec l'axe x qu'une fonction bicarrée peut avoir? Y a-t-il un nombre minimal?
7. Représentez graphiquement $y = x^2(x^2 - 4)$. Quel est le domaine et l'image de cette fonction?

Inscription au journal

À l'aide de la définition d'une fonction croissante comme guide, écrivez une définition pour une fonction décroissante et pour une fonction constante.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

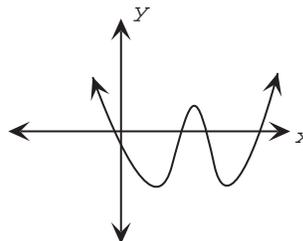
H-4 décrire, représenter graphiquement et analyser des fonctions polynomiales et rationnelles à l'aide de la technologie
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

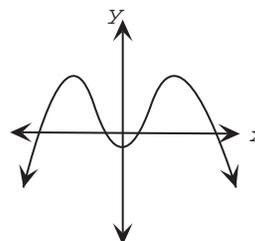
• explorer des polynômes de degrés variables (suite)

b) Lorsque le degré, n , d'un polynôme est pair, alors sa représentation graphique a le même comportement vers la gauche et vers la droite.

Si le coefficient principal est positif (>0), alors la représentation graphique est ascendante vers la gauche et vers la droite.

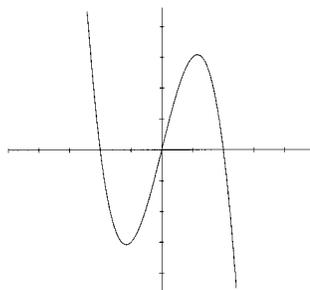


Si le coefficient principal est négatif (<0), alors la représentation graphique est descendante vers la gauche et vers la droite.



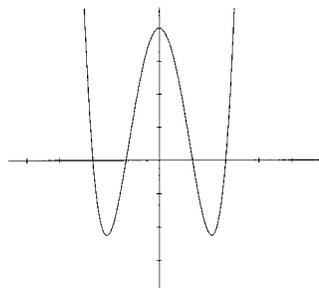
5. La fonction, f , a au maximum n racines réelles. Si vous avez une fonction cubique, vous pouvez vous attendre au plus à trois racines.

Lorsque vous avez une fonction bicarrée, vous pouvez vous attendre à ce qu'il y ait au maximum quatre racines, et ainsi de suite.



$f(x) = -x^3 + 4x$
Cubique – au plus 3 racines

La représentation graphique d'une fonction cubique est formée comme un « S de côté », tel qu'il est illustré.



$f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$
Bicarré – au plus 4 racines

Les équations bicarrées ont une forme en W ou en M.

– suite

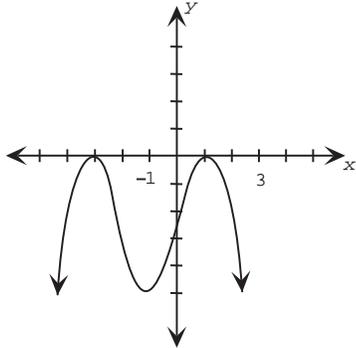
✓ Communications	Résolution
✓ Connections	✓ Raisonnement
✓ Estimation et	✓ Technologie
✓ Calcul Mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Choix multiples

Une fonction qui représente le mieux l'esquisse donnée est



- a) $f(x) = (x^2 + 3)(x^2 + 1)$
- b) $f(x) = (x^2 + 3)(x^2 - 1)$
- c) $f(x) = -(x - 3)^2(x + 1)^2$
- d) $f(x) = -(x + 3)^2(x - 1)$

Problème

La représentation graphique d'une fonction polynomiale du troisième degré touche mais ne traverse pas l'axe des x au point $(1, 0)$ et traverse l'axe des x au point $(-2, 0)$. Écrivez une équation pour cette fonction polynomiale.

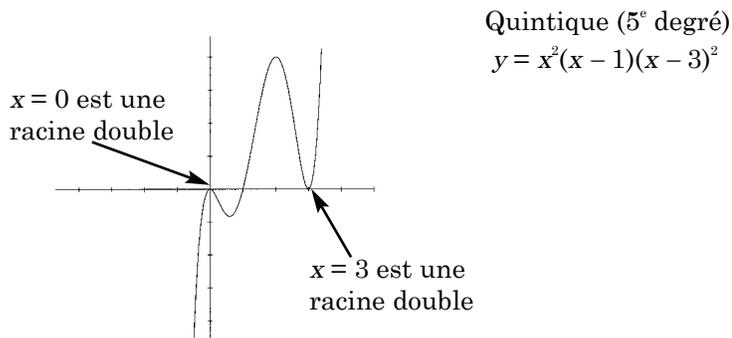
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

H-4 décrire, représenter graphiquement et analyser des fonctions polynomiales et rationnelles à l'aide de la technologie
– suite

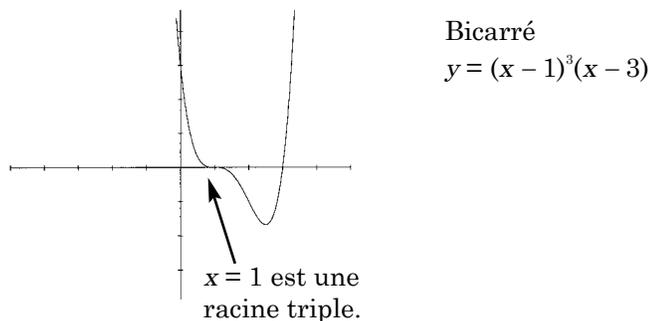
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• explorer des polynômes de degrés variables (suite)

6. Si un polynôme $f(x)$ a un facteur au carré tel que $(x - c)^2$, alors $x = c$ est considérée une racine double de $f(x) = 0$. La représentation graphique de $y = f(x)$ est tangente à l'axe des x au point $x = c$, tel qu'il est illustré ci-dessous.



Si un polynôme $P(x)$ a un facteur au cube tel $(x - c)^3$, alors $x = c$ est une racine triple de $P(x) = 0$. La représentation graphique de $y = P(x)$ s'aplatit environ au point $(c, 0)$ et traverse l'axe des x à ce point, tel qu'il est illustré dans la figure ci-dessous.



✓ Communications	Résolution
✓ Connexions	✓ Raisonnement
✓ Estimation et	✓ Technologie
✓ Calcul Mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Esquissez la fonction polynomiale $g(x) = x^2(x + 5)$ et nommez les points d'intersection avec les axes sur la représentation graphique.
2. Trouvez une fonction polynomiale qui a pour zéros 2, -3 et $-\frac{1}{2}$.
3. Trouvez tous les zéros de la fonction polynomiale $P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$, sachant que $P(-1) = 0$.
4. Déterminez les zéros de la fonction polynomiale $f(x) = x^3 + 9x^2 + 11x - 21$.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

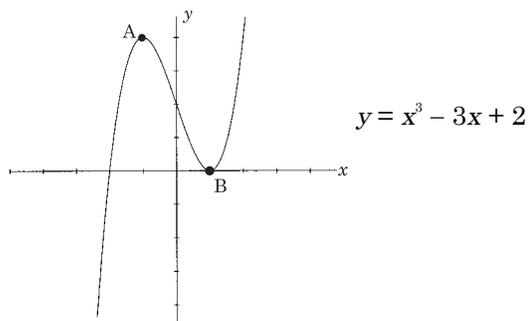
H-4 décrire, représenter graphiquement et analyser des fonctions polynomiales et rationnelles à l'aide de la technologie
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• explorer les minimums et maximums relatifs

