Unité A : Analyse de problèmes

Demi-cours V

DEMI-COURS V

Unité A : **Analyse de problèmes**

Durée : **7 heures pour cette unité *et* pour l'unité Analyse de jeux et de nombres**

Résultat d'apprentissage général :

Établir et utiliser des stratégies mathématiques pour résoudre des problèmes liés à différentes situations.

Cette unité a pour but de présenter une gamme de problèmes intéressants exigeant l'utilisation de différentes stratégies de résolution. Ces problèmes viennent compléter le travail exécuté dans les autres unités et devraient être répartis tout au long du cours.

Résultats d'apprentissage spécifiques

A-1 Expliquer et résoudre des problèmes en utilisant diverses approches principalement non algébriques.

A-2 Décrire l'approche et les notions mathématiques utilisées pour trouver des solutions aux problèmes et aux activités.

ANALYSE DE PROBLÈMES

Matériel d'appui

- *Explorations 12 - Les mathématiques au quotidien*
- Se reporter aux activités proposées à l'Annexe I
- Se reporter aux ressources additionnelles proposées à l'Annexe II

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

Résultat général

Établir et utiliser des stratégies mathématiques afin de résoudre des problèmes liés à différentes situations.

Résultats spécifiques

A-1 Expliquer et résoudre des problèmes en utilisant diverses approches principalement non algébriques

A-2 Décrire l'approche et les notions mathématiques utilisées pour trouver des solutions aux problèmes et aux activités

✔ **Communication**	Régularités
✔ **Liens**	✔ **Résolution de problèmes**
✔ **Raisonnement**	Technologies de l'information
Sens du nombre	✔ **Visualisation**
✔ **Organisation et structure**	

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Voici des exemples d'approches non algébriques : géométrie, réseaux, diagrammes, organigrammes, simulations, etc.

N'oubliez pas que, dans le cas des activités de cette unité, le voyage a plus d'importance que la destination. Il est préférable de discuter des diverses approches utilisées pour la résolution de ces problèmes, surtout lorsque ces approches ont été définies par les élèves. Certaines approches sont-elles « meilleures » que d'autres? Pourquoi? Quelles en sont les raisons?

Les problèmes contenus dans l'Annexe I visent à fournir du matériel qui est intéressant et qui vient compléter les autres unités du programme. Ils sont fournis à titre d'illustration et ne sont pas exhaustifs. Certaines activités ont été choisies pour illustrer un large éventail d'applications professionnelles et domestiques largement non algébriques des mathématiques. D'autres l'ont été en raison de leur intérêt intrinsèque ou parce qu'elles mettent les élèves au défi de trouver et d'utiliser de nouvelles manières d'analyser et de penser de façon mathématique. Il n'est pas nécessaire que tous les élèves entreprennent les mêmes activités.

Les activités de l'Annexe I sont présentées sans ordre particulier. Nous encourageons les enseignants à compléter cette série d'activités en utilisant du matériel d'autres sources, comme Internet. Vous trouverez une liste préliminaire des ressources possibles à l'Annexe II.

Nous suggérons que ces problèmes et activités soient répartis tout au long du cours, comme prolongements, compléments, ou modifications du rythme du travail quotidien de la classe. Certains s'appliqueront directement à certaines unités, mais la plupart sont indépendants et **peuvent** être utilisés en tout temps. Vous pourriez envisager d'introduire l'analyse de problèmes après quelques jours - éventuellement une semaine au maximum - de travail sur ces activités. Répartissez le reste tout au long du cours.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Le progrès des élèves devrait être évalué sur une longue période. Par exemple, essayez de déterminer si l'élève utilise un nombre de plus en plus grand de stratégies de résolution de problèmes et si ses explications sont de plus en plus détaillées. Il serait approprié de tenir des notes sur les anecdotes liées au travail d'équipe pour ces activités. Les solutions et les raisonnements bien élaborés peuvent être ajoutés au portfolio de l'élève.

Les activités de résolution de problèmes ne se prêtent habituellement pas très bien aux examens traditionnels écrits pour lesquels le temps est limité.

NOTES

Ressources imprimées

Mathématiques du consommateur, 12e année – Cinquième cours d'un demi-crédit destiné à l'enseignement à distance. Winnipeg, MB : Éducation, Formation professionnelle et Jeunesse Manitoba, 2000.

Annexe I

Renseignements pour l'enseignant : Conservation des eaux

Habiletés requises

- mesure du volume d'eau
- arithmétique des fractions
- compréhension des estimations

Quand peut-on utiliser cette activité?

En tout temps.

Suggestions d'enseignement

Encouragez les élèves à élaborer un plan pour déterminer la méthode d'estimation de la quantité d'eau recueillie en une minute d'un robinet qui goutte. Demandez aux élèves de mesurer réellement un robinet qui goutte à différents débits.

Cette activité d'apprentissage devrait comprendre les éléments suivants :

a) le plan;

b) l'estimation de la quantité réelle d'eau gaspillée par un robinet qui goutte;

c) la quantité d'eau gaspillée en une année par un foyer où l'on laisse les robinets goutter;

d) la quantité d'eau gaspillée par les habitants de la collectivité (un dixième de la population);

e) la quantité d'eau gaspillée par les Manitobains.

Solutions

Les réponses peuvent varier. Les estimations quant à la quantité d'eau gaspillée peuvent varier, mais les plans doivent comprendre les mesures des quantités utilisées en laissant couler l'eau. L = litres d'eau gaspillée

Une personne qui laisse couler l'eau gaspille...	L(365) litres par année
Les habitants de Winnipeg qui laissent couler l'eau gaspillent...	L(365)(1/10)(600 000) litres par année
Les Manitobains qui laissent couler l'eau gaspillent...	L(365)(1/10)(1 000 000) litres par année

Feuille à reproduire : Conservation des eaux

De nombreuses maisons ont des robinets qui fuient.

1. Estimez la quantité d'eau qu'on gaspille dans une maison avec un robinet qui fuit. Indiquez toutes les hypothèses considérées.
2. Si 1/10 des maisons de votre ville ont des robinets qui fuient, quelle pourrait être la quantité d'eau gaspillée?
3. Si 1/10 des habitants du Manitoba gaspillent cette quantité quotidiennement, quelle serait l'étendue du gaspillage annuel à l'échelle provinciale?

Renseignements pour l'enseignant : Graphiques, couleurs et nombres chromatiques – Partie I

Habiletés requises

- expérience pratique des réseaux
- perception spatiale
- analyse

Quand peut-on utiliser cette activité?

Cette activité peut être utilisée en tout temps et peut servir de pause lorsque des activités plus exigeantes sont effectuées.

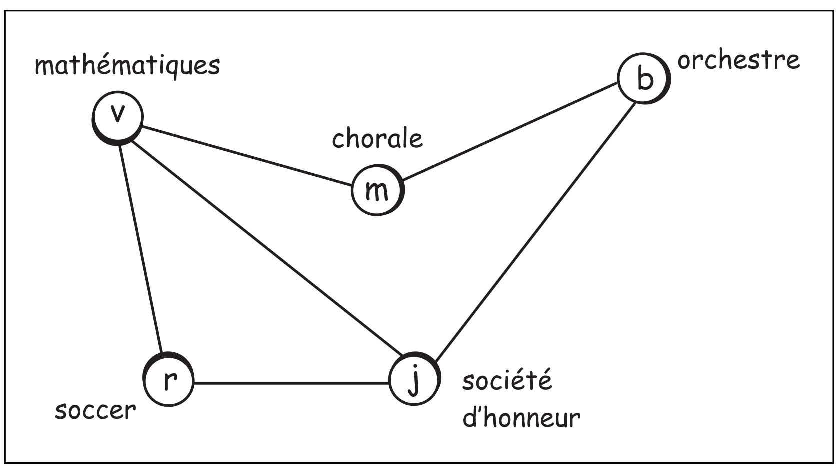
Suggestions d'enseignement

Les élèves peuvent effectuer cette activité seuls ou en groupes de deux. Bien que certains aspects de cette activité exigent la mise en application de théories graphiques en vue de problèmes réels, cette activité n'est pas exigeante sur le plan algébrique ni sur le plan arithmétique. Vous devez encourager les élèves à consigner leurs solutions pour les exercices.

