MATHÉMATIQUES

PRÉ-CALCUL 20S

Programme d'études -
Document de mise en œuvre

Nouvelles directions
pour le renouveau
de l'éducation

Éducation
et Formation
professionnelle
Manitoba

MATHÉMATIQUES

PRÉ-CALCUL 20S

Document de mise en œuvre

janvier 1999

Afin d'éviter la lourdeur qu'entraînerait la répétition systématique des termes masculins et féminins, le présent document a été rédigé en utilisant le masculin pour désigner les personnes. Les lectrices et les lecteurs sont invités à en tenir compte.

On a fait tous les efforts possibles pour mentionner correctement les sources originales et se conformer aux lois sur les droits d'auteur. Si des erreurs ont été commises à cet égard, prière d'en informer Éducation et Formation professionnelle Manitoba, qui verra à remédier aux omissions.

ISBN : 0-7711-2218-7

Dépôt légal – 1er trimestre 1998
Bibliothèque nationale du Canada

AVANT-PROPOS

Nous sommes heureux de présenter un nouveau document de mise en oeuvre en Mathématiques Pré-calcul 20S. Le nouveau document, élaboré pour la clientèle des écoles françaises et celles de l'immersion, reflète les recommandations du «National Council of Teachers of Mathematics» et d'autres groupes intéressés à l'enseignement des mathématiques. S'appuyant sur les dernières recherches en matière de pédagogie, et sur les nouveautés en matière de programmes d'études canadiens, il répond aux besoins des élèves comme à ceux des enseignants.

Nous croyons que ce document de mise en oeuvre est un outil de base concret et motivant qui, non seulement satisfera aux besoins des élèves, mais aussi relèvera en partie le défi lancé par la société technologique à sa jeunesse. Nous espérons humblement qu'il contribuera, par le biais d'un enseignement diversifié et équilibré, à former une jeunesse lucide, capable de prendre des décisions éclairées dans le monde moderne d'aujourd'hui et de demain.

Jean-Vianney Auclair
Directeur par intérim du développement
et de l'implantation des programmes

Guy Roy
Sous-ministre adjoint

REMERCIEMENTS

Le Bureau de l'éducation française du ministère de l'Éducation et de la Formation professionnelle est reconnaissant envers les personnes suivantes qui ont travaillé à l'élaboration de ce programme de mathématiques.

Daniel Brunel	Institut collégial St-Norbert	Division scolaire Rivière-Seine nº 14
Joseph Combiadakis	École Précieux Sang	Division scolaire franco-manitobaine nº 49
Lizanne Comeau	École communautaire Réal Bérard	Division scolaire franco-manitobaine nº 49
Abdou Daoudi	Bureau de l'éducation française	Éducation et Formation professionnelle
Renald Gagnon	Collège régional Gabrielle-Roy	Division scolaire franco-manitobaine nº 49
David Jubinville	Institut collégial Miles MacDonnell	Division scolaire River East nº 9
Normand Lavack	École St-Joachin	Division scolaire franco-manitobaine nº 49
Philippe Leclercq	Institut collégial Vincent Massey	Division scolaire Fort Garry nº 5
Viviane Leonard	Collège Béliveau	Division scolaire St-Boniface nº 4
Ainsley McIntyre	École Oak Park High	Division scolaire Assiniboine South nº 3
David Milette	Institut collégial Lorette	Division scolaire Rivière-Seine nº 14
Rachel Ouimet	Collège Jeanne-Sauvé	Division scolaire St-Vital nº 6
Gilbert Raineault	Collège Jeanne-Sauvé	Division scolaire St-Vital nº 6
Roger Rouire	Institut collégial St-Norbert	Division scolaire Rivière-Seine nº 14
Gilles Vermette	Collège Jeanne-Sauvé	Division scolaire St-Vital nº 6

Merci également à Edgar Dupont : correcteur, Carmelle Chartier, Brigitte Everhardus, Joanne Voelker, Manon Petraccone , Monique Barnabé-Saurette et Simone Touchette secrétaires, pour la qualité de leur travail, leur patience et leur constante disponibilité.

TABLE DE MATIÈRES

INTRODUCTION

1.0 Motif

Le monde où nous vivons se transforme rapidement. Une évolution importante s'est produite dans la structure politique des pays, et l'équilibre militaire a changé plusieurs fois. On débat à l'échelle internationale des questions concernant l'environnement, la propagation des maladies, et les droits de la personne. La science et la technologie progressent à un rythme grandissant, tandis qu'approche le XXI^{e} siècle. À cause des mutations socio-économiques survenant dans les pays industrialisés, nous passons de la société industrielle à la société de l'information.

Pour relever les défis de la société, les diplômés des écoles secondaires doivent posséder de solides connaissances en mathématiques et comprendre comment les concepts mathématiques imprègnent la vie quotidienne, les affaires, l'industrie, l'environnement et la technologie. Ils doivent saisir l'utilité et la diversité des mathématiques. C'est pourquoi il leur faut continuer à faire preuve de créativité dans leurs réflexions et pour régler des problèmes et gérer les données. Un effort s'impose pour faciliter la coopération, l'interaction et la communication dans les classes de mathématiques.

2.0 Nature des mathématiques au niveau secondaire

Pour orienter la réforme des mathématiques à l'école secondaire, on s'est inspiré du *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* (National Council of Teachers of Mathematics, 1989). Ce document fait valoir la nécessité de situer les mathématiques du secondaire dans un cadre large et adapté à l'évolution de plus en plus rapide de la société de notre temps. Vu les attentes des employeurs et des établissements postsecondaires, tous les élèves se doivent de comprendre les aspects mathématiques sous-jacents d'un problème, d'élaborer une stratégie pour le résoudre, de le résoudre en recourant à diverses techniques, et de coopérer avec autrui pour concevoir des solutions.

On prédit que les diplômés de l'école secondaire d'aujourd'hui changeront de carrière au moins quatre ou cinq fois dans leur vie. Pour constituer une main-d'oeuvre souple capable d'apprendre en permanence, on doit, dans les cours de mathématiques au secondaire, mettre l'accent sur une forme dynamique d'apprentissage scolaire et sur l'élargissement du champ des compétences chez tous les élèves. Il faut fournir à ces derniers des contextes où ils pourront apprendre à résoudre des problèmes et à avoir confiance en leurs habiletés mathématiques, à raisonner et communiquer dans la langue des mathématiques, et à adopter des attitudes positives face aux utilisations et à la valeur des mathématiques dans la société.

On peut répondre à ces besoins grâce à un programme d'études axé sur les concepts dominants suivants :

- **«Connaître» les mathématiques, c'est «faire» des mathématiques.** Il importe de souligner que la science mathématique ne se résume pas à un ensemble d'habiletés et de concepts qu'il faut acquérir et maîtriser. La recherche en éducation montre clairement que les élèves apprennent les mathématiques quand ils «construisent» leur propre compréhension de ces dernières. Afin de comprendre ce qu'ils apprennent, les élèves doivent «examiner», «représenter», «transformer», «résoudre» et «appliquer». Cela se produit le mieux quand ils sont en groupes, qu'ils mènent des discussions et qu'ils font des exposés. L'enseignement des mathématiques doit mettre l'accent sur le «faire» et non pas seulement sur le «savoir».

- **Les mathématiques ont des applications dans de nombreux domaines.** Certains aspects de la tâche consistant à faire des mathématiques ont changé au cours des 10 dernières années. Les techniques quantitatives sont présentes dans presque toutes les disciplines intellectuelles. La capacité de l'ordinateur de traiter de grandes quantités d'informations rend possibles la quantification et l'analyse logique des informations dans des domaines tels que les affaires, l'économie, la biologie, la médecine et la sociologie. ***Les matières traditionnelles demeurent certes des éléments importants du programme, mais on délaisse peu à peu les résultats d'apprentissage dominés par la mémorisation de faits et de procédures isolés en faveur de programmes axés surtout sur la compréhension des concepts, les***

représentations et les relations multiples, les modèles mathématiques et la résolution de problèmes. Il faut intégrer les idées propres à l'algèbre et à la géométrie, la représentation graphique jouant alors un rôle «connectif» important.

- **L'évolution de la technologie et la multiplication des domaines où les mathématiques s'appliquent ont entraîné une croissance et une évolution de la discipline même.** On peut résumer comme suit comment la technologie influe sur le programme de mathématiques :

  – certaines applications des mathématiques sont devenues plus importantes parce que la technologie en a besoin

  – certaines applications des mathématiques perdent de l'importance parce que la technologie les remplace

  – certaines applications des mathématiques devien-nent possibles parce que la technologie le permet

  Non seulement la nouvelle technologie a rendu plus faciles les calculs et l'exécution des graphiques, mais encore elle a modifié la nature même des problèmes importants en mathématiques et les méthodes que les mathématiciens emploient pour les examiner. La technologie change les mathématiques et leurs utilisations, et il est essentiel de donner aux élèves accès à des calculatrices à dessiner des graphiques et à des ordinateurs qui leur procurent les avantages inhérents à la modélisation et à la visualisation des problèmes mathématiques.

- **On peut améliorer l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques.** Ce que les élèves apprennent est fondamentalement perçue comme un ensemble d'outils intellectuels permettant de tirer au clair des situations faisant appel aux concepts de cette discipline, d'où le besoin de nouvelles formes d'organisation des classes, de modèles de communication et de stratégies pédagogiques; la pédagogie différentielle. L'enseignant n'est plus le seul pourvoyeur de connaissances; c'est plutôt un animateur et un directeur pédagogue dont les grands rôles sont les suivants :

  – créer en classe un contexte favorisant l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques

  – fixer des objectifs et choisir ou inventer des tâches mathématiques pour aider les élèves à les atteindre

  – stimuler et gérer les échanges en classe de manière que les élèves sachent mieux ce qui est enseigné, et que l'enseignant ait une meilleure idée de ce qu'ils ont compris

  – analyser l'apprentissage fait par les élèves, les tâches mathématiques et le contexte, afin de prendre continuellement les décisions pédagogiques nécessaires.

L'enseignement et l'apprentissage fructueux des mathématiques ont lieu dans diverses situations. Les contextes et les stratégies pédagogiques doivent créer un climat correspondant à un processus d'apprentissage constructif et actif. En d'autres mots, l'apprentissage ne s'opère pas seulement par absorption passive des notions, mais plutôt par l'assimilation active de nouvelles informations par les élèves, qui en arrivent ainsi à les comprendre par leurs propres moyens.

Les occasions que les élèves ont d'apprendre les mathématiques dépendent du contexte, des genres de tâches qu'on leur donne, et du dialogue auquel ils participent. Ce qu'ils apprennent sur des notions et des procédures particulières et sur leur propre mode de pensée mathématique est fonction de la manière dont ils s'adonnent à l'activité mathématique en classe. Leurs attitudes face aux mathématiques sont également façonnées par tous ces éléments. Par conséquent, pour favoriser chez les élèves le développement de la puissance mathématique, il faut se soucier autant de la pédagogie que des résultats d'apprentissage. L'enseignement des mathématiques doit varier et comporter des devoirs collectifs et individuels, des discussions entre l'enseignant et les élèves et parmi ces derniers, la réalisation de projets appropriés, des exercices sur l'art d'appliquer les méthodes mathématiques, et des exposés de l'enseignant.

L'enseignant doit offrir divers contextes d'apprentissage qui encouragent l'adoption de comportements coopératifs particuliers. On attend des élèves non seulement qu'ils travaillent ensemble et s'aident mutuellement, mais aussi qu'ils réalisent des projets individuels. Les élèves acquièrent des stratégies et des habiletés en posant des questions, en écoutant, en montrant et en expliquant leurs solutions, en découvrant ce que les autres pensent, et en décidant de la façon de mener un projet à bien.

3.0 Résumé des changements survenus dans les méthodes d'enseignement

Importance moindre

Enseignant et manuel, sources exclusives des connaissances.

Mémorisation par coeur des faits et procédures.

Périodes prolongées où les élèves s'exercent à faire des tâches courantes.

Enseignement fondé presque entièrement sur des exposés magistraux.

Tests sur la matière des chapitres et des modules.

Tests servant uniquement à donner des notes.

Importance accrue

Participation active des élèves à l'apprentissage (constructivisme) et à l'application des mathématiques.

Résolution de problèmes : moyen pédagogique et but de l'enseignement.

Emploi d'exercices et de tests cumulatifs.

Recours quotidien au calcul mental.

Application de diverses formules d'enseignement (petits groupes, explorations, enseignement entre camarades, classe entière, projets).

Utilisation des ordinateurs et des calculatrices pour apprendre les mathématiques et en faire.

Communication d'idées mathématiques par les élèves, de vive voix et par écrit.

Établissement et application de rapports avec les thèmes mathématiques.

Maintien systématique de l'apprentissage chez l'élève, avec révision de la matière antérieure dans le contexte des nouveaux thèmes et problèmes abordés.

4.0 Buts des élèves suivant le cours de Mathématiques 20S

Afin de formuler les objectifs des élèves du cours *Mathématiques 20S*, nous nous sommes fondés sur l'ouvrage intitulé *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* mis au point par le National Council of Teachers of Mathematics. L'énoncé de ces objectifs donne à penser qu'il faut exposer les élèves à des expériences variées et connexes qui les encouragent à comprendre le rôle des mathématiques dans la société. L'intégration de ces objectifs au programme d'études contribuera à faire en sorte que plus d'élèves acquerront les connaissances mathématiques voulues pour mieux comprendre les problèmes qui se posent dans une société technologisée. Les objectifs du cours *Mathématiques 20S* sont les suivants :

- **Les élèves doivent apprendre à apprécier les mathématiques.** Ils doivent pouvoir comprendre l'incidence que les mathématiques ont eue sur l'histoire et comment cela a ultérieurement influé sur leur propre vie. Ils doivent en outre percevoir les liens entre les mathématiques et d'autres disciplines et les conséquences de ces liens pour la société.

- **Les élèves doivent arriver à croire en leurs compétences en mathématiques.** Ils doivent apprendre à croire en leur capacité de résoudre des problèmes et d'appliquer des modèles mathématiques à des problèmes concrets.

- **Les élèves doivent devenir capables de résoudre des problèmes mathématiques,** c'est-à-dire arriver à résoudre divers problèmes mathématiques courants et particuliers, à reconnaître et à utiliser des représentations multiples de concepts et des solutions multiples d'un problème, à repérer et à utiliser les liens existant non seulement entre divers volets des mathématiques, mais aussi entre celles-ci et d'autres disciplines.

- **Les élèves doivent apprendre à utiliser la langue des mathématiques.** Ils doivent réfléchir à leur démarche mathématique, clarifier leur pensée en la matière, exprimer leurs idées de vive voix et par écrit, et lire des données mathématiques en les comprenant.

- **Les élèves doivent apprendre à raisonner selon les principes mathématiques et à réfléchir avec un esprit critique.** Ils doivent pouvoir recourir aux principes de la logique, y compris faire et vérifier des hypothèses, juger de la validité d'arguments, et formuler des arguments valides simples.

- **Les élèves doivent maîtriser des habiletés et des concepts de base.** Ils doivent pouvoir exécuter des tâches mathématiques fondamentales et appliquer ***mentalement*** des concepts mathématiques.

5.0 Fondements mathématiques

Comme le cours *Mathématiques 20S* s'aligne sur le Cadre commun des programmes d'études de mathématiques M–12 (Résultats), il est axé sur sept processus mathématiques, qui doivent être évidents dans chaque domaine et aider à mettre en évidence le caractère cumulatif du cours.

1. Raisonnement mathématique

La force du raisonnement aide l'élève à donner un sens aux mathématiques, à réfléchir avec logique et à convaincre les autres.

Le raisonnement inductif aide l'élève à formuler des hypothèses et à y réfléchir, au moyen d'activités permettant de généraliser à partir d'observations.

Le raisonnement déductif aide l'élève à vérifier des hypothèses et à concevoir des arguments pour valider son raisonnement. Avec le raisonnement déductif, l'élève construit un ensemble structuré de connaissances.

Les élèves doivent arriver à comprendre le rôle de chaque genre de raisonnements en mathématiques et dans des situations ne relevant pas de cette discipline. Il existe de fortes similarités entre le raisonnement mathématique et la logique nécessaire pour régler des problèmes dans la vie de tous les jours. En recourant au raisonnement inductif et déductif en dehors de la géométrie, dans les domaines de l'algèbre et de l'organisation des données, les élèves perfectionnent leur capacité de raisonner.

Exemples :

- Concevoir une expérience faisant appel au raisonnement inductif pour trouver la somme des angles d'un pentagone. Décrire la généralisation.

- Rédiger un paragraphe expliquant les différences et les similarités existant entre les énoncés suivants :

  a) La somme des angles de tout triangle est 180º.
  b) Les hommes sont plus grands que les femmes.

2. Calcul mental et estimation

Le calcul mental est la pierre angulaire de l'estimation. L'élève doit savoir quand et comment faire des calculs estimatifs. Le contexte du problème aide l'élève à établir quand il est nécessaire, ou souhaitable, de fournir une réponse exacte ou une approximation. Il importe de consacrer quelques minutes chaque jour au calcul mental. Les élèves du secondaire sont censés exécuter des tâches et des opérations mentales rapidement. L'exercice quotidien les aidera à améliorer leur capacité de faire automatiquement des tâches telles que des calculs numériques, des combinaisons algébriques et des estimations, et de se rappeler des faits.

Exemples :

- Quelle est la hauteur approximative de la porte de la salle de classe, en cm?
- Additionner 2x - 3 et 4x - 1.
- Quelle est la longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les côtés mesurent 5 et 12 unités?

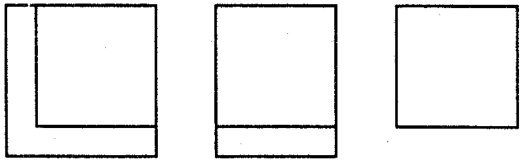
3. Résolution de problèmes

La résolution de problèmes est au coeur des mathématiques à tous les niveaux. Il est essentiel que chaque élève apprennent l'art de résoudre des problèmes. Avant les années du cours secondaire, il peut être utile de faire la distinction entre les buts conceptuels, les buts procéduraux, et les objectifs concernant la résolution des problèmes. Mais une fois l'élève rendu au niveau secondaire, cette distinction commence à s'estomper, à mesure qu'il renforce ses connaissances mathématiques. Les techniques employées pour résoudre des problèmes mathématiques servent aussi à répondre à des questions de tous les jours et à résoudre des problèmes dans les domaines des sciences physiques et sociales, des affaires et du génie.

Dans le cours *Mathématiques 20S*, il faut se servir des problèmes et des applications pour présenter de nouvelles idées, faire comprendre des concepts et des procédures, appliquer des habiletés et des démarches apprises antérieurement, et renforcer les liens entre les sujets du domaine des mathématiques et d'autres secteurs.

Exemples :

- Construire une gouttière à même un morceau de métal mesurant 4 mètres de long et 5 cm de large, en façonnant une base et deux côtés égaux. Combien la base doit-elle mesurer et quelle doit être la hauteur des côtés de la gouttière pour que la quantité de pluie recueillie soit la plus grande?
- Une fenêtre de 3 mètres sur 3 mètres comporte 4 carreaux de coin, 4 carreaux de bord et un carreau intérieur.



Carreau de coin **Carreau de bord** **Carreau intérieur**

On demande à un architecte de dessiner les plans d'une salle de loisirs. Le code du bâtiment limite à 72 mètres carrés la superficie totale des fenêtres de la partie principale de la salle. L'architecte décide d'envisager diverses combinaisons de fenêtres carrées, de manière que la superficie totale de ces dernières égale exactement 72 m^2. Trouver plusieurs des configurations possibles; dans chaque cas, trouver le nombre total de chaque genre de carreaux qu'il faudra.

4. Liens

Dans le contexte du cours *Mathématiques 20S*, les élèves doivent vivre des expériences nombreuses et variées pour apprécier l'utilité des mathématiques, tout en explorant les liens existant entre divers volets des mathématiques mêmes (par exemple, ceux que font les élèves travaillant sur les représentations multiples d'un même concept), ainsi qu'entre les mathématiques et d'autres disciplines (on peut y voir des applications des concepts), et entre les mathématiques et le vécu quotidien. Dans les mathématiques, les élèves doivent saisir les liens existant entre diverses matières telles que l'algèbre et la géométrie. C'est en établissant des liens entre les idées mathématiques, au moyen de représentations concrètes, graphiques et symboliques, que les élèves commencent à percevoir les mathématiques comme un tout intégré.

Exemples :

- Tu es capitaine d'un navire, et l'un des passagers a été blessé. Le navire se trouve à 30 km d'un point qui, sur la côte, est à 60 km d'un hôpital. Tu dois donner rendez-vous à une ambulance n'importe où sur une route qui longe la côte. Tu aimerais établir le contact avec l'ambulance au point d'où le passager pourra être amené à l'hôpital dans les délais les plus courts. À supposer que le navire file à 30 km/h, et que l'ambulance se déplacera à 80 km/h en moyenne, combien faudra-t-il de temps pour transporter le passager à l'hôpital?
- Soit un taux d'intérêt de 3,5% et un montant de 10 000 $ à investir. Dresse un tableau avec un logiciel tableur pour montrer l'année, l'intérêt total et l'accumulation totale des fonds au bout de 20 ans, à un taux d'intérêt simple. Fais un graphique illustrant l'évolution des paires ordonnées (années, fonds totaux). Dresse un nouveau tableau pour montrer le rendement du même investissement fait au même taux d'intérêt, composé cette fois-ci, les intérêts étant versés tous les ans. Dans le même plan cartésien, dessine un graphique illustrant l'évolution des nouvelles données. Compare entre eux les deux graphiques, et rédige un paragraphe pour expliquer les ressemblances et les différences entre les deux.

5. Communication

La participation active des élèves à des tâches mathématiques significatives facilite l'acquisition d'aptitudes à la communication qui importent pour la compréhension des concepts mathématiques. Les élèves doivent s'adonner à des activités leur permettant de discuter, d'écouter, de poser des questions et de faire des résumés. Ainsi, ils apprennent à mieux expliquer comment ils ont obtenu leur réponse, les difficultés qu'a comportées la résolution du problème, ou les étapes qui leur ont paru nécessaires pour vérifier une généralisation qu'ils avaient découverte. Au niveau secondaire, les élèves accroissent leur capacité d'employer les termes mathématiques appropriés, ce qui fait partie intégrante des études de la discipline.

Exemples :

- Dans un hôpital, une obstétricienne étudie les relevés récents et constate qu'au cours d'une semaine où il y a eu 10 naissances, quatre filles sont nées de suite. Elle se demande quelle serait la probabilité que, sur 10 enfants nés, au moins quatre filles naissent de suite. Conçois et exécute une expérience pour simuler la situation. Calcule la probabilité théorique qu'au moins quatre filles naissent de suite, et compare les résultats avec ceux de ton expérience. Rédige un rapport pour expliquer tes résultats.

- Le tableau figurant ci-dessous montre combien la crème glacée coûte dans divers magasins de Brandon. Suppose que tu es le propriétaire du magasin *Cinema Sweet*. Dessine un graphique dont tu pourrais te servir pour inciter les gens à acheter de la crème glacée dans ton magasin. Rédige un court message que tu placeras dans la fenêtre du magasin pour expliquer aux clients pourquoi ta crème glacée vaut plus que celle des autres.

Magasin	**Prix**
Andi's	1,10$
Baskin-Robbins	0,90$
Cecilia's	1,10$
Cinema Sweet	1,45$
Cone City	0,85$
Haagen-Daas	1,25$
Magic Sundae	1,10$
Sweet Tops	1,20$

On peut aussi encourager l'usage de la communication technique en demandant à l'élève d'expliquer le processus suivi pour solutionner un problème, par écrit:

Exemples:

1. Expliquer comment trouver la distance entre A (-2, 4) et B (6, -4).
2. Expliquer comment simplifier l'expression $8\sqrt{12}$.
3. Expliquer comment regrouper $\frac{5}{x+1}+\frac{7}{2x}$.

6. Technologie

À mesure que le XXI^e siècle approche, les élèves ont de plus en plus accès aux calculatrices et aux ordinateurs en classe. Il s'agit là d'outils qui simplifient la tâche à accomplir, sans pour autant l'exécuter. Ils peuvent accroître les capacités des élèves en mathématiques, en mettant à leur portée des problèmes et des sujets inexplorés jusque-là. La nouvelle technologie a non seulement facilité les calculs et l'exécution des graphiques, mais elle a aussi modifié la nature des problèmes que les élèves peuvent examiner et les méthodes dont ils peuvent se servir pour cela.

Les élèves peuvent utiliser les calculatrices et les ordinateurs pour :

- élaborer des concepts;
- explorer et faire la démonstration des relations et des régularités mathématiques;
- organiser et afficher des données;

- résoudre plus facilement des problèmes et ainsi acquérir une plus grande autonomie;
- développer leur curiosité et leur créativité;
- réduire le temps consacré aux calculs ennuyeux;
- créer des affichages géométriques;
- simuler des situations.

Exemples :

- Utilise le tableau fourni ci-après pour examiner le problème suivant : si on laisse pousser les arbres pendant 50 ans au lieu de les couper 35 ans après les avoir plantés, croîtront-ils sensiblement plus? (Utilise le logiciel tableur approprié.)

Âge (Y)	**Diam. (cm)**	**Âge (Y)**	**Diam. (cm)**	**Âge (Y)**	**Diam. (cm)**	**Âge (Y)**	**Diam. (cm)**
4	1,6	12	5,0	23	12,0	33	14,0
5	1,6	13	9,0	24	9,0	34	10,0
8	2,0	14	9,2	25	12,0	35	14,0
8	6,0	16	11,0	29	14,0	38	15,0
10	4,0	18	9,4	30	16,0	38	14,0
10	7,0	20	13,0	30	13,0	42	15,0

- Quel est l'effet observé sur le graphique défini par $y = mx - 2$, si l'on change la valeur de m?

Donne six valeurs différentes à m et, après avoir examiné l'imprimé des graphiques, explique ce que tu observes.

7. Visualisation

L'environnement mathématique est constitué d'une foule d'images. Le recours aux images, dans l'étude des mathématiques, aide les élèves à comprendre les concepts et à établir des liens entre eux.

La géométrie analytique donne une description algébrique des figures géométriques et permet de visualiser les relations algébriques. En recourant à un résumé visuel pour analyser et interpréter les données, les élèves sont mieux à même de comprendre les données et d'en dégager des prédictions, et, grâce aux calculatrices à graphiques et aux logiciels informatiques, ils visualisent mieux les concepts.

6.0 Évaluation et différentes méthodes d'évaluation

Pour évaluer les élèves suivant le cours *Mathématiques 20S*, le personnel enseignant est invité à employer diverses techniques et à leur donner un certain choix à cet égard. Une telle perspective favorise la souplesse et rend les élèves davantage maîtres de leur programme.

Voici un régime d'évaluation possible :

- Devoirs à faire chez soi
- Travail en classe
- Portfolios
- Projets/Enquêtes
- Tests/Examens écrits

Une bonne technique d'évaluation doit être axée à la fois sur le passé, en examinant la performance des élèves ainsi que leurs attitudes et croyances, et sur l'avenir afin de servir de base à la continuation du processus d'instruction. Une telle évaluation se distingue notamment par les caractéristiques suivantes :

— Les techniques d'évaluation sont en rapport avec les objectifs d'enseignement. Il faut évaluer ce qu'on a enseigné.

— Les méthodes d'évaluation sont adaptées aux élèves en fonction de leur niveau de développement, de leur maturité mathématique et de leur contexte culturel. C'est-à-dire qu'il faudra avoir recours à des techniques d'évaluation variées et que le même concept peut être présenté dans des contextes, sous des formes et dans des situations différents.

— Les techniques d'évaluation ne doivent pas seulement être formelles, mais aussi informelles. Les évaluations formelles permettent d'évaluer le contenu, alors que les évaluations informelles se prêtent mieux à l'évaluation du processus, lequel est un aspect important du programme de mathématiques. Savoir **COMMENT** l'élève est arrivé à une réponse est plus important que de savoir si la réponse est **JUSTE** ou **FAUSSE**.

— L'évaluation doit être un élément fondamental et constant du processus didactique. Le but de toute évaluation n'est pas simplement d'arriver à une note sur un bulletin (évaluation sommative), mais bien de diagnostiquer les caractéristiques d'erreurs et de déterminer l'enseignement correctif approprié, ainsi que d'aider à formuler un plan d'action pour l'enseignement à venir (évaluation formative).

— L'enseignant doit trouver le moyen de communiquer efficacement les résultats du processus d'évaluation à des auditoires différents. Par ailleurs, le processus d'évaluation doit être conforme aux méthodes de rapport en vigueur à l'école ou au sein de la division scolaire.

— L'élève doit être capable de communiquer les mathématiques. Il doit être en mesure de comprendre les idées mathématiques qu'on lui présente sous forme écrite, orale ou visuelle et pouvoir les exprimer à l'oral, par écrit, par démonstration ou sous forme visuelle à l'aide du vocabulaire, du système de notations et des structures appropriées, de façon à présenter les idées, décrire les relations et représenter les situations.

L'évaluation est une démarche qui vise à porter jugement sur le degré de l'habileté de l'élève à identifier un problème, à rassembler des informations et à les organiser pour en arriver à présenter ses résultats avec des arguments à l'appui. Cette démarche permet ainsi d'observer : – non seulement les connaissances de l'élève mais son initiative; – non seulement son habileté à résoudre un problème mais son habileté à identifier un problème; – non seulement son habileté d'apprendre selon les indices, mais d'apprendre comment apprendre d'un problème posé par lui-même.

L'évaluation est basée sur une pluralité de tâches d'apprentissage (recherches, projets, laboratoires, auto-évaluations, quiz, échantillons de travail, tests, projets, présentations orales et écrites, discussions, etc.). Toutes réalisations et toutes données pertinentes relatives aux différentes tâches d'apprentissage sont recueillies. Après une période de temps donnée, l'enseignant fait la lecture du dossier de l'élève afin d'observer les points forts et les points faibles dans sa démarche d'apprentissage. Ces observations fournissent les informations permettant de juger de l'état de progression de l'élève. La décision qui en résulte peut être d'ordre pédagogique (des mesures de récupération...) ou d'ordre administratif (des notes qui apparaissent au bulletin scolaire...).

Différentes méthodes d'évaluation

1. L'observation

Méthode d'évaluation la plus utilisée, elle se produit naturellement pendant les cours de Mathématiques. Des observations systématiques renseignent sur les attitudes des élèves à l'égard des Mathématiques, ce qu'ils pensent d'eux-mêmes en tant qu'apprenants, les modes d'apprentissage qu'ils préfèrent, leurs champs d'intérêt, leurs habitudes de travail, leur développement sur le plan social et la maîtrise qu'ils ont du langage et des processus mathématiques.

Il est important de prendre note de ces observations pour contribuer à l'élaboration de programmes intéressants pour les élèves, de même qu'à une bonne information des parents.

On pourra prendre des notes **sous forme anecdotique** ou encore **à l'aide d'une liste de contrôle** (tableau de contrôle).

2. L'entrevue (avec l'élève ou un tout petit groupe d'élèves)

Les rencontres avec l'élève donnent à l'enseignant et à l'élève la possibilité d'échanger des idées. Elles permettent à l'enseignant d'apprécier la capacité du raisonnement Mathématique de l'élève et ce qu'il comprend d'un concept ou d'un processus. Elles peuvent servir à déterminer l'habileté de l'élève à expliquer sa solution, ou lui permettre de justifier ses pensées et son raisonnement. Il convient de prendre note des choses importantes que l'on a apprises, pendant les discussions ou les rencontres, au sujet des connaissances, des habiletés et des valeurs de l'élève et d'y apposer la date de l'entrevue.

3. Les discussions

Qu'il s'agisse de discussions dirigées par l'enseignant ou encore de discussions à l'intérieur de petits groupes, celles-ci, tout comme l'entrevue avec l'élève, fourniront à l'enseignant d'importants renseignements quant à l'habileté de l'élève à comprendre et à expliquer un concept.

4. Les travaux pratiques

Par l'intermédiaire d'exercices mathématiques créés de toutes pièces ou inspirés du monde réel, l'enseignant peut évaluer de nombreux processus mathématiques. On demande aux élèves un compte-rendu complet des méthodes employées et du raisonnement suivi. Il est primordial d'établir des règles de notation et de les communiquer aux élèves pour que leurs efforts soient appréciés à leur juste valeur. Pour ce faire, on peut utiliser une grille de notation.

5. La grille de notation

Utilisée pour évaluer la performance des élèves en 3^e, 6^e, 9^e et 12^e année lors des tests sur les normes, cette grille de notation classifie le travail de l'élève, pour une question donnée, en trois catégories.

– niveau 3 (réponse excellente/exceptionnelle)
– niveau 2 (bonne réponse/réponse passable)
– niveau 1 (réponse incomplète mais suffisante)

6. La recherche (ou le projet)

On peut demander à divers moments aux élèves d'exécuter des projets. Ceux-ci peuvent comporter la réalisation d'un sondage et d'un relevé statistique, ou encore d'un rapport sur la contribution de tel ou tel mathématicien. On peut aussi demander aux élèves de mener une enquête au cours de laquelle ils apprendront d'eux-mêmes de nouveaux concepts.

Le travail de recherche consiste à amener l'élève à étudier en profondeur des questions mathématiques. Il a pour objectif d'obtenir des indications sur l'habileté de l'élève à :

- acquérir et mettre en pratique des concepts et des habiletés en mathématiques.
- cerner et définir un problème.
- préparer et exécuter un plan.
- concevoir des méthodes et les expliquer.
- recueillir et consigner les renseignements nécessaires.
- organiser les données et en dégager des modèles.
- persévérer, et chercher des renseignements supplémentaires au besoin.
- discuter des résultats, les examiner, les revoir et les expliquer.

7. L'auto-évaluation

L'auto-évaluation s'avère un bon moyen de faire réfléchir les élèves quant à leurs efforts pour suivre et comprendre les mécanismes de raisonnement mathématique et de leur demander de vérifier dans quelle mesure ils ont compris et mis en pratique les divers concepts et processus.

On peut demander aux élèves de remplir un questionnaire qu'ils ont eux-mêmes préparé ou que l'enseignant a préparé ou encore de faire une auto-évaluation dans leur carnet de bord ou lors d'une entrevue avec l'enseignant.

8. Le carnet de bord

Le carnet de bord a pour objet d'amener l'élève à répondre à des questions précises inscrites au programme d'enseignement. Il permet à l'élève de communiquer ses réflexions à l'aide de graphiques, de nombres, de symboles mathématiques et de texte comprenant le langage des mathématiques. Le carnet de bord peut aussi être révélateur des sentiments et de l'attitude de l'élève face à son apprentissage.

Les pages importantes du carnet de bord doivent être photocopiées et déposées dans le portfolio de l'élève.

9. Les jeux-questionnaires et les tests écrits

Les jeux-questionnaires et les tests écrits sont un autre moyen pour les élèves de montrer ce qu'ils connaissent et savent faire.

On recommande de faire subir un test à intervalles réguliers (toutes les deux semaines, par exemple), et pas nécessairement une fois terminée l'étude d'un thème ou à la fin d'un module. Tous les tests doivent être de nature ***cumulative***, et ils doivent comprendre des exercices de calcul mental ainsi que des questions ouvertes et des applications nécessitant le recours à diverses stratégies de résolution de problèmes.

10. Le dossier de l'élève (portfolio)

Le portfolio peut contenir toute une gamme d'échantillons du travail de l'élève, y compris des inscriptions à son journal, des solutions de problèmes, des diagrammes, des réponses à des questions ouvertes, des devoirs, et l'explication d'algorithmes. Les élèves doivent participer activement à la tenue à jour de leur portfolio, car cela leur procure le sentiment d'être maître de leur apprentissage et de leur progression.

Les dossiers préparés par les enseignants et les élèves en mathématiques pour l'évaluation des progrès réalisés et pour l'apprentissage sont habituellement de deux sortes :

a) *Dossier général :* réveil général d'échantillons qui peuvent être des exemples des «meilleures» performances de l'élève et des progrès réalisés dans le cadre d'une unité de travail ou pendant une durée raisonnable (deux semaines, p. ex.).

b) *Dossier d'évaluation :* recueil de quelques échantillons choisis par l'élève dans le dossier général pour bien illustrer le travail d'apprentissage accompli. On peut y retrouver :

- des descriptions sous forme graphique ou narrative de la résolution de problèmes quelconques, des travaux pratiques, des recherches effectuées, etc.

- photographies, bandes sonores et vidéo, tableaux illustrant un travail ou un exposé

- extraits du carnet de bord de l'élève en mathématiques

- etc.

7.0 Description du cours

Le cours *Mathématiques 20S* est divisé en neuf unités ou modules. Il importe de mettre l'accent sur les liens existant entre les divers modules. Il convient d'appliquer des concepts appris dans une unité à des problèmes posés dans d'autres parties du programme.

On accorde 110 heures à l'enseignement de la matière nouvelle. Cela comprend le temps pris pour la révision et les tests, ou par les interruptions. L'enseignant ne doit pas consacrer beaucoup de temps à la récapitulation du travail des années antérieures, laquelle n'est pas recommandée pour commencer l'année.

Chaque module comprend un aperçu des résultats d'apprentissage, ainsi que des notes et des explications dont l'objet est de renseigner sur ce que les élèves sont censés apprendre.

Voici le plan général du cours *Mathématiques 20S* et une répartition estimative du nombre d'heures entre les modules.

Mathématiques Pré-calcul 20S

A – Polynômes et facteurs . . . . 12 h
B – Géométrie analytique . . . . 17 h
C – Trigonométrie . . . . 11 h
D – Exposants et radicaux . . . . 13 h
E – Géométrie . . . . 10 h
F – Expressions et équations rationnelles . . . . . 16 h
G – Fonctions . . . . 12 h
H – Statistique et probabilité . . . . 9 h
I – Variation et suites . . . . 10 h

TABLEAUX SÉQUENTIELS

C	COMMUNICATION	RP	RÉSOLUTION DE PROBLÈMES
L	LIENS	R	RAISONNEMENT
E	ESTIMATION ET CALCUL MENTAL	T	TECHNOLOGIE
		V	VISUALISATION

SECONDAIRE 1	SECONDAIRE 2 PRÉ-CALCUL	SECONDAIRE 3 PRÉ-CALCUL
STATISTIQUE	**POLYNÔMES ET FACTORISATION**	**FONCTIONS QUADRATIQUE**
RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE GÉNÉRAL L'élève sera en mesure de/d' : 1.1 Recueillir et d'analyser des résultats expérimentaux, en fonction de deux variables, en utilisant les outils technologiques nécessaires.	**RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE GÉNÉRAL** L'élève sera en mesure de/d' : Généraliser les opérations portant sur les polynômes pour y inclure les expressions rationnelles.	**RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE GÉNÉRAL** L'élève sera en mesure de/d' : Représenter et analyser des fonctions quadratiques, polynomiales et rationnelles, en utilisant les outils technologiques appropriés.
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES L'élève sera en mesure de/d' : 1.1.1 Concevoir et mener une expérience destinée à trouver la relation entre deux variables et présenter un compte rendu. [C,L,RP] 1.1.2 Créer des diagrammes de dispersion pour des variables discrètes et continues. [C,V] 1.1.3 Interpréter un diagramme de dispersion pour déterminer s'il y a une relation apparente. [E,R] 1.1.4 Déterminer la droite la mieux ajustée d'un diagramme de dispersion qui révèle une relation linéaire apparente par : • l'observation • l'outil technologique (pas d'équation à ce niveau) [E,RP,T] .../	**RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES** L'élève sera en mesure de/d' : 1. Trouver le produit de polynômes. [E,R] 2. Diviser un polynôme par un binôme et exprimer les résultats sout les formes : • $\frac{P}{D} = Q + \frac{R}{D}$ • $P = DQ + R$ • $P(x) = D(x)Q(x) + R$ [E, R] 3. Factoriser les expressions polynomiales de la forme : • $ax^2 + bx + c$ • $a^2x^2 - b^2y^2$. [E]	**RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES** L'élève sera en mesure de/d' : 1. Tracer et décrire des données d'un patron quadratique en utilisant les échelles appropriés. [C,R,V] 2. Déterminer les caractéristiques suivantes du graphique d'une fonction quadratique: • le sommet • le domaine et l'image • l'axe de symétrie • les coordonnées à l'origine. [C, RP, T,V] 3. Établir le lien entre les transformations algébriques et graphiques des fonctions quadratiques en complétant le carré au besoin. [L,T,V] 4. Utiliser des fonctions quadratiques pour illustrer des situations du quotidien. [L,RP]

SECONDAIRE 1	SECONDAIRE 2 PRÉ-CALCUL	SECONDAIRE 3 PRÉ-CALCUL
/... 1.1.5 Tirer des conclusions à partir de la droite la mieux ajustée et les justifier. [C,R] 1.1.6 Évaluer les forces, les faiblesses et les biais des méthodes de collecte et d'échantillonnage. [C,R,T] 1.1.7 Faire la critique de la façon dont les médias et d'autres sources présentent les données statistiques et les conclusions. [C,L]		

C COMMUNICATION	RP RÉSOLUTION DE PROBLÈMES
L LIENS	R RAISONNEMENT
E ESTIMATION ET CALCUL MENTAL	T TECHNOLOGIE
	V VISUALISATION

SECONDAIRE 1	SECONDAIRE 2 PRÉ-CALCUL	SECONDAIRE 3 PRÉ-CALCUL
POLYNÔMES	**GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE**	**TRIGONOMÉTRIE**
RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE GÉNÉRAL L'élève sera en mesure de/d' : 2.1 Expliquer et d'illustrer la structure entre les ensembles des nombres dans l'ensemble des nombres rationnels.	**RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE GÉNÉRAL** L'élève sera en mesure de/d' : Utiliser la géométrie analytique impliquant des droites et des segments de droite pour résoudre des problèmes.	**RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE GÉNÉRAL** L'élève sera en mesure de/d' : Utiliser des triangles, incluant ceux que l'on retrouve dans l'espace tridimensionnel et ceux que l'on retrouve dans un plan à deux dimensions pour résoudre des problèmes.
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES L'élève sera en mesure de/d' : 2.1.1 Donner des exemples de nombres répondant aux critères des nombres naturels, entiers positifs, entiers et rationnels et montrer que ces nombres composent l'ensemble des nombres rationnels. [C,L,RP,R] 2.1.2 Communiquer verbalement et par écrit si un nombre est rationnel ou non. [C,R] .../	**RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES** L'élève sera en mesure de/d' : 1. Résoudre des problèmes impliquant la distance entre deux points dans le plan cartésien. [RP,V] 2. Résoudre des problèmes impliquant le point milieu de segments de droite. [RP] 3. Résoudre des problèmes impliquant le déplacement vertical et le déplacement horizontal et la pente de segments de droite. [RP,V] .../	**RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES** L'élève sera en mesure de/d' : 1. Résoudre des problèmes trigonométriques. [RP] 2. Résoudre des problèmes comprenant des triangles ambigus à deux et trois dimension. [L,RP,R,T]

SECONDAIRE 1	SECONDAIRE 2 PRÉ-CALCUL	SECONDAIRE 3 PRÉ-CALCUL
/... **RÉSULTAT D’APPRENTISSAGE GÉNÉRAL** L’élève sera en mesure de/d’ : 2.2 Généraliser les opérations arithmétiques de l’ensemble des nombres rationnels à l’ensemble des polynômes. **RÉSULTAT D’APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUE** L’élève sera en mesure de/d’ : 2.2.1 Reconnaître des termes constants, des coefficients et des variables dans des polynômes. [C] 2.2.2 Représenter et justifier l’addition et la soustraction de polynômes concrètement et par diagrammes. [C,R,V] 2.2.3 Effectuer des additions et des soustractions de polynômes. [R] .../	/... 4. Tracer le graphique d’équations linéaires selon les méthodes suivantes : a) tableau de valeurs b) l’ordonnée à l’origine et l’abscisse à l’origine c) la pente et l’ordonnée à l’origine. [L,RP,V] 5. Déterminer l’équation d’une droite connaissant les données qui définissent cette droite. [RP,V] 6. Résoudre des problèmes, en utilisant la pente : • de droites parallèles, • de droites perpendiculaires. [L,RP,V]	

SECONDAIRE 1	SECONDAIRE 2 PRÉ-CALCUL	SECONDAIRE 3 PRÉ-CALCUL
/... **RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE GÉNÉRAL** L'élève sera en mesure de/d' : 2.3 Généraliser, concevoir et justifier des procédures mathématiques en utilisant les régularités, les modèles et les outils technologiques appropriés. **RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUE** 2.3.1 Présenter des arguments mathématiques pour résoudre des problèmes, en utilisant la logique et la pensée divergente. [C,RP,R] 2.3.2 Modéliser des situations qui peuvent être représentées par des équations du premier degré. [L,RP] 2.3.3 Écrire des expressions algébriques ou des équations sous formes équivalentes avec des coefficients rationnels. [C, L,R] 2.3.4 Représenter la multiplication de deux monômes et d'un monôme par un polynôme concrètement et par diagrammes. [R,V] 2.3.5 Trouver le produit de deux monômes, d'un monôme et d'un polynôme, et de deux binômes. [R] 2.3.6 Noter et expliquer l'ordre des entrées sur une calculatrice pour résoudre des calculs impliquant des nombres rationnels. [C,RP,T] 2.3.7 Résoudre des problèmes comprenant des nombres rationnels dans des contextes significatifs. [L,RP] 2.3.8 Trouver la valeur numérique des polynômes connaissant les valeurs des variables. [E]		

C	COMMUNICATION	RP	RÉSOLUTION DE PROBLÈMES
L	LIENS	R	RAISONNEMENT
E	ESTIMATION ET CALCUL MENTAL	T	TECHNOLOGIE
		V	VISUALISATION

SECONDAIRE 1	SECONDAIRE 2 PRÉ-CALCUL	SECONDAIRE 3 PRÉ-CALCUL
GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE	**EXPOSANTS ET RADICAUX**	**ALGÈBRE**
RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE GÉNÉRAL L'élève sera en mesure de/d' : 3.1 Utiliser la résolution de problèmes dans l'espace pour construire, décrire et analyser des figures géométriques.	**RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE GÉNÉRAL** L'élève sera en mesure de/d' : Expliquer et illustrer la structure et les interrelations des ensembles de nombres dans le système des nombres réels. Utiliser des valeurs exactes, des opérations de base et des opérations algébriques sur les nombres réels pour résoudre des problèmes.	**RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE GÉNÉRAL** L'élève sera en mesure de/d' : Représenter et analyser des situations impliquant des expressions mathématiques, des équations et des inéquations.
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES L'élève sera en mesure de/d' : 3.1.1 Reconnaître et tracer le lieu géométrique de points en effectuant la résolution de problèmes pratiques. [RP,T,V] 3.1.2 Dessiner le plan et les élévations d'un objet à partir de dessins ou de modèles. [C,R,T,V] 3.1.3 Dessiner ou construire un objet connaissant son plan et son élévation. [C,RP,T,V]	**RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES** L'élève sera en mesure de/d' : 1. Classifier en nombres naturels, entiers, entiers positifs, nombres rationnels et irrationnels, et montrer que ces ensembles sont inclus dans le système des nombres réels. [C,R,V] 2. Utiliser des représentations approximatives des nombres irrationnels. [R,T] 3. Expliquer les lois des exposants et les appliquer à des nombres et à des variables avec des exposants rationnels. [C,E] 4. Communiquer les directives utilisées afin de résoudre un problème arithmétique. [C] .../	**RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES** L'élève sera en mesure de/d' : 1. Résoudre des équations quadratiques et faire le lien avec les zéros des fonctions quadratiques correspondantes en utilisant: • la factorisation • l'équation quadratique • le graphique. [L,E,T,V] 2. Résoudre des équations non linéaires : • la factorisation • l'équation quadratique • graphiquement [racines, points d'intersection, résolveurs d'équations]. [L,T,V] .../

SECONDAIRE 1	SECONDAIRE 2 PRÉ-CALCUL	SECONDAIRE 3 PRÉ-CALCUL
	/... 5. Effectuer les opérations sur les nombres irrationnels sous forme de monôme ou de binôme, en utilisant les valeurs exactes. [E] 6. Effectuer les opérations arithmétiques sur les nombres irrationnels, en utilisant les approximations décimales appropriées. [E,T]	/... 3. Déterminer la nature des racines d'une équation quadratique: • utilisant le discriminant de l'équation quadratique • graphiquement. [C,R,V] 4. Résoudre des équations non linéaires, en utilisant un outil technologique. [L,T,V] 5. Formuler et appliquer des stratégies pour résoudre des équations et des inéquations impliquant: la valeur absolue, des radicaux, et des expressions rationnelles. [L,R,V]

C	COMMUNICATION
L	LIENS
E	ESTIMATION ET CALCUL MENTAL
RP	RÉSOLUTION DE PROBLÈMES
R	RAISONNEMENT
T	TECHNOLOGIE
V	VISUALISATION

SECONDAIRE 1	SECONDAIRE 2 PRÉ-CALCUL	SECONDAIRE 3 PRÉ-CALCUL
RELATIONS LINÉAIRES	**TRIGONOMÉTRIE**	**GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE**
RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE GÉNÉRAL L'élève sera en mesure de/d' : 4.1 Résoudre et vérifier des équations et des inéquations linéaires à une variable.	**RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE GÉNÉRAL** L'élève sera en mesure de/d' : Utiliser des triangles, incluant ceux que l'on retrouve dans l'espace tridimensionnel et ceux que l'on retrouve dans un plan à deux dimensions pour résoudre des problèmes.	**RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE GÉNÉRAL** L'élève sera en mesure de/d' : Utiliser la géométrie analytique impliquant des droites et des segments de droite pour résoudre des problèmes et justifier les solutions.
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES L'élève sera en mesure de/d' : 4.1.1 Illustrer concrètement ou par diagramme le processus de solution d'équation du premier degré à une inconnue. [RP,R,V] .../	**RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES** L'élève sera en mesure de/d' : 1. Résoudre des problèmes comprenant des angles d'élévation et de dépression. [CN,PS,V] 2. Résoudre des problèmes comprenant deux triangles rectangles. [CN,PS,V] 3. Approfondir les concepts de sinus et de cosinus des angles de 0º à 180º. [R,T,V] 4. Appliquer les lois de sinus et de cosinus pour résoudre des problèmes, en excluant les cas ambigus. [L,RP,V]	**RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES** L'élève sera en mesure de/d' : 1. Résoudre des problèmes impliquant des distances entre des points et des droites. [L,RP,R] 2. Vérifier et prouver des propriétés en géométrie plane, en utilisant la géométrie analytique. [C,R,V] 3. Résoudre des systèmes d'équations linéaires à deux variables: • algébriquement par élimination et substitutions, et • graphiquement. [L,RP,T,V] 4. Résoudre des systèmes d'équations linéaires à trois variables: • algébriquement • en utilisant les outils technologiques appropriés. [L,RP,T,V] .../

SECONDAIRE 1	SECONDAIRE 2 PRÉ-CALCUL	SECONDAIRE 3 PRÉ-CALCUL
/... 4.1.2 Résoudre et vérifier des équations du premier degré à une inconnue de la forme: • $ax = b + cx$ • $a(x + b) = c$ • $ax + b = cx + d$ • $a(bx + c) = d(ex + f)$ • $\frac{a}{x} = b$ où a, b, c, d, e et f sont des nombres rationnels (plus particulièrement des entiers), et utiliser des équations de ce genre pour illustrer et résoudre des problèmes. [C,RP,V] 4.1.3 Résoudre algébriquement des inégalités du premier degré à une inconnue, tracer les solutions sur une droite numérique et vérifier les solutions. [RP,R,V]		/... 5. Résoudre des systèmes d'équations non linéaires, en utilisant un outil graphique. [L,T,V] 6. Tracer le graphique d'inéquations linéaires à deux variables. [RP,V] 7. Formuler et appliquer des stratégies pour résoudre des équations et des inéquations impliquant la valeur absolue, des radicaux et des expressions rationnelles. [L,R,V]

C COMMUNICATION L LIENS E ESTIMATION ET CALCUL MENTAL	RP RÉSOLUTION DE PROBLÈMES R RAISONNEMENT T TECHNOLOGIE V VISUALISATION

SECONDAIRE 1	SECONDAIRE 2 PRÉ-CALCUL	SECONDAIRE 3 PRÉ-CALCUL
SIMILARITÉ ET CONGRUENCE **RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE GÉNÉRAL** L'élève sera en mesure de/d' : 5.1 Énoncer les conditions de similitude ou de congruence des triangles, et les utiliser pour résoudre des problèmes. **RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES** L'élève sera en mesure de/d' : 5.1.1 Reconnaître et expliquer les propriétés de deux triangles semblables et les utiliser pour résoudre des problèmes. [C,RP,R,T] 5.1.2 Reconnaître et expliquer les propriétés de deux triangles congrus et les utiliser pour résoudre des problèmes. [C,L,RP,R,T] 5.1.3 Créer le lien entre les triangles semblables et les triangles congrus. [L,R]	**GÉOMÉTRIE** **RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE GÉNÉRAL** L'élève sera en mesure de/d' : Démontrer une compréhension des facteurs d'échelle et de leurs interrelations avec les dimensions de figures et d'objets semblables. **RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES** L'élève sera en mesure de/d' : 1. Calculer le volume et l'aire d'une sphère, en utilisant les formules fournies. [L,RP,V] 2. Déterminer les relations entre les facteurs d'échelle linéaire; l'aire, l'aire totale et le volume de figures et d'objets semblables. [L,RP,R,V] 3. Justifier les propriétés spécifiques des quadrilatères. [L,R,V] 4. Appliquer les propriétés de quadrilatères dans l'algèbre et la géométrie analytique. [RP,R,V]	**GÉOMÉTRIE** **RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE GÉNÉRAL** L'élève sera en mesure de/d' : Développer et appliquer les propriétés géométriques du cercle et des polygones pour résoudre des problèmes. **RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES** L'élève sera en mesure de/d' : 1. Utiliser les outils technologiques et la mesure pour confirmer les propriétés suivantes et les appliquer à des cas particuliers: • Dans un cercle, tout rayon perpendiculaire à une corde coupe la corde en deux parties égales; • l'angle au centre est égal à deux fois l'angle inscrit sous-tendu par le même arc; • les angles inscrits sous-tendus par le même arc sont congrus; • l'angle inscrit dans un demi-cercle est un angle droit; • les angles opposés d'un quadrilatère inscrit dans un cercle sont supplémentaires; .../

<table>
<tr><th>SECONDAIRE 1</th><th>SECONDAIRE 2
PRÉ-CALCUL</th><th>SECONDAIRE 3
PRÉ-CALCUL</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>/...