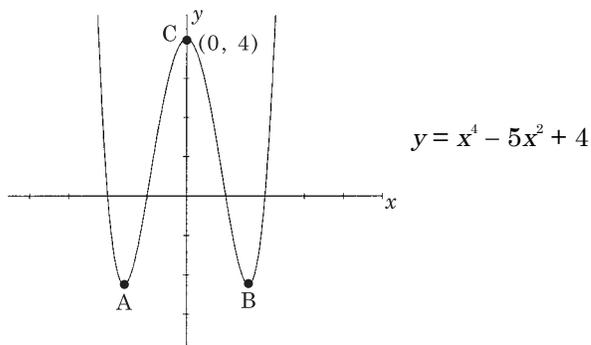
Les **fonctions quadratiques** ont un maximum ou un minimum. Si la représentation graphique de la fonction s'ouvre vers le haut, la fonction a un minimum. Si la représentation graphique de la fonction s'ouvre vers le bas, elle a un maximum.

Les **fonctions cubiques** n'ont ni de maximum ni de minimum, mais elles peuvent avoir des minimums relatifs ou maximums relatifs dans certains intervalles.



• explorer les minimums et maximums absolues

Les **fonctions bicarrées** ont soit un maximum absolu, soit un minimum absolu. Elles peuvent également avoir des maximums ou minimums relatifs dans des intervalles.



Elle a un minimum absolu aux points A et B lorsque $y \approx -2,2$.

Elle a un maximum relatif au point C lorsque $y = 4$.

✓ Communications	Résolution
✓ Connexions	✓ Raisonnement
✓ Estimation et	✓ Technologie
✓ Calcul Mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Esquissez la représentation graphique de la fonction $f(x) = x^3 - x^2 - 6x$ et déterminez :

- a) ses zéros;
- b) ses comportements vers la droite et vers la gauche;
- c) les extremums.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

H-4 décrire, représenter graphiquement et analyser des fonctions polynomiales et rationnelles à l'aide de la technologie
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• utiliser l'analyse des signes pour représenter graphiquement des polynômes

Une autre caractéristique que vous pouvez utiliser pour esquisser la représentation graphique d'une fonction polynomiale est d'utiliser l'analyse des signes en vérifiant une valeur de x à chaque intervalle déterminé par les zéros (voir Unité C : Algèbre).

Exemple

Esquissez la représentation graphique de la fonction cubique décomposée en facteurs $f(x) = (x + 1)(x - 1)(x - 2)$.

Solution

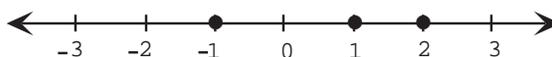
Pour trouver le zéro, si $f(x) = 0$

$$(x + 1)(x - 1)(x - 2) = 0$$

$$x = -1, x = 1, x = 2$$

Les zéros sont à -1 , 1 et 2 .

Intervalles de vérification :



Intervalle : $x > 2$, test $x = 3$

$$f(3) = (3 + 1)(3 - 1)(3 - 2) = + \text{ produit,}$$

$$+ \quad + \quad +$$

ce qui signifie que les valeurs de y sont au-dessus de la droite

Intervalle : $-1 < x < 2$, vérifiez $x = 1,5$

$$f(1,5) = (1,5 + 1)(1,5 - 1)(1,5 - 2) = - \text{ produit,}$$

$$+ \quad + \quad -$$

ce qui signifie que les valeurs de y sont sous la droite

Intervalle : $-1 < x < 1$, vérifiez $x = 0$

$$f(0) = (0 + 1)(0 - 1)(0 - 2) = + \text{ produit,}$$

$$+ \quad - \quad -$$

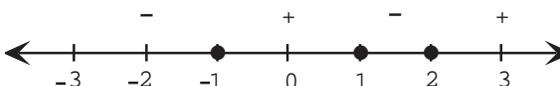
ce qui signifie que les valeurs de y sont au-dessus de la droite

Intervalle : $x < -1$, vérifiez $x = -2$

$$f(-2) = (-2 + 1)(-2 - 1)(-2 - 2) = - \text{ produit,}$$

$$- \quad - \quad -$$

ce qui signifie que les valeurs de y sont sous la droite



– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

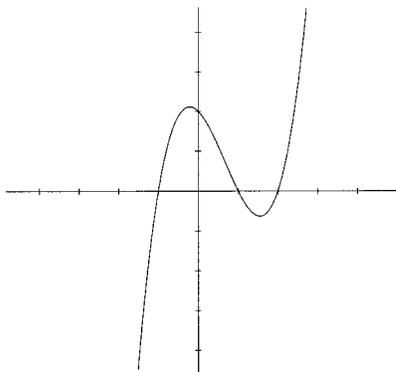
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

H-4 décrire, représenter graphiquement et analyser des fonctions polynomiales et rationnelles à l'aide de la technologie
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• utiliser l'analyse des signes pour représenter graphiquement des polynômes (suite)

Pour obtenir la position de la courbe, vous pourriez marquer des points à l'intérieur de l'intervalle, mais s'il s'agit d'une esquisse et vous savez que c'est cubique, rappelez-vous que ce sera un « S de côté ». La représentation graphique ressemblera à celle-ci.

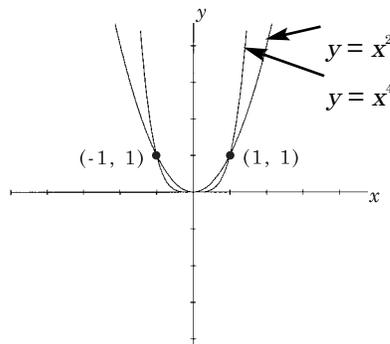


$$y = (x + 1)(x - 1)(x - 2)$$

• utiliser des transformations pour esquisser les représentations graphiques

Vous pouvez utiliser des transformations pour certaines de vos esquisses de représentations graphiques.

Les fonctions polynomiales qui ont les représentations graphiques les plus simples sont les fonctions monomiales $f(x) = a_n x^n$. Lorsque n est pair, la représentation graphique est semblable à la représentation graphique de $f(x) = x^2$. Lorsque n est impair, la représentation graphique est semblable à la représentation graphique de $f(x) = x^3$. En outre, plus la valeur de n est grande, plus la représentation graphique d'un monôme est plate sur l'intervalle $-1 \leq x \leq 1$.



Lorsque n est impair, la représentation graphique de $y = x^n$ est tangente à l'axe des x à l'origine.

