

# ***Unité F : Variations et formules***

***Demi-cours VI***  
***Guide de l'élève***

## Leçon 1 : Variation directe

Plus tôt, nous avons examiné les relations entre des variables comme les suivantes :

- I. Variable dépendante = constante  $\times$  variable indépendante
- II. Variable indépendante = montant fixe + (constante  $\times$  variable indépendante)

Ce type de relation est utilisé très fréquemment pour résoudre des problèmes scientifiques, techniques et financiers. Plus formellement, l'équation Type I est appelée **variation directe** et celle du Type II est une **variation partielle**. Dans la prochaine section, tu examineras les variations directes et les variations partielles.

Quand on pose une quantité  $A$  qui varie directement en fonction de (ou qui est directement proportionnelle à) la quantité  $B$ , on l'exprime ainsi :

$$A \propto B \quad \text{où } A \text{ varie directement en fonction de } B$$

Algébriquement, on peut exprimer la formule ainsi :  $A = kb$ , où  $k$  est une constante qu'il faut déterminer selon la situation. Remarque que cette formule est la même que celle qui apparaît sous forme de Type I ci-dessus.

### **Exemple de révision**

Une agente d'immeubles gagne une commission pour chaque maison qu'elle vend. La commission brute ( $C$ ) quand elle vend la maison est directement proportionnelle au prix d'achat ( $P$ ) de la maison.

Ainsi,  $C \propto P$ , où  $C = kP$ .

- a) Quelles sont les variables dépendantes et indépendantes dans cette situation?
- b) Si l'agente gagne 4 800 \$ à la vente d'une maison de 80 000 \$, quel est le taux de la commission?
- c) Quelle lettre dans l'équation ci-dessus correspond à ce taux?
- d) En utilisant ce taux de commission, peux-tu déterminer ce que l'agente gagnerait si elle vendait une maison de 100 000 \$? Et une maison de 40 000 \$?
- e) Dresse un tableau des valeurs liées à cette relation, en inscrivant des valeurs de 120 000 \$ en tranches de 20 000 \$.
- f) Utilise ton tableau des valeurs pour tracer le graphique de la relation. Quelle est la pente du graphique?

Avant de continuer, trouve les réponses aux questions (a) à (f) ci-dessus.

Compare tes réponses avec les réponses qui suivent. Explique la différence entre le graphique correspondant à un taux de commission de 7 % et celui que tu as tracé ci-dessus.

*Solution*

a) La commission de l'agente est fonction du prix de vente de la maison. Par conséquent, sa commission est la variable dépendante et le prix de vente est la variable indépendante.

b) Le taux de commission de l'agente est calculé comme suit :

$$C = kP \quad \text{Dans ce cas, nous savons que } C = 4\,800 \text{ \$ si } P = 80\,000 \text{ \$}.$$

$$\text{Donc, } 4\,800 = k \times 80\,000$$

$$k = \frac{4800}{80000}$$

$$k = 0,06 \text{ ou } 6 \%$$

c) La lettre  $k$  dans l'équation ci-dessus représente le taux de commission.

$$d) \quad C = 0,06P \qquad C = 0,06P$$

$$C = 0,06(100\,000 \text{ \$}) \qquad C = 0,06(40\,000 \text{ \$})$$

$$C = 6\,000 \text{ \$} \qquad C = 2\,400 \text{ \$}$$

e)

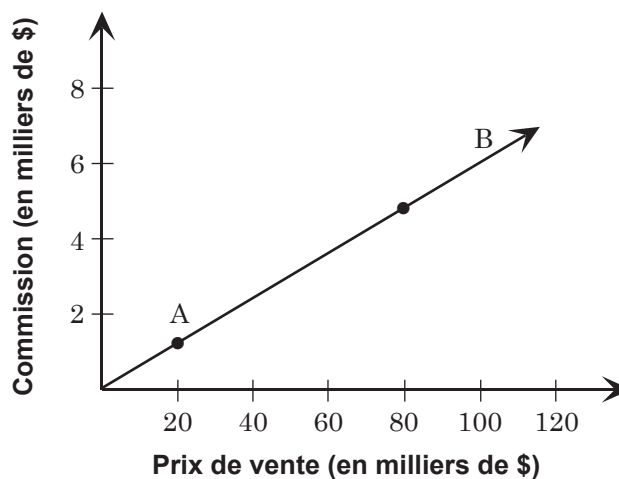
Prix de vente (\$)	0	20 000	40 000	60 000	80 000	100 000	120 000
Commission (\$)	0	1 200	2 400	3 600	4 800	6 000	7 200

f) N'oublie pas que la pente d'une droite se calcule comme suit :

- choisis 2 points sur la droite (marqués A et B)
- détermine les coordonnées de ces points :

$$A(20\,000 \text{ \$}, 1\,200 \text{ \$})$$

$$B(80\,000 \text{ \$}, 4\,800 \text{ \$})$$



$$\text{Pente} = \frac{\text{Écart entre les valeurs de la variable dépendante}}{\text{Écart entre les valeurs de la variable indépendante}}$$

À l'aide des deux points marqués sur le graphique, calcule la pente comme suit :

$$\begin{aligned} \text{Pente} &= \frac{4\,800 - 1\,200}{80\,000 - 20\,000} \\ &= \frac{3\,600}{60\,000} = 0,06 \text{ ou } 6\% \end{aligned}$$

Remarque que la pente de la droite donne la valeur de la constante. Les deux représentent le taux de commission gagné par l'agente (6 %).

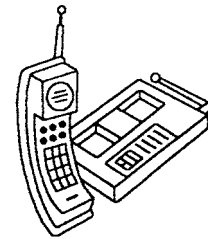
Remarque aussi que, si le taux de commission était de 7 %, la pente serait plus abrupte.

## Exercice 1

- Écris une expression pour montrer que la circonférence d'un cercle ( $C$ ) varie directement en fonction du diamètre ( $d$ ). Écris l'équation. Quelle est la constante de la variation?
- La distance ( $d$ ) qu'une voiture couvre à 90 km/h est directement proportionnelle au temps ( $t$ ) de déplacement. Écris une équation et trouve suffisamment de points pour dessiner le graphique de la relation.
- Une boutique vend tous ses articles en stock à 20 % de rabais. Le prix de rabais ( $R$ ) varie directement en fonction du prix marqué ( $M$ ). Écris l'équation et trace le graphique de cette relation.
- La quantité d'eau utilisée dans une douche varie directement en fonction du nombre de personnes qui l'utilisent. Si 3 personnes dans une maisonnée utilisent 480 L d'eau par jour, combien d'eau (a) 5 personnes et (b) 8 personnes utiliseraient-elles?
- Le coût de construction d'une autoroute est de 3 000 000 \$ par 6 km. Combien coûtera-t-il pour construire une autoroute semblable qui a 37,5 km de longueur?
- Le coût,  $C$ , pour embaucher un musicien qui jouera lors d'une fête, est de 22,50 \$ de l'heure.
  - Écris la formule qui illustre cette relation directe.
  - Construis le tableau des valeurs associé à la variation directe obtenue en (a).
  - Trace le graphique de la relation.
  - Utilise ton graphique pour estimer le coût de la fête si elle dure entre 21 h et 1 h 30. Vérifie ta réponse en établissant une proportion directe.
  - Pendant combien d'heures le musicien a-t-il joué s'il a reçu 79,89 \$ à la fin de la soirée?