Réponses

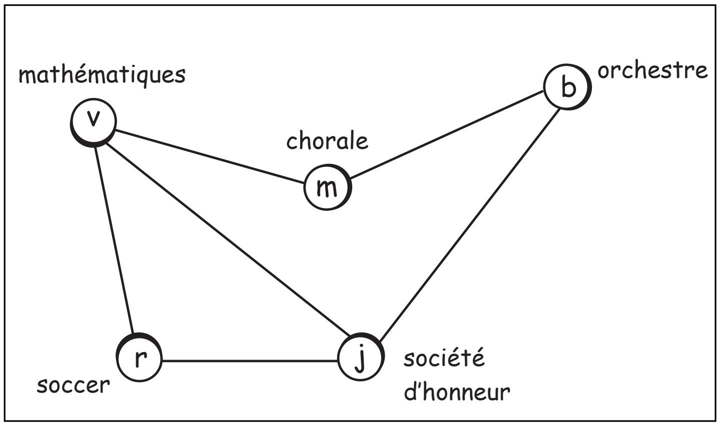
1. 5
2. 4
3. oui, non
4. non
5. a) Afin de déterminer une autre façon d'utiliser trois couleurs, nous devons interchanger les couleurs dans l'exemple.

   b)



Graphiques, couleurs et nombres chromatiques : National Council of Teachers of Mathematics. « Graphs, Colors, and Chromatic Numbers. » *NCTM Student Math Notes* (janvier 1998). Copyright © 1998 par National Council of Teachers of Mathematics. Tous droits réservés.

c)



b = bleu
r = rouge
v = vert
j = jaune
m = mauve

6. a) 2
   b) 2
   c) 5

Feuilles à reproduire : Graphiques, couleurs et nombres chromatiques – Partie I

Le graphique est un outil important et puissant pour représenter des données et aider à résoudre des problèmes. Tu as sans doute vu plusieurs exemples de graphiques à secteurs, de pictogrammes, de graphiques linéaires et ainsi de suite. Dans les mathématiques discrètes, les graphiques bidimensionnels utilisent souvent des points pour représenter les sommets et des segments de droites ou des arcs pour représenter les côtés. Examinons l'exemple simple qui suit.

Le diagramme de l'Île aux mathématiques de la figure 1 démontre les attractions touristiques par les points **D**, **E**, **I**, **O** et **P**. Les arcs ou les côtés **IO**, **OD**, **ID** et **IP** représentent les routes liant ces sites.

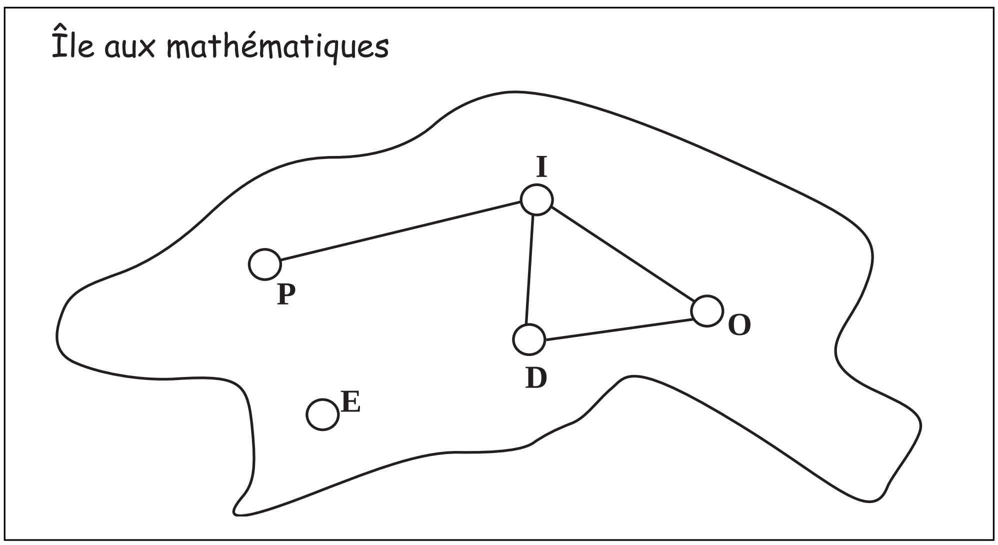


Figure 1

1. Combien de sommets (points) y a-t-il dans le graphique? ______________________
2. Combien de segments de droites (côtés) y a-t-il dans le graphique? ____________
3. Est-il possible de vous rendre du point **I** au point **D** par une route? ___________

   Du point **P** au point **E**? ____

Les graphiques simples peuvent aider à résoudre de nombreux problèmes.

Graphiques, couleurs et nombres chromatiques : *National Council of Teachers of Mathematics.* « Graphs, Colors, and Chromatic Numbers. » *NCTM Student Math Notes* (January 1998).

Il y a cinq clubs à l'école secondaire Fractale. Ces clubs se rencontrent une fois par semaine pendant la période d'activités après les classes. M. Graphineau, le directeur, veut dépenser le moins d'argent possible pour le service d'autobus après les heures normales de classe et demande que les clubs se rencontrent le moins de jours possibles. Certains élèves sont membres de plus d'un club et ne veulent pas en abandonner un. À la figure 2, des segments de droites lient deux clubs si un élève est membre des deux clubs.

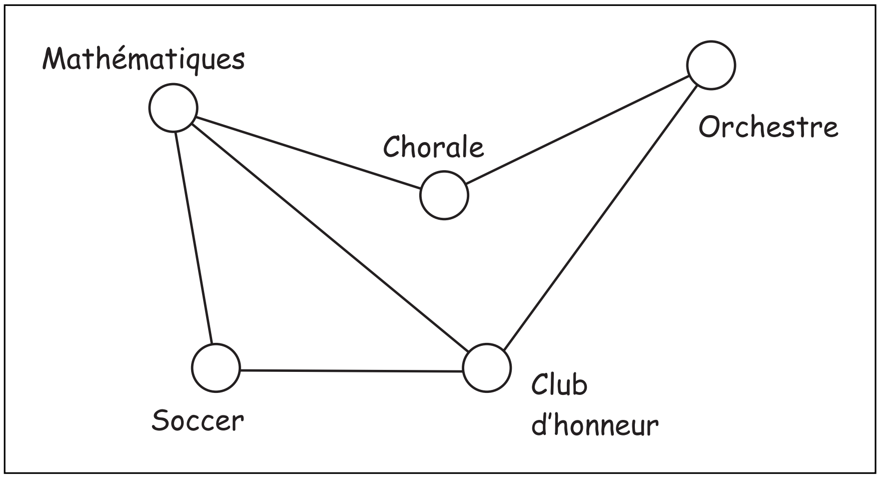


Figure 2

On demande aux élèves d'aider M. Graphineau à déterminer le plus petit nombre de journées où il faut offrir le service d'autobus après les heures de classe.

Une élève décide de colorier les points à la figure 2. Si un point est lié par deux autres points, elle s'assure d'utiliser des couleurs différentes. Après avoir colorié la figure de diverses façons, elle décide que le plus petit nombre de couleurs à utiliser est de trois. Donc, trois autobus devraient suffire. Le club de mathématiques peut se rencontrer une journée, la chorale et la société d'honneur, une autre journée, et l'orchestra et l'équipe de soccer, une troisième journée.

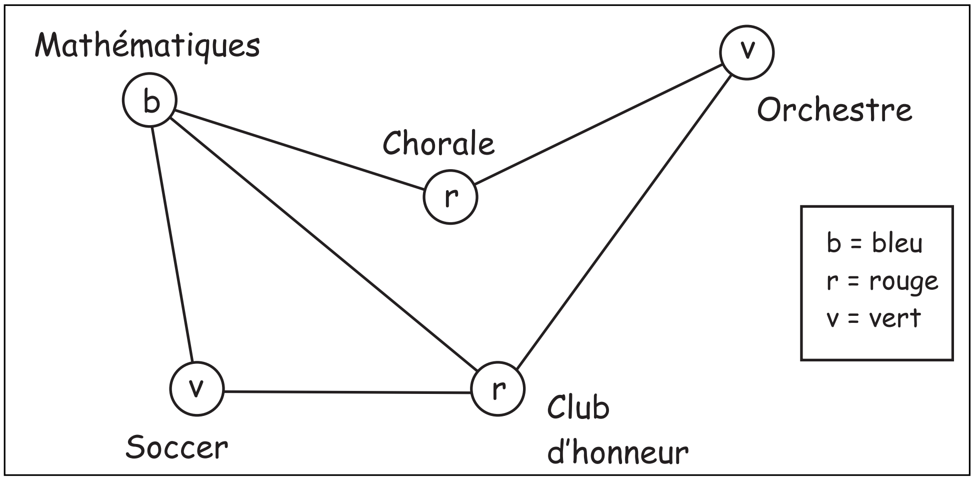
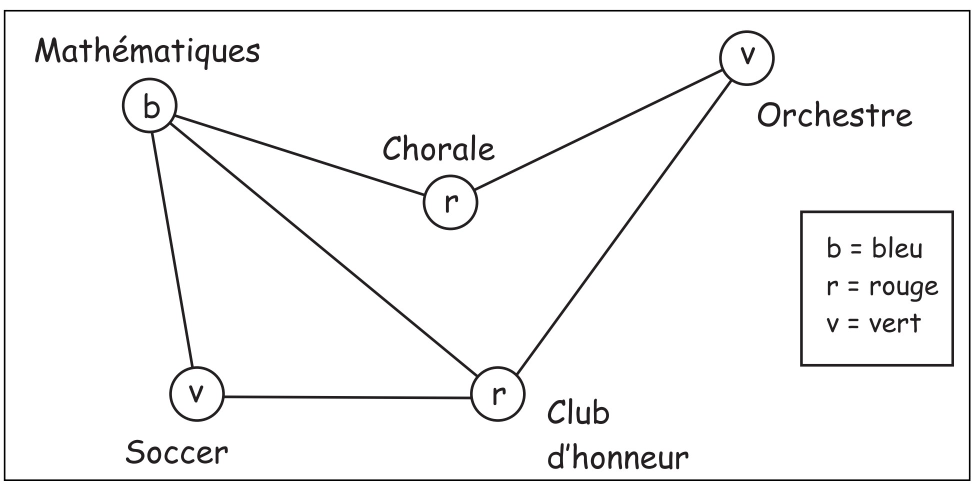


