

Unité F : Variations et formules

Demi-cours VI

DEMI-COURS VI

Unité F : Variations et formules

Durée : 11 heures

Résultat d'apprentissage général :

Utiliser des modèles algébriques et graphiques pour la généralisation de régularités, l'établissement de prévisions et la résolution de problèmes

Cette unité doit permettre aux élèves de mettre sur graphique et d'analyser des données relatives aux variations et d'utiliser des formules afin de résoudre des problèmes.

Résultats d'apprentissage spécifiques

- F-1 Mettre sur graphique et analyser des exemples de variation directe, de variation partielle et de variation inverse.
- F-2 À l'aide de données, d'un graphique ou d'une situation, identifier la variation représentée.
- F-3 Utiliser des formules pour résoudre des problèmes.

Matériel d'appui

- *Explorations 12 - Les mathématiques au quotidien*
- calculatrice scientifique
- règle
- tableur

VARIATIONS ET FORMULES

Évaluation

- exercices quotidiens
- questions dans le journal
- test sur l'unité

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

Résultat général

Utiliser des modèles algébriques et graphiques pour la généralisation de régularités, l'établissement de prévisions et la résolution de problèmes

Résultats spécifiques

F-1 Mettre sur graphique et analyser des exemples de variation directe, de variation partielle et de variation inverse

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Les problèmes de variation correspondent à l'étude des relations entre deux variables. Prenons l'exemple d'un cycliste qui parcourt 30 km en deux heures. Quelle distance parcourt-il en trois heures?

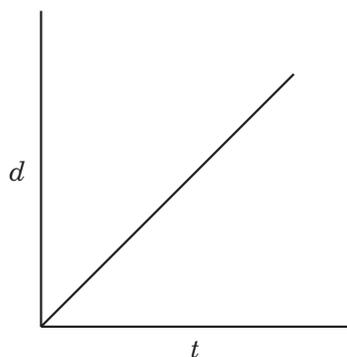
Il s'agit d'un exemple dans lequel la distance dépend **directement** du temps, ou $d \propto t$. Une équation est établie en ajoutant une constante de variation k : $d = kt$.

Substitution : $30 = k(2)$ ou $k = 15$.

L'information peut ensuite être exprimée sous forme d'équation $d = 15t$ ou sous forme d'une table de valeurs :

t	d
1	15
2	30
3	45

ou sous forme de graphique :



Dans cet exemple, d représente la variable dépendante, habituellement située le long de l'axe vertical ou l'axe des y , tandis que t représente la variable indépendante située le long de l'axe horizontal ou de l'axe des x .

— suite

Communications	✓ Régularités
✓ Liens	✓ Résolution de problèmes
✓ Raisonnement	Technologies de l'information
✓ Sens du nombre	✓ Visualisation
✓ Organisation et structure	

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

L'évaluation peut inclure :

- des projets — les élèves créent leurs propres exemples et problèmes pour chaque variation;
- une recherche et une explication d'exemples de variations (incluant des graphiques et des tables de valeurs).

Ressources imprimées

Mathématiques du consommateur, 12^e année
 - *Sixième cours d'un demi-crédit destiné à l'enseignement à distance*
 Winnipeg, MB :
 Éducation, Formation professionnelle et
 Jeunesse Manitoba, 2002.
 — Module 8, Leçons 1–4

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

F-1 Mettre sur graphique et analyser des exemples de variation directe, de variation partielle et de variation inverse
– *suite*

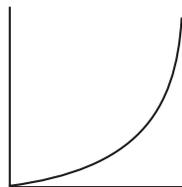
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

En mettant les variations sur graphique, les élèves apprennent à reconnaître les formes générales. Si les élèves ont accès à un laboratoire informatique, les tables de valeurs et les graphiques peuvent être effectués à l'aide d'un tableur.

Les élèves devraient se familiariser avec les graphiques de ces variations de base :

Variation directe :
($y \propto x$)

Variation directe au carré :



Variation inverse :

Variation partielle :

Dans cette leçon, les problèmes de variation partielle sont de deux types. Le premier nécessite, pour le côté gauche de l'équation, le calcul d'une valeur par substitution des valeurs de droite. Le second type requiert le calcul de la constante de la variation.