– suite

✓ Communications	Résolution
✓ Connexions	✓ Raisonnement
✓ Estimation et	✓ Technologie
✓ Calcul Mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

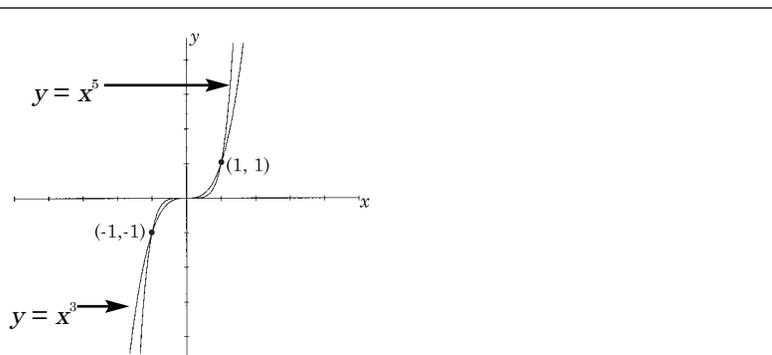
NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

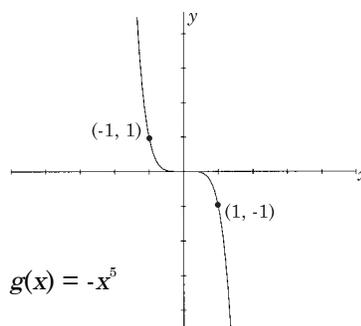
H-4 décrire, représenter graphiquement et analyser des fonctions polynomiales et rationnelles à l'aide de la technologie
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

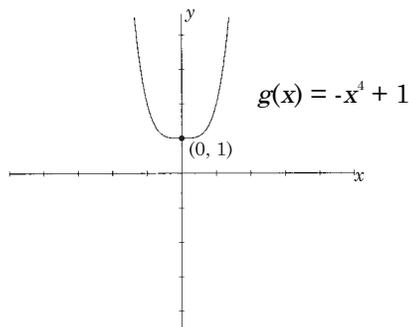
• utiliser des transformations pour esquisser les représentations graphiques (suite)



Réflexion : Pour esquisser la représentation graphique de $g(x) = -x^5$, faites une réflexion de la représentation graphique de $f(x) = x^5$ par rapport à l'axe des x .



Déplacement vertical : Pour esquisser la représentation graphique de $g(x) = x^4 + 1$, déplacez la représentation graphique de $f(x) = x^4$ vers le haut d'une unité.



– suite

✓ Communications	Résolution
✓ Connexions	✓ Raisonnement
✓ Estimation et	✓ Technologie
✓ Calcul Mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

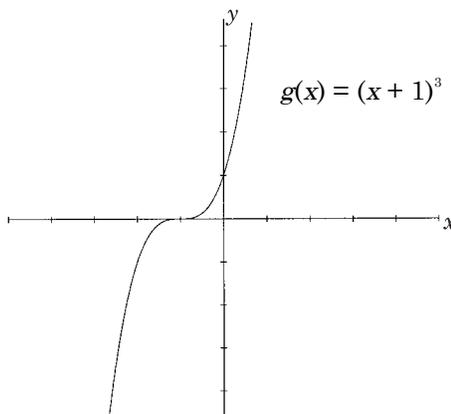
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

H-4 décrire, représenter graphiquement et analyser des fonctions polynomiales et rationnelles à l'aide de la technologie
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• utiliser des transformations pour esquisser les représentations graphiques (suite)

Déplacement horizontal : Pour esquisser la représentation graphique de $g(x) = (x + 1)^3$, déplacez la représentation graphique de $f(x) = x^3$ d'une unité vers la gauche.



L'ordonnée à l'origine y de la représentation graphique d'une fonction survient lorsque $x = 0$. Les abscisses à l'origine x sont les **zéros** de la fonction. À un point d'intersection avec l'axe x , la valeur de la fonction est zéro.

Si vous connaissez l'équation de la fonction, vous pouvez utiliser la technologie : Utilisez la fonction TRACE pour trouver les zéros et les maximums ou minimums relatifs.

✓ Communications	Résolution
✓ Raisonnement	✓ Raisonnement
✓ Technologie	✓ Technologie
✓ Visualisation	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

H-4 décrire, représenter graphiquement et analyser des fonctions polynomiales et rationnelles à l'aide de la technologie
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• définir une fonction rationnelle

Une **fonction rationnelle** est une fonction de la forme

$$f(x) = \frac{p(x)}{g(x)}$$

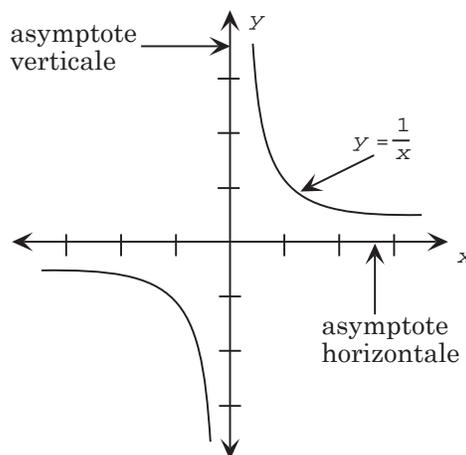
où $p(x)$ et $g(x)$ sont des polynômes et le domaine de la fonction rationnelle consiste de toutes les valeurs de x pour lesquelles $g(x) \neq 0$.

Remarque : Limitez les numérateurs et les dénominateurs à des polynômes linéaires et quadratiques.

• définir des asymptotes verticales et horizontales

La droite $x = 0$ est une asymptote verticale de la représentation graphique de $f(x)$.

La droite $y = 0$ est l'asymptote horizontale.



La droite $x = a$ est une **asymptote verticale** de la représentation graphique de f si $f(x) \rightarrow \infty$, ou $f(x) \rightarrow -\infty$ quand $x \rightarrow a$ à droite ou à gauche de a .

La droite $y = b$ est une **asymptote horizontale** de la représentation graphique de f si $f(x) \rightarrow b$, quand $x \rightarrow \infty$ ou $x \rightarrow -\infty$.

✓ Communications	Résolution
✓ Connexions	✓ Raisonnement
✓ Estimation et	✓ Technologie
✓ Calcul Mental	✓ Visualisation

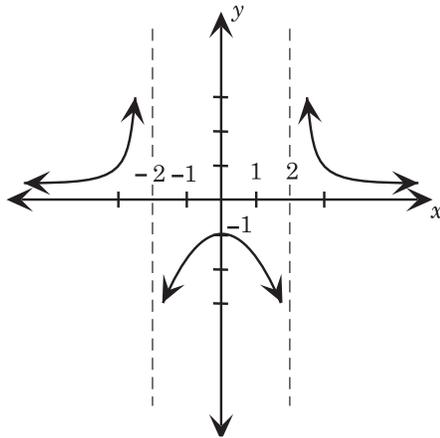
STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Choix multiples

L'esquisse d'une fonction rationnelle est illustrée. Le domaine de la fonction est :

- a) $\{x \mid x \in \mathbb{R}\}$;
- b) $\{x \mid x \neq 0\}$;
- c) $\{x \mid x \leq -1 \text{ ou } x > 0\}$;
- d) $\{x \mid x \neq \pm 2\}$.



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

H-4 décrire, représenter graphiquement et analyser des fonctions polynomiales et rationnelles à l'aide de la technologie
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• explorer les fonctions rationnelles

Recherche

a) Reproduisez graphiquement $Y_1 = \frac{1}{x}$ dans une fenêtre appropriée.

d) Décrivez la transformation qui survient à mesure que vous représentez graphiquement :

$$Y_2 = \frac{1}{x} + 3$$

$$Y_3 = \frac{1}{x+3}$$

Utilisez des termes tels que déplacement vertical, déplacement horizontal et asymptotes.

c) Prédisez à quoi ressemblera une représentation graphique de $Y_4 = \frac{1}{x-3} - 3$, puis représentez-la graphiquement dans la fenêtre appropriée.

