

F - Expressions et équations rationnelles

Résultats d'apprentissage généraux

- **généraliser les opérations portant sur les polynômes pour y inclure les expressions rationnelles**

Dans la présente unité portant sur les expressions et les équations rationnelles, on s'attend à ce que les élèves utilisent leurs connaissances des polynômes et les nombres rationnels pour simplifier des expressions rationnelles et résoudre des équations rationnelles.

Le sujet comprend la détermination de valeurs non admissibles pour les variables dans des expressions rationnelles;

- ❖ écrire des formules équivalentes d'expressions rationnelles,
- ❖ additionner, soustraire, multiplier et diviser des expressions rationnelles,
- ❖ trouver des solutions à des équations rationnelles.

Pratiques d'enseignement

Dans le but d'aider des élèves dans leur apprentissage, les enseignants devraient envisager les pratiques d'enseignement suivantes. Les enseignants devraient donner aux élèves des occasions de faire des liens entre des nombres rationnels et des expressions rationnelles et la similarité dans les processus de simplification;


- ❖ d'utiliser un utilitaire graphique pour trouver laquelle des deux expressions peut être l'équivalent d'une équation rationnelle donnée,
- ❖ de faire le lien entre des valeurs non admissibles d'expressions rationnelles avec la même notion dans des équations rationnelles.


Matériel : ❖ calculatrices graphiques

Durée : 16 heures

C	COMMUNICATION	RP	RÉSOLUTION DE PROBLÈMES
L	LIENS	R	RAISONNEMENT
E	ESTIMATION ET CALCUL MENTAL	T	TECHNOLOGIE
		V	VISUALISATION


RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
<p>L'élève sera en mesure de/d' :</p> <p>1. Déterminer les valeurs inadmissibles de la variable dans des expressions rationnelles. [C,L]</p>	<div data-bbox="506 267 640 349" style="display: inline-block; vertical-align: top;"> </div> <ul style="list-style-type: none"> • Cours autodidacte, Module 6, leçon 4 • Pré-calcul 20S : exercices cumulatifs <p>• Déterminer les valeurs inadmissibles dans les expressions rationnelles.</p> <p>Une expression rationnelle est une expression algébrique que l'on peut écrire sous la forme du quotient de deux polynômes $\frac{A}{B}$, ou $B \neq 0$.</p> <p>Une expression rationnelle n'est pas définie quand le dénominateur est égal à zéro. Il faut restreindre la valeur de la variable de manière que le dénominateur ne soit pas égal à zéro.</p> <p>Pour le polynôme : $\frac{3}{x + 4}$</p> <p>étant donné que $(x + 4) \neq 0$, la valeur inadmissible, ou la restriction, est $x \neq -4$.</p> <p>Dans ce deuxième exemple: $\frac{3}{x^2 - 4} = \frac{3}{(x - 2)(x + 2)}$</p> <p>on voit que $(x + 2)(x - 2) \neq 0$, alors $x \neq -2$ ou 2.</p> <p>1. Pour quelle(s) valeur(s) de x chacune des expressions suivantes n'est-elle pas définie? Expliquer la réponse.</p> <p>a) $\frac{3}{x}$ Solution :</p> <p>b) $\frac{4}{3x - 4}$ a) $x \neq 0$ c) $x \neq -1$ ou 4</p> <p>c) $\frac{5x}{x^2 - 3x - 4}$ b) $x \neq \frac{4}{3}$ d) $x \neq 1$</p> <p>d) $\frac{5}{(x - 1)^3}$</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center; margin-bottom: 10px;"> INSCRIPTION AU JOURNAL </div> <p>Ton ami a besoin de s'exercer à simplifier des expressions rationnelles dans lesquelles le numérateur et le dénominateur doivent être des trinômes comportant des facteurs communs. Décris la démarche que tu suivrais pour créer des numérateurs et des dénominateurs qui ont de tels facteurs.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center; margin-bottom: 10px;"> CALCUL MENTAL </div> <p>1. Quelle est la valeur inadmissible de x dans le rapport $\frac{x}{x - 5}$?</p> <p>2. Pour quelle(s) valeur(s) de x chacune des expressions suivantes n'est-elle pas définie? Explique ta réponse.</p> <p>a) $\frac{-2}{(x + 1)}$</p> <p>b) $\frac{2x + 1}{x^2 - 4}$</p> <p>c) $\frac{2}{x^3}$</p>


RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION																				
<p>L'élève sera en mesure de/d' :</p> <p>2. Déterminer les formes équivalentes d'expressions rationnelles simples dont les numérateurs sont des polynômes et les dénominateurs des monômes, des binômes ou des trinômes pouvant être factorisés. [RP,R]</p>	<div data-bbox="510 272 642 350" style="display: inline-block; vertical-align: top;">  </div> <ul style="list-style-type: none"> • Cours autodidacte, Module 6, leçon 4 • Pré-calcul 20S : exercices cumulatifs <p>• Identifier des expressions rationnelles.</p> <p>Discuter avec les élèves le sens des termes: nombres rationnels, exposants rationnels et expressions rationnelles. On peut maintenant utiliser ces notions en algèbre.</p> <p>Note: Démontrer la relation/similarité entre les nombres rationnels et les expressions rationnelles.</p> <p>Exemple:</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: left; width: 50%;">Nombres</th> <th style="text-align: left; width: 50%;">Expressions</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$\frac{2}{9} \cdot \frac{3}{10}$</td> <td>$\frac{x}{x^2 + 4x + 4} \cdot \frac{x + 2}{x^2 + 3x}$</td> </tr> <tr> <td>$= \frac{2}{3(3)} \cdot \frac{3}{2(5)}$</td> <td>$= \frac{x}{(x + 2)(x + 2)} \cdot \frac{x + 2}{x(x + 3)}$</td> </tr> <tr> <td>$= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5}$</td> <td>$= \frac{1}{x + 2} \cdot \frac{1}{x + 3}$</td> </tr> <tr> <td>$= \frac{1}{15}$</td> <td>$= \frac{1}{(x + 2)(x + 3)}$</td> </tr> </tbody> </table> <p>Rappeler aux élèves qu'ils doivent vérifier pour les valeurs inadmissibles.</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: left; width: 30%;">Expression</th> <th style="text-align: left; width: 70%;">Expression rationnelle</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$\frac{2}{5}$</td> <td>Oui, 2 et 5 sont des constantes</td> </tr> <tr> <td>$\frac{3x - 1}{x^2 + x}$</td> <td>Oui, $\frac{3x - 1}{1}$</td> </tr> <tr> <td>$\frac{x^2 - 1}{x^2 + 5}$</td> <td>Oui</td> </tr> <tr> <td>$\frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1}$</td> <td>Non, \sqrt{x} n'est pas un polynôme.</td> </tr> </tbody> </table>	Nombres	Expressions	$\frac{2}{9} \cdot \frac{3}{10}$	$\frac{x}{x^2 + 4x + 4} \cdot \frac{x + 2}{x^2 + 3x}$	$= \frac{2}{3(3)} \cdot \frac{3}{2(5)}$	$= \frac{x}{(x + 2)(x + 2)} \cdot \frac{x + 2}{x(x + 3)}$	$= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5}$	$= \frac{1}{x + 2} \cdot \frac{1}{x + 3}$	$= \frac{1}{15}$	$= \frac{1}{(x + 2)(x + 3)}$	Expression	Expression rationnelle	$\frac{2}{5}$	Oui, 2 et 5 sont des constantes	$\frac{3x - 1}{x^2 + x}$	Oui, $\frac{3x - 1}{1}$	$\frac{x^2 - 1}{x^2 + 5}$	Oui	$\frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1}$	Non, \sqrt{x} n'est pas un polynôme.	
Nombres	Expressions																					
$\frac{2}{9} \cdot \frac{3}{10}$	$\frac{x}{x^2 + 4x + 4} \cdot \frac{x + 2}{x^2 + 3x}$																					
$= \frac{2}{3(3)} \cdot \frac{3}{2(5)}$	$= \frac{x}{(x + 2)(x + 2)} \cdot \frac{x + 2}{x(x + 3)}$																					
$= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5}$	$= \frac{1}{x + 2} \cdot \frac{1}{x + 3}$																					
$= \frac{1}{15}$	$= \frac{1}{(x + 2)(x + 3)}$																					
Expression	Expression rationnelle																					
$\frac{2}{5}$	Oui, 2 et 5 sont des constantes																					
$\frac{3x - 1}{x^2 + x}$	Oui, $\frac{3x - 1}{1}$																					
$\frac{x^2 - 1}{x^2 + 5}$	Oui																					
$\frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1}$	Non, \sqrt{x} n'est pas un polynôme.																					

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	<p>Remarque : Un polynôme est une expression à un ou plusieurs termes contenant au moins une variable. L'exposant de la variable doit être un entier non-négatif.</p> <p>Exemples : $3x^0 = 3$ est un polynôme $\frac{3}{x} = 3x^{-1}$ n'est pas un polynôme</p> <p>Tout comme les nombres rationnels sous la forme a/b, on peut ramener les expressions rationnelles de la forme A/B à leurs termes les plus simples en divisant le numérateur et le dénominateur par tout facteur non égal à zéro qui est commun aux deux.</p> <p>Examiner la simplification des expressions rationnelles en se servant d'un utilitaire graphique.</p> <p> Se servir d'un outil graphique pour trouver laquelle des deux expressions est peut-être équivalente à l'expression rationnelle donnée.</p> <p>1. a) Laquelle des deux expressions $2x + 2$ et $\frac{x + 4}{2}$ pourrait être équivalente à $\frac{2x + 8}{4}$?</p> <p>b) L'expression $\frac{x^2 + x}{x}$ est-elle équivalente à $x^2 + 1$ ou à $x + 1$?</p> <p>c) Laquelle des deux expressions $(x^2 - 2)$ ou $(x - 2)$ n'est pas égale à $\frac{x^2 - x - 2}{x + 1}$?</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 10px; text-align: center; margin-bottom: 20px;"> TRAVAIL PRATIQUE </div> <p>1. Simplifie : $\frac{a^2 + 3a - 28}{a^2 - 16}$</p> <p>2. Écris une expression équivalente et justifie ta solution avec une calculatrice à graphiques.</p> <p>a) $\frac{x^2 - 1}{x + 1}$ b) $\frac{x^2 + 4x + 4}{x + 2}$</p> <p>c) $\frac{x^2 - 1}{x + 1}$ d) $\frac{x^2 + 4x + 4}{x + 2}$</p>

