

Unité C : Relations et formules

Demi-cours III

DEMI-COURS III

Unité C : Relations et formules

Durée : 13 heures

Résultat général :

Représenter et interpréter les relations dans divers contextes.

Le but visé par cette unité constitue le développement par les élèves de la compréhension des relations linéaires dans la vie de tous les jours.

Résultats spécifiques

C-1 Exprimer une relation linéaire de forme $y = mx$

- en mots
- en formule
- avec un tableau de valeurs
- en graphique

C-2 Interpoler et extrapoler les valeurs d'un graphique de relation linéaire

C-3 Définir la pente d'une relation linéaire et la décrire en utilisant des mots.

C-4 Exprimer une relation linéaire de forme $y = mx + b$

- en mots
- en formule
- avec un tableau de valeurs
- en graphique

C-5 Interpréter le graphique d'une relation linéaire et le décrire en utilisant des mots.

C-6 Construire un graphique d'une relation linéaire à partir de sa description textuelle.

C-7 Évaluer des formules.

RELATIONS ET FORMULES

Matériel d'appui

- *Explorations 11 – Les mathématiques au quotidien*
- Papier quadrillé
- Règle
- Calculatrice

Liens avec Analyse de problèmes et Analyse de jeux et de nombres

On peut intercaler des problèmes de l'unité Relations et formules dans n'importe laquelle des activités d'Analyse de problèmes et d'Analyse de jeux et de nombres.

**RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS**

Résultat général

Représenter et interpréter les relations dans divers contextes.

Résultats spécifiques

C-1 Exprimer une relation linéaire de forme $y = mx$

- en mots
- en formule
- en tableau de valeurs
- en graphique

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Cette unité vise le développement des concepts reliés à une relation linéaire mise en contexte. Une approche purement algébrique n'est pas préconisée.

Exemple 1

Lorraine travaille à temps partiel à un salaire de 7 \$ l'heure. Sa paye dépend du nombre d'heures qu'elle travaille. Le temps, ou nombre d'heures travaillées, est la variable indépendante. Exprime cette relation en mots, en formule, en tableau de valeurs et en graphique.

Solution

En mots : à mesure que le nombre d'heures de travail augmente, la paie augmente aussi.

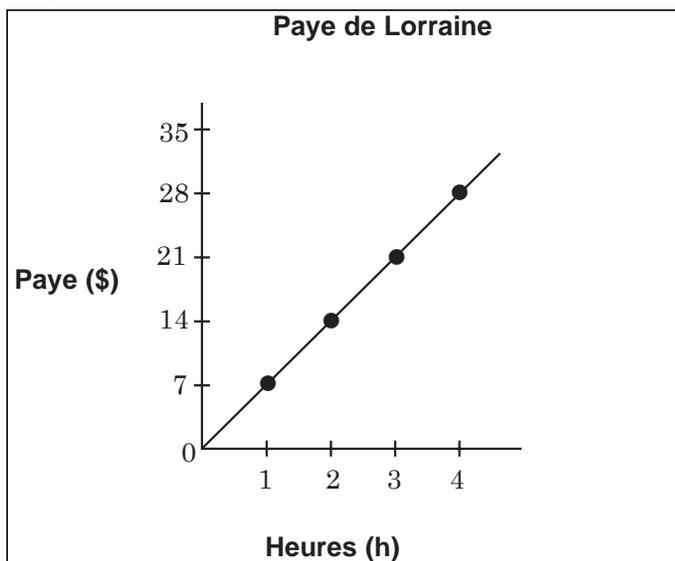
En formule : (Dépendant = constante x indépendant)

$$\text{Paye} = 7 \$ \times \text{heures travaillées}$$

En tableau de valeurs :

Alain	74
Barbara	77
Carole	68
Donald	74
Hélène	75

En graphique :



- | | |
|-----------------------------|------------------------------|
| ✓ Communication | ✓ Régularités |
| ✓ Liens | ✓ Résolution de problèmes |
| ✓ Raisonnement | Sens du nombre |
| ✓ Organisation et structure | Technologie de l'information |
| | ✓ Visualisation |

(suite)

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

1. Déterminer la variable dépendante :
 - a) distance parcourue à pied par rapport aux calories dépensées
 - b) consommation d'essence par rapport à la distance parcourue
 - c) résultats aux examens par rapport aux heures d'étude
 - d) vitesse du véhicule par rapport au montant de l'amende reçue
2. Écrire chacun des énoncés ci-dessus sous la forme d'une formule, en commençant par la variable dépendante, variable dépendante = $m \times$ variable indépendante. Représenter graphiquement chacun des énoncés ci-dessus.
3. S'assurer que la variable indépendante dans tous les graphiques est le long de l'axe des x (horizontal).