• la tangente à un cercle est perpendiculaire au rayon au point de tengence;
• les segments partant d’un même point externe et tangents à un cercle sont congrus;
• l’angle entre une tangente et une corde est égal à l’angle inscrit de l’autre côté de la corde;
• la somme des angles intérieurs d’un polygone régulier qui possède n côtés est de (2n - 4) angles droits. [RP,R,T,V]
2. Prouver les propriétés générales suivantes en utilisant des concepts et des théorèmes:
• toutes bissectrices perpendiculaires d’une corde passe par le centre du cercle;
• l’angle au centre est égal à deux fois l’angle inscrit sous-tendu par le même arc (pour le cas où le centre du cercle est à l’intérieur de l’angle inscrit);
• les angles inscrits sous-tendus par le même arc sont congrus;
• l’angle inscrit dans un demi-cercle est un angle droit;
• les angles opposés d’un quadrilatère inscrit dans un cercle sont supplémentaires;
• la tangente à un cercle est perpendiculaire au rayon au point de tangence;
• les segments partant d’un même point externe et tangents à un cercle sont congrus;
• l’angle entre une tangente et une corde est égal à l’angle inscrit de l’autre côté de la corde;
• la somme des angles intérieurs de tout polygone qui possède n côtés et de (2n - 4) angles droits. [C,R,V]

.../</td></tr>
</table>

SECONDAIRE 1	SECONDAIRE 2 PRÉ-CALCUL	SECONDAIRE 3 PRÉ-CALCUL
		/... 3. Utiliser des différentes propriétés du cercle pour résoudre des problèmes et justifier la stratégie suivie pour obtenir la solution. [RP,R,V]

C COMMUNICATION	RP RÉSOLUTION DE PROBLÈMES
L LIENS	R RAISONNEMENT
E ESTIMATION ET CALCUL MENTAL	T TECHNOLOGIE
	V VISUALISATION

SECONDAIRE 1	SECONDAIRE 2 PRÉ-CALCUL	SECONDAIRE 3 PRÉ-CALCUL
PROBABILITÉ **RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE GÉNÉRAL** L'élève sera en mesure de/d' : 6.1 Expliquer la façon dont la probabilité et les statistiques permettent de résoudre des problèmes complexes. **RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES** L'élève sera en mesure de/d' : 6.1.1 Reconnaître que des décisions basées sur la probabilité peuvent découler de calculs théoriques, de résultats empiriques et de jugements subjectifs. [RP,R] 6.1.2 Démontrer une compréhension du rôle de la probabilité et de la statistique dans la société. [C,L] 6.1.3 Résoudre des problèmes de probabilité comprenant des événements indépendants. [RP,T]	**EXPRESSIONS ET ÉQUATIONS RATIONNELLES** **RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE GÉNÉRAL** L'élève sera en mesure de/d' : Généraliser les opérations portant sur les polynômes pour y inclure les expressions rationnelles. **RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES** L'élève sera en mesure de/d' : 1. Déterminer les valeurs inadmissibles de la variable dans des expressions rationnelles. [C,L] 2. Déterminer les formes équivalentes d'expressions rationnelles simples dont les numérateurs sont des polynômes et les dénominateurs des monômes, des binômes ou des trinômes pouvant être factorisés. [PS,R] 3. Effectuer les opérations d'addition, de soustraction, de multiplication et de division sur des expressions rationnelles. [E,R] 4. Résoudre et vérifier les solutions des équations rationnelles. [L,RP]	**MATHÉMATIQUES DU CONSOMMATEURS** **RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE GÉNÉRAL** L'élève sera en mesure de/d' : Résoudre des problèmes de consommateur, en utilisant les opérations de base. **RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES** L'élève sera en mesure de/d' : 1. Résoudre des problèmes de consommateur comprenant: • des salaires gagnés dans diverses situations • des impôts fonciers • des taux de change • des prix unitaires. [L,E,RP,R,T] 2. Consolider des états financiers comprenant: • des carnets de chèques et des états de compte bancaires • le ruban de contrôle de la caisse enregistreuse et des reçus quotidiens. [L,RP,T] ../

SECONDAIRE 1	SECONDAIRE 2 PRÉ-CALCUL	SECONDAIRE 3 PRÉ-CALCUL
		/... 3. Résoudre des problèmes de budget, en utilisant des diagrammes et des tableaux pour communiquer les solutions. [C,RP,T,V] 4. Tracer et décrire le graphique de forme exponentielle, en utilisant les échelles appropriées. [C,T,V] 5. Résoudre des problèmes d'investissement et de crédit comprenant des intérêts simples et composés. [L,RP,T]

C	COMMUNICATION
L	LIENS
E	ESTIMATION ET CALCUL MENTAL
RP	RÉSOLUTION DE PROBLÈMES
R	RAISONNEMENT
T	TECHNOLOGIE
V	VISUALISATION

SECONDAIRE 1

PUISSANCE ET EXPOSANTS

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE GÉNÉRAL

L'élève sera en mesure de/d' :

7.1 Développer le sens des nombres sous forme de puissances ayant des exposant entiers positifs et des nombres rationnels comme base.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

L'élève sera en mesure de/d' :

7.1.1 Illustrer la puissance, la base, le coefficient et l'exposant, en utilisant des nombres rationnels ou des variables comme base ou coefficients. [R,V]

7.1.2 Déterminer la valeur des puissances ayant des exposants entiers, en utilisant les lois des exposants. [RP,R]

7.1.3 Expliquer et appliquer les règles des exposants entiers. [RP,R]

.../

SECONDAIRE 2 PRÉ-CALCUL

FONCTIONS

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE GÉNÉRAL

L'élève sera en mesure de/d' :

Examiner les relations en mettant l'accent sur les fonctions.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

L'élève sera en mesure de/d' :

1. Représenter des données en utilisant des modèles de fonction. [RP,L,V]
2. Décrire les relations et fonctions en terme de:
   - tableau de valeurs
   - graphique
   - couples ordonnés
   - correspondance biunivoque
   - équation
   - règle générale. [R,V,T]
3. Utiliser un outil technologique pour tracer le graphique d'une fonction à partir de son équation. [C,T,V]
4. Utiliser la notation fonctionnelle pour évaluer et représenter des fonctions. [C,RP]

.../

SECONDAIRE 3 PRÉ-CALCUL

RAISONNEMENT LOGIQUE/PREUVES

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE GÉNÉRAL

L'élève sera en mesure de/d' :

Appliquer les principes du raisonnement mathématiques pour résoudre des problèmes et justifier les solutions.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

L'élève sera en mesure de/d' :

1. Distinguer entre le raisonnement inductif et le raisonnement déductif. [L,R]
2. Expliquer les opérateurs logiques comme«ou» et «non» et les utiliser dans la résolution de problèmes. [C,RP,R,V]
3. Utiliser des exemples et des contre-exemple pour analyser des conjectures. [L,R]
4. Distinguer entre la proposition «si...alors» et sa réciproque et sa contre-proposition. [L,R]
5. Prouver des énoncés mathématiques, en utilisant le raisonnement direct et indirect, dans diverses situations. [R]

SECONDAIRE 1	SECONDAIRE 2 PRÉ-CALCUL	SECONDAIRE 3 PRÉ-CALCUL
/... **RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE GÉNÉRAL** L'élève sera en mesure de/d' : 7.2 Généraliser les opérations arithmétiques de l'ensemble des nombres rationnels à l'ensemble des polynômes. **RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES** L'élève sera en mesure de/d' : 7.2.1 Déterminer des formes équivalentes d'expressions algébriques en trouvant les facteurs communs et en procédant à la factorisation des trinômes de la forme $x^2 + bx + c$. [RP,R] .../	/... 5. Déterminer le domaine et l'image d'une relation à partir de son graphique. [RP,V] 6. Déterminer les caractéristiques suivantes du graphique d'une fonction linéaire à partir de son équation : • les coordonnées (abscisse et ordonnée) à l'origine • la pente • le domaine • l'image. [RP,V] 7. Utiliser et modifier un modèle de tableur pour représenter des situations récurrentes. [RP,T,V] 8. Représenter graphiquement les données linéaires et non linéaires, en utilisant les échelles appropriées. [C,V]	

SECONDAIRE 1	SECONDAIRE 2 PRÉ-CALCUL	SECONDAIRE 3 PRÉ-CALCUL
/... 7.2.2 Représenter la multiplication, la division et la factorisation de monômes, de binômes et de trinômes de l’expression $x^2 + bx + c$ concrètement et par diagrammes. [R,V] 7.2.3 Trouver le quotient d’un polynôme par une monôme. [R] 7.2.4 Trouver le produit de deux monômes, d’un monôme par un polynôme et de deux binômes. [R] **RÉSULTAT D’APPRENTISSAGE GÉNÉRAL** L’élève sera en mesure de/d’ : 7.3 Développer le sens des nombres sous form de puissance ayant des exposant entiers et des nombres rationnels comme base. **RÉSULTATS D’APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES** L’élève sera en mesure de/d’ : 7.3.1 Expliquer et appliquer les lois des exposants entiers. [RP,R] 7.3.2 Déterminer la valeur des puissances ayant des exposants entiers, en utilisant les lois des exposant. [RP,R] **RÉSULTAT D’APPRENTISSAGE GÉNÉRAL** L’élève sera en mesure de/d’ : 7.4 Généraliser les opérations mathématiques de l’ensemble des nombres rationnels à l’ensemble des polynômes. .../		

SECONDAIRE 1	SECONDAIRE 2 PRÉ-CALCUL	SECONDAIRE 3 PRÉ-CALCUL
/... **RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUE** L'élève sera en mesure de/d' : 7.4.1 Trouver la valeur numérique des polynômes connaissant la/les valeur(s) des variables. [E] **RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE GÉNÉRAL** L'élève sera en mesure de/d' : 7.5 Expliquer la façon dont les exposants donnent un sens aux grands et aux petits nombres et utiliser la calculatrice ou l'ordinateur pour effectuer des calculs comprenant ces nombres. **RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES** L'élève sera en mesure de/d' : 7.5.1 Comprendre et utiliser les lois des exposants pour simplifier des expressions dont les bases sont des variables et évaluer des expressions dont les bases sont numériques. [RP,R] 7.5.2 Utiliser la calculatrice pour effectuer des calculs comprenant la notation scientifique et les lois des exposants. [RP,T,R] **RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE GÉNÉRAL** L'élève sera en mesure de/d' : 7.6 Expliquer et d'illustrer la structure entre les ensembles des nombres dans l'ensemble des nombres rationnels. .../		

SECONDAIRE 1	SECONDAIRE 2 PRÉ-CALCUL	SECONDAIRE 3 PRÉ-CALCUL
/... **RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUE** L'élève sera en mesure de/d' : 7.6.1 Donner des exemples de situations dans lesquelles les réponses contiendraient la racine carrée positive ou à la fois la racine carrée positive et négative d'un nombre. [C,L,RP,R]		

C COMMUNICATION	RP RÉSOLUTION DE PROBLÈMES
L LIENS	R RAISONNEMENT
E ESTIMATION ET CALCUL MENTAL	T TECHNOLOGIE
	V VISUALISATION

SECONDAIRE 1	SECONDAIRE 2 PRÉ-CALCUL	SECONDAIRE 3 PRÉ-CALCUL
TRIGONOMÉTRIE **RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE GÉNÉRAL** L'élève sera en mesure de/d' : 8.1 Utiliser les rapports trigonométriques pour résoudre des problèmes comprenant un triangle rectangle. **RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES** L'élève sera en mesure de/d' : 8.1.1 Expliquer la signification des rapports du sinus, du cosinus et de la tangente dans un triangle rectangle. [C,T] 8.1.2 Montrer l'utilisation des rapports trigonométriques (sinus, cosinus et tangente) dans la résolution de triangles rectangles. [RP,T] 8.1.3 Calculer la valeur d'un côté ou d'un angle inconnu d'un triangle rectangle à l'aide de l'outil technologique approprié. [RP,T] .../	**STATISTIQUE ET PROBABILITÉ** **RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE GÉNÉRAL** L'élève sera en mesure de/d' : Analyser les tendances, les régularités et les interrelations des données numériques d'un tableau. **RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES** L'élève sera en mesure de/d' : 1. Décrire les données et leurs interrelations, oralement ou au moyen d'expressions algébriques dans un tableau dont les rangées ne sont pas récurrentes (calculées à partir de données précédentes). [C,L] 2. Décrire les données et leurs interrelations, oralement ou au moyen d'expressions algébriques dans un tableau dont les rangées sont récurrentes (calculées à partir de données précédentes). [C,L] 3. Choisir, justifier et appliquer des techniques d'échantillonnage conduisant à un échantillon approprié, non biaisé, d'une population donnée. [C,RP,R] .../	**TRIGONOMÉTRIE** **RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE GÉNÉRAL** L'élève sera en mesure de/d' : Utiliser des triangles, incluant ceux que l'on retrouve dans l'espace tridimensionnel et ceux que l'on retrouve dans un plan à deux dimensions pour résoudre des problèmes. **RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES** L'élève sera en mesure de/d' : 1. Résoudre des problèmes trigonométriques. [RP] 2. Résoudre des problèmes comprenant des triangles ambigus à deux et trois dimension. [L,RP,R,T]

SECONDAIRE 1	SECONDAIRE 2 PRÉ-CALCUL	SECONDAIRE 3 PRÉ-CALCUL
/... 8.1.4 Modéliser et résoudre des problèmes ne comprenant qu’un seul triangle rectangle. [RP,T,V]	/... 4. Justifier ou contredire les inférences et les généralisations faites au sujet de la population, en se basant sur les données provenant d’échantillons. [C,PR,R] 5. Faire le lien entre les probabilités et le gain ou la perte prévu. [L,RP,R,V] 6. Résoudre des problèmes de prises de décisions comprenant des valeurs prévues et communiquer les solutions. [C,RP,R]	

C	COMMUNICATION	RP	RÉSOLUTION DE PROBLÈMES
L	LIENS	R	RAISONNEMENT
E	ESTIMATION ET CALCUL MENTAL	T	TECHNOLOGIE
		V	VISUALISATION

SECONDAIRE 1	SECONDAIRE 2 PRÉ-CALCUL	SECONDAIRE 3 PRÉ-CALCUL
MESURES	**VARIATION ET SUITES**	
RÉSULTAT D’APPRENTISSAGE GÉNÉRAL L’élève sera en mesure de/d’ : 9.1 Décrire les effets de changements de dimensions des figures et des objets dans la résolution de problèmes comprenant des aires, des périmètres et des volumes. **RÉSULTATS D’APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES** L’élève sera en mesure de/d’ : 9.1.1 Créer des liens entre les expressions décrivant le volume des pyramides et des prismes, et celles des cônes et des cylindres. [L,R] 9.1.2 Calculer et utiliser le rapport entre le volume et l’aire de la surface pour résoudre des problèmes de conception d’objets. [RP,T,V] 9.1.3 Calculer et utiliser le rapport entre le volume et l’aire de la surface pour résoudre des problèmes de conception d’objets. [RP,T,V]	**RÉSULTAT D’APPRENTISSAGE GÉNÉRAL** L’élève sera en mesure de/d’ : Décrire et effectuer des opérations sur des tableaux pour résoudre des problèmes, en utilisant des outils technologiques, si nécessaire. Produire et analyser des régularités numériques. **RÉSULTATS D’APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES** L’élève sera en mesure de/d’ : 1. Créer et modifier des tableaux à partir de situations récurrentes et non récurrentes. [RP,T,V] 2. Utiliser la variation directe et les suites arithmétiques comme applications des fonctions linéaires. [L,RP,V] 3. Produire des régularités numériques montrant une progression arithmétique. [E,R] 4. Utiliser des expressions pour représenter le terme général et la somme de progressions arithmétiques, et les appliquer pour résoudre des problèmes. [L,RP,R,T] 5. Produire des régularités numériques décrivant une progression géométrique. [E,R]	

C	COMMUNICATION
L	LIENS
E	ESTIMATION ET CALCUL MENTAL
RP	RÉSOLUTION DE PROBLÈMES
R	RAISONNEMENT
T	TECHNOLOGIE
V	VISUALISATION

SECONDAIRE 1	SECONDAIRE 2 PRÉ-CALCUL	SECONDAIRE 3 PRÉ-CALCUL
TRANSFORMATIONS GÉOMÉTRIQUES **RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE GÉNÉRAL** L'élève sera en mesure de/d' : 10.1 Utiliser la géométrie analytique et la reconnaissance des régularités pour prévoir les effets de la translation, de la rotation, de la réflexion et de l'homothétie (agrandissement) de droites et de figures. **RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES** L'élève sera en mesure de/d' : 10.1.1 Tracer l'image d'une figure ayant subi : • une transformation simple • un agrandissement (homothétie) • et des combinaisons de translations et/ou de réflexions. [RP,T,V] .../		

SECONDAIRE 1	SECONDAIRE 2 PRÉ-CALCUL	SECONDAIRE 3 PRÉ-CALCUL
/... 10.1.2 Identifier une transformation simple reliant une figure à son image. [R] 10.1.3 Démontrer que l'image d'un triangle est obtenue par : • translation • rotation • réflexion sont congrus.[R] 10.1.4 Démontrer qu'un triangle et l'image obtenue par agrandissement (homothétie) sont semblables. [R]		

A - Polynômes et factorisation

C	COMMUNICATION	RP	RÉSOLUTION DE PROBLÈMES
L	LIENS	R	RAISONNEMENT
E	ESTIMATION ET CALCUL MENTAL	T	TECHNOLOGIE
		V	VISUALISATION

Résultats d'apprentissage généraux

- **généraliser les opérations portant sur les polynômes pour y inclure les expressions rationnelles**

Le contenu algébrique du présent cours s'étend sur cinq unités (Polynômes et factorisation, Exposants et radicaux, Expressions et équations rationnelles, Fonctions et Variation et suite), des notions de géométrie, de géométrie analytique ainsi que de statistique et de probabilité étant intercalées. Les élèves ont ainsi la possibilité de connaître le succès dans des domaines autres que l'algèbre. En donnant des notions d'algèbre tout au long du cours, on peut relier l'algèbre à toutes les autres unités, ce qui rend l'apprentissage de l'algèbre encore plus complet.

Dans la présente unité, les élèves additionnent, soustraient, multiplient et divisent des expressions algébriques;

❖ décomposent en facteurs des expressions polynomiales de la forme $ax^2 + bx + c$ et de la forme $a^2x^2 - b^2y^2$
❖ exécutent des opérations mathématiques mentales.

On devrait insister davantage sur la compréhension conceptuelle, sur l'algèbre en tant que moyen de représentation, et sur les méthodes algébriques en tant qu'outils permettant de résoudre des problèmes. Les connaissances et la confiance acquises au cours de la présente unité aideront les élèves pour ce qui est du calcul préalable.

Pratiques d'enseignement

Dans le but de tenir compte des différents styles d'apprentissage des élèves, les enseignants doivent envisager diverses méthodes et stratégies de résolution de problèmes, notamment utiliser des pavés algébriques (comme matériel) pour comprendre les expressions algébriques et les opérations de base;

❖ relier des modèles concrets à des expressions verbales et algébriques;
❖ relier des exemples algébriques à des notions de géométrie;
❖ relier la division non abrégée en arithmétique à la division non abrégée en algèbre, et utiliser d'autres formules pour exprimer la réponse;
❖ utiliser des stratégies d'enseignement en groupe;
❖ relier la multiplication et la factorisation à des pavés algébriques pour illustrer les processus inverses;
❖ utiliser la technologie pour relier les notion de factorisation aux zéros d'une fonction quadratique sur les graphiques;
❖ utiliser des activités papier-crayon pour illustrer la différence des carrés.

Matériel

Pavés algébriques : ❖ papier quadrillé ❖ ciseaux ❖ calculatrices graphiques

Durée : 12 heures

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

L'élève sera en mesure de/d' :

1. Trouver le produit de polynômes. [E,R]

SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT

- Cours autodidacte, Module 1, leçons 1, 2.
- Pré-calcul 20S: exercices cumulatifs

- **Pour multiplier deux polynômes, il faut multiplier chaque terme du premier polynôme par chaque terme de l'autre. La propriété de distributivité est illustrée dans les exemples suivants.**

1. Effectuer et simplifier chaque produit:

a) $(x - 2)(3x^2 + 2x - 1)$

Solution :

$= (x)(3x^2) + (x)(2x) + (x)(-1) + (-2)(3x^2) + (-2)(2x) + (-2)(-1)$

$= 3x^3 + 2x^2 - x - 6x^2 - 4x + 2$

$= 3x^3 - 4x^2 - 5x + 2$

b) $(x + 2)(x - 2)$

Solution :

$= x^2 + 2x - 2x - 4$

$= x^2 - 4$

c) $(2x - y)^3$

Solution :

$= (2x - y)(2x - y)(2x - y)$

$= (4x^2 - 4xy + y^2)(2x - y)$

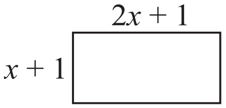
$= 8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3$

SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

TRAVAIL PRATIQUE

1. Trouve le produit de binômes qui ont la forme suivante: $(a + b)$ et/ou $(a - b)$.
   a) Détermine le produit de $(a + b)$ et $(a + b)$.
   b) Détermine le produit de $(a + b)$ et $(a - b)$.
   c) Détermine le produit de $(a - b)$ et $(a - b)$.
   d) Trouve le produit de $(a + b)(a - b)(a + b)$ de deux façons différentes. Prends note de ces deux façons et explique en quoi elles diffèrent l'une de l'autre.

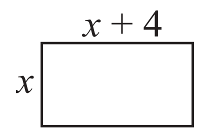
2. Soit un rectangle mesurant $(x + 1)$ cm sur $(2x + 1)$ cm. Calcule la superficie du rectangle.



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

Utiliser des exemples géométriques pour faire la récapitulation des multiplications algébriques.

2. Soit un rectangle mesurant x cm sur $(x + 4)$ cm. Calculer la superficie du rectangle.



Solution :
$S = x\,(x + 4)$
$S = x^2 + 4x$
La superficie est $(x^2 + 4x)$ cm^2.

Remarques:

– Donner aux élèves des devoirs hebdomadaires de nature cumulative qui comprennent des problèmes tirés du *Cahier d'exercices cumulatifs en mathématiques*. Travailler seul ou en petits groupes.

– Utiliser les tuiles algébriques "ALGE-TILES" pour aider les élèves à voir que la superficie du rectangle est égale au total de la superficie de ses composantes.

3. Représenter $(x + 2)(x + 1)$ en utilisant les tuiles algébriques ou un diagramme. Trouver la superficie totale.

Solution :

	x	1	1
x	x^2	x	x
1	x	1	1

$= (x + 2)(x + 1)$
$= x^2 + 2x + x + 2$
$= x^2 + 3x + 2$

CALCUL MENTAL

a) $(x + 4)(x + 4) - (x + 4)^2$
b) $(x - 3)^2$
c) $(2x - 4)^2$
d) $(2x + 3y)\,(2x - 3y)$
e) $x\,(x^2 + 4)$
f) $x^2\,(x^3 + 6)$
g) Quelle est la superficie d'un carré dont le côté mesure $(x + 4)$ unités?

INSCRIPTION AU JOURNAL

1. Explique pourquoi il n'y a que deux termes dans le produit de $(a - b)\,(a + b)$.

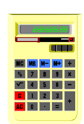
2. Explique l'algorithme (régularité) à utiliser pour multiplier des expressions telles que $(a + b)^2$ et $(a - b)^2$.

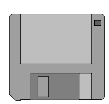
3. Utilise les tuiles algébriques pour représenter la multiplication $(2x + 1)(x + 1)$. Dessine un diagramme montrant chaque étape que tu franchis avec les tuiles pour trouver la réponse.

4. François utilise 30 m de clôture pour entourer tous les côtés de sa cour rectangulaire. Utiliser du papier quadrillé pour illustrer toutes les formes rectangulaires possibles. Quelles seront les dimensions de la cour qui aura la plus grande superficie? Utiliser la calculatrice à graphique ou un tableur pour dresser un tableau permettant de calculer la superficie.

Solution :

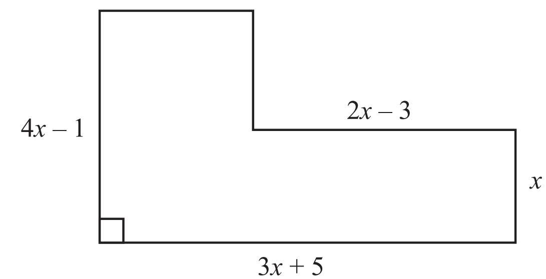
Largeur	Longueur	Périmètre	Superficie
1234567	1413	3,030e+13	14



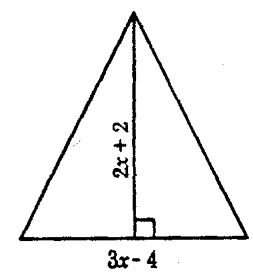


- Excel
- Works

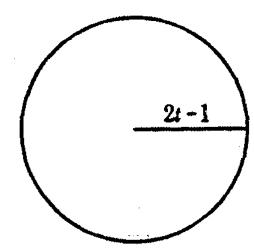
4. Trouve l’aire de la figure ci-dessous. Tous les angles sont droits.



5. Trouve l’expression de l’aire de ce triangle.



6. Trouve l’expression de l’aire de ce cercle.



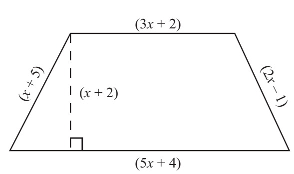
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

5. Avec un morceau de carton carré de 8 cm de côté, former une boîte ouverte en découpant à chaque coin un carré de longueur x cm. Quel est le volume de la boîte ? Quelle est la valeur maximale de la longueur x cm ?

   Solution :
   Volume = longueur x largeur x hauteur
   $= (8 - 2x)(8 - 2x)x$
   $= (64x - 32x^2 + 4x^3)$ cm^3
   La valeur maximale de x doit être telle que la longueur, la largeur et la hauteur > 0.

   $\therefore$ $8 - 2x > 0$ ET $x > 0$
   $x < 4$ ET $x > 0$
   $\therefore$ Pour définir la longueur, la largeur et la hauteur, x doit être un nombre positif, plus petit que 4 $\Rightarrow 0 < x < 4$.

6. Trouver une expression pour calculer la superficie du trapèze suivant en cm^2 : $A = \frac{1}{2}h(a+b)$



Solution :
$$= \frac{1}{2}(x+2)(3x+2+5x+4)$$
$$= \frac{1}{2}(x+2)(8x+6)$$
$$= \frac{1}{2}(8x^2+22x+12)$$
$$= 4x^2+11x+6 \text{ unités}^2$$

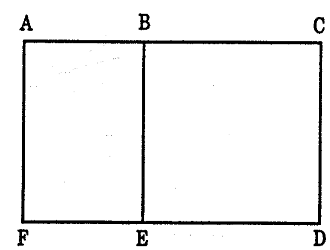
TRAVAIL PRATIQUE

1. Francine a une clôture de 24 m à poser autour de son jardin rectangulaire. Un côté du jardin longera la maison, et la clôture entourera les trois autres côtés. Quelles dimensions donneront la plus grande superficie du jardin? Utilise une calculatrice graphique ou un tableur pour générer différentes valeurs de longueurs, largeurs et aires possibles.

2. Le rayon d'un cylindre est $(3x - 1)$ cm, et sa hauteur, $(2x + 4)$ cm. Si l'on augmente la valeur de chacune de ces dimensions de 1 cm, quelle sera l'augmentation :

   a) du volume ?
   b) de l'aire ?

3. BCDE est un carré. AC = $4x - 6$, CD = $3x + 4$. Trouve l'aire de ABEF.



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

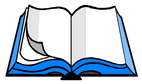
L'élève sera en mesure de/d' :

2. Diviser un polynôme par un binôme et exprimer les résultats sous les formes:
   - $\frac{P}{D} = Q + \frac{R}{D}$
   - $P = DQ + R$

     $P(x) = D(x)Q(x) + R$

   [E,R]

SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT



- Cours autodidacte, Module 1, leçon 3

- **Utiliser des exemples géométriques pour introduire la division et montrer que la division et la multiplication sont des opérations inverses.**

1. Si l'aire du rectangle ci-dessous est $x^2 + 4x$ cm^2 et que sa largeur est x, quelle est sa longueur?

Solution :

x cm	A = $(x^2 + 4x)$ cm^2

$$\begin{aligned}\text{Longueur } &= \frac{\text{Aire}}{\text{Largeur}} \\ &= \frac{x^2+4x}{x} \\ &= \frac{x^2}{x} + \frac{4x}{x} \\ &= (x+4) \text{ cm}\end{aligned}$$

Il serait peut être nécessaire d'établir le lien entre la division arithmétique et l'équivalent en algèbre.

SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

CALCUL MENTAL

1. $(6x^3 + 3x^2) \div 3x$
2. $(4x^2 - 12xy) \div 4x$
3. La superficie d'un rectangle est égale à $(3x^2 + x)$ unités carrées. Si la largeur est égale à x unités, quelle est la longueur ?
4. $3x^3 \div x^2$
5. $2x^2 \div x$
6. $(3x^2 - 6x) \div 3x$
7. $6x^5 \div 9x^2$

INSCRIPTION AU JOURNAL

Un de tes amis a mal fait un problème du devoir, comme tu le vois ci-après. Écris un paragraphe pour expliquer l'erreur (les erreurs) qu'il a commise(s) et pour montrer la bonne réponse.

$$\frac{3y + 18y^3 - 9y^2}{3y} = 6y^2 - 3$$

TRAVAIL PRATIQUE

1. a) Complète la division suivante :

$$\begin{array}{r} x + ? \\ x+2\overline{)\,x^2 + 8x + 14} \\ \underline{x^2 + ?x} \\ 6x + 14 \\ \underline{6x + \ ?} \\ ? \end{array}$$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

2. Diviser : $4x^2 + x^3 + 5x + 2$ par $x + 2$.

   Solution :

   Souligner que l'écriture des polynômes dividende et diviseur doit se faire dans l'ordre décroissant de la puissance à laquelle la variable est élevée.

   Penser à $\frac{x^3}{x} = x^2$

   Penser à $\frac{2x^2}{x} = 2x$

   Penser à $\frac{x}{x} = 1$

$$
\begin{array}{r|l}
 & x^2 + 2x + 1 \\
\hline
x+2 & x^3 + 4x^2 + 5x + 2 \\
 & \underline{x^3 + 2x^2} \\
 & \quad 2x^2 + 5x \\
 & \quad \underline{2x^2 + 4x} \\
 & \qquad\quad x + 2 \\
 & \qquad\quad \underline{x + 2}
\end{array}
$$

$2x^2 + 5x$ -------------------- multiplier x^2 par x +2.

-------------------- soustraire, et abaisser $5x$

$2x^2 + 4x$ ------------------- multiplier $2x$ par x +2

$x + 2$ -------------- soustraire, et abaisser 2

$x + 2$ -------------- multiplier 1 par x +2

La réponse peut être rédigée comme suit :

$$\frac{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}{x + 2} = x^2 + 2x + 1$$

ou

$$x^3 + 4x^2 + 5x + 2 = (x + 2)\left(x^2 + 2x + 1\right)$$

b) Écris la réponse sous la forme $P(x) = D(x)Q(x)+R$.

2. Complète la division suivante:

$$
\begin{array}{r|l}
 & 2x^2 + ?x + ? \\
\hline
x-3 & 2x^3 - 5x^2 + 10x - 3 \\
 & \underline{2x^3 - 6x^2} \\
 & \qquad ?x^2 + 10x \\
 & \qquad \underline{?x^2 - \ \ 3x} \\
 & \qquad\qquad ?x - 3 \\
 & \qquad\qquad \underline{?x - ?} \\
 & \qquad\qquad\quad ?
\end{array}
$$

Écris ta réponse sous la forme $\frac{P}{D} = Q + \frac{R}{D}$ et aussi sous la forme $P = DQ + R$.

3. Trouve un polynôme dont le quotient est $2x - 1$ et le reste est 0 quand il est divisé par $2x + 3$.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

Stratégie de groupe:

- Diviser les élèves en groupes de trois ou quatre. Donner un problème de division à chaque groupe.
- Le premier élève effectue la première étape, le deuxième vérifie le travail et effectue la deuxième étape et ainsi de suite.
- Chaque groupe présente la solution de son problème au tableau.

Préciser que, quand il n'y a pas de reste, cette forme représente les facteurs du polynôme.

3. Dans l'exemple suivant, il y a un reste :

Diviser : $\dfrac{3a^3 + 2a^2 + a + 11}{a+1}$

Solution :

$$\begin{array}{r|l} & 3a^2 - a + 2 \\ \hline a+1 & 3a^3 + 2a^2 + a + 11 \\ & \underline{3a^3 + 3a^2} \\ & \quad -a^2 + a \\ & \quad \underline{-a^2 - a} \\ & \qquad 2a + 11 \\ & \qquad \underline{2a + \;\, 2} \\ & \qquad\qquad 9 \end{array}$$

La réponse peut s'écrire de la façon suivante :

$$\frac{3a^3 + 2a^2 + a + 11}{a+1} = 3a^2 - a + 2 + \frac{9}{a+1}$$

ou

$$3a^3 + 2a^2 + a + 11 = (a+1)(3a^2 - a + 2) + 9$$

4. Trouve le reste quand $4x^3 + 5x^2 - 6x + 7$ est divisé par $x - 2$.

5. Divise : $(8x^3 - 27)$ par $(2x - 3)$.

6. Ton ami divise $x^2 - 6x + 8$ par $x - 4$ et obtient $-5x - 2$ comme réponse.

   A-t-il raison? Justifie ta réponse.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

Envisager les cas où des termes manquent dans le dividende.

4. $(8x^3 - 1) \div (2x - 1)$

   Solution :
   Dire que les termes manquants sont $0x^2$ et $0x$.

$$\begin{array}{r l}
 & 4x^2 + 2x + 1 \\
2x - 1 \,\big) & 8x^3 + 0x^2 + 0x - 1 \\
 & \underline{8x^3 - 4x^2} \\
 & \qquad 4x^2 + 0x \\
 & \qquad \underline{4x^2 - 2x} \\
 & \qquad\qquad 2x - 1 \\
 & \qquad\qquad 2x - 1
\end{array}$$

$$\frac{8x^3 - 1}{2x - 1} = 4x^2 + 2x + 1 \qquad \textit{ou} \qquad 8x^3 - 1 = (2x - 1)\left(4x^2 + 2x + 1\right)$$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	Autres exemples qu'il convient d'inclure : 5. a) Diviser $(3x^3 - 7x + 2x^2 + 8)$ par $(x + 2)$ b) Diviser $(b^4 - 16)$ par $(b + 2)$ c) Trouver la longueur d'un rectangle si la superficie est égale à $(x^2 + 5x + 6)$ m² et que la largeur est égale à $(x + 2)$ m. d) $\dfrac{6x^3 - 2x^2 + 7x - 11}{3x - 2}$ **Remarques** : - S'en tenir à des questions comportant des variables élevées à la quatrième puissance au maximum. - Les problèmes de divisions impliquant deux variables ou un diviseur du second degré devraient être considérés comme enrichissement.	7. Les dimensions de la base d'un prisme rectangulaire sont $(x + 2)$ sur $(x + 4)$ unités. Trouve la hauteur, si le volume est égal à $x^3 + 9x^2 + 26x + 24$ unités au cube. Le volume d'un prisme rectangulaire est V = l · L · h. 8. $\dfrac{3x+2}{x-1} = A + \dfrac{B}{x-1}$ Trouve les valeurs de A et de B. 9. Quand le polynôme $P(t) = 4t^3 - 17t^2 - 36t - 20$ est divisé par $(2t - 5)$. Exprime la division sous les formes suivantes : $\dfrac{P(t)}{2t-5} = Q(t) + \dfrac{R}{2t-5}$ $P(t) = Q(t)(2t-5) + R$ 10. La superficie d'un rectangle est égale à $(10x^3 + 12x^2 - 5x - 6)$ cm². Si la longueur est égale à $(2x^2 - 1)$ cm, quel est le périmètre du rectangle ? 11. Les dimensions d'une boîte rectangulaire fermée sont représentées par $2x$, $2x + 1$, et $2x - 1$. Trouve la superficie totale et le volume de la boîte. 12. Trouve un polynôme quadratique qui donne un reste de 3 lorsqu'il est divisé par $x + 2$. 13. Divise : $\dfrac{x^2-1}{x-1}$, $\dfrac{x^3-1}{x-1}$, $\dfrac{x^4-1}{x-1}$ Cherche un patron qui se développe.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

L’élève sera en mesure de/d’:

3. Factoriser les expressions polynomiales de la forme :

- $ax^2 + bx + c$
- $a^2x^2 - b^2y^2$. [E]

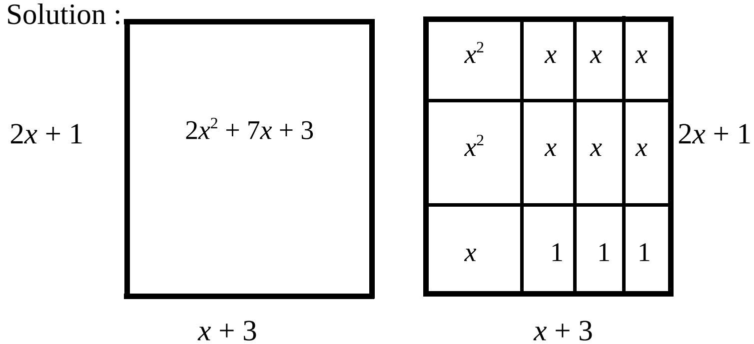
Indiquer que la factorisation est le procédé inverse du produit:

Développer : $x\,(x + 2) = x^2 + 2x$
Factoriser : $x^2 + 2x = x\,(x + 2)$

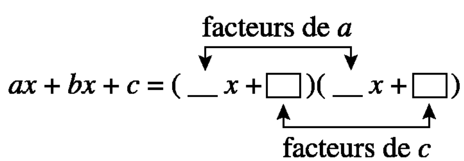
1. Élaborer une décomposition pour le trinôme général $ax^2 + bx + c$. Utiliser les tuiles algébriques pour exprimer le lien entre les dimensions du rectangle représentant le trinôme et ses facteurs.

   $2x^2 + 7x + 3 = (2x + 1)\,(x + 3)$

   Solution :



Pour l’expression générale ax^2 + bx + c, supposer la décomposition suivante:



CALCUL MENTAL

Décompose en facteurs :

a) $x^2 + x$
b) $x^2 - 10x + 25$
c) $x^2 + 10x + 25$
d) $26x^3 + 13x^2$
e) $x^2 + 7x + 10$
f) $x^2 + 12x + 36$
g) Insère les bons signes aux facteurs
   $x^2 - x - 2 = (x \,\square\, 2)(x \,\square\, 1)$.

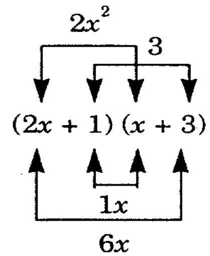
TRAVAIL PRATIQUE

Construire un modèle utilisant les tuiles algébriques ou dessiner un diagramme qui représente $x^2 + 6x + 5$.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

2. Factoriser $2x^2 + 7x + 3$

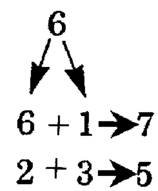
Solution :



Méthode 1

Procéder par essai et erreur. Les termes indépendants doivent donner comme produit 3 et les deux premiers, doivent donner $2x^2$. La somme des termes intérieurs et extérieurs est $7x$.

Méthode 2



Le produit des deux nombres extrêmes est 6. Trouver les facteurs possibles de ce nombre.

En combinant les facteurs on obtient le terme du centre.

$$2x^2 + 7x + 3$$

$$2x^2 + 6x + 1x + 3$$

En regroupant les facteurs →

$$2x(x+3) + 1(x+3)$$
$$= (x+3)(2x+1)$$

CALCUL MENTAL

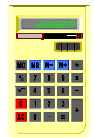
Jeu : J’ai...

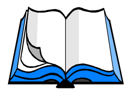
Écrire “J’ai..” sur un côté d’une carte et “Qui a...” sur l’autre côté. Distribuer les cartes aux élèves, 1 ou 2 par élève. L’élève doit trouver son partenaire.

1. J’ai $(x + 6)(x + 4)$.
   Qui a les facteurs de l’expression $x^2 + 6x – 7$?
2. J’ai $(x – 1)(x + 7)$.
   Qui a les facteurs de l’expression $x^2 – 4x – 60$?
3. J’ai $(x – 10)(x + 6)$.
   Qui a les facteurs de l’expression $x^2 + 5x + 6$?
4. J’ai $(x + 2)(x + 3)$.
   Qui a les facteurs de l’expression $x^2 – 3x – 4$?
5. J’ai $(x – 4)(x + 1)$.
   Qui a les facteurs de l’expression $x^2 – 6x + 5$?
6. J’ai $(x – 1)(x – 5)$.
   Qui a les facteurs de l’expression $x^2 – 4x + 3$?
7. J’ai $(x – 3)(x – 1)$.
   Qui a les facteurs de l’expression $x^2 – 4x$?
8. J’ai $x(x – 4)$.
   Qui a les facteurs de l’expression $x^2 – x – 6$?
9. J’ai $(x – 3)(x + 2)$.
   Qui a les facteurs de l’expression $x^2 – 2x – 15$?
10. J’ai $(x – 5)(x + 3)$.
    Qui a les facteurs de l’expression $2x^2 + x – 1$?
11. J’ai $(2x – 1)(x + 1)$.
    Qui a les facteurs de l’expression $x^2 – 10x + 21$?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

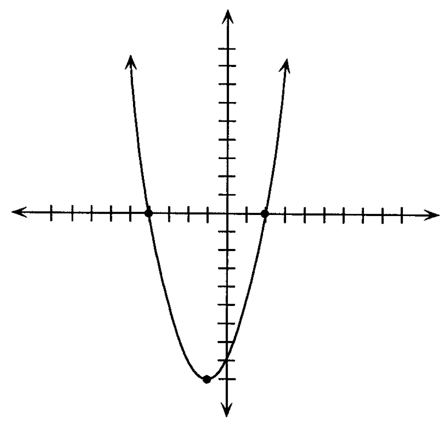
Méthode 3





- Pré-calcul 20S : cours autodidacte, Module 6, leçons 1, 2, 3.

3. En utilisant la calculatrice à affichage graphique, établir le lien entre la factorisation et les points d’intersection d’une courbe quadratique avec l’axe des *x*.
   Par exemple, les facteurs de $x^2 + 2x - 8$ sont $(x + 4)$ et $(x - 2)$, les points d’intersections de la courbe avec l’axe des *x* sont –4 et 2.



4. **Renverser le processus afin de construire le trinôme à partir des zéros.**

   Trouver un trinôme à partir des zéros – 1 et 3.
   Solution :
   Un trinôme possible : $(x + 1)(x - 3)$
   $x^2 - 2x - 3$

12. J’ai $(x - 7)(x - 3)$.
    Qui a les facteurs de l’expression $x^2 + 14x + 48$?
13. J’ai $(x + 6)(x + 8)$.
    Qui a les facteurs de l’expression $x^2 + 15x + 54$?
14. J’ai $(x + 9)(x + 6)$.
    Qui a les facteurs de l’expression $x^2 + 12x + 27$?
15. J’ai $(x + 9)(x + 3)$.
    Qui a les facteurs de l’expression $x^2 + 8x + 15$?
16. J’ai $(x + 5)(x + 3)$.
    Qui a les facteurs de l’expression $x^2 + 9x + 18$?
17. J’ai $(x + 3)(x + 6)$.
    Qui a les facteurs de l’expression $x^2 + 5x + 4$?
18. J’ai $(x + 4)(x + 1)$.
    Qui a les facteurs de l’expression $x^2 + 10x + 24$?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

5. Factoriser : $12x^2 + x - 6$

Solution :

le produit des extrêmes est: $12 \bullet (-6) = -72$

les facteurs possibles sont:

	–72
–1	+72
–2	+36
–3	+24
–4	+18
–6	+12
–8	+9

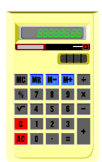
En regroupant:

$$12x^2 + x - 6$$

$$12x^2 - 8x + 9x - 6$$

$$4x(3x - 2) + 3(3x - 2)$$

$$\therefore\ (3x - 2)(4x + 3)$$

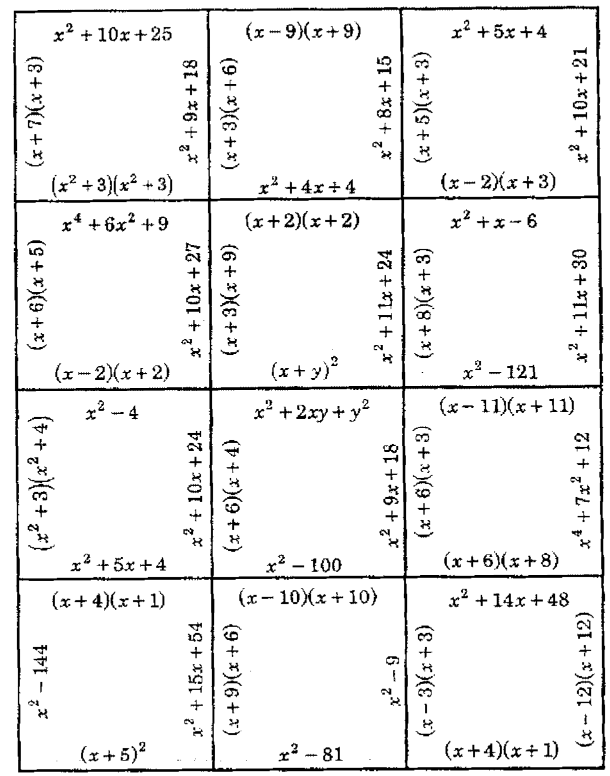


Utiliser la calculatrice à graphique pour vérifier les facteurs d'un trinôme.

CALCUL MENTAL

JEU : CASSE-TÊTE

Découpe et mélange les carrés suivants.
Jumèle les questions avec les réponses afin de construire un casse-tête de 3 × 4.



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

6. Modéliser le polynôme $4x^2 + 4x + 1$ avec les tuiles algébriques. Faire comprendre aux élèves que la figure résultante est un carré dont les dimensions sont $(2x + 1)$ et $(2x + 1)$.

x^2	x^2	x
x^2	x^2	x
x	x	1

$4x^2 + 4x + 1 \quad = (2x + 1)(2x + 1)$

Encourager les élèves à donner la réponse dans la forme:
$4x^2 + 4x + 1 = (2x + 1)^2$

Le carré d'un binôme résulte en un **trinôme carré parfait.** Dans ces trinômes, le premier et dernier termes sont toujours des carrés parfaits. Le terme du milieu est le double produit des racines carrées du premier et dernier termes.

L'expression $x^2 - y^2$ est appelée ***différence de carrés***. Elle résulte de la démarche suivante :

$$(x - y)(x + y) = x^2 + xy - xy - y^2$$
$$= x^2 - y^2$$

Note: La différence de deux carrés comme dans $x^2 - 25$ peut être écrite sous la forme $x^2 + 0x - 25$ et factorisée par une des méthodes du trinôme.

Encourager les élèves à utiliser l'identité:
$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ pour la factorisation.

CALCUL MENTAL

1. Factorise si possible:
   a) $x^2 - 16$ b) $x^2 + 4$
   c) $x^2 - y^2$ d) $x^4 + y^4$
   e) $9x^2 - 49y^2$ f) $x^2 + 2xy + y^2$
   g) $x^2 - 2xy + y^2$

2. Effectue les produits:
   a) $(x + 4)(x - 4)$ b) $(x - 4)(x - 4)$
   c) $(x - 2)(x + 2)$ d) $(x + 2)(x + 2)$
   e) $(x + 2)^2$ f) $(x - 4)^2$
   g) $(x + 9y)^2$ h) $(x + 13)^2$

INSCRIPTION AU JOURNAL

1. Explique comment tu peux voir si un trinôme est celui correspondant à un carré parfait.

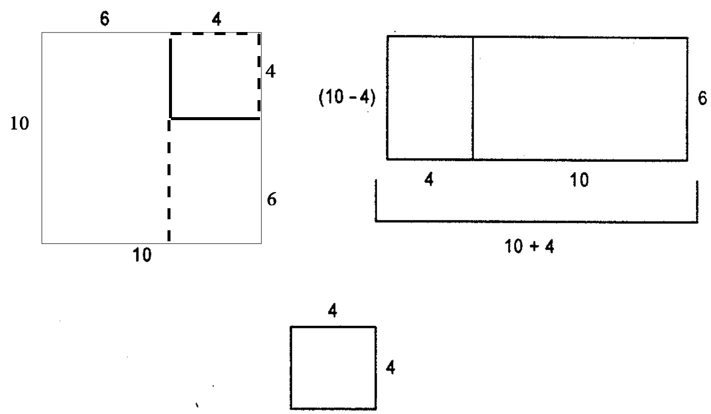
2. Montre comment la factorisation d'un trinôme correspondant à un carré parfait et la factorisation de la différence de carrés sont des cas particuliers de la factorisation de l'expression $ax^2 + bx + c$, où a, b et c sont des entiers et $a \neq 0$.