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	<p>• Simplifier des expressions rationnelles.</p> <p>Une expression rationnelle a été simplifiée ou existe sous sa forme réduite si le numérateur et le dénominateur n'ont aucun facteur en commun autre que +1.</p> <p>Par conséquent pour simplifier une expression rationnelle, il faut décomposer le numérateur et le dénominateur en facteurs et retrancher des deux tous les facteurs leur étant communs.</p> <p>Note: $(a - b) = -1(b - a)$.</p> <p>2. Simplifier :</p> <p>a) $\frac{x^2 - x}{x^2 + x - 2} = \frac{x(x - 1)}{(x + 2)(x - 1)}$ $= \frac{x}{x + 2}$</p> <p>b) $\frac{a - b}{b^2 - a^2} = \frac{a - b}{-1(-b^2 + a^2)}$ $= \frac{a - b}{-1(a^2 - b^2)}$ $= \frac{a - b}{-1(a - b)(a + b)}$ $= -\frac{1}{a + b}$</p>	<p>3. Ramène chaque expression rationnelle à sa forme équivalente la plus simple.</p> <p>a) $\frac{4x^4 - 6x^3 + 2x^2 - 10x}{2x}$</p> <p>b) $\frac{x^2 - 1}{1 - x}$</p> <p>c) $\frac{2x^2 + x - 15}{3x + 9}$</p> <p>d) $\frac{3x^2 + 3x - 9}{2x^3 - 7x^2 + 9}$</p> <p>4. Écris une fraction équivalente à $\frac{b}{3}$, dont le dénominateur est $6a^2$.</p> <p>5. Écris trois fractions qui sont équivalentes à $\frac{2}{x - 3}$.</p> <p>6. Les plans initiaux de l'école prévoient un espace de x mètres sur x mètres pour les laboratoires de mathématiques et d'informatique. À la demande du professeur de mathématiques, l'architecte accepte d'accroître la longueur de chaque laboratoire d'un mètre et la largeur du laboratoire d'informatique de 2 mètres. Trouve une expression montrant le rapport entre la superficie du nouveau labo de mathématiques et celle du nouveau labo d'informatique. Évalue le rapport quand $x = 8$ m. Explique ta réponse.</p>

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	<p>3. Écrire une expression équivalente et justifier la solution avec un outil graphique.</p> $\frac{x^3 + x}{x^2}$ <p>4. Ramener chaque expression rationnelle à sa forme équivalente la plus simple.</p> <p>a) $\frac{9x^3y^2}{6xy}$ b) $\frac{x^2 - 5x - 6}{x^2 - 36}$</p> <p>c) $\frac{2x^2 + x - 15}{3x + 9}$</p> <p>d) $\frac{16x^4 - 81y^4}{(4x^2 + 9y^2)^2(2x^2 - xy - 3y^2)}$</p> <p>Solution : a) $\frac{3x^2y}{2}$ b) $\frac{(x-6)(x+1)}{(x-6)(x+6)} = \frac{x+1}{x+6}$</p> <p>c) $\frac{(2x-5)(x+3)}{3(x+3)} = \frac{2x-5}{3}$</p> <p>d) $\frac{(4x^2 - 9y^2)(4x^2 + 9y^2)}{(4x^2 + 9y^2)(4x^2 + 9y^2)(2x - 3y)(x + y)}$ $= \frac{(2x - 3y)(2x + 3y)(4x^2 + 9y^2)}{(4x^2 + 9y^2)(4x^2 + 9y^2)(2x - 3y)(x + y)}$ $= \frac{2x + 3y}{(x + y)(4x^2 + 9y^2)}$</p>	<p>7. Réduis aux termes les plus simples :</p> $\frac{(x^2 - 9)(x^2 - 2x + 1)}{(x - 3)(x - 1)^2}$ <p>8. Simplifie.</p> <p>a) $\frac{x^2 - 64}{3x^2 - 36} \div \frac{2x - 16}{x^2 - 12x + 36}$</p> <p>b) $\frac{x - 3}{2x + 1} \cdot \frac{2}{x^2 - 6x + 9} \div \frac{8}{4x^2 + 4x + 1}$</p>

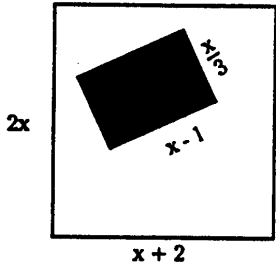
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
<p>L'élève sera en mesure de/d' :</p> <p>3. Effectuer les opérations d'addition, de soustraction, de multiplication et de division sur des expressions rationnelles. [E,R]</p>	<div style="display: flex; align-items: flex-start;">  <ul style="list-style-type: none"> • Cours autodidacte, Module 6, leçons 5, 6 • Pré-calcul 20S : exercices cumulatifs </div> <p>• Simplifier des expressions rationnelles en utilisant des multiplications et des divisions.</p> <p>Quand on travaille avec des expressions rationnelles sans qu'aucune restriction soit énoncée, il faut supposer que les expressions sont définies pour toutes les valeurs de la variable pour lesquelles le dénominateur n'est pas égal à zéro.</p> <p>Les mêmes procédures employées pour multiplier et diviser les nombres rationnels valent aussi pour les expressions rationnelles algébriques.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin: 10px 0;"> <div style="text-align: center;"> <p>Multiplication</p> $\left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{c}{d}\right) = \left(\frac{ac}{bd}\right)$ </div> <div style="text-align: center;"> <p>Division</p> $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$ </div> </div> <p>Décomposer en facteurs le numérateur et le dénominateur, avant de pouvoir simplifier les expressions rationnelles.</p> <p>1. Simplifier :</p> <p>a) $\frac{x^2 + 2x - 8}{x^2 + 3x} \cdot \frac{x^2 - 9}{x + 4}$</p> $= \frac{(x + 4)(x - 2)}{x(x + 3)} \cdot \frac{(x - 3)(x + 3)}{x + 4}$ <p style="text-align: right; margin-right: 100px;">Décomposer en facteurs.</p> $= \frac{(x - 2)(x - 3)}{x}$ <p style="text-align: right; margin-right: 100px;">Réduire.</p> <p>$x \neq 0, -3, -4$</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px auto; width: 80%;"> <p>TRAVAIL PRATIQUE</p> </div> <p>1. Simplifie :</p> <p>a) $\frac{x^2 - 81}{2x^2 - 50} + \frac{3x - 27}{x^2 + 10x + 25}$</p> <p>b) $\frac{x - 2}{2x - 1} \cdot \frac{2}{x^2 - 4x + 4} \div \frac{4}{4x^2 - 4x + 1}$</p> <p>2. Exécute les opérations indiquées et trouve les valeurs non autorisées, le cas échéant.</p> <p>a) $\left(\frac{a^2 - ab}{b}\right)\left(\frac{b^2}{ab - b^2}\right)$</p> <p>b) $\left(\frac{x^2 + 2x + 1}{2x - 10}\right)\left(\frac{x^2 - 25}{x^2 + 6x + 5}\right)$</p> <p>c) $\frac{2a - 2b}{ab} \div \frac{4a + 4b}{a^2b^2}$</p> <p>d) $\frac{3x^2 + 10x + 3}{x^2 - 9} \div \frac{3x + 1}{x - 3}$</p>