Les élèves peuvent créer leurs propres exemples, les exprimant sous forme de mots, de formules, de tables de valeurs et de graphiques. Il s'agit d'excellents éléments pour le portfolio.

Ressources imprimées

Mathématiques du consommateur, 11^e année
 – Cours destiné à l'enseignement à distance : *Demi-cours III*
 – Module 4, Leçon 1

NOTE : Vous trouverez dans la colonne *Notes* des définitions pour certains termes qui risquent d'être inconnus de vos élèves.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

C-1 Exprimer une relation linéaire de forme $y = mx$

- en mots
- en formule
- en tableau de valeurs
- en graphique

– suite

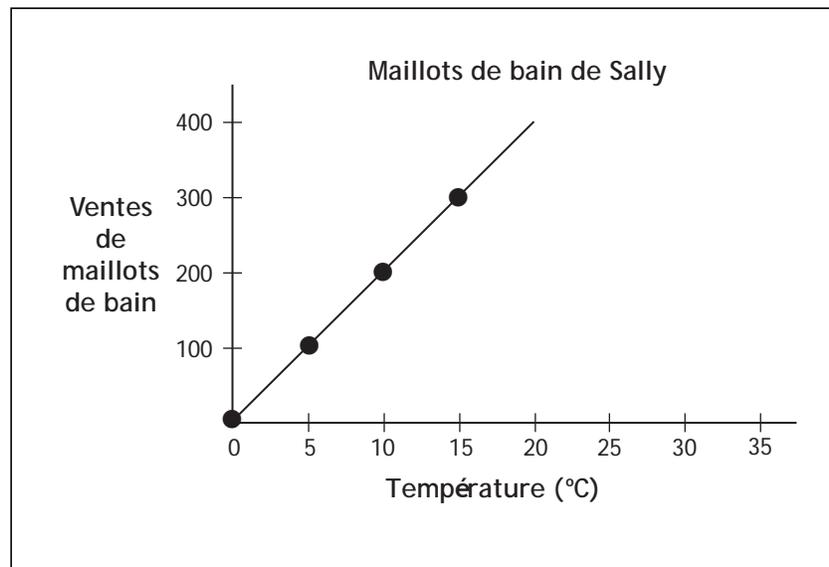
- | | |
|-----------------------------|------------------------------|
| ✓ Communication | ✓ Régularités |
| ✓ Liens | ✓ Résolution de problèmes |
| ✓ Raisonnement | Technologie de l'information |
| Sens du nombre | |
| ✓ Organisation et structure | ✓ Visualisation |

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Les élèves devront s'entraîner à lire des graphiques de base et à comprendre la relation linéaire représentée.

Exemple 2

Déterminer la variable dépendante et la variable indépendante, puis décrire la relation en mots.



Solution

Variable indépendante : Température (°C)

Variable dépendante : Ventes de maillots de bain

Plus la température augmente, plus il se vend de maillots de bain.

C-2 Interpoler et extrapoler le graphique d'une relation linéaire.

- | | |
|-----------------------------|------------------------------|
| ✓ Communication | ✓ Régularités |
| ✓ Liens | ✓ Résolution de problèmes |
| ✓ Raisonnement | Technologie de l'information |
| Sens du nombre | |
| ✓ Organisation et structure | ✓ Visualisation |

Expliquez la différence entre l'*interpolation* et l'*extrapolation*.

Interpolation : procédé qui consiste à déterminer les valeurs situées **entre** des points connus d'un graphique

- a) Pour Exemple 1, si Lorraine travaillait 2,5 heures, quelle serait sa paie? (17,50 \$).
- b) Pour Exemple 2, si Sally vendait 250 maillots de bain, quelle serait la température? (12 °C)

Extrapolation : procédé qui consiste à déterminer les valeurs situées au-delà des points connus d'un graphique

- a) Pour Exemple 1, si Lorraine travaillait 5 heures, quelle serait sa paie? (35 \$)
- b) Pour Exemple 2, si la température monte à 30°, quelle serait le montant de maillots vendu? (500)

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Les élèves devraient se reporter à leurs propres graphiques, puis rédiger des questions en se servant de l'interpolation et de l'extrapolation. Ces questions pourraient être communiquées à toute la classe.

Lorsque le travail des élèves est présenté à leurs pairs, une plus grande signification est accordée à l'activité et il s'ensuit un intérêt accru.