7. Le prix total d'un appel interurbain est directement proportionnel à la durée de l'appel. Une société de téléphone facture 1,44 \$ pour un appel de 18 minutes.

- a) Combien la société facture-t-elle pour chaque minute?
- b) Construis un tableau des valeurs illustrant la variation directe établie en (a).
- c) Trace le graphique de cette variation directe.
- d) Combien paieras-tu pour un appel de 35 minutes?
- e) Combien de temps a duré ton appel si la facture totale est de 4,26 \$?



8. Jérôme et Janique font du ski nautique. La quantité d'essence utilisée varie directement en fonction de la durée de l'activité. Le réservoir d'essence de leur bateau contient 22 litres et ils peuvent faire du ski nautique pendant deux heures et demie avec ce réservoir.

- a) Trace le graphique de la relation, en reportant au moins trois points sur le graphique.
- b) Combien de temps pourront-ils skier s'ils ont  $2\frac{1}{2}$  réservoirs d'essence?



9. La quantité d'essence utilisée est directement proportionnelle au nombre de kilomètres parcourus. Julie et Jacques quittent Brandon, au Manitoba, pour se rendre à Banff, en Alberta, à une distance de 1 250 km. Ils utilisent au total 72,9 L d'essence durant leur voyage. Quand ils auront utilisé 50 L d'essence, combien de kilomètres leur restera-t-il à parcourir avant d'arriver à Banff?

10. L'aire d'un carré ( $A$ ) est directement proportionnelle à la longueur du côté ( $c$ ) au carré. Écris une équation et trace le graphique de la relation.

11. L'aire d'un cercle ( $A$ ) varie directement en fonction du carré de son rayon ( $r$ ). Quelle est la constante de la variation?

12. L'énergie cinétique ( $E$ ) d'une masse de 1 kg en mouvement varie directement en fonction du carré de sa vitesse ( $v$ ) en m/s. La constante de la variation est  $\frac{1}{2}$ . Écris une équation et trace le graphique de la relation.

13. La distance de freinage ( $d$ ), en mètres, d'un véhicule varie directement en fonction du carré de la vitesse ( $v$ ) en km/h. La constante de la variation est  $1/170$ . Écris une équation qui illustre la relation et compare les distances de freinage à 50 km/h et à 100 km/h.

14. Dans les problèmes 11 à 13, la variable indépendante est élevée au carré. De quelle façon les graphiques de ces variations sont-ils différents de ceux des problèmes précédents, dans lesquels la variable indépendante n'est pas élevée au carré?

15. Rédige un problème dont la solution dépend d'une variation directe.

## Leçon 2 : Variation partielle

Dans la section précédente, les exemples et l'exercice t'ont permis d'étudier les variations directes (Type I). Dans ces relations, si une variable est nulle, l'autre aussi sera nulle. Si une voiture se déplace pendant 0 heure, elle parcourt 0 km. Si un cercle a un rayon 0, alors son aire est 0. Nous allons maintenant étudier un type de relation un peu différent.

### Exemple 1

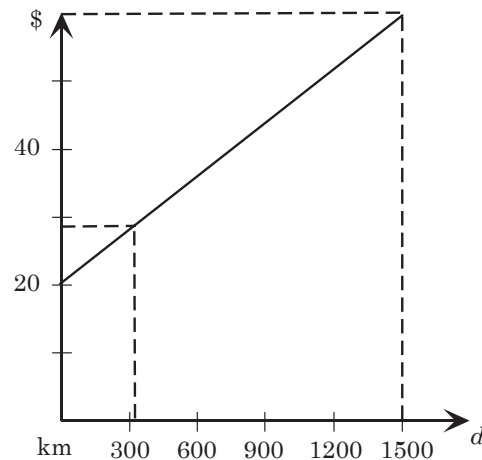
La société de location de voitures Kelly demande un tarif fixe de 20 \$ par jour et de 2,5 ¢/km, ce qui représente un coût variable.

- Établis le coût de la location d'une voiture pour une journée si tu parcoures 320 km.
- Trace le graphique qui illustre le coût de la location d'une voiture si tu l'utilises pendant une journée et que tu parcoures jusqu'à 1 500 km.

Si tu loues une voiture chez Kelly, tu devras payer 20 \$, peu importe où tu vas, même si tu restes sur place. Si tu décides d'aller quelque part, tu devras payer 2,5 ¢/km en plus des 20 \$. Voici une équation qui illustre cette situation :

$$C = 20 \$ + 0,025d, \text{ où } C = \text{le coût total, et } d = \text{le nombre de kilomètres parcourus.}$$

- Si tu parcoures 320 km avec la voiture,  
 $C = 20 \$ + 0,025(320) = 28 \$$ .
- Le graphique devrait ressembler à celui-ci.
- À partir de ce graphique, estime le coût si tu parcoures 1 500 km.
- À l'aide de l'équation ci-dessus, calcule le coût d'un voyage de 1 500 km.
- À partir du graphique, estime le coût d'un voyage de 900 km.



Comme tu peux le constater, tu dois payer un coût fixe (20 \$ par jour) et un coût variable (qui est fonction du nombre de kilomètres parcourus durant la journée). Il s'agit d'une relation que l'on appelle variation partielle, parce que certaines données varient (comme c'était le cas dans les exemples précédents), alors que d'autres restent fixes. La formule générale est la suivante :

variable dépendante = montant fixe + (constante x variable indépendante)

Remarque que dans le graphique précédent, la droite ne traverse pas l'origine. Lorsque la variable indépendante est 0, la valeur de la variable dépendante **n'est pas** 0.

Quelle est la relation entre le graphique et l'équation? Le coût fixe est de 20,00 \$ — là où la droite commence sur l'axe vertical; la constante est la pente.

**Exemple 2**

Le coût de participation d'une équipe de volleyball à un tournoi est en partie constant, mais il varie aussi en fonction du nombre de joueurs qui s'y rendront. Si le coût est de 329 \$ pour envoyer 9 joueurs, et de 560 \$ pour envoyer 20 joueurs, quel est le coût pour 12 joueurs?

*Méthode 1 :*

	coût	560,00 \$	
20 joueurs			
<u>9 joueurs</u>	coût	<u>329,00 \$</u>	
Soustraction : 11 joueurs supplémentaires	coût	231,00 \$	21 \$/joueur

Cela signifie que le coût par joueur est de 21 \$; cette somme s'ajoute au tarif fixe. On peut trouver le tarif fixe en reportant cette donnée dans l'équation de la variation partielle :

$$C = \text{tarif fixe} + (\text{coût/joueur})(\text{nombre de joueurs})$$

$$329 = F + (21)(9)$$

$$329 = F + 189, \text{ par conséquent } F = 140 \$$$

$$\text{Ainsi, pour 12 joueurs, le coût sera : } 140 \$ + (21 \$)(12) = 392 \$.$$


*Méthode 2 :*

Pour 20 joueurs :	$560 = F + 20k$	→	
Pour 9 joueurs :	$\underline{329 = F + 9k}$		
Soustraction :	$231 = 11k$		$k = 21$

Si  $k = 21$ , le résultat de la deuxième équation sera :  $329 = F + (21)(9)$ ;  $F = 140 \$$