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	<p>b)</p> $\frac{2x^2 - 16x}{x^2 - 9x + 8} \div \frac{2x}{5 - 5x}$ $= \frac{2x(x - 8)}{(x - 1)(x - 8)} \cdot \frac{-5(x - 1)}{2x}$ $= -5$ <p>Inverser et décomposer en facteurs. $x \neq 0, 1, 8$</p> <p> Utiliser la calculatrice à graphiques pour démontrer que la division donne le même résultat que la multiplication par l'inverse du diviseur.</p> <p>2. Divise.</p> $\frac{x - 1}{x + 2} \div \frac{x + 5}{x - 3} \text{ devient}$ $\frac{x - 1}{x + 2} \cdot \frac{x - 3}{x + 5}$ <p>Rappeler aux élèves que les valeurs inadmissibles pour x sont -2 et -5.</p> <p>3. Tracer le graphique des équations suivantes :</p> <p>a) $y_1 = (x^2 - 1) + 2$ b) $y_1 = (x^2 - 1) + \frac{3}{2}$ $y_2 = (x^2 - 1) \cdot \frac{1}{2}$ $y_2 = (x^2 - 1) \cdot \frac{2}{3}$</p>	

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	<p>Qu'observe-t-on dans les exemples a) et b)? Formuler une généralisation.</p> <p>c) $\frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 9} \div \frac{x - 4}{x + 3}$</p> <p>Introduire ces équations dans la calculatrice.</p> $y_1 = (x^2 - 6x + 8) \div (x^2 - 9)$ $y_2 = (x - 4) \div (x + 3)$ $y_3 = (x + 3) \div (x - 4)$ $y_4 = y_1 \div y_2$ $y_5 = y_1 \cdot y_3$ <p>Tracer les graphiques des équations y_4 et y_5. Quel résultat observe-t-on?</p> <ul style="list-style-type: none"> • Trouver le plus petit dénominateur commun (PPDC) pour les fractions complexes ou composées. <p>Auparavant, on utilisait l'expression "fractions complexes" pour désigner les expressions rationnelles qui comportaient des éléments fractionnaires dans le numérateur et le dénominateur. Larson et ses collaborateurs¹ emploient sans doute une expression plus juste, soit fractions composées.</p> <p>Comment trouver le plus petit dénominateur commun (PPDC) :</p> <ol style="list-style-type: none"> décomposer chaque dénominateur en tous ses facteurs; écrire chaque facteur premier affecté du plus grand exposant dans chacun des dénominateurs; exprimer comme un produit. 	

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	<p style="text-align: center;">Arithmétique</p> <p>Trouve le PPDC de $1/24$ et de $1/36$:</p> $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3$ $36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^2$ <p>¹ Algebra 2 (Larson, Kanold, and Stiff), D.C. Heath</p> $\begin{aligned} \text{PPDC} &= 2^3 \cdot 3^2 \\ &= 8 \cdot 9 \\ &= 72 \end{aligned}$ <p style="text-align: center;">Algèbre</p> <p>Trouve le PPDC de :</p> $x^2 - 9 \text{ et } x^2 - 6x + 9$ $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$ $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$ <p>PPDC = $(x - 3)^2(x + 3)$</p> <p>Pour simplifier les fractions composées, écrire la fraction composée comme une division, qui deviendra par la suite une multiplication par la réciproque.</p> <p>Pour simplifier:</p> $\frac{\frac{x^2}{x - 1}}{\frac{x + 2}{x^2 - 1}} \text{ veut dire } \frac{x^2}{x - 1} \div \frac{x + 2}{x^2 - 1}$ $\frac{x^2}{x - 1} \cdot \frac{x^2 - 1}{x + 2} = \frac{x^2(x - 1)(x + 1)}{(x - 1)(x + 2)}$ $= \frac{x^2(x + 1)}{x + 2}$	