• représenter graphiquement des fonctions rationnelles en trouvant les asymptotes verticales et horizontales et d'autres points de discontinuité

Directives pour représenter graphiquement des fonctions rationnelles

Si $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$ où $p(x)$ et $q(x)$ sont des polynômes n'ayant aucun facteur commun.

1. Trouvez et marquez l'ordonnée à l'origine y (le cas échéant) en évaluant $f(0)$. N'oubliez pas que l'ordonnée à l'origine y est un point sur l'axe des y et que par conséquent x est 0.
2. Trouvez les zéros du numérateur (le cas échéant) en résolvant l'équation $p(x) = 0$. Marquez alors les abscisses à l'origine x correspondantes.
3. Il peut être difficile de représenter graphiquement des fonctions rationnelles uniquement par des points de marquage. Si vous identifiez les discontinuités, y compris les asymptotes, avant de faire la représentation graphique, cela peut vous aider à trouver les principales caractéristiques de sorte que vous pouvez faire une esquisse raisonnable.
4. Esquissez les asymptotes verticales correspondantes en résolvant l'équation du dénominateur $q(x) = 0$ pour trouver les zéros du dénominateur. La représentation graphique de $f(x)$ a une asymptote verticale à chaque zéro réel de $q(x)$.
5. Trouvez et esquissez l'asymptote horizontale (le cas échéant) en utilisant la règle suivante pour trouver l'asymptote horizontale :
La représentation graphique de $f(x)$ a au maximum une asymptote horizontale.
a) Si le degré de $p(x)$ est inférieur au degré de $q(x)$, alors la droite $y = 0$ est l'asymptote horizontale.

– suite

✓ Communications	Résolution
✓ Raisonnement	✓ Raisonnement
✓ Technologie	✓ Technologie
✓ Visualisation	✓ Visualisation

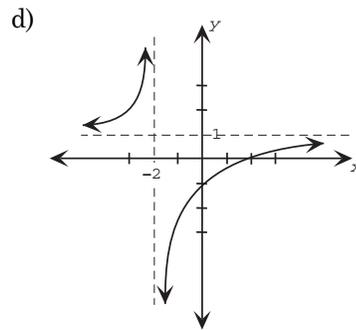
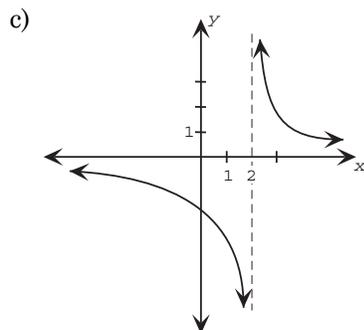
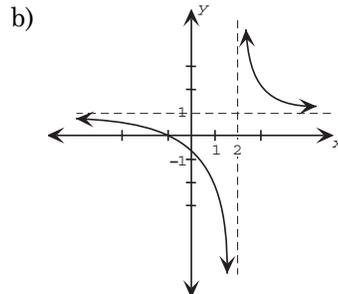
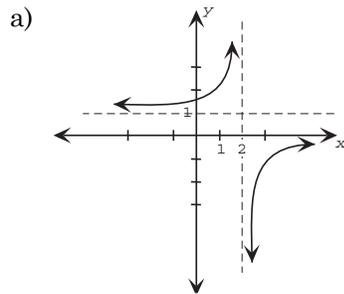
STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Choix multiple

1. Laquelle des représentations graphiques représente le mieux

$$y = \frac{x+1}{x-2} ?$$



2. Soit la fonction $f(x) = \frac{(x+1)(x-1)}{x-1}$, lequel des énoncés suivants est vrai?

- a) L'asymptote horizontale est $y = 3$.
- b) L'asymptote horizontale est $y = 0$.
- c) Le graphique ne comporte aucune asymptote horizontale ou verticale.
- d) L'asymptote verticale est $x = 1$.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

H-4 décrire, représenter graphiquement et analyser des fonctions polynomiales et rationnelles à l'aide de la technologie
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• représenter graphiquement des fonctions rationnelles en trouvant les asymptotes verticales et horizontales et d'autres points de discontinuité (suite)

b) Si le degré de $p(x)$ = degré de $q(x)$, alors la droite $y = \frac{a}{b}$ est une asymptote horizontale où a est le coefficient principal de $p(x)$ et b est le coefficient principal de $q(x)$.

c) Si le degré de $p(x)$ est supérieur au degré de $q(x)$, la représentation graphique ne comporte aucune asymptote horizontale.

6. La représentation graphique d'une fonction rationnelle peut être discontinue à une valeur de x sans avoir une asymptote. Cela peut se produire si le numérateur et le dénominateur ont un facteur commun.

7. Utilisez l'analyse des signes pour illustrer là où la portion de la fonction est négative et là où elle est positive.

8. Utilisez des courbes lisses pour compléter la représentation graphique entre les asymptotes verticales et au-delà.

Exemple 1

Représentez graphiquement

$$Y_1 = \frac{2x - 1}{x - 1}$$

$$Y_2 = \frac{1}{x - 1} + 2$$

(Il serait peut-être à conseiller de tracer un ensemble de points au lieu de tracer une courbe continue.)

Que remarquez-vous?

Solution

Lorsque vous divisez $2x - 1$ par $x - 1$, vous obtenez $\frac{1}{x - 1} + 2$.

Cela vous aide à voir la transformation de base.

Exemple 2

$$f(x) = \frac{2x}{x + 1}$$

Trouvez l'équation de l'asymptote verticale et l'équation de l'asymptote horizontale de cette fonction.

✓ Communications	Résolution
✓ Connections	✓ Raisonnement
✓ Estimation et Calcul Mental	✓ Technologie
	✓ Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Trouvez les équations des asymptotes verticales et horizontales, de

a) $y = \frac{2x - 1}{x + 3}$

b) $y = \frac{1 - x^2}{x^2 - 9}$

c) $y = \frac{3}{x^2 - 4}$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

H-4 décrire, représenter graphiquement et analyser des fonctions polynomiales et rationnelles à l'aide de la technologie
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• représenter graphiquement des fonctions rationnelles en trouvant les asymptotes verticales et horizontales et d'autres points de discontinuité (suite)

Exemple 2 - suite

Solution

Étape 1 : asymptote verticale

si $f(x) = \frac{2x}{x+1}$, alors $x = -1$ est une asymptote

verticale pour la représentation graphique de la fonction étant donné que le numérateur n'est pas zéro et le dénominateur est zéro lorsque $x = -1$.

Étape 2 : asymptote horizontale

Il y a trois façons très répandues de déterminer cette asymptote.

Méthode 1

$$\begin{array}{r} 2 \\ x+1 \overline{)2x} \\ \underline{2x+2} \\ -2 \end{array}$$

$$\therefore f(x) = 2 - \frac{2}{x+1}$$

Si x est très grand, y est presque égal à 2. L'asymptote est $y = 2$.

Méthode 2

Si $f(x) = \frac{2x}{x+1}$, alors sur la représentation

graphique de f , $y = \frac{2x}{x+1}$

Cela implique que :

$$y(x+1) = 2x$$

$$xy + y = 2x$$

$$xy - 2x = -y$$

$$2x - xy = y$$

$$x(2 - y) = y$$

$$x = \frac{y}{2 - y}$$

Lorsque $y = 2$, le numérateur de $\frac{y}{2-y}$ n'est pas zéro et le dénominateur est zéro. Ainsi, l'équation de l'asymptote horizontale pour la représentation graphique de « y » est $y = 2$.