3. Quelle différence y a-t-il entre les facteurs d'un trinôme correspondant à un carré parfait et ceux d'un trinôme général ?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

7. Compléter le tableau suivant.

Aire du grand carré	Aire du petit carré	Aire de la figure en L	Longeur du rectangle	Largeur du rectangle	Aire du rectangle	Aire
10^2	4^2	$10^2 - 4^2$	(10 + 4)	(10 – 4)	(10 + 4)(10 – 4)	84
8^2	2^2	$8^2 - 2^2$	(8 + 2)	(8 – 2)	(8 + 2)(8 – 2)	60
12^2	3^2	$12^2 - 3^2$	(12 + 2)	(12 – 2)	(12 + 2)(12 – 2)	140
7^2	2^2					
16^2	5^2					
a^2	b^2	$a^2 - b^2$	(a + b)	(a – b)	(a + b)(a – b)	



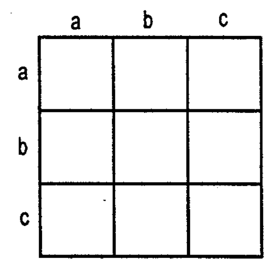
TRAVAIL PRATIQUE

1. Ce diagramme illustre l’identité:

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

	a	b
a	a^2	ab
b	ab	b^2

Complète le diagramme suivant et trouve une expression pour l’identité $(a + b + c)^2$.



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

8. Décomposer complètement en facteurs :

a) $9x^2 - 25 = (3x)^2 - 5^2 = (3x - 5)(3x + 5)$

b) $3x^2 - 12 = 3\,(x^2 - 4) = 3(x + 2)(x - 2)$

c) $8a^2 - 24a + 18 = 2(4a^2 - 12a + 9) = 2(2a - 3)(2a - 3) = 2(2a - 3)^2$

d) $9x^3 - 6x^2 + x = x(9x^2 - 6x + 1) = x(3x - 1)(3x - 1) = x(3x - 1)^2$

e) $\dfrac{1}{16}a^2b^2 - 81 = \left(\dfrac{1}{4}ab - 9\right)\left(\dfrac{1}{4}ab + 9\right)$

2. Utilise une calculatrice graphique ou ordinateur pour découvrir le lien entre les points d'intersection avec l'axe des x des courbes de trinômes carrés parfaits et différence de deux carrés et leurs facteurs.

TRAVAIL PRATIQUE

1. Décompose en facteurs :

a) $(\cos\theta)^2 - (\sin\theta)^2$
b) $(\tan \theta)^2 - 5\tan \theta + 4$
c) $\Delta^2 + \Delta - 2$

2. Pour quelles valeurs entières de k peut-on décomposer en facteurs l'expression $4x^2 + kx + 3$?

3. Décompose en facteurs : $12m^3 - 75m$.

4. Écris les facteurs de :

a) $x^4 - 1$ b) $x^8 - 1$ c) $x^{16} - 1$
d) prédis le nombre de facteurs de $x^{64} - 1$.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

9. Le tableau suivant sert de guide pour les genres de polynômes que les élèves puissent décomposer en facteurs et sur ceux qui représentent un enrichissement de la matière seulement.

Genre	Décomposer en facteurs	Enrichissement
Facteur commun	a) $3a + 3b + 3c$ b) $ax^2y + 6xy$ c) $\mathbf{3(a + b)^2 + (a + b)}$ d) comprendre des cas que l’on ne peut décomposer en facteurs	a) $x^2 – 3y + x – 3b$ b) $\frac{5}{12}x^3 - \frac{4}{9}x + \frac{2}{3}xy$
Différence de carrés	a) $x^2 – y^2$ b) $4x^2 – 25y^2$ c) $4 - \frac{1}{9}x^2$ d) $x^4 – 1$ e) inclure un facteur commun dans: $2x^2 – 8$	a) $(a + b)^2 – (a – b)^2$ b) $(x + 9)^2 – (a – 3)^2$ c) $x^2 – 7$
Trinômes	a) $x^2 + 6x + 5$ b) $2x^2 + 5x + 3$ c) $4x^2 – 20x + 25$ d) $4x^2 -–16x – 20$ e) $6x^4 – x^2 – 2$ f) $x^3 + 4x^2 + 4x$ g) $4x^2 + 20x + 25$ h) $4x^2 + 9xy – 9y^2$	a) $(x + b)^2 + 6(x + b) + 8$ b) $m^4 – 10m^2 + 9$

5. L’expression $x^4 – 10x^2 +9$ comporte quatre facteurs binomiaux. Trouve-les.

6. Il est possible de factoriser $x^3 – 3x + 2$. Si $(x – 1)$ est un facteur, trouve les autres facteurs.

B - Géométrie analytique

C	COMMUNICATION	RP	RÉSOLUTION DE PROBLÈMES
L	LIENS	R	RAISONNEMENT
E	ESTIMATION ET CALCUL MENTAL	T	TECHNOLOGIE
		V	VISUALISATION

Résultats d'apprentissage généraux

- **utiliser la géométrie analytique impliquant des droites et des segments de droite pour résoudre des problèmes**

La présente unité, Géométrie analytique, fait le lien entre certaines méthodes algébriques et géométriques. Les notions de la géométrie plane servent de modèle pour illustrer des parties de l'algèbre. Ce lien entre la géométrie et l'algèbre a tout d'abord été établi par René Descartes (1596-1650), un mathématicien français.

Dans la présente unité, les élèves généralisent la distance entre deux points dans le plan des coordonnées et le milieu d'un segment de droite;

❖ résolvent des problèmes en se servant de la formule de la distance et de la formule du point milieu;
❖ résolvent des problèmes en se servant de la notion de pente;
❖ représentent sous forme graphique des fonctions linéaires en se servant de la table des valeurs, des coordonnées à l'origine, de la pente et de l'ordonnée à l'origine, et de la technologie;
❖ formulent des équations de droites données : un point et l'ordonnée à l'origine, la pente et l'ordonnée à l'origine, la pente et l'abscisse à l'origine, deux points, un graphique;
❖ résolvent des problèmes en se servant des pentes de droites parallèles et perpendiculaires.

Pratiques d'enseignement

Dans le but d'aider les élèves dans leur apprentissage, les enseignants doivent envisager les pratiques d'enseignement suivantes :

❖ utiliser le théorème de Pythagore pour élaborer des formules permettant de trouver la distance entre deux points;
❖ utiliser la notion de «skieur» pour développer la notion de pente;
❖ utiliser les graphiques de fonctions linéaires de façon concrète, puis utiliser la technologie pour représenter sous forme graphique ces fonctions;
❖ fournir des applications authentiques de fonctions linéaires afin que les élèves en comprennent vraiment la valeur.

Matériel : ❖ Papier quadrillé ❖ calculatrices graphiques ❖ EAO pour l'application

Durée : 17 heures

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

L'élève sera en mesure de/d' :

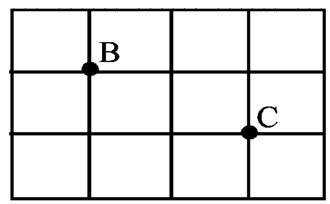
1. Résoudre des problèmes impliquant la distance entre deux points dans le plan cartésien. [RP, V]

SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT

- Cours autodidacte, Module 3, leçon 8
- Pré-calcul, exercices cumulatifs

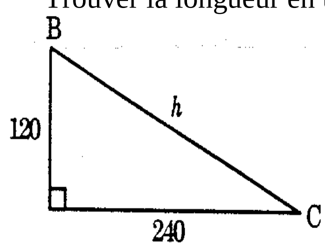
- **Présenter ce résultat d'apprentissage en recourant aux exemples suivants.**

1. Robert et Christine veulent être ensemble (voir la carte figurant ci-dessous). Chaque case mesure 120 m sur 120 m. À supposer que la largeur des routes est négligeable, quelle distance Robert (B) doit-il parcourir (donner deux réponses : parcours direct et parcours suivant les routes) pour rejoindre Christine (C)?



Solution :

Trouver la longueur en utilisant le théorème de Pythagore.



$h^2 = 120^2 + 240^2$
$h^2 = 72\ 000$
$h = 268{,}3$ unités

Le trajet en suivant le chemin serait 360 unités.
120 + 120 + 120 = 360 unités

SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

CALCUL MENTAL

1. Si deux côtés d'un triangle mesurent 3 cm et 4 cm respectivement, trouve la longueur de l'hypoténuse dans un triangle rectangle.

2. Trouve la longueur du troisième côté du triangle si l'hypoténuse est égale à 10 m et l'un des côtés est 6 m.

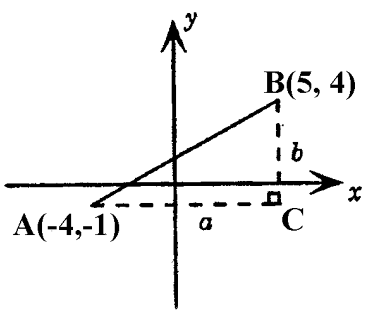
3. Trouve la distance entre les points (5, 0) et (0 , 4).

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	2. Situer les points A (–4 , –1) et B (5 , 4) dans le plan cartésien. Comment peut-on calculer la distance entre les deux points ?	

Solution :

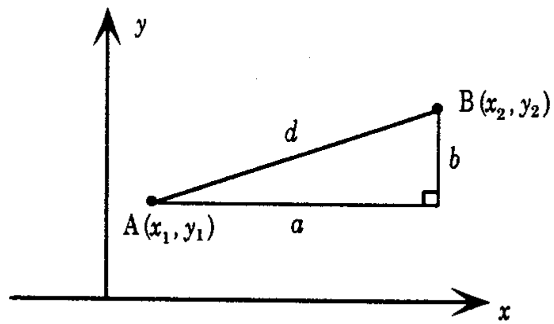
Si A (–4 , –1) et B (5 , 4) sont situés dans un plan cartésien, les composantes horizontale et verticale de la distance qui les séparent correspondent aux côtés d'un triangle rectangle ABC.

L'hypoténuse AB est la distance entre les deux points.



$$\begin{aligned} AB^2 &= a^2 + b^2 \\ &= 6^2 + 8^2 \\ &= 36 + 64 \\ &= 100 \\ AB &= \sqrt{100} \\ &= 10 \text{ unités} \end{aligned}$$

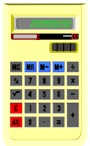
Utiliser la relation de Pythagore pour trouver la distance entre deux points dans le plan cartésien.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	3. Trouver une façon de calculer la distance entre deux points quelconques dans le plan cartésien, sans avoir à les situer concrètement dans le plan. Justifier la méthode. Généraliser à partir de deux points quelconques :  *Distance entre A et B :* Si d est la distance entre les points A et B, alors : $d^2 = a^2 + b^2$ $= (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$ $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ 4. Trouve la distance entre P(3 , –2) et Q (–4 , 3). Solution : $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

Soit P $(x_1\ ,\ y_1)$ et Q$(x_2\ ,\ y_2)$.

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{(-4-3)^2+(3-(-2))^2} \\ &= \sqrt{(-7)^2+5^2} \\ &= \sqrt{49+25} \\ &= \sqrt{74}\text{ unités} \end{aligned}$$



5. Programmer la calculatrice ou l’ordinateur de manière qu’elle (il) accepte, comme données d’entrée, les coordonnées de deux points et qu’il donne, comme résultat, la distance entre les deux points. Développer un modèle pour que n’importe qui d’autre puisse s’en servir.

Coin du programmeur (e). (TI-82 ou TI-83)

Presser $\boxed{\text{PGRM}}$

Choisir NEW $\boxed{\text{ENTER}}$

Donner un nom à ton programme. Presser $\boxed{\text{ENTER}}$

Presser $\boxed{\text{PGRM}}$

Choisir I/0 (Ici tu retrouveras Prompt et Disp)

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

Choisir #2 :

: Prompt A, B, C, D [ENTER]

: √ ((A - B)^2 + (C - D)^2) [STO] E [ENTER]

: [PGRM]

: Choisir I/0

: Choisir #3 : Disp E

: [ENTER]

: [2ND] [QUIT]

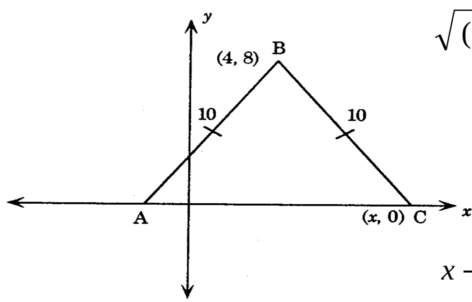
On peut faire fonctionner le programme

: [PRGM]

: Choisir le chiffre équivalant au programme qui vient d’être écrit.

: [ENTER]

6. Trouver un point sur l’axe des *x* qui est à dix unités de distance du point (4 , 8). Expliquer pourquoi il y a deux solutions.



$$\sqrt{(x-4)^2+(0-8)^2}=10$$
$$(x-4)^2+(-8)^2=100$$
$$x^2-8x+16+64=100$$
$$x^2-8x-20=0$$
$$(x-10)(x+2)=0$$
$$x-10=0 \qquad x+2=0$$
$$x=10 \qquad x=-2$$

∴ les deux points possibles d’après le dessin et le travail algébrique sont C(10 , 0) et A(–2 , 0).

TEST ÉCRIT

1. Sur l’axe des *x*, trouve un point équidistant des points A (–1 , 5) et B (6 , –2).
2. Montre que les points A (–1 , 4), B (–7 , 0) et C (2 , 6) sont ***colinéaires***, c’est-à-dire qu’ils sont situés sur la même droite.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION
		3. Le mathématicien Leonardo di Pisa, également connu sous le nom de Fibonnaci, a posé le problème suivant en 1201 : deux tours hautes de 30 pas et de 40 pas respectivement, sont situées à 50 pas l’une de l’autre. Entre elles, au niveau du sol, se trouve une fontaine vers laquelle deux oiseaux volent depuis le sommet des tours. Ils volent à la même vitesse et ils partent et arrivent en même temps. Quelle distance horizontale sépare chaque tour de la fontaine ? 4. Les extrémités du diamètre d’un cercle sont situés aux points (3 , –2) et (1 , 4) : a) Trouver la circonférence du cercle; b) Trouver la superficie du cercle. 5. Trouve l’aire du quadrilatère dont les sommets sont à (–2 , –1) , (–3 , 3) , (1 , 4) et (2 , 0).

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

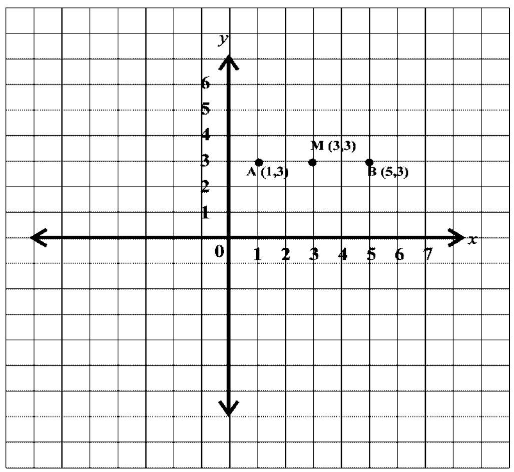
L'élève sera en mesure de/d' :

2. Résoudre des problèmes impliquant le point milieu de segments de droite. [RP]

- Cours autodidacte, Module 3, leçon 8

- **Établir la formule nécessaire pour trouver le point milieu en se fondant sur des segments horizontal, vertical et oblique de droites dont les coordonnées des extrémités sont connues en recourant aux exemples suivants.**

1. Segment horizontal; A (1 , 3), B (5 , 3)



Solution : D'après le diagramme, on voit que le point milieu est M (3 , 3), ce qui montre que l'on trouve l'abscisse en faisant la moyenne (demi-somme) des abscisses des points A et B.

Les coordonnées du point milieu sont (3 , 3) selon le calcul suivant :

l'abscisse : $\dfrac{1+5}{2} = \dfrac{6}{2} = 3$

l'ordonnée : $\dfrac{3+3}{2} = \dfrac{6}{2} = 3$

CALCUL MENTAL

1. Trouve le point milieu du segment de droite joignant les points (5 , 6) et (7 , 12).
2. Le point (9 , 11) est-il le point milieu du segment de droite dont les extrémités sont : (5 , 12) et (13 , 10)?

INSCRIPTION AU JOURNAL

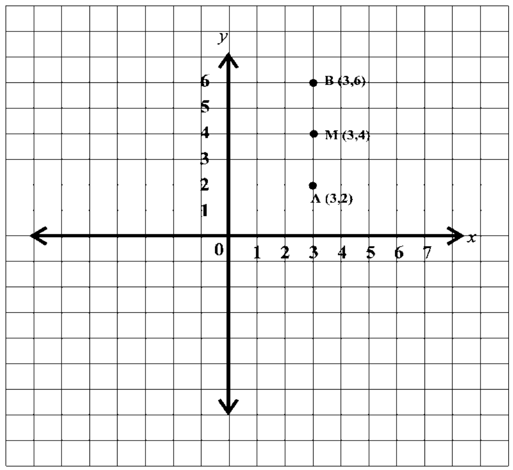
1. Explique à ton ami(e) ce qu'est le point milieu d'un segment de droite joignant deux points, sans utiliser l'expression « point milieu ».

2. Explique une méthode pour trancher en trois parties égales la droite avec les extrémités A(1 , –3) et B(7 , 6).

TRAVAIL PRATIQUE

1. Trouve la valeur de *k* si le point milieu entre (4 , 3) et (5 , *k*) se trouve sur l'axe des x.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION
	2. Segment vertical : A (3 , 2), B (3 , 6)	



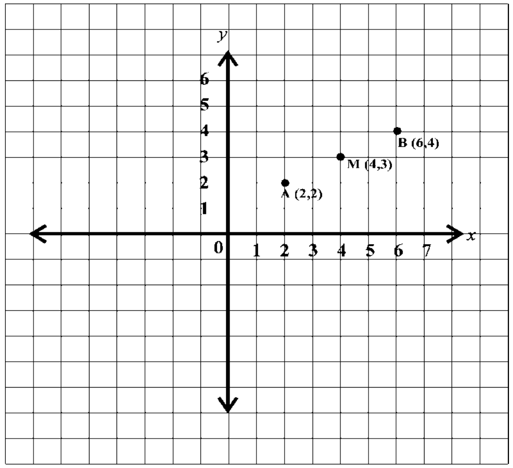
Solution :
D’après le diagramme, on voit que le point milieu est M (3 , 4), ce qui montre que l’on trouve l’ordonnée en faisant la moyenne (demi-somme) des ordonnées des points A et B.

Les coordonnées du point milieu sont (3 , 4) selon ce calcul

l’abscisse : $\frac{3 + 3}{2} = 3$

l’ordonnée : $\frac{2 + 6}{2} = 4$

3. Segment oblique; A (2 , 2), B (6 , 4).



Solution :

D'après le diagramme, on voit que le point milieu est M (4 , 3), ce qui montre que la procédure de calcul de la moyenne (demi-somme) est la même qu'en I et II ci-dessus.

Les coordonnées du point milieu sont (4 , 3) selon le calcul suivant :

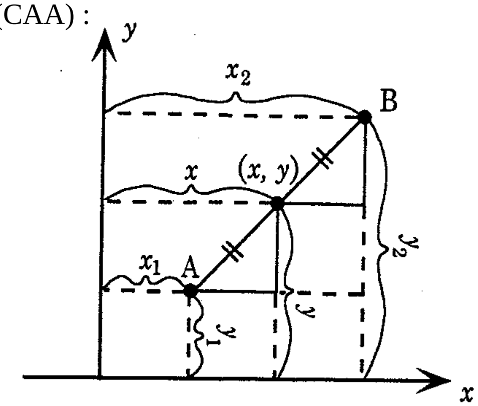
l'abscisse : $\dfrac{2 + 6}{2} = 4$

l'ordonnée : $\dfrac{2 + 4}{2} = 3$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

L'établissement de la formule peut se faire comme on le montre ci-après.

Formule du calcul du point milieu : Avec des triangles congruents (CAA) :



$$x_2 - x = x - x_1$$
$$\Rightarrow 2x = x_1 + x_2$$
$$\Rightarrow \quad x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

même chose pour y

$$y_2 - y = y - y_1$$
$$y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

1. Trouver le point milieu du segment de droite dont les extrémités sont A (−4, 2) et B (−8, −6).

Solution :

l'abscisse du point milieu de AB =

$$\frac{(-4) + (-8)}{2} = \frac{-12}{2} = -6$$

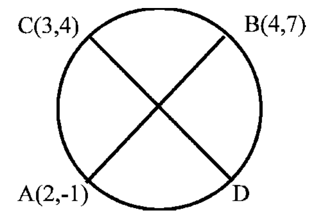
l'ordonnée du point milieu de AB =

$$\frac{2 + (-6)}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

$\therefore$ le point milieu est $(-6, -2)$

TRAVAIL PRATIQUE

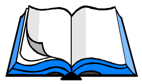
1. Le point milieu d'un segment de droite allant de B(1 , –3) à A(*h* , *k*) se situe à C(4 , 5). Trouver h et k.
2. Soit le $\triangle$ABC dont les sommets sont A (−3 , −1), B (3 , 5) et C (−5 , 13). P et Q sont les points milieux de AB et de AC. Quelle est la relation entre la longueur du segment de droite joignant les points milieux de AB et de AC, d'une part, et le troisième côté BC, d'autre part?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	2. Trouver le centre du cercle dont les extrémités du diamètre sont D (3, −2) et E (−2, 4). Solution : Le centre du cercle est le point milieu du diamètre $\text{l'abscisse du centre} = \frac{3+(-2)}{2} = \frac{1}{2}$ $\text{l'ordonnée du centre} = \frac{-2+(4)}{2} = 1$ $\therefore \text{ le centre : } (\frac{1}{2}, 1)$	3. Dans le △ABC dont les sommets sont A (4, 6), B (−5, −3) et C (1, −3), trouver la longueur de la médiane issue de A. 4.  Si AB et CD sont des diamètres, trouver les coordonnées de D. Trouver la valeur de ∠ ACB. 5. Les coordonnées du parallélogramme sont A(2 , 4), B(8 , 6), C(6 , 2) et D(0 , 0). Trouve les coordonnées du point d'intersection des deux diagonales. 6. M est le point milieu de AB et N est le point milieu de AM. Si MN = 3, trouve la longueur de AB. 7. Sur une carte dont les coordonnées numériques sont en kilomètres, le village de Beaupré est situé à (6,3; 2,9) et celui de Beaulac à (4,7; 13,2). On décide de construire une canalisation d'eau le long de la droite reliant les deux villages. Chaque localité paie la construction depuis son emplacement jusqu'au point milieu. Trouve les coordonnées du point milieu et le coût de la construction qu'assumera Beaupré à raison de 63 475 $ le kilomètre.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

L’élève sera en mesure de/d’:

3. Résoudre des problèmes impliquant le déplacement vertical et le déplacement horizontal et la pente de segments de droite.
[RP, V]



- Cours autodidacte, Module 3, leçon 4

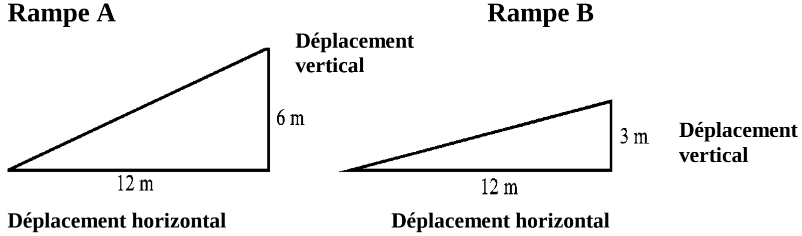
- **Développer le concept de pente**

On emploie souvent le mot « pente » pour décrire l’inclinaison. Pensons, par exemple, à l’inclinaison d’une pente de ski, du toit d’une maison, d’une route ou d’une rampe.

Exemples

1. Soit deux rampes.

Rampe A **Rampe B**



Solution :

La pente de la rampe A est plus forte que celle de la rampe B. Nous employons le mot déplacement vertical pour décrire la variation verticale, et l’expression déplacement horizontal pour décrire la variation horizontale.

CALCUL MENTAL

1. Quelle est la pente d’un segment de droite joignant les points (4, 6) et (7, 3) ?

2. Si la pente d’une droite est 7, quelle pourrait être une des valeurs possibles de déplacements horizontal et vertical?

TRAVAIL PRATIQUE

1. Une droite passe par le point (3 , 4) et a une pente de $\frac{-2}{3}$. Trouve les coordonnées d’un point sous le point donné et d’un autre par dessus le point donné.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION
	Pente = m = $\dfrac{\text{variation verticale}}{\text{variation horizontale}} = \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$	

Pour la rampe A

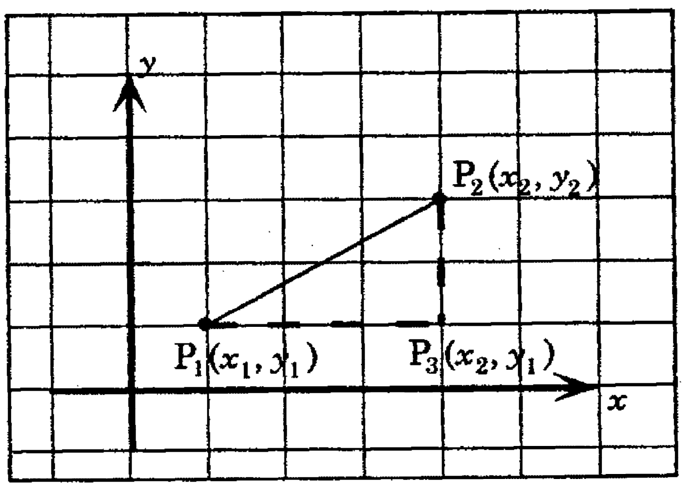
$m = \dfrac{6}{12} = \dfrac{1}{2}$

Pour la rampe B

$m = \dfrac{3}{12} = \dfrac{1}{4}$

Comme la pente de la rampe A est plus forte que celle de la rampe B, nous disons qu’elle est plus inclinée.

- **Appliquer ce concept pour calculer la pente de segments de droite et de droites dans un système de coordonnées.**



PROJET

L’activité de “Making Cents of Math” (système CBL) peut être faite afin d’appuyer le concept de pente.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

Soit deux points quelconques P_1 (x_1, y_1) et P_2 (x_2, y_2), exprimer la pente du segment de droite P_1P_2 de la façon suivante :

$$m = \frac{\text{variation de y}}{\text{variation de x}} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

si m >0, le segment de droite est oblique et s'élève à droite.
si m = 0, le segment de droite est horizontal.
si m <0, le segment de droite est oblique et descend à droite.
si m est indéfinie, le segment de droite est vertical.

Exemples :

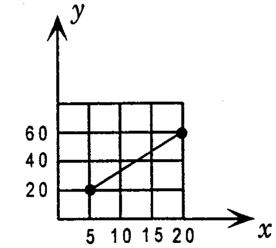
1. Trouver la variation verticale de A à B, la variation horizontale de A à B et la pente de AB dans les cas suivants :
   a) A (4 , 1), B (8 , 3)
   b) A (4 , 7), B (4 , 2)
   c) A (- 4 , –7), B (1 , –7)
   d) A (a , b), B (c , d)

Solutions :

a) variation verticale = 2,variation horizontale = 4,
pente = $\frac{2}{4}$ ou $\frac{1}{2}$
b) variation verticale = 5,variation horizontale = 0,
pente = $\frac{5}{0}$ indéfinie
c) variation verticale = 0,variation horizontale = 5,
pente = $\frac{0}{5}$ ou 0
d) variation verticale = b-d ou d-b,variation horizontale = $a - c$ ou $c - a$,
pente = $\frac{b-d}{a-c}$ ou $\frac{d-b}{c-a}$

CALCUL MENTAL

1. Trouve la pente de ce segment de droite. Fais attention aux échelles.

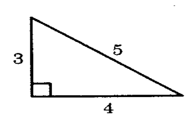


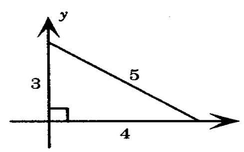
2. Trouve le point où la droite $2x + 3y + 3 = 0$ coupe l'axe des abscisses.

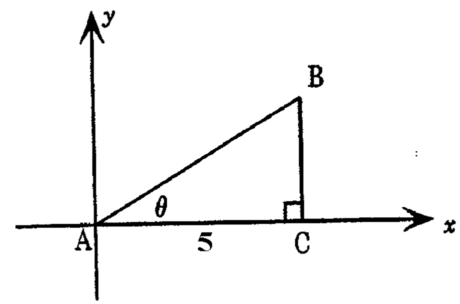
3. Trouve le point où la droite $4x + 3y + 6 = 0$ coupe l'axe des ordonnées.

TRAVAIL PRATIQUE

1. Eugène a coupé un morceau de carton en forme de triangle rectangle dont les côtés adjacents à l'angle droit sont 3 et 4. Il superpose son morceau de carton sur un système de coordonnées tel qu'illustré pour que la pente soit $-\frac{3}{4}$.

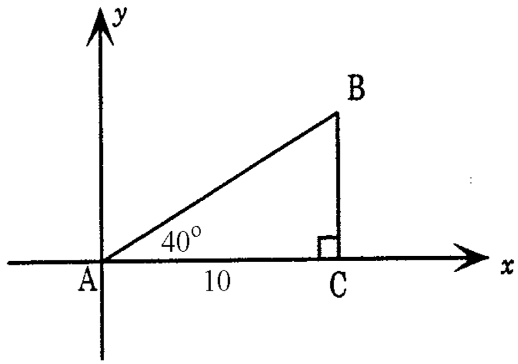




RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION
		Démontre comment il déplace son carton pour que la pente soit : a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{4}{3}$ c) $\frac{-4}{3}$
	2. Détermine les coordonnées de deux points sur une droite ayant une pente de $\frac{3}{4}$. 3. Trouve les coordonnées de deux autres points sur une autre droite ayant une pente de $\frac{3}{4}$. 4. Si la pente d’une droite est 6 et que celle-ci passe par les points (2 , 5) et (1 , *k*), quelle est la valeur de *k*? 5. Si deux points d’une droite sont (4 , 3) et (6 , 4), trouver un autre point sur la droite autre que le point milieu. Utiliser la calculatrice à graphiques pour montrer le bien-fondé de la réponse.	2. La pente de AB est 3. L’accroissement de l’abscisse de A à B est 5. Quel est l’accroissement de l’ordonnée y?  3. a) Remplis le tableau suivant en te référant à la figure donnée ci-dessous. b) Quelle est la relation entre la pente d’une droite et la tangente de l’angle que la droite forme avec l’horizontale?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

6. Trouver la pente de 0B :



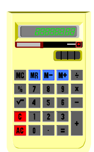
Solution :

Désigne $BC = x$

$\tan 40^o = \dfrac{x}{10}$

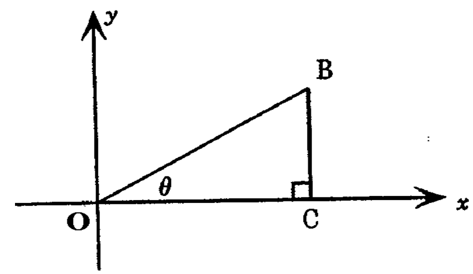
$x = 10^o \tan 40^o$

$x = 8{,}39$



• Se servir de la calculatrice à graphiques pour apprendre le concept de pente. Pour cela, employer le menu “draw” et “points on” ou “line” pour projeter l’image sur un tableau blanc.

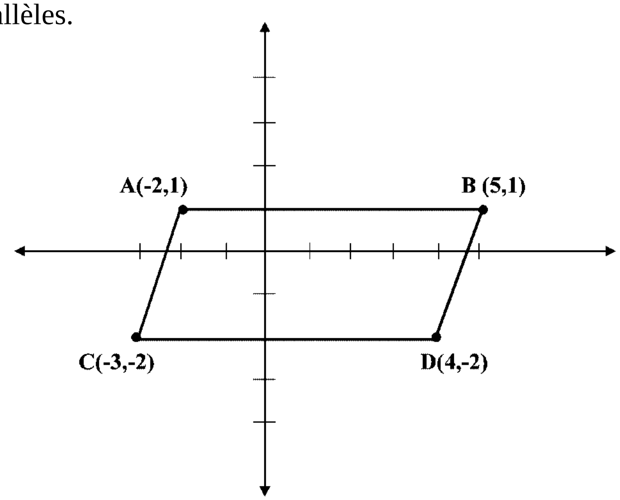
θ	0C	BC	pente de 0B	tan θ
25º	10			
30º		8,66		0,866
40º		16,78		
75º	25		3,732	



4. Un segment de droite a pour extrémités les points A (−3 , 2) et B (−5 , −4). Si une autre droite est parallèle à AB, quelle en est la pente?

5. Montrer que les points A (−1 , 4), B (−7 , 0) et C (2 , 6) sont colinéaires. Utiliser deux méthodes différentes.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	7. Dans la figure donnée ci-après, montrer que les côtés opposés sont parallèles.	



Solution :

m de AB $= \dfrac{1-0}{5-(-2)} = \dfrac{0}{7} = 0$

m de CD $= \dfrac{-2-(-2)}{4-(-3)} = \dfrac{0}{7} = 0$

puisque les pentes sont égales AB || CD

m de AC $= \dfrac{1-(-2)}{-2-(-3)} = \dfrac{3}{1} = 3$

m de BD $= \dfrac{1-(-2)}{5-4} = \dfrac{3}{1} = 3$

puisque les pentes sont égales AC || BD

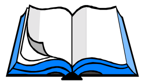
Les élèves doivent reconnaître que les droites parallèles ont la même pente.
Si $l_1 \parallel l_2$, alors $m_1 = m_2$ et réciproquement.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

L’élève sera en mesure de/d’ :

4. Tracer le graphique d’équations linéaires selon les méthodes suivantes :

   a) tableau de valeurs
   b) l’ordonnée à l’origine et l’abscisse à l’origine
   c) la pente et l’ordonnée à l’origine. [L, RP, V]
   d) outil technologique



- Cours autodidacte, Module 3, leçons 1, 2, 3

- **Tracer le graphique d’équations linéaires en utilisant : des valeurs.**

Une équation linéaire à deux variables en est une dont le graphique, dans le plan cartésien, est une ligne droite. Les auteurs utilisent des noms différents pour désigner les formes sous lesquelles l’équation peut être écrite. En voici quelques-unes :

a) $Ax + By + C = 0$
b) $Ax + By = C$
c) $y = mx + b$

Donner aux élèves la chance d’examiner des régularités comportant des relations linéaires.

Exemple :

Tracer le graphique correspondant à chacun des tableaux suivants et dire si les variables de chacun sont en relation linéaire.

Tableau 1

x	y
-1	-1
0	0
1	1
2	2

Tableau 2

x	y
-3	6
0	4
3	2
6	0

Tableau 3

x	y
1	1
2	4
3	9
4	16

TRAVAIL PRATIQUE

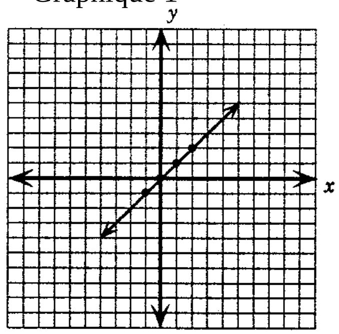
1. Étant donné l’équation d’une droite $2x - 3y = 6$. Si la droite passe par le point $(k , 4)$, trouve la valeur de k.
2. Étant donné l’équation d’une droite $x - 2y = 4$. Cette droite passe-t-elle par le point $(2 , 3)$? Justifie ta réponse.
3. Le périmètre d’un rectangle est égal à 12. Dresse le tableau de toutes les paires ordonnées (largeur, longueur) respectant cette propriété.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

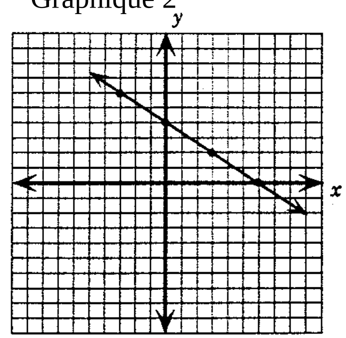
Solution :

Les graphiques des tableaux 1 et 2 sont linéaires.

Graphique 1

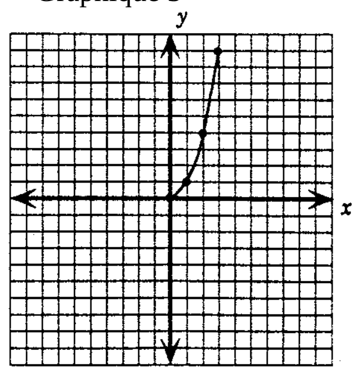


Graphique 2

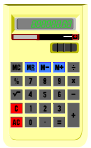


Le graphique du tableau 3 n’est pas linéaire.

Graphique 3



4. Étant donné les points A(k , 3) et B(2 , 1), trouve la valeur de k pour que :
   a) AB ait une pente de 1.
   b) AB ait une pente de –1.
   c) AB soit une droite horizontale.
   d) AB soit une droite verticale.



En utilisant la calculatrice à graphiques, fait les ajustements nécessaires pour que le graphique de l’équation $y = x + 50$ apparaisse dans la fenêtre.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

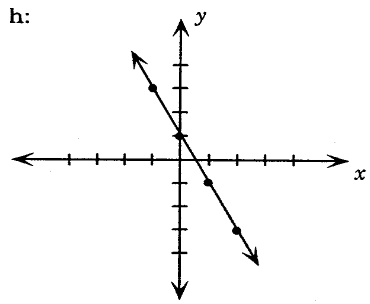
I. TABLEAU DE VALEURS

1. Tracer le graphique de l’équation $y = -2x + 1$.

   Solution :

x	–1	0	1	2
y	3	1	–1	–3

2. Tracer le graphique :



3. Tracer le graphique des équations suivantes en te servant d’un tableau des valeurs.

   a) $y = -\frac{2}{3}x + 1$ b) $3x - 2y + 4 = 0$

   c) $x = -2$ d) $y = 4$

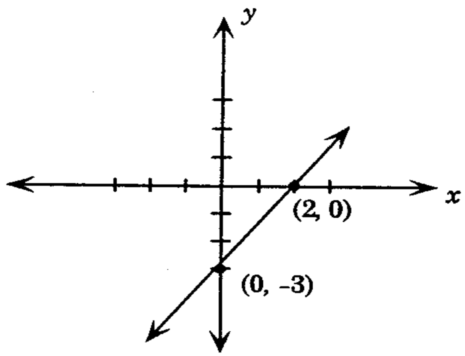
Remarque :

Si $x = -2$; c’est l’exemple d’une droite verticale. Parler de la pente d’une droite verticale. Si $y = 4$; c’est l’exemple d’une droite horizontale. Parler de sa pente.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	II. TROUVER LES COORDONNÉES À L'ORIGINE D'UNE DROITE DONNÉE. L'ordonnée à l'origine d'une droite est la valeur de y quand $x = 0$. Pour la trouver, il suffit de donner la valeur 0 à x et de résoudre l'équation par rapport à y. L'abscisse à l'origine d'une droite est la valeur de x quand $y = 0$. Pour la trouver, il suffit de donner la valeur 0 à y et de résoudre l'équation par rapport à x. Exemples : 1. Tracer le graphique de l'équation $3x - 2y = 6$ Solution : Ordonnée à l'origine ($x = 0$) $3x - 2y = 6$ $3(0) - 2y = 6$ $-2y = 6$ $y = -3$ Abscisse à l'origine ($y = 0$) $3x - 2y = 6$ $3x - 2(0) = 6$ $3x = 6$ $x = 2$	

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

Pour tracer la droite, trouver les coordonnées à l'origine et dessiner la droite sur laquelle les deux points sont situés.



2. Trace les graphiques suivants en te servant des coordonnées à l'origine :

   a) $y = 2x - 2$ b) $3x + 4y - 12 = 0$

III. **PENTE ET ORDONNÉE À L'ORIGINE**

L'équation linéaire $y = mx + b$ est définie par l'intersection avec l'axe des y (ordonnée à l'origine) et la pente. m représente la pente de la droite et b est l'ordonnée à l'origine.

Pour tracer le graphique d'une équation linéaire :

1) rédiger l'équation avec la pente et l'ordonnée à l'origine comme composantes et résoudre l'équation par rapport à y;
2) trouver ainsi le point d'intersection avec l'axe des y;
3) utiliser la pente pour trouver un deuxième point de la droite, puis dessiner la droite qui passe par ces deux points.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

Exemples :

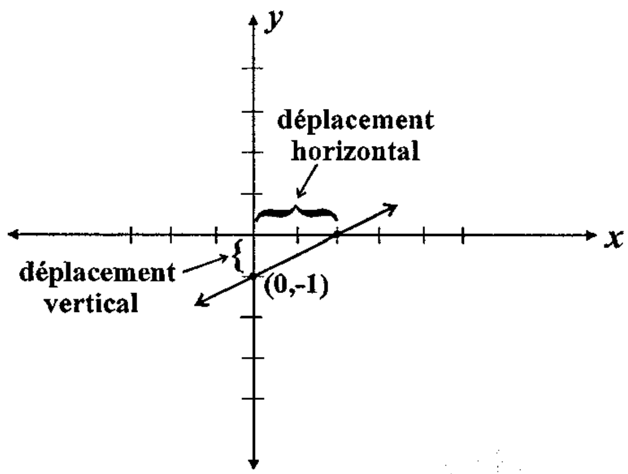
1. Tracer le graphique de l'équation x − 2y = 2.

   Solution :

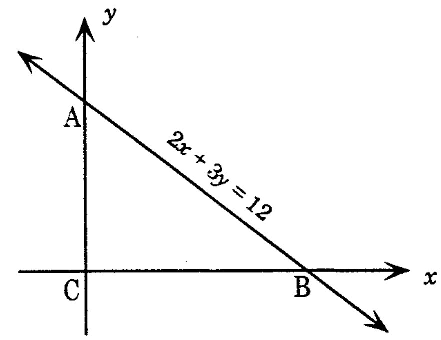
$$\begin{aligned} x - 2y &= 2 \\ -2y &= -1x + 2 \\ y &= +\frac{1}{2}x - 1 \end{aligned}$$

$$m = \frac{1}{2} \qquad b = -1$$

   Situer l'ordonnée à l'origine au point (0, −1). Situer le second point en te déplaçant d'une unité vers le haut et de deux unités vers la droite. Tracer la droite passant par les deux points.



CALCUL MENTAL

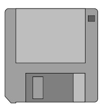
1. Quelle est la valeur de l'ordonnée à l'origine de la droite $y = 3x + 6$?
2. Quelle est la valeur de l'ordonnée à l'origine de la droite $3x + 4y = 8$?
3. Quelle est la pente de la droite $y = 4x - 2$?
4. Quelle est la pente de la droite $4y = 6x - 8$?
5. Quelle est la pente de la droite $3y + 6x - 3 = 0$?
6. Quelle est la pente de la droite $x = 0$?
7. Quelle est la pente de la droite $y = 5$?
8. 

   a) Trouve la superficie du △ABC.

   b) Trouve la longueur de AB.

   c) Trouve la valeur de chaque angle, à un degré près.

   d) Trouve les coordonnées du point où la droite coupe l'axe des abscisses à $x = 6$.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	2. Tracer le graphique défini par l'intersection avec l'axe des y (ordonnée à l'origine) et par la pente. a) $y = -\frac{1}{4}x + 5$ b) $3x - y + 4 = 0$ c) $y = 3$ d) $y = 0$ **IV. TECHNOLOGIE** En utilisant une calculatrice à graphiques ou un ordinateur, tu pourrais faire le graphique d'équations linéaires sous forme $y = mx + b$. Certains logiciels utilisés sont  • Cabri-géomètre II • Cybergéomètre	

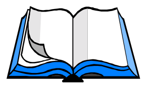
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

L’élève sera en mesure de/d’ :

5. Déterminer l’équation d’une droite connaissant les données qui définissent cette droite. [RP, V]

SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT



- Cours autodidacte, Module 3, leçons 5, 6, 7
- Pré-calcul 20S : exercices cumulatifs

- **Apprendre à écrire l’équation d’une droite quand les paramètres suivants sont donnés :**

  a) un point et l’ordonnée à l’origine
  b) un point et l’abscisse à l’origine
  c) la pente et l’ordonnée à l’origine
  d) la pente et l’abscisse à l’origine
  e) deux points
  f) le graphique.

Écrire l’équation de la droite :
a) définie par la pente et l’ordonnée à l’origine; $y = mx + b$
b) définie par un point et la pente; $(y - y_1) = m(x - x_1)$.

Les élèves devraient être familier à exprimer leur réponses sous les formes:

$Ax + By + C = 0$	ex : $3x - 2y - 6 = 0$
$Ax + By = C$	ex : $3x - 2y = 6$
$y = mx + b$	ex : $y = \frac{3}{2}x - 3$

Utilise la calculatrice à graphiques pour examiner les changements qui se produisent dans le graphique de $y = mx + b$, à mesure que les valeurs de m et de b sont modifiées. Utilise les résultats pour expliquer pourquoi l’équation $y = mx + b$ est appelée forme d’une équation linéaire définie par l’intersection des y et par la pente.

SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

CALCUL MENTAL

1. Écris l’équation de la droite :
   a) de pente 4 et d’ordonnée à l’origine −6
   b) passant par (4, 5) et l’ordonnée à l’origine 6.

2. a) Transforme l’équation de la droite $Ax + By + C = 0$ sous la forme $y = mx + b$.
   b) Dans l’équation d’une droite, que représente :
      i) m?
      ii) b?

3. Trouve la pente et l’ordonnée à l’origine de la droite $2x + 3y + 6 = 0$.

TRAVAIL PRATIQUE

1. La population d’un pays se chiffrait à 8 543 000 en 1980. Si elle croît au rythme de 80 000 par année, trouve une équation montrant la relation entre la population y et l’année x dans ce pays. Quelle est la pente de cette droite.

Faire le lien entre le taux d’accroissement de la population et la pente de cette droite.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

Exemples :

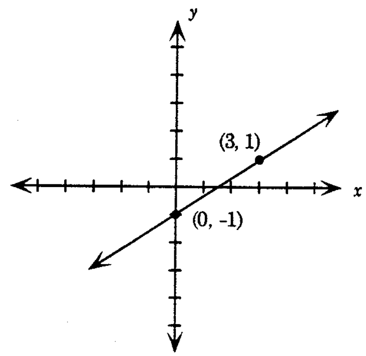
1. Soit $m = \frac{2}{3}$ et $b = -1$. Écris l’équation de la droite et trace le graphique.

   Solution :

   Puisque $m = \frac{2}{3}$ et $b = -1$, l’équation de la droite peut être écrite sous la forme $y = mx + b$

   $\therefore\ y = \frac{2}{3}x - 1$

   Le graphique est



2. Tu veux louer une salle pour le bal des finissants. Les propriétaires de celle que vous choisissez demandent 1 500 \$ pour 100 personnes, et 2 100 \$ pour 150. Tracer un graphique montrant le coût par rapport au nombre de personnes, en situant deux points qui traduisent cette information. Tracer une droite passant par ces deux points.

a) Utiliser le graphique afin de trouver le coût pour 50 personnes.

b) Trouver la pente de la droite. Que signifie la pente?

c) Trouver l’équation de la droite sous la forme $y = mx + b$.

d) Utiliser l’équation afin de trouver le coût pour 112 personnes.

e) Utiliser l’équation pour trouver le nombre de personnes qu’il peut y avoir au bal pour la somme de 1 380 \$.

f) Que représente l’ordonnée à l’origine?

3. Étant donné les points A (2 , 3), B(4 , 5) et C(6 , –1), trouve l’équation de la médiane issue de A au côté BC.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

2. Soit P(3 ,–2) et une pente de $-\frac{3}{5}$. Trouve l'équation de la droite et écris-la de deux façons différentes.

Solution :
Puisque (x_1 , y_1) = P(3 , –2) et $-\frac{3}{5}$, l'équation peut être écrite tel que

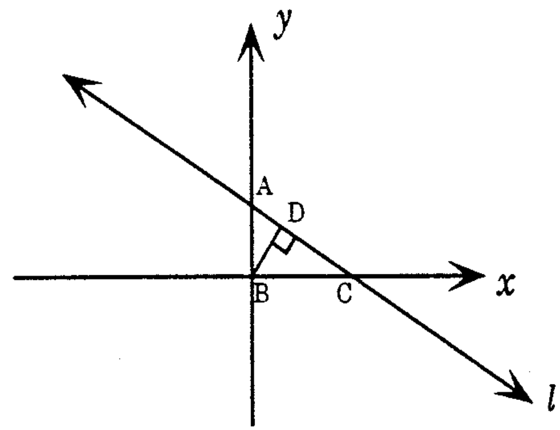
$$y - y_1 = m(x - x_1)$$
$$y - (-2) = \frac{-3}{5}(x - 3)$$
$$5(y + 2) = -3(x - 3)$$
$$5y + 10 = -3x + 9$$
$$3x + 5y + 1 = 0$$
$$ou \;\; 3x + 5y = -1$$
$$ou \;\; y = \frac{-3x}{5} - \frac{1}{5}$$

3. Soit D(6 , 1) et E (–4 , –3). Écrire l'équation de la droite DE.

Solution :
la pente de la droite $m = \frac{1-(-3)}{6-(-4)} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$
te servant de la formule point-pente et un des points

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$
$$y - 1 = \frac{2}{5}(x - 6)$$
$$5(y - 1) = 2(x - 6)$$
$$5y - 5 = 2x - 12$$
$$0 = 2x - 5y - 7 \;\; ou \;\; -2x + 5y + 7 = 0$$

4.



a) Trouve l'aire du ▵ABC si la droite *l* a comme équation $4x + 3y = 12$.

b) Trouve la longueur AC.

c) Trouve la longueur de l'altitude BD.

5. Plusieurs droites sont définies par l'équation $kx + y + 2 - k = 0$. Démontre que toutes ces droites traversent un seul point. Quels sont les coordonnées de ce point?

6. Si l'ordonnée à l'origine d'une droite est le double de son abscisse à l'origine,

a) Trouve la pente de cette droite.

b) Est-ce qu'il y a assez d'information pour trouver l'équation de cette droite? Explique ta réponse.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

4. Écrire l'équation de la droite si l'abscisse à l'origine est –2 et la pente est $-\frac{1}{2}$

Solution :

Puisque (–2 , 0) et m $=-\frac{1}{2}$

$$y-y_1=m(x-x_1)$$

$$y-1=\frac{2}{5}(x-6)$$

$$5(y-1)=2(x-6)$$

$$5y-5=2x-12$$

$$0=2x-5y-7 \quad ou \quad -2x+5y+7=0$$

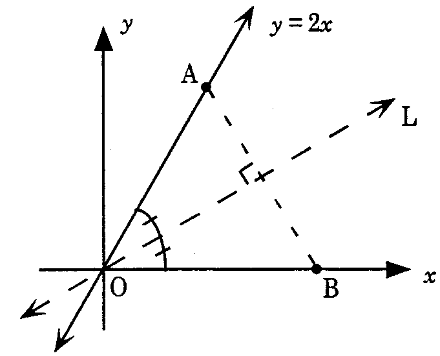
5. Les droites définies par x + 2y = k et 3x + 4y = 8 coupent l'axe des y au même point (ordonnée à l'origine). Trouver la valeur de k.

Solution :

Écris les deux équations sous la forme $y = mx + b$ et ensuite compare les y

$x+2y=k$	$3x+4y=8$	$\therefore \frac{k}{2}=2$
$2y=-x+k$	$4y=-3x+8$	
$y=\frac{-x}{2}+\frac{k}{2}$	$y=\frac{-3}{4}x+2$	$k=4$

c) Si la droite passe par (7 , 11), quelle est son équation?

7. 

AO est la droite définie par y = 2x.
AO = OB.