Ainsi,  $C = 140 + 21k$ . Pour 12 joueurs :  $C = 140 + (21)(12) = 392 \$$

## Exercice 2

1. À la pizzeria Chez Stéphane, tu payes 8,40 \$ pour la pizza moyenne de base. Chaque garniture additionnelle coûte 90 ¢. Écris l'équation pour cette variation partielle. Remplis un tableau des valeurs qui montre le prix d'une pizza moyenne de base avec 6 garnitures supplémentaires.
2. Le temps de cuisson d'une dinde est 30 minutes, plus 45 minutes par kilo. Trouve une équation et trace le graphique qui représente cette relation. Combien de temps faudra-t-il pour faire cuire une dinde de 8,5 kg?
3. Les taxis Paul demandent un tarif de base de 2,25 \$ plus 10 ¢ pour chaque 15 secondes d'occupation du taxi. Écris une équation qui décrit cette relation entre le tarif et le temps. Combien coûterait une course de 8 minutes? 
4. Pour utiliser son téléphone cellulaire, Johanne paie 24,95 \$ par mois, ce qui lui donne 30 minutes d'utilisation sans frais additionnels. Les minutes supplémentaires lui coûtent 45 ¢ chacune. Écris une équation qui exprime la relation entre les frais mensuels et le temps d'utilisation. Combien coûtera-t-il à Johanne si elle utilise son téléphone cellulaire pendant 165 minutes durant le mois?
5. Un stationnement privé demande 1 \$ pour les 30 premières minutes. Les minutes additionnelles sont arrondies à la demi-heure près et coûtent 75 ¢ par demi-heure, jusqu'à un maximum de 5,50 \$ par jour. Remplis un tableau des valeurs, où tu auras marqué des intervalles de 30 minutes pour illustrer le coût du stationnement. Quel est le temps minimal de stationnement pour atteindre le tarif quotidien maximal?
6. Le prix d'un banquet de fin d'études comprend des frais fixes tels que la location de la salle, ainsi que des frais variables en fonction du nombre de personnes qui y participent. Ainsi, le banquet coûtera 1 608 \$ si 120 personnes y assistent, alors qu'il coûtera 3 770 \$ si 350 personnes y assistent. Trace le graphique de cette relation. Quel est le prix fixe? Trouve le prix du banquet si 250 personnes y participent.
7. Quand tu fais réparer ta voiture au garage Hercule, tu dois payer un taux fixe ainsi qu'un taux horaire. David reçoit une facture de 36 \$ pour 30 minutes de travaux de réparation. La facture de Coralie pour 8 heures de travail est de 351 \$. Si les pièces ne font pas partie de ce montant, trouve le taux fixe et le taux horaire. Quel sera le coût de 4,5 heures de travail?
8. Renée, une vendeuse, reçoit un salaire de base chaque semaine, ainsi qu'une commission calculée selon le pourcentage des ventes qu'elle réalise. Durant la première semaine, elle a gagné 346 \$, et 400 \$ durant la deuxième semaine. Ses ventes pour les 2 semaines s'élevaient à 4 200 \$ et à 6 000 \$ respectivement. Quel est son salaire de base hebdomadaire et quel est le taux de commission? Quelles devront être ses ventes hebdomadaires si elle veut gagner 500 \$?



## Leçon 3 : Variation inverse

Dans notre vie quotidienne, beaucoup de relations indiquent une diminution en fonction du temps, qui n'est pas constante. Ce type de variation est appelé variation inverse. Un exemple type de la variation inverse est la valeur des voitures, qui diminue chaque année, de façon irrégulière, en fonction de l'âge.

### Exemple 1

La valeur d'un véhicule varie inversement en fonction de l'âge de ce dernier. Cette relation

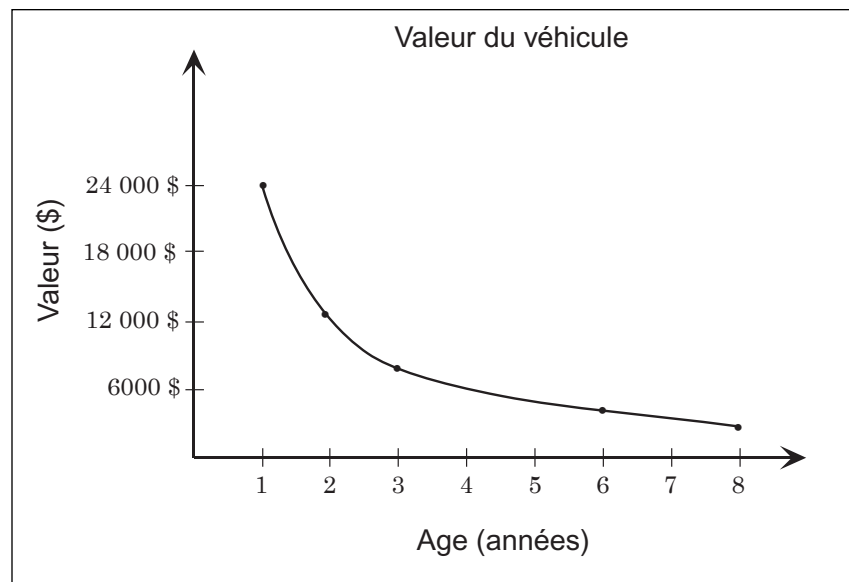
peut être représentée par la formule  $V \propto \frac{1}{a}$ . L'équation est  $V = \frac{k}{a}$ , où  $V$  représente la valeur à la fin des années et  $k$  la constante de la variation. Voyons une voiture qui vaut

12 000 \$ après 2 ans d'usure. Dans notre exemple,  $12\ 000\ \$ = \frac{k}{2}$ , donc  $k = 24\ 000\ \$$ . La

formule dans cet exemple devient donc  $V = \frac{24\ 000}{a}$ . À partir de cette formule, on peut

calculer un tableau des valeurs. Tu peux ajouter les valeurs manquantes pour 4 et 6 années d'usure. En utilisant ce tableau des valeurs, tu pourras tracer le graphique de la relation.

Années ( $a$ )	Valeur ( $V$ )
1	24 000 \$
2	<b>12,000 \$</b>
3	8 000 \$
4	
5	
6	4000 \$



Remarque que plus l'auto vieillit, plus sa valeur diminue, bien que le montant de la diminution soit de moins en moins important d'année en année. Combien vaudrait le véhicule après cinq années d'utilisation?

Quelles sont les variables dépendante et indépendante?

**Exemple 2**

Quand tu te déplaces sur une certaine distance, le temps varie inversement en fonction de la vitesse. À 100 km/h, il te faudra 8 heures pour arriver à destination. Écris une équation qui exprime la relation entre le temps et la vitesse. Trace le graphique de la relation. Que représente la constante de la variation? Combien de temps le voyage durera-t-il si la vitesse moyenne est de 90 km/h?