– suite

✓ Communications	Résolution
✓ Raisonnement	✓ Raisonnement
✓ Technologie	✓ Technologie
✓ Visualisation	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Déterminez si chacun des exemples suivants est une fonction rationnelle, une fonction polynomiale ou une autre forme de fonction, et justifiez votre conclusion.

a) $y = x^2 - 3x + \sqrt{7}$

d) $y = \sqrt{7x^2} + x^2$

b) $y = (x - 5)^{-1}$

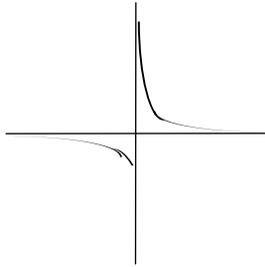
e) $y = 2^x - 9$

c) $y = \frac{1}{5}x^4 + 3x^3 - 12x - 0,75$

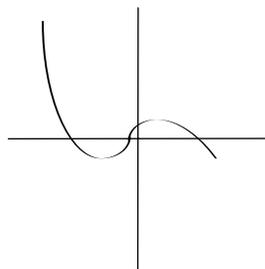
f) $y = \frac{3x - 7}{x^2 - 5x + 6}$

2. Examinez les fonctions suivantes. Lesquelles pourraient être des représentations graphiques de fonctions rationnelles, et lesquelles pourraient être des représentations graphiques de fonctions polynomiales?

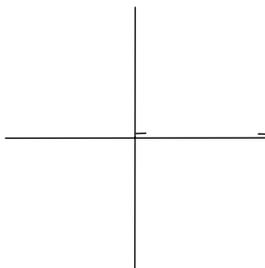
a)



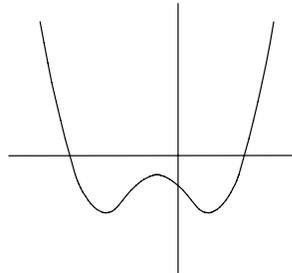
b)



c)



d)



3. Écrivez des équations pour les représentations graphiques de la question 2 ci-dessus. Utilisez votre calculatrice graphique pour les vérifier.



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

H-4 décrire, représenter graphiquement et analyser des fonctions polynomiales et rationnelles à l'aide de la technologie
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• représenter graphiquement des fonctions rationnelles en trouvant les asymptotes verticales et horizontales et d'autres points de discontinuité (suite)

Exemple 2 - suite

Solution - suite

Méthode 3

On peut trouver l'asymptote en utilisant des coefficients principaux a et b dans

$$y = \frac{a}{b} \text{ pour parvenir à}$$

$$y = \frac{2}{1}$$

$$y = 2$$

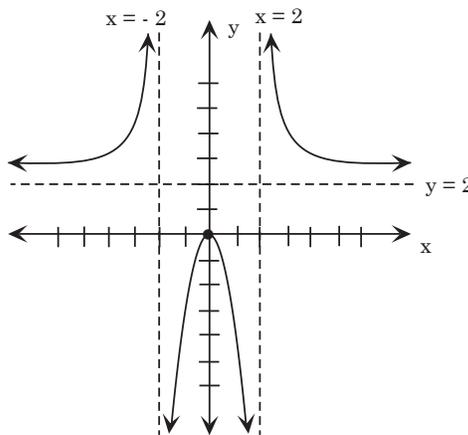
Exemple 3

Représentez graphiquement et décrivez la fonction en termes de domaine, d'équations d'asymptotes.

$$f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 4}$$

Solution

Le numérateur et le dénominateur n'ont aucun facteur commun.



ordonnée à l'origine

Trouvez $f(0)$

$$f(0) = \frac{2 - 0^2}{0^2 - 4} = 0$$

abscisse à l'origine

Si $2x^2 = 0$
 $x = 0$

– suite

✓ Communications	Résolution
✓ Raisonnement	✓ Raisonnement
✓ Technologie	✓ Technologie
✓ Visualisation	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

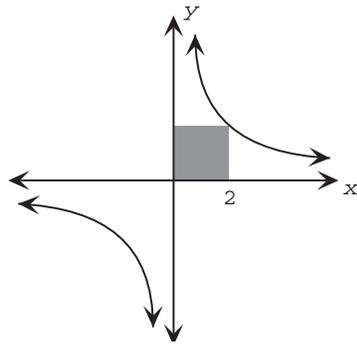
Problèmes

1. Soit $y = \frac{3x}{x+4}$:

- déterminez les équations des asymptotes qui existent pour cette fonction;
- esquissez la fonction, illustrant toutes les asymptotes et les points d'intersection avec les axes.

2. Deux sommets d'un rectangle sont $(0, 0)$ et $(2, 0)$. On trouve un autre sommet sur la représentation graphique de $y = \frac{6}{x}$.
Trouvez l'aire du rectangle.

(Remarque : Le diagramme n'est pas dessiné à l'échelle.)



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

H-4 décrire, représenter graphiquement et analyser des fonctions polynomiales et rationnelles à l'aide de la technologie
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• **représenter graphiquement des fonctions rationnelles en trouvant les asymptotes verticales et horizontales et d'autres points de discontinuité (suite)**

Exemple 3 - suite

Solution - suite

Asymptote verticale

Si le dénominateur $x^2 - 4 = 0$, trouvez les zéros et tracez les droites verticales traversant ces zéros.

$$(x - 2)(x + 2) = 0$$

$$x = 2 \text{ ou } x = -2$$

Asymptote horizontale

Étant donné que le degré du numérateur est le même que celui du dénominateur, l'équation de l'asymptote horizontale est le rapport du coefficient principal du numérateur et du dénominateur.

Analyse des signes

$x > 2$ + à mesure que la courbe approche $x = 2$ de la droite, elle va à l'infini positif.

$-2 < x < 2$ - à mesure que la courbe approche $x = 2$ de la gauche, elle va à l'infini négatif et à mesure qu'elle approche $x = -2$ de la droite, elle va à l'infini négatif.

$x < -2$ + à mesure que la courbe approche $x = -2$ de la gauche, elle va à l'infini positif.

Les points d'intersection avec les axes sont à l'origine. La représentation graphique approche l'asymptote horizontale en provenance du dessus de là où $x > 2$ et $x < -2$.

Remarque : Vous pouvez toujours déterminer les coordonnées de quelques points dans la région pour vous aider.

✓ Communications	Résolution
✓ Connexions	✓ Raisonnement
✓ Estimation et	✓ Technologie
✓ Calcul Mental	✓ Visualisation

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Utilisez un outil graphique pour représenter graphiquement

$y = \frac{x^2}{x^2 - 4}$ et prédire le domaine, l'image et les zéros. Décrivez la symétrie.

2. Utilisez la technologie pour reproduire graphiquement

$f(x) = x^3 - 4x^2 + k$ pour diverses valeurs de k .

a) Estimez les valeurs de k pour lesquelles l'équation $f(x) = 0$ semble avoir une racine double.

b) Démontrez que $k = 0$ garantit que $f(x) = 0$ a une racine double.

c) Démontrez que $k = \frac{256}{27}$ garantit que $f(x) = 0$ a une racine double.