L est la bissectrice de l'angle AOB.

Trouve l'équation de L.

8. Écrire l'équation d'une droite qui coupe l'axe des x au même point que la droite 2x – y = 6 et qui coupe l'axe des y au même point que la droite 3x – y = 2.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

6. Les trajets des deux navires sont exprimés par les équations $3y + x = 4$ et $x - k = y$. Si les deux navires doivent se rencontrer au même point sur l'axe des y trouve la valeur de k.

   Solution :

   Les droites ont la même ordonnée à l'origine

$$3y + x = 4 \qquad y = x - k \qquad \therefore -k = \frac{4}{3}$$

$$3y = -x + 4 \qquad k = \frac{-4}{3}$$

$$y = \frac{-1}{3}x + \frac{4}{3} \qquad \therefore \text{ les coordonnées sont } \left(0, \frac{-4}{3}\right)$$

7. Transforme l'équation de la droite ($Ax + By + C = 0$) sous la forme $y = mx + b$. Détermine les rapports de la pente (m) et de l'ordonnée à l'origine (b) en te servant des constantes A, B et C.

   Solution :

$$Ax + By + C = 0$$

$$By = -Ax - C$$

$$y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B}$$

Compare à $y = mx + b$

$$m = -\frac{A}{B} \qquad b = \frac{-C}{B}$$

Pour trouver l'abscisse à l'origine : $y = 0$

$$y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B}$$

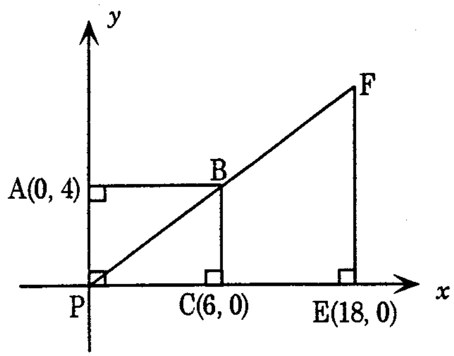
$$0 = \frac{-Ax}{B} - \frac{C}{B}$$

Multiplie par B et transforme

$$Ax = -C$$

$$x = -\frac{C}{A}$$ l'abscisse à l'origine

9.



a) Trouve l'équation de PF.

b) Trouve les coordonnées de F.

c) Trouve la longueur de AF.

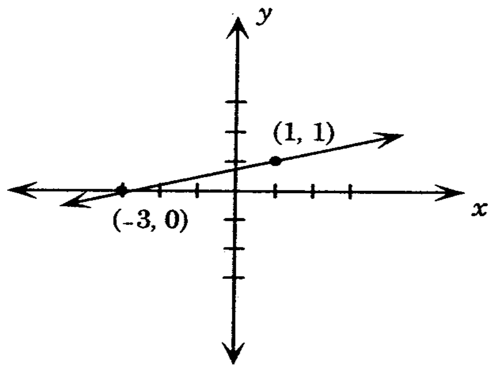
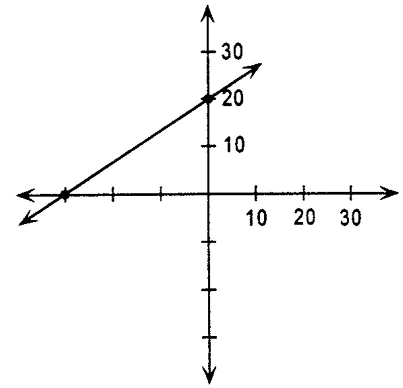
d) Trouve la superficie du $\triangle$ABF.

10. Un ressort mesure 25,2 cm de long. Chaque fois qu'une masse d'un gramme y est fixée, la longueur augmente de 4 mm.

    a) Trace le graphique de cette relation.

    b) Définis et nomme les axes.

    c) Trouve une équation correspondante au graphique.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	8. Écrire l'équation de la droite passant par les points donnés :  Solution : $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{1-0}{1-(-3)} = \dfrac{1}{4}$ $y - y_1 = m(x - x_1)$ $y - 1 = \dfrac{1}{4}(x-1)$ $4(y-1) = 1(x-1)$ $4y - 4 = x - 1$ $-x + 4y - 3 = 0 \ \ ou \ \ x - 4y + 3 = 0$	11. Soit le graphique d'une droite oblique, trouver l'équation pour cette droite. 

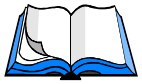
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
		INSCRIPTION AU JOURNAL 1. Expliquer clairement la nature des droites suivantes : $x = a$, $y = b$, $x = y$.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

L’élève sera en mesure de/d’ :

6. Résoudre des problèmes, en utilisant la pente:
   - de droites parallèles,
   - de droites perpendiculaires.

   [L, RP, V]



3. Cours autodidacte, Module 3, leçons 4, 5, 9
4. Pré-calcul 20S : exercices cumulatifs

- **Utiliser les pentes pour établir si deux droites non verticales sont parallèles ou perpendiculaires l’une par rapport à l’autre.**

a) Les droites sont parallèles si et seulement si elles ont la même pente ($m_1 = m_2$).

b) Les droites sont perpendiculaires si et seulement si la pente de l’une est l’inverse-opposée de l’autre. ($m_1 \bullet m_2 = -1$)

L’expression « si et seulement si » est employée en mathématiques pour écrire en un seul énoncé deux énoncés dont l’un est la réciproque de l’autre. Les deux énoncés de a) sont : si les deux droites sont parallèles, elles ont la même pente; à l’inverse, si deux droites ont la même pente, elles sont parallèles.

Vérifier ces énoncés en utilisant :

a) des exemples numériques sur du papier quadrillé;

b) des appareils techniques (le Cabri, par ex. ou la calculatrice à graphiques);

c) des équations de la forme $y = mx + b$.

i) $y = 2x + 4$ $\quad y = \frac{-1}{2}x + 4$ droites $\perp$

ii) $y = \frac{1}{2}x + 2$ $\quad y = \frac{1}{2}x + 4$ droites ||

iii) $y = 2x + 1$ $\quad y = -2x + 1$ (droites qui se coupent seulement)

TRAVAIL PRATIQUE

Partie A : Pour faire la première partie de la tâche, on forme des groupes de quatre.

1. En groupe, définissez les équations de deux droites L_1 et L_2.
   Remarque : Assurez-vous que les deux droites ne sont ni parallèles ni perpendiculaires l’une à l’autre. Écrivez les équations ci-dessous :

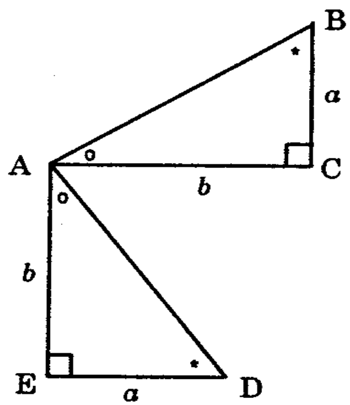
   L_1 : ____________________

   L_2 : ___________________

2. Expliquez comment vous vous êtes assurés que les deux droites n’étaient ni parallèles ni perpendiculaires l’une à l’autre.

3. Formez des équipes de deux pour exécuter la tâche suivante : chaque équipe choisit une des droites définies par le groupe et dresse un tableau de valeurs de quatre points de la droite.

x	***y***

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	Activité Matériel : - feuille de papier - ciseaux - rapporteur - règle Méthode : Couper deux triangles congrus de façon que les bases sont de différentes longueurs. La petite base est *a* et la grande *b*. Placer les triangles de cette façon.  (* les triangles doivent être de la même taille)	4. Pour la deuxième partie de la tâche, chaque membre du groupe a besoin d'un graphique exact montrant les deux droites dans le même plan cartésien. Trace le graphique sur du papier quadrillé. **Partie B :** Travail individuel 1. Choisis deux points A et B sur la droite L_1. Trouve le point milieu de AB. Coordonnées de A : __________ Coordonnées de B : _________ 2. Trouve l'équation de la droite qui passe par A et est parallèle à L_1. 3. Choisis un point quelconque sur L_1 et trouve les équations de deux droites différentes passant par ce point. Trace ces deux nouvelles droites dans le même plan cartésien. 4. Choisis un point C quelconque ne se trouvant sur aucune des droites avec lesquelles tu viens de travailler. Coordonnées de C : ________ a) Trouve l'équation de la droite qui passe par C et qui est perpendiculaire à L_1. b) Trouve la distance entre C et A.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

Les élèves doivent observer que :

a) BA $\perp$AD parce que $\angle$BAD = $\angle$BAC + $\angle$CAD
= $\angle$EAD + $\angle$CAD
= 90º

b) La pente de AB = $\dfrac{a}{b}$.

c) La pente de AD = $\dfrac{-b}{a}$.

Ceci démontre que les droites perpendiculaires ont des pentes qui sont inverses-opposées.

Exemples

1. Écrire l’équation d’une droite qui passe par (–2 , 4) et qui est perpendiculaire à $2x - 3y + 5 = 0$.

Solution :

pente = $\dfrac{2}{3}$ pente $\perp$ = $\dfrac{-3}{2}$

Utiliser
$$y - y_1 = m(x - x_1)$$
$$y - 4 = \frac{-3}{2}(x + 2)$$
$$2y - 8 = -3x - 6$$
$$3x + 2y - 2 = 0$$

INSCRIPTION AU JOURNAL

1. Est-ce que le produit des pentes de 2 droites perpendiculaires peut être positif? Explique.
2. Trouve les équations d’une paire de lignes qui se coupent à angle droit au point (–2 , 1).

CALCUL MENTAL

1. Trouve la pente de la droite perpendiculaire à la droite $3y = 4x + 6$.
2. Trouve la pente de la droite parallèle à la droite $3x - 2y + 6 = 0$.
3. Quelle est la pente de la droite parallèle à la droite passant par les points (6 , 4) et (8 , 7)?
4. Si la pente de la droite perpendiculaire à AB est $\dfrac{2}{3}$, quelle est la pente de AB?

TRAVAIL PRATIQUE

1. Pour quelle valeur de k, les droites $3kx - 7y - 10 = 0$ et $2x - y - 7 = 0$ sont-elles parallèles?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	2. Écrire l'équation de la médiatrice du segment de droite AB, les valeurs étant A(1 , 4) et B(5 , –2). Solution : $\text{pente de AB : } m = \dfrac{4-(-2)}{1-5}$ $= \dfrac{6}{-4}$ $= \dfrac{-3}{2}$ $\text{pente de la médiatrice : } m = \dfrac{2}{3}$ La médiatrice passe par le point-milieu de AB : $\left(\dfrac{1+5}{2}\ ,\ \dfrac{4+(-2)}{2}\right) = (3\ ,\ 1)$ Utiliser $y - y_1 = m(x - x_1)$ $y - 1 = \dfrac{2}{3}(x-3)$ $3(y-1) = 2(x-3)$ $3y - 3 = 2x - 6$ $2x - 3y - 3 = 0$	2. Les coordonnées des sommets du $\triangle$ABC sont A(0 , 1), B(3 , 2) et C(–2 , 3). Si E est le point milieu de AB et F, celui de BC, montrer que : • EF // AC • EF = 1/2 AC. 3. Trouve la valeur de x pour que la droite passant par A (x, 3) et B (−2, 1) soit : a) parallèle à la droite passant par C (5, –2) et D (1, 4) b) perpendiculaire à la droite passant par C (5, –2) et D (1, 4). 4. Deux droites perpendiculaires se coupent sur l'axe des x. L'équation de l'une d'elles est $y = 2x - 6$. Trouve l'équation de la seconde.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	3. Tracer la droite qui coupe l'axe des x à 2 et qui est perpendiculaire à la droite $3x – 2y = 6$. Solution : La pente de $3x – 2y = 6$ est $\frac{3}{2}$ La pente de la perpendiculaire : $-\frac{2}{3}$ Le point est (2 , 0). Utiliser $y-y_1=m\left(x-x_1\right)$ $y-0=\frac{-2}{3}\left(x-2\right)$ $3\left(y-0\right)=-2\left(x-2\right)$ $3y=-2x+4$ $2x-3y-4=0$ 4. Étant donné A (2 , 3), B (4 , 5), C (6 , 1), trouver l'équation de la hauteur issue de A. Solution : La hauteur sera ⊥ à BC. M de BC = $-\frac{1}{2}$ Utiliser A(2 , 3) et $m = \frac{2}{1}$ ou 2. $y-y_1=m(x-x_1)$ $y-3=2(x-2)$ $y-3=2x-4$ $2x-y-1=0$ est l'équation de la hauteur	

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

Enseignement différencié

Se reporter aux pièces jointes suivantes pour connaître les activités liées à l'enseignement différencié (p. 100).

Activités d'enseignement différencié

Les stratégies suivantes d'enseignement différencié sont utiles pour évaluer la compréhension des élèves. De plus, ces stratégies aideront les élèves à consolider leurs connaissances.

Cadre de l'aperçu du concept
Ce cadre exige des élèves qu'ils se concentrent sur différents aspects d'un concept, de façon à permettre une plus grande synthèse. Une des cases du cadre demande aux élèves de créer une analogie. Les élèves auront plus de succès si on leur donne d'abord des exemples d'analogies. On fournit un exemple et un document à la diazocopie (voir les pièces jointes B-2 et B-3).

Approche en trois points
Il s'agit d'une stratégie de rédaction de notes. Dans cette stratégie, les élèves rédigent des points au sujet d'un terme mathématique. Ils donnent leur propre définition ou leur propre formule, écrivent un symbole ou donnent un exemple et dessinent un diagramme. Comme dans le cas d'autres stratégies, l'approche en trois points doit être modélisée. L'enseignant montre la façon de remplir la feuille en donnant des exemples et en réfléchissant à voix haute. Les exemples tout comme un document à la diazocopie sont fournis (voir les pièces jointes B-4, B-5, B-6 et B-7).

Écouter-penser-apparier-partager

Aperçu du concept

Mot clé ou concept.

Formulez par écrit une explication ou une définition dans vos propres mots. Vous ferez de la reformulation.

Dessinez une représentation figurative.

Énoncez des faits (au moins cinq).

Rédigez deux questions au sujet du concept.

Créez une analogie.

Aperçu du concept : Utilisé avec la permission de Lynda Matchullis et de Bette Meuller, Collège Nellie McClung , Pembina Valley, D.S. nº 27.

Exemple **Pièce jointe B-3**

Aperçu du concept

Mot clé ou concept.

Point milieu

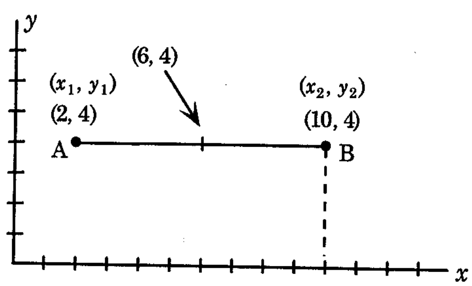
Formulez par écrit une explication ou une définition dans vos propres mots. Vous ferez de la reformulation.

Le point milieu est le point central d'une distance.

Nous l'utilisons dans des graphiques ayant des points de coordonnées.

Dessinez une représentation figurative.

$$\text{Point milieu} = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$
$$= \left(\frac{2+10}{2}, \frac{4+4}{2}\right)$$



Énoncez des faits (au moins cinq).

- le centre de deux points de coordonnées
- nous pouvons trouver la distance si nous connaissons le point milieu et un point d'extrémité
- utile pour les architectes
- utile pour les pilotes

Rédigez deux questions au sujet du concept.

- Qui a pensé à cela?
- Pourquoi y ont-ils pensé?
- À quoi l'ont-ils utilisé?

Créez une analogie.

Le point milieu, c'est comme lorsque « Bell et Clochard » mangent du spaghetti et se rencontrent au milieu.

Aperçu du concept : Utilisé avec la permission de Lynda Matchullis et de Bette Meuller, Collège Nellie McClung , Pembina Valley, D.S. nº 27.

Approche en trois points relativement aux mots et aux concepts

Note :

En raison de droits d'auteur, nous sommes dans l'impossibilité d'afficher le contenu suivant :

- page 104 à 107 Approche en trois points relativement aux mots et aux concepts

Prière de vous référer au document imprimé. On peut se procurer ce document au Centre des manuels scolaires du Manitoba.

Centre des manuels scolaires du Manitoba
site : www.mtbb.mb.ca
courrier électronique : mtbb@merlin.mb.ca
téléphone : 1 800 305-5515 télécopieur : (204) 483-3441
n° du catalogue : 91718
coût : 20,10 $

C - Trigonométrie

C	COMMUNICATION	RP	RÉSOLUTION DE PROBLÈMES
L	LIENS	R	RAISONNEMENT
E	ESTIMATION ET CALCUL MENTAL	T	TECHNOLOGIE
		V	VISUALISATION

Résultats d'apprentissage généraux

- **utiliser des triangles, incluant ceux que l'on retrouve dans l'espace tridimensionnel et ceux que l'on retrouve dans un plan à deux dimensions pour résoudre des problèmes**

La présente unité approfondit les notions de la trigonométrie au moyen des triangles rectangles et de la solution des triangles obliques.

Les notions traitées comprennent les angles d'élévation et de dépression :

❖ des problèmes touchant deux triangles rectangles;
❖ l'extension des notions de sinus et de cosinus dans l'intervalle $0^{o} \leq \theta \geq 180^{o}$;
❖ les applications des lois des sinus et des cosinus à l'exclusion des cas ambigus;

Pratiques d'enseignement

En développant les notions de la trigonométrie, les enseignants pourraient trouver utiles le matériel et les pratiques d'enseignement qui suivent pour aider les élèves dans leur apprentissage :

revoir les fonctions trigonométriques de base au moyen d'une activité ou d'une expérience;

❖ étendre les définitions des fonctions trigonométriques aux angles obtus;
❖ utiliser des applications informatiques pour introduire la loi des sinus et la loi des cosinus;
❖ donner aux élèves des preuves des lois de sinus et des cosinus (les élèves ne sont pas tenus de mémoriser les preuves).

Matériel

Logiciel informatique

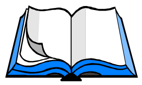
❖ calculatrices graphiques
❖ instruments de mesure pour les expériences, p. ex., règle, ruban à mesurer, roue à lanterne

Durée : 11 heures

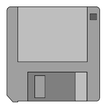
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

L'élève sera en mesure de/d' :

1. Résoudre des problèmes comprenant des angles d’élévation et de dépression dans un triangle rectangle. [L,RP,V]



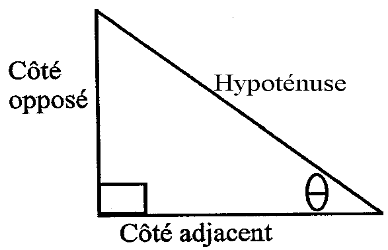
- Cours autodidacte, Module 4, Leçon 1
- Pré-calcul 20S, exercices cumulatifs



- Cabri-Géomètre II
- Cybergéomètre

- **Résoudre des problèmes impliquant des angles d’élévation et de dépression.**

Les élèves doivent connaître les trois principales fonctions trigonométriques définies à l’aide des divers côtés d’un triangle rectangle.



Selon les diagrammes

$$\sin\theta = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$$

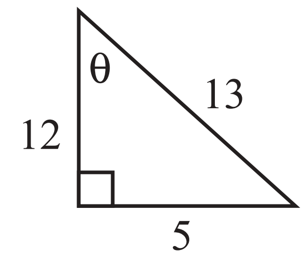
$$\cos\theta = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\tan\theta = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$$

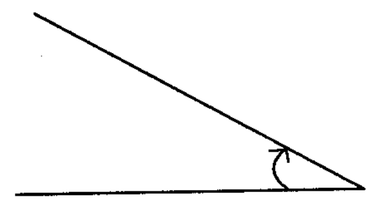
CALCUL MENTAL

1. Exprime sous forme de rapport :

   i) sin θ
   ii) cos θ
   iii) tan θ



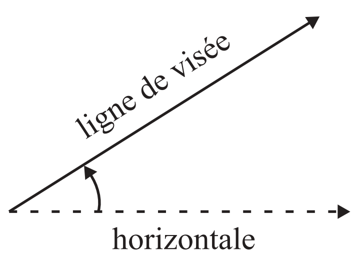
2. Est-ce là l’angle de dépression ou d’élévation?



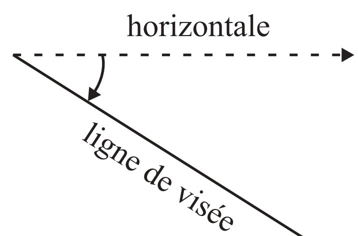
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

On emploie souvent les expressions « *angle d’élévation* » et *« angle de dépression »*. Il faut montrer que chaque angle est formé par l’horizontale et la ligne de visée.

Angle d’élévation



Angle de dépression

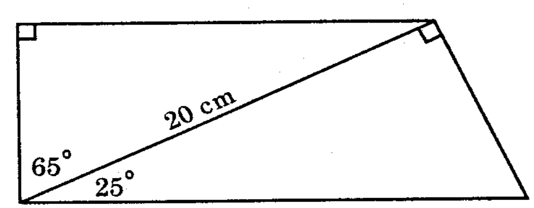


Toute fraction de degré devrait-être exprimée sous forme décimale.

Expliquer que les unités de mesure d’angles peuvent se subdiviser en minutes et en secondes mais que les subdivisions ne sont pas requises. La plupart du temps les angles sont exprimés en degrés avec notation décimale.

TRAVAIL PRATIQUE

1. Dessine un angle de dépression de 30º.
2. Dessine un angle d’élévation de 40º.
3. Une échelle en aluminium de 10 m est appuyée contre un mur de l’école. Le pied de l’échelle se trouve à 2 m du mur. Quel angle l’échelle forme-t-elle avec le sol?
4. À quelle hauteur un cerf-volant est-il si la ficelle mesure 180 m et qu’elle forme un angle de 26º avec l’horizontale?
5. Un arpenteur utilise un théodolite pour mesurer l’angle d’élévation formé par l’horizontale et la droite reliant le sommet de l’instrument au sommet d’un immeuble. La distance entre l’appareil et l’immeuble est de 34 m, l’angle mesure 34º et le théodolite mesure 1,9 m de haut. Quelle est la hauteur de l’immeuble?
6. Trouve l’aire d’un trapézoïde au centième près.



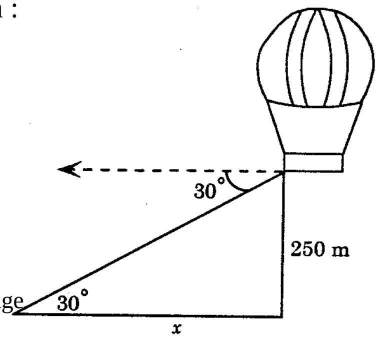
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

1. Une montgolfière de la société immobilière *Relax* est à 250 m au-dessus du sol. L'angle de dépression entre l'horizontale et la droite reliant la montgolfière au point d'atterrissage mesure 30º. Quelle est la distance au sol entre le point situé juste sous la montgolfière et le point d'atterrissage?

Solution :

point

d'attérissage



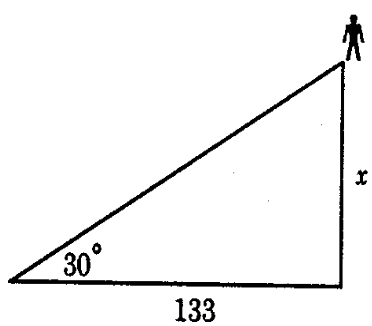
$$\tan 30^{o} = \frac{250}{x}$$

$$x = \frac{250}{\tan 30^{o}}$$

$$x = 43{,}3\,\text{m}$$

2. Trouver la hauteur à laquelle le *Golden Boy* se trouve au sommet du Palais législatif du Manitoba. Si vous êtes à 133 m de l'immeuble et que l'angle d'élévation jusqu'à la main droite tenant la torche mesure 30º, à quelle hauteur la statue se trouve-t-elle?

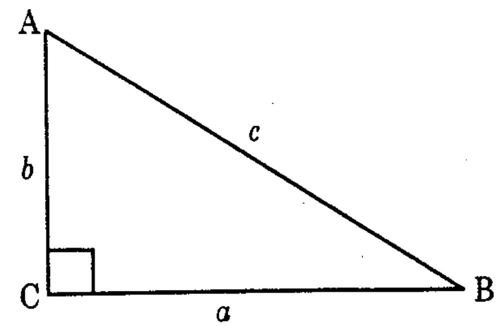
Solution :



$$\tan\ 30° = \frac{x}{133}$$

$$x = 77 \text{ m approx.}$$

3. Dans le triangle rectangle ABC où C est un angle droit, quelle est la valeur de $\sin^2$ B?



INSCRIPTION AU JOURNAL

Explique la différence entre l'angle d'élévation et l'angle de dépression.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

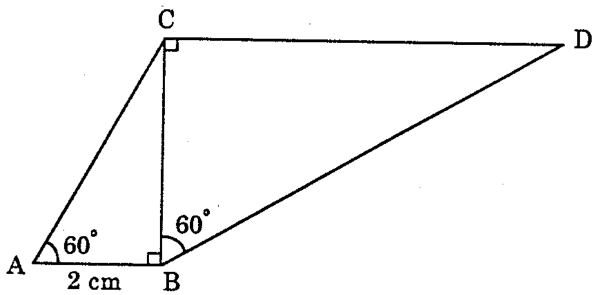
L'élève sera en mesure de/d' :

2. Résoudre des problèmes comprenant deux triangles rectangles. [L,RP,V]

- Cours autodidacte, Module 4, leçon 1
- Pré-calcul 20S : exercices cumulatifs

1. Les triangles ABC et BCD comportent chacun un angle droit en B et C, respectivement. Trouver la longueur de CD et de BD, et calculer le rapport entre BD et AC.

Solution :



Dans Δ ABC :

$$\tan\ 60° = \frac{BC}{2}$$

$$BC = 2\tan\ 60° = 3{,}46$$

$$\cos\ 60° = \frac{2}{AC}$$

$$AC = \frac{2}{\cos\ 60°} = 4{,}00 \left(\begin{array}{l}\text{arrondi à deux}\\ \text{décimales près}\end{array}\right)$$

Dans Δ BCD :

$$\tan\ 60° = \frac{DC}{3{,}46}$$

$$DC = 5{,}99$$

$$\frac{BD}{AC} = \frac{6{,}92}{4{,}00} = \frac{3{,}46}{2{,}00}$$

Dans Δ BCD :

$$\cos\ 60° = \frac{3{,}46}{BD}$$

$$BD = \frac{3{,}46}{\cos\ 60°} = 6{,}92$$

CALCUL MENTAL

1. Quel est l'angle complémentaire de 45º? De 35º? de 46º?
2. Quel est l'angle supplémentaire de 120º? De 140º? De 60º?
3. Si deux côtés d'un triangle rectangle mesure 3 et 4 unités, quelle est la valeur de l'hypoténuse?
4. Si l'hypoténuse d'un triangle rectangle est 10, quelles sont les longueurs possibles des deux autres côtés?

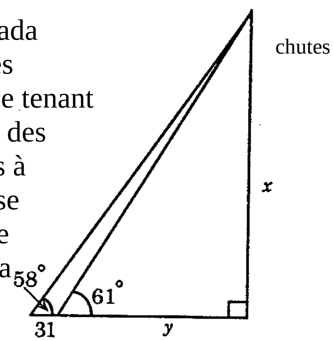
TRAVAIL PRATIQUE

1. Du haut d'une tour de vigie de 100 m, un garde forestier repère deux feux, l'un situé à un angle de dépression de 5º et l'autre à un angle de dépression de 2º. En supposant que les incendies et la tour se trouvent sur une même droite, calcule la distance entre les feux dans les cas suivants :

   a) les deux feux sont du même côté de la tour;
   b) il y a un feu de chaque côté de la tour.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

2. Les plus hautes chutes d'eau au Canada s'appellent *Della Falls* et sont situées sur l'île Vancouver. Une personne se tenant au même niveau que celui de la base des chutes aperçoit le sommet des chutes à un angle d'élévation de 58°. Si elle se rapproche de 31 m de la base, l'angle d'élévation devient 61°. Quelle est la hauteur des chutes Della?



Solution :

$$\tan\ 61^{o} = \frac{x}{y} \qquad \tan\ 58^{o} = \frac{x}{y+31}$$

$$y = \frac{x}{\tan\ 61^{o}} \qquad y = \frac{x - 31\ \tan\ 58^{o}}{\tan\ 58^{o}}$$

$$\therefore\ \frac{x}{\tan\ 61^{o}} = \frac{x - 31\ \tan\ 58^{o}}{\tan\ 58^{o}}$$

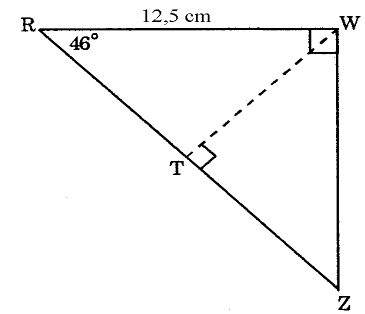
$$x\ \tan\ 58^{o} = x\ \tan\ 61^{o} - 31\ \tan\ 58^{o}\ \tan\ 61^{o}$$

$$x = \frac{31\ \tan\ 58^{o}\ \tan\ 61^{o}}{\tan\ 61^{o} - \tan\ 58^{o}}$$

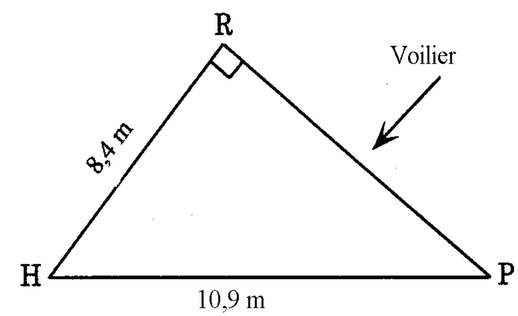
$$x = 439\ m$$

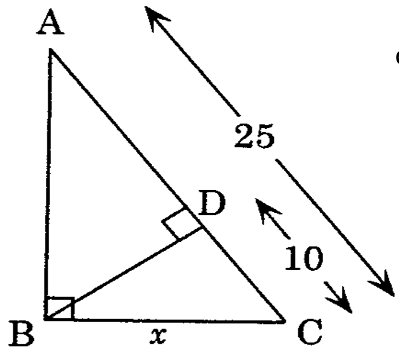
2. Si l'hypoténuse d'un triangle rectangle est 25 et que la base mesure 20, quelle est la hauteur du triangle?

3. Trouve la valeur de TZ.



4. Trois rochers H, R et P sortent de l'eau à l'entrée du port. Pierre peut-il faire passer en toute sécurité son voilier mesurant 7 m de large entre les rochers P et R? Justifie ta réponse avec des calculs.



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	. Trouver la longueur de x :  $\cos\ C = \frac{10}{x}$ $\cos\ C = \frac{10}{x}$ $\therefore \frac{10}{x} = \frac{x}{25}$ $x^2 = 250$ $x = \sqrt{250}$ $= 5\sqrt{10}$ réponse exacte ou 15,81 réponse approx. Les élèves peuvent examiner diverses façons de résoudre ce problème. On peut alors en profiter pour passer en revue les notions suivantes : angles complémentaires, angles supplémentaires, triangles semblables et théorème de Pythagore.	

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

L'élève sera en mesure de/d' :

3. Approfondir les concepts de sinus et de cosinus des angles de 0º à 180º.
   [R, T, V]

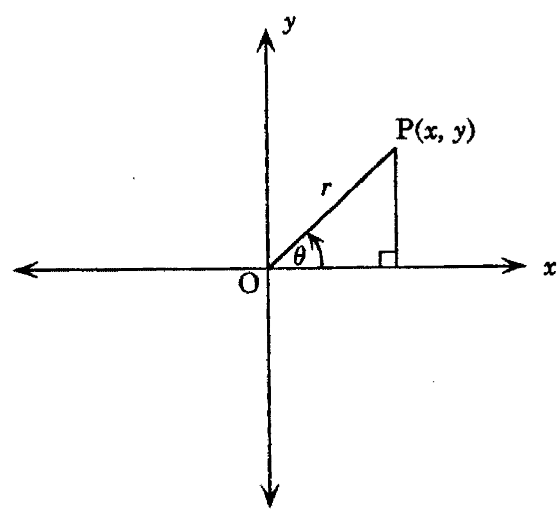
- Cours autodidacte, Module 4, leçon 3
- Pré-calcul 20S : exercices cumulatifs

- **Résoudre des problèmes impliquant des sinus et cosinus d'angles de 0º à 180º.**

Comme nous allons résoudre des triangles autres que rectangles, les définitions des fonctions trigonométriques doivent s'appliquer aux angles mesurant entre 90º et 180º.

En guise de préface, l'enseignant peut mener une discussion sur la catégorisation des triangles, d'après la longueur des côtés (triangles scalènes, isocèles et équilatéraux) et la mesure des angles (angles aigus, obtus, droits).

Les fonctions trigonométriques d'un angle aigu θ peuvent être définies d'après les coordonnées (x, y) d'un point P dans un système cartésien rectangulaire, où θ est un angle formé par l'axe positif des x et le segment de droite OP. La longueur de OP est r.



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

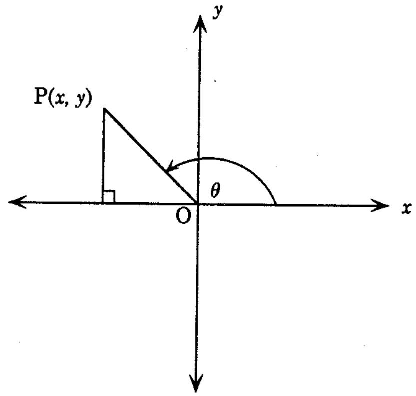
D'après les fonctions trigonométriques fondamentales :

$$\sin\ \theta = \frac{y}{r}$$

$$\cos\ \theta = \frac{x}{r}$$

$$\tan\ \theta = \frac{y}{x}$$

Si P(x , y) est dans le premier quadrant où $\theta < 90^o$ et x et y sont positifs, toutes les fonctions trigonométriques des angles aigus seront positives.



Si P(x , y) est situé dans le deuxième quadrant, alors θ sera un angle obtus ($90^o < \theta < 180^o$), et la valeur x de P(x , y) sera négative. Toute fonction trigonométrique d'un angle obtus qui sera définie par x sera donc négative.

CALCUL MENTAL

a) Dans le deuxième quadrant, la fonction sin θ sera-t-elle positive ou négative?

b) Dans le deuxième quadrant, la fonction tan θ sera-t-elle positive ou négative?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

Pour tout angle obtus tel que 90º < θ < 180º. On a :

$$\sin\theta = \frac{y}{r} > 0 \text{ car } y > 0$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r} < 0 \text{ car } x < 0$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x} < 0 \text{ car } x < 0 \text{ et } y > 0.$$

1. Utiliser la calculatrice pour remplir le tableau suivant (se servir de signes + et –) :

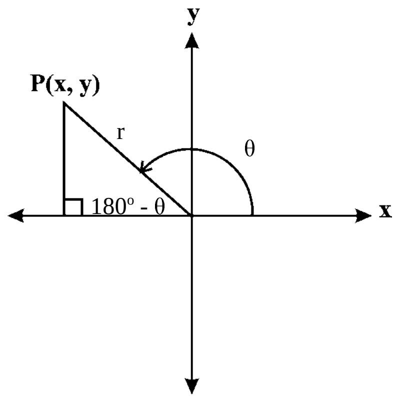
θ	sin θ	cos θ	tan θ
30º 150º			
65º 115º			
89º 91º			

Trouver deux autres paires d'angles qui suivent le même patron.

θ	sin θ	cos θ	tan θ

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

Les élèves devraient découvrir les relations entre les rapports trigonométriques des angles supplémentaires.



2. Trouver la (les) valeur(s) de A ($0^o \leq A \leq 180^o$), quand $\sin A = \frac{1}{2}$.

   Solution : 30^o , 150^o

   Trouver la (les) valeur(s) de A ($0^o \leq A \leq 180^o$), quand $\cos A = \frac{1}{2}$.

   Solution : 60^o

   Trouver la (les) valeur(s) de A ($0^o \leq A \leq 180^o$), quand $\cos A = -\frac{1}{2}$.

   Solution : 120^o

TRAVAIL PRATIQUE

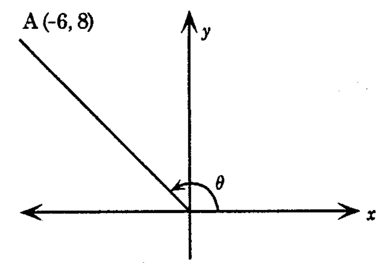
1. Trouve la(les) valeur(s) de θ ($0^o \leq \theta \leq 180^o$), si :

   a) $\sin \theta = \frac{1}{2}$

   b) $\cos \theta = \frac{1}{2}$

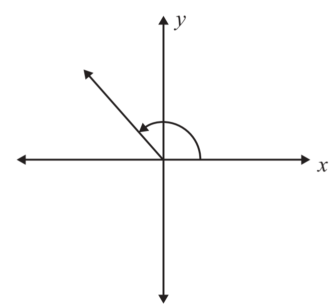
   c) $\tan \theta = 1$

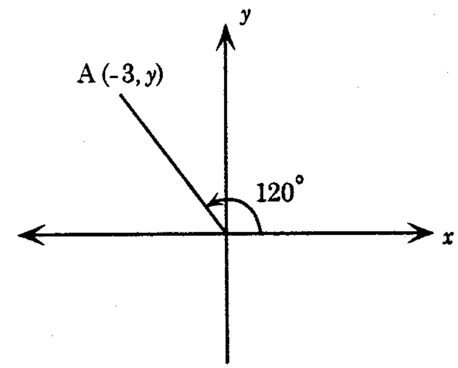
2. Trouve θ



3. Trouve : A (-6, 8)

   a) sin θ
   b) cos θ
   c) tan θ



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
		4. Trouver *y* P(–3 , *y*) 

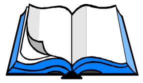
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

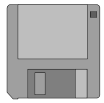
L’élève sera en mesure de/d’ :

4. Appliquer les lois des sinus et des cosinus pour résoudre des problèmes, en excluant les cas ambigus. [L,RP,V]

SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT



- Cours autodidacte; Module 4, leçon 2, 4
- Pré-calcul 20S : exercices cumulatifs



- Cabri-géomètre II
- Cybergéomètre

- **Développer les lois du sinus et cosinus**.

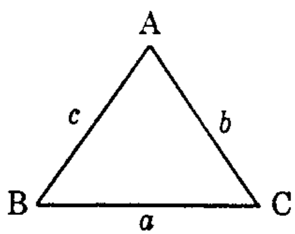
Il y a plusieurs façons de présenter les lois des sinus et consinus. On peut utiliser les logiciels *Cabri-géomètre II ou Cybergéomètre* pour examiner les relations propres aux triangles non rectangles. Par ces logiciels, l’enseignant peut introduire aux élèves la loi des sinus :

$$\frac{\boldsymbol{a}}{\textbf{sin } \boldsymbol{A}} = \frac{\boldsymbol{b}}{\textbf{sin } \boldsymbol{B}} = \frac{\boldsymbol{c}}{\textbf{sin } \boldsymbol{C}}$$

et la loi des cosinus :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \mathrm{A}$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \mathrm{B}$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \mathrm{C}$$

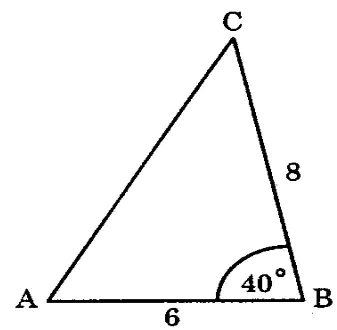
N.B. : On doit étiqueter les angles de triangle avec des lettres majuscules et les côtés opposés avec des lettres miniscules correspondantes.



SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

CALCUL MENTAL

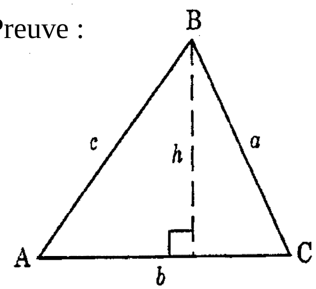
1. Les côtés d’un triangle mesurent 6 cm, 8 cm et 11 cm. Utiliserais-tu la loi des sinus ou la loi des cosinus pour trouver la valeur d’un de ses angles?
2. Soit un $\triangle$ABC, où AB = 6, $\angle$A = 40º et BC = 8. Utiliserais-tu la loi des sinus ou la loi des cosinus pour trouver la valeur de AC?



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

L'enseignant peut faire la preuve de la loi des sinus en utilisant la formule de calcul de l'aire d'un triangle, quand on connaît la longueur de deux côtés et la valeur de l'angle inclu.

Preuve :



Comme l'aire d'un triangle est égale à la moitié du produit de la base par la hauteur, l'aire du triangle ABC est :

$$\text{Aire} = \frac{1}{2}bh$$

Toutefois, $\sin A = \dfrac{h}{c}$

$$\therefore h = c \sin A$$

$$\text{Aire} = \frac{1}{2}bc \sin A$$

L'aire est aussi égale à $\frac{1}{2}ac \sin \text{B}$ ou $\frac{1}{2}ab \sin \text{C}$
étant donné que l'aire est constante, quels que soient les angles ou les côtés utilisés pour la mesurer. Si l'on établit l'égalité entre ces expressions, on obtient :

$$\mathbf{\frac{1}{2}\mathit{bc}\sin A = \frac{1}{2}\mathit{ac}\sin B = \frac{1}{2}\mathit{ab}\sin C}$$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

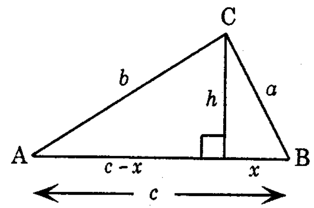
En simplifiant, on obtient :

$$\boxed{\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}}$$

ou

$$\boxed{\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}}$$

Développer la preuve de la **loi des cosinus** en utilisant Pythagore :



Preuve :

$$h^2 = a^2 - x^2$$
$$h^2 = b^2 - (c - x)^2$$
$$\therefore a^2 - x^2 = b^2 - (c - x)^2$$
$$a^2 - x^2 = b^2 - c^2 + 2cx - x^2$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2cx$$

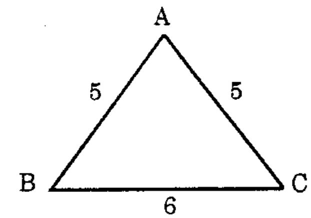
Mais $\cos B = \dfrac{x}{a}$, alors $x = a \cos B$

$$\boxed{b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B}$$

De même
$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$
$c^2 = b^2 + a^2 - 2ab \cos C$

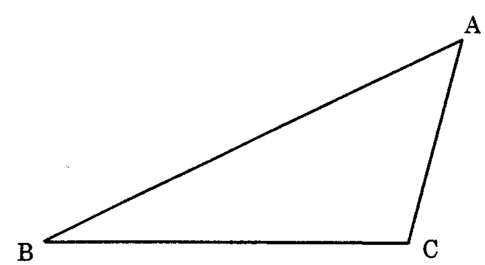
TRAVAIL PRATIQUE

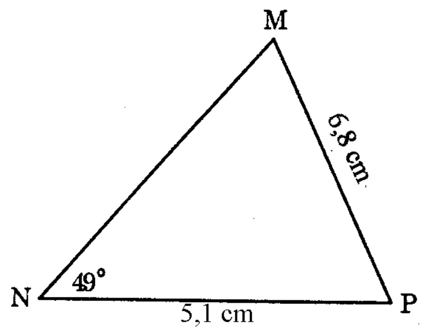
1.

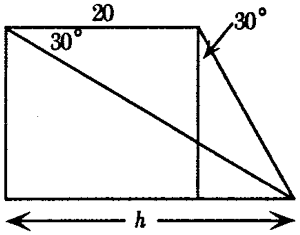


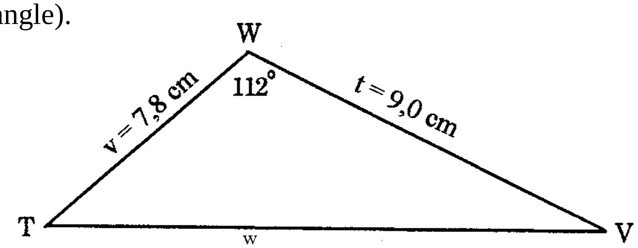
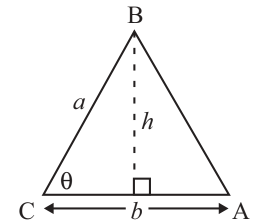
- Trouve ∠A en utilisant la loi des cosinus.
- Dresse la hauteur de A joignant BC à M. Explique pourquoi M est le point milieu de BC.
- Trouve sin ∠BAM. Utilise ce résultat pour trouver la mesure de ∠BAM en degrés.
- Utilise le résultat de c) pour trouver ∠BAC. Compare ton résultat à a) ci-haut.

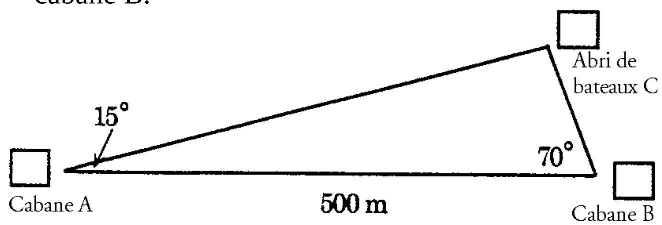
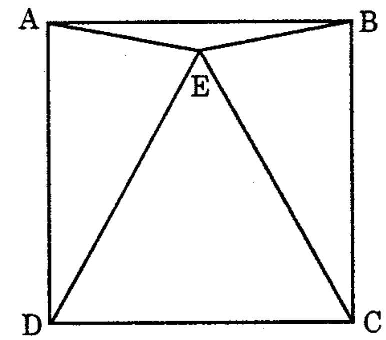
2. Une ligne de transport d’électricité doit passer directement au-dessus d’un étang. La ligne sera soutenue par des poteaux installés aux points A et B. Un arpenteur calcule que la distance entre B et C est égale à 580 m, et qu’il y a 337 m entre A et C; l’angle BCA mesure 105,34º. Quelle est la distance entre le poteau A et le poteau B?



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	Il convient d'expliquer aux élèves que les relations existantes dans un triangle rectangle sont en fait des cas spéciaux de ces lois.	
	Le fait que l'ensemble des conditions géométriques CCC, CAC, ACA déterminent des triangles uniques est une conséquence directe du théorème correspondant de la congruence. Il y a lieu d'intégrer ces éléments à la discussion en classe. Cela offre aussi une autre occasion d'examiner la relation entre la mesure des divers angles et la longueur des divers côtés d'un triangle. Faire remarquer la relation entre les données et la loi utilisée. Exemple, CAC et CCC sont des problèmes utilisant la loi des cosinus.	3. Une jardinière possède un terrain triangulaire mesurant 100 m sur 50 m sur 60 m. Elle veut répandre un engrais pour fleurs et légumes au taux de 1 kg par aire de 10 m^2. Chaque sac d'engrais contient 9 kg. Combien de sacs doit-elle commander?
	1. Résous $\triangle$MNP 	4. Trouve le périmètre d'un terrain triangulaire si deux de ses côtés sont 50 m et 80 m et que l'angle inclus mesure 100°. Arrondis ta réponse au mètre près. 5. Un arpenteur veut calculer la largeur d'une falaise qu'il ne peut traverser. Une droite AB de 200 m est dressée sur un côté de la falaise. Il repère un arbre C sur le côté opposé de la falaise. Si $\angle$CAB = 56,5° et $\angle$ABC = 37,4°, trouve la largeur de la falaise au point C. Arrondis ta réponse au mètre près. 6. Soit $\triangle$GHM où g = 24 cm, h = 9 cm et m = 17 cm. Trouve la mesure de l'angle le plus grand du triangle.

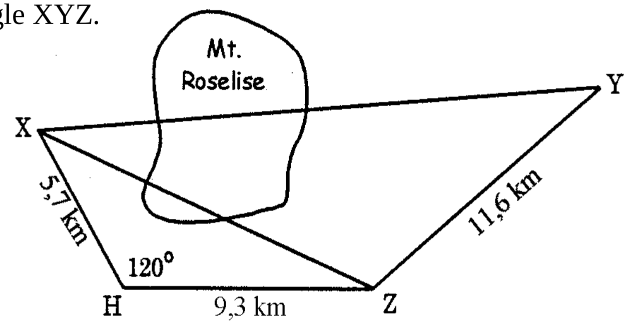
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	Solution : $\frac{m}{\sin M}=\frac{n}{\sin N}$ $\frac{5,1}{\sin M}=\frac{6,8}{\sin 49^o}$ $\sin M=\frac{5,1 \text{ x } \sin 49^o}{6,8}$ $\sin M=0,566\ 032\ 1$ $M=\sin^{-1}0,566\ 032\ 1$ $\angle M=34,5^o$ $\angle P=180-(49+34,5)$ $=96,5^o$ $\frac{p}{\sin P}=\frac{n}{\sin N}$ $\frac{p}{\sin 96,5^o}=\frac{6,8}{\sin 49^o}$ $p=\frac{6,8 \text{ x } \sin 96,5^o}{\sin 49^o}$ $p=8,95$ cm ou 9,0 cm arrondi à 1 décimale près	7. Trouve la valeur de h. Quelles hypothèses doivent être posées afin de trouver h?  8. D'une fenêtre située au 12e plancher, Jean observe une bouche d'incendie à un angle de dépression de 20°. Descendant au 10e plancher et d'un point 18 m sous le premier point d'observation, il observe que l'angle de dépression à la même bouche d'incendie est de 12°. Quelle est la distance entre la bouche d'incendie et la base de l'édifice. (Arrondis ta réponse au mètre près.) 9. David aperçoit un oiseau sur le toit d'une école à un angle d'élévation de 35°. Il se rapproche de 15 m de l'école et la mesure de l'angle d'élévation devient 40°. A quelle hauteur du sol se situe l'oiseau? (Assume que le sol est au niveau et que David s'approche directement vers l'école.)

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	2. Trouver les valeurs manquantes dans le $\triangle$TWV (Résolution du triangle).  $w^2 = t^2 + v^2 - 2tv \cos W$ $w^2 = 9^2 + (7{,}8)^2 - 2\,(9)\,(7{,}8) \cos 112$ $w^2 = 141{,}84 + 52{,}59$ $w^2 = 194{,}434\ 77$ $w = 13{,}9$ cm $\frac{t}{\sin T} = \frac{w}{\sin W}$ $\frac{9}{\sin T} = \frac{13{,}9}{\sin 112}$ $\sin T = 0{,}6$ $\angle T = \sin^{-1} 0{,}6$ $\angle T = 36{,}9^\circ$	10. Prouve que l'aire de ce triangle est $A = \frac{1}{2} ab \sin \theta$.  (Indice: Démontre d'abord que $h = a \sin \theta$.) Cette formule peut être utilisée pour trouver l'aire d'un triangle si le postulat CAC est fourni. 11. Un voilier quitte le port de Gibson's Landing dans la direction 57° à l'ouest du sud. Après avoir parcouru 8 km, le navire vire de bord et file dans la direction 31° à l'est du sud pour 5 km. a) À quelle distance le voilier se trouve-t-il alors de Gibson's Landing? b) Quel cap devrait-il suivre pour retourner au quai à Gibson's Landing?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	3. Deux cabanes sont situées sur la même rive d'un cours d'eau, à 500 m l'une de l'autre. Un abri pour bateaux se trouve de l'autre côté de la rivière, entre les deux cabanes. C'est ce qu'illustre le diagramme figurant ci-après. Trouver la distance entre l'abri et la cabane B.  Solution : $\dfrac{BC}{\sin A} = \dfrac{AB}{\sin C}$ $\dfrac{BC}{\sin 15°} = \dfrac{500\ \text{m}}{\sin\ 90°}$ $BC = \dfrac{500 \times \sin\ 15°}{\sin\ 95°}$ $= 129{,}903\ \text{m}$ La distance est approximativement 130 mètres.	12. Le quadrilatère ABCD est un carré de 8 cm de côté. Le point E est situé à l'intérieur du carré, de sorte que ∠EAB = ∠EBA = 10º. Trouve la longueur de DE.  13. Un agriculteur a un champ de forme triangulaire. Il y a respectivement 530 m et 750 m du premier coin au second et du premier au troisième. L'angle entre l'horizontale et la ligne de visée depuis le premier jusqu'au second et depuis le premier jusqu'au troisième mesure 53º. Trouve le périmètre et l'aire du champ.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

4. On doit construire un tunnel dans la montagne pour relier les villes X et Y. On ne peut voir la ville X ni depuis la ville Y ni depuis la ville Z. Cette dernière est située à 11,6 km de la ville Y. Le point H est à 9,3 km de Z et à 5,7 km de X. L'angle XHZ = 120º et l'angle HZY = 140º. Trouver la longueur XY et la valeur de l'angle XYZ.