Disons  $t$ , le temps et  $v$ , la vitesse;  $k$  est la constante de la variation. Tu dois trouver  $k$  — tu pourrais y arriver au moyen des données fournies. (Que représente  $k$ ? — Nous voyageons pendant 8 heures à 100 km/h.) Étant donné qu'il s'agit d'une variation inverse,

$$t \propto \frac{1}{v}; \text{ alors}$$

$$t = \frac{k}{v}$$

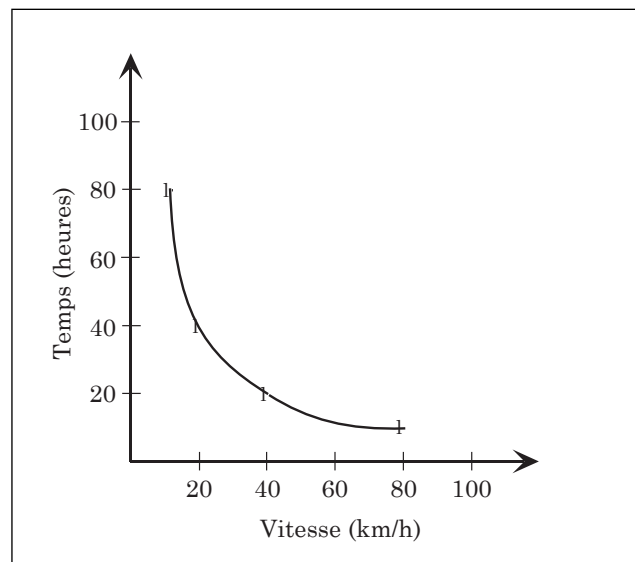
$$8 = \frac{k}{100}$$

$$k = 800$$

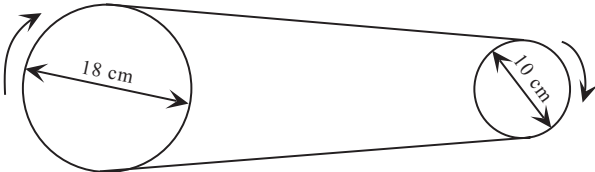
$$t = \frac{800}{v}$$

$v$	$t$
10	80
20	40
40	20
80	10

Tu peux utiliser cette équation pour créer un tableau des valeurs et pour tracer le graphique, ainsi que pour trouver combien de temps durera le voyage si tu roules à 90 km/h.



## Exercice 3

1. Une jardinière sait que le temps qu'il prend pour récolter ses légumes varie inversement en fonction du nombre de travailleurs. Si 20 personnes peuvent faire le travail en 6 jours, combien faudra-t-il de temps pour faire les récoltes si le jardinier embauche 30 travailleurs? S'il faut terminer la récolte en douze jours, quelle sera la main-d'œuvre nécessaire?
2. Céleste aimerait investir assez d'argent pour récolter des intérêts qui lui permettront de prendre de courtes vacances dans un an. Elle détermine que le capital ( $C$ ) qu'elle doit investir varie inversement avec le taux ( $t$ ) d'intérêt. Pour obtenir un revenu suffisant, elle pourrait investir un capital de 8 000 \$ à 5 % d'intérêt.
  - a) Écris un énoncé de variation pour ce problème et détermine la valeur de la constante.
  - b) Quel capital doit-elle investir si le taux est de 4 %?
  - c) Si Céleste investissait 6 000 \$, quel taux d'intérêt lui permettrait de gagner suffisamment d'argent pour son voyage?
3. Le volume d'une masse de gaz à température constante est inversement proportionnel à la pression. Si le volume est de 8 L quand la pression est de 3 atmosphères, trouve l'équation de la variation inverse. Trouve au moins 8 points et trace-les sur un graphique.
4. Selon la loi d'Ohm, le courant ( $A$ ) qui passe dans un conducteur est inversement proportionnel à la résistance ( $R$ ) du conducteur. Si le courant est de 5 ampères quand la résistance est de 24 ohms, quelle serait l'intensité du courant quand la résistance est de 3 ohms?
5. Dans la transmission électromagnétique, la fréquence ( $f$ ) varie inversement en fonction de la longueur d'onde ( $\lambda$ ). Le signal d'un poste de radio AM a une fréquence de 750 kilohertz (kHz) et une longueur d'onde de 400 m. Quelle serait la fréquence si la longueur d'onde est de 600 m?
6. Une poulie de 18 cm de diamètre, qui tourne à une vitesse de 25 tours à la seconde (tr/s), est liée par une courroie à une poulie qui a 10 cm de diamètre. Trouve la vitesse de révolution de la plus petite poulie si sa vitesse est inversement proportionnelle à son diamètre.
 
7. La puissance d'un signal radio est inversement proportionnelle au carré de sa distance par rapport à l'émetteur. Un signal reçu d'un émetteur situé à 75 km de distance représente 80 % d'un signal ordinaire. Quelle serait la puissance du même signal à 100 km?

## Leçon 4 : Reconnaître les variations et les autres types de relations

Dans certaines situations quotidiennes où deux variables sont liées, il est utile de savoir quel type de variation ou quelle autre relation permettra de décrire précisément la situation. Dans l'exercice 4, aux numéros 1 à 6, on te demande de déterminer quel type de variation (directe, partielle ou inverse) décrit le mieux la donnée ou la situation. Dans les autres numéros, tu devras examiner les représentations graphiques des différents types de relations.

### Exercice 4

Dans chacune des situations suivantes, énonce quel type de variation est en cause. Trace le graphique.

1. Une facture de téléphone – le tarif mensuel est 25 \$ plus 10 ¢ la minute pour tous les appels interurbains.

\_\_\_\_\_

2.

$x$	$y$
0	0
1	2
2	8
3	18
4	32
5	50

\_\_\_\_\_

3.

$x$	$y$
1	360
2	180
3	120
4	90
5	72

\_\_\_\_\_

4.

$x$	$y$
1	2,5
2	5,0
3	7,5
4	10,0
5	12,5

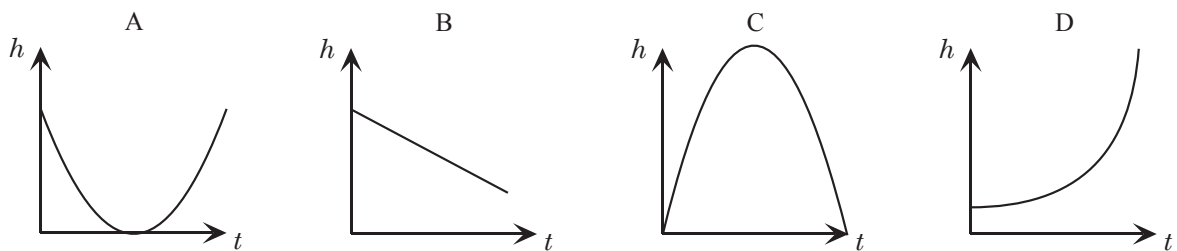
\_\_\_\_\_

5.

$x$	$y$
1	5
2	7
3	9
4	11
5	13

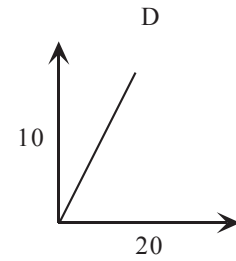
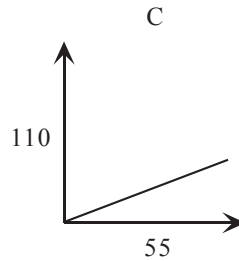
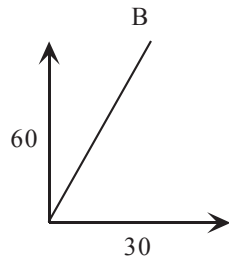
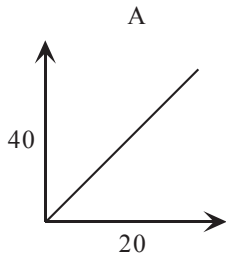
\_\_\_\_\_

6. À l'Université du Mantario, les professeurs ont reçu une augmentation de salaire de 500 \$ plus 2 % de leur salaire actuel. De quel type de variation s'agit-il? L'augmentation en pourcentage est-elle plus avantageuse pour les plus hauts salariés ou pour les plus bas salariés? Pourquoi?
7. a) Durant les feux d'artifice de la Fête du Canada, une fusée est lancée haut dans le ciel. Lequel des graphiques suivants illustre le mieux sa hauteur si l'axe horizontal représente le temps? Explique ton choix.