3. Représentez graphiquement $y = x^2 - 1$, identifiez les zéros de cette fonction et utilisez-les pour prédire les asymptotes de

$$y = \frac{1}{(x^2 - 1)}$$

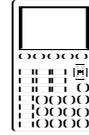
Puis, représentez graphiquement $y = \frac{1}{(x^2 - 1)}$, en utilisant un outil graphique. Comparez les deux représentations graphiques, en tenant compte du domaine, de l'image, des asymptotes et des zéros.

4. Pour la fonction suivante $y = \frac{2}{x^2 - 9}$

a) Trouvez l'équation ou les équations de l'asymptote verticale ou des asymptotes verticales (le cas échéant).

b) Trouvez l'équation ou les équations de l'asymptote horizontale ou des asymptotes horizontales (le cas échéant).

c) Esquissez la représentation graphique. Illustrez l'ordonnée à l'origine et l'asymptote ou les asymptotes (le cas échéant).



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

H-4 décrire, représenter graphiquement et analyser des fonctions polynomiales et rationnelles à l'aide de la technologie
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

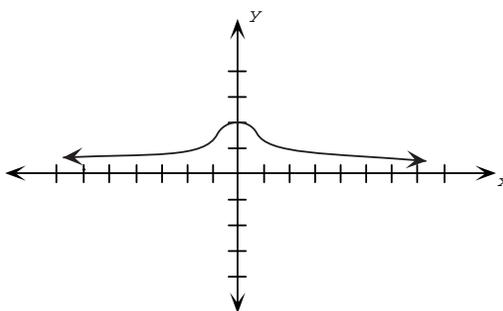
• représenter graphiquement des fonctions rationnelles en trouvant les asymptotes verticale et horizontale et d'autres points de discontinuité (suite)

Exemple 4

Représentez graphiquement et décrivez la fonction en termes du domaine, de l'image et des équations d'asymptotes.

$$g(x) = \frac{8}{x^2 + 4}$$

Solution



Domaine : \mathbb{R}
Image : $]0, 2]$
Asymptotes : $y = 0$

Exemple 5

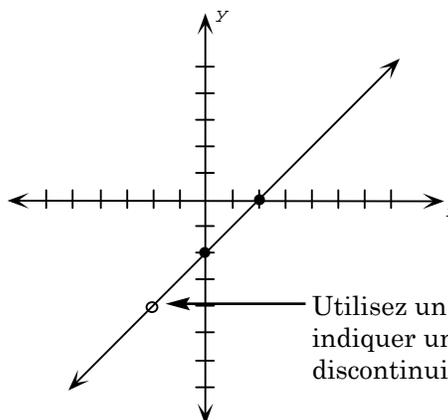
Représentez graphiquement et décrivez la fonction en termes du domaine, de l'image, et des équations d'asymptotes.

$$h(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 2}$$

Solution

$$\frac{(x - 2)(x + 2)}{(x + 2)}$$

Par conséquent, le point de discontinuité est à $x = -2$.



Domaine : $\{x \mid x \neq -2\}$
Image : $\{y \mid y \neq -4\}$
Aucune asymptote

✓ Communications	Résolution
✓ Connexions	✓ Raisonnement
✓ Estimation et	✓ Technologie
✓ Calcul Mental	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

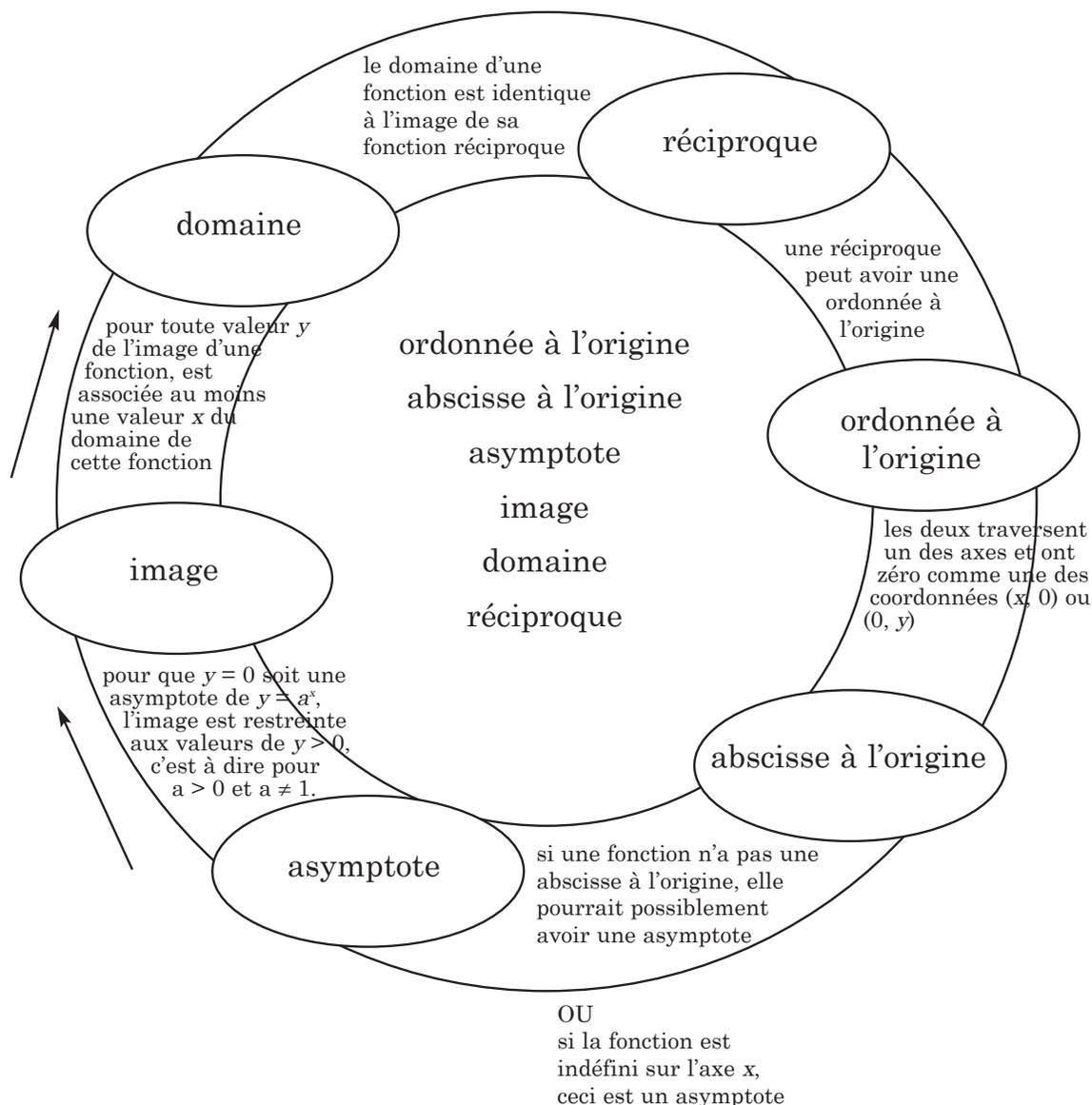
Trouvez le point de discontinuité de $g(x) = \frac{x^2 - 9}{x + 3}$.