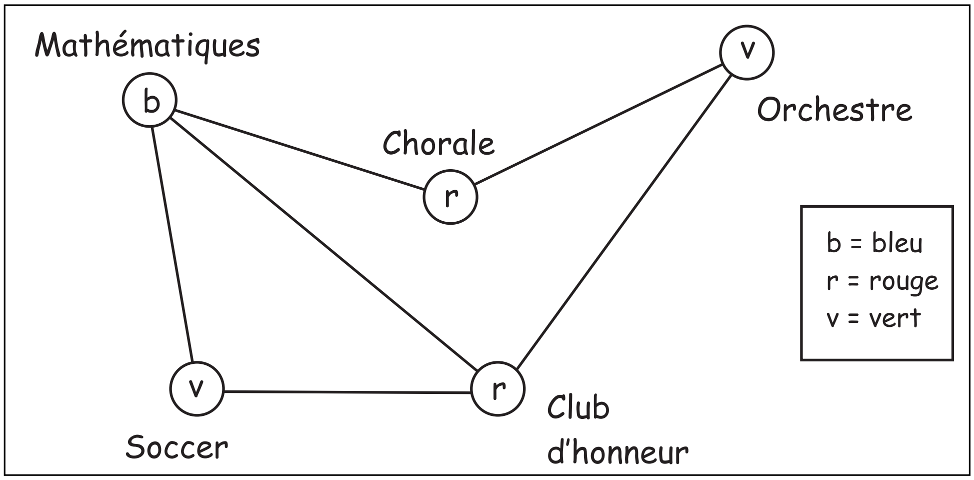
Figure 3

4. Selon vous, le directeur peut-il utiliser seulement deux autobus? _______________

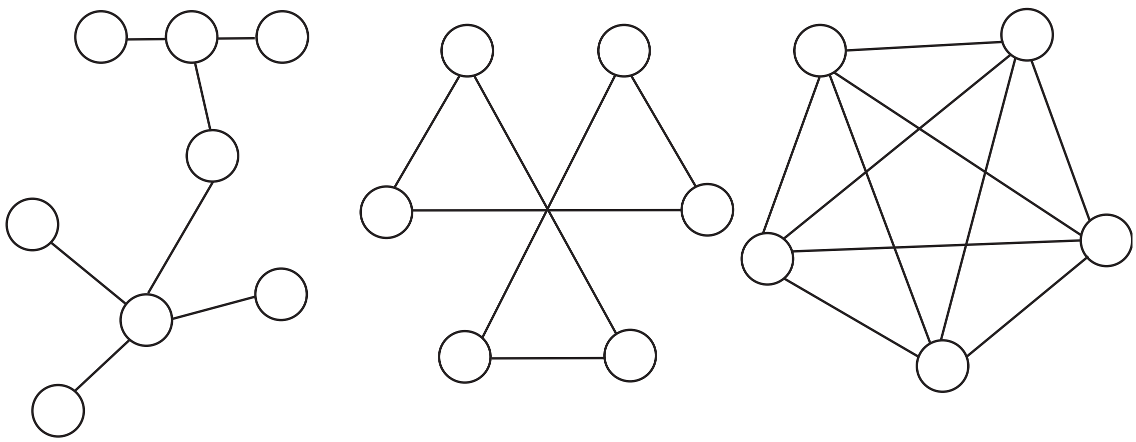
On dit que le plus petit nombre de couleurs requis pour colorier un graphique comme celui ci-dessus est le nombre chromatique d'un graphique. Le nombre chromatique de ce graphique est 3.

5. Coloriez le graphique à la figure 3 sur une autre feuille de papier à l'aide de : (a) trois couleurs; (b) quatre couleurs; et (c) cinq couleurs.





6. Déterminez le nombre chromatique de chacun des graphiques suivants.

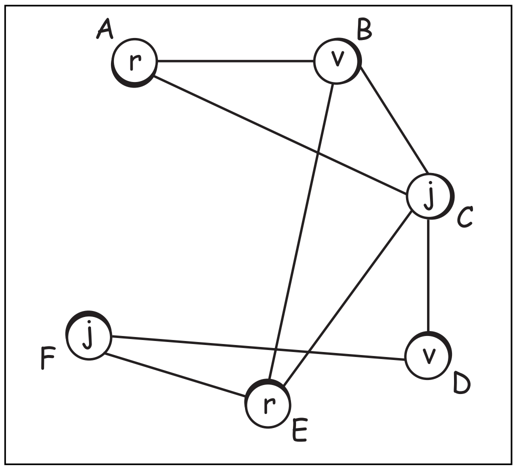


(a) __________ (b) __________ (c) __________

Renseignements pour l'enseignant : Graphiques, couleurs et nombres chromatiques – Partie II

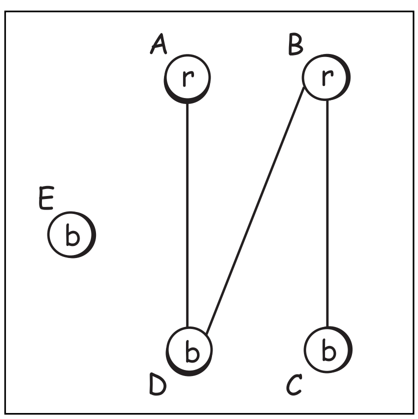
Solutions

1. Le plus petit nombre est 3. Les dessins peuvent varier. Vous trouverez un exemple ci-dessous.

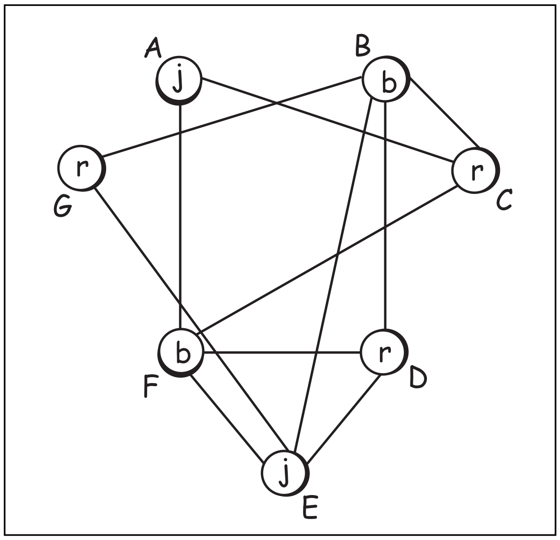


2. a) 3
   b) 3
   c) 3

3. Le nombre chromatique est 2. Il indique que deux périodes de mesure sont requises.

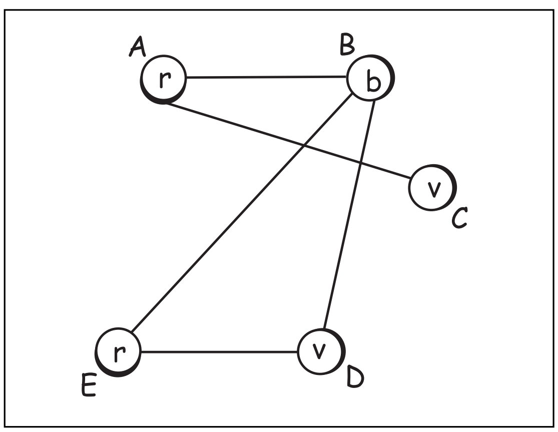


4. Le nombre chromatique est 3. Il indique que trois périodes de mesure sont requises. Voir le diagramme ci-dessous.



5. Certaines plantes sont infertiles, et certaines plantes peuvent en empêcher d'autres de pousser. Les exigences des plantes en matière de sol, ainsi que la hauteur et la grosseur de la plante influencent parfois l'emplacement des plantes.

6.



Feuilles à reproduire : Graphiques, couleurs et nombres chromatiques – Partie II

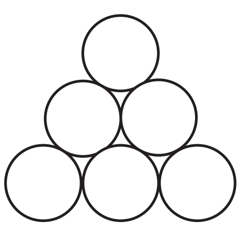
1. Marina Dorée, une amatrice de poissons tropicaux, possède six types de poissons : l'alpha, le beta, le ceta, le delta, l'epsa et le feta, que l'on désigne respectivement par A, B, C, D, E et F. À cause des relations prédateur-proie, des conditions de l'eau et de leur taille, certains poissons ne peuvent rester dans le même aquarium. Le tableau qui suit représente les poissons qui ne peuvent demeurer dans le même aquarium.

Type	A	B	C	D	E	F
Ne peut être avec	B,C	A,C,E	A,B,D,E	C,F	B,C,F	D,E

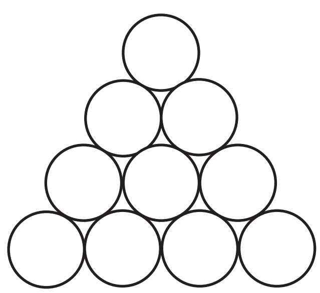
Quel est le nombre minimum d'aquariums dont aura besoin Mme Dorée pour conserver tous les poissons? Pour vous aider à répondre à cette question, dessinez six points pour représenter chaque type de poisson, puis tracez un graphique qui démontre un segment de droite liant les sommets des types de poissons qui ne sont pas compatibles. Ensuite, déterminez le nombre chromatique du graphique et enfin, trouvez la réponse à la question originale.