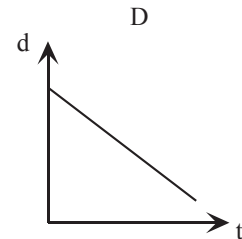
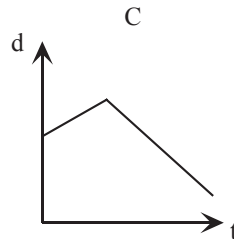
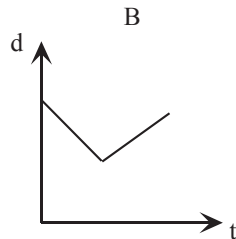
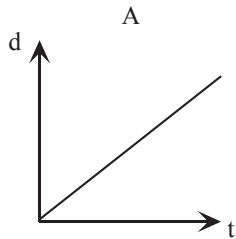


- b) Si tu savais que la hauteur maximale de la fusée était de 100 pieds après 2 secondes, comment pourrais-tu indiquer cette information sur le graphique?

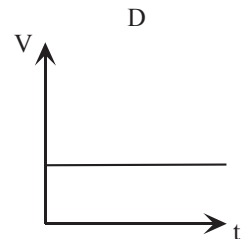
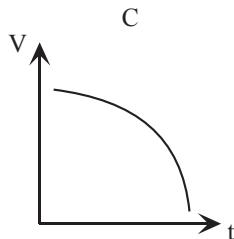
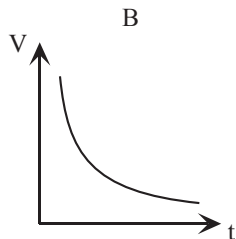
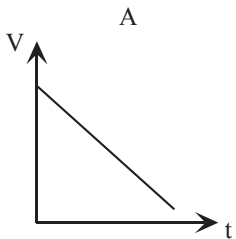
8. L'équation  $y = 2x$  indique une variation directe. Lequel des graphiques suivants ne pourrait pas constituer une représentation de cette variation?



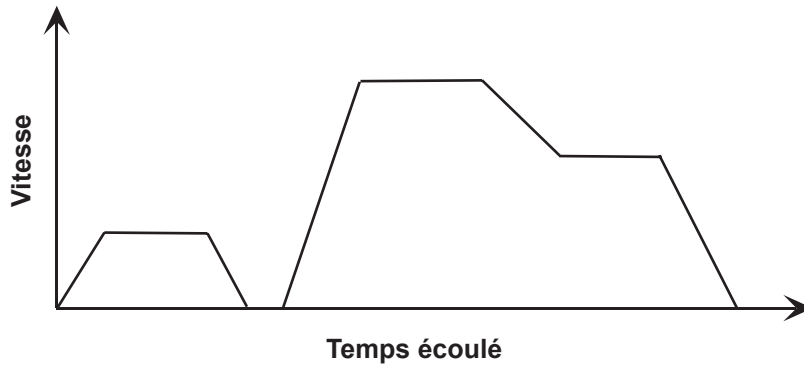
9. Karine marche en direction de sa maison puis s'en éloigne tout à coup. Quel graphique représente le mieux cette situation si l'axe vertical représente la distance par rapport à la maison et l'axe horizontal représente le temps écoulé?



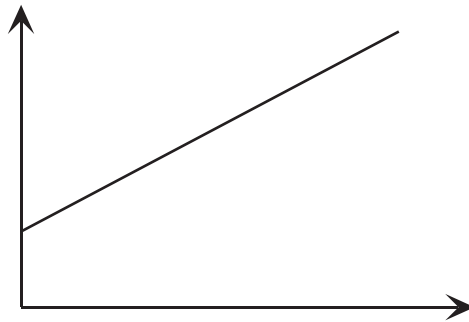
10. Il y a plusieurs années, Christophe acheta une nouvelle voiture. Lequel des graphiques suivants illustre le mieux la valeur décroissante de cette voiture?



11. Le graphique suivant montre la vitesse atteinte par Nadine quand elle quitte la maison, à dos de bicyclette pour se rendre à l'épicerie. Décris en un paragraphe le voyage de Nadine.



12. Le graphique ci-dessous illustre une variation partielle. Écris un paragraphe qui décrit une situation que ce graphique pourrait illustrer. Décide quelle est la variable indépendante et quelle est la variable dépendante, et inscris-les sur l'axe correspondant. Utilise une échelle appropriée sur chaque axe.



## Leçon 5 : Révisions des variations

### Exercice 5

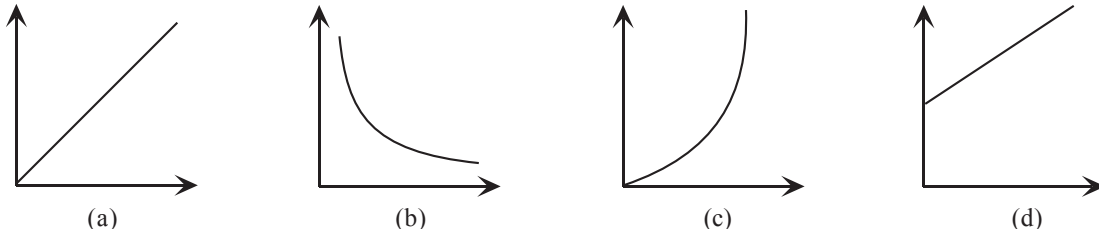
Lis les exercices suivants attentivement (surtout les premiers) pour déterminer si une variation est toujours applicable.

1. Si une serviette étendue sur une corde à linge sèche en 30 minutes, combien d'heures faudrait-il pour faire sécher 10 serviettes?
2. Un bateau est amarré dans un port de mer; l'eau touche tout juste le barreau inférieur d'une échelle accrochée à l'extérieur du bateau. Si les barreaux sont posés à 8 po de distance et que la marée monte de 2 pi à l'heure, combien de barreaux seront recouvert d'eau d'ici 80 minutes?
3. Si un athlète peut courir 100 mètres en 9,9 secondes, combien de temps lui faudra-t-il pour courir 2 kilomètres?
4. Écris une équation qui décrit la relation entre le prix de l'essence (\$) et la quantité (litres) achetée, selon les données du tableau des valeurs suivant.

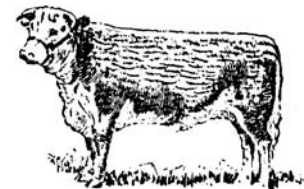
Litres d'essence achetés	Prix (\$)
2	1,00
4	2,00
6	3,00
8	4,00
10	5,00
12	6,00
14	7,00
16	8,00
18	9,00
20	10,00
22	11,00
24	12,00
26	13,00
28	14,00
30	15,00



5. Examine la formule suivante illustrant le volume d'un cylindre :  $V = r^2h$
- Quelle est l'incidence sur le volume si la hauteur est doublée?
  - Quelle est l'incidence sur le volume si le rayon est doublé?
  - Quelle serait l'incidence si le rayon était diminué de moitié et la hauteur triplée?
6. Écris une relation qui décrit chacun des graphiques suivants. Étiquette bien chacun des axes.