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	<p>Une méthode alternative pour simplifier la fraction composée consiste à multiplier le numérateur et le dénominateur de la fraction composée par le PPDC.</p> <p>Pour simplifier :</p> $\frac{\left(\frac{x^2}{x-1}\right)}{\left(\frac{x+2}{x^2-1}\right)}$ <p>multiplier le dénominateur et le numérateur par $(x-1)(x+1)$, puis réduire.</p> $\frac{\left(\frac{x^2}{x-1}\right)(x-1)(x+1)}{\left(\frac{x+2}{x^2-1}\right)(x-1)(x+1)}$ $= \frac{x^2(x+1)}{(x+2)}$ <ul style="list-style-type: none"> • Simplifier des fractions composées. <p>4. Simplifier :</p> <p>a) $\frac{3}{\left(\frac{2}{x}\right)}$ b) $\frac{\left(\frac{2x+6}{x+1}\right)}{\left(\frac{x+3}{x^2-1}\right)}$ c) $\frac{\frac{2}{x} + 1}{x^2 - 4}$</p>	

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	<p>Solution :</p> <p>a) $\frac{3}{2} = 3 \div \frac{2}{x}$ b) $\frac{\frac{2x+6}{x+1}}{\frac{x+3}{x^2-1}} = \frac{\left(\frac{2x+6}{x+1}\right)(x-1)(x+1)}{\left(\frac{x+3}{(x-1)(x+1)}\right)(x-1)(x+1)}$</p> $= 3 \times \frac{x}{2}$ $= \frac{3x}{2}$ $= \frac{(2x+6)(x-1)}{x+3}$ $= \frac{2(x+3)(x-1)}{x+3}$ $= 2(x-1)$ <p>c) $\frac{\frac{2}{x} + 1}{x^2 - 4} = \frac{\left(\frac{2}{x} + \frac{1}{1}\right)x}{(x-2)(x+2)x} = \frac{2+x}{(x-2)(x+2)x} = \frac{1}{x(x-2)}$</p> <p>5. Le rapport entre les rayons de deux cylindres est de 5/4, et celui existant entre leurs hauteurs respectives est de 7/8. Trouver le rapport entre leurs volumes et leurs aires totales. Solution :</p> $\text{Rapport des volumes} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{p(5x)^2 7y}{p(4x)^2 8y} = \frac{175}{128}$ $\text{Rapport des aires} = \frac{2p5^2 + 2p5 \cdot 7}{2p4^2 + 2p4 \cdot 8}$ $= \frac{2p(5^2 + 35)}{2p(16 + 32)} = \frac{60}{48} = \frac{5}{4}$	<div style="border: 1px solid black; padding: 10px; text-align: center; margin: 10px auto; width: fit-content;"> TRAVAIL PRATIQUE </div> <p>1. Soit un prisme rectangulaire dont les dimensions sont $2x$, $4x$ et $6x$; trouve le rapport existant entre l'aire totale et le volume. Quel serait ce rapport si tu doublais les dimensions?</p> <p>2. Trouver le rapport existant entre l'aire du secteur ombré et l'aire totale.</p> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;">  </div>

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
---------------------------------------	--	--------------------------

- Additionner et soustraire des expressions rationnelles.**
 Comme dans le cas des nombres rationnels, la procédure utilisée pour additionner ou soustraire des expressions rationnelles dépend de la question; de savoir si celles-ci ont des dénominateurs identiques ou non.
 Pour additionner ou soustraire deux expressions rationnelles ayant des dénominateurs identiques, il suffit d'additionner ou de soustraire leurs numérateurs et de placer le résultat sur le dénominateur commun.

Addition

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a + b}{c}$$

Soustraction

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a - b}{c}$$

Additionner :

$$\begin{aligned} \frac{4}{5x} + \frac{6}{5x} &= \frac{4 + 6}{5x} \\ &= \frac{10}{5x} \\ &= \frac{2}{x} \quad x \neq 0 \end{aligned}$$

Soustraire :

$$\begin{aligned} \frac{2x}{x + 3} - \frac{4}{x + 3} &= \frac{2x - 4}{x + 3} \\ &= \frac{2(x - 2)}{x + 3} \quad x \neq -3 \end{aligned}$$

PROJET

- Tiens une discussion avec tes camarades au sujet du rapport existant entre l'aire totale et le volume d'un objet, d'une part, et la résistance de l'air, d'autre part, quand l'objet tombe en chute libre. Si l'on prend une bille et une plume d'oiseau ayant le même poids, le rapport entre l'aire totale et le volume de la bille est moindre que dans le cas de la plume. Selon le modèle théorique de la chute des corps, si la résistance de l'air est nulle et qu'on laisse tomber la bille et la plume en même temps, elles toucheront toutes deux le sol au même moment. Dans l'air, cependant, la bille, à cause de sa forme compacte, tombe en ligne droite et touche le sol avant la plume. La résistance de l'air est plus forte contre la plume, à cause de la grande aire totale de cette dernière. Portée par l'air, elle flotte et tombe en zigzaguant. Comme elle parcourt ainsi un plus long trajet, elle arrive au sol après la bille.

- Dans le tableau suivant, on montre le rapport entre l'aire totale d'un animal et son volume.