D'autres problèmes de couleurs

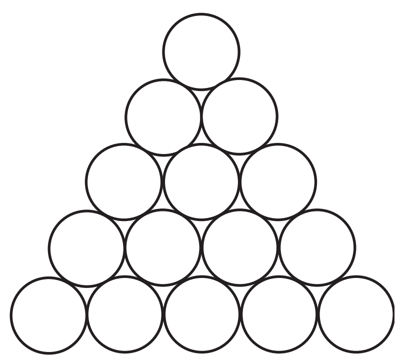
2. Déterminez le nombre minimum de couleurs nécessaires pour les boules de billards dans les arrangements suivants, s'il ne peut y avoir deux boules de même couleur qui se touchent.



(a)



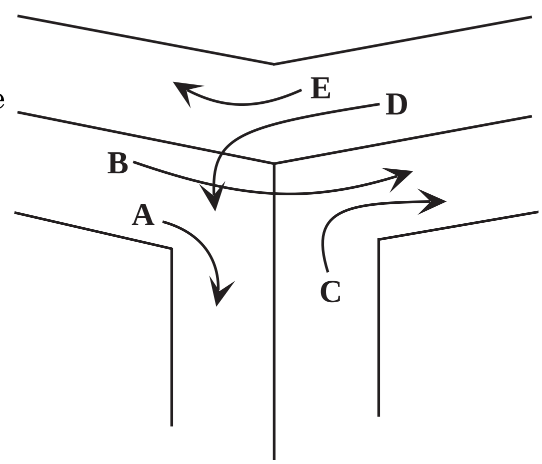
(b)



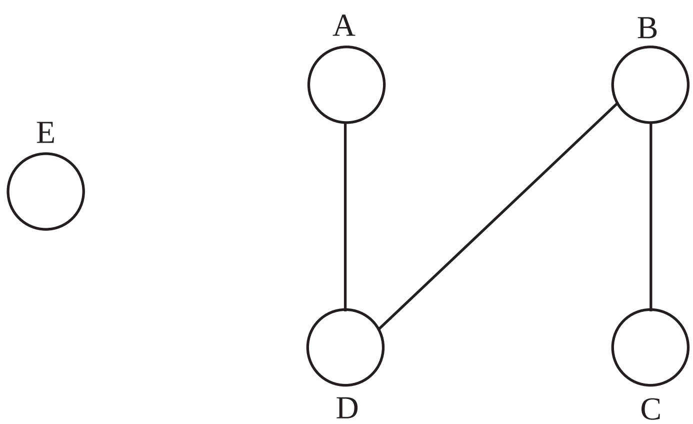
(c)

______________ ______________ ______________

3. Il faut installer des feux de circulation à l'intersection représentée par le graphique ci-contre. Deux des voies qui se croisent ne pourront faire circuler les voitures en même temps. Il faut donc régler les feux pour assurer une circulation sécuritaire.



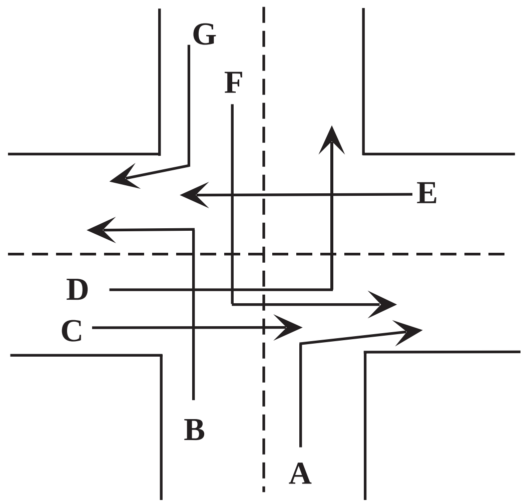
Les voitures circulent dans cinq directions, représentées par les sommets du graphique ci-dessous. Nous avons tracé les segments de droites reliant les sommets lorsque les directions représentées par les sommets peuvent se croiser et causer un accident.



Maintenant, coloriez le graphique et déterminez le nombre chromatique.

Que représente ce nombre?

4. Tracez un graphique correspondant à l'intersection ci-dessous. Déterminez le nombre chromatique du graphique et décrivez les mouvements de la circulation pour le réglage des feux.



5. Dans un jardin, certaines plantes ne doivent pas être semées dans le même lot de terre. Pourquoi?

____

____

6. M. Herbert Racine prépare un jardin composé de cinq sortes de fleurs, Azalée, Bégonia, Crocus, Dahlia et Élodée, représentées respectivement par A, B, C, D et E. Selon les conditions dans lesquelles il compte planter les fleurs, Herbert remarque les incompatibilités suivantes :

Type	A	B	C	D	E
Ne peut être plantée avec	B,C	A,D,E	A	B,E	B,D

Utilisez un graphique et son nombre chromatique pour déterminer le nombre minimum de lots de terre pour le jardin de Herbert.

Pouvez-vous . . .

- tracer un graphique ayant un nombre chromatique supérieur ou égal à 2?
- écrire un algorithme pouvant déterminer le nombre chromatique d'un graphique?
- produire une matrice pour un graphique qui représente les sommets par différentes couleurs?
- écrire un algorithme pour déterminer le nombre chromatique du segment de droite d'un graphique?

Saviez-vous que. . .

- les nombres chromatiques peuvent aider à résoudre les problèmes liés aux horaires?
- le « problème à quatre couleurs » consiste à colorier les régions d'un plan?
- chaque graphe planaire a un nombre chromatique ≤4?
- l'algorithme Welsh et Powell utilise les degrés des sommets et le nombre de segments de droites qui se croisent à un sommet pour colorier un graphique?

Renseignements pour l'enseignant : Passion du golf

Habiletés requises

- raisonnement logique

Quand peut-on utiliser cette acitivité?

Cette activité peut être utilisée avec l'unité Statistique ou en tout temps.

Renseignements pour l'enseignement

- Les élèves pourraient travailler en groupes dans le cas de cette question.
- Incitez les élèves à trouver un moyen pour que chaque équipe gagne.
- L'explication de la raison pour laquelle une méthode est un moyen équitable de déterminer le vainqueur est un élément important de cet exercice.

Solutions possibles

Méthode 1

Attribution des points — 20 pour la première place
19 pour la deuxième place, etc.

Ajouter la note de l'équipe.

A	B	C	D
20	17	16	19
14	15	13	18
11	12	9	10
4	8	7	3
1	5	6	2
50	**57**	**51**	**52**

L'équipe B gagne.

Méthode 2

Attribution des points — 20 pour la première place
19 pour la deuxième place
. . .
11 pour la dixième place
Aucun point après la dixième place.

A	B	C	D
20	17	16	19
14	15	13	18
11	12		
45	**44**	**29**	**37**

L'équipe A gagne.

Méthode 3

Comptez le nombre de membres de chaque équipe dans les dix premiers. L'équipe qui en a le plus gagne.

A — III
B — III
C — II
D — II

Il y a donc égalité entre A et B.

Méthode 4

Comptez le nombre de membres de chaque équipe dans les cinq premiers. L'équipe qui en a le plus gagne.

A — I
B — I
C — I
D — II

Par conséquent, D gagne.

Feuille à reproduire : Passion du golf

L'Association athlétique des écoles secondaires du Manitoba souhaite promouvoir la pratique du golf en créant le trophée Tiger Golf. Ce prix est attribué à l'école qui obtient les meilleurs résultats aux championnats provinciaux. Quatre établissements sont représentés, avec cinq élèves par équipe : le Collège Jeanne-Sauvé (A), le Collège Louis-Riel (B), l'École Pointe-des-Chênes (C) et l'École secondaire Kelvin (D). Les résultats sont présentés dans le tableau ci-dessous. Quelle équipe a gagné le trophée? Trouvez trois manières de décider qui a gagné le trophée Tiger Golf.

Place	École	Place	École
1	A	11	D
2	D	12	C
3	D	13	B
4	B	14	C
5	C	15	C
6	B	16	B
7	A	17	A
8	C	18	D
9	B	19	D
10	A	20	A

Renseignements pour l'enseignant : Contenants d'eau

Habiletés requises

- raisonnement logique
- organisation du travail

Quand peut-on utiliser cette activité?

Cette activité peut être utilisée en tout temps.

Renseignements pour l'enseignement

- Utilisez du matériel pour reproduire la situation.
- Discutez des paramètres du problème avec les élèves. Les élèves devraient comprendre qu'ils n'ont que trois contenants et que, à l'étape finale, il y aura 5 L d'eau dans le contenant de 10 L et 5 L d'eau dans le contenant de 7 L.