7. La quantité d'essence consommée par un véhicule varie directement en fonction du carré de la vitesse. La consommation d'essence est 9 L/h quand la vitesse atteint 100 km/h. Trouve la vitesse qu'il faudrait atteindre pour que la consommation d'essence soit de 3 L/h.
8. Pour une masse de gaz particulière, le volume (en litres) varie directement en fonction de la température (en °C) et inversement en fonction de la pression (en atmosphères). Posons une certaine masse d'hélium à 25 °C, le volume du gaz est de 17,5 litres et la pression est de 2 atmosphères. Quel sera le volume si la température baisse à 15 °C et que la pression diminue à 1 atmosphère?
9. Ton champ de vision à partir du haut d'un grand édifice est directement proportionnel à la racine carrée de la hauteur au-dessus de la surface terrestre. Si les 2 mesures sont en kilomètres, la constante de la variation est 109,5. Trace le graphique. Jusqu'où pourras-tu voir si tu montes sur le toit d'un gratte-ciel de 120 m de hauteur?
10. Un fermier a suffisamment de nourriture pour maintenir 100 vaches pendant 42 jours. Combien de temps pourrait-il nourrir 70 vaches avec la même quantité de nourriture?



11. Jacques et Gilles ont réussi, après maints efforts, à trouver une vieille photo de 5 po x 8 po, qu'ils veulent faire agrandir. S'il faut doubler l'aire de la photo, quelles seront les nouvelles dimensions? Est-ce le même processus que pour l'agrandissement d'une petite photo, jusqu'à la plus grande taille de 8 x 10, qui sont des dimensions plus courantes?

12. Toutes les pizzas à la pizzeria Chez Stéphane, ont une croûte qui dépasse d'un pouce à l'extérieur de la garniture. Exprime le ratio en pourcentage

$$\frac{\text{aire de la croûte sans garnitures}}{\text{aire de la pizza totale}}$$

pour des pizzas de 9, 12, 18 et 24 pouces. Construis un graphique illustrant le pourcentage de la croûte sans garnitures par rapport au diamètre de la pizza. Décris cette relation.

13. L'information ci-dessous est extraite du Guide Autopac (1999).

**Frais additionnels pour les points de démerite**

Les conducteurs qui ont accumulé des infractions et donc des points de démerite doivent payer une prime additionnelle. Les conducteurs qui ont un mauvais dossier ont aussi tendance à être plus souvent responsables des accidents dans lesquels ils sont impliqués.

Les conducteurs accumulent des points de démerite quand ils sont pris en excès de vitesse, et s'ils brûlent un feu rouge ou un arrêt. La Division des Permis et immatriculations peut aussi imputer des points de démerite aux conducteurs qui ont causé un accident par manque de prudence.

Les conducteurs qui ont accumulé 6 points de démerite ou plus sur leur permis de conduire doivent payer des frais supplémentaires, en fonction du nombre de points de démerite. La relation est illustrée dans le tableau ci-contre.

Points de démerite	Frais supplémentaires
0–5	0 \$
6	150 \$
7	175 \$
8	200 \$
9	225 \$
10	250 \$
11	300 \$
12	350 \$
13	400 \$
14	450 \$
15	500 \$
16	575 \$
17	650 \$
18	725 \$
19	800 \$
20	875 \$
21	975 \$
22 et plus	999 \$

- a) Ces données seraient-elles mieux illustrées au moyen d'un tableau des valeurs? Pourquoi?
- b) Trace le graphique. Serait-il difficile de fournir la même information au moyen d'un graphique?
- c) Une équation peut-elle décrire la relation?
- d) Décis la relation entre les points de démerite et les frais supplémentaires imputés pour l'obtention d'un permis de conduire.
14. La page suivante contient un extrait d'un bulletin du National Council of Teachers of Mathematics (*Mathematics Teacher*, novembre 1997); il illustre un autre exemple d'une tendance générale à trop simplifier des variations.

*The Reader*

San Diego, Californie

Le 14 novembre 1996

Soumis par Judith Ross, San Diego  
Mesa College, San Diego CA

1. La réponse aux questions de Jesse Lopez propose deux façons de calculer avec précision l'âge d'un chien en termes d'années humaines. Est-ce que les trois méthodes donnent les mêmes résultats?
2. Posons  $c$ , l'âge du chien et  $p$ , l'âge équivalent pour une personne. Écris la formule la plus simple pour chaque méthode d'estimation de l'âge d'un chien en termes d'années humaines.
  - a) La méthode de Jesse Lopez
  - b) La méthode de l'enseignant du Wisconsin
  - c) La méthode de Matthew Alice, à partir du troisième anniversaire d'un chien
3. Utilise le même ensemble d'axes pour tracer le graphique des trois méthodes d'estimation de l'âge des chiens et des chats en termes d'âge humain.
4. De quel âge canin les trois âges humains sont-ils les plus rapprochés?
5. Quel âge aurait un chat de 6 ans selon les 3 méthodes?
6. Est-ce que chaque méthode représente une relation linéaire [droite]? Quelles sont les similitudes, et quelles sont les différences?
7. Supposons que tu veuilles exprimer l'âge d'une personne en termes d'années canines. Trouve une formule pour convertir l'âge de la personne en années canines, en utilisant chacune des trois relations.

## Quel âge avez-vous?



PAR MATTHEW ALICE

*Cher Matthew Alice,*

*J'ai entendu parler des années canines, et j'ai entendu dire qu'une année canine équivalait à sept années humaines. Est-ce qu'on peut parler alors d'années félines?*

*– Jessie Lopez, école élémentaire Euclid*

Eh bien, Jessie, la réponse est oui. Mais avant tout, oublie ces histoires qui racontent qu'une année canine est équivalente à 7 années humaines. Je ne sais pas qui a inventé ça, mais c'est totalement faux, même si tout le monde croit que c'est vrai. À la fin d'une année, un chiot est arrivé à sa taille maximale et il peut avoir des petits bébés. Est-ce que ton petit frère de 7 ans a une taille d'adulte et est-ce qu'il peut avoir des enfants? Probablement pas. Ainsi, la première année d'un chien équivaut à 18 ou 20 ans chez les humains, et non pas à 7 années. Les chiens passent au travers de la crise des deux ans et de l'adolescence sans problème, et ils peuvent voter et louer un appartement dès leur premier anniversaire.

À la fin de sa deuxième année, le chien est à son meilleur sur le plan physique - en forme et à l'allure fière. La deuxième année du chien équivaut à dix années humaines environ. Ainsi, alors que ton frère de quatorze ans s'amuse sur sa planche à roulettes avec ses amis, ton chien de deux ans gravit les échelons vers un poste de cadre intermédiaire et conduit son Blazer trop rapidement sur l'autoroute. Un chien de 2 ans a donc 30 ans à l'échelle humaine. Après, l'écart diminue quelque peu. La troisième année du chien équivaut à sept années humaines environ; par après, chaque année de chien compte pour trois années humaines environ.