Communications	✓ Régularités
✓ Liens	✓ Résolution de problèmes
✓ Raisonnement	Technologies de l'information
✓ Sens du nombre	✓ Visualisation
✓ Organisation et structure	

— *suite*

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

F-1 Mettre sur graphique et analyser des exemples de variation directe, de variation partielle et de variation inverse
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Exemple

L'organisation d'un événement social se traduit par des frais fixes (location de la salle et du service de musique) et par des frais qui varient selon le nombre de participants. Les coûts pour 80 personnes sont de 480 \$, tandis que les coûts pour 50 personnes sont de 412,50 \$. Quels devraient être les frais facturés à chaque personne pour couvrir les coûts si on prévoit que 100 personnes participeront à l'événement?

Solution

Coût pour 80 personnes	480,00 \$
Coût pour 50 personnes	412,50 \$
30 personnes additionnelles	67,50 \$ ou 2,25 \$ par personne

$$480,00 \$ = \text{coûts fixes} + 80(2,25)$$

$$= \text{coûts fixes} + 180$$

$$300,00 \$ = \text{coûts fixes}$$

Donc 100 personnes coûteraient : $300,00 \$ + 100(2,25 \$) = 525,00 \$$

$$\frac{525 \$}{100} = 5,25 \$ \text{ par personne}$$

Exemple

Votre contrat de téléphone cellulaire prévoit un taux mensuel forfaitaire plus des frais à la minute. Le coût varie avec le nombre de minutes d'utilisation. Le coût pour 50 minutes a été de 35 \$, et le coût pour 75 minutes a été de 44,50 \$. Quel serait le coût pour 100 minutes?

Solution

Coût de 75 minutes	44,50 \$
Coût de 50 minutes	35,00 \$
25 minutes	9,50 \$ ou 0,38 \$/minute

$$44,50 \$ = \text{coûts fixes} + 75(0,38 \$)$$

$$44,50 \$ = \text{coûts fixes} + 28,50 \$$$

$$16,00 \$ = \text{coûts fixes}$$

$$100 \text{ minutes} = 16 \$ + 100 (0,38 \$) = 54,00 \$$$

Communications	✓ Régularités
✓ Liens	✓ Résolution de problèmes
✓ Raisonnement	Technologies de l'information
✓ Sens du nombre	✓ Visualisation
✓ Organisation et structure	

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

F-1 Mettre sur graphique et analyser des exemples de variation directe, de variation partielle et de variation inverse
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Les graphiques de **variation inverse** doivent comprendre au moins quatre ou cinq points pour que la forme générale puisse être identifiée. Les élèves devraient reconnaître que les variations inverses ne croisent aucun des axes. Lorsqu'une variable devient plus grande, l'autre devient plus petite, mais elle n'atteint jamais zéro.

Exemple

Prenez l'exemple d'une automobile dont la valeur est de 12 000 \$ lorsqu'elle est âgée de deux ans. En utilisant un tableau, vous pouvez tracer le graphique de la relation.

Solution

Utilisez l'équation de variation inverse :

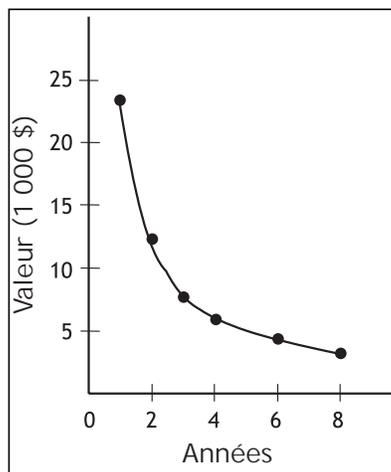
$$V = \frac{k}{a}$$

dans laquelle V correspond à la valeur à la fin de a années et k correspond à la constante de la variation.

$$12\ 000 = \frac{k}{2},$$

donc $k = 24\ 000$. À l'aide de cette formule, vous pouvez remplir une table de valeurs et tracer le graphique de cette variation.