Solutions possibles

Solution 1

Étape	Contenant de 10 L	Contenant de 7 L	Contenant de 3 L
Début	10	0	0
Utilisez le 3 L pour transférer 3 L du 10 L au 7 L	7	3	0
Utilisez le 3 L pour transférer 3 L du 10 L au 7 L	4	6	0
Utilisez le 3 L pour prendre 3 L dans le 10 L, placez 1 L dans le 7 L, conservez-en 2 dans le 3 L	1	7	2
Versez 7 L dans le 10 L	8	0	2
Versez le 3 L dans le 7 L	8	2	0
Utilisez le 3 L pour transférer 10 L dans le 7 L	5	5	0

Solution 2

Étape	**Contenant de 10 L**	**Contenant de 7 L**	**Contenant de 3 L**
Début	10	0	0
Prenez 7 L dans le 10 L	3	7	0
Versez 3 L du 7 L dans le 3 L	3	4	3
Versez le contenu du 3 L dans le 10 L	6	4	0
Versez le contenu du 7 L dans le 3 L	6	1	3
Versez le contenu du 3 L dans le 10 L	9	1	0
Versez le contenu du 7 L dans le 3 L	9	0	1
Versez du 10 L de quoi remplir le 7 L	2	7	1
Versez le contenu du 7 L dans le 3 L	2	5	3
Versez le contenu du 3 L dans le 10 L	5	5	0

Feuille à reproduire : Contenants d'eau

On vous remet 3 contenants de forme irrégulière d'une capacité de 3 L, 7 L et 10 L. Le plus grand contenant est plein d'eau et les deux autres sont vides. Les contenants n'ont pas de graduations.

Trouvez un moyen de diviser cette quantité d'eau en deux parties égales (5 L) en utilisant les trois contenants et aucun autre dispositif de mesure.

Renseignements pour l'enseignant : Graphes orientés

Habiletés requises

- expérience préalable des problèmes de réseaux serait préférable
- représentation visuelle
- analyse

Quand peut-on utiliser cette activité?

En tout temps.

Suggestions d'enseignement

- Les graphes orientés, les paires ordonnées et les matrices ont tous les mêmes interconnexions – c'est une question de représentation. La direction est visuellement apparente dans le diagramme, mais elle est implicite dans les paires ordonnées et les matrices.
- Cette activité est assez longue. Voici des suggestions pour aider les élèves à réussir l'activité :
  - — Divisez l'activité en deux ou trois séances.
  - — Faites travailler les élèves en groupes. Chacun pourrait effectuer les questions 1 à 8. Les autres questions pourraient être réparties de façon à ce qu'une personne réponde aux questions 9 à 13, une autre aux questions 14 à 16, et une autre aux questions 17 à 19. Le groupe pourrait répondre ensemble aux questions 20 et 21, de façon à vérifier que tout le monde a compris.
  - — Tous les élèves pourraient répondre aux questions 1 à 12 puis choisir, entre les questions 13 à 21, trois questions à traiter et à remettre.

Réponses

1. (b, s) signifie que le bureau peut communiquer directement avec le département des sciences; (s, b) signifie que le département des sciences peut communiquer directement avec le bureau.
2. Non
3. Une des possibilités : (m, b) et (b, f).
4. Une flèche relie directement le département de français au bureau.
5. (A,B), (B,A), (B,C), (D,C), (D,E), (E,A)

Graphes orientés : National Council of Teachers of Mathematics, *NCTM Student Math Notes* 2 (septembre 1988).

6.

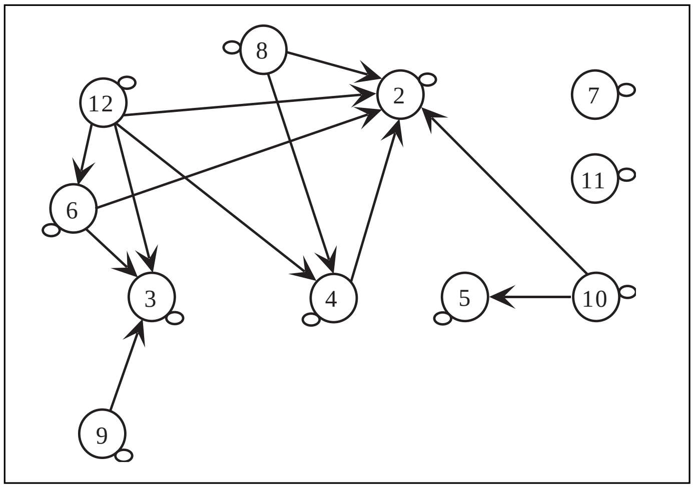
	A	B	C
A	*0*	*1*	*1*
B	*1*	*0*	*1*
C	*1*	*1*	*0*

7.

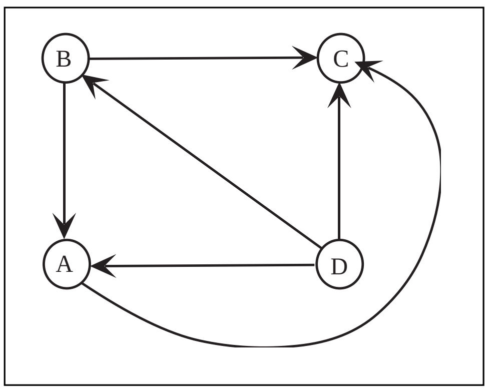
	A	B	C	D	E
A	*0*	*1*	*0*	*0*	*0*
B	*1*	*0*	*1*	*0*	*0*
C	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*
D	*0*	*0*	*1*	*0*	*1*
E	*1*	*0*	*0*	*0*	*0*

8. a) 1 victoire, 2 défaites
   b) Parce que l'équipe A a une victoire et que l'équipe D a deux victoires, on peut s'attendre à ce que D remporte la victoire. Aussi, D a battu E et E a battu A, donc on peut s'attendre à ce que D remporte la victoire.
   c) 6
   d) B et D ont chacune deux victoires.
   e) C n'a aucune victoire.
9. On peut passer par la France pour communiquer avec le Madagascar.
10. On peut passer par le Canada pour communiquer avec la Chine.
11. Népal, Taïwan et Madagascar
12. 42

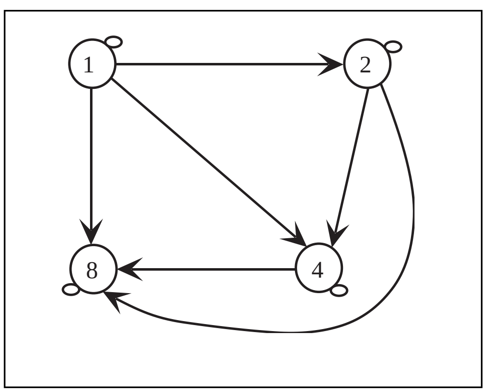
13.



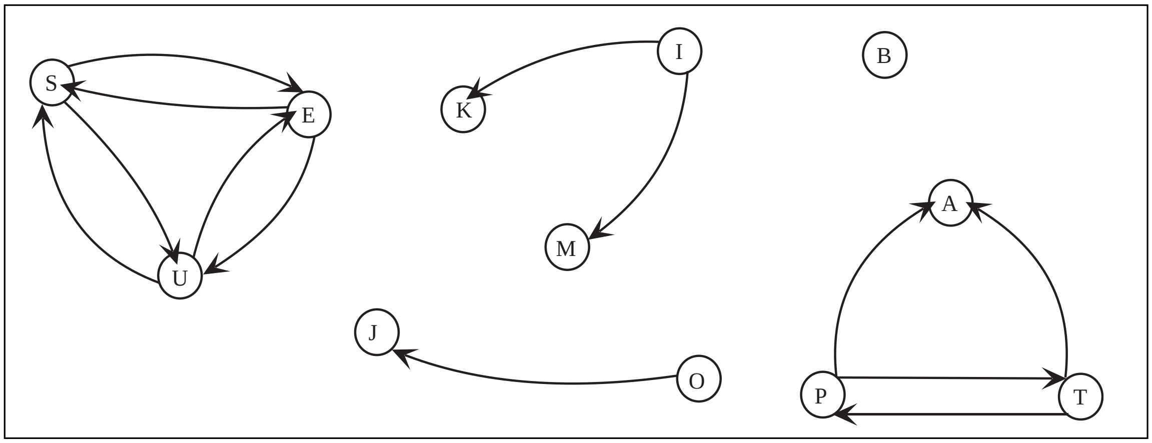
14.



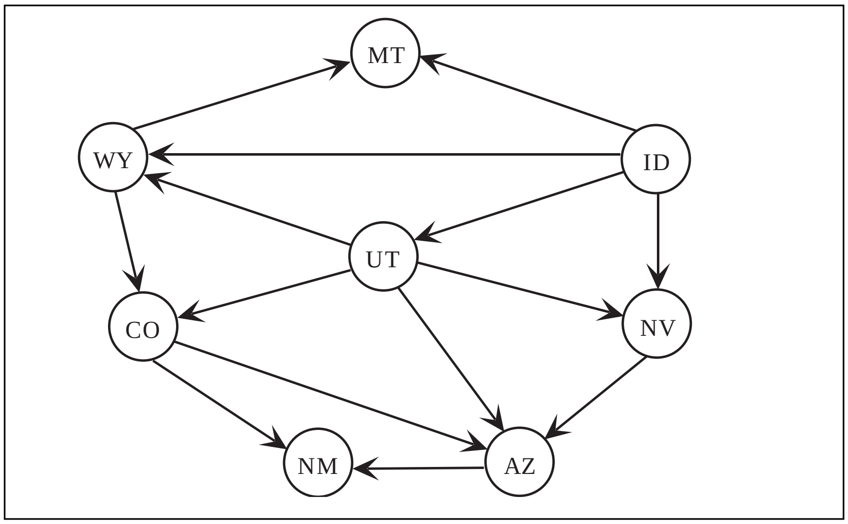
15.