Solution :

Utilisant la loi des cosinus :

$$
\begin{aligned}
(XZ)^2 &= (5,7)^2 + (9,3)^2 - 2(5,7)(9,3)\ \cos\ 120^{o} \\
&= 32,49 + 86,49 + 53,01 \\
&= 171,99 \\
XZ &= 13,1\ \text{km}
\end{aligned}
$$

Utilisant la loi des sinus :

$$
\begin{aligned}
\frac{5,7}{\sin\ XZH} &= \frac{13,1}{\sin\ 120^{o}} \\
\sin\ XZH &= \frac{5,7\ x\ \sin\ 120^{o}}{13,1} \\
\sin\ \angle XZH &= 0,376\,820\,2 \\
\angle XZH &= 22,14^{o}\ \text{(arrondi à 2 décimales près)} \\
\angle XZH &= 140 - 22,14^{o} \\
&= 117,86^{o}
\end{aligned}
$$

INSCRIPTION AU JOURNAL

1. Recherche la formule d'Heron dans des livres de mathématiques. Cette formule pourrait être utilisée pour trouver l'aire d'un triangle lorsque le postulat CCC est donné.
2. Tu te trouves à une extrémité (A) d'une caverne, et ton amie à l'autre extrémité (B). Une distance de 50 m vous sépare. Chacun de vous repère un point (C) au plafond de la caverne; l'angle que forme l'horizontale et la droite AC est de 71º et celui que forme l'horizontale et la droite BC est de 62º. Le point C se trouve directement au-dessus de la droite horizontale reliant A et B. Dessine un diagramme et trouve la hauteur au point C.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION
	Utilisant la lois des cosinus : $$\begin{aligned}(XY)^2 &= (13{,}1)^2 + (11{,}6)^2 - 2(13{,}1)(11{,}6)\cos 117{,}86^{\circ}\\ &= 171{,}61 + 134{,}56 + 142{,}03\\ &= 448{,}2\\ XY &= 21{,}17\text{ km}\end{aligned}$$	

D - Exposants et radicaux

C	COMMUNICATION	RP	RÉSOLUTION DE PROBLÈMES
L	LIENS	R	RAISONNEMENT
E	ESTIMATION ET CALCUL MENTAL	T	TECHNOLOGIE
		V	VISUALISATION

Résultats d'apprentissage généraux

- **expliquer et illustrer la structure et les interrelations des ensembles de nombres dans le système des nombres réels**
- **utiliser des valeurs exactes, des opérations de base et des opérations algébriques sur les nombres réels pour résoudre des problèmes**

La deuxième unité en algèbre est celle des exposants et des radicaux. Dans la présente unité, on s'attend à ce que les élèves appliquent des connaissances acquises antérieurement dans la partie Puissances et exposants du cours Mathématiques - Secondaire 1.

Ce sujet comprend classer des nombres réels comme étant des nombres naturels, entiers, relatifs, rationnels ou irrationnels;

❖ utiliser des valeurs approximatives ou exactes de nombres irrationnels;
❖ utiliser les lois exponentielles avec des exposants rationnels;
❖ exécuter des opérations sur des nombres irrationnels monomiaux et binomiaux qui donnent des approximations exactes ou décimales.

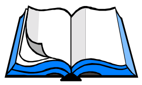
Pratiques d'enseignement

Dans le but de tenir compte des différents styles d'apprentissage, les enseignants devraient envisager diverses pratiques d'enseignement et stratégies de résolution de problèmes, notamment donner une perspective historique de la mise au point des divers systèmes de numération;

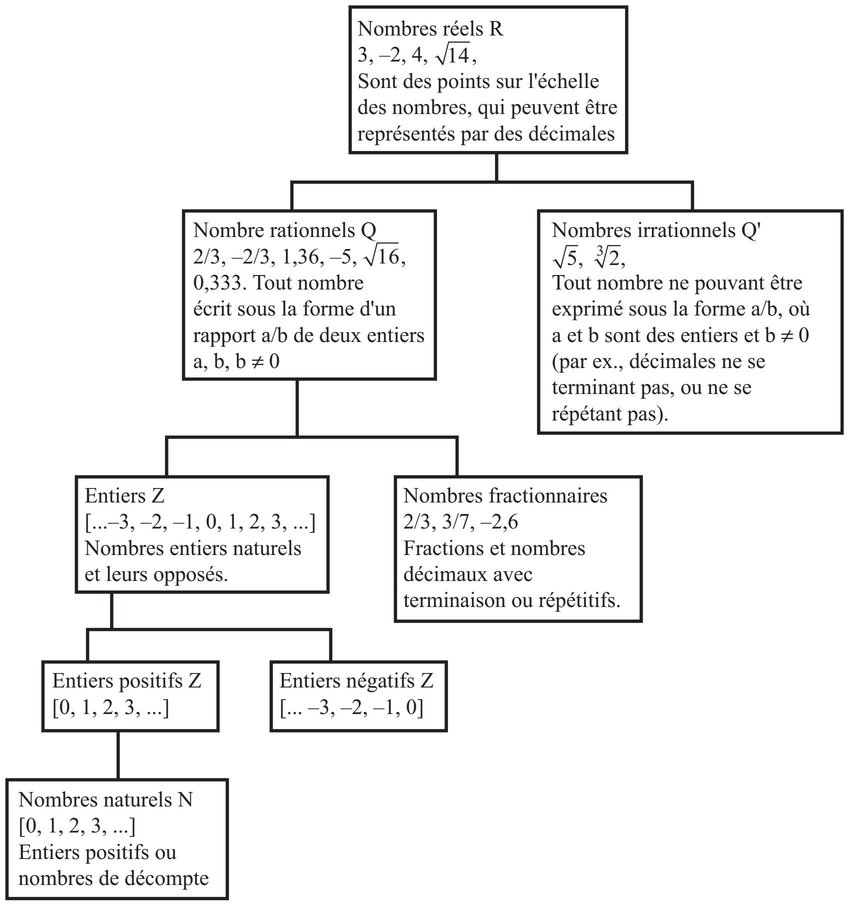
❖ inciter les élèves à décrire tant de vive voix que par écrit les aptitudes ou les processus qu'ils utilisent;
❖ s'assurer que les élèves savent à quel moment une réponse exacte est appropriée et à quel moment on peut approximer une réponse;
❖ s'attendre à ce que les élèves appliquent plus d'une loi exponentielle à la fois;
❖ s'attendre à ce que les élèves simplifient les radicaux à leur forme exacte la plus simple;
❖ inciter les élèves à recourir au calcul mental pour résoudre des problèmes et n'inclure que les étapes écrites qui leur sont nécessaires.

Matériel : calculatrices

Durée : 13 heures

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION
L'élève sera en mesure de/d' : 1. Classifier en nombres naturels, entiers, entiers positifs, nombres rationnels et irrationnels, et montrer que ces ensembles sont inclus dans le système des nombres réels. [C,R,V]	 • Cours autodidacte, Module 2 , leçon 1 • Pré-calcul 20S : exercices cumulatifs • **Apprendre la notion appropriée pour les différents ensembles de nombres.** Ce thème se prête à un examen historique des mathématiques; pouvoir comprendre le rôle de ces dernières et des diverses disciplines où elles sont employées : sciences physiques, sciences de la vie, sciences sociales et sciences humaines. Les nombres ont été inventés par l’être humain; ce ne sont pas des symboles qu’il a découvert.	

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION
	Les nombres réels sont ainsi appelés parce qu’ils servent à faire des actions concrètes (mesurer, compter, etc.). Les nombres réels peuvent tous être situés sur une échelle des nombres. Les nombres définis dans	



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	Une discussion peut aussi avoir lieu sur le rôle important des symboles dans l'étude des mathématiques. L'utilisation incorrecte des symboles et de la langue risque d'aboutir à l'utilisation incorrecte des mathématiques. Employer des symboles pour représenter des ensembles de nombres. **N = {0, 1, 2, 3, ...}** **Ensemble des nombres naturels** **Z^+ = {0, 1, 2, 3, ...}** **Ensemble des nombres entiers positifs** **Z = {...-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...}** **Ensemble des entiers** **Q = $\{ \frac{a}{b} \mid (a, b) \in Z,\ b \neq 0\}$** **Ensemble des nombres rationnels** **Q' = Ensemble des nombres irrationnels** **ex.: $\sqrt{2}$, π , e...** **R = Q $\cup$ Q'** **Ensemble des nombres réels.**	

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

- **Classifier les nombres et choisir le symbole approprié des ensembles.**

Exemples :

1. Placer chacun des nombre donnés ci-après dans l'espace approprié :

   a) $\frac{2}{3}$ b) 5 c) $\sqrt{2}$

   d) -6 e) 0 f) π

   g) $\frac{-1}{2}$ h) $\sqrt{10}$ i) 1,121112...

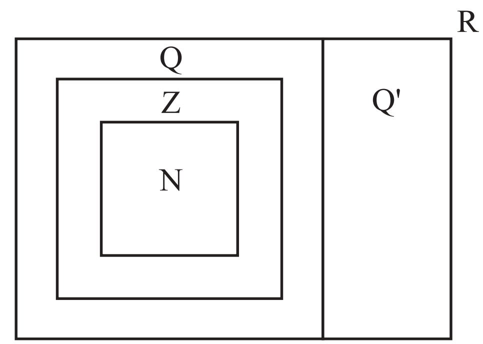
   j) $-\sqrt{\frac{1}{3}}$

2. Explique la différence qu'il y a entre les nombres rationnels et les nombres irrationnels.

3. Explique pourquoi le nombre 1,1121112111112... est irrationnel.

INSCRIPTION AU JOURNAL

Montre qu'un nombre réel donné, par exemple est rationnel ou irrationnel.



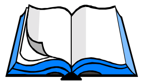
R = ensemble des nombres réels
Q' = ensemble des nombres irrationnels
Q = ensemble des nombres rationnels
Z = ensemble des entiers
Z^+ = ensemble des nombres entiers positifs
N = ensemble des nombres naturels

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION
L’élève sera en mesure de/d’ :	• Cours autodidacte, Module 2, le¸on 1 • Pré-calcul 20S : exercices cumulatifs	
2. Utiliser des représentations approximatives des nombres irrationnels. [R,T]	• **Savoir quand donner la réponse exacte et quand donner la réponse approximative.** Exemples : 1. Utiliser une calculatrice pour trouver une valeur approximative de $\sqrt{8}$ à quatre décimales près. Faire de même pour $2\sqrt{2}$ et expliquer les résultats. Répéter l’exercice pour $2\sqrt{8}$. 2. Comparer les résultats obtenus en utilisant des valeurs approximatives différentes de $\sqrt{2}$ dans des calculs. a) calculer $\sqrt{2}\times\sqrt{2}$, comme étant 1,4 × 1,4; b) calculer $\sqrt{2}\times\sqrt{2}$, comme étant 1,41 × 1,41.	

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

L'élève sera en mesure de/d' :

3. Expliquer les lois des exposants et les appliquer à des nombres et à des variables avec des exposants rationnels. [C,E]



- Cours autodidacte, Module 1, leçon 4 et Module 2, leçons 1, 2, 3, 4
- Le succès à la portée de tous les apprenants : manuel concernant l'enseignement différentiel.

Vient ci-après une liste des propriétés des exposants que nous avons étudiés au Secondaire I.

Note : Voir Le succès à la portée de tous les apprenants : Manuel concernant l'enseignement différentiel, p. 6.20 pour les stratégies de rappel des connaissances antérieures.

Soit *a* et *b* des nombres réels, et *m* et *n*, des entiers :

- $\left(a^m\right)\left(a^n\right)=a^{m+n}$
- $\left(a^n\right)^m=a^{mn}$
- $\left(ab\right)^m=a^m b^m$
- $a^{-m}=\dfrac{1}{a^m}\,;\quad a\neq 0$
- $a^0=1\,;\quad a\neq 0$
- $\dfrac{a^m}{a^n}=a^{m-n}\,;\quad a\neq 0$
- $\left(\dfrac{a}{b}\right)^m=\dfrac{a^m}{b^m}\,;\quad b\neq 0$

CALCUL MENTAL

1. Résous et simplifie.
   a) a^0
   b) 5^0
   c) $5^2\cdot 2^2$
   d) $\dfrac{5^4}{5^2}$
   e) $\dfrac{2^5}{2^2}$
   f) $\dfrac{2^{-1}}{2^5}$

2. Résous et simplifie.
   a) $a^2\cdot a^7$
   b) $a^3\cdot a^{-4}$
   c) $\left(a^2\right)^7$
   d) $\dfrac{a^5\cdot a^7}{a^4}$
   e) $\dfrac{a^{-1}\cdot a^5}{a^{-2}}$
   f) $\left(a^{1/2}\right)^3$
   g) $\dfrac{a^{\frac{1}{2}}\cdot a^3}{a^{\frac{3}{2}}}$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

- **Appliquer la loi $(a^m)(a^n) = a^{m+n}$ aux exposants rationnels.**

$$(4^{\frac{1}{2}})(4^{\frac{1}{2}}) = 4^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}} = 4^1 = 4$$

$$(\sqrt{4}\cdot\sqrt{4}) = 4$$

$$\text{alors, } 4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4}$$

$$(a^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}}) = a^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}} = a \quad \text{et } \sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$$

$$\boxed{\text{alors, } \quad a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a} \quad ; \quad a \geq 0}$$

$$\mathbf{(5^{\frac{1}{3}})(5^{\frac{1}{3}})(5^{\frac{1}{3}}) = 5^{\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}} = 5^{\frac{3}{3}} = 5^1 \text{ ou } 5}$$

$$\textbf{Et comme } (\sqrt[3]{5})(\sqrt[3]{5})(\sqrt[3]{5}) = 5$$

$$\textbf{alors, } 5^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{5}$$

$$(a^{\frac{1}{3}})(a^{\frac{1}{3}})(a^{\frac{1}{3}}) = a^{\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}} = a \quad \text{et } (\sqrt[3]{a})(\sqrt[3]{a})(\sqrt[3]{a}) = a$$

$$\textbf{alors, } a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a}$$

$$\boxed{a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \qquad (n^{\text{ème}} \text{ racine de } a)}$$

TRAVAIL PRATIQUE

1. Quelle valeur est la plus grande : 2^{333}, ou 3^{222}?

2. Si c'est possible, écris les valeurs suivantes à la puissance de 3 :

   $81 \cdot (3^5)^4 \cdot 6^o$

3. Quelle est la valeur de x dans $3^{x-1} = 1$

4. Simplifie :

   a) $3^3 \cdot 3^3 =$

   b) $(4^3)^5 =$

   c) $(x^{-2})(x^{-1}) =$

   d) $a^6 \div a^2 =$

   e) $(4^{½})(4^{¾}) =$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	$a^{1/n}$ existe toujours si n est un nombre entier impair. Si n est un nombre entier pair, $a^{1/n}$ n'existe que si a est positif. Si $(a^m)^n = a^{mn}$ demeure valide pour les exposants fractionnaires, $4^{\frac{3}{2}} = (4^{\frac{1}{2}})^3 = (\sqrt{4})^3 = 2^3 = 8$ En général, $\boxed{\boldsymbol{a^{\frac{m}{n}} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m = (\sqrt[n]{a})^m}}$ Si n est pair, $a \geq 0$. [Remarque : l'exposant m/n doit être sous sa forme réduite, autrement $(-8)^{2/6} = ((-8)^2)^{1/6}$, ce qui est un nombre positif et $(-8)^{1/3} = \sqrt[3]{-8} = -2$, qui est un nombre négatif.] $\boxed{\begin{array}{l}\sqrt[n]{a} = b \text{ si } b^n = a \\ \text{Si } n \text{ est pair, alors } a \geq 0\end{array}}$ $\sqrt[n]{a}$ est appelé radical, et b est appelé $n^{\text{ième}}$ racine principale de a. $\underbrace{\mathbf{4^3 = 64,}}_{\textbf{forme exponentielle}}$ alors $\underbrace{\mathbf{\sqrt[3]{64} = 4}}_{\textbf{forme radicale}}$	***CALCUL MENTAL*** 1. Trouve la valeur de : a) $(-125)^{½}$ b) $81^{¼}$ c) $-(16^{½})$ d) $125^{-1/3}$ e) $9^{3/2}$ 2. Simplifie : a) $x^{½} \bullet x^{1/6}$ b) $(9^{⅓})^{3/2}$ c) $\sqrt[3]{\sqrt{8}}$ d) $16^{-5/4}$ e) $\sqrt[3]{64^2}$ ***INSCRIPTION AU JOURNAL*** 1. Pourquoi est-il possible d'extraire la racine cubique d'un nombre négatif, mais non sa racine carrée?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	1. Convertir $\sqrt[4]{x^3}$ à la forme exponentielle. Solution : $x^{\frac{3}{4}}$ 2. Convertir $7^{2/3}$ à la forme radicale. Solution : $(\sqrt[3]{7})^2$ *ou* $\sqrt[3]{7^2}$ 3. Évaluer. Laisser la réponse sous la forme fractionnaire. *Exemple :* $32^{2/5} = \left(\sqrt[5]{32}\right)^2$ $= 2^2$ $= 4$ a) $4^{-½}$ b) $(-100)^{½}$ c) $(-27)^{\frac{1}{3}}$ d) $(-27)^{-\frac{1}{3}}$ e) $32^{-3/5}$ f) $125^{\frac{2}{3}}$ Solutions : a) $\frac{1}{2}$ b) impossible c) –3 d) $-\frac{1}{3}$ e) $\frac{1}{8}$ f) 25	***CALCUL MENTAL*** 1. Convertis les expressions suivantes à la forme exponentielle : a) $\sqrt{6}$ b) $\sqrt[3]{2}$ c) $\sqrt{2^3}$ d) $\sqrt[4]{1/2}$ e) $\sqrt[5]{x^3}$ f) $\sqrt{9x^5}$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

4. Remplir les blancs :

a) $8^{[\ \ ]} = 2$ b) $[\ \ ]^{\frac{2}{3}} = 9$

c) $4^{[\ \ ]/2} = 32$ d) $\left(x^{[\ ]}\right)\left(x^{\frac{1}{3}}\right) = x^{\frac{5}{6}}$

Solutions :

$$a)\ (8)^x = 2^1 \qquad 3x = 1 \qquad x = \frac{1}{3}$$

$$b)\ x^{\frac{2}{3}} = 3^2 \qquad \left(\sqrt[3]{x}\right)^2 = 3^2 \qquad \sqrt[3]{x} = 3 \qquad x = 27$$

$$c)\ 4^{\frac{x}{2}} = 32 \qquad \left(2^2\right)^{\frac{x}{2}} = 2^5 \qquad x = 5$$

$$d)\ x^a \cdot x^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{5}{6}} \qquad x^{a+\frac{1}{3}} = x^{\frac{5}{6}} \qquad a + \frac{1}{3} = \frac{5}{6} \qquad a = \frac{1}{2}$$

5. Simplifier :

a) $\dfrac{\left(x^{2/3}\right)\left(x^{1/3}\right)}{x^{1/6}}$ b) $\dfrac{\left(y^{1/2}\right)^3}{\left(4y^4\right)^{1/2}}$ c) $\left(\dfrac{x^4 + y^2x^3}{x^2}\right)^{1/2}$

d) $\sqrt[5]{x^3} \cdot \sqrt[3]{x^2}$ e) $\sqrt[3]{8\sqrt{x^2}}$ f) $\sqrt[3]{\sqrt[2]{3x^5}}$

g) $\dfrac{\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[4]{x}}$ h) $\dfrac{\sqrt{16^{33}\sqrt{x^2}}}{\sqrt[3]{64x^4}}$

TRAVAIL PRATIQUE

1. Convertis les valeurs suivantes à la forme radicale :
   a) $8^{1/2}$
   b) $x^{2/5}$
   c) $\left(\dfrac{1}{x}\right)^{-\frac{3}{2}}$
   d) $\dfrac{1}{y^2}$
   e) $\dfrac{4}{x^{-\frac{3}{4}}}$

2. Évalue : laisse le résultat sous la forme fractionnaire.
   a) $\left(\dfrac{8}{27}\right)^{-\frac{2}{3}}$
   b) $\left(\dfrac{18}{50}\right)^{-\frac{1}{2}}$
   c) $\left(\dfrac{1}{9}\right)^{-1.5}$
   d) $\left(\dfrac{81}{16}\right)^{-0.75}$
   e) $25^{½} – 8^{4/3}$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	Solutions : a) $\dfrac{x^{\frac{2}{3}}\ x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{6}}} = \dfrac{x^{\frac{2}{3}+\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{6}}} = \dfrac{x}{x^{\frac{1}{6}}} = x^{1-\frac{1}{6}} = x^{\frac{5}{6}}$ b) $\dfrac{\left(y^{\frac{1}{2}}\right)^3}{\left(4y^4\right)^{\frac{1}{2}}} = \dfrac{y^{\frac{3}{2}}}{4^{\frac{1}{2}} \bullet y^2} = \dfrac{y^{\frac{3}{2}}}{2y^2} = \dfrac{y^{\frac{3}{2}-2}}{2} = \dfrac{y^{\frac{-1}{2}}}{2} = \dfrac{1}{2y^{\frac{1}{2}}}$ *ou* $\dfrac{1}{2\sqrt{y}}$ c) $\left(\dfrac{x^4+y^2x^3}{x^2}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(x^2+y^2x\right)^{\frac{1}{2}}$ *ou* $\sqrt{x^2+y^2x}$ d) $\sqrt[5]{x^3}\ \sqrt[3]{x^2} = x^{\frac{3}{5}}\ x^{\frac{2}{3}} = x^{\frac{19}{15}}$ e) $\sqrt[3]{8\sqrt{x^2}} = \left(8\sqrt{x^2}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(2^3x\right)^{\frac{1}{3}} = 2x^{\frac{1}{3}}$ ou $2\sqrt[3]{x}$ **Remarque : Les problèmes f), g) et h) font partie de la matière d'enrichissement.**	3. Remplis les blancs : a) $\dfrac{x^{[\ \ ]}}{x^{\frac{1}{2}}} = x^2$ b) $\left(\left(x^{\frac{1}{2}}\right)^{[\ ]}\right)^2 = x^5$ 4. Si $\dfrac{\left(x^{2N}\right)^5 \bullet x^4}{x^3}$ a une forme réduite équivalente à x^{23}, donnez la valeur de N.

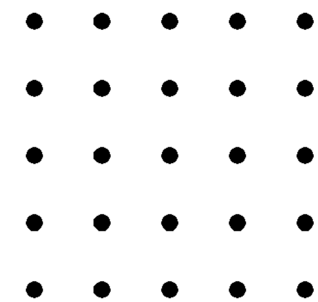
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	Remarque : Utiliser les propriétés des exposants pour résoudre des équations exponentielles. L'équation $2^x = 32$ est dite *équation exponentielle*, car l'inconnue est un exposant. Résoudre une telle équation en exprimant les deux membres en tant que puissance de la même base, puis en faisant la correspondance entre les deux puissances. 6. Résoudre : a) $2^x = 32$ $2^x = 2^5$ $x = 5$ b) $4^{2x+1} = 16^{-3}$ c) $9^{x+1} = 27$ d) Le nombre d'insectes d'une colonie double tous les mois. S'il y a maintenant 250 insectes, combien de temps faudra-t-il pour que la population atteigne 8 000? Solutions : *b*) $4^{2x+1} = \left(4^2\right)^{-3}$ $4^{2x+1} = 4^{-6}$ $2x+1=-6$ $2x=-7$ $x=\frac{-7}{2}$ *c*) $\left(3^2\right)^{x+1} = 3^3$ $3^{2x+2} = 3^3$ $2x+2=3$ $2x=1$ $x=\frac{1}{2}$ *d*) $250 \cdot 2^x = 8\ 000$ $\frac{250 \cdot 2^x}{250} = \frac{8\ 000}{250}$ $2^x = 32$ $x = 5$	

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	7. Le volume d'un cube est égal à 216 m^3. Trouver la longueur de son arête. Solution : Soit x = la longueur de l'arête x^3 = volume du cube $x^3 = 216$ $x = \sqrt[3]{216}$ $x = 6$ La longueur de l'arête est 6 m. 8. Le volume d'un cylindre est donné par la formule $V = \pi r^2 h$. La hauteur d'un cylindre dont le volume est égal à 100 m^3 mesure 5 m. Utiliser la calculatrice pour trouver le rayon de la surface circulaire, à deux décimales près. Trouver l'aire totale du cylindre. Solution : $V = \pi r^2 h$ $100 = \pi r^2 (5)$ $\frac{100}{5\pi} = r^2$ $r = \sqrt{\frac{100}{5\pi}}$ $r = 2{,}52$ mètres b) $A = 2\pi r^2 + 2\pi rh$ $= 2\pi(2{,}52)^2 + 2\pi(2{,}52)5$ $A = 119{,}07$ m^2	

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	9. Trouver x : $2^x + 2^x + 2^x + 2^x = 2^{2x-2}$ Solution: $2^x(4) = 2^{2x-2}$ $2^x \cdot 2^2 = 2^{2x-2}$ $2^{x+2} = 2^{2x-2}$ $x + 2 = 2x - 2$ $x = 4$	***TRAVAIL PRATIQUE*** 1. Si $c^d = 3$, alors à quoi l'expression c^{4d} est-elle égale? 2. Quel sera le dernier chiffre du nombre représenté par 77^{77} ? 3. Simplifie et explique comment les deux fractions suivantes sont reliées entre elles : $\frac{(5-2)^{1/2}}{5^{1/2} - 2^{1/2}}$ et $\frac{5^{1/2} - 2}{(5-2)^1}$ 4. Si $2^x = 8^5$, quelle est la valeur de x? 5. $x^a \cdot x^b =$ 6. Montre que $\left(\sqrt[3]{-8}\right)x = -2x$. 7. Trouve une expression équivalente de $\sqrt[3]{\sqrt{3x^5}}$ en te servant d'exposants. 8. Trouve l'aire d'un rectangle donné, puis trouve la longueur d'un côté d'un carré ayant la même aire.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

9. Le panneau-figures (*geoboard*) 5×5 montré dans le diagramme peut servir à construire des carrés dont l’aire correspond à un nombre entier positif. On peut construire les côtés des carrés en joignant les points sur les plans horizontal, vertical ou diagonal. Quelles aires de cette nature peut-on construire? Justifie tes réponses avec les calculs et les dessins appropriés.



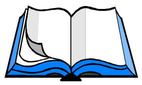
10. (suite du no 9) Trouver dans un manuel de mathématiques la formule de Pick qui te permettra de déterminer l’aire de n’importe quel polygone sur un panneau-figures en comptant les points intérieurs et les points frontaliers.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION
L’élève sera en mesure de/d’ : 4. Communiquer les directives utilisées afin de résoudre un problème arithmétique. [C]	• Cours autodidate, Module 2 , leçon 1 • Pré-calcul 20S : exercices cumulatifs • **Il est important que les élèves aient l’opportunité de pratiquer leurs habiletés langagières en mathématiques.** Des exemples avec ces compétences mises en pratique sont donnés au long de ce document. 1. Expliquer comment trouver la racine carrée de l’inverse d’un nombre, avec la calculatrice. Solution : Pour calculer la racine carrée de la réciproque d’un nombre, peser ce nombre sur la calculatrice, peser la touche réciproque (1/*x*) et ensuite appuyer la touche √ . Appuyer : $\boxed{2}$ $\boxed{1/x}$ $\boxed{\sqrt{\ }}$ Certaines calculatrices sont différentes. Par exemple, sur une calculatrice scientifique Sharp : Appuyer : $\boxed{2}$ $\boxed{\text{2nd F}}$ $\boxed{\text{exp}}$ $\boxed{\text{2nd F}}$ $\boxed{x^2}$ Demander aux élèves combien de différentes façons leur calculatrice peut-elle accomplir cette tâche.	***TRAVAIL PRATIQUE*** Expliquer comment résoudre le problème suivant : Trouver la racine carrée de la somme de la différence entre 8 et –4 et de la différence entre –1 et 6.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

L'élève sera en mesure de/d' :

5. Effectuer les opérations sur les nombres irrationnels sous forme de monôme ou de binôme, en utilisant les valeurs exactes. [E]



- Cours autodidacte, Module 1, leçons 4, 5, 6
- Pré-calcul 20S : exercices cumulatifs

- **Simplifier des radicaux s'ils ne sont pas exprimés dans leur forme la plus simple.**

Demander aux élèves de simplifier les radicaux s'ils ne sont pas exprimés dans leur forme la plus simple. Grâce à des exercices de calcul mental, arriver à savoir spontanément le carré des nombres 1 à 25 inclusivement.

etc. sont des expressions présentées sous leur forme la plus simple, mais non car cette valeur contient le carré parfait d'un nombre :

a) $\sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{4}\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

b) $\sqrt{32} = ?$

$$\sqrt{16 \bullet 2} = \sqrt{16} \bullet \sqrt{2}$$
$$= 4 \bullet \sqrt{2}$$

$$\boxed{\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}, \text{ si } a \geq 0,\ b \geq 0}$$

1. Simplifier :

$a)\ \sqrt{50}$ $\quad b)\ \sqrt{98}$ $\quad c)\ \sqrt{36c^4y^2}$ $\quad d)\ \sqrt{24x^3y^5}$

Solutions :

$a)\ \sqrt{50} = \sqrt{25}\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

$b)\ \sqrt{98} = \sqrt{49}\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$

$c)\ \sqrt{36c^4y^2} = 6c^2y$

$d)\ \sqrt{24x^3y^5} = \sqrt{4x^2y^4}\sqrt{6xy} = 2xy^2\sqrt{6xy}$

CALCUL MENTAL

1. Simplifie :

a) $\sqrt{49}$
b) $\sqrt{72}$
c) $\sqrt{98}$
d) $\sqrt{128}$

2. Additionne :

a) $\sqrt{29} + \sqrt{29}$
b) $\sqrt{29} + \sqrt{58}$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

Pour additionner ou soustraire des radicaux, il faut que chacun d’eux soit exprimé sous sa forme la plus simple; alors, on peut combiner les radicaux semblables.

2. a) $\sqrt{12}+\sqrt{27}=\sqrt{4\cdot 3}+\sqrt{9\cdot 3}=2\sqrt{3}+3\sqrt{3}=5\sqrt{3}$

   b) $6\sqrt{x}+2\sqrt{x^3}=6\sqrt{x}+2\sqrt{(x^2)(x)}=6\sqrt{x}+2x\sqrt{x}=(6+2x)\sqrt{x}$

Autres cas :

a) $\sqrt{12}+2\sqrt{8}-3\sqrt{75}+\sqrt{2}$

b) Trouver la valeur des coefficients numériques A et B manquants:

$$3\sqrt{3}+A\sqrt{12}-B\sqrt{8}=\sqrt{75}-\sqrt{32}$$

c) $2\sqrt{x^5}=2\sqrt{\left(x^4\right)(x)}=2x^2\sqrt{x}$

Quand on multiplie des radicaux,

$$\boxed{\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}\quad \text{pour } a\geq 0 \text{ et } b\geq 0}$$

INSCRIPTION AU JOURNAL

Hier, vous avez appris que $\sqrt{48}=4\sqrt{3}$. Votre copine était absente et vous demande de lui montrer comment on arrive à ce résultat. Écris quelques phrases pour dire comment tu lui expliquerais le raisonnement à faire.

TRAVAIL PRATIQUE

1. Simplifie :
   a) $\sqrt{100x^4y^6}$
   b) $\sqrt[3]{27a^3b^6}$
   c) $\sqrt[5]{-32a^5}$
   d) $\sqrt{37\mathrm{a}^2}$
   e) $\sqrt{3a^3b}$

2. Montre que $\sqrt{2}+\sqrt{8}=3\sqrt{2}$.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

La multiplication des radicaux s'apparente à celle des polynômes.

Simplifier la quantité figurant sous le signe du radical.

3. a) $\left(3\sqrt{2}\right)\left(4\sqrt{5}\right)=(3)\left(4\sqrt{(2)(5)}\right)=12\sqrt{10}$

b) Développer et simplifier :

$$\begin{aligned}3\sqrt{10}\,(\sqrt{2}+2\sqrt{5}) &= 3\sqrt{20}+6\sqrt{50}\\ &= 3\sqrt{4}\sqrt{5}+6\sqrt{25}\sqrt{2}\\ &= 6\sqrt{5}+30\sqrt{2}\end{aligned}$$

c) Développer et simplifier :

$$\begin{aligned}\left(3\sqrt{5}+4\sqrt{2}\right)\left(4\sqrt{5}-3\sqrt{2}\right) &= (12)(5)-9\sqrt{10}+16\sqrt{10}-(12)(2)\\ &= 60+7\sqrt{10}-24=36+7\sqrt{10}\end{aligned}$$

d) Simplifier :

$$\begin{aligned}&\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)^2\\ &=5+2-2\sqrt{10}\\ &=7-6\sqrt{16}\end{aligned}$$

e) Simplifier :

$$\begin{aligned}&\left(\sqrt{6}-2\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{6}+2\sqrt{3}\right)\\ &=6-12\sqrt{3}-4\sqrt{3}-12\\ &=-6-16\sqrt{3}\end{aligned}$$

f) Trouver l'aire d'un carré dont le périmètre est égal à : $\left(12\sqrt{3}+16\right)$ cm.

côté : $\dfrac{12\sqrt{3}+16}{4}=3\sqrt{3}+4$

aire $=\left(3\sqrt{3}+4\right)^2=27+16+24\sqrt{3}=43+24\sqrt{3}$

3. Classe les valeurs suivantes dans l'ordre croissant:

$7,\ 2\sqrt{13},\ 3\sqrt{6},\ 4\sqrt{5},\ 5\sqrt{2}$

N'utilise pas d'approximations décimales. Utilise le radical entier.

4. Trouve la valeur exacte de $\sqrt[3]{128}+4\left(\sqrt[3]{16}\right)$.

5. Trouve une forme équivalente de $\left(3\sqrt{5}+4\sqrt{2}\right)\left(4\sqrt{5}-3\sqrt{2}\right)$.

6. Un triangle équilatéral est inscrit dans un cercle. Si l'aire du cercle est égale à 36π, trouve l'aire exacte du triangle.

CALCUL MENTAL

1. Multiplie et simplifie :

a) $\left(\sqrt{10}\right)\left(\sqrt{5}\right)$

b) $\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)$

c) $\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)^2$

d) $\left(\sqrt{10}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{10}+\sqrt{3}\right)$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	4. Division $\boxed{\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}} \quad \textbf{pour } a \geq 0 \textbf{ et } b > 0.}$ $\dfrac{\sqrt{36}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\dfrac{36}{4}}$ $\dfrac{6}{2} = \sqrt{9}$ $3 = 3$ 5. Simplifier : a) $\dfrac{8\sqrt{6}}{2\sqrt{2}} = 4\sqrt{3}$ b) $\dfrac{5\sqrt{14} + 2\sqrt{35}}{\sqrt{7}} = 5\sqrt{2} + 2\sqrt{5}$ Une expression comportant des radicaux se trouve dans *sa forme la plus simple*, si les conditions suivantes sont remplies : a) aucun *radicand* (expression sous le signe du radical) ne comporte un carré parfait autre que 1; b) aucun radicand ne contient de fraction; c) aucun radical ne figure dans le dénominateur d'une fraction.	2. Simplifie : a) $3\sqrt{5} - 2\sqrt{125}$ b) $6\sqrt{x^3} - 7\sqrt{x^5}$ c) $\sqrt{18}\sqrt{6}$ d) $\sqrt{48} - \sqrt{27}$ ***TRAVAIL PRATIQUE*** 1. Simplifie a) $\dfrac{\sqrt{12}}{4}$ b) $\dfrac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	Quand le radical présent dans le dénominateur n'équivaut pas à la racine carrée d'un carré parfait, employer la stratégie appelée ***rationalisation du dénominateur***. Il existe deux genres de stratégie. **A)** Quand le dénominateur est un monôme. ***Exemple :*** $\mathbf{\dfrac{6}{\sqrt{3}}}$ Pour simplifier cette expression, multiplie le numérateur et le dénominateur par $\sqrt{3}$. Cela se justifie du point de vue algébrique, car l'opération équivaut à multiplier la fraction originale par 1. $\dfrac{6}{\sqrt{3}} = \dfrac{6}{\sqrt{3}} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \dfrac{6\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} = \dfrac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$ Rationaliser : a) $\dfrac{5\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ b) $\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{x}}$ Solutions : $\dfrac{5\sqrt{2}\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}} = \dfrac{5\sqrt{10}}{5} = \sqrt{10}$ $\dfrac{\sqrt{12}\sqrt{x}}{\sqrt{x}\sqrt{x}} = \dfrac{\sqrt{12x}}{x} = \dfrac{\sqrt{4}\sqrt{3x}}{x} = \dfrac{2\sqrt{3x}}{x}$	2. Rends le dénominateur rationnel (Rationaliser) : a) $\dfrac{6}{\sqrt{2}}$ b) $\dfrac{7}{\sqrt{5}}$ 3. Multiplie et simplifie : a) $\left(2\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)\left(2\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)$ b) $\left(6\sqrt{x}-2\right)\left(6\sqrt{x}-2\right)$ c) $\left(2\sqrt{3}-1\right)^2$ d) $-2\sqrt{3}\left(\sqrt{6}+\sqrt{15}-\sqrt{8}\right)$ 4. Rends l'expression rationnelle : *a*) $\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$ *b*) $\dfrac{6\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$ *c*) $\dfrac{x}{\sqrt{8}}$ *d*) $\dfrac{a}{\sqrt{a}}$ 5. Calcul la valeur de $16^{-\frac{1}{4}}$.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	B) Quand le dénominateur est un binôme contenant au moins un radical:	

Exemple : $\frac{\mathbf{2}}{\sqrt{\mathbf{5}}-\sqrt{\mathbf{2}}}$

Employer pour cela le binôme conjugé.

L'expression $\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)$ est appelée quantité conjugée de $\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)$.

Pour rationaliser, multiplier le numérateur et le dénominateur par $\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)$.

$$\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = \frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2})}$$
$$= \frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{5-2}$$
$$= \frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{3}$$

7. Simplifier :

a) $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$ b) $\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}$

Solutions :

$$\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} = \frac{\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}+1\right)}{\left(\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{2}+1\right)}$$
$$= \frac{2+\sqrt{2}+\sqrt{2}+1}{2-1}$$
$$= 3+2\sqrt{2}$$

INSCRIPTION AU JOURNAL

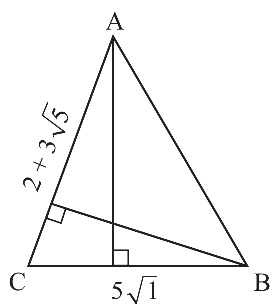
Explique pourquoi l'expression $\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)$ ne peut pas être employée pour rationaliser le radical dans l'expression :

$$\frac{2}{\sqrt{5}-2}$$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

b) $$\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} = \frac{\left(2\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)}{\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)}$$
$$= \frac{2\cdot 3-2\sqrt{15}-\sqrt{15}+5}{3-5}$$
$$= \frac{11-3\sqrt{15}}{-2}$$

8. Trouver la hauteur du triangle depuis le sommet A, si la hauteur depuis le sommet B est égale à $2\sqrt{5}$.



$$\text{Aire} = \frac{\text{base}\cdot\ \text{hauteur}}{2} = \frac{2\sqrt{5}\cdot\left(2+3\sqrt{5}\right)}{2}$$
$$= \sqrt{5}\cdot\left(2+3\sqrt{5}\right) = 15+2\sqrt{5}$$

TRAVAIL PRATIQUE

1. Rends rationnel le dénominateur :

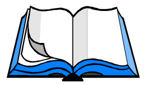
a) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}\ -\ 1}$

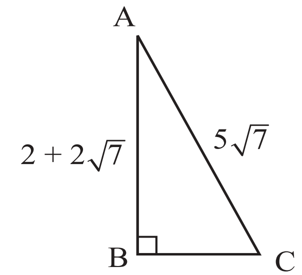
b) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}\ +\ 1}$

c) $\dfrac{\sqrt{2}\ -\ 1}{\sqrt{2}\ +\ 1}$

d) $\dfrac{3\sqrt{2}\ +\ \sqrt{6}}{\sqrt{6}\ -\ \sqrt{2}}$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	Si h est la hauteur issue du sommet A, alors : $\dfrac{h \cdot \left(\sqrt{5}-1\right)}{2} = 15 + 2\sqrt{5}$ $h = \dfrac{30+4\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1} = \dfrac{\left(30+4\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{5}+1\right)}{\left(\sqrt{5}-1\right)\left(\sqrt{5}+1\right)}$ $h = \dfrac{34\sqrt{5}+50}{4} = \dfrac{17\sqrt{5}+25}{2}$	2. Rationnalise : $\dfrac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ 3. a) Utilise une calculatrice pour comparer les valeurs $\dfrac{4}{\sqrt[3]{2}}$ et $2\sqrt[3]{4}$ Qu'observes-tu? b) Aurais-tu pu faire cette observation sans une calculatrice? 4. Combien de bâtons dont la mesure est $(1+\sqrt{2})$ m doivent être placés boût à boût de sorte que leur longueur totale dépasse 100 m?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
L'élève sera en mesure de/d' : 6. Effectuer des opérations arithmétiques sur les nombres irrationnels, en utilisant les approximations décimales appropriées. [E, T]	 • Cours autodidacte, Module 2, leçon 3 et Module 4, leçon 4 • Pré-calcul 20S : exercices cumulatifs • **Résoudre des problèmes impliquant des nombres irrationnels.**	
	1. Mahal affirme que $\left(\sqrt{2}+\sqrt{8}\right)$ a une valeur de 3,16. Utiliser des approximations pour établir si sa réponse est raisonnable, utiliser la calculatrice pour vérifier l'exactitude de sa réponse. 2. Trouver une approximation décimale de $\frac{\sqrt{3}}{2}$. 3. Prouver que $\frac{\sqrt{3}}{3}$ est égale à $\frac{1}{\sqrt{3}}$ en utilisant une approximation décimale. 4. Trouver une approximation décimale de $\left(\frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}\right)$.	***TRAVAIL PRATIQUE*** 1. Classe les valeurs suivantes dans l'ordre croissant : $7,\ 2\sqrt{13},\ 3\sqrt{6},\ 4\sqrt{5},\ 5\sqrt{2}$ (Utilise des approximations décimales.) 2. Évalue $\sqrt[3]{128}+4\sqrt[3]{16}$, à trois décimales près. 3. Trouve la longueur de la base et la hauteur d'un triangle équilatéral dont l'aire mesure 24 cm^2.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION
		4. Soit le triangle rectangle ABC avec les mesures suivantes:  trouve: a) la longueur BC b) l’aire du $\triangle ABC$ c) sin C, cos C, tan C (simplifie complètement) d) $\angle C$ et $\angle A$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

E - Géométrie

C	COMMUNICATION	RP	RÉSOLUTION DE PROBLÈMES
L	LIENS	R	RAISONNEMENT
E	ESTIMATION ET CALCUL MENTAL	T	TECHNOLOGIE
		V	VISUALISATION

Résultats d'apprentissage généraux

- **démontrer une compréhension des facteurs d'échelle et de leurs interrelations avec les dimensions de figures et d'objets semblables**

Dans la présente unité portant sur la géométrie, l'accent est mis sur l'application de formules plutôt que sur leur mémorisation.

Le sujet comprend trouver le volume et l'aire spécifique de sphères;

❖ mettre en application les facteurs d'échelle linéaire pour calculer les superficies, les aires spécifiques et les volumes de figures semblables;
❖ justifier les propriétés des quadrilatères;
❖ utiliser les propriétés des quadrilatères en algèbre et en géométrie.

Pratiques d'enseignement

L'enseignant peut soit remettre aux étudiants une feuille avec les formules pour qu'ils puissent l'utiliser lors des tests ou des examens ou encore laisser les étudiants créer leurs propres feuilles de formules. Dans le deuxième cas, les étudiants accordent davantage de signification aux formules et cet exercice est une occasion d'apprentissage additionnel. Les enseignants devraient donner aux élèves des occasions d'utiliser des modèles concrets pour démontrer le rapport entre des figures semblables;

❖ effectuer des recherches sur les propriétés du parallèlogramme, du rectangle, du rhombe et du carré à l'aide d'une règle et d'un rapporteur d'angles ou de la technologie informatique en se servant de logiciels tels Cabri-géomètre II ou Cybergéomètre;
❖ faire des rapports entre l'algèbre et les notions de périmètre, d'aire spécifique et de volume ainsi que les propriétés des quadrilatères.

Dans la présente unité, l'accent est mis sur l'utilisaiton des propriétés et des rapports géométriques, en particulier dans la résolution de problèmes de géométrie algébrique et de coordonnées. L'accent ne devrait pas être mis sur des preuves géométriques détaillées.

Matériel

Papier ou carton (pour construire des modèles)

❖ feuille de formules (voir Introduction, p.) ❖ règle et rapporteur d'angles ❖ logiciel informatique tel Cabri-géomètre II ou Cybergéomètre

Durée : 10 heures

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
L'élève sera en mesure de/d' : 1. Calculer le volume et l'aire d'une sphère, en utilisant les formules fournies. [L, RP, V]	• **Calculer le volume et la surface d'une sphère.** Les formules sont fournies pour chaque problème. Les élèves n'ont pas besoin de mémoriser les formules. **Aire A d'une sphère de rayon r** $\boxed{A = 4\pi r^2}$ **Volume V d'une sphère de rayon r** $\boxed{V = 4/3\pi r^3}$ 1. Calculer le volume et l'aire d'un ballon de plage dont le rayon mesure 15,3 cm (à un décimal). Solution : $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi(15,3)^3 = 15002,5 \text{ cm}^3$ $A = 4\pi r^2 = 4\pi(15,3)^2 = 294\,1,7 \text{ cm}^2$	

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION
	2. Un ballon d’hélium a une forme sphérique et un diamètre de 40 cm. Si l’on insuffle 300 autres centimètres cubes d’hélium dans le ballon, que mesureront alors le diamètre, l’aire et le volume? Solution : Volume : $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ Si $d = 40$ cm, alors $r = 20$ cm. $V = \frac{4}{3}\pi(20)^3$ $V = \frac{32\ 000\pi}{3}$ cm^3 Le nouveau volume est $\frac{32\ 000\pi}{3} + 300$ ou $\frac{32\ 000\pi + 900}{3}$ Diamètre : $\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{32\ 000\pi + 900}{3}$ $r^3 = \frac{32\ 000\pi + 900}{4\pi}$ $r^3 = 807\ 1,62$ $r = \sqrt[3]{807\ 1,82}$ $r = 20,06$ Le nouveau diamètre $= 2r = 40,12$ cm. Aire: $A = 4\pi r^2$ $= 4\pi(20,06)^2$ $= 505\ 6,8$ cm^2	

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION
L’élève sera en mesure de/d’ : 2. Déterminer les relations entre les facteurs d’échelle linéaire; l’aire, l’aire totale et le volume de figures et d’objets semblables. [L, RP, R, V]	• Cours autodidacte, Module 5, leçons 1, 2 • Pré-calcul 20S : exercices cumulatifs • **Introduire le concept du facteur d’échelle** Les élèves doivent découvrir (par moyen de labos ou d’explorations) les relations entre les figures semblables. On doit mettre l’emphase sur le fait que le nombre de dimensions établit les relations multiples entre les figures semblables. Exemples : 1. Si une quantité A dépend sur une quantité x tel que $A = x$, quel est l’effet sur A si x est doublé? triplé? Solution : A double ; A triple 2. Si une quantité A dépend sur le produit des quantités x et y dans l’équation $A = xy$, quel est l’effet sur A si x et y sont doublés? triplés? Solution : A est augmenté de 4 fois ; A est augmenté de 9 fois En général, si x et y sont tous deux multipliés par k, alors $A = (kx)(ky) = k^2xy$ donc, A est multiplié par k^2 où k est le facteur d’échelle.	***TRAVAIL PRATIQUE*** 1. Si l’on triple le rayon d’une sphère, qu’arrive-t-il : a) au volume original? b) à l’aire originale? 2. Trouve le rapport entre le volume de la Lune et le volume de la Terre, si l’aire totale de la Lune est égale à 4 668 868 π milles carrés et que celle de la Terre est égale à 62 835 320 π milles carrés. 3. Une bouteille de boisson gazeuse a un volume de 1 litre. Lors d’une promotion, le fabricant donne des petites bouteilles de la même forme que les bouteilles d’un litre sauf qu’il est réduit de la moitié. Trouve le volume de la petite bouteille. 4. Si le volume déplacé par la locomotive est de 1 500 cm^3, quel est le volume déplacé par la véritable locomotive, en m^3, si l’échelle est 1:50? 5. Si A dépend du produit de plusieurs variables et que chaque variable est multiplié par le facteur d’échelle k, alors A sera-t-il un multiple de k?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

3. Si $A = xyz$, quel est l'effet sur A si x, y et z sont doublés? triplés?

Solution : A est augmenté de 8 fois ; A est augmenté de 27 fois

En général, si x, y et z sont multipliés par le facteur k, alors

$$A = (kx)(ky)(kz) = k^3(xyz)$$

où k est le facteur d'échelle.

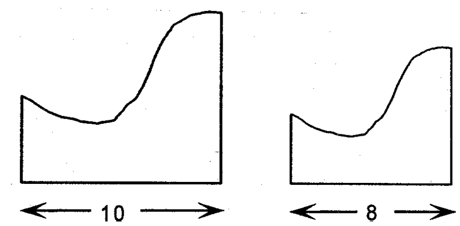
4. Construire la maquette d'un train à l'échelle 1:50. Si la longueur de la locomotive miniature est de 20 cm et que l'aire de la feuille de métal utilisée pour couvrir sa surface extérieure est de 180 cm^2, quelle est la longueur de la locomotive réelle et l'aire des feuilles de métal utilisées pour couvrir celle-ci?

Solution :

Puisque le facteur d'échelle est 50 et la longueur est d'une dimension, la longueur actuel de l'image est $50^1(20)$ ou 1 000 cm. L'aire est de deux dimensions, alors l'aire actuel est $50^2(180) = 450\ 000\ cm^2$.

5. L'aire d'un secteur du plan est de 10 cm^2. Par quel facteur faut-il multiplier chaque dimension du secteur pour obtenir une aire de 20 cm^2?