Choix multiple

Pour la fonction $f(x) = \frac{-1}{x^2 + 4}$, un énoncé vrai est :

- a) une équation d'une asymptote verticale est $x = 2$;
- b) l'image est $\left\{y \mid -\frac{1}{4} \leq y < 0\right\}$;
- c) l'abscisse à l'origine est $-\frac{1}{4}$;
- d) le domaine est $\{x \mid x \neq \pm 2\}$.

Cycle de vocabulaire

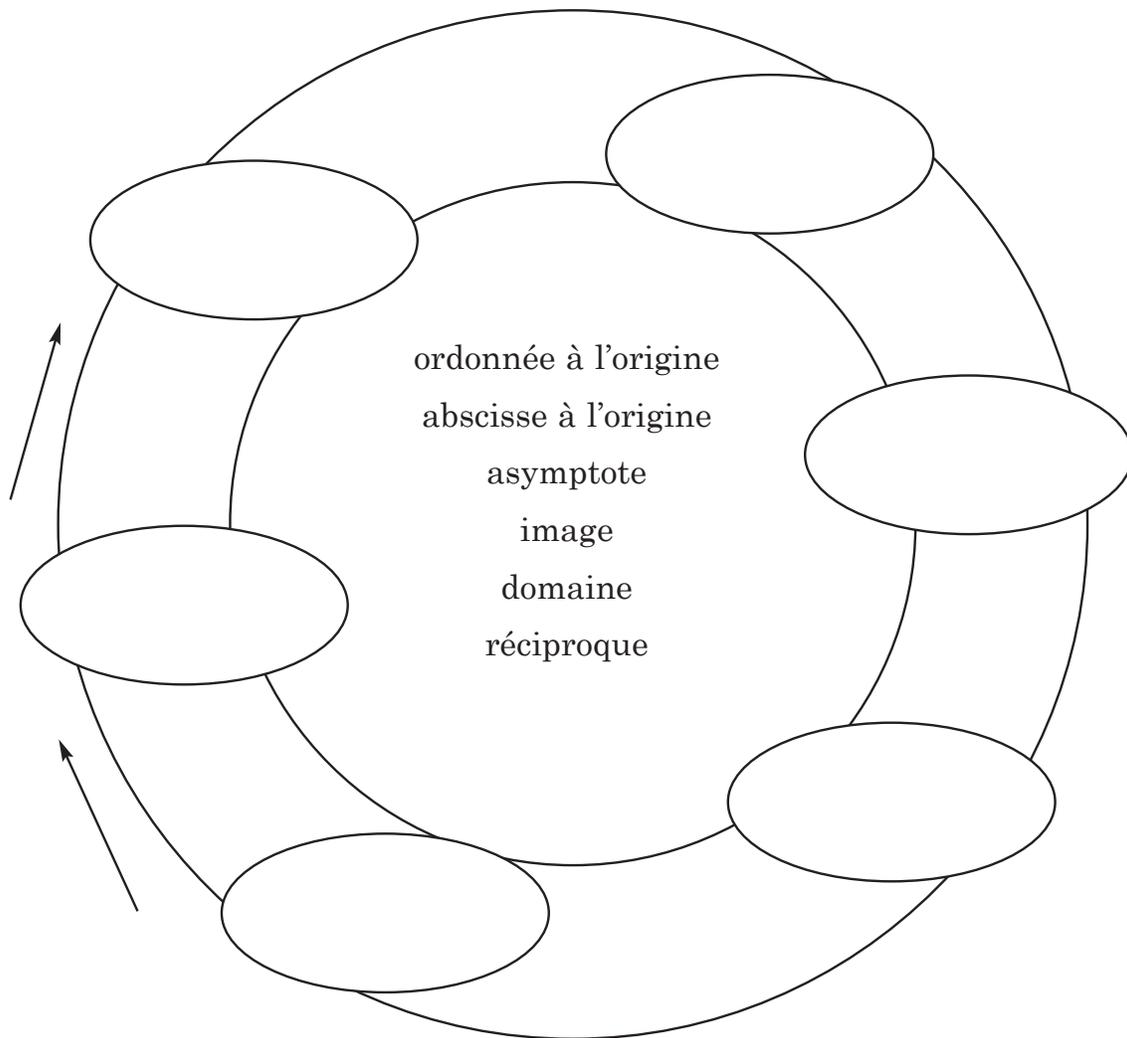


Directives

Lisez la liste de mots dans le cercle ci-dessus. Choisissez un mot et placez-le dans un ovale. Dans l'ovale suivant, placez un autre mot qui est relié au premier. Ils peuvent être des synonymes, des antonymes, des étapes dans un processus, des exemples de quelque chose, et ainsi de suite. Soyez prêt à compléter l'énoncé 'le mot A est relié au mot B parce que ...'. Rédigez une note dans la bande entre les mots pour vous rappeler de la relation. Continuez ce processus jusqu'à ce que vous ayez placé tous les mots. Prévoyez d'avance; les derniers mots peuvent être plus difficiles à placer.

Adapted Word Cycle : Tiré de *Reading — A Novel Approach*. Texte de Janice Szabos. Illustrations par Vanessa Filkins. © 1984 par *Good Apple*, une division de Frank Schaffer Publications, 23740 Hawthorne Boulevard, Torrance, CA 90505.

Word Cycle



Directives

Lisez la liste de mots dans le cercle ci-dessus. Choisissez un mot et placez-le dans un ovale. Dans l'ovale suivant, placez un autre mot qui est relié au premier. Ils peuvent être des synonymes, des antonymes, des étapes dans un processus, des exemples de quelque chose, et ainsi de suite. Soyez prêt à compléter l'énoncé 'le mot A est relié au mot B parce que ...'. Rédigez une note dans la bande entre les mots pour vous rappeler de la relation. Continuez ce processus jusqu'à ce que vous ayez placé tous les mots. Prévoyez d'avance; les derniers mots peuvent être plus difficiles à placer.

Adapted Word Cycle : Tiré de *Reading — A Novel Approach*. Texte de Janice Szabos. Illustrations par Vanessa Filkins. © 1984 par *Good Apple*, une division de Frank Schaffer Publications, 23740 Hawthorne Boulevard, Torrance, CA 90505.

Note :

En raison de droits d'auteur, nous sommes dans l'impossibilité d'afficher le contenu suivant :

- Annexe H-3 - Exemple, Problème/Objectif
- Annexe H-4 - Problème/Objectif

Prière de vous référer au document imprimé. On peut se procurer ce document au Centre des manuels scolaires du Manitoba.