16.



17.

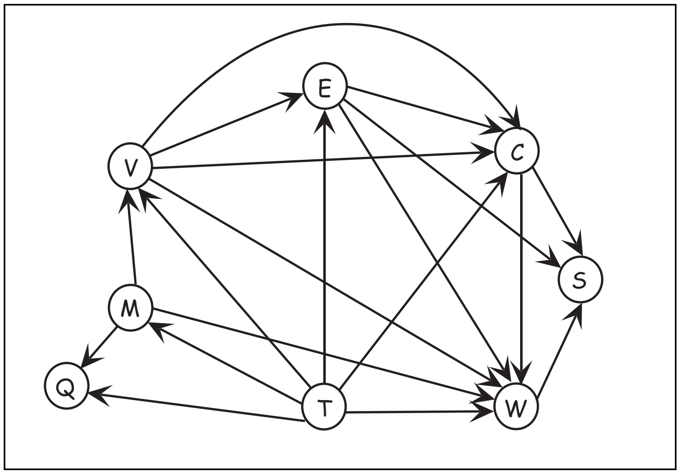


18.

	AZ	CO	ID	MT	NM	NV	UT	WY
AZ	*0*	*0*	*0*	*0*	*1*	*0*	*0*	*0*
CO	*1*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*
ID	*0*	*0*	*0*	*1*	*0*	*1*	*1*	*1*
MT	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*
NM	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*
NV	*1*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*
UT	*1*	*0*	*0*	*0*	*1*	*1*	*0*	*1*
WY	*0*	*1*	*0*	*1*	*0*	*0*	*0*	*0*

19. Cinq États : (ID, UT), (UT, NV), (NV, AZ), (AZ, NM)

20.



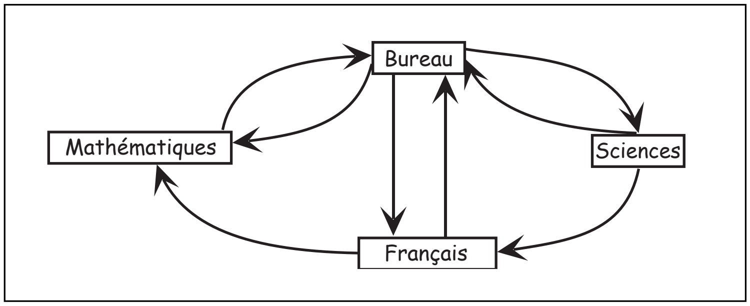
21. Vous pourrez voir sept des huit villes si l'avion suit la route ci-dessous.

    (T,M), (M,V), (V,E), (E,C), (C,W), (W,S).

    Si vous désirez inclure la ville de Québec, vous devrez partir de Toronto et passer par Montréal.

Feuilles à reproduire : Graphes orientés

Dans une école secondaire, les lignes d'intercom sont reliées de la manière indiquée au graphique ci-dessous. Ce diagramme est un graphe orienté, ou diagramme, dont les flèches indiquent la direction du mouvement.



Une autre méthode qui démontre les mêmes renseignements comprend l'utilisation des paires ordonnées, où m = mathématiques, f = français, b = bureau et s = sciences. Par exemple, dans les paires ordonnées ci-dessous, (m, b) signifie que « m peut communiquer avec b ».

(m, b), (b, m), (b, f), (b, s), (s, b), (s, f), (f, b), (f, m)

On peut utiliser une troisième méthode pour représenter ces renseignements ou pour inscrire des paires ordonnées, soit une *matrice*. Chaque entrée de la matrice correspond au nombre de flèches reliant les sommets consécutifs. Un « 1 » paraît à la cellule (f, m) parce qu'une flèche relie le français et les mathématiques. Il faut prendre note que le premier élément de la paire ordonnée, f, représente la *rangée*, et que le second élément, m, représente la *colonne*.

	m	*s*	*b*	*f*
m	*0*	*0*	*1*	*0*
s	*0*	*0*	*1*	*1*
b	*1*	*1*	*0*	*1*
f	*1*	*0*	*1*	*0*

Graphes orientés : *National Council of Teachers of Mathematics,* « Directed Graphs. » *NCTM Student Math Notes* 2 (septembre 1988).

1. Quelle est la différence entre (*b*, *s*) et (*s*, *b*)? ______________________

2. Le département des mathématiques peut-il appeler directement le département de français? ______________________

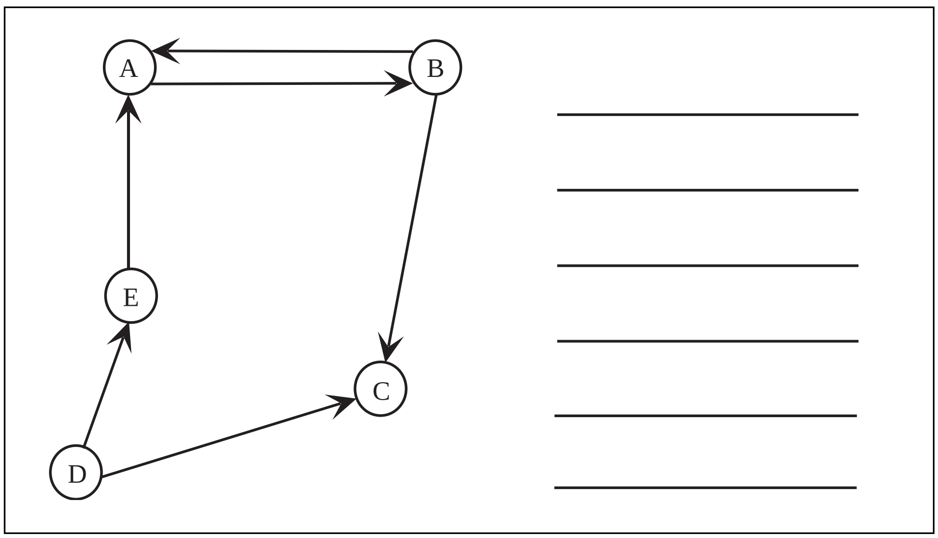
3. Comment le département des mathématiques peut-il appeler le département de français? ______________________

4. Que signifie le 1 qui correspond à la paire (*f*, *b*) dans la matrice?

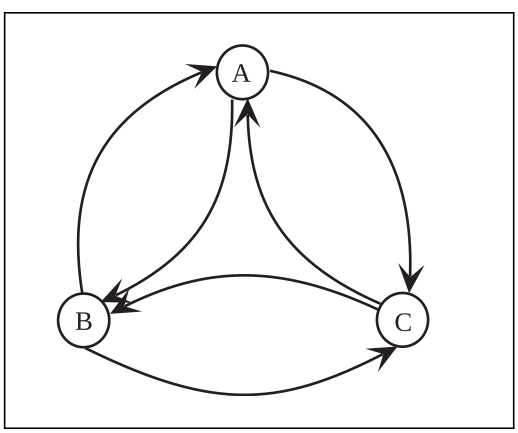
   ____

Dans les diagrammes ci-dessous, le symbole A → B signifie que l'équipe A a vaincu l'équipe B.

5. Indiquez les paires ordonnées qui décrivent le graphique.



6. Écrivez la matrice du diagramme.

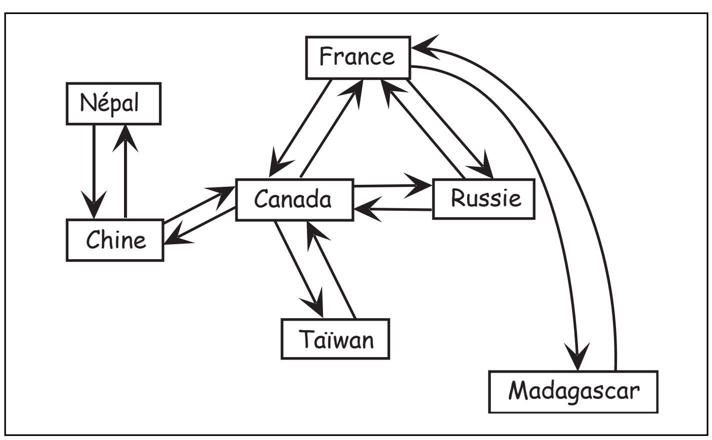


7. À partir de l'information dans le diagramme, utilisez les paires ordonnées indiquées à la question 5 pour créer une matrice. Par exemple, au numéro 5 vous pouvez voir la paire ordonnée (E, A). Grâce au diagramme, nous savons que l'équipe E a vaincu l'équipe A. Dans la matrice à la rangée E et sous la colonne A, 1 est inscrit. Si l'équipe E n'avait pas gagné contre l'équipe A, il aurait fallu indiquer la valeur 0. Remplissez la matrice ci-dessous.