Animal	Souris	Écureuil	Chat	Humain	Éléphant
x	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$	2
Rapport	45	22,5	11,25	4,7	0,9

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	<p>Pour additionner ou soustraire des expressions rationnelles n'ayant pas des dénominateurs identiques, trouver le plus petit dénominateur commun des expressions. Écrire ensuite chaque expression en tant qu'expression rationnelle équivalente montrant le plus petit dénominateur commun, et procéder alors comme s'il s'agissait d'expressions ayant des dénominateurs identiques.</p> <p>Additionner : $\frac{4}{x} + \frac{6}{x^2}$ Soustraire : $\frac{4}{x+3} - \frac{5}{x-2}$</p> $\begin{array}{l} \text{PPDC : } x^2 \\ = \frac{4 \cdot x}{x \cdot x} + \frac{6}{x^2} \\ = \frac{4x}{x^2} + \frac{6}{x^2} \\ = \frac{4x + 6}{x^2} \\ = \frac{2(2x + 3)}{x^2} \end{array} \quad x \neq 0$ $\begin{array}{l} \text{PPDC : } (x+3)(x-2) \\ = \frac{4(x-2)}{(x+3)(x-2)} - \frac{5(x+3)}{(x-2)(x+3)} \\ = \frac{4(x-2) - 5(x+3)}{(x+3)(x-2)} \\ = \frac{4x - 8 - 5x - 15}{(x+3)(x-2)} \\ = \frac{-x-23}{(x+3)(x-2)} \end{array} \quad x \neq -3, 2$ <p>À noter :</p> <p>i) S'il est possible de simplifier une des expressions, le faire avant d'additionner ou de soustraire.</p> $\begin{array}{l} \frac{x-3}{x^2+2x-15} + \frac{x-1}{x+5} \\ = \frac{x-3}{(x+5)(x-3)} + \frac{x-1}{x+5} \end{array}$	<p>Plus le rapport entre l'aire totale d'un animal et son volume est grand, plus la résistance à l'air sera grande quand il tombera en chute libre.</p> <div data-bbox="1367 699 1997 769" style="border: 1px solid black; text-align: center; padding: 5px;">INSCRIPTION AU JOURNAL</div> <ol style="list-style-type: none"> 1. Une souris et un être humain tombent tous les deux de 30 pieds. Pourquoi la souris risque-t-elle moins d'être blessée? 2. Pourquoi un parachute permet-il à l'être humain de tomber de très haut sans se blesser?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	<p>puis terminer les calculs.</p> $= \frac{1}{x+5} + \frac{x-1}{x+5}$ $= \frac{x}{x+5}, \quad x \neq -5; x \neq 3$ <p>ii) S'assurer que le dénominateur commun est le plus petit commun multiple des dénominateurs.</p> $\frac{x-6}{(x-2)(x+1)} + \frac{2}{(x-2)(x+4)}$ <p>Employer $(x-2)(x+1)(x+4)$ plutôt que $(x-2)(x+1)(x-2)(x+4)$.</p> <p>iii) Si un dénominateur comporte un facteur de la forme $(a-b)$ et qu'un autre contient un facteur de la forme $(b-a)$, il suffit qu'un de ces facteurs figure dans le dénominateur commun, vu que $(a-b)$ et $(b-a)$ sont les opposés l'un de l'autre.</p> $\frac{3}{x-1} + \frac{2}{1-x} + \frac{1}{x}$ <p>Le plus petit multiple commun serait $(x-1)x$ plutôt que $(x-1)(1-x)x$.</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center; margin: 10px 0;">INSCRIPTION AU JOURNAL</div> <p>Fais les deux additions données ci-après. Comment peux-tu te servir de ce que tu apprends en faisant le calcul arithmétique pour résoudre le problème algébrique?</p> <p>a) $\frac{3}{6} + \frac{7}{20}$</p> <p>b) $\frac{4}{x} + \frac{y}{3}$</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center; margin: 10px 0;">TRAVAIL PRATIQUE</div> <p>Simplifie</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $\frac{1}{x} + \frac{3}{2x}$ 2. $\frac{4}{x+1} - \frac{1}{x-2}$ 3. $\frac{2x+1}{x-1} + \frac{x-1}{x^2-x-2}$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	<p>iv) Après que les élèves ont réduits les fractions de type</p> $\frac{x - y}{y - x} = \frac{x - y}{-1(x - y)} = -1$ <p>permettre d'écrire directement $\frac{x - y}{y - x}$ à -1</p> $\therefore \frac{x - y}{y - x} = -1$ <p>v) Décomposer le numérateur en facteurs si c'est possible, pour voir si des facteurs sont communs au numérateur et au dénominateur et si une simplification est alors possible.</p> <p>Si la réponse est $\frac{x^2 - x - 2}{(x - 2)(x + 3)}$</p> <p>on obtient, après avoir décomposé en facteurs :</p> $\frac{(x - 2)(x + 1)}{(x - 2)(x + 3)} = \frac{x + 1}{x + 3}$ <p>vi) Simplifie</p> <p>a) $\frac{1}{x} + \frac{3}{2x}$</p> <p>b) $\frac{4}{x + 1} - \frac{1}{x - 2}$</p>	<p>4. Rodrigue s'éloigne de $(2x + 5)$ km de sa maison à la vitesse de $(x + 3)$ km/h. Au retour, il parcourt la même distance, mais il augmente sa vitesse de 2 km/h. Quel est la durée totale du déplacement de Rodrigue?</p> <p>5. Trouve A $\frac{x^2 - x}{x^2 - 2x + 1} + A = \frac{x + 3}{x - 2}$</p> <p>6. Simplifie : $\frac{x}{x^2 - 4x + 4} - \frac{2}{x^2 - 4}$</p> <p>7. Soit : $\frac{2x}{x + 1} - \frac{x + 2}{x + 1}$</p> <p>La simplification est donnée par :</p> $\frac{2x}{x + 1} - \frac{x + 2}{x + 1} = \frac{2x - x - 2}{x + 1} = \frac{x - 2}{x + 1}$ <p>Y a-t-il une erreur dans ce calcul? Si oui, donner la bonne réponse.</p> <p>8. Trouve A $A\left(\frac{x - 3}{x + 5}\right) = \frac{4}{x - 2} - \frac{24}{x + 3}$</p> <p>9. Simplifie</p> $\frac{3}{x^2 - 4} - \frac{2}{x + 2} + \frac{1}{2 - x}$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION		
	<p>Solution :</p> <p>a) $\frac{1}{x} + \frac{3}{2x} = \frac{2 \cdot 1}{2x} + \frac{3}{2x} = \frac{2+3}{2x} = \frac{5}{2x}, x \neq 0$</p> <p>b) $\frac{4}{x+1} - \frac{1}{x-2} = \frac{4(x-2)}{(x+1)(x-2)} - \frac{1(x+1)}{(x-2)(x+1)}$ $= \frac{4(x-2) - 1(x+1)}{(x+1)(x-2)}$ $= \frac{4x - 8 - x - 1}{(x+1)(x-2)}$ $= \frac{3x - 9}{(x+1)(x-2)}, x \neq -1 \text{ ou } 2$</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center; margin-bottom: 10px;">CALCUL MENTAL</div> <p>Simplifie:</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 50%; vertical-align: top;"> <p>1. $\frac{a^2-1}{a-1}$</p> <p>2. $\frac{(x-2)(x+3)}{3+x}$</p> <p>3. $\frac{(x-2)(x-3)}{3-x}$</p> <p>4. $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{8}$</p> <p>5. $\frac{n}{2} \cdot \frac{8}{n}$</p> <p>6. $\frac{a}{b} \cdot \frac{b^2}{c}$</p> <p>7. $(\frac{5a}{b})^2$</p> <p>8. $\frac{2}{5} \div \frac{3}{5}$</p> <p>9. $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}$</p> <p>10. $2a \div \frac{a}{b}$</p> </td> <td style="width: 50%; vertical-align: top;"> <p>11. $\frac{x}{2} \div \frac{1}{x^2}$</p> <p>12. $\frac{a}{b} = \frac{?}{b^2}$</p> <p>13. $\frac{4}{n+2} = \frac{?}{n^2-4}$</p> <p>14. $\frac{4}{5} + \frac{3}{5}$</p> <p>15. $\frac{4}{x} - \frac{1}{x}$</p> <p>16. $\frac{5a}{8} - \frac{a}{8}$</p> <p>17. $\frac{3}{x-5} - \frac{1}{5-x}$</p> <p>18. $\frac{x}{2} - \frac{x}{8}$</p> <p>19. $2 - \frac{a}{b}$</p> <p>20. $\frac{2n}{2n+1} + 1$</p> </td> </tr> </table>	<p>1. $\frac{a^2-1}{a-1}$</p> <p>2. $\frac{(x-2)(x+3)}{3+x}$</p> <p>3. $\frac{(x-2)(x-3)}{3-x}$</p> <p>4. $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{8}$</p> <p>5. $\frac{n}{2} \cdot \frac{8}{n}$</p> <p>6. $\frac{a}{b} \cdot \frac{b^2}{c}$</p> <p>7. $(\frac{5a}{b})^2$</p> <p>8. $\frac{2}{5} \div \frac{3}{5}$</p> <p>9. $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}$</p> <p>10. $2a \div \frac{a}{b}$</p>	<p>11. $\frac{x}{2} \div \frac{1}{x^2}$</p> <p>12. $\frac{a}{b} = \frac{?}{b^2}$</p> <p>13. $\frac{4}{n+2} = \frac{?}{n^2-4}$</p> <p>14. $\frac{4}{5} + \frac{3}{5}$</p> <p>15. $\frac{4}{x} - \frac{1}{x}$</p> <p>16. $\frac{5a}{8} - \frac{a}{8}$</p> <p>17. $\frac{3}{x-5} - \frac{1}{5-x}$</p> <p>18. $\frac{x}{2} - \frac{x}{8}$</p> <p>19. $2 - \frac{a}{b}$</p> <p>20. $\frac{2n}{2n+1} + 1$</p>
<p>1. $\frac{a^2-1}{a-1}$</p> <p>2. $\frac{(x-2)(x+3)}{3+x}$</p> <p>3. $\frac{(x-2)(x-3)}{3-x}$</p> <p>4. $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{8}$</p> <p>5. $\frac{n}{2} \cdot \frac{8}{n}$</p> <p>6. $\frac{a}{b} \cdot \frac{b^2}{c}$</p> <p>7. $(\frac{5a}{b})^2$</p> <p>8. $\frac{2}{5} \div \frac{3}{5}$</p> <p>9. $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}$</p> <p>10. $2a \div \frac{a}{b}$</p>	<p>11. $\frac{x}{2} \div \frac{1}{x^2}$</p> <p>12. $\frac{a}{b} = \frac{?}{b^2}$</p> <p>13. $\frac{4}{n+2} = \frac{?}{n^2-4}$</p> <p>14. $\frac{4}{5} + \frac{3}{5}$</p> <p>15. $\frac{4}{x} - \frac{1}{x}$</p> <p>16. $\frac{5a}{8} - \frac{a}{8}$</p> <p>17. $\frac{3}{x-5} - \frac{1}{5-x}$</p> <p>18. $\frac{x}{2} - \frac{x}{8}$</p> <p>19. $2 - \frac{a}{b}$</p> <p>20. $\frac{2n}{2n+1} + 1$</p>			