Qu'en est-il des chats? Eh bien, les vétérinaires font la même comparaison pour les chats - un chat d'un an a 20 ans à l'échelle humaine; il en a 30 à 2 ans, 37 à 3 ans, 40 à 4 ... Si tu es vraiment bon en mathé, voici une formule imaginée par un professeur du secondaire du Wisconsin. Prends l'âge de ton chat ou de ton chien, soustrais 1, multiplie par 6, ajoute 21 et tu obtiendras son âge à l'échelle humaine.

## Leçon 6 : L'utilisation des formules

Plusieurs situations, à la maison ou au travail, nous amènent à calculer des quantités à l'aide de formules. L'exercice qui suit fournit des exemples de ces calculs et une occasion de les mettre en pratique. Les formules les plus souvent utilisées pour ce travail figurent sur la page intitulée, Formules, à la fin de la leçon. Les formules spéciales sont fournies avec le problème visé. Consigne le cheminement que tu as suivi, y compris :

- a) la formule mathématique
- b) un diagramme, au besoin
- c) la substitution des nombres
- d) les calculs arithmétiques
- e) la réponse finale, au dixième près (au cent près s'il s'agit d'argent).

### **Exemple**

Hélène veut créer une entreprise de vente d'arachides au terrain de baseball. Elle veut les vendre dans des cônes de papier qui pourront contenir environ 750 mL d'arachides rôties, dans leur écaïlle. Pour faciliter la manutention, elle veut que le dessus du cône ait un diamètre de 12 cm. Quelle sera la profondeur du cône ?

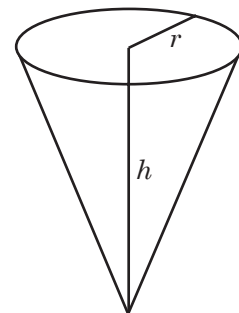
### *Solution*

- a) C'est le volume du cône qu'il faut trouver. La formule est  $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ .
- b) Examine le diagramme. Dans notre problème,  $r = 6$  cm et nous devons trouver  $h$ .
- c) Remplace les nombres dans la formule :  $750 = \frac{1}{3}\pi (6)^2 (h)$

- d) Fais les calculs :

$$750 = \frac{1}{3}(3,14)(36)h = 37,68h$$

$$h = \frac{750}{37,68} = 19,9$$



- e) Ainsi,  $h = 19,9$  et le cône a environ 20 cm de profondeur.

## Exercice 6

1. La relation entre la distance du point le plus éloigné que tu peux voir de l'autre côté d'une surface horizontale, telle qu'un grand lac, et la hauteur de tes yeux au-dessus de la surface est exprimée par la formule suivante :

$$d = 0,35\sqrt{h}$$

Dans cette formule,  $h$  est en centimètres, et  $d$  est en kilomètres.

- a) Nataniel est au bord de l'eau. Si ses yeux sont à 150 cm au-dessus de l'eau, jusqu'où peut-il voir? Si Nataniel monte sur un poste de sauveteur, de sorte que ses yeux se trouvent à 400 cm au-dessus de l'eau, jusqu'où pourra-t-il voir?
- b) Si Nataniel grimpe sur un rocher, il peut tout juste voir l'autre rive du lac, qui se trouve à 9 km. À quelle hauteur se trouve le sommet du rocher au-dessus du niveau de l'eau? Y aurait-il une différence si Nataniel utilisait des jumelles? Explique ta réponse.
2. À cause de la friction, l'eau coule plus lentement au fond d'une rivière qu'à la surface. La relation entre les deux vitesses est :  $\sqrt{b} = \sqrt{s} - 1,3$  où  $s$  correspond à la vitesse de l'eau à la surface, et  $f$  à la vitesse au fond (les deux vitesses sont exprimées en km/h). Le 5 avril, la vitesse du débit de la rivière Souris était de 12 km/h à la surface. Quelle était la vitesse du débit au fond de la rivière, à 1,8 m en dessous de la surface? Le 7 juin, la vitesse à la surface avait ralenti de 3,5 km/h. Quelle était la vitesse au fond de la rivière à cette même date?
3. La vitesse du son dans l'air augmente si la température de l'air augmente. La formule qui décrit cette relation est  $v = 20\sqrt{273 + T}$ , où  $v$  est la vitesse en m/s et  $T$  la température en °C. Au m/s près, calcule la vitesse du son à 20 °C. Peux-tu trouver l'écart de vitesse si la température était de -23 °C?
4. Pour qu'un satellite reste en orbite, il doit se déplacer à une vitesse suffisante, calculée au moyen de la formule  $v = \sqrt{\frac{5,15 \times 10^{12}}{d}}$ , où  $v$  représente la vitesse en km/h et  $d$  la distance entre le satellite et le centre de la Terre, en km.
- Si le diamètre de la Terre est de 12 750 km, trouve la vitesse d'un satellite qui se trouve à 36 000 km au-dessus de la Terre.



5. On peut utiliser la formule d'Héron pour calculer l'aire d'un triangle duquel on connaît la longueur des trois côtés. Si les côtés du triangle sont  $a$ ,  $b$  et  $c$  :

$$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}, \text{ où } s = \frac{a+b+c}{2}$$

Trouve l'aire du triangle dont les côtés mesurent 5 cm, 7 cm et 10 cm de longueur.

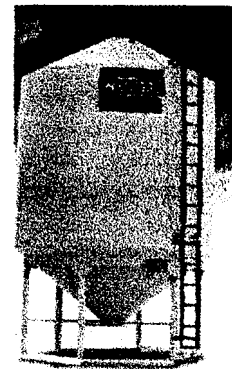
6. Le dessus d'une canette de boisson gazeuse diète a un diamètre de 6,6 cm. Le processus de fabrication de ces canettes exige que le diamètre soit constant, mais la hauteur de la canette peut varier, de sorte qu'on puisse fabriquer des canettes qui contiennent différentes quantités de boisson gazeuse. Si l'entreprise veut fabriquer des canettes qui contiennent 410 mL de boisson gazeuse, quelle devra être la hauteur de la canette?



7. Calcule la quantité de métal nécessaire pour fabriquer une caisse de 24 boîtes de soupe dont le diamètre est 7,2 cm et la hauteur est de 10 cm.
8. Calcule la quantité d'air que contient un ballon de plage quand il est gonflé pour atteindre un diamètre de 50 cm.
9. Supposons que le 2 janvier, tu déposes 2 000 \$ dans ton compte d'épargne et que tu laisses cette somme dans le compte pour une année. La banque verse les intérêts composés seulement une fois par année, le 31 décembre. Quand tu te rends à la banque pour retirer ton argent, la banque te donne 2 090 \$. Quel est le taux d'intérêt donné par la banque pour ce compte?
10. Je viens tout juste d'hériter d'une somme d'argent de mon grand-père. Je veux en dépenser une partie maintenant, mais je veux aussi en économiser pour faire mes études au collège ou à l'université l'an prochain.
- Pour un certificat de dépôt garanti d'un an, et un placement minimum de 5 000 \$, la banque donne 5,5 % d'intérêts, composés annuellement. Combien devrais-je investir dans le certificat de dépôt garanti pour avoir 6 000 \$ dans un an?
  - Si j'attends 3 ans avant d'aller à l'école, je pourrais investir l'argent dans un certificat de dépôt garanti de 3 ans qui rapporte 6 % d'intérêts, composés annuellement. Combien d'argent devrais-je investir à ce taux pour avoir 6 000 \$ en bout de ligne?
11. a) Convertis 35 °C en degrés Fahrenheit.  
b) Convertis -40 °C en degrés Fahrenheit.
12. a) Convertis 104 °F en degrés Celsius.  
b) Convertis 0 °F en degrés Celsius.
13. Démontre que 16 °C  $\approx$  61 °F, et que 28 °C  $\approx$  82 °F. (Remarque que dans chacune de ces approximations, les chiffres des deux nombres sont inversés, une façon pratique de s'en souvenir).