	A	B	C	D	E
A	*0*	*1*			
B			*1*		*0*
C					
D					
E	*1*				

8. Utilisez la matrice créée à la question 7 pour répondre aux questions suivantes.
   a) Quelle est la fiche de victoires et de défaites de l'équipe A? ________________
   b) Selon vous, si A joue contre D, quelle équipe va gagner? ________________
   c) Quel est le nombre total de victoires dans la ligue? ________________
   d) Quelle équipe a le meilleur rendement? ________________
   e) Quelle équipe a le pire rendement? ________________

Les gouvernements du monde entier communiquent entre eux par les ambassades. Par contre, les gouvernements n'ont pas tous des ambassades dans chaque pays; ils doivent parfois communiquer ensemble par des pays intermédiaires. Le diagramme ci-dessous représente les relations diplomatiques entre certains gouvernements.



9. Comment la Russie peut-elle communiquer avec le Madagascar?

____

10. Comment Taïwan peut-il communiquer avec la Chine?

____

11. Quels pays sont les plus isolés?

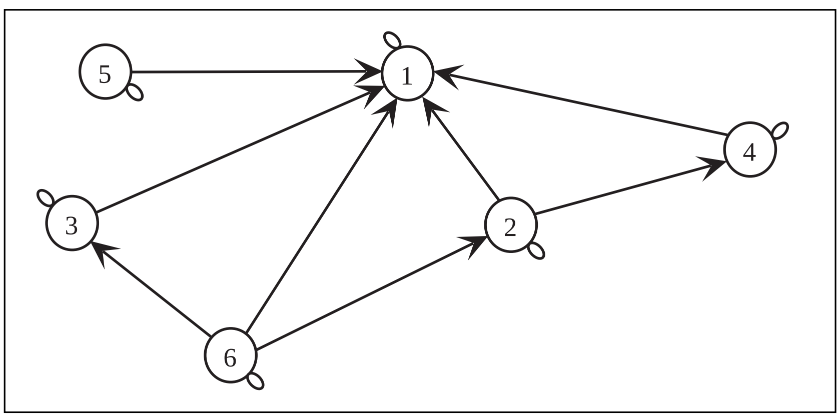
____

12. Si tous les pays pouvaient communiquer directement enter eux, combien de paires ordonnées y aurait-il?

____

Application poussée des résultats

On peut utiliser les diagrammes pour étudier les ensembles de paires ordonnées portant sur des renseignements précis, comme des réseaux téléphoniques ou des calendriers de tournois. Dans le cas d'un exemple mathématique, examinez la relation « est un multiple de » pour l'ensemble {1, 2, 3, 4, 5, 6} (voir le diagramme ci-dessous). Comme chacun des nombres est un multiple de lui-même, cette relation réflexive est indiquée au moyen d'une petite boucle.



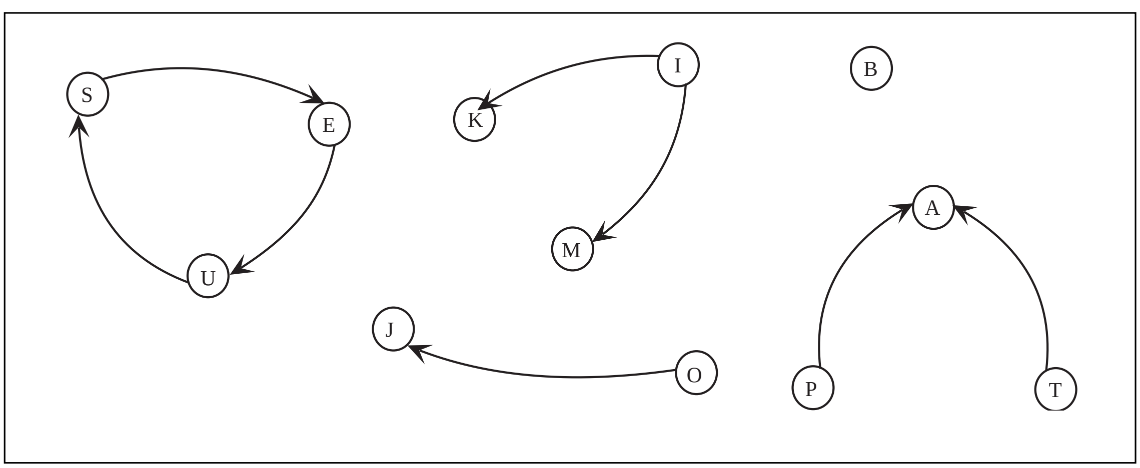
13. Dessinez un diagramme pour la relation « est un multiple de » pour l'ensemble {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}.

14. À l'aide du tableau ci-dessous, dessinez un diagramme pour les données en utilisant la relation « est plus grand que ».

Nom	Taille
Anne	85 cm
Benoît	90 cm
Carmen	72 cm
Danielle	110 cm

15. Dessinez un diagramme pour la relation « est un facteur de » pour l'ensemble {1, 2, 4, 8}.

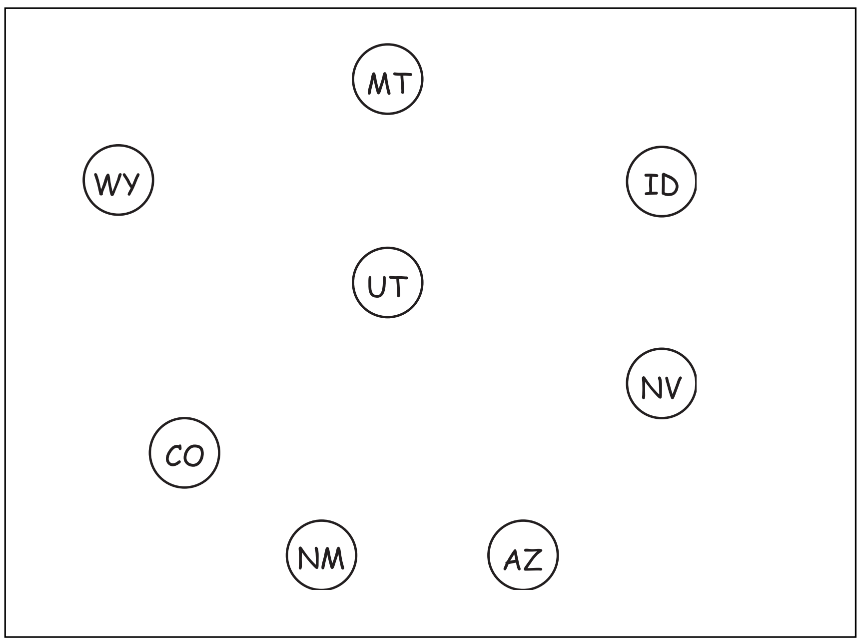
16. Dans le diagramme ci-dessous, représentant douze personnes, seulement quelques-unes des flèches sont dessinées selon la relation « est la sœur de ». Ajoutez les autres flèches qui, selon vous, devraient faire partie du graphique.



17. Vous songez à faire un voyage dans les états montagneux de l'Ouest des États-Unis. La superficie de l'état de l'Arizona, du Colorado, de l'Idaho, du Montana, du Nevada, du Nouveau-Mexique, du Utah et du Wyoming est donnée ci-dessous en milles carrés :

AZ	113 909	NM	121 666
CO	104 247	NV	110 540
ID	83 557	UT	84 916
MT	147 138	WY	97 914

Vous voudriez toujours voyager vers l'état ayant la plus grande superficie. Insérez les flèches pour remplir le graphe orienté ci-dessous, à l'aide de la relation « voyager vers le plus grand état de frontière ». Supposez que deux des états sont des états de frontière s'ils partagent au moins une frontière commune.



18. Utilisez cette même information afin de compléter la matrice correspondante. Utilisez 0 si aucun passage n'existe et 1 s'il y a un passage entre deux états.

	AZ	**CO**	**ID**	**MT**	**NM**	**NV**	**UT**	**WY**
AZ								
CO								
ID								
MT								
NM								
NV								
UT								
WY								

19. Quel est le plus grand nombre d'états dans lesquels vous pouvez voyager en séquence selon cette relation? Décrivez le voyage sous forme de séquence de paires ordonnées.

20. Des voyageurs provenant de l'étranger obtiennent souvent des billets d'avion spéciaux leur permettant de visiter plusieurs endroits à un coût peu élevé. Ce type d'entente spéciale permet au voyageur de prendre l'avion de ville en ville, tant qu'il existe un vol direct vers une plus petite ville. Ces données sont inscrites dans la matrice ci-dessous. Les villes sont indiquées par ordre décroissant selon la population (1991) :

Toronto
Montréal
Vancouver
Edmonton
Calgary
Winnipeg
Québec
Saskatoon

	C	**E**	**M**	**Q**	**S**	**T**	**V**	**W**
C	0	0	0	0	1	0	0	1
E	1	0	0	0	1	0	0	1
M	0	0	0	1	0	0	1	1
Q	0	0	0	0	0	0	0	0
S	0	0	0	0	0	0	0	0
T	1	1	1	1	0	0	1	1
V	1	1	0	0	0	0	0	1
W	0	0	0	0	1	0	0	0

Par exemple, la paire ordonnée (V, C) a la valeur 1; ainsi, il est possible de prendre un vol direct de Vancouver à Calgary. Lorsqu'on examine quelques paires ordonnées dont la seconde ville est plus petite, (M, S) par exemple, la valeur 0 indique qu'il n'existe aucun vol direct entre Montréal et Saskatoon.

Dessinez un diagramme pour représenter ces données.