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
<p>L'élève sera en mesure de/d' :</p> <p>4. Résoudre et vérifier les solutions des équations rationnelles. [L,RP]</p>	<div data-bbox="499 272 634 354" style="display: inline-block; vertical-align: top;">  </div> <ul style="list-style-type: none"> • Cours autodidacte, Module 6, leçon 7 • Pré-calcul 20S : exercices cumulatifs <p>• Résoudre des équations rationnelles en indiquant les valeurs inadmissibles.</p> <p>Une équation telle que $\frac{2}{x} + \frac{1}{2x} = 10$, dans laquelle une variable figure dans un dénominateur est appelée équation fractionnaire ou rationnelle.</p> <p>Pour résoudre une équation rationnelle, il faut multiplier chaque terme (les deux membres) par le plus petit dénominateur commun des termes, et ensuite simplifier et faire les derniers calculs qui aboutissent au résultat.</p> <p>1. Trouver la valeur de x, en indiquant quelles valeurs sont inadmissibles.</p> <p>a) $\frac{x}{x+2} = \frac{5}{7}$</p> <p>Solution : La valeur inadmissible de x est -2. PPDC : $7(x+2)$.</p> $7(x+2)\left(\frac{x}{x+2}\right) = 7(x+2)\left(\frac{5}{7}\right)$ <p style="margin-left: 150px;">Multiplier chaque membre par le PPDC.</p> <p style="margin-left: 150px;">Simplifier.</p> $7x = (x+2)5$ $7x = 5x + 10$ $2x = 10$ $x = 5$ <p style="margin-left: 150px;">Résoudre l'équation.</p> <p>La valeur inadmissible de x est -2.</p> <p>b) $\frac{2}{x+2} + \frac{1}{x-2} = \frac{1}{x^2-4}$</p> <p>Les valeurs inadmissibles sont 2 et -2.</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 10px; text-align: center; margin: 10px 0;"> <p><i>CALCUL MENTAL</i></p> </div> <p>1. a) Trouve la valeur de x : $\frac{x}{x-6} = 3$</p> <p>b) Si l'équation de a) est égale à -1, quelle est la valeur de x ?</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; text-align: center; margin: 10px 0;"> <p><i>TRAVAIL PRATIQUE</i></p> </div> <p>1. Trouve la valeur de x en indiquant quelles valeurs sont inadmissibles.</p> <p>a) $\frac{4}{x} + \frac{3}{2x} = \frac{11}{4}$</p> <p>b) $\frac{x+1}{x-1} = \frac{x-1}{x+3}$</p>