6. Ces figures sont semblables. La plus grande a une aire de 50 unités ^{2}. Trouve l'aire de la petite figure.



CALCUL MENTAL

1. Quel est l'effet sur l'aire d'un parallélogramme lorsque la base et la hauteur sont doublés?

2. Quel est l'effet sur l'aire d'un triangle si la base et la hauteur sont doublés?

3. Si le côté d'un cube est triplé en longueur, que se produit au :
   1. le volume?
   2. l'aire?

4. Il est peu probable qu'un humain géant de 6 m (3 fois la taille normale) existe. Explique pourquoi.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	L'aire est de deux dimensions, alors les deux dimensions sont multipliées par k : $k^2 \; 10 = 20$ $k^2 = \frac{20}{10} = 2$ $k = \sqrt{2}$ $\therefore$ le facteur est $\sqrt{2}$. 15. Le volume d'un solide est 24 m^3. Quel est le nouveau volume si les dimensions du solide original sont triplées? Solution : Nouveau volume = k^3 (volume original) = 3^3 (24) = 648 m^3	

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

L'élève sera en mesure de/d' :

3. Justifier les propriétés spécifiques des quadrilatères.
[L, R, V]

- Cours autodidacte, Module 5, leçons 3, 4, 5

- **Fournir aux élèves les définitions des quadrilatères suivants:**

1. parallélogramme
2. rectangle
3. losange
4. carré

- **Justifier les propriétés suivantes en recourant aux mesures ou à la technologie.**

a) les côtés opposés d'un parallélogramme sont congrus;
b) les angles opposés d'un parallélogramme sont congrus;
c) les angles consécutifs d'un parallélogramme sont supplémentaires;
d) les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur point milieu;
e) les diagonales d'un losange sont perpendiculaires l'une à l'autre;
f) la diagonale d'un losange divise en deux parties égales une paire d'angles opposés;
g) les diagonales d'un rectangle sont congrues.

L'enseignant peut utiliser la période de laboratoire suivante pour étudier ces notions, les élèves ayant alors une règle à mesurer, un rapporteur, ou un outil tel que le logiciel :

- Cabri-géomètre II
- Cybergéomètre

TRAVAIL PRATIQUE

1. Un parallélogramme est une figure non rigide. Si ses côtés adjacents mesurent 5 cm et 12 cm respectivement, quelles sont les longueurs maximales et minimales possibles de ses diagonales?

CALCUL MENTAL

Vrai ou faux

1. Les angles consécutifs d'un parallélogramme sont supplémentaires.
2. Les angles opposés d'un parallélogramme sont congrus.
3. Un losange a quatre côtés congrus.
4. Les diagonales d'un rectangle sont congrues.

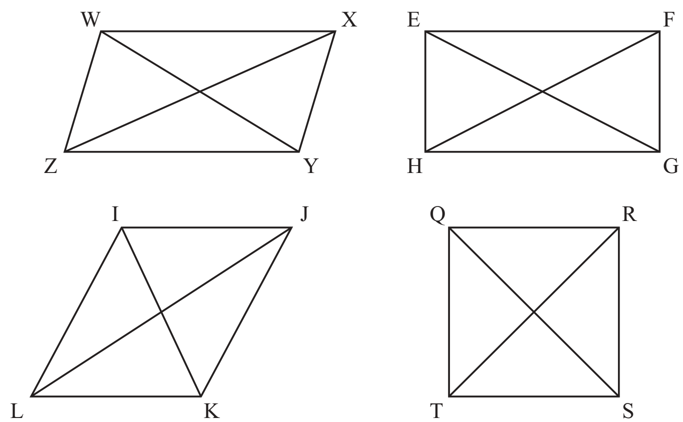
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

Laboratoire de géométrie

Matériel d’appui : Une règle à mesurer et un rapporteur, ou un outil tel que le logiciel Cabri-géomètre II ou Cybergéomètre.

Tâche : remplir le tableau donné ci-après, et répondre aux questions, une fois le tableau achevé.

Figures



AUTO-ÉVALUATION

Vrai ou faux

1. Si un quadrilatère est un rectangle, alors c’est un parallélogramme.
2. Si un quadrilatère est un carré, alors c’est un losange.
3. Si un parallélogramme est un rectangle, alors d’est un losange.
4. Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors c’est un losange.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

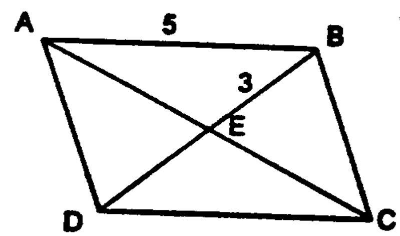
Données

Propriété	parallélogramme 1	rectangle 2	losange 3	carré 4
les côtés opposés sont égaux				
tous les côtés sont égaux				
les angles opposés sont des angles droits				
les angles consécutifs sont supplémentaires				
les diagonales sont congruentes				
les diagonales se coupent en leur point milieu				
les diagonales divisent les angles opposés en deux parties égales				
les diagonales sont perpendiculaires l’une à l’autre				

Définition: Un parallélogramme est un quadrilaterre dont les deux paires de côtés opposés sont parallèles.

1. En utilisant le tableau ci-haut, dire quelles figures sont des parallélogrammes, et justifier sa réponse.
2. D’après le tableau, donner les autres propriétés des parallélogrammes.
3. Il y a trois parallélogrammes particuliers : le rectangle, le carré et le losange. Dans les prochaines questions, on va te demander de les identifier.

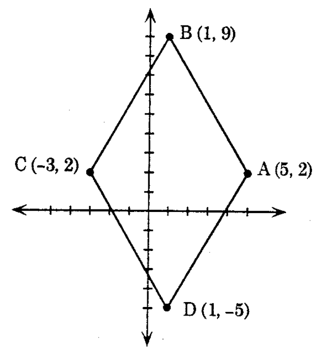
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	a) Si un losange à quatre côtés congrus, quelles figures peuvent être des losanges? b) Quelles autres propriétés les losanges semblent-ils avoir? c) Un rectangle est un parallélogramme à angles droits. Quelles figures peuvent être des rectangles? d) Quelles autres propriétés les rectangles semblent-ils avoir? e) On sait sans doute déjà ce qu'est un carré. Dresser la liste des propriétés d'un carré. Rédiger une définition de ce qu'est un carré.	

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
L'élève sera en mesure de/d' : 4. Appliquer les propriétés de quadrilatères dans l'algèbre et la géométrie analytique. [RP, R, V]	• **Résoudre des problèmes d'algèbre et de géométrie analytique en appliquant les propriétés des quadrilatères.** Exemples : 1. ABCD est un parallélogramme. L'angle ABC = 100º. Trouver la mesure des segments et des angles suivants et explique la réponse : a) DC b) DE c) $\angle$BCD d) $\angle$ADC e) $\angle$ADB  Solution : a) DC = 5 (les côtés opposés d'un parallélogramme sont congrus) b) DE = 3 (les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur point milieu) c) $\angle$BCD = 80º (les angles consécutifs d'un parallélogramme sont supplémentaires) d) $\angle$ADC = 100º (les angles opposés d'un parallélogrammes sont congrus) e) $\frac{5}{\sin \angle ADB} = \frac{6}{\sin 80}$ $\sin \angle ADB = \frac{5 \sin 80}{6}$ $= 0{,}820\ 673\ 1$ $\angle ADB = \sin^{-1} 0{,}820\ 673\ 1$ $= 55{,}15^{\circ}$	***TRAVAIL PRATIQUE*** 1. Dans un plan cartésien, trace une droite *l* de manière qu'elle divise en deux parties égales l'angle formé par l'axe positif des *x* et l'axe positif des *y*. Prolonge la droite dans les premier et troisième quadrants. Quelle est l'équation de la droite *l*? 2. Trace la droite *k* de manière qu'elle divise en deux parties égales l'angle formé par l'axe positif des x et l'axe négatif des *y*. Prolonge la droite *k* dans les deuxième et quatrième quadrants. Quelle est l'équation de la droite *k*? 3. Trouve sur la droite *l* le point dont les coordonnées sont (5 , 5). Construis un cercle dont le centre est à l'origine et qui passe par le point (5 , 5). Quel est le rayon du cercle? 4. Le cercle que tu as tracé coupe les axes et les droites *l* et *k* en huit points en tout. En commençant au point (5 , 5) et en continuant dans le sens des aiguilles d'une montre, désigne les point d'intersection par lettres A, B, C, D, E, F, G et H.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

2. Dire si la figure définie par A(5 , 2), B(1 , 9), C(–3 , 2) et D(1 , –5) est un rectangle, un losange, ou un carré. Expliquer le raisonnement.

Solution :



Puisque AB = BC = CD = AD = $\sqrt{65}$
ce doit être soit un losange soit un carré.

$$M_{BC} = \frac{9-2}{1+3} = \frac{7}{4}$$

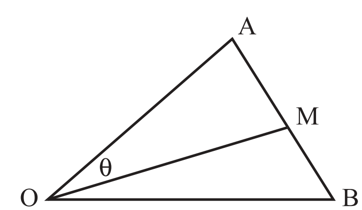
$$M_{CD} = \frac{2-(-5)}{-3-1} = \frac{7}{-4}$$

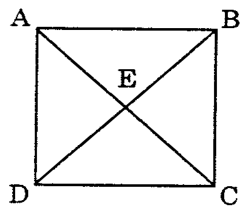
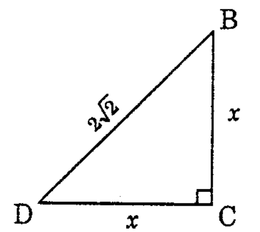
$m_1 \cdot m_2{}^1 -1$ donc l'angle C n'a pas une mesure de 90°. C'est donc un losange

3. ABCD est un carré dont les diagonales se coupent au point E; AE = $\sqrt{2}$. Trouver la mesure de :

   a) BD
   b) $\angle$BCA
   c) le périmètre du ABCD.

5. Dessine des segments de droite reliant les points dans l'ordre alphabétique, de A à H. Quelle figure géométrique obtiens-tu?
6. L'abscisse du point H est 0. Quelle est la valeur exacte de l'ordonnée? Définis les coordonnées exactes des points A à H.
7. Trouve le point milieu du segment de droite AB et appelle-le M. Quelle est la distance entre M et l'origine?
8. Si le point O est l'origine, quelle est l'aire du triangle ABO?
9. Quelle est l'aire du polygone ABCDEFGH?
10. Quels côtés du polygone sont parallèles deux à deux? Pourquoi?
11. Des côtés sont-ils perpendiculaires l'un à l'autre? Dans l'affirmative, lesquels?
12. Une partie de la construction décrite ci-haut est montrée ci-contre. Comme OA = OB et que AM = BM, le triangle AOM est un triangle rectangle. Dis pourquoi.



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	Solution :  a) Puisque les diagonales d'un carré ont la même mesure et se bissectent, AE = EC = DE = BE = $\sqrt{2}$ $\therefore$ BD = $2\sqrt{2}$ b) $\angle$BCA = 45° puisque les diagonales d'un carré sont perpendiculaires ($\angle$DEC = 90°) c)  $x^2 + x^2 = \left(2\sqrt{2}\right)^2$ $2x^2 = 8$ $x^2 = 4$ $x = \pm 2$ puisque x est une longueur alors $x = 2$. Le périmètre du carré ABCD = 8 unités.	13. Écris le rapport correspondant à sin θ. Si tu sais que OA = $5\sqrt{2}$, peux-tu calculer la valeur de θ et de AM? 14. Sers-toi des calculs faits au problème 9 pour trouver l'aire du triangle AOM, puis celle de tout le polygone. 15. a) Montre que P(1 , 3), Q(6 , 5), R(7 , 1) et S(2 , –1) sont les sommets d'un parallélogramme. b) Montrer si les diagonales se coupent en leur point milieu ou non. 16. ABCD est un losange. $\angle$B = $12(10 - x)^0$, $\angle$D = $3(x + 15)^0$. Trouver la mesure de l'angle A. 17. Un carré a une diagonale de longueur d. Prouve que l'aire du carré est égale à 1/2 d^2.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

F - Expressions et équations rationnelles

C	COMMUNICATION	RP	RÉSOLUTION DE PROBLÈMES
L	LIENS	R	RAISONNEMENT
E	ESTIMATION ET CALCUL MENTAL	T	TECHNOLOGIE
		V	VISUALISATION

Résultats d'apprentissage généraux

- **généraliser les opérations portant sur les polynômes pour y inclure les expressions rationnelles**

Dans la présente unité portant sur les expressions et les équations rationnelles, on s'attend à ce que les élèves utilisent leurs connaissances des polynômes et les nombres rationnels pour simplifier des expressions rationnelles et résoudre des équations rationnelles.

Le sujet comprend la détermination de valeurs non admissibles pour les variables dans des expressions rationnelles;

❖ écrire des formules équivalentes d'expressions rationnelles,
❖ additionner, soustraire, multiplier et diviser des expressions rationnelles,
❖ trouver des solutions à des équations rationnelles.

Pratiques d'enseignement

Dans le but d'aider des élèves dans leur apprentisage, les enseignants devraient envisager les pratiques d'enseignement suivantes. Les enseignants devraient donner aux élèves des occasions de faire des liens entre des nombres rationnels et des expressions rationnelles et la similarité dans les processus de simplification;

❖ d'utiliser un utilitaire graphique pour trouver laquelle des deux expressions peut être l'équivalent d'une équation rationnelle donnée,
❖ de faire le lien entre des valeurs non admissibles d'expressions rationnelles avec la même notion dans des équations rationnelles.

Matériel : ❖ calculatrices graphiques

Durée : 16 heures

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

L'élève sera en mesure de/d' :

1. Déterminer les valeurs inadmissibles de la variable dans des expressions rationnelles. [C,L]

- Cours autodidacte, Module 6, leçon 4
- Pré-calcul 20S : exercices cumulatifs

- **Déterminer les valeurs inadmissibles dans les expressions rationnelles.**

Une expression rationnelle est une expression algébrique que l'on peut écrire sous la forme du quotient de deux polynômes $\frac{A}{B}$, $ou\ B \neq 0$.

Une expression rationnelle n'est pas définie quand le dénominateur est égal à zéro. Il faut restreindre la valeur de la variable de manière que le dénominateur ne soit pas égal à zéro.

Pour le polynôme : $\frac{3}{x+4}$

étant donné que $(x + 4) \neq 0$, la valeur inadmissible, ou la restriction, est $x \neq -4$.

Dans ce deuxième exemple: $\frac{3}{x^2-4} = \frac{3}{(x-2)(x+2)}$

on voit que $(x + 2)(x - 2) \neq 0$, alors $x \neq -2$ ou 2.

1. Pour quelle(s) valeur(s) de x chacune des expressions suivantes n'est-elle pas définie? Expliquer la réponse.

   $a)$ $\frac{3}{x}$

   $b)$ $\frac{4}{3x-4}$

   $c)$ $\frac{5x}{x^2-3x-4}$

   $d)$ $\frac{5}{(x-1)^3}$

Solution :

$a)$ $x \neq 0$ $\qquad$ $c)$ $x \neq -1\ ou\ 4$

$b)$ $x \neq \frac{4}{3}$ $\qquad$ $d)$ $x \neq 1$

INSCRIPTION AU JOURNAL

Ton ami a besoin de s'exercer à simplifier des expressions rationnelles dans lesquelles le numérateur et le dénominateur doivent être des trinômes comportant des facteurs communs. Décris la démarche que tu suivrais pour créer des numérateurs et des dénominateurs qui ont de tels facteurs.

CALCUL MENTAL

1. Quelle est la valeur inadmissible de x dans le rapport $\frac{x}{x-5}$?
2. Pour quelle(s) valeur(s) de x chacune des expressions suivantes n'est-elle pas définie? Explique ta réponse.

   $a)$ $\frac{-2}{(x+1)}$

   $b)$ $\frac{2x+1}{x^2-4}$

   $c)$ $\frac{2}{x^3}$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

L'élève sera en mesure de/d' :

2. Déterminer les formes équivalentes d'expressions rationnelles simples dont les numérateurs sont des polynômes et les dénominateurs des monômes, des binômes ou des trinômes pouvant être factorisés. [RP,R]

- Cours autodidacte, Module 6, leçon 4
- Pré-calcul 20S : exercices cumulatifs

- **Identifier des expressions rationnelles.**

Discuter avec les élèves le sens des termes: nombres rationnels, exposants rationnels et expressions rationnelles. On peut maintenant utiliser ces notions en algèbre.

Note: Démontrer la relation/similarité entre les nombres rationnels et les expressions rationnelles.

Exemple:

Nombres

$$\frac{2}{9}\cdot\frac{3}{10}$$
$$=\frac{2}{3(3)}\cdot\frac{3}{2(5)}$$
$$=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{5}$$
$$=\frac{1}{15}$$

Expressions

$$\frac{x}{x^2+4x+4}\cdot\frac{x+2}{x^2+3x}$$
$$=\frac{x}{(x+2)(x+2)}\cdot\frac{x+2}{x(x+3)}$$
$$=\frac{1}{x+2}\cdot\frac{1}{x+3}$$
$$=\frac{1}{(x+2)(x+3)}$$

Rappeler aux élèves qu'ils doivent vérifier pour les valeurs inadmissibles.

Expression	Expression rationnelle
$\frac{2}{5}$	Oui, 2 et 5 sont des constantes
$3x-1$	Oui, $\frac{3x-1}{1}$
$\frac{x^2+x}{x^2-1}$	Oui
$\frac{x^2+5}{\sqrt{x}+1}$	Non, $\sqrt{x}$ n'est pas un polynôme.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

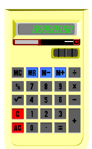
Remarque : Un polynôme est une expression à un ou pluiseurs termes contenant au moins une variable. L’exposant de la variable doit être un entier non-négatif.

Exemples : $3x^0 = 3$ est un polynôme

$\frac{3}{x} = 3x^{-1}$ n'est pas un polynôme

Tout comme les nombres rationnels sous la forme a/b, on peut ramener les expressions rationnelles de la forme A/B à leurs termes les plus simples en divisant le numérateur et le dénominateur par tout facteur non égal à zéro qui est commun aux deux.

Examiner la simplification des expressions rationnelles en se servant d’un utilitaire graphique.



Se servir d’un outil graphique pour trouver laquelle des deux expressions est peut-être équivalente à l’expression rationnelle donnée.

1. a) Laquelle des deux expressions $2x + 2$ et $\frac{x+4}{2}$ pourrait être équivalente à $\frac{2x+8}{4}$?

   b) L’expression $\frac{x^2+x}{x}$ est-elle équivalente à $x^2 + 1$ ou à $x + 1$?

   c) Laquelle des deux expressions $(x^2 - 2)$ ou $(x - 2)$ n’est pas égale à $\frac{x^2-x-2}{x+1}$?

TRAVAIL PRATIQUE

1. Simplifie : $\frac{a^2+3a-28}{a^2-16}$

2. Écris une expression équivalente et justifie ta solution avec une calculatrice à graphiques.

   a) $\frac{x^2-1}{x+1}$ b) $\frac{x^2+4x+4}{x+2}$

   c) $\frac{x^2-1}{x+1}$ d) $\frac{x^2+4x+4}{x+2}$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	• **Simplifier des expressions rationnelles.** Une expression rationnelle a été simplifiée ou existe sous sa forme réduite si le numérateur et le dénominateur n'ont aucun facteur en commun autre que +1. Par conséquent pour simplifier une expression rationnelle, il faut décomposer le numérateur et le dénominateur en facteurs et retrancher des deux tous les facteurs leur étant communs. Note: $(a - b) = -1(b - a)$. 2. Simplifier : a) $\frac{x^2 - x}{x^2 + x - 2} = \frac{x(x-1)}{(x+2)(x-1)}$ $= \frac{x}{x+2}$ b) $\frac{a-b}{b^2 - a^2} = \frac{a-b}{-1(-b^2 + a^2)}$ $= \frac{a-b}{-1(a^2 - b^2)}$ $= \frac{a-b}{-1(a-b)(a+b)}$ $= -\frac{1}{a+b}$	3. Ramène chaque expression rationnelle à sa forme équivalente la plus simple. a) $\frac{4x^4 - 6x^3 + 2x^2 - 10x}{2x}$ b) $\frac{x^2 - 1}{1 - x}$ c) $\frac{2x^2 + x - 15}{3x + 9}$ d) $\frac{3x^2 + 3x - 9}{2x^3 - 7x^2 + 9}$ 4. Écris une fraction équivalente à $\frac{b}{3}$, dont le dénominateur est $6a^2$. 5. Écris trois fractions qui sont équivalentes à $\frac{2}{x-3}$. 6. Les plans initiaux de l'école prévoient un espace de x mètres sur x mètres pour les laboratoires de mathématiques et d'informatique. À la demande du professeur de mathématiques, l'architecte accepte d'accroître la longueur de chaque laboratoire d'un mètre et la largeur du laboratoire d'informatique de 2 mètres. Trouve une expression montrant le rapport entre la superficie du nouveau labo de mathématiques et celle du nouveau labo d'informatique. Évalue le rapport quand $x = 8$ m. Explique ta réponse.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	3. Écrire une expression équivalente et justifier la solution avec un outil graphique. $$\frac{x^3 + x}{x^2}$$ 4. Ramener chaque expression rationnelle à sa forme équivalente la plus simple. a) $\frac{9x^3y^2}{6xy}$ b) $\frac{x^2 - 5x - 6}{x^2 - 36}$ c) $\frac{2x^2 + x - 15}{3x + 9}$ d) $\frac{16x^4 - 81y^4}{(4x^2 + 9y^2)^2(2x^2 - xy - 3y^2)}$ Solution : $a)$ $\frac{3x^2y}{2}$ $b)$ $\frac{(x-6)(x+1)}{(x-6)(x+6)} = \frac{x+1}{x+6}$ $c)$ $\frac{(2x-5)(x+3)}{3(x+3)} = \frac{2x-5}{3}$ $d)$ $\frac{\left(4x^2-9y^2\right)\left(4x^2+9y^2\right)}{\left(4x^2+9y^2\right)\left(4x^2+9y^2\right)(2x-3y)(x+y)}$ $= \frac{(2x-3y)(2x+3y)\left(4x^2+9y^2\right)}{\left(4x^2+9y^2\right)\left(4x^2+9y^2\right)(2x-3y)(x+y)}$ $= \frac{2x+3y}{(x+y)\left(4x^2+9y^2\right)}$	7. Réduis aux termes les plus simples : $$\frac{(x^2 - 9)(x^2 - 2x + 1)}{(x - 3)(x - 1)^2}$$ 8. Simplifie. a) $\frac{x^2-64}{3x^2-36} \div \frac{2x-16}{x^2-12x+36}$ b) $\frac{x-3}{2x+1} \cdot \frac{2}{x^2-6x+9} \div \frac{8}{4x^2+4x+1}$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

L'élève sera en mesure de/d' :

3. Effectuer les opérations d'addition, de soustraction, de multiplication et de division sur des expressions rationnelles. [E,R]

- Cours autodidacte, Module 6, leçons 5, 6
- Pré-calcul 20S : exercices cumulatifs

- **Simplifier des expressions rationnelles en utilisant des multiplications et des divisions.**

Quand on travaille avec des expressions rationnelles sans qu'aucune restriction soit énoncée, il faut supposer que les expressions sont définies pour toutes les valeurs de la variable pour lesquelles le dénominateur n'est pas égal à zéro.

Les mêmes procédures employées pour multiplier et diviser les nombres rationnels valent aussi pour les expressions rationnelles algébriques.

Multiplication

$$\left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{c}{d}\right) = \left(\frac{ac}{bd}\right)$$

Division

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$$

Décomposer en facteurs le numérateur et le dénominateur, avant de pouvoir simplifier les expressions rationnelles.

1. Simplifier :

a) $\dfrac{x^2 + 2x - 8}{x^2 + 3x} \cdot \dfrac{x^2 - 9}{x + 4}$

$= \dfrac{(x + 4)(x - 2)}{x(x + 3)} \cdot \dfrac{(x - 3)(x + 3)}{x + 4}$ Décomposer en facteurs.

$= \dfrac{(x - 2)(x - 3)}{x}$ Réduire.

$x \neq 0, \; -3, \; -4$

TRAVAIL PRATIQUE

1. Simplifie :

a) $\dfrac{x^2 - 81}{2x^2 - 50} + \dfrac{3x - 27}{x^2 + 10x + 25}$

b) $\dfrac{x - 2}{2x - 1} \cdot \dfrac{2}{x^2 - 4x + 4} \div \dfrac{4}{4x^2 - 4x + 1}$

2. Exécute les opérations indiquées et trouve les valeurs non autorisées, le cas échéant.

a) $\left(\dfrac{a^2 - ab}{b}\right)\left(\dfrac{b^2}{ab - b^2}\right)$

b) $\left(\dfrac{x^2 + 2x + 1}{2x - 10}\right)\left(\dfrac{x^2 - 25}{x^2 + 6x + 5}\right)$

c) $\dfrac{2a - 2b}{ab} \div \dfrac{4a + 4b}{a^2b^2}$

d) $\dfrac{3x^2 + 10x + 3}{x^2 - 9} \div \dfrac{3x + 1}{x - 3}$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

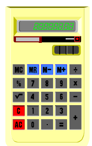
b) $\dfrac{2x^2 - 16x}{x^2 - 9x + 8} \div \dfrac{2x}{5 - 5x}$

$= \dfrac{2x(x - 8)}{(x - 1)(x - 8)} \cdot \dfrac{-5(x - 1)}{2x}$

$= -5$

Inverser et décomposer en facteurs.

$x \neq 0, 1, 8$



Utiliser la calculatrice à graphiques pour démontrer que la division donne le même résultat que la multiplication par l'inverse du diviseur.

2. Divise.

$\dfrac{x - 1}{x + 2} \div \dfrac{x + 5}{x - 3}$ devient

$\dfrac{x - 1}{x + 2} \cdot \dfrac{x - 3}{x + 5}$

Rappeler aux élèves que les valeurs inadmissibles pour x sont –2 et –5.

3. Tracer le graphique des équations suivantes :

a) $y_1 = (x^2 - 1) + 2$

$y_2 = (x^2 - 1) \cdot \dfrac{1}{2}$

b) $y_1 = (x^2 - 1) + \dfrac{3}{2}$

$y_2 = (x^2 - 1) \cdot \dfrac{2}{3}$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

Qu'observe-t-on dans les exemples a) et b)? Formuler une généralisation.

c) $\dfrac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 9} \div \dfrac{x - 4}{x + 3}$

Introduire ces équations dans la calculatrice.

$y_1 = (x^2 - 6x + 8) \div (x^2 - 9)$
$y_2 = (x - 4) \div (x + 3)$
$y_3 = (x + 3) \div (x - 4)$
$y_4 = y_1 \div y_2$
$y_5 = y_1 \cdot y_3$

Tracer les graphiques des équations y_4 et y_5. Quel résultat observe-t-on?

- **Trouver le plus petit dénominateur commun (PPDC) pour les fractions complexes ou composées.**

Auparavant, on utilisait l'expression "fractions complexes" pour désigner les expressions rationnelles qui comportaient des éléments fractionnaires dans le numérateur et le dénominateur. Larson et ses collaborateurs[1] emploient sans doute une expression plus juste, soit fractions composées.

Comment trouver le plus petit dénominateur commun (PPDC) :

a) décomposer chaque dénominateur en tous ses facteurs;
b) écrire chaque facteur premier affecté du plus grand exposant dans chacun des dénominateurs;
c) exprimer comme un produit.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

Arithmétique

Trouve le PPDC de 1/24 et de 1/36 :

$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3$

$36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^2$

Algèbre

Trouve le PPDC de :

$x^2 - 9$ et $x^2 - 6x + 9$

$x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$

$x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$

[1] ***Algebra 2*** **(Larson, Kanold, and Stiff), D.C. Heath**

PPDC $= 2^3 \cdot 3^2$
$= 8 \cdot 9$
$= 72$

PPDC $= (x - 3)^2(x + 3)$

Pour simplifier les fractions composées, écrire la fraction composée comme une division, qui deviendra par la suite une multiplication par la réciproque.

Pour simplifier: $\dfrac{\dfrac{x^2}{x-1}}{\dfrac{x+2}{x^2-1}}$ veut dire $\dfrac{x^2}{x-1} \div \dfrac{x+2}{x^2-1}$

$$\frac{x^2}{x-1} \cdot \frac{x^2-1}{x+2} = \frac{x^2(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+2)}$$
$$= \frac{x^2(x+1)}{x+2}$$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	Une méthode alternative pour simplifier la fraction composée consiste à multiplier le numérateur et le dénominateur de la fraction composée par le PPDC. Pour simplifier : $\dfrac{\left(\dfrac{x^2}{x-1}\right)}{\left(\dfrac{x+2}{x^2-1}\right)}$ multiplier le dénominateur et le numérateur par $(x-1)(x+1)$, puis réduire. $\dfrac{\left(\dfrac{x^2}{x-1}\right)(x-1)(x+1)}{\left(\dfrac{x+2}{x^2-1}\right)(x-1)(x+1)}$ $= \dfrac{x^2(x+1)}{(x+2)}$ • **Simplifier des fractions composées.** 4. Simplifier : a) $\dfrac{3}{\left(\dfrac{2}{x}\right)}$ b) $\dfrac{\left(\dfrac{2x+6}{x+1}\right)}{\left(\dfrac{x+3}{x^2-1}\right)}$ c) $\dfrac{\dfrac{2}{x}+1}{x^2-4}$	

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

Solution :

a) $\dfrac{\frac{3}{2}}{\frac{2}{x}} = 3 \div \dfrac{2}{x}$

$= 3 \times \dfrac{x}{2}$

$= \dfrac{3x}{2}$

b) $\dfrac{\frac{2x+6}{x+1}}{\frac{x+3}{x^2-1}} = \dfrac{\left(\frac{2x+6}{x+1}\right)(x-1)(x+1)}{\left(\frac{x+3}{(x-1)(x+1)}\right)(x-1)(x+1)}$

$= \dfrac{(2x+6)(x-1)}{x+3}$

$= \dfrac{2(x+3)(x-1)}{x+3}$

$= 2(x-1)$

c) $\dfrac{\frac{2}{x}+1}{x^2-4} = \dfrac{\left(\frac{2}{x}+\frac{1}{1}\right)x}{(x-2)(x+2)x} = \dfrac{2+x}{(x-2)(x+2)x} = \dfrac{1}{x(x-2)}$

5. Le rapport entre les rayons de deux cylindres est de 5/4, et celui existant entre leurs hauteurs respectives est de 7/8. Trouver le rapport entre leurs volumes et leurs aires totales.
Solution :

$$\text{Rapport des volumes} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{p(5x)^2\,7y}{p(4x)^2\,8y} = \frac{175}{128}$$

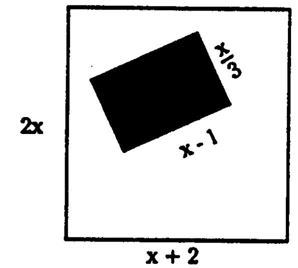
$$\text{Rapport des aires} = \frac{2p5^2 + 2p5\cdot 7}{2p4^2 + 2p4\cdot 8}$$

$$= \frac{2p\left(5^2+35\right)}{2p(16+32)} = \frac{60}{48} = \frac{5}{4}$$

TRAVAIL PRATIQUE

1. Soit un prisme rectangulaire dont les dimensions sont $2x$, $4x$ et $6x$; trouve le rapport existant entre l'aire totale et le volume. Quel serait ce rapport si tu doublais les dimensions?

2. Trouver le rapport existant entre l'aire du secteur ombré et l'aire totale.



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

- **Additionner et soustraire des expressions rationnelles.**

  Comme dans le cas des nombres rationnels, la procédure utilisée pour additionner ou soustraire des expressions rationnelles dépend de la question; de savoir si celles-ci ont des dénominateurs identiques ou non.

  Pour additionner ou soustraire deux expressions rationnelles ayant des dénominateurs identiques, il suffit d'additionner ou de soustraire leurs numérateurs et de placer le résultat sur le dénominateur commun.

Addition

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

Additionner :

$$\frac{4}{5x} + \frac{6}{5x} = \frac{4+6}{5x} = \frac{10}{5x} = \frac{2}{x} \quad x \neq 0$$

Soustraction

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

Soustraire :

$$\frac{2x}{x+3} - \frac{4}{x+3} = \frac{2x-4}{x+3} = \frac{2(x-2)}{x+3} \quad x \neq -3$$

PROJET

1. Tiens une discussion avec tes camarades au sujet du rapport existant entre l'aire totale et le volume d'un objet, d'une part, et la résistance de l'air, d'autre part, quand l'objet tombe en chute libre. Si l'on prend une bille et une plume d'oiseau ayant le même poids, le rapport entre l'aire totale et le volume de la bille est moindre que dans le cas de la plume. Selon le modèle théorique de la chute des corps, si la résistance de l'air est nulle et qu'on laisse tomber la bille et la plume en même temps, elles toucheront toutes deux le sol au même moment. Dans l'air, cependant, la bille, à cause de sa forme compacte, tombe en ligne droite et touche le sol avant la plume. La résistance de l'air est plus forte contre la plume, à cause de la grande aire totale de cette dernière. Portée par l'air, elle flotte et tombe en zigzaguant. Comme elle parcourt ainsi un plus long trajet, elle arrive au sol après la bille.

2. Dans le tableau suivant, on montre le rapport entre l'aire totale d'un animal et son volume.

Animal	Souris	Écureuil	Chat	Humain	Éléphant
x	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$	2
Rapport	45	22,5	11,25	4,7	0,9

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	Pour additionner ou soustraire des expressions rationnelles n'ayant pas des dénominateurs identiques, trouver le plus petit dénominateur commun des expressions. Écrire ensuite chaque expression en tant qu'expression rationnelle équivalente montrant le plus petit dénominateur commun, et procéder alors comme s'il s'agissait d'expressions ayant des dénominateurs identiques.	Plus le rapport entre l'aire totale d'un animal et son volume est grand, plus la résistance à l'air sera grande quand il tombera en chute libre.

Additionner : $\frac{4}{x} + \frac{6}{x^2}$ Soustraire : $\frac{4}{x+3} - \frac{5}{x-2}$

PPDC : x^2

$$= \frac{4 \cdot x}{x \cdot x} + \frac{6}{x^2}$$
$$= \frac{4x}{x^2} + \frac{6}{x^2}$$
$$= \frac{4x+6}{x^2}$$
$$= \frac{2(2x+3)}{x^2} \qquad x \neq 0$$

PPDC : $(x + 3)(x - 2)$

$$= \frac{4(x-2)}{(x+3)(x-2)} - \frac{5}{(x-2)}\frac{(x+3)}{(x+3)}$$
$$= \frac{4(x-2) - 5(x+3)}{(x+3)(x-2)}$$
$$= \frac{4x - 8 - 5x - 15}{(x+3)(x-2)}$$
$$= \frac{-x-23}{(x+3)(x-2)} \qquad x \neq -3,\ 2$$

À noter :

i) S'il est possible de simplifier une des expressions, le faire avant d'additionner ou de soustraire.

$$\frac{x-3}{x^2+2x-15} + \frac{x-1}{x+5}$$
$$= \frac{x-3}{(x+5)(x-3)} + \frac{x-1}{x+5}$$

INSCRIPTION AU JOURNAL

1. Une souris et un être humain tombent tous les deux de 30 pieds. Pourquoi la souris risque-t-elle moins d'être blessée?

2. Pourquoi un parachute permet-il à l'être humain de tomber de très haut sans se blesser?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

puis terminer les calculs.

$$= \frac{1}{x+5} + \frac{x-1}{x+5}$$

$$= \frac{x}{x+5} \quad , \quad x \neq -5 \; ; \; x \neq 3$$

ii) S'assurer que le dénominateur commun est le plus petit commun multiple des dénominateurs.

$$\frac{x-6}{(x-2)(x+1)} + \frac{2}{(x-2)(x+4)}$$

Employer $(x-2)(x+1)(x+4)$
plutôt que $(x-2)(x+1)(x-2)(x+4)$.

iii) Si un dénominateur comporte un facteur de la forme $(a-b)$ et qu'un autre contient un facteur de la forme $(b-a)$, il suffit qu'un de ces facteurs figure dans le dénominateur commun, vu que $(a-b)$ et $(b-a)$ sont les opposés l'un de l'autre.

$$\frac{3}{x-1} + \frac{2}{1-x} + \frac{1}{x}$$

Le plus petit multiple commun serait $(x-1)x$
plutôt que $(x-1)(1-x)x$.

INSCRIPTION AU JOURNAL

Fais les deux additions données ci-après. Comment peux-tu te servir de ce que tu apprends en faisant le calcul arithmétique pour résoudre le problème algébrique?

a) $\frac{3}{6} + \frac{7}{20}$

b) $\frac{4}{x} + \frac{y}{3}$

TRAVAIL PRATIQUE

Simplifie

1. $\frac{1}{x} + \frac{3}{2x}$

2. $\frac{4}{x+1} - \frac{1}{x-2}$

3. $\frac{2x+1}{x-1} + \frac{x-1}{x^2-x-2}$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	iv) Après que les élèves ont réduits les fractions de type $\frac{x-y}{y-x} = \frac{x-y}{-1(x-y)} = -1$ permettre d'écrire directement $\frac{x-y}{y-x}$ à -1 $\therefore \frac{x-y}{y-x} = -1$	4. Rodrigue s'éloigne de ($2x + 5$) km de sa maison à la vitesse de ($x + 3$) km/h. Au retour, il parcourt la même distance, mais il augmente sa vitesse de 2 km/h. Quel est la durée totale du déplacement de Rodrigue? 5. Trouve A $\frac{x^2-x}{x^2-2x+1} + A = \frac{x+3}{x-2}$
	v) Décomposer le numérateur en facteurs si c'est possible, pour voir si des facteurs sont communs au numérateur et au dénominateur et si une simplication est alors possible. Si la réponse est $\frac{x^2-x-2}{(x-2)(x+3)}$ on obtient, après avoir décomposé en facteurs : $\frac{(x-2)(x+1)}{(x-2)(x+3)} = \frac{x+1}{x+3}$	6. Simplifie : $\frac{x}{x^2-4x+4} - \frac{2}{x^2-4}$ 7. Soit : $\frac{2x}{x+1} - \frac{x+2}{x+1}$ La simplification est donnée par : $\frac{2x}{x+1} - \frac{x+2}{x+1} = \frac{2x-x+2}{x+1}$ $= \frac{x+2}{x+1}$ Y a-t-il une erreur dans ce calcul? Si oui, donner la bonne réponse.
	vi) Simplifie $a)$ $\frac{1}{x} + \frac{3}{2x}$ $b)$ $\frac{4}{x+1} - \frac{1}{x-2}$	8. Trouve A $A\left(\frac{x-3}{x+5}\right) = \frac{4}{x-2} - \frac{24}{x+3}$ 9. Simplifie $\frac{3}{x^2-4} - \frac{2}{x+2} + \frac{1}{2-x}$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

Solution :

a) $\frac{1}{x}+\frac{3}{2x}=\frac{2\cdot 1}{2x}+\frac{3}{2x}=\frac{2+3}{2x}=\frac{5}{2x},\ x\neq 0$

b) $\frac{4}{x+1}-\frac{1}{x-2}=\frac{4(x-2)}{(x+1)(x-2)}-\frac{1(x+1)}{(x-2)(x+1)}$

$=\frac{4(x-2)-1(x+1)}{(x+1)(x-2)}$

$=\frac{4x-8-x-1}{(x+1)(x-2)}$

$=\frac{3x-9}{(x+1)(x-2)},\ x\neq -1 \text{ ou } 2$

CALCUL MENTAL

Simplifie:

1. $\frac{a^2-1}{a-1}$
2. $\frac{(x-2)(x+3)}{3+x}$
3. $\frac{(x-2)(x-3)}{3-x}$
4. $\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{8}$
5. $\frac{n}{2}\cdot\frac{8}{n}$
6. $\frac{a}{b}\cdot\frac{b^2}{c}$
7. $\left(\frac{5a}{b}\right)^2$
8. $\frac{2}{5}\div\frac{3}{5}$
9. $\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}$
10. $2a\div\frac{a}{b}$
11. $\frac{x}{2}\div\frac{1}{x^2}$
12. $\frac{a}{b}=\frac{?}{b^2}$
13. $\frac{4}{n+2}=\frac{?}{n^2-4}$
14. $\frac{4}{5}+\frac{3}{5}$
15. $\frac{4}{x}-\frac{1}{x}$
16. $\frac{5a}{8}-\frac{a}{8}$
17. $\frac{3}{x-5}-\frac{1}{5-x}$
18. $\frac{x}{2}-\frac{x}{8}$
19. $2-\frac{a}{b}$
20. $\frac{2n}{2n+1}+1$

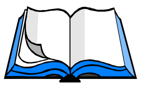
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

L'élève sera en mesure de/d' :

4. Résoudre et vérifier les solutions des équations rationnelles. [L,RP]

SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT



- Cours autodidacte, Module 6, leçon 7
- Pré-calcul 20S : exercices cumulatifs

- **Résoudre des équations rationnelles en indiquant les valeurs inadmissibles.**

Une équation telle que $\frac{2}{x} + \frac{1}{2x} = 10$,

dans laquelle une variable figure dans un dénominateur est appelée

équation fractionnaire ou rationnelle.

Pour résoudre une équation rationnelle, il faut multiplier chaque terme (les deux membres) par le plus petit dénominateur commun des termes, et ensuite simplifier et faire les derniers calculs qui aboutissent au résultat.

1. Trouver la valeur de x, en indiquant quelles valeurs sont inadmissibles.

   a) $\frac{x}{x+2} = \frac{5}{7}$

Solution : La valeur inadmissible de x est -2.

PPDC : $7(x + 2)$.

$$7(x+2)\left(\frac{x}{x+2}\right) = 7(x+2)\left(\frac{5}{7}\right)$$ Multiplier chaque membre par le PPDC.

Simplifier.

$$\begin{aligned} 7x &= (x+2)5 \\ 7x &= 5x + 10 \\ 2x &= 10 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

Résoudre l’équation.

La valeur inadmissible de x est –2.

b) $\frac{2}{x+2} + \frac{1}{x-2} = \frac{1}{x^2-4}$

Les valeurs inadmissibles sont 2 et –2.

SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

CALCUL MENTAL

1. a) Trouve la valeur de x : $\frac{x}{x-6} = 3$

   b) Si l’équation de a) est égale à –1, quelle est la valeur de x ?

TRAVAIL PRATIQUE

1. Trouve la valeur de x en indiquant quelles valeurs sont inadmissibles.

   a) $\frac{4}{x} + \frac{3}{2x} = \frac{11}{4}$

   b) $\frac{x+1}{x-1} = \frac{x-1}{x+3}$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	Décomposer le dénominateur en facteurs, si c'est nécessaire.	2. Deux nombres ont une différence de 20. Si le plus grand est divisé par le plus petit, le quotient est 2 et le reste est 5. Trouve les deux nombres.

PPDC : $(x - 2)(x + 2)$

$$(x-2)(x+2)\left(\frac{2}{x+2}\right) + (x-2)(x+2)\left(\frac{1}{x-2}\right)$$
$$= (x-2)(x+2)\left(\frac{1}{(x-2)(x+2)}\right)$$

Multiplier par le PPDC :

$$\begin{aligned} 2(x-2) + 1(x+2) &= 1 \\ 2x - 4 + x + 2 &= 1 \\ 3x - 2 &= 1 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

c) $\dfrac{7x}{x-1} = 5 + \dfrac{7}{x-1}$

La valeur inadmissible de x est 1.

PPDC : $x – 1$.

$$(x-1)\left(\frac{7x}{x-1}\right) = 5(x-1) + (x-1)\,\frac{7}{(x-1)}$$
$$7x = 5x - 5 + 7$$
$$2x = 2$$
$$x = 1$$

Puisque $x = 1$, l'équation n'a pas de solution. C'est un exemple de racine étrangère (superflue).

Remarque : On parlera plus tard de la façon de résoudre les équations rationnelles dont la simplification aboutit à des équations quadratiques.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

- **Résoudre des problèmes impliquant des équations rationnelles.**

Si l'élève doit acquérir la capacité de résoudre les problèmes de distance, on peut aussi lui proposer des problèmes fondés sur la distance parcourue en fonction du temps, ou aborder d'autres thèmes appropriés.

1. Un avion se déplace cinq fois plus vite qu'un train de passagers. Pour parcourir 400 km, il faut au train quatre heures de plus qu'à l'avion. Trouve la vitesse du train et de l'avion.

Solution :

$$x = \text{vitesse du train}$$
$$5x = \text{vitesse de l'avion}$$
$$\text{Alors } \frac{400}{x} = \text{temps pour le train}$$
$$\frac{400}{5x} = \text{temps pour l'avion}$$

Si le train voyage 4 heures de plus que l'avion

$$\frac{400}{x} - \frac{400}{5x} = 4$$

Après avoir résous l'équation, on apprend que,

$$x = \text{vitesse du train} = 80 \text{ km/h et}$$
$$5x = \text{vitesse de l'avion} = 400 \text{ km/h}$$

TRAVAIL PRATIQUE

1. Un avion volant à sa vitesse de croisière met le même temps pour parcourir 500 km avec vent arrière et 400 km avec vent contraire. Si la vitesse constante du vent est de 20 km/h, quelle est la vitesse de croisière de l'avion?
2. Jean et Julien ont tous deux une tondeuse à gazon de même taille. S'il faut à Jean deux heures de plus qu'à Julien pour tondre une certaine pelouse et à Julien, trois heures pour faire le même travail, combien leur faudra-t-il de temps s'ils conjuguent leurs efforts?

G - Fonctions

C	COMMUNICATION	RP	RÉSOLUTION DE PROBLÈMES
L	LIENS	R	RAISONNEMENT
E	ESTIMATION ET CALCUL MENTAL	T	TECHNOLOGIE
		V	VISUALISATION

Résultats d'apprentissage généraux

- **examiner les relations en mettant l'accent sur les fonctions**
- **décrire et mettre en application des opérations arithmétiques sur des tables pour résoudre des problèmes à l'aide de la technologie au besoin**

Dans la présente unité, on s'attend à ce que les étudiants représentent des données en se servant de modèles de fonctions. L'accent est mis sur l'analyse, la compréhension et l'interprétation des graphiques.

Le sujet comprend l'analyse et l'interprétation des graphiques:

❖ dessiner des graphiques,
❖ définir des fonctions et des relations de diverses façons,
❖ utiliser la technologie graphique pour représenter sous forme graphique des fonctions,
❖ utiliser la notation fonctionnelle,
❖ examiner des fonctions linéaires,
❖ utiliser et modifier des feuilles de calcul,
❖ reproduire sous forme graphique des tracés non linéaires.

Pratiques d'enseignement

Dans le but d'aider les élèves dans leur apprentissage, les enseignants devraient envisager les pratiques d'enseignement suivantes. Les enseignants devraient donner aux élèves des occasions de présenter des graphiques qui représentent des situations précises;

❖ de dessiner des graphiques représentant des situations précises,
❖ de recueillir des données pour représenter un modèle fonctionnel,
❖ d'utiliser les CBL pour recueillir des données,
❖ d'utiliser la calculatrice graphique ou l'ordinateur pour dessiner des fonctions.

Matériel

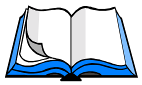
❖ Sondes CBL
❖ calculatrices graphiques

Durée : 12 heures

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

L'élève sera en mesure de/d' :

1. Représenter des données en utilisant des modèles de fonctions. [RP,L,V]



- Cours autodidacte, Module 7, leçons 1, 2
- Pré-calcul 20S : exercices cumulatifs

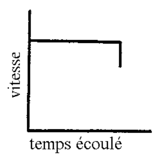
- **Analyser et intepréter des graphiques.**

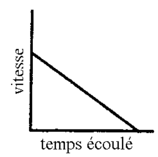
Le professeur peut débuter l’unité en utilisant des exemples pour amorcer la discussion. L’emphase est sur l’analyse, la compréhension et l’interprétation des graphiques. La discussion ne devrait pas prendre plus qu’une classe (40 min.).

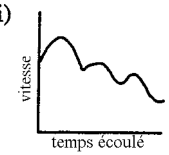
Exemples :

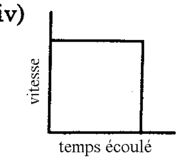
1. Indiquer quel graphique correspond à l'énoncé :

   a) Un train arrive en gare, et les passagers en descendent.

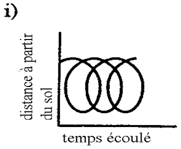
i)


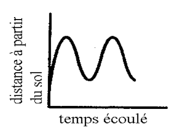
ii)


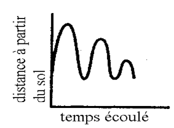
iii)


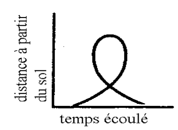
iv)


   b) Un homme fait un tour de grande roue, à une foire.

i)


ii)


iii)


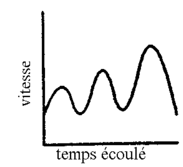
iv)


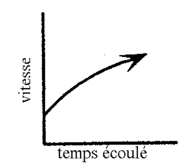
Solution : a) ii
b) ii

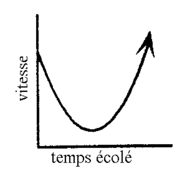
TRAVAIL PRATIQUE

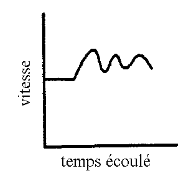
Indique quel graphique correspond à l’énoncé :

1. Un enfant se balance sur une balançoire.

i)


ii)


iii)


iv)


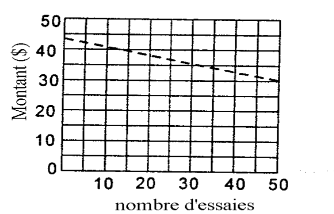
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

2. Dessiner des graphiques pour illustrer les situations suivantes. Si l'on te donne assez d'informations, représenter la situation avec une équation appropriée :

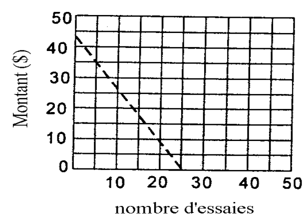
   a) l'aire d'un cercle en fonction du rayon;
   b) les frais d'affranchissement d'une lettre en fonction du poids de celle-ci;
   c) le prix de location d'une voiture pour une journée, en fonction du nombre de kilomètres parcourus;
   d) la population du Canada en fonction de l'année;
   e) la période s'écoulant entre le lever et le coucher du soleil, en fonction de la date.

3. Sandra a 43 $ et commence à insérer des pièces de 25 ¢ dans une machine à sous. Quel graphique indique la quantité d'argent qu'il lui reste après *x* essais, en supposant qu'elle ne gagne jamais ?

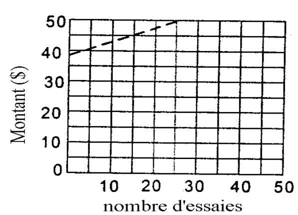
a)



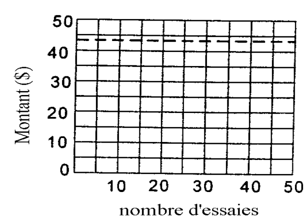
b)



c)



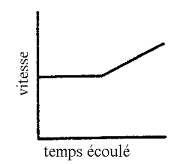
d)



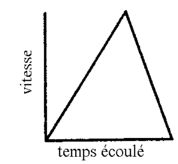
Solution : Graphique A

2. Une femme grimpe au sommet d'une côte à un rythme constant, puis elle commence à courir pour descendre.

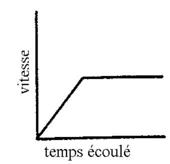
i)



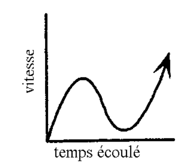
ii)



iii)



iv)



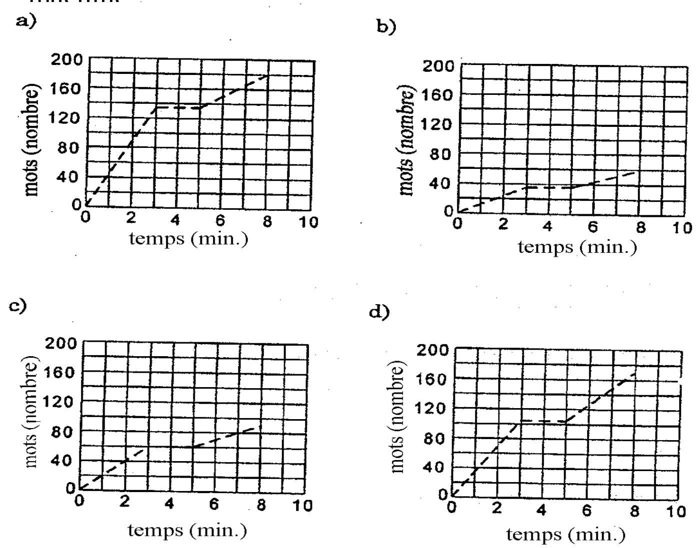
TRAVAIL PRATIQUE

1. Choisis une des réponses non valables dans le problème 3 ci-contre et compose un problème dont le graphique correspondrait correctement à la réponse choisie.
2. Compose toi-même un problème semblable au #3 et trace le graphique correspondant.
3. Choisis un des graphiques suivants et compose un problème dont le graphique correspondrait.