Centre des manuels scolaires du Manitoba

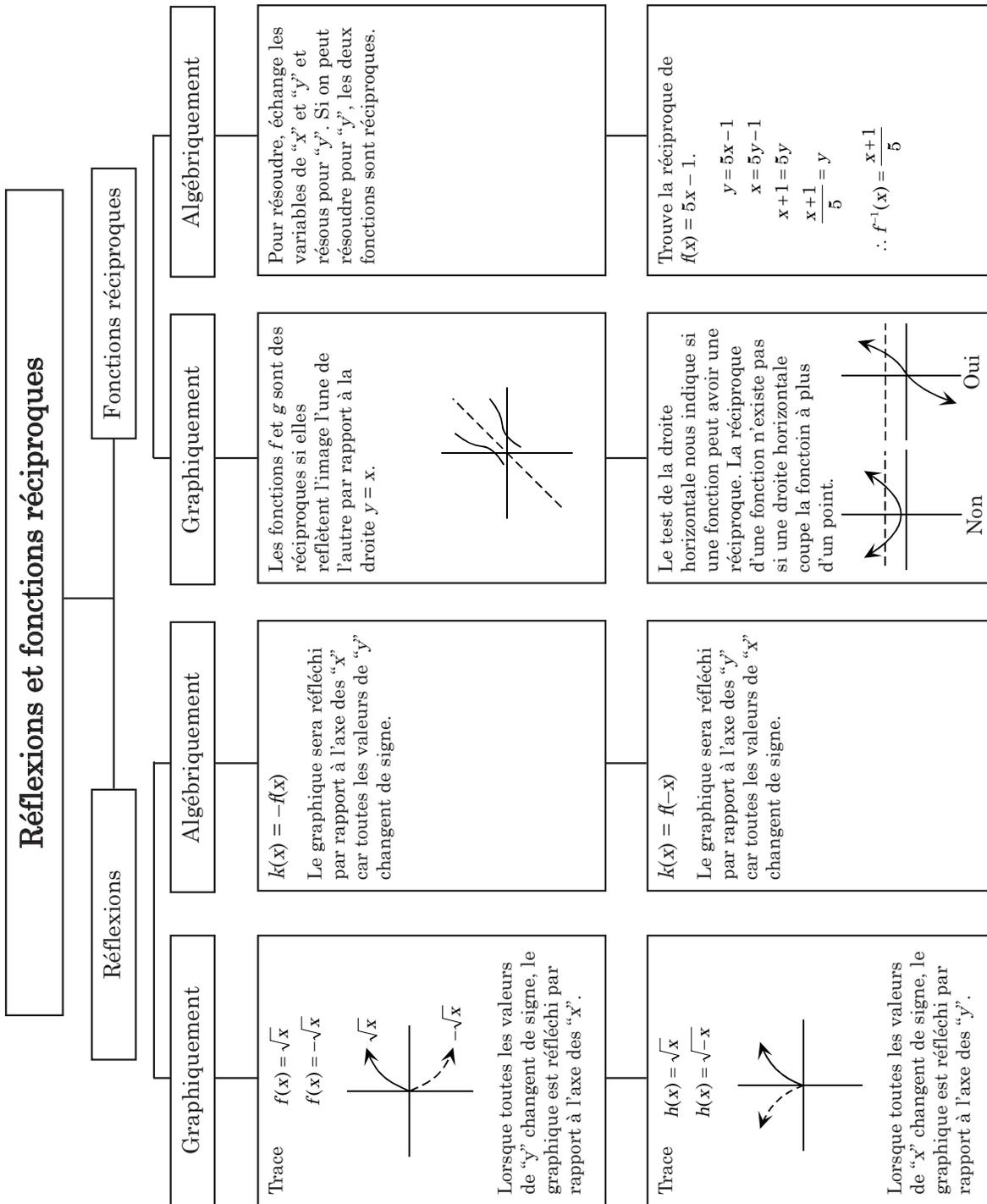
site : www.mtbb.mb.ca

courrier électronique : mtbb@merlin.mb.ca

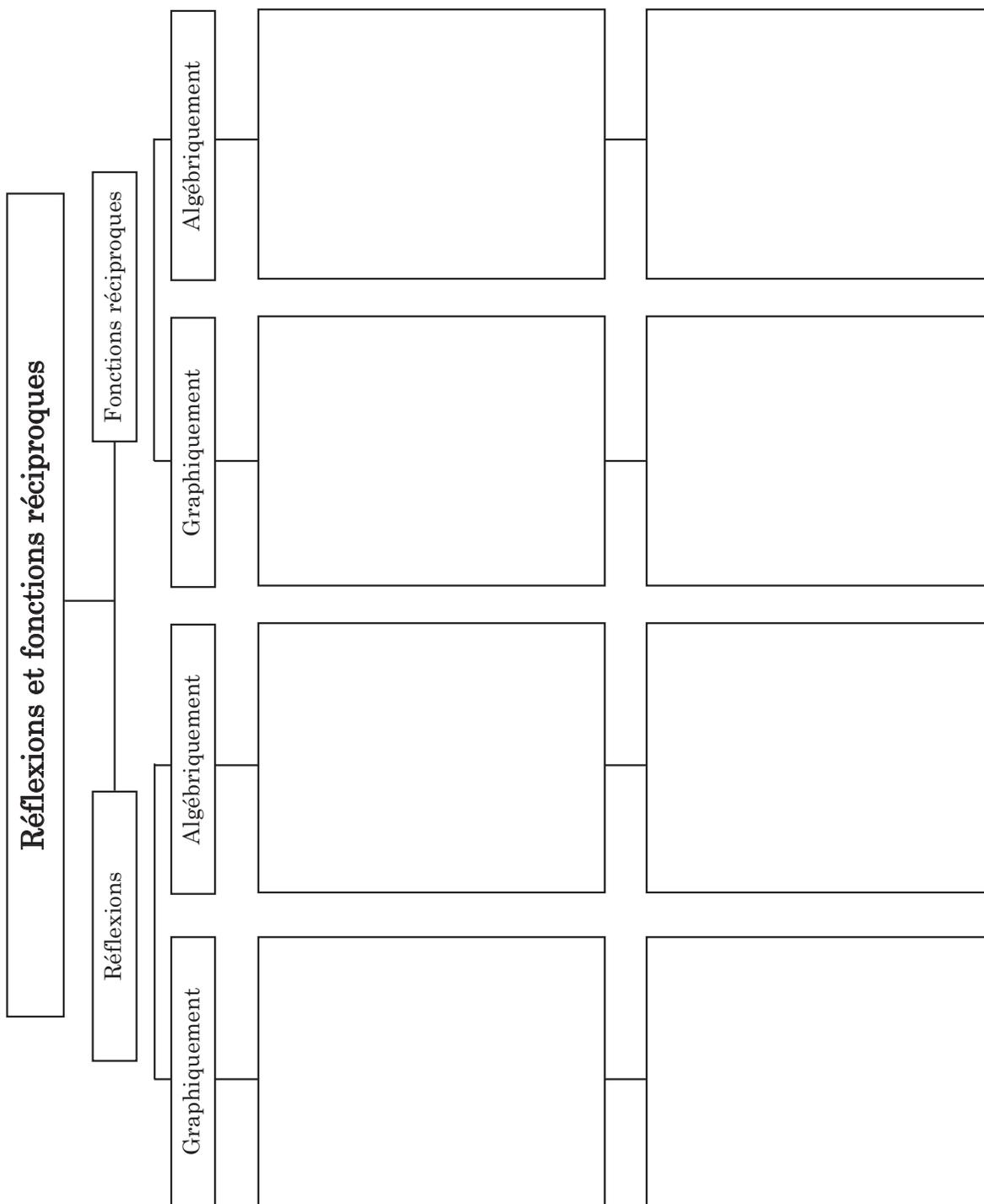
téléphone : 1 800 305-5515 télécopieur : (204) 483-3441

n° du catalogue : 90399

coût : 35,15 \$



Step/Solution Map : Utilisation autorisée par Joyce McCallum, Morden Collegiate, Western S.D. No. 47.



Step/Solution Map : Utilisation autorisée par Joyce McCallum, Morden Collegiate, Western S.D. No. 47.