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	<p>Décomposer le dénominateur en facteurs, si c'est nécessaire.</p> <p>PPDC : $(x - 2)(x + 2)$</p> $(x - 2)(x + 2)\left(\frac{2}{x + 2}\right) + (x - 2)(x + 2)\left(\frac{1}{x - 2}\right)$ $= (x - 2)(x + 2)\left(\frac{1}{(x - 2)(x + 2)}\right)$ <p>Multiplier par le PPDC :</p> $2(x - 2) + 1(x + 2) = 1$ $2x - 4 + x + 2 = 1$ $3x - 2 = 1$ $x = 1$ <p>c) $\frac{7x}{x - 1} = 5 + \frac{7}{x - 1}$</p> <p>La valeur inadmissible de x est 1.</p> <p>PPDC : $x - 1$.</p> $(x - 1)\left(\frac{7x}{x - 1}\right) = 5(x - 1) + (x - 1)\frac{7}{(x - 1)}$ $7x = 5x - 5 + 7$ $2x = 2$ $x = 1$ <p>Puisque $x = 1$, l'équation n'a pas de solution. C'est un exemple de racine étrangère (superflue).</p> <p>Remarque : On parlera plus tard de la façon de résoudre les équations rationnelles dont la simplification aboutit à des équations quadratiques.</p>	<p>2. Deux nombres ont une différence de 20. Si le plus grand est divisé par le plus petit, le quotient est 2 et le reste est 5. Trouve les deux nombres.</p>

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	<p>• Résoudre des problèmes impliquant des équations rationnelles.</p> <p>Si l'élève doit acquérir la capacité de résoudre les problèmes de distance, on peut aussi lui proposer des problèmes fondés sur la distance parcourue en fonction du temps, ou aborder d'autres thèmes appropriés.</p> <p>1. Un avion se déplace cinq fois plus vite qu'un train de passagers. Pour parcourir 400 km, il faut au train quatre heures de plus qu'à l'avion. Trouve la vitesse du train et de l'avion.</p> <p>Solution :</p> <p style="padding-left: 40px;">x = vitesse du train $5x$ = vitesse de l'avion</p> <p>Alors $\frac{400}{x}$ = temps pour le train $\frac{400}{5x}$ = temps pour l'avion</p> <p style="padding-left: 40px;">Si le train voyage 4 heures de plus que l'avion</p> $\frac{400}{x} - \frac{400}{5x} = 4$ <p style="padding-left: 40px;">Après avoir résolu l'équation, on apprend que, x = vitesse du train = 80 km/h et $5x$ = vitesse de l'avion = 400 km/h</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 10px; text-align: center; margin-bottom: 10px;"> TRAVAIL PRATIQUE </div> <p>1. Un avion volant à sa vitesse de croisière met le même temps pour parcourir 500 km avec vent arrière et 400 km avec vent contraire. Si la vitesse constante du vent est de 20 km/h, quelle est la vitesse de croisière de l'avion?</p> <p>2. Jean et Julien ont tous deux une tondeuse à gazon de même taille. S'il faut à Jean deux heures de plus qu'à Julien pour tondre une certaine pelouse et à Julien, trois heures pour faire le même travail, combien leur faudra-t-il de temps s'ils conjuguent leurs efforts?</p>