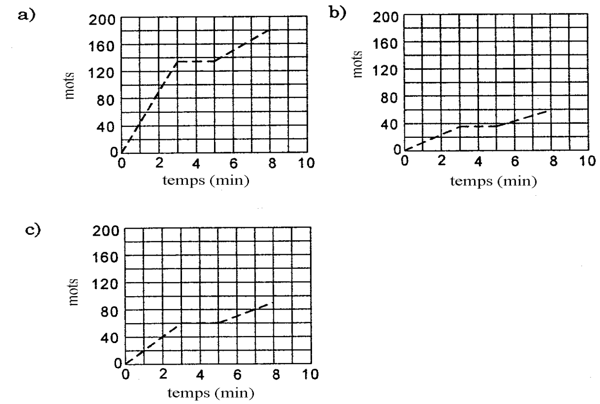
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

De plus grands diagrammes doivent être utilisés pour montrer que les données sont des mesures discrètes.

4. Richard tape à la machine au rythme de 35 mots à la minute pendant trois minutes. Il prend une pause de deux minutes, puis il tape pendant trois autres minutes au rythme de 20 mots à la minute. Les graphiques figurant ci-dessous montrent la relation entre le nombre de mots (axe vertical) et le temps (axe horizontal). Quel graphique représente le temps que Richard a passé à la machine ?



Solution : IV

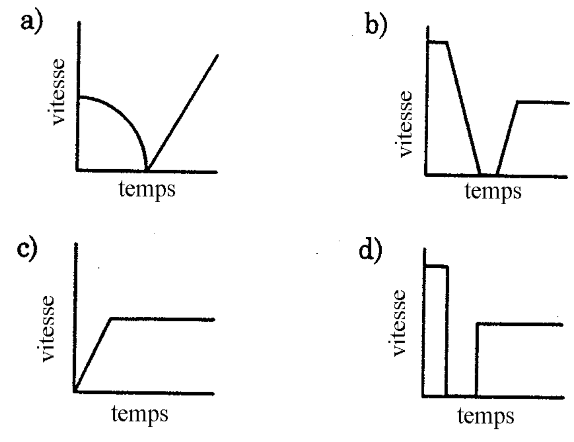


4. Jeannine se rend à pied de chez elle au magasin. À mi-chemin, elle se rend compte qu'elle a oublié d'apporter de l'argent; elle fait donc demi-tour, rentre chez elle, prend l'argent nécessaire, et se rend jusqu'au magasin.Trace un graphique montrant le temps sur l'axe horizontal et la distance parcourue sur l'axe vertical.

5. Rashid s'amuse à sauter sur une trampoline. Trace un graphique montrant le temps sur l'axe horizontal et la hauteur qu'il atteint par rapport au sol sur l'axe vertical.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

5. Kendra fait de la vitesse sur l'autoroute, et un agent de police l'arrête. Celui-ci lui donne une contravention, puis elle poursuit sa route. Tracer un graphique indiquant le temps sur l'axe horizontal et la vitesse de Kendra sur l'axe vertical.



Solution : graphique (b)

INSCRIPTION AU JOURNAL

Recherche une des relations suivantes. Représente les données, trace le graphique et trouve son équation.

a) l’aire d’un cercle et son rayon

b) le coût de poster une lettre et la masse de la lettre

c) le coût de location d’une auto pour une journée et le nombre de kilomètres parcourus

d) la population du Canada et l’année

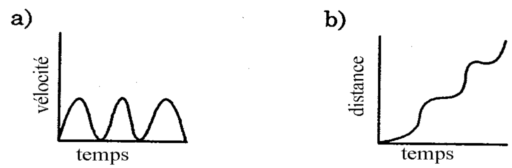
e) la durée de la clarté d’une journée et la date

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

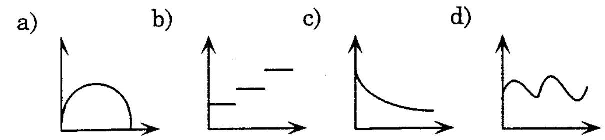
6. Carlos vit dans une grande ville et se rend à l'école en prenant un autobus local qui s'arrête à chaque coin de rue pour laisser les passagers monter et descendre.

   a) Trace un graphique montrant le temps sur l'axe horizontal et la vitesse de l'autobus sur l'axe vertical.

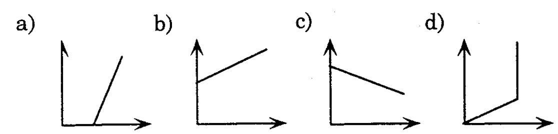
   b) Trace un graphique montrant le temps sur l'axe horizontal et la distance parcourue par Carlos sur l'axe vertical.



7. Pour chacun des graphiques suivants, décris une situation pratique. Pour chacune des situations, indique la signification des coordonnées à l’origine, des pentes et des maxima et/ou minima.



8. Décrire une situation pratique que chaque graphique pourrait représenter. Expliquer la signification de chaque point d'intersection, des pentes, des maximums et/ou des minimums.



Indice: Étiquetter l’axe vertical “temps” (t) pour le graphique d).

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

L'élève sera en mesure de/d':

- Cours autodidacte, Module 3, leçons 1, 2, 3, 5 et Module 7, leçon 2
- Pré-calcul 20S : exercices cumulatifs

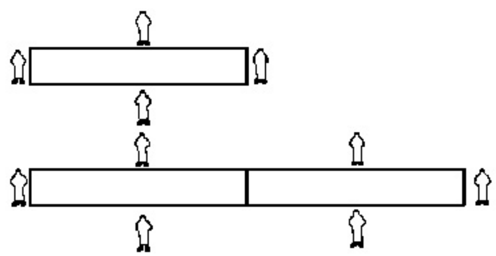
- **Décrire les relations.**

2. Décrire les relations et fonctions en terme de:
   - tableau de valeurs
   - graphique
   - couples ordonnés
   - correspondance biunivoque
   - équation
   - règle générale. [R,V,T]

On peut amorcer la discussion avec l'exemple à développement suivant.

Soit une situation où des personnes sont assises à une table rectangulaire. Les tables sont placées bout à bout. Remplir le tableau figurant ci-dessous pour arriver à cerner le rapport entre le nombre de places et le nombre de tables.

Tables (x)	**Places (y)**
1	4
2	6
3	8
•	
•	
•	
•	
•	
x	$2x + 2$



Il convient de définir le concept de « relation », et de parler de sa représentation sous diverses formes.

Une *relation* est un ensemble quelconque de paires ordonnées. Elle représente un rapport entre deux variables, ou une correspondance entre deux variables.

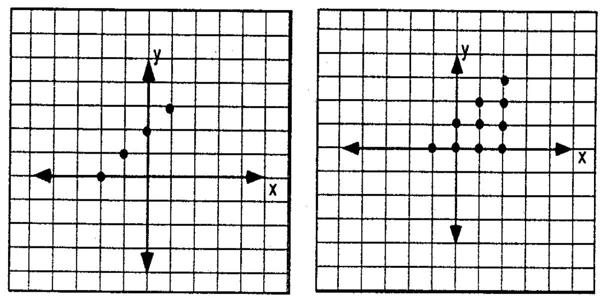
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

Définir une *fonction* comme étant une relation dans laquelle, pour chaque valeur *x*, il existe au plus une valeur *y*.

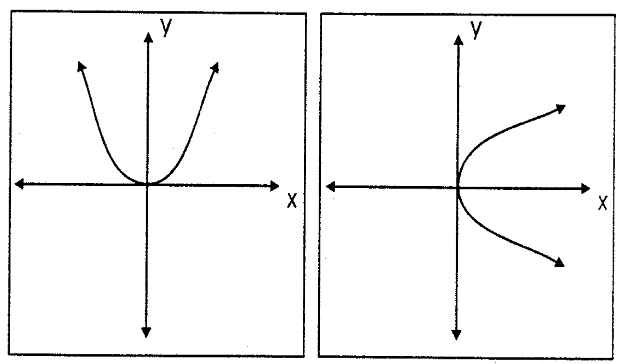
Exemple :

Amorcer la discussion sur les graphiques ci-dessous. En quoi diffèrent-ils? Lesquels représentent des fonctions?

a)



b)



Solution :

a) Le graphique à la gauche est une fonction et celui à droite ne l'est pas.

b) Le graphique à la gauche est une fonction et celui à droite ne l'est pas.

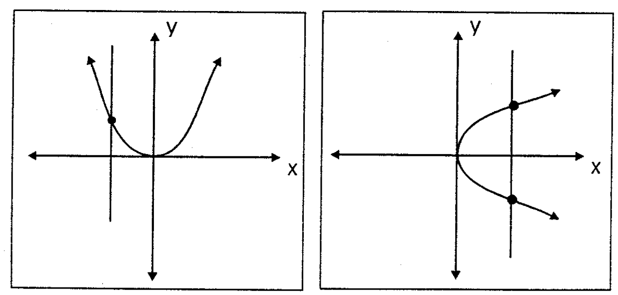
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

- **Faire la distinction entre relations et fonctions.**

Montrer comment le test de la ligne verticale permet d’établir rapidement si une relation est une fonction.

Test de la ligne verticale :

> Si la ligne verticale coupe la courbe d’une relation en plus qu’un point, la relation n’est pas une fonction.



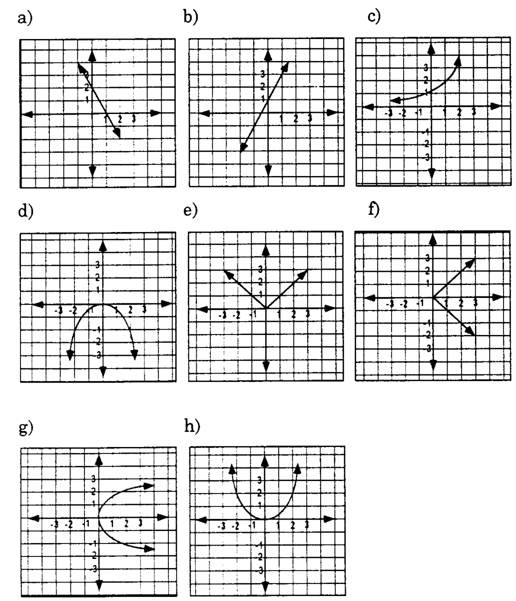
fonction — pas une fonction

Comme, dans une fonction, il y a au plus une valeur y pour chaque valeur x, la ligne verticale ne coupera la courbe de la fonction qu’en un seul point ou pas du tout.

On peut décrire la fonction en utilisant des paires ordonnées, un tableau de valeurs, un diagramme, un graphique, ou une règle, comme nous l’avons déjà mentionné dans le cas des relations.

CALCUL MENTAL

1. Dans les graphiques figurant ci-après, dis quelles relations sont des fonctions, et explique ta réponse.



2. Lesquels des suivants sont des fonctions et pourquoi?

   a) {(1 , 3) (–1 , 4) (1 , 0) (0 , 4)}
   b) {(3 , 2) (0 , 2) (1 , 3) (4 , 3)}

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

1. Est-ce que {(1,2) (2,3) (3,4)} représente une fonction? Trouver son domaine et son image.
2. Établir si les données fournies dans le tableau définissent une fonction.

a)

valeur de départ	0	1	2	1	0
valeur d'arrivée	2	4	6	8	10

Solution : Non, car il y a 2 valeurs d'arrivée pour une valeur de départ.

b)

x	0	1	2	3		
y	6	6	9	10		

Solution : Oui, c'est une fonction car pour chaque valeur d'arrivée, il n'y a qu'une valeur de départ.

TRAVAIL PRATIQUE

1. Parmi les énoncés qui suivent, lesquels sont des fonctions?

   $y = 3x - 2$
   $y = x^2 - 3x + 2$
   $x = y^2 - 4y - 3$
   $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 9$
   (1, 3)(–1, 4)(1, 0)(0, 4)
   (3, 2)(0, 2)(1, 3)(4, 3)
2. La relation $x = 100$ est-elle une fonction?
3. Le point (–2,–2) se trouve-t-il sur la droite de l'équation $f(x) = x - 2$?
4. Quelle est la valeur de la fonction $f(x) = 4t - 3$, si t est égal à 2?
5. Quel est le zéro de la fonction $f(h) = 3h + 15$?
6. Dresse un tableau des valeurs de $f(x) = 3x - 2$, si x est situé entre –2 et +2.
7. Quel est le domaine de la fonction $f(x) = 3x + 5$?
8. Quelle est l'image de la fonction $f(x) = \frac{3x}{x}$?
9. Si $y = 3$, donne l'ordonnée à l'origine, la pente, l'image et le domaine.
10. La relation définie par $y = x - 600$ est-elle une fonction?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

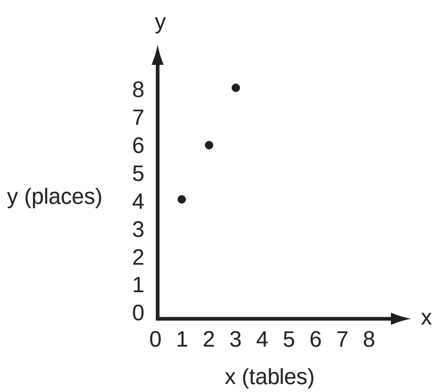
- **Utiliser diverses façons pour décrire les relations et les fonctions.**

Les façons suivantes sont utilisées pour représenter des fonctions et des relations. Discute les avantages et les désavantages de chaque représentation.

1. Tableau des valeurs :

tables (x)	1	2	3	4		
places (y)	4	6	8	10		

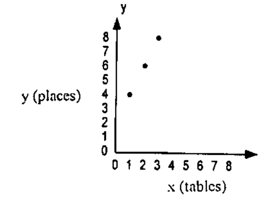
2. Graphique :



3. Paires ordonnées :
{(1 , 4) (2 , 6) (3 , 8) (4 , 10)}

INSCRIPTION AU JOURNAL

Décris les frais de stationnement demandés par le propriétaire d'un garage, en te servant de paires ordonnées, d'une règle, et d'un graphique.



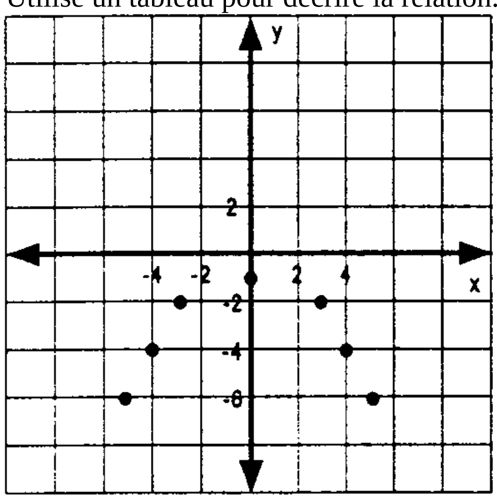
TRAVAIL PRATIQUE

1. Remplis le tableau suivant :

$f(x) = x^2 - 4$

x	0	1	2	3	4
y					

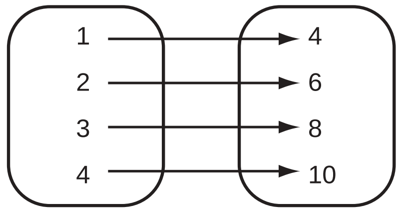
2. Utilise un tableau pour décrire la relation.



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

4. Diagramme :

Valeur de départ (*x*) **Valeur d'arrivée (*y*)**



Remarque :

Donner des exemples de cas où la valeur *x* peut être appariée à différentes valeurs *y*.

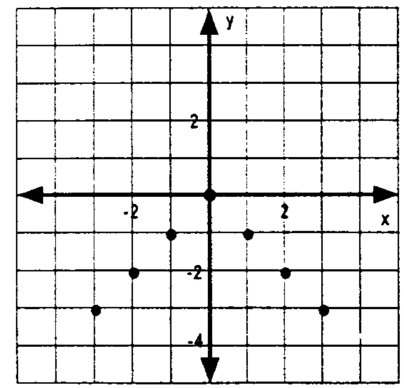
x	0	0	1	1			
y	2	3	4	5			

5. Équation : $y = 2x + 2$, où x est un entier positif.

6. Règle énoncée verbalement :
«Trois de plus que le double.»

Parler des avantages et des inconvévients de chaque mode de représentation. Par exemple, s’il s’agit d’un ensemble infini, l’établissement d’une liste ne convient pas.

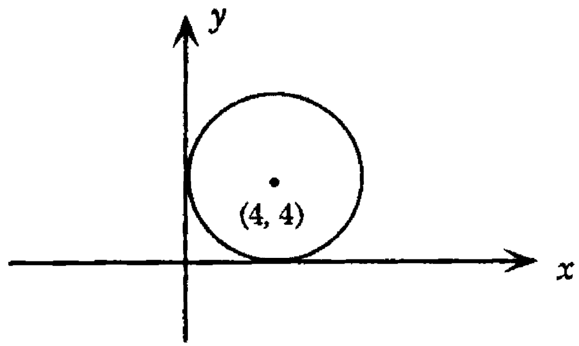
3. Écris sous forme de paires ordonnées.



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
L'élève sera en mesure de/d' : 3. Déterminer le domaine et l'image d'une relation à partir de son graphique.	• Cours autodidacte, Module 7, leçons 1, 2 • Pré-calcul 20S : exercices cumulatifs • **Faire la distinction entre le domaine et l'image d'une fonction.** **Domaine :** Le domaine est défini comme étant l'ensemble des valeurs de départ (représentées, d'habitude, par la lettre *x*), ou le premier élément de la paire ordonnée. **Image** : L'image est définie comme étant l'ensemble des valeurs d'arrivée (représentées, d'habitude, par la lettre *y*), ou le second élément de la paire ordonnée. Les élèves doivent se familiariser avec les différentes façons d'exprimer le domaine et l'image : a) $x \in \mathrm{R}$ b) *x* est supérieur ou égal à 6 c) $\{x \geq 6\}$ d) $\{x \mid x \geq 6\}$ e) $\{x \mid x \in \mathrm{R}, x \geq 6\}$ f) $x \geq 6$	

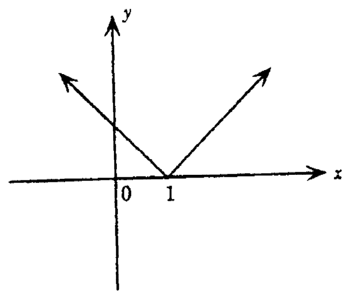
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

1. Si les axes des x et des y touchent le cercle, quels sont le domaine et l'image du cercle illustré ci-après?



Solution : D : $\{0 \le x \le 8\}$ où D est le domaine
I : $\{0 \le y \le 8\}$ où I est l'image

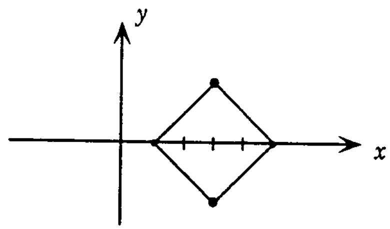
2. D'après le graphique figurant ci-dessous, trouver le domaine et l'image de la fonction $y = |x - 1|$.



Solution : D : $\{x \in R\}$
I : $\{y \ge 0\}$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

3. Déterminer le domaine et l'image.



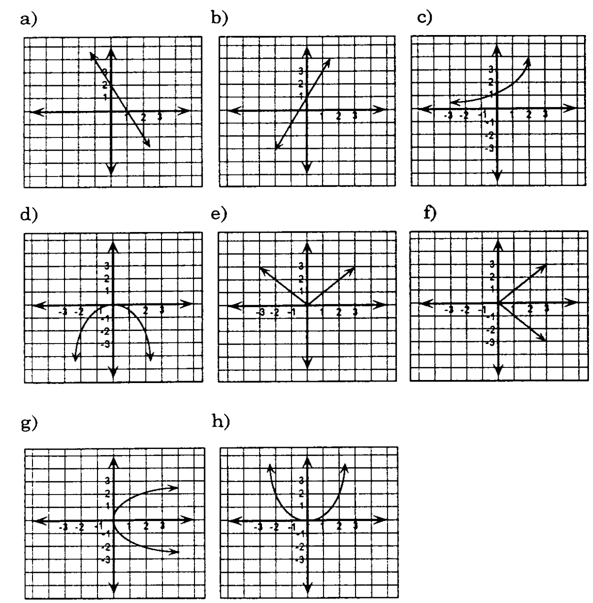
Solution : D : $\{1 \leq x \leq 5\}$
I : $\{-2 \leq y \leq 2\}$

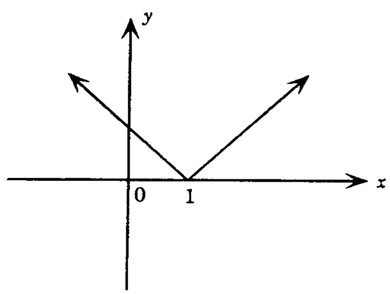
4. L'ensemble {(1 , 2), (2 , 3), (3 , 4)} représente-t-il une fonction? Donne le domaine et l'image.

Solution : Oui
D : {1, 2, 3}
I : {2, 3, 4}

CALCUL MENTAL

Donne le domaine et l'image des graphiques ci-dessous.



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
L'élève sera en mesure de/d' : 4. Utiliser un outil technologique pour tracer le graphique d'une fonction à partir de son équation. [C, T, V]	1. Tracer le graphique de la fonction $y = x + 1$, en utilisant un instrument à dessiner des graphiques. 2. Tracer le graphique de la fonction $y = x^2 + 100$, en utilisant un instrument à dessiner des graphiques. Expliquer le procédé employé, de manière que le graphique apparaisse à l'écran. 3. Tracer le graphique de la fonction $y = x^{2/3}(x-1)$. 10. D'après le graphique donné, trouver le domaine et l'image de la fonction. (Utilise la fonction “Trace” de la calculatrice à graphique afin de déterminer le domaine et l'image.)  11. Utiliser la calculatrice à graphique pour tracer les fonctions suivantes : a) $y = x + 1$ b) $y = x^2 + 100$ c) $y = \|x\|$ d) $y = x^2 - 4$	***TRAVAIL PRATIQUE*** 1. Avec une calculatrice à graphiques, dessine les courbes suivantes : a) $y = 2x - 1$ b) $y = x^2 + 50$ Explique le procédé utilisé pour que le graphique apparaisse à l'écran.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

L’élève sera en mesure de/d’ :

5. Utiliser la notation fonctionnelle pour évaluer et représenter des fonctions. [C, RP]

- **Représenter et évaluer des fonctions en utilisant diverses notations.**

Diverses formes de notations sont utilisées pour exprimer des fonctions. Des lettres telles que *f*, *g* et *h* sont couramment utilisées pour représenter des fonctions.

$$f : x \to 2x + 2$$
$$f(x) = 2x + 2$$
$$y = 2x + 2$$
$$(x,\ f(x))$$
$$(x,\ 2x + 2)$$

Exemples :

1. Si $f(x) = \dfrac{2x^2 - x - 6}{x^2 - 4}$, trouve $f(2)$.

Solution

$$f(2) = \frac{2 \cdot 2^2 - 2 - 6}{2^2 - 4}$$
$$= \frac{8-2-6}{0} = \frac{0}{0} \text{ indéfinie}$$

2. Si $f(x) = 2x + 1$ et $g(x) = x^2$, trouve la valeur de $\dfrac{3f(1)}{2g(-1)}$.

Solution

$$= \frac{3(2 \cdot 1 + 1)}{2(-1)^2} = \frac{9}{2}$$

TRAVAIL PRATIQUE

1. Si $f(x) = x^2 - 5x + 3$, alors trouve $f(2)$.

2. Si $f(x) = 3x^2 - 6x + 5$, alors trouve $f\left(\sqrt{3}\right)$, $f(2x)$ et $f(3t + 2)$.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

L'élève sera en mesure de/d' :

6. Déterminer les caractéristiques suivantes du graphique d'une fonction linéaire à partir de son équation :
   - les coordonnées (abscisse et ordonnée) à l'origine,
   - la pente,
   - le domaine,
   - l'image,
   - les zéros. [RP, V]

SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT

- Cours autodidacte, Module 7, leçon 3
- Pré-calcul 20S : exercices cumulatifs

- **Analyser les caractéristiques des fonctions linéaires.**

1. Tracer le graphique de chacune des équations suivantes, et indiquer les coordonnées à l'origine, la pente, le domaine et l'image.

   a) y = $2x$; $x = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

   b) $y = -\frac{1}{3}x$; x = un nombre réel

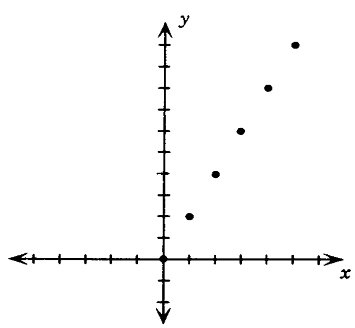
   c) $y = 3$

   d) $x = 3$ À noter: Cette relation n'est pas une fonction.

   e) $y = \frac{1}{3}x + 5$; x = un nombre réel

Solution :

a) $y = 2x$



abscisse à l'origine
ordonnée à l'origine
$m = 2$
D : {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}
I : {0, 2, 4, 6, 8, 10, 12}
zéros : 0

SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

CALCUL MENTAL

1. Trouve la pente, le domaine et le champ de la fonction $f(x) = 2x$.
2. Détermine le zéro de la fonction $f(h) = 3h + 15$.
3. Quelle est la valeur de la fonction $f(t) = 4t - 3$ si $t = 2$?

INSCRIPTION AU JOURNAL

Décris une situation réelle que l'on peut exposer au moyen d'une fonction linéaire.

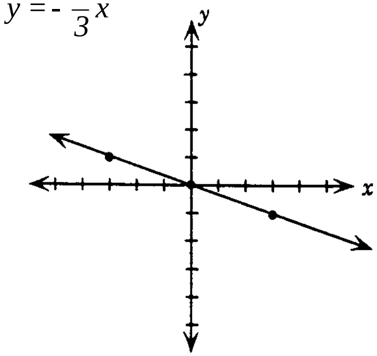
DISCUSSION

Définition : On appelle « yeux » les points d'intersection des droites à l'intérieur d'un polyomino.

Tout polyomino a une aire, un périmètre et un certain nombre d'yeux. Y a-t-il une relation entre les trois valeurs?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

b) $y = -\frac{1}{3}x$



abscisse à l'origine
ordonnée à l'origine

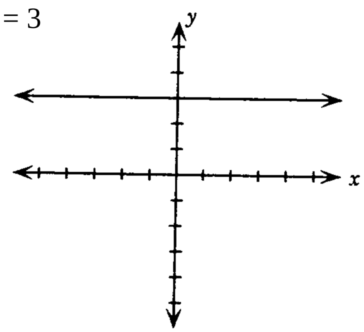
$m = \frac{-1}{3}$

D : $\{x \,/\, x \in R\}$

I : $\{y \,/\, y \in R\}$

zéros : 0

c) $y = 3$



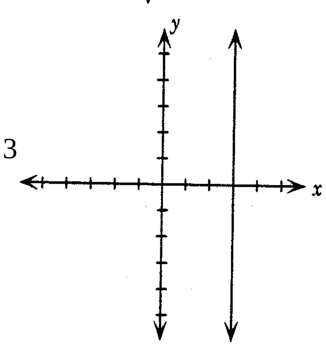
abscisse à l'origine : aucun
ordonnée à l'origine : 3
$m = 0$

D : $\{x \,/\, x \in R\}$

I : $\{y \,/\, y = 3\}$

zéro : aucun

d) x = 3



abscisse à l'origine : 3

ordonnée à l'origine : aucun

m = indéfinie

D : $\{x \,/\, x = 3\}$

I : $\{y \,/\, y \in R\}$

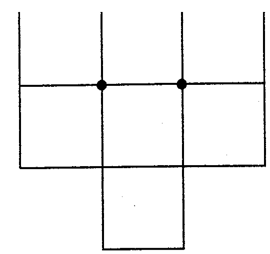
zéro : 3

---

a) Dessine un certain nombre de polyominos ayant la même aire, mais des périmètres différents. Dans chaque cas, relève le nombre d'yeux, l'aire et le périmètre. Qu'arrive-t-il au périmètre à mesure que le nombre d'yeux augmente?

b) Refais l'exercice, mais avec une aire différente.

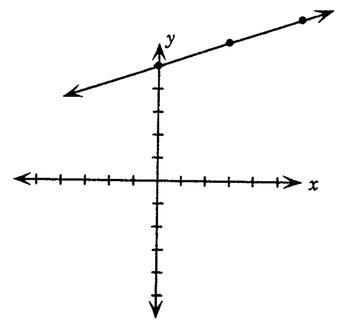
c) Énonce une formule décrivant le périmètre *p* d'un polyomino qui a une aire *a* et un nombre *y* d'yeux.



TRAVAIL PRATIQUE

Les limites d'un trapèze sont déterminées par les droites $y = ½x + 4$, $x = 4$, $x = 10$ et l'axe des x. Trouve l'aire du trapèze.

e) $y = \frac{1}{3}x + 5$



abscisse à l'origine : -15
ordonnée à l'origine : 5
$m = \frac{1}{3}$

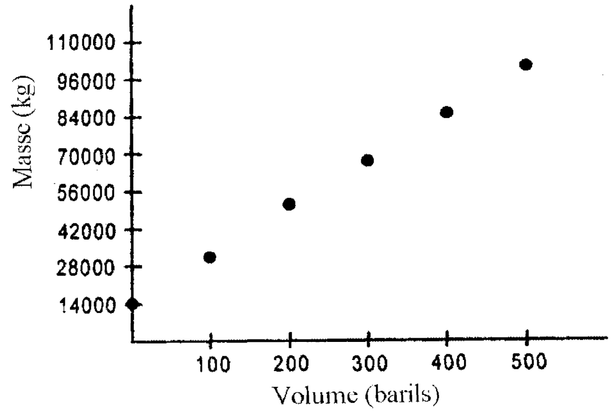
D : $\{x \,/\, x \in R\}$
I : $\{y \,/\, y \in R\}$

2. Un camion-citerne s'arrête sur une balance, et on le remplit alors de pétrole brut. La masse *M* du camion est mesurée en kilogrammes, et le volume *V* de pétrole brut est mesuré en barils; le rapport entre les deux est exprimé par la formule :
$M = 14\,000 + 180\,V$, V $\leq$ 500.
   a) Tracer le graphique, *V* étant en abscisse, et *M*, en ordonnée.
   b) La capacité maximale de la citerne est de 500 barils. Quelle est la masse du camion quand il contient 500 barils de pétrole?
   c) Quelle est la masse du camion vide? Où se trouve cette valeur sur le graphique?
   d) Trouver la pente et lui donner une interprétation.
   e) Quel est le domaine de ce problème?
   f) Décrire l'image avec des mots.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

Solutions :

a)



b) $M = 14\ 000 + 180\ V$
quand $V = 500$ barils
$M = 14\ 000 + 180 \cdot 500$
$= 104\ 000$

c) La masse d'un camion chargé à capacité est 104 000 kg. Ceci est l'ordonnée à l'origine.

d) Pente : $m = 180$. La pente représente la masse d'un baril.

e) Domaine : $\{V \mid 0 \le V \le 500\}$

f) Image : $\{m \mid 14\ 000 \le m \le 104\ 000\}$

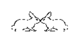
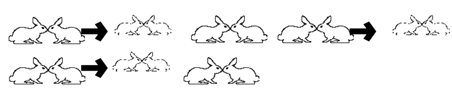
La calculatrice à graphiques peut faciliter la résolution de problèmes de ce genre.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION
L’élève sera en mesure de/d’ :	• Cours autodidacte, Module 7, leçon 5 • Pré-calcul 20S : exercices cumulatifs	
7. Utiliser et modifier un modèle de tableur pour représenter des situations récurrentes. [RP, T, V]	Une *fonction récursive* est une fonction dont le domaine est l'ensemble des entiers. Pour indiquer que le domaine est bien cet ensemble de nombres, et non celui des nombres réels, on emploie habituellement n pour désigner la variable. On peut définir une fonction récursive en donnant la valeur de la fonction en un point et le lien entre la valeur de la fonction à n et à $n-1$, par exemple. 1. Soit $f(\text{n})$ définie par : $f(1) = 5$ et $f(n) = f(n-1) + 3$ déterminer $f(4)$ Solution : $f(1) = 5$ $f(2) = f(1) + 3 = 5 + 3 = 8$ $f(3) = f(2) + 3 = 8 + 3 = 11$ $f(4) = f(3) + 3 = 11 + 3 = 14$. Les élèves éprouveront des difficultés avec la notation abstraite. Le professeur devra interpréter verbalement la signification de $f(n) = f(n-1) + n$ ou $f(n+1) = f(n) + 3$. Les régularités dans les nombres intriguent les mathématiciens depuis des années. Au début du 13e siècle, Leonardo Fibonacci a découvert une fascinante suite de nombres. Plusieurs exemples simples de fonctions récursives devraient être faits avant d’entreprendre la suivante.	

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

2. Fibonacci a proposé le problème suivant : supposons que nous ayons une paire de jeunes lapins et qu'au moment où ils ont deux mois, ils commencent à produire un nouveau couple de lapins tous les mois. Si aucun des lapins ne meurt, combien de paires de lapins y aura-t-il dans le n^e mois?

   Fibonacci a demandé : « Combien de paires de lapins y aura-t-il après un an? » Le diagramme montre les résultats après les six premiers mois.

Mois	**Paires de lapins - Diagramme**	**Nbre de paires**
1er janv.		**1**
1er fév.		**1**
1er mars		**2**
1er avril		**3**
1er mai		**5**
1er juin		**8**
1er juillet		

   D'après le tableau, nous pouvons établir que :

   $f(0) = 1$ La valeur de $f(0)$ est donnée.
   $f(1) = 1$ La valeur de $f(1)$ est donnée.
   $f(2) = 1 + 1 = 2$ Utilise $f(0) + f(1)$ pour trouver $f(2)$.
   $f(3) = 1 + 2 = 3$ Utilise $f(1) + f(2)$ pour trouver $f(3)$.
   $f(4) = 2 + 3 = 5$ Utilise $f(2) + f(3)$ pour trouver $f(4)$.
   $f(5) = 3 + 5 = 8$ Utilise $f(3) + f(4)$ pour trouver $f(5)$.

TRAVAIL PRATIQUE

Si $t_1 = 5$ et $t_n = t_{n-1} + 2$, trouve les trois prochains termes pour $n \geq 2$.

Si $a_1 = 7$ et $a_n = a_{n-1} - 4$, trouve les cinq premiers termes pour $n \geq 2$.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	Dans une définition récursive, certaines conditions initiales sont données, et le terme général de la suite est défini d'après un ou plusieurs des termes précédents : $\therefore \quad f(0) = f(1) = 1$ $f(n) = f(n-2) + f(n-1) \qquad m \geq 3$ Utilise une démarche récursive pour illustrer cette suite de Fibonacci. Des questions semblables peuvent porter sur la somme des *n* premiers nombres de Fibonacci, la somme des carrés des *n* premiers nombres de Fibonacci, etc. L'exemple précédent où le nombre de paires de lapin est 1, 1, 2, 3, 5, 8, ..., s'appelle une suite de Fibomacci. • **Utiliser un modèle de tableur pour représenter des situations récurrentes.** Remarque : Le but de ces exercices est la modification d'un modèle défini et non la création.	

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

3. À l'aide d'un tableur, modifier le tableau donné établi pour un prêt agricole de 85 000 $ remboursable en dix ans au moyen de versements annuels fixes, de manière à prendre en compte le changement du taux d'intérêt.

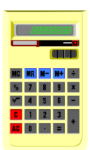
Année	Solde d'ouverture	Taux d'intérêt (%)	Intérêt imputé	Versement régulier	Solde de clôture
1	85 000,00 $	8	6 800,00 $	12 667,51 $	79 132,49 $
2	79 132,49 $	8	6 330,60 $	12 667,51 $	72 795,59 $
3	72 795,59 $	8	5 823,65 $	12 667,51 $	65 951,73 $
4	65 951,73 $	8	5 276,14 $	12 667,51 $	58 560,36 $
5	58 560,36 $	8	4 684,83 $	12 667,51 $	50 577,68 $
6	50 577,68 $	8	4 046,21 $	12 667,51 $	41 956,39 $
7	41 956,39 $	8	3 356,51 $	12 667,51 $	32 645,39 $
8	32 645,39 $	8	2 611,63 $	12 667,51 $	22 589,52 $
9	22 589,52 $	8	1 807,16 $	12 667,51 $	11 729,17 $
10	11 729,17 $	8	938,33 $	12 667,51 $	0,00 $

a) Quels choix l'exploitant agricole a-t-il si le taux d'intérêt monte?

b) Quels choix l'exploitant agricole a-t-il si le taux d'intérêt diminue ?

c). Modifier le tableau précédent pour illustrer le cas d'une hypothèque résidentielle amortie sur 25 ans et prévoyant le versement de paiements mensuels, le client ayant la possibilité de faire un versement supplémentaire de 1 500 $ à la fin de chaque année. L'intérêt est débité tous les mois.

TRAVAIL PRATIQUE



Utilise une démarche récursive pour trouver le solde au bout de deux ans, si 5 000 $ sont déposés dans un compte à un taux d'intérêt annuel de 6,5 %, composé mensuellement.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

Tu peux utiliser la démarche suivante avec une calculatrice à graphiques (T1-82) :

Entrer 5000, appuyer sur Enter .
Appuyer sur les touches **2nd** (–) pour obtenir **ANS**.
Entrer **Ans** (1 + 0,065/12).
Continuer en pressant Enter .

Tu peux aussi utiliser un tableur :

	A	B	C
1	5000	$A1\left(1+\frac{0,0065}{12}\right)$	
2	B1		
3			
4			

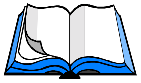
Utilise la fonction « copy » pour remplir les cellules des colonnes A et B, jusqu'à la 24e rangée. La cellule A1 représente la variable indépendante.

Relativement au cas énoncé ci-dessus, définis une démarche récursive que tu pourrais utiliser si le taux d'intérêt ou la période d'amortissement changeait.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

L'élève sera en mesure de/d' :

8. Représenter graphiquement les données linéaires et non linéaires, en utilisant les échelles appropriées. [C, V]



- Cours autodidacte, Module 7, leçon 1
- Pré-calcul 20S : exercices cumulatifs

Utiliser des articles de journaux ou des données scientifiques pour obtenir des relations linéaires et non-linéaires.

1. La masse d'un bêcher est notée quand celui-ci est rempli de différents volumes d'éthanol. Le tableau figurant ci-dessous donne les résultats des mesures :

Volume d'éthanol (ml)	**Masse du bêcher et du liquide**
0	90
50	129
100	168
150	207

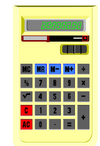
Les mesures sont bonnes au millilitre et au gramme près.

Placer ces données dans un diagramme de dispersion, en utilisant les échelles appropriées, et répondre aux questions suivantes :

a) En supposant que cette régularité se poursuive, déterminer la masse du liquide et celle du bêcher quand celui-ci contient 250 ml d'éthanol.

Réponse : 285 g

TRAVAIL PRATIQUE



1. Place les données figurant ci-après dans un diagramme de dispersion, en utilisant les échelles appropriées, et décris la régularité.

a)

Salaires moyens et minimums dans la LNH

	moyens	*minimums*
'94-'95	733 000 $	*125 000 $*
'93-'94	560 000 $	*100 000 $*
'92-'93	434 000 $	*100 000 $*
'91-'92	351 000 $	*100 000 $*
'90-'91	253 000 $	*25 000 $*
'89-'90	232 000 $	*25 000 $*

***Source : LNH.** Tous les chiffres sont donnés en dollars US.

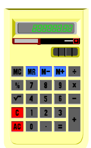
b) Calculer la masse de 200 ml d'éthanol dans le bêcher.

Réponse : 156 g

c) La masse volumique d'un liquide est définie comme étant la masse de 1 ml de ce liquide. Calculer la densité de l'éthanol.

Réponse : 0,78 g/mL

2. François utilise 30 m de clôture pour entourer tous les côtés de sa cour rectangulaire. Utiliser du papier quadrillé pour illustrer toutes les formes rectangulaires possibles de sorte que les dimensions soient des nombres entiers. Quelles seront les dimensions de la cour qui aura la plus grande superficie? Utiliser la calculatrice à graphiques pour dresser un tableau permettant de calculer la superficie.



Solution :

Largeur	Longueur	Périmètre	Superficie
1	14	30	14
2	13	30	26
3	12	30	36
4	11	30	44
5	10	30	50
6	9	30	54
7	8	30	56
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.

b) Nannook's Pizza se sert de la structure de prix suivante:

Diamètre (pouces)	Coût ($)
8	6,5
10	10,2
12	14,65
14	19,9
16	26

2. Francine a une clôture de 24 m à poser autour de son jardin. Un côté du jardin longera la maison, et la clôture entourera les trois autres côtés. Quelle forme rectangulaire donnera le plus grand jardin?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	Réponse : Les dimensions de la cour qui donnent la plus grande superficie sont : largeur : 7 m longueur : 8 m. **Utilisation de la calculatrice à graphiques TI-82 pour analyser des données. (Modèle algébrique — le problème du jardin.)** a) Introduire les données. Appuyer sur STAT, choisir Edit. L1 = largeur du jardin L2 = longueur du jardin L3 = périmètre calculé L4 = superficie calculée b) Pour programmer la calculatrice en vue de vérifier les dimensions : Placer le curseur au sommet de la liste L3. Entre (L1 + L2)*2, en utilisant les touches 1 et 2, respectivement, sur 2^{nd}. c) Programmer la calculatrice pour calculer la superficie L4. d) Dessiner un diagramme de dispersion avec les données concernant la largeur et la longueur : Appuyer sur 2^{nd} Y = pour le STAT PLOT. Choisir Plot 1, et passe à ON. Passer à L1 sur la XList et à L2 sur la Ylist. Choisir la valeur la plus grande. e) Régler ta fenêtre de visualisation. Appuyer sur ZOOM, et choisir ZoomStat.	

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	f) Trouver la formule algébrique établissant la relation entre la longueur et la largeur, et écrire sous la forme $\boxed{Y =}$ mx + b . En te servant de la formule du périmètre, montrer que la longueur est égale à : $$\frac{30 - 2x}{2}$$ Inscrire l'expression du côté droit de l'équation $\boxed{Y =}$ mx + b. Faire le rapport entre les zéros de la fonction et le facteur de la fonction quadratique.	

H - Statistique et Probabilité

C	COMMUNICATION	RP	RÉSOLUTION DE PROBLÈMES
L	LIENS	R	RAISONNEMENT
E	ESTIMATION ET CALCUL MENTAL	T	TECHNOLOGIE
		V	VISUALISATION

Résultats d'apprentissage généraux

- **analyser les tendances, les régularités et les interrelations des données numériques d'un tableau**
- **prendre et analyser des décisions, en utilisant les gains et les pertes prévus basés sur des probabilités d'événements élémentaires.**

Dans la présente unité, Statistique et Probabilité, les élèves choisissent, justifient et appliquent des techniques d'échantillonnage qui donnent un échantillon non biaisé approprié à partir d'une population donnée.

Le sujet comprend examiner des techniques d'échantillonnage;

❖ défendre ou contredire des inférences et des généralisations au sujet des populations;
❖ établir un lien avec les probabilités utilisées pour calculer des pertes ou des gains prévus;
❖ prendre des décisions.

Pratiques d'enseignement

Dans le but d'aider les élèves dans leur apprentissage, les enseignants devraient envisager les pratiques d'enseignement suivantes. Les enseignants devraient donner aux élèves des occasions de choisir, de justifier et de mettre en application des techniques d'échantillonnage;

❖ d'utiliser un générateur de nombres aléatoires dans leurs études;
❖ de trouver des exemples de généralisation fondés sur des données statistiques et les défendre ou les opposer;
❖ de jouer à des jeux afin d'accroître leur compréhension des pertes ou des gains prévus.

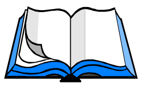
Matériel : ❖ calculatrices graphiques ou logiciels

Durée : 9 heures

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

L'élève sera en mesure de/d' :

1. Décrire les données et leurs interrelations, oralement ou au moyen d'expressions algébriques dans un tableau dont les rangées ne sont pas récurrentes (calculées à partir de données précédentes). [C, L]



- Cours autodidacte, Module 8, leçons 1, 2
- Pré-calcul 20S : exercices cumulatifs

- **Décrire les données d'un tableau illustrant une situation non récurrente, oralement et au moyen d'expressions algébriques.**

1.

Prix	TPS	TVP	Total
120 $	8,40 $	12,84 $	141,24 $
275 $	19,25 $	29,43 $	323,68 $

a) Quel est le taux de la TPS ?

Réponse : 7 %

b) Quel pourrait être le taux de la TVP ?

Réponse : 10,7 %

c) Quelle pourrait être la règle de calcul de la TVP ?

Réponse : Prix x TVP % = TVP

d) Quelle est la TPS totale payée ?

Réponse : 27,65 $

e) Quelle est la TVP totale payée ?

Réponse : 42,27 $

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

2. Ligue nationale de hockey (LNH) – Conférence de l'Ouest : 1er février 1996

	G	P	N	Points
Détroit	35	9	4	74
Colorado	26	14	9	61
Chicago	25	15	11	61
Toronto	22	19	9	53
St. Louis	21	20	8	50
Winnipeg	21	24	4	46
Vancouver	17	20	12	46
Los Angeles	17	22	11	45
Calgary	18	23	9	45
Edmonton	18	25	6	42
Anaheim	17	27	5	39
Dallas	14	24	10	38
San Jose	11	35	4	26

Qu’arrive-t-il au classement de la LNH si chaque victoire vaut trois points et chaque match nul vaut un point?

Solution :

a) Points : 109, 87, 86, 75, 71, 67, 63, 62, 63, 60, 56, 52, 37.

Winnipeg sera seul au 6e rang; Calgary et Vancouver partagent le 7e rang et Los Angeles sera maintenant au 9e rang.

Les autres équipes restent au même classement.

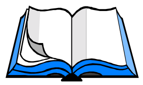
b) Écrit une équation pour déterminer les points totaux pour une équipe.

Solution : Points = 3 (Victoires) + 1 (Nul)
$P = 3V + N$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

L'élève sera en mesure de/d':

2. Décrire les données et leurs interrelations, oralement ou au moyen d'expressions algébriques dans un tableau dont les rangées sont récurrentes (calculées à partir de données précédentes). [C,L]



- Cours autodidacte, Module 8, leçons 1, 2
- Pré-calcul 20S : exercices cumulatifs

- **Décrire les données d'un tableau illustrant une situation récurrente, oralement et au moyen d'expressions algébriques.**

Le tableau suivant fournit des données sur le remboursement d'un prêt agricole de 100 000 $. L'exploitant de la ferme fait un versement annuel après la récolte et il a le droit de faire un paiement supplémentaire si la récolte est bonne. Se servir du tableau pour répondre aux questions.

Année	Solde d'ouverture	Taux d'intérêts (%)	Intérêt débité	Paiement régulier	Paiement supplé-mentaire	Solde de clôture
1	100 000,00 $	8	8 000,00 $	14 902,95 $		93 097,05 $
2	93 097,05 $	8	7 447,76 $	14 902,95 $		85 641,87 $
3	85 641,87 $	8	6 851,35 $	14 902,95 $		77 590,27 $
4	77 590,27 $	8	6 207,22 $	14 902,95 $		68 894,54 $
5	68 894,54 $	8	5 511,56 $	14 902,95 $		59 503,15 $
6	59 503,15 $	8	4 760,25 $	14 902,95 $		49 360,46 $
7	49 360,46 $	8	3 948,84 $	14 902,95 $		38 406,34 $
8	38 406,34 $	8	3 072,51 $	14 902,95 $		26 575,90 $
9	26 575,90 $	8	2 126,07 $	14 902,95 $		13 799,03 $
10	13 799,03 $	8	1 103,92 $	14 902,95 $		0,00 $

a) Quelle est la période de remboursement du prêt ?
Réponse : 10 ans

b) Quel est le montant du paiement annuel ?
Réponse : 14 902,95 $

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	c) Quelle partie du paiement annuel, à la fin de la cinquième année, a été déduite du principal ? Montrer deux façons de trouver la réponse. Réponse : 14 902,95 \$ – 5 511,56 \$ = 9 391,39 \$ d) Composer une expression algébrique pour trouver la réponse demandée en c). Réponse : Montant = Payement régulier – Intérêt M = P – I e) Si le taux d'intérêts passait à 11 % pendant la 10^{e} année, combien l'exploitant devrait-il à la fin de cette année-là ? Réponse : Intérêts = 13 799,03 × 0,11 = 1 517,89 L'exploitant devra : 13 799,03 + 1 517,89 – 14 902,25 = 413,27 \$	

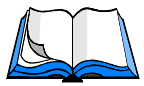
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

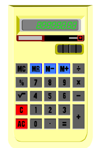
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

L’élève sera en mesure de/d’ :

3. Choisir, justifier et appliquer des techniques d’échantillonnage conduisant à un échantillon approprié, non biaisé, d’une population donnée. [C,RP,R]

SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT





- Cours autodidacte, Module 8, leçon 2

- **Faire la distinction entre un échantillon et une population**

Une **population** est un ensemble complet d’individus ou d’objets visés par une enquête. Un sous-ensemble de la population est un **échantillon** et le nombre d’objets est la **taille de l’échantillon**. Le processus de sélection d’un échantillon qui est représentatif de toute la population s’appelle un **échantillonnage**. La **théorie de l’échantillonnage** est la branche de la statistique qui traite des questions qui sont soulevées lorsqu’un échantillon est prélevé.

- **Définir biais et non-biais**

Un échantillon est biaisé lorsqu’il ne représente pas véritablement les caractéristiques de la population.

- **Tenir compte des questions afin d’assurer un échantillon non biaisé**

SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

PROJET

Les responsables de la cafétéria d'une école veulent présenter un nouveau dessert. Décris comment ils pourraient mener une enquête pour décider lequel des trois desserts envisagés ils devraient choisir.