21. Si vous faisiez un voyage, quelle serait la meilleure route à prendre pour voir le plus grand nombre de villes? Utilisez les données de la question 20.

Renseignements pour l'enseignant : Autres problèmes

Habiletés requises

- raisonnement spatial
- théorème de Pythagore

Quand peut-on utiliser cette activité?

Cette activité peut être utilisée avec l'unité Design et mesure ou en tout temps.

Renseignements pour l'enseignement

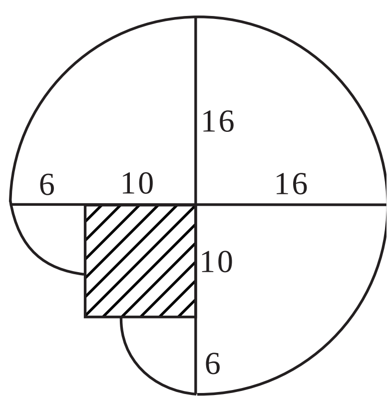
- Ces problèmes pourraient être remis aux élèves deux questions à la fois ou d'un seul coup.
- Si vous les remettez par paires, les élèves pourraient remettre la solution à un des deux problèmes.
- Si vous leur remettez tous les problèmes d'un coup, les élèves pourraient remettre des solutions à trois des cinq questions.

Solutions

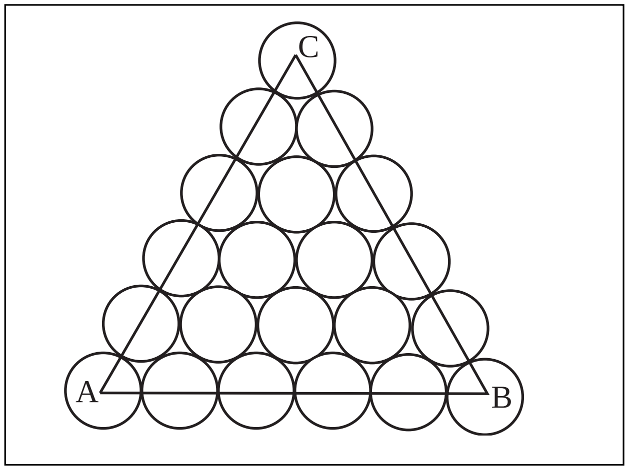
1. Demandez aux élèves d'utiliser du papier quadrillé pour estimer l'aire de pâturage. Faites-leur dessiner le corral à l'échelle et découper une longueur de corde à l'échelle pour la longe. En utilisant une punaise comme point d'ancrage, demandez aux élèves de tracer l'aire du pâturage. Calculer l'aire en comptant les carrés.

   L'aire du pâturage correspond à $\frac{3}{4}$ d'un cercle ayant un rayon de 16 et à deux quarts de cercle ayant un rayon de 6. L'aire totale est :

$$\frac{3}{4}(256\pi)+2\left[\frac{1}{4}(36\pi)\right]=192\pi+18\pi=210\pi\ \mathrm{m}^2$$



2. Dans le diagramme, ABC est un triangle équilatéral dont chaque côté équivaut à cinq mètres. Chaque tuyau a un diamètre d'un mètre. Donc, la pile est plus haute d'un mètre que l'altitude du triangle.



Si h correspond à la hauteur du triangle, alors selon le théorème de Pythagore :

$$5^2 = h^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

$$h^2 = 25 - \frac{25}{4}$$

$$h^2 = \frac{75}{4}$$

$$h = \frac{\sqrt{75}}{2}$$

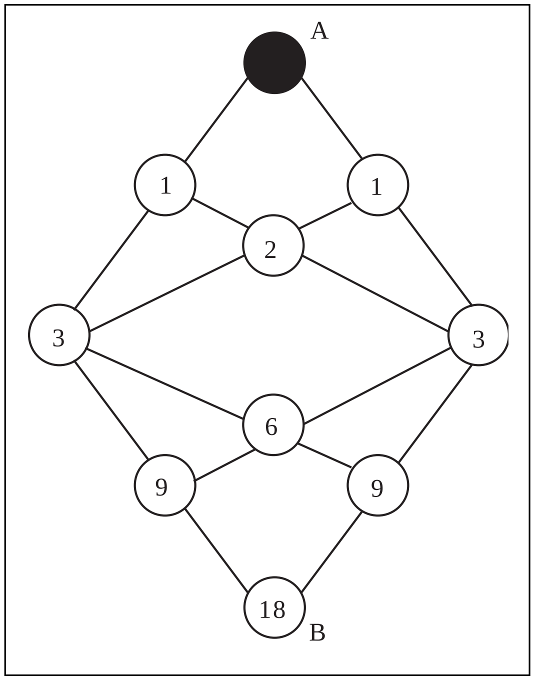
La hauteur de la pile est $\left(1 + \frac{\sqrt{75}}{2}\right)$ mètres = 533 cm au centimètre près.

3. Avant de commencer, remettez aux élèves du carton à utiliser pour faire une boîte. Demandez-leur de la découper conformément aux mesures et de déterminer le volume de la boîte.

   Le volume de la boîte est de 192 cm^3 et la hauteur est de 3 cm. Donc, l'aire du fond est de $\frac{192}{3} = 64\ cm^2$.

   Puisque le fond est carré, sa longueur et sa largeur doivent être de 8 cm. Le morceau de carton d'origine avait une longueur de 8 + 3 + 3 = 14 cm et une largeur de 14 cm.

4. Chaque point est identifié par le nombre de façons de l'atteindre. Après les premiers points (les points 1), le nombre de chaque point peut être déterminé en additionnant les numéros au-dessus. Donc, le point B peut être atteint de 18 façons.



On peut aussi compter le nombre de façons possibles en partant du point A et en descendant vers la droite. Le nombre de façons possibles en descendant vers la gauche serait identique.

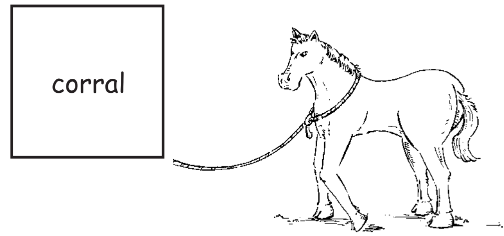
5. On obtient le nombre maximum de points d'intersection lorsqu'aucune droite n'est parallèle et que jamais trois droites ne croisent un point commun. Cette solution peut être illustrée en traçant un diagramme comprenant dix points d'intersection.

   Le problème peut aussi être résolu sans tracer de diagramme. Nous identifierons les droites *a*, *b*, *c*, *d*, et *e*. Le point P (*a*, *b*) représente le point où les droites a et b se croisent. Les points d'intersection sont les suivants :

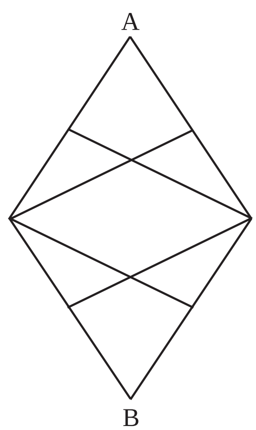
P(*a, b*)	P(*a, c*)	P(*a, d*)	P(*a, e*)
P(*b, c*)	P(*b, d*)	P(*b, e*)	
P(*c, d*)	P(*c, e*)		
P(*d, e*)			

Feuilles à reproduire : Problèmes variés

1. On attache un cheval avec une corde à un coin d'un corral carré. La corde mesure 16 mètres et chaque côté du corral mesure 10 mètres. Quelle est l'aire de pâturage disponible pour le cheval?



2. Un fabricant a produit un grand nombre de tuyaux ayant 1 mètre de diamètre. Sur un plancher à niveau d'un entrepôt, il place une rangée de tuyaux côté à côté de manière à ce que les tuyaux se touchent. Une deuxième rangée est placée au dessus de la première afin de remplir les crevasses entre les tuyaux adjacents. Il poursuit ce procédé jusqu'à ce qu'il ait six rangées. Quelle est la hauteur de la pile de tuyaux? Donnez votre réponse au centimètre près.
3. On fabrique une boîte à partir d'un carton carré. On découpe un carré de 3 cm à chaque coin du carton, puis on replie les rabats vers le haut pour créer une boîte ouverte ayant un volume de 192 centimètres cubes. Quelles sont les dimensions du carton original?
4. Si seuls les mouvements descendants sont permis, trouvez le nombre de chemins de A à B dans le diagramme ci-contre.



5. Cinq lignes droites distinctes sont tracées sur une feuille de papier. Quel est le nombre maximal de points d'intersection?

Annexe II

Ressources additionnelles

Internet

Un grand nombre de sites dans Internet offrent des problèmes et des casse-tête. Si vous utilisez un moteur de recherche pour les trouver, effectuez votre recherche à l'aide des mots-clés tels « jeux mathématiques », « mots croisés », « mots mystère », « cybertests », ...

Dernière consultation en date du 12 mars 2007.

Rigol'Math

<http://rigolmath.free.fr/index.htm>

Ce site offres plusieurs énigmes, problèmes et curiosités mathématiques.

Énigmatum

<http://www.enigmatum.fr.st>

Le centre des énigmes logiques et mathématiques.

Bric-à-brac d'énigmes et de problèmes

<http://www.bric-a-brac.org/enigmes/maths/>