14. Le thermomètre Fahrenheit indique des températures en dessous du point de congélation qui sont au-dessus de  $0^{\circ}\text{F}$ . Dans l'échelle Celsius, les températures sous zéro sont sous le point de congélation. Trouve les températures  $x$ , en Celsius et en Fahrenheit, pour lesquelles  $-x^{\circ}\text{C} = +x^{\circ}\text{F}$ .

15. M. Landry, un fermier, possède un trémie à grain (voir la figure) constitué d'une surface cylindrique liée à des parties supérieure et inférieure en forme de cône. Le diamètre du réservoir est de 14 pieds et la hauteur du cylindre est de 12 pieds. La hauteur du cône inférieur est de 6 pieds, alors que la hauteur du cône supérieur est de 4 pieds. Calcule la quantité de grain que le trémie peut contenir.

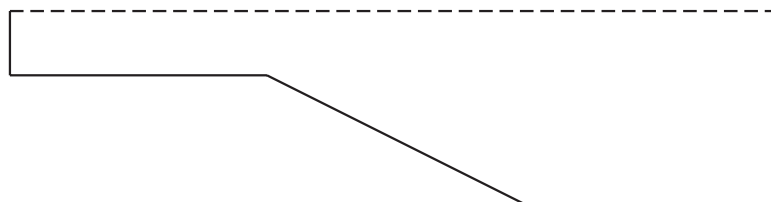


16. Le fils de M. Landry, Guy, travaille comme superviseur dans un atelier de fabrication. L'atelier veut fabriquer un trémie à grain ressemblant à celui décrit dans le problème 15. Guy te demande de trouver la quantité de tôle qui sera nécessaire pour fabriquer le réservoir. Combien de pieds carrés de tôle sont nécessaires si on ne tient pas compte du chevauchement des pièces?

17. Trouve l'aire de la surface d'un cornet de crème glacée si la crème glacée est une demi-sphère dont le diamètre est de 6 cm. La hauteur de la partie conique du cornet est 13 cm.



18. Une piscine a des dimensions de 30 pi x 14 pi. La partie la plus profonde a 8 pi de profondeur et 10 pi de longueur. La partie la moins profonde a 3 pi de profondeur et 10 pi de longueur. Le fond de la piscine est en pente entre la partie la moins profonde et la partie la plus profonde. Combien de pieds cubiques d'eau sont nécessaires pour remplir cette piscine? (Le diagramme montre une coupe transversale de la piscine.)



19. Un petit ballon-sonde météorologique de forme sphérique doit contenir 33,5 mètres cubes d'hélium pour soulever le poids de l'équipement. Quelle est la quantité approximative de matériau (en mètres carrés) nécessaire pour fabriquer un tel ballon?

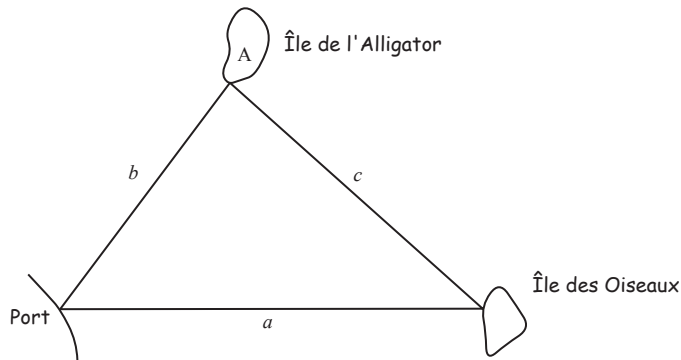
20. Calcule les intérêts générés par une somme de 3 000 \$ si les intérêts, composés 2 fois par année, sont  $9\frac{3}{4}\%$  pour 4 ans. Arrondis ta réponse au cent près.

21. La *loi du cosinus* permet de trouver la longueur du troisième côté d'un triangle si on connaît les longueurs des deux autres côtés et l'angle entre les deux côtés.

Loi du cosinus :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

Un bateau quitte le port et parcourt une distance de 9 km jusqu'à l'île de l'Alligator, et plus tard dans la journée il se rend à l'île des Oiseaux, à une distance de 12 km. L'angle entre les 2 tracés parcourus, A, est  $85^\circ$ . À quelle distance l'île des Oiseaux se trouve-t-elle du port?

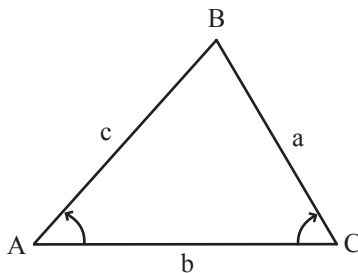


22. La *loi des sinus* permet de trouver la longueur du côté d'un triangle si on connaît deux angles du triangle et la longueur d'un côté.

La loi des sinus :

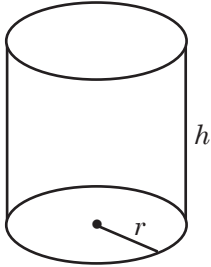
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

À partir du point A, l'angle d'élévation d'un hélicoptère jusqu'au point B est  $48^\circ$ . L'angle d'élévation du même hélicoptère à partir du point C est  $60^\circ$ . Si le point A se trouve à 7 km du point C, à quelle distance se trouve l'hélicoptère du point A? [Indice : Trouve le point B].



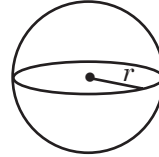


## Formules



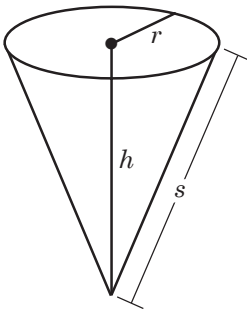
$$A_t \text{ cylindre} = 2\pi r^2 + 2\pi r h$$

$$V \text{ cylindre} = \pi r^2 h$$



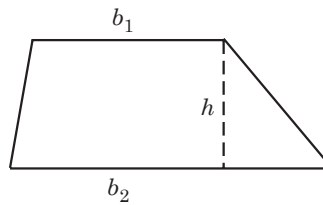
$$A_t \text{ sphère} = 4\pi r^2$$

$$V \text{ sphère} = \frac{4}{3} \pi r^3$$



$$A_t \text{ cône} = \pi r^2 + \pi r s$$

$$V \text{ cône} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$



$$A \text{ trapézoïde} = \frac{1}{2} (b_1 + b_2) h$$

$V_{\text{prisme}} = Bh$ , où  $B$  est l'aire de la base et  $h$  est la hauteur.

$$I = CTD$$

$C$  = Capital

$D$  = durée (en année)

$T$  = taux d'intérêt annuel

$V$  = Valeur finale de l'investissement

$n$  = nombre de versements des intérêts par année

$$V = C \left( 1 + \frac{T}{n} \right)^{nD}$$

$$^{\circ}\text{C} = \frac{5}{9} (^{\circ}\text{F} - 32)$$

$$^{\circ}\text{F} = \frac{9}{5} (^{\circ}\text{C}) + 32$$