TRAVAIL PRATIQUE

8. a) Prénez un échantillon aléatoire simple dans votre classe en donnant à chaque étudiant un numéro allant de 1 jusqu’au nombre d’étudiants qu’il y a dans votre classe. À l’aide de votre calculatrice, produisez cinq nombres entiers différents entre 1 et le nombre de personnes qu’il y a dans la classe. Les personnes qui ont ces nombres entiers constituent l’échantillon.

   b) Prenez plusieurs échantillons comme celui-ci et discutez des résultats.

   c) Supposez qu’il y a 30 étudiants, dont 12 sont des filles. Serait-il inhabituel qu’un échantillon soit formé de toutes les filles? de tous les garçons? de plus de filles que de garçons?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	Les questions qui pourraient être soulevées avant l'échantillonnage sont les suivantes : – Comment devrait-on choisir l'échantillon? – Quelle devrait-être la taille de l'échantillon? – Dans quelle mesure est-ce que les conclusions tirées de l'échantillon sont fiables? Les réponses à ces questions dépendent souvent des circonstances qui prévalaient au moment du prélèvement de l'échantillon, des ressources disponibles pour faire l'échantillonnage et des résultats souhaités de l'échantillonnage. • **Définir l'échantillonnage probabiliste**	
	Dans **l'échantillonnage probabiliste** les méthodes pour choisir un échantillon se fondent sur un processus aléatoire. On a souvent recours aux techniques d'échantillonnage au hasard afin d'éviter de produire un échantillon qui soit biaisé, c'est-à-dire que l'échantillon et la population totale pourraient comporter des caractéristiques importantes différentes. En choisissant un échantillon non biaisé, vous pouvez établir une prédiction au sujet de toute la population. Les enquêtes et les sondages déterminent les opinions d'un sous-ensemble d'une population et se servent de ces renseignements pour estimer les opinions de tout le groupe.	2. Pour prédire un gagnant lors d'une élection fédérale, un magazine a compilé une liste d'environ 200 000 noms à partir de sources telles des annuaires, des listes de propriétaires d'automobiles, des listes de membres d'associations, ainsi que des listes de la circonscription. Le magazine a fait parvenir par la poste à chaque personne sur la liste un questionnaire et 4 000 personnes y ont répondu. Les 4 000 réponses ont formé l'échantillon. Discutez des sources possibles de biais.
	Exemple Le gérant d'un magasin de vêtements pour jeunes aimerait connaître le type de pantalon le plus populaire auprès des jeunes de 17 et de 18 ans de sorte qu'il procède à un sondage auprès des étudiants assistant à un rodéo. Est-ce que l'échantillon sera biaisé?	3. Suppose que tu vis dans une petite ville où il n'y a que cinq restaurants. On vous demande d'établir quel restaurant est le plus populaire. a) Si tu recueillais les informations au moyen d'une enquête, décris comment tu constituerais un échantillon qui ne serait pas biaisé.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	Solution : Un tel échantillon est biaisé étant donné que les jeunes de 17 et 18 ans qui assistent à un rodéo pourraient ne pas aimer le même style de pantalon que tous les jeunes de 17 et 18 ans dans la population. • **Types d'échantillonnage probabiliste** - Échantillonnage aléatoire simple - Échantillonnage aléatoire stratifié - Échantillonnage par capture et recapture - **Échantillonnage aléatoire simple** Il s'agit d'une méthode en vertu de laquelle chaque sujet de la population a une probabilité égale d'être choisi pour l'échantillon. Par conséquent, la sélection d'un sujet donné n'a aucune incidence sur les chances d'un autre sujet. Exemples: - Toute méthode liée au hasard telle une pièce de monnaie ou le tirage au sort. - Écrire le nom de chaque élément d'une liste sur des morceaux de papier distincts, les mettre dans un chapeau et procéder au tirage. - Attribuer à chaque sujet un numéro. Mettre les numéros dans une boîte et procéder au tirage des numéros nécessaires pour l'échantillon. Faire corresponde le numéro attribué au sujet. - Prendre un jeu de cartes (52). Enlever des cartes de façon à ce que le reste du paquet corresponde à la population. Remettre une carte à chaque membre. Recueillir les cartes, les brasser puis choisir le nombre.	b) Décris deux échantillons qui seraient biaisés et explique en quoi le biais consisterait dans chaque cas. c) Propose une façon de savoir quel restaurant est le plus populaire, sans demander l'opinion de la population.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	– Utiliser une table de nombres aléatoires ou un générateur de nombres aléatoires tel un ordinateur ou une calculatrice à graphiques afin de produire des nombres aléatoires. b) **Échantillonnage aléatoire stratifié** Toute la population est répartie en groupes que l'on appelle des strates. Les groupes sont choisis parce que les individus particuliers dans chaque strate ont quelques caractéristiques en commun. Par exemple, vous pourriez avoir deux strates (hommes et femmes) et quatre strates (personnes âgées 1, personnes âgées 2, personnes âgées 3 et personnes âgées 4). La seule exigence pour choisir des strates est que vous sachiez le pourcentage de chaque strate dans la population. On prend alors un échantillon aléatoire simple d'une strate et on combine les résultats. c) **Échantillonnage par capture et recapture** Cette méthode d'échantillonnage est utilisée en recherche statistique dans le cas de la faune. Supposez que vous ayez besoin d'évaluer le nombre d'élans dans le parc national du Mont-Riding. En vertu de la méthode par capture et recapture, on capture un nombre d'élans par échantillon aléatoire, on les étiquette et on les libère. Plus tard, un autre échantillon aléatoire est prélevé. Le ratio d'élans capturés portant des étiquettes par rapport au nombre total d'élans capturés vous permet d'estimer le nombre total d'élans. Exemple : Supposez qu'un échantillon aléatoire de 500 élans soit capturé et étiqueté. Deux semaines plus tard, un échantillon aléatoire de 84 élans regroupe 12 élans avec des étiquettes. Estimez le nombre d'élans dans le parc.	

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

Solution :

La méthode par capture et recapture suppose que la fraction d’élans avec des étiquettes dans le deuxième échantillon est égale à la fraction d’élans étiquetés dans toute la population.

$$\frac{\text{Élans étiquetés dans le deuxième échantillon}}{\text{Élans dans le deuxième échantillon}} = \frac{\text{élans étiquetés dans la population}}{\text{population}}$$

$$\frac{12}{84} = \frac{500}{x}$$

$x = 3\,500$ élans

La population estimée est donc de 3 500 élans.

(sous l'hypothèse d'uniformité)

- **Définir un échantillonnage non probabiliste**

  Un échantillonnage non probabiliste suppose la sélection d’un échantillon dans un processus non aléatoire.

  Types d’échantillonnage non probabiliste :

a) **Échantillonnage de commodité**

Un inspecteur du contrôle de la qualité inspecte les poires qui se trouvent sur le dessus de plusieurs caisses afin de déterminer le pourcentage de poires qui sont meurtries. En réalité, ce sont les poires près du fond de la caisse qui sont le plus susceptible d’être meurtries. Il est plus commode de prendre un échantillon sur le dessus que dans le fond de la caisse.

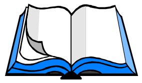
b) **Échantillonnage raisonné**

Une personne choisit un échantillon représentatif en se fondant sur son propre jugement subjectif. Il n’y a pas deux personnes qui seront d’accord sur ce qui est vraiment représentatif.

c) **Échantillonnage par questionnaire**

Cet échantillonnage se fait à l’aide d’entrevues personnelles, de sondages téléphoniques ou par l’envoi de formulaires par la poste. Cet échantillonnage dépend des réponses volontaires.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	Quelques problèmes rencontrés : – Seules les personnes qui se sentent très concernées par un sondage répondront. – La formulation des questions peut avoir une incidence sur les résultats. Des personnes peuvent ne pas comprendre la formulation. Prenez par exemple les énoncés suivants : i) Il est préférable d'acheter la marque la moins chère. ii) Il est préférable d'acheter la marque bon marché. Certaines personnes peuvent être d'accord avec l'énoncé a) mais ne pas être d'accord avec l'énoncé b) parce que «bon marché» peut également signifier «de la moins bonne qualité». Exemple : Une entreprise de pâte dentifrice indique dans sa publicité que trois dentistes sur quatre préfèrent son produit. Analysez l'intégralité et l'exactitude de cet énoncé pour ce qui est de la population, de l'échantillon, de la technique d'échantillonnage possible et du biais. Solution : Si «trois dentistes sur quatre» signifie que 75 % de tous les dentistes préfèrent le produit, c'est probablement un pourcentage extrêmement fort. Cependant, si dans le cadre du sondage on n'a posé la question qu'à quatre dentistes, l'échantillon est trop petit. Rien n'indique que l'échantillonnage s'est fait de façon aléatoire. Peut-être que les quatre personnes interviewées travaillent pour le fabricant de pâte dentifrice - un échantillon extrêmement biaisé produisant des résultats favorables pour l'entreprise.	

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION
L’élève sera en mesure de/d’ :	 • Cours autodidacte, Module 8, leçon 2 • Pré-calcul 20S : exercices cumulatifs	
4. Justifier ou contredire les inférences et les généralisations faites au sujet de la population, en se basant sur les données provenant d’échantillons [C,PR,R]	• **Analyser les inférences faites sur les populations à partir de donnés d’échantillons** 1. Dépouiller divers ouvrages et revues pour trouver des exemples de généralisations que l'on a faites sur des populations, en se fondant sur des données recueillies au moyen d'échantillons. Es-tu d'accord ou non avec les généralisations ? Dire pourquoi.	***TRAVAIL PRATIQUE*** Pour savoir si les consommateurs préfèrent aller dans un magasin de vêtements, dans une boutique d’électronique, ou dans un restaurant pour dépenser 50 $, on a mené une enquête un samedi matin, au centre d’achat; 59 % des personnes interrogées ont dit préférer aller acheter des vêtements, 32 %, se rendre dans la boutique d’électronique, et 9 %, aller au restaurant. Quelles généralisations peut-on formuler sur la foi de ces résultats? L’échantillon représente-t-il bien la population visée par l’enquête? Propose une meilleure méthode d’échantillon pour obtenir les informations voulues, et fournis des détails sur les questionnaires utilisés et sur la méthode de constitution de l’échantillon.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
L'élève sera en mesure de/d' : 5. Faire le lien entre les probabilités et le gain ou la perte prévu. [L, RP, R, V]	• **Déterminer l'espérance mathématique** Si p est la probabilité pour qu'une personne gagne une certaine somme de monnaie (s), on définit l'espérance mathématique ou plus simplement l'espérance de (s) par ps. Exemple 1 : Si on lance une pièce de monnaie et que la pièce s'immobilise sur pile on gagne 8 \$. Quelle est l'espérance mathématique correspondante? Solution : La probabilité de pile est $\frac{1}{2}$, donc l'espérance mathématique = probabilité × montant à gagner. $= \frac{1}{2} \cdot 8\ \$$ $= 4\ \$$	***TRAVAIL PRATIQUE*** 1. La culture des raisins pour la production de Eiswein exige la récolte des raisins aussi tard que possible en octobre. À mesure que les journées s'écoulent, leur valeur augmente ainsi que le risque de perte dû au gel. La valeur du jus le 1 octobre est de 2,00 \$/L et sa valeur augmente de 0,15 \$/L par jour. La probabilité de gel qui endommagerait le jus est de 0,03 pour n'importe quel jour en octobre. Après une gelée, la valeur du jus tombe à 1,50 \$/L. Trouve le jour où le risque de gel dépasse le gain réussi en attendant une maturation supérieure.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

Exemple 2 :

Dans un sac, 3 billes bleues, une rouge et six vertes. On tire une bille au hasard. Si la bille est verte, on gagne 5 $ mais si elle est rouge on gagne 40 $. Si elle est bleue on ne gagne rien. Déterminer l'espérance mathématique du gain.

Solution :

Espérance mathématique du gain

$$= \underbrace{\frac{6}{10} \cdot 5\$}_{\text{verte}} + \underbrace{\frac{1}{10} \cdot 40\$}_{\text{rouge}} + \underbrace{\frac{3}{10} \cdot 0\$}_{\text{bleue}}$$

$= 3\$ + 4\$ + 0\$$

$= 7\$$

- **Calculer la valeur espérée (gain ou perte)**

Une espérance mathématique peut être un gain ou une perte. Pour calculer la valeur espérée, on multiplie chaque gain ou perte par sa probabilité correspondante puis on additionne les produits.

Si dans une situation on a n événements différents avec différentes probabilités et différents gains/pertes, alors la valeur espérée est

probabilité de gain/perte (x_i)	gain/perte
$p(x_1)$	x_1
$p(x_2)$	x_2
$p(x_3)$	x_3
...	...
$p(x_n)$	x_n

2. Sherelyne subit un examen de 100 questions à choix multiples. Pour chaque question, il y a quatres choix possibles. Elle connaît 68 réponses et répond aléatoirement aux 32 autres questions. Calculer la valeur expérée de bonnes réponses.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	calculée à partir de la somme suivante : $\text{valeur espérée } = x_1 p\left(x_1\right) + x_2 p\left(x_2\right) + x_3 p\left(x_3\right) + \ldots + x_n p\left(x_n\right) = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i$ **Note** : si p est la probabilité du gain, alors $(1 - p)$ est la probabilité de ne pas gagner. Exemple 3 Dans un casino on vous propose le jeu suivant : Vous lancez une paire de dés non truqués à six faces numérotées de 1 à 6. - Si la somme des chiffres indiqués par les deux dés est différent de sept, vous gagnez un montant en $ égale à la somme indiquée par les dés. - Si la somme des chiffres indiqués par les deux dés est sept, vous perdez 40 $. a) Déterminer la valeur espérée du gain. b) À long terme (100 lancers de la paire de dés par exemple), êtes-vous gagnant? Justifier.	***INSCRIPTION AU JOURNAL*** 1. Deux personnes jouent à un jeu « équitable ». Quelle est la valeur prévue pour chaque joueur? Pourquoi dit-on que le jeu est « équitable » ? 2. Quelques personnes dépensent beaucoup d'argent dans des appareils de loterie vidéo. Suppose que tu te rends compte que la machine avec laquelle tu joues paye après 8 000 $ et qu'une personne devrait gagner 0,01 % du temps. Chaque jeu coûte 1 $. Devrais-tu jouer? Est-ce que le jeu est équitable?

Solution :

Les élèves peuvent entrer les données et effectuer les calculs à l'aide d'un tableur.

Somme des deux dés	Gain/perte en $ xi	Probabilité pi	(Gain/perte) x probabilité
2	2	1/36	2/36
3	3	2/36	6/36
4	4	3/36	12/36
5	5	4/36	20/36
6	6	5/36	30/36
7	–40	6/36	–240/36
8	8	5/36	40/36
9	9	4/36	36/36
10	10	3/36	30/36
11	11	2/36	22/36
12	12	1/36	12/36

a) Gain espéré

$= \sum x_i p_i$ (somme des gains / pertes × les probabilités correspondantes)

$= \frac{2}{36} + \frac{6}{36} + \frac{12}{36} + \frac{20}{36} + \frac{30}{36} + \ldots$

$= \frac{210}{36} - \frac{240}{36} = -\frac{30}{36} = -0{,}83\ \$$

b) à long terme (100 fois par exemple) on peut perdre :

–0,83 $ × 100 = –83 $.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

Exemple 4 :

Un homme d'affaires prépare une soumission pour obtenir un contrat d'informatique de 12 000 $. Cette personne estime qu'il lui en coûterait 1 500 $ pour préparer sa soumission et que la probabilité d'obtenir le contrat est évaluée à 0,20. Quel est le gain prévu?

Solution :

Événement	Probabilité	Gain/perte
Recevoir le contrat	0,2	12 000 – 1 500 = 10 500
Ne pas recevoir le contrat	1 – 0,2 = 0,8	0 – 1 500 = – 1 500 $
Valeur espérée	= 0,2 (10 500) + 0,8(–1 500) = 2 100 – 1 200 = 900 $	

Note : la compagnie qui mérite le contrat recevra 900 $. Si l'homme d'affaires fait seulement cette soumission, il aura soit un gain de 10 500 $ ou soit une perte de 1 500 $. Si la compagnie fait plusieurs soumissions, le gain espéré est de 900 $ par contrat.

Exemple 5 :

Mavis paie 1 $ pour tirer au hazard un canard d'un étang. Si le canard a une étiquette rouge dessous, elle gagnera 10 $. L'espérance mathématique est une perte de 0,50 $. Quelle est la probabilité de tirer au hazard le canard gagnant? (Indice : Si "*p*" est la probabilité de gagner, alors 1 – *p* est la probabilité de perdre.)

TRAVAIL PRATIQUE

1. Jean a payé 5 $ pour lancer une paire de dés. Il remporte la somme des nombres apparaissant à la surface des dés, à moins qu'un des dés n'indique 6; alors, il ne gagne rien.

   Est-ce que ce jeu est équitable?

   Quelle différence y aurait-il si on remplaçait le 6 par un 1?

   Justifie tes réponses en analysant l'espace d'échantillon pour ce jeu de dés.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	Solution :	2. Dave et Tony jouent à pile ou face avec deux pièces de monnaie. Dave remporte un point si les deux pièces indiquent pile ou indiquent face. Tony remporte un point si une pièce donne pile et l'autre donne face. Après 100 lancers, quels devraient être les scores prévus des joueurs? S'agit-il d'un jeu équitable?

Événement	Probabilité	Gain/perte
Choisir un canard à étiquette rouge	x	$10 - 1 = 9$ $
ne pas choisir un canard à étiquette rouge	$1 - x$	$0 - 1 = -1$
valeur espérée :	$x \bullet 9 + (1 - x)(-1\ \$) = -0{,}5\ \$$ $9x - 1 + x = -0{,}5$ $10x = 0{,}5$ $x = \frac{0{,}5}{10} = \frac{1}{20}$	

Donc la probabilité de choisir un canard gagnant est $\frac{1}{20}$.

I - Variation et suites

Résultats d'apprentissage généraux

C	Communication	RP	Résolution de problèmes
L	Liens	R	Raisonnement
E	Estimation et calcul mental	T	Technologie
		V	Visualisation

- **décrire et effectuer des opérations sur des tableaux pour résoudre des problèmes, en utilisant des outils technologiques, si nécessaire**
- **produire et analyser des régularités numériques**
- **représenter des données à l'aide de modèles et fonctions linéaires**

Dans la présente unité, Variation et suite, les élèves utiliseront une variation directe et des suites arithmétiques en tant qu'applications de fonctions linéaires. Ces connaissances reposent sur les notions acquises dans l'unité sur les Fonctions.

Les élèves créeront et modifieront des tables à partir de situations récursives et non récursives;

- ❖ composeront avec des situations mettant en cause une variation directe,
- ❖ produiront des suites arithmétiques,
- ❖ produiront et utiliseront la formule du terme général et la formule de la somme dans le cadre d'une suite arithmétique.

Pratiques d'enseignement

Dans le but d'aider les élèves dans leur apprentissage, les enseignants devraient envisager les pratiques d'enseignement suivantes. Les enseignants devraient donner aux élèves des occasions de travailler en petits groupes, dans le mesure du possible;

- ❖ de faire l'expérience de travailler avec des données récursives et non récursives en se servant de la technologie,
- ❖ de développer les notions en rapport avec les suites arithmétiques en travaillant à un projet avec peu de consignes directes.

Matériel

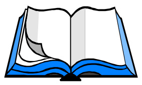
- ❖ Papier quadrillée et ciseaux
- ❖ logiciel ou calculatrice graphique

Durée : 10 heures

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

L'élève sera en mesure de/d' :

1. Créer et modifier des tableaux à partir de situations récurrentes et non récurrentes. [RP, T,V]



- Pré-calcul 20S : cours autodidacte, Module 8, leçon 1
- Pré-calcul 20S : exercices cumulatifs

- **Créer et modifier des tableaux à partir de situations non récurrentes.**

Exemples :

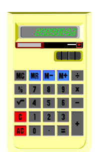
1. Étant donné les taux actuels de la TPS et TVP, compléter le tableau

Prix	Montant de la TPS	Montant de la TVP	Total
120,00 $			
275,00 $			
Total			

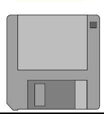
Solution :

Prix	Montant de la TPS	Montant de la TVP	Total
120,00 $	8,40 $	8,40 $	136,80 $
275,00 $	19,25 $	19,25 $	313,50 $
Total	27,65 $	27,65 $	450,30 $

2. Modifier le tableau de manière à intégrer une TVP de 6,5 % des prix, avant le calcul des taxes.



Excel
Works



PROJET

En 1998, les ventes d'un jeu vidéo donné ont doublé tous les mois. Le jeu a été mis sur le marché en mai 1998, et 32 000 exemplaires en ont été vendus ce mois-là. Dresse un tableau pour illustrer les ventes mensuelles de 1998. Combien d'exemplaires du jeu ont-ils été vendus en décembre 1998? Énonce les hypothèses que tu as formulées pour trouver la solution.

En 1999, la demande du jeu vidéo a plafonné. Dès janvier 1999, et tous les mois par la suite, on a réduit les ventes d'un quart de ce qu'elles étaient le mois antérieur. Combien d'exemplaires du jeu a-t-on vendus en avril 1999? Si les ventes ont pris fin en avril 1999, combien d'exemplaires du jeu a-t-on vendus en tout au cours des 12 mois?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

- **Créer et modifier des tableaux à partir de situations récurrentes.**

Exemples :

1. Le nombre de lecteurs de disques vendus par votre entreprise double tous les six mois. Dresser un tableau illustrant les données des quatre prochaines années, à supposer que l’entreprise fabrique actuellement 32 000 lecteurs de disques tous les six mois. Combien l’entreprise fabriquera-t-elle de disques par semestre, à la fin de la quatrième année?

Solution :

Temps	Nombre de lecteurs de disques	Nombre total produit
6,121824*e*+14	3,20006400013*e*+48	3,20009600022*e*+48

2. Après quatre ans, la demande de lecteurs de disques atteint son maximum. Puis, tous les six mois par la suite, vous comptez réduire la production du quart de ce qu’elle aura été au cours des six mois antérieurs.

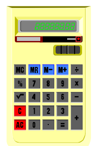
   Combien l’entreprise fabriquera-t-elle de lecteurs par semestre, deux ans après le début du fléchissement de la demande? Combien de lecteurs auront-ils été fabriqués au cours des six années?

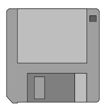
   On peut utiliser la calculatrice à graphiques ou un tableur pour résoudre le problème.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

Solution :

Temps	**Nombre de lecteurs de disques**	**Nombre total produit**
6,1218240*e*+22	3,20006400013*e*+71	3,20009600022*e*+76





Excel

Works

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

L'élève sera en mesure de/d':

2. Utiliser la variation directe et les suites arithmétiques comme applications des fonctions linéaires [L,RP,V]

3. Faire le lien entre les suites arithmétiques et les fonctions linéaires définies dans l'ensemble des entiers naturels.

- **Relier les fonctions linéaires aux variations directes.**

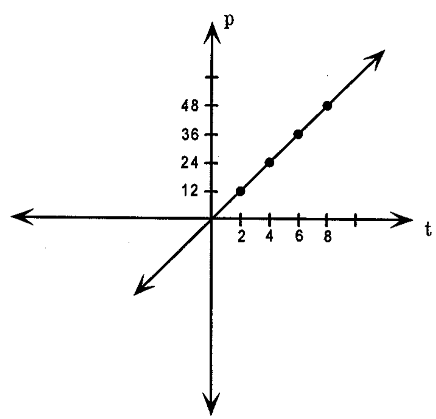
On dit qu'il y a **variation directe** entre deux variables quand le même taux de variation ou rapport s'applique aux deux, quelles que soient les valeurs des variables. Par exemple, si le taux de rémunération d'un étudiant est de 6 $ l'heure, alors la paie totale varie directement en fonction du nombre d'heures de travail. Le tableau figurant ci-après illustre ce fait.

Paie totale, p $	**12 $**	**24 $**	**36 $**	**48 $**
heures de travail, t	**2**	**4**	**6**	**8**
Taux $/h , $\frac{p}{t}$	**12/2 = 6**	**24/4 =6**	**36/6 = 6**	**48/8 = 6**

L'équation suivante donne la relation entre *p* et *t* :

$$\frac{p}{t} = 6 \ \ ou \ \ p = 6t$$

La relation entre *p* et *t* peut donc être illustrée par un graphique. Notons que les unités ne sont pas les mêmes sur les deux axes.



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

Comme le graphique le montre, la relation décrite par l'équation $p = 6t$ est une fonction. Rappelons qu'une fonction affine est définie par une équation de la forme $y = mx + b$, où $m \neq 0$. Si $b = 0$, on dit que la fonction est une **variation directe**, c'est-à-dire une fonction linéaire définie par une équation de la forme $y = kx$, où $k \neq 0$.

Dans la variation directe $p = 6t$, on dit que p varie directement par rapport à t, ou encore que p est directement proportionnel à t. Le nombre 6 est appelée **constante de la variation**, ou **constante de proportionnalité**.

- **Définir la suite arithmétique étant donné l'équation de la fonction.**

Présenter le concept des suites en introduisant une liste de nombres caractérisés par une certaine régularité. Donner des exemples de genres différents de suites (suites arithmétiques, géométriques, de Fibonacci, etc.).

On peut introduire une **suite arithmétique** à l'aide d'une fonction linéaire. Le **domaine** est représenté par les valeurs de "x" sous forme d'entiers naturels. L'**image** est définie par les valeurs de "$f(x)$" qui sont aussi les valeurs de la suite. Introduire la terminologie 1er terme, 2^{ième} terme, 3^{ième} terme et ainsi de suite. Les élèves devraient tracer le graphique de la suite en notant que le résultat est un rayon pointillé.

Par exemple, si les termes de la suite sont définis par la fonction $f(x) = 2x + 1$, on peut dresser le tableau suivant :

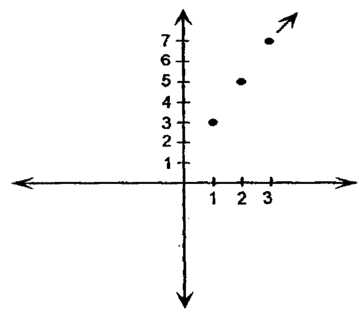
x	1	2	3	4
$f(x)$	3	5	7	9

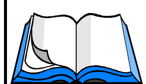
$f(1) = 3$ est le premier terme, ou t_1
$f(2) = 5$ est le deuxième terme, ou t_2

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

Notons que l'on ne peut avoir le 4,75^e terme car le domaine est l'ensemble des nombres naturels.

Le graphique serait un rayon pointillé (discontinu).





- Cours autodidacte, Module 7, leçon 4, 5

Exemple :

Étant donné le graphique de la distance en fonction du temps, répondre aux questions suivantes :

a) Si d = 850, quelle est la valeur de t?
b) Si t = 25, quelle est la valeur de d?
c) Si d = 1 500, quelle est la valeur de t?
d) Écrire l'équation de la fonction.
e) Vérifier les réponses en se servant de l'équation de la fonction.

TRAVAIL PRATIQUE

1. L'intérêt simple varie directement en fonction du montant emprunté.

   a) Si l'intérêt est de 5 \$ sur un emprunt de 100 \$, que sera-t-il si l'emprunt s'élève à 325 \$?

   b) Trace le graphique de la relation, et écris l'équation correspondante.

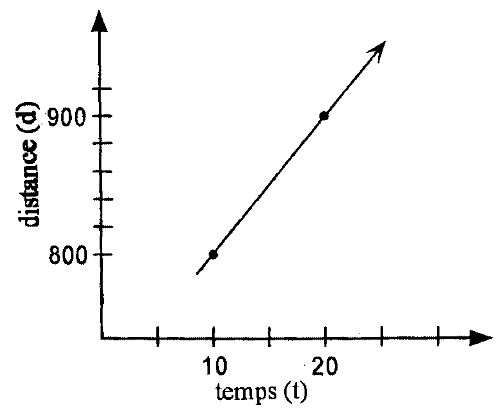
2. Une entreprise de location de motos marines, au lac Winnipeg, demande un taux horaire et ajoute une prime d'assurance fixe. Le coût total pour deux heures atteint 50 \$, et pour cinq heures, 110 \$.

   a) Trace le graphique de la relation.

   b) Calcule le taux d'assurance fixe et le taux horaire de location de la moto marine.

3. La valeur de y varie directement selon x. Quand x = 10, y = 15. Trouve la valeur de y quand x = 30.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION



Solution :

a) 15 c) 80

b) 950 d) d = 10t + 700

- **Définir la fonction étant donné son graphique ou la suite.**

Demander aux élèves de procéder à l'inverse : pour cela, on leur donne le graphique d'une suite ou une suite de nombres (une liste), et on leur demande de trouver la fonction affine correspondante. Faire le parallèle avec $y = mx + b$.

Exemples :

1. Trouver l'équation de la fonction linéaire si les trois premiers termes de la suite arithmétique sont 2, 5, 8.

4. Grâce à l'entrée en service de nouveaux équipements, un fabricant de boissons gazeuses a augmenté sa production chaque jour, d'après le tableau suivant. Suppose que la production quotidienne maximale est de 25 000 cannettes.

Jour	1	2	3	4
Unités	4 000	4 200	4 400	4 600

a) Trace le graphique de la relation.
Conseil : il s'agit d'un graphique discret.

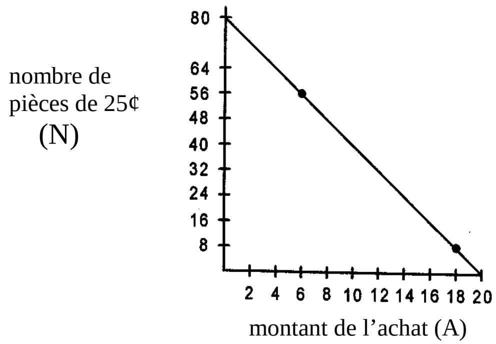
b) Si la tendance se maintient, quel jour l'entreprise produira-t-elle 20 000 cannettes ?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	Solution : Puisque le domaine est l'ensemble des entiers naturels, les coordonnées des points de la fonction linéaire sont (1 , 2), (2 , 5), (3 , 8), ... ∴ alors la pente $m = \frac{5-2}{2-1} = 3$ $y - y_1 = m(x - x_1)$ $y - 2 = 3(x - 1)$ $y - 2 = 3x - 3$ $3x - y - 1 = 0$ 2. L'exploitante d'une salle de jeux vidéo remet toute la monnaie en pièces de 25¢. Pour un achat de 6 $ payé avec un billet de 20 $, elle remet 56 pièces de 25¢. Elle remet 8 pièces de 25¢ à quelqu'un qui paie avec un billet de 20 $ un achat de 18 $. a) Tracer le graphique montrant, sur l'axe vertical, le nombre *N* de pièces de 25¢ remises et, sur l'axe horizontal, le montant *A* de l'achat. Supposer que le client paie avec un billet de 20 $. b) Quels sont le domaine et l'image de la fonction ? c) Comment le graphique change-t-il, si le client paie avec un billet de 10 $?	

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

Solution :

a) **Remise d’argent**



b) domaine : $\{0 \leq A \leq 20\}$
image : $\{0 \leq N \leq 80\}$

c) l’ordonnée à l’origine varie de 80 à 40 et l’abscisse à l’origine varie de 20 à 10.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

L'élève sera en mesure de/d':

4. Produire des régularités numériques montrant une progression arithmétique. [E,R]

- Cours autodidacte, Module 7, leçons 4, 5

- **Développer une régularité numérique en utilisant une approche récursive.**

Au lieu de se servir de la fonction linéaire $y = mx + b$, on peut utiliser la **régularité numérique**, c'est-à-dire un patron des termes. Une **formule récursive** est défini si, après les premiers termes, les termes suivants découlent des valeurs des termes précédents.

Exemples :

1. Écrire la formule récursive pour la suite 2, 7, 12, 17, 22, ...

Solution : $t_1 = 2$ le premier terme
$t_2 = 7$ le deuxième terme
$t_n = t_{n-1} + 5$ le $n^{\text{ième}}$ terme qui est 7 de plus que le terme précédent.

2. Écrire les 4 premiers termes d'une suite définie par
$t_1 = 4$
$t_n = t_{n-1} - 3$

Solution :

$t_1 = 4$

$t_2 = t_1 - 3 = 4 - 3 = 1$

$t_3 = t_2 - 3 = 1 - 3 = -2$

$t_4 = t_3 - 3 = -2 - 3 = -5$

Alors les 4 premiers termes sont 4, 1, –2 et –5.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

- **Déterminer la différence commune d'une suite arithmétique.**

Les salaires hebdomadaires d'un vendeur (100 \$, 105 \$, 110 \$, ...) forment une liste ordonnée ou une suite de nombres. Les nombres d'une suite sont les termes de cette dernière et sont représentés par la lettre *t*.

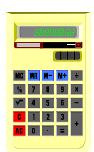
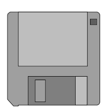
100 \$	**105 \$**	**110 \$**	**...?**	**?**
↑	↑	↑	↑	↑
t_1	t_2	t_3	t_{n-1}	t_n

Une suite t_1, t_2, t_3, t_4,...t_n est dite arithmétique, s'il existe une différence commune, d, tel que : $t_2 - t_1 = d$

$$t_3 - t_2 = d$$
$$t_4 - t_3 = d$$

et ainsi de suite

Le graphique **discret** d'une suite arithmétique consiste de points qui appartiennent à une droite dont la pente est identique à la différence commune.

Works
Excel

TRAVAIL PRATIQUE

1. Si $x + 2$, $3x - 4$ et $5x - 10$ sont les trois termes consécutifs d'une suite arithmétique, pour quelle valeur de x cette suite a pour différence commune 2 ?

2. Montre que $\sqrt{2}$, $\sqrt{8}$ *et* $\sqrt{18}$ sont les trois termes consécutifs d'une suite arithmétique.

CALCUL MENTAL

Dans la suite :

1. a) 100, 105, 110, ..., quel est le prochain terme ?
   b) 2, 4, 6, ..., quel serait le sixième terme ?
2. Insère un nombre entre 7 et 13 qui donnerait lieu à une suite arithmétique.
3. Comment trouves-tu la différence commune *d* dans une suite arithmétique ?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	Exemples : 1. Identifier les suites arithmétiques. a) 2, 5, 8, 11, ... b) –5, –1, 3, 7, ... c) 2, 5, 7, 10, ... d) $2\frac{1}{2}$, 2, 1, $\frac{1}{2}$, 0, … Solution : (a) et (b) 2. La production d'une mine d'or du Nord est demeurée constante, soit 2 200 onces par année. Si, à la fin de l'an dernier, la production totale de la mine atteignait 122 600 onces d'or, que sera-t-elle à la fin de cette année ? À la fin de l'an prochain ? Solution : 124 800 127 000	***INSCRIPTION AU JOURNAL*** 1. Quelles sont les caractéristiques d'une suite « arithmétique »? 2. Discute le lien qui existe entre une suite arithmétique et l'équation $y = mx + b$. 3. La première olympiade de l'ère moderne a eu lieu en 1896. Tous les quatre ans par la suite, les Jeux olympiques d'été se sont tenus. Cela étant dit, en quelle année auraient dû se tenir les cinq premières olympiades d'été, après 1896. Expliquer pourquoi les choses ne se sont pas produites comme prévu.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

L’élève sera en mesure de/d’:

5. Utiliser des expressions pour représenter le terme général et la somme de progressions arithmétiques, et les appliquer pour résoudre des problèmes. [L,RP,R,T]

- **Développer l’équation du terme général d’une suite arithmétique.**

Utiliser le tableau suivant pour montrer la régularité qui aboutira à la formule générale qui donne t_n en fonction de t_1 et de d.

Si l'on prend la suite des salaires 100, 105, 110, ..., on peut remplir les cases du tableau suivant :

n	1	2	3	4	5	6	...n
t_n	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_n
	100	105	110				
	100+0	100+5	100+10				
	t_1+0d	t_1+1d	t_1+2d				

Toute suite arithmétique a un n[e] terme de la forme :

$$\boxed{t_n = t_1 + (n - 1)\, d}$$

où *d* est aussi la pente de la fonction linéaire en question.

CALCUL MENTAL

1. Dans la suite arithmétique 16, 23, 30, 37, ..., trouve les trois prochains termes.

2. Trouver la différence commune de la suite 19, 10, 5, ...

3. Compléter la suite
16, ___ , _____ , 25, ___

TRAVAIL PRATIQUE

1. Un vendeur touche un salaire de base de 12 000 $ par année, et 100 $ pour chaque unité qu'il vend. Quel sera son revenu total s'il vend 50 unités ? 51 unités ? 52 unités ?

2. Les briques d'une pile sont placées en rangées. Les nombres de briques placées dans les rangées forment une suite arithmétique. Il y a 45 briques dans la 5[e] rangée et 33, dans la 11[e].
   a) Combien de briques y a-t-il dans la 1[re] rangée ?
   b) Écris le terme général de la suite ?
   c) Quel est le nombre maximal possible de rangées de briques ?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

Exemples :

1. a) Trouver une formule donnant le nième terme d'une suite arithmétique dont la raison *d* est 5 et le deuxième terme, 12.

Solution :

Comme le deuxième terme est 12 et que la différence commune est 5, sait que $t_1 = 7$.

ou donc
$$\begin{aligned} t_n &= t_1 + (n-1)\,d \\ &= 7 + (n-1)\,5 \\ &= 7 + 5n - 5 \\ &= 5n + 2 \end{aligned}$$

b) Trouver le dix-huitième terme (t_{18})

Solution :

$$\begin{aligned} t_{18} &= 5(18) + 2 \\ &= 90 + 2 \\ &= 92 \end{aligned}$$

c) Trouver t_{20} de la suite 5, 8, 11,...

Solution :

$t_1 = 5$ $\quad d = 3$ $\quad n = 20$

$$\begin{aligned} t_n &= t_1 + (n-1)\,d \\ &= 5 + (20-1)\,3 \\ &= 5 + 19 \cdot 3 \\ &= 62 \end{aligned}$$

TRAVAIL PRATIQUE

1. Trouve le 29e terme de la suite arithmétique, 7, 11, 15, 19 et la différence commune.

2. Le dixième terme d'une suite arithmétique est 29, et le quatorzième, 41. Trouve le premier terme et la raison *d*.

3. Joseph paie une peinture 1 800 $. Sept ans plus tard, l'artiste devient célèbre, et la peinture se vend 14 000 $. Si l'appréciation s'est faite à un taux arithmétique, calcule le montant annuel de l'appréciation.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

2. Déterminer le nombre de multiples de 9 entre 100 et 500. Utiliser la méthode de la formule et celle de la fonction pour trouver la solution.

Solution :

Les multiples de 9 entre 100 et 500 forment la suite arithmétique
108, 117, 125, ..., 495

méthode de formule

$$
\begin{aligned}
d &= 9 \\
t_n &= t_1 + (n-1)d \\
495 &= 108 + (n-1)9 \\
495 &= 99 + 9n \\
386 &= 9n \\
44 &= n
\end{aligned}
$$

méthode de fonction

$$
\begin{aligned}
m &= 9 \\
y - 108 &= 9(x-1) \\
y - 108 &= 9x - 9 \\
y &= 9x + 99 \\
495 &= 9x + 99 \\
396 &= 9x \\
44 &= x
\end{aligned}
$$

Il y a 66 multiples de 9 entre 100 et 500.

- **Développer l’équation de la somme d’une série arithmétique.**

Une **série** est la somme des termes d’une suite.

Exemple :
1, 4, 7, ... est la suite arithmétique
1 + 4 + 7 + ... est la série arithmétique associée

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

3. Activité

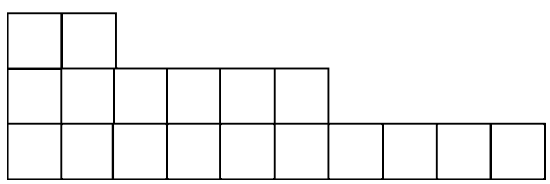
But : Développer la somme d’une série arithmétique de façon visuelle.

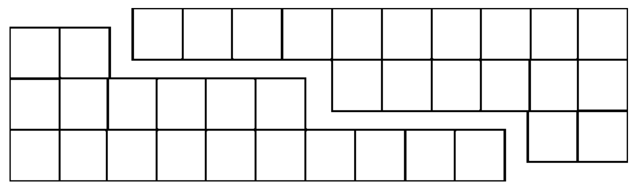
Matériel : ciseaux, papier graphique, sommaire

Feuille sommaire				
	I	II	III	IV
Série	Largeur du rectangle (*l*)	Longueur du rectangle (L)	Aire du rectangle (P x L)	Somme des termes par rapport à l’aire du rectangle
Décrire en mots une méthode pour trouver la somme des n premiers termes d’une série arithmétique.				

Découper la série :

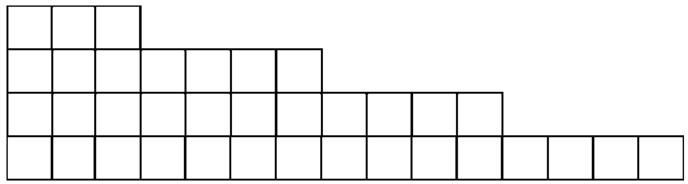
2 + 6 + 10 avec du papier quadrillé.



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION
	On peut combiner ce résultat avec le bloc original pour créer un rectangle. 	4. Trouve la somme des 100 premiers termes dans la série 1 + 4 + 7...
	On obtient un rectangle de 3 × 12 à partir de deux représentations de 2 + 6 + 10.	5. Trouve la somme de la série arithmétique 3 + 7 + 11 + ... + 483.
	Les élèves indiquent la longueur et la largeur du rectangle et en précisent l'aire : 3 × 12. Ils voient comment la série originale (2 + 6 + 10) se compare à la valeur de l'aire du rectangle.	6. Trouve la somme des cent premiers nombres.
	Solution : la somme de la série est égale à la moitié de l’aire du rectangle 3 + 7 + 11 +15 et 2 + 4 + 6 + 8 + 10	7. Si le deuxième terme d’une suite arithmétique est –1 et le le 12^e est 19, trouve S_B.
	Ils utilisent les paramètres suivants pour se guider.	

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

On peut représenter la série 3 + 7 + 11 + 15 avec la série de blocs illustrée ci-après :



1. Découper un ensemble de blocs identiques et le combiner à celui illustré, pour créer un rectangle.

2. Quelle est la largeur du rectangle ?

3. Quelle est la longueur du rectangle ?

4. Quelle caractéristique numérique de la série est égale en valeur à la largeur du rectangle ?

5. Quelle caractéristique numérique de la série est égale en valeur à la longueur du rectangle ?

6. Comment la somme des termes de la série 3 + 7 + 11 + 15 se compare-t-elle à la valeur de l'aire du rectangle ?

Une fois l'exercice terminé, les élèves remplissent le sommaire.

8.

	A	B	C	D
1^{re} rangée	1	2	3	4
2^{e} rangée	5	6	7	8
3^{e} rangée	9	10	11	12
4^{e} rangée	13	14	15	16
5^{e} rangée	17	18	...	...
6^{e} rangée	...	...	...	...

Imagine que le tableau continue ainsi à l'infini.

a) Remplis les 5^{e} et 6^{e} rangées du tableau.

b) Quels nombres figurent dans la 10^{e} rangée ?

c) Quels nombres figurent dans la 100^{e} rangée ? Explique comment tu trouves ces nombres.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

Sommaire

	I	II	III	IV
Série	Largeur du rectangle	Longueur du rectangle	Aire du rectangle (largeur x longeur)	Somme des termes par rapport à l'aire du rectangle
	3	12	3 x 12	½ (3 x 12)
	4	18	4 x 18	½ (4 x 18)
	5	12	5 x 12	½ (5 x 12)

Expose une méthode pour trouver la somme des *n* premiers termes d'une suite arithmétique.

À partir de là, on voit que l'on peut généraliser la somme des *n* premiers termes d'une progression arithmétique en écrivant l'équation suivante :

$$S_n = \frac{n}{2}(t_1 + t_n)$$

en remplaçant t_n par $t_1 + (n-1)d$, on obtient une deuxième formule.

$$S_n = \frac{n}{2}[2t_1 + (n-1)d]$$

d) Quels nombres figurent dans la n[e] rangée? Explique comment tu trouves ces nombres.

e) Dans quelle colonne trouvera-t-on le nombre 39 ? Comment le sais-tu ?

f) Dans quelle colonne trouvera-t-on le nombre 2 683 ? Décris la méthode que tu emploies pour trouver la réponse.

g) Vérifie si l'énoncé est vrai : « *Si l'on ajoute n'importe quel nombre de la colonne A à n'importe quel nombre de la colonne B, la réponse se trouvera quelque part dans la colonne C.* »

9. Combien de termes y a-t-il dans la série 3 + 8 + 13 + ... + 248, si la somme est 6 275?

10. La première rangée d'un auditorium compte 20 sièges, puis chaque rangée subséquente en compte deux de plus que la précédente. Il y a 26 rangées dans l'auditorium. Combien de sièges y a-t-il dans la dernière rangée ? Combien de sièges y a-t-il en tout dans l'auditorium ?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION
	1. Parmi les suites suivantes, lesquelles sont arithmétiques? 1) 2, 5, 8, 11,... 2) –5, –1, 3, 7,... 3) 2, 5, 7, 10,... 4) 2, 2 1/2, 1, 1 1/2, 0, ... 2. Une voiture de 16 000 $ perd 500 $ de sa valeur chaque année. Dans combien d'années la voiture ne vaudra-t-elle plus que 8 500 $? • **Employer la lettre grecque ∑ pour représenter la somme des termes d'une suite.** Par exemple $\sum_{n=1}^{5} 10n$ se lit comme suit : somme des termes $10n$, la valeur de n allant de 1 à 5. ∑ est le symbole de **sommation** et n est l’**indice** de sommation. 1. Soit $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + ... + 50^2$; exprimer la série avec le symbole de sommation. Solution : $\sum_{n=1}^{50} n^2$	11. L'échelle salariale de Marie va de 26 785 $ la première année à 34 825 $ la septième année. a) Si cette échelle est une suite arithmétique de sept termes, calcule l'augmentation à laquelle Marie peut s'attendre chaque année. b) Quel est son salaire la cinquième année ? c) Dans ce barème, quel est le premier échelon supérieur à 30 000 $? d) Quel montant total Marie aura-t-elle gagné au bout de sept ans ?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION
	2. Évaluer $\sum_{k=1}^{50}(2k+3)$ Solution : $S_n = \frac{n}{2}(t_1 + t_n)$ $\quad n = 50,\ t_1 = 5,\ t_{50} = 103$ $= \frac{50}{2}(5+103)$ $= 2\ 700$ 3. Si *f(n)* = 2*n* + 1, exprimer *f*(1) + *f*(2) + *f*(3) + ... + *f*(50), avec le symbole de sommation. Solution : $\sum_{n=1}^{50} 2n+1$	

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

L’élève sera en mesure de/d’ :

6. Produire des régularités numériques décrivant une progression géométrique. [E,R]

- **Introduire les progressions géométriques**

Soit la suite : 1, 2, 4, 8, ...

La valeur de la différence commune est différente pour chaque paire de termes consécutifs. Cependant, le rapport de deux termes consécutifs est constant. **Une suite géométrique en est une où le rapport de deux termes consécutifs est constant.** Dans l'exemple donné ci-haut :

$$r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{2}{1} = 2$$
$$r = \frac{t_3}{t_2} = \frac{4}{2} = 2$$
$$r = \frac{t_4}{t} = \frac{8}{4} = 2$$

***r* est appelé rapport commun** ou raison de la suite géométrique.

1. Si $k + 1$, $4k - 1$, $11k + 1$ sont les trois termes consécutifs d’une suite géométrique, calcule la/les valeur(s) de k.

CALCUL MENTAL

1. Quel est le prochain terme dans la suite 4, 8, 16,...?
2. Quel est le sixième terme dans la suite 2, 6, 18, ...?
3. Insère un nombre entre 6 et 24 pour former une progression géométrique.
4. Comment trouves-tu la raison *q* dans la suite géométrique?
5. La suite 3, 5, 7 est-elle une suite arithmétique ou une suite géométrique?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

Solution : puisque c'est une suite géométrique

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{t_3}{t_2}$$

$$\frac{4k-1}{k+1} = \frac{11k+1}{4k-1}$$

$$(4k-1)(4k-1) = (k+1)(11k+1)$$

$$16k^2 - 8k + 1 = 11k^2 + 12k + 1$$

$$5k^2 - 20k = 0$$

$$5k(k-4) = 0$$

$$k = 0 \text{ ou } k = 4$$

Si $k = 0$, la suite est 1, -1, 1, ...

Si $k = 4$, la suite est 5, 15, 45, ...

- **Développer l'équation du terme général d'une suite géométrique.**

La tableau suivant peut être utilisé pour montrer comment obtenir l'expression du terme général t_n en fonction de t_1 et r. Le tableau illustre le cas où la suite est 1, 2, 4, 8, ...

n	1	2	3	4	5	6	... n
t_n	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_n
	1	2	4	8			
	$1 \cdot 2^0$ $t_1 \cdot r^0$	$1 \cdot 2^1$ $t_1 \cdot r^1$	$1 \cdot 2^2$ $t_1 \cdot r^2$	$1 \cdot 2^3$ $t_1 \cdot r^3$			

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	La formule donnant le $n^{\text{ième}}$ terme ou t_n est : $\mathbf{t_n = t_1\, r^{n-1}}$ Les graphiques de toutes les suites géométriques sont des courbes discrètes de forme exponentielle dont la base est le rapport commun *r*. Dans l'exemple précédent $r = 2$ représente la base de la fonction exponentielle $t_n = t_1\, 2^{n-1}$. 1. Quelles suites sont des suites géométriques? Si la suite n'est pas géométrique, explique pourquoi tel est le cas. a) 63, 44, 25, 6, ... Solution : $\frac{t_2}{t_1} \neq \frac{t_3}{t_2}$ donc n'est pas une suite géométrique b) 64, 32, 16, 8, ... Solution : $\frac{t_2}{t_1} = \frac{t_3}{t_2} = \frac{t_4}{t_3} = \ldots$ suite géométrique c) 1, –1, 1, –1, ... Solution : $\frac{t_2}{t_1} = \frac{t_3}{t_2} = \frac{t_4}{t_3} = \ldots$ suite géométrique d) 2, 4, 6, 8, ... Solution : c'est une suite arithmétique avec une différence commune $d = 2$. Ce n'est pas une suite géométrique.	

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT

2. Soit la suite 24, 12, 6, ..., explique la règle déterminant la suite et trouver le 5[ième] terme.

Solution :

$\frac{t_2}{t_1} = \frac{t_3}{t_2} = r = \frac{1}{2}$,on a une suite géométrique avec $t_1 = 24$ et $r = \frac{1}{2}$.

$t_n = t_1 r^{n-1}$,si $n = 5$ alors :

$t_5 = t_1 r^4 = 24\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{3}{2}$

3. Dans une suite géométrique $t_3 = 12$ et $t_6 = 26$. Trouve t_{10}.

Solution : Utiliser la formule $t_n = t_1 \cdot r^{n-1}$

$$t_1 r^2 = 12 \qquad t_1 r^5 = 96$$

$$t_1 = \frac{12}{r^2} \qquad t_1 = \frac{96}{r^5}$$

$$\frac{12}{r^2} = \frac{96}{r^5}$$

$$r^3 = 8$$

$$r = 2$$

$$\therefore t_{10} = t_1 r^9 = 3(2)^9 = 1\,536$$

4. Un jeune diplômé est contacté par deux entreprises :

- la première lui promet un salaire annuel de départ de 100 000 \$ avec une augmentation de 10 000 \$ chaque année
- la deuxième lui assure un salaire annuel de départ de 97 000 \$ avec une augmentation de 9 % chaque année

SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

TRAVAIL PRATIQUE

1. Insers trois nombres entre 5 et 80 de telle sorte que les cinq nombres forment une suite géométrique.

2. Un magasin fait une vente aux enchères descendantes. Il soustrait 10 % au prix d'un article chaque jour. Si le prix initial d'un article donné est 150 \$, trouve quel en sera le prix chaque jour, au cours des cinq prochains jours.

3. Si $2x^2 - 5$, $5x - 2$, 12 sont les trois premiers termes d'une suite géométrique, trouve les trois premiers termes pour une valeur possible de x.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

a) construire un tableau des salaires des dix premières années ainsi que les salaires cumulés

b) à partir de quelle année le salaire annuel de la deuxième offre est il supérieur au salaire de la première offre?

c) à partir de quelle année le salaire cumulé de la deuxième offre est il supérieur au salaire cumulé de la première offre?

	A	B	C	D	E
2		**Offre # 1**		**Offre # 2**	
3	**année**	**tn**	**Sn**	**tn**	**Sn**
4	1	100 000 $	100 000 $	97 000 $	97 000 $
5	2	B4 + 10 000 $	C4 + B5	D4* 1,09	E4+D5
6	3	B5 + 10 000 $	C5 + B6	D5* 1,09	E5 + D6
7	4				
8	5				
9	6				
10	7				
11	8				
12	9				
13	10				