Années (a)	Valeur (V)
1	24 000
2	12 000
3	8 000
4	6 000
6	4 000
8	3 000



Communications	✓ Régularités
✓ Liens	✓ Résolution de problèmes
✓ Raisonnement	Technologies de l'information
✓ Sens du nombre	✓ Visualisation
✓ Organisation et structure	

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE PRESCRITS	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES										
<p>F-1 Mettre sur graphique et analyser des exemples de variation directe, de variation partielle et de variation inverse – suite</p>	<p>Renforcement Utilisez l'extrapolation et l'interpolation pour définir les limites de la variation.</p> <p>Exemples</p> <p>a) Si vous courez 100 m en dix secondes, combien de temps mettrez-vous à courir deux km?</p> <p>b) Si vous êtes situé à 5 cm d'une autre personne et que vous faites la moitié de la distance vers cette personne, à quelle distance en êtes-vous maintenant situé? Si vous faites encore une moitié? Une autre moitié?</p>										
<p>F-2 À l'aide de données, d'un graphique ou d'une situation, identifier la variation représentée</p> <hr/> <table border="0"> <tr> <td>Communications</td> <td>✓ Régularités</td> </tr> <tr> <td>✓ Liens</td> <td>Résolution de problèmes</td> </tr> <tr> <td>✓ Raisonnement</td> <td>Technologies de l'information</td> </tr> <tr> <td>Sens du nombre</td> <td>✓ Visualisation</td> </tr> <tr> <td>Organisation et structure</td> <td></td> </tr> </table>	Communications	✓ Régularités	✓ Liens	Résolution de problèmes	✓ Raisonnement	Technologies de l'information	Sens du nombre	✓ Visualisation	Organisation et structure		<p>Les élèves devraient pouvoir reconnaître les variations normales lorsque les données paraissent dans des graphiques, des tables ou des énoncés descriptifs.</p> <p>Pour chaque exemple de variation, une table de valeurs et un graphique peuvent être fournis.</p>
Communications	✓ Régularités										
✓ Liens	Résolution de problèmes										
✓ Raisonnement	Technologies de l'information										
Sens du nombre	✓ Visualisation										
Organisation et structure											
<p>F-3 Utiliser des formules pour résoudre des problèmes</p> <hr/> <table border="0"> <tr> <td>Communications</td> <td>Régularités</td> </tr> <tr> <td>✓ Liens</td> <td>Résolution de problèmes</td> </tr> <tr> <td>✓ Raisonnement</td> <td>Technologies de l'information</td> </tr> <tr> <td>✓ Sens du nombre</td> <td>Visualisation</td> </tr> <tr> <td>✓ Organisation et structure</td> <td></td> </tr> </table>	Communications	Régularités	✓ Liens	Résolution de problèmes	✓ Raisonnement	Technologies de l'information	✓ Sens du nombre	Visualisation	✓ Organisation et structure		<p>À ce niveau, certains élèves peuvent résoudre certains des problèmes en insérant directement les nombres dans la formule (substitution directe), mais d'autres élèves devront manipuler la formule. Encouragez les élèves à tracer des diagrammes et à insérer leurs nombres dans la formule.</p> <p>Exemple</p> <p>Le volume d'un cylindre est indiqué par la formule : $V = \pi r^2 h$ où « r » est le rayon et « h » est la hauteur.</p> <p>Si le rayon est de 3 cm et la hauteur est de 10 cm, vous pouvez déterminer le volume par la substitution directe du côté droit de l'équation pour déterminer la valeur de V à gauche.</p> <p><i>Solution</i></p> $V = \pi(3)^2(10) = 90\pi = 282,6 \text{ cm}^2$ <p style="text-align: right;">— suite</p>
Communications	Régularités										
✓ Liens	Résolution de problèmes										
✓ Raisonnement	Technologies de l'information										
✓ Sens du nombre	Visualisation										
✓ Organisation et structure											

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Calcul mental

Nommez une caractéristique d'une variation partielle.

Tracez un graphique d'une variation inverse.

Si $d = vt$, quelle distance (d) parcourra quelqu'un si sa vitesse est de 20 km à l'heure durant une heure et demie?

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

F-3 Utiliser des formules
pour résoudre des
problèmes

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Exemple

Le volume d'un contenant cylindrique est de 350 mL (cm³),
et sa hauteur est de 10 cm. Détermine le rayon.

Solution

$$350 = 3,14(10)\pi^2$$

$$r^2 = \frac{350}{3,14} = 11,15$$

$$r = 3,3 \text{ cm}$$

Dans le deuxième exemple, la valeur du côté gauche de
l'équation est fournie et on vous demande de déterminer la
valeur (r) de la variable à droite. Donc, la manipulation de
l'équation est requise.

Communications	Régularités
✓ Liens	Résolution de
✓ Raisonnement	problèmes
✓ Sens du nombre	Technologies de
✓ Organisation et	l'information
structure	Visualisation