Ressources imprimées

Mathématiques du consommateur, 11^e année

– *Cours destiné à l'enseignement à distance : Demi-cours III (2001)*

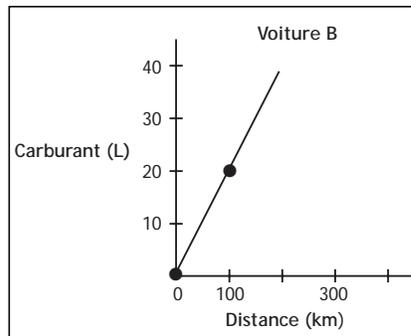
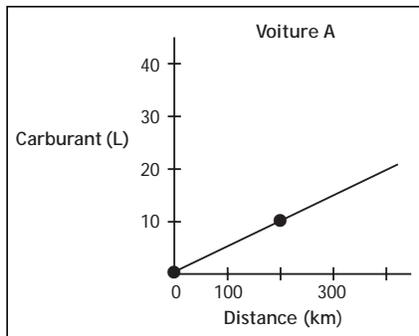
– *Module 4, Leçon 1*

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

C-3 Déterminer la pente
d'une relation linéaire et
la décrire en mots.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Comparer les graphiques suivants :



La voiture B consomme plus de carburant que la voiture A. La ligne dans le graphique est beaucoup plus inclinée. On peut déterminer la pente en divisant l'élévation (changement vertical) par la course (changement horizontal).

$$\text{Pente} = \frac{\text{changement dans la variable dépendante}}{\text{changement dans la variable indépendante}}$$

Dans le cas de la voiture A, la différence des ordonnées (changement vertical) à partir de l'origine (0,0) jusqu'au premier point de donnée est de 10, et la différence des abscisses (changement horizontal) est de 200.

La pente est de $\frac{10}{200}$ ou $\frac{1}{20}$.

Dans le cas de la voiture B, la différence des ordonnées à partir de l'origine jusqu'au premier point de donnée est de 20, et la différence des abscisses est de 100. La pente (élévation/course) est de $\frac{20}{100}$ ou $\frac{1}{5}$.

Formule :

$$\text{Voiture A} \text{ — } F = \frac{1}{20}d$$

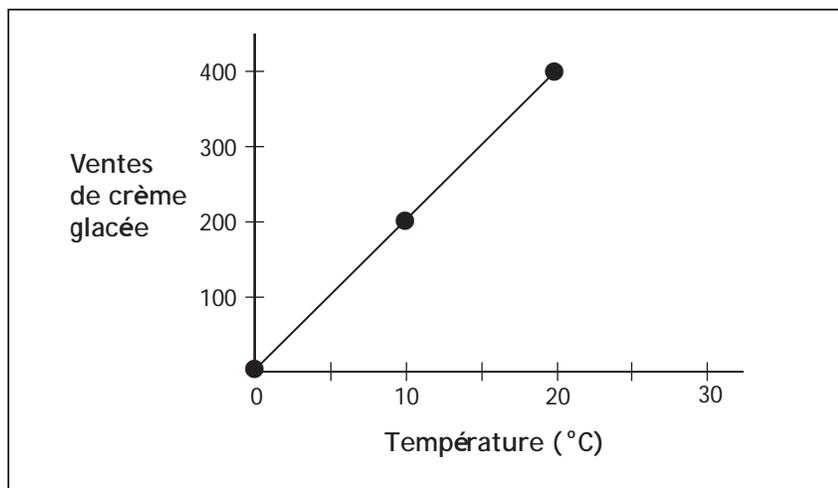
$$\text{Voiture B} \text{ — } F = \frac{1}{5}d$$

où F = carburant consommé en L et d = distance parcourue en km.

✓ Communication	✓ Régularités
✓ Liens	✓ Résolution de problèmes
✓ Raisonnement	Technologie de l'information
Sens du nombre	✓ Visualisation
✓ Organisation et structure	

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Les enseignants devraient afficher les graphiques puis demander aux élèves de déterminer la pente, et décrire la relation entre les deux variables.



$$\text{pente} = \frac{200 \text{ (ordonnée)}}{10 \text{ (abscisse)}}$$

« Pour chaque augmentation de la température de 10°, les ventes de crème glacée augmentent de 200. »

Interpolation : À combien de ventes vous attendriez-vous à 15°?

Extrapolation : À combien de ventes vous attendriez-vous à 30°?

Formule : $V = 20t$

où V = nombre de ventes et t = température en °C

NOTES

Ressources imprimées

Mathématiques du consommateur, 11^e année

- Cours destiné à l'enseignement à distance : *Demi-cours III*
- *Module 4, Leçon 2*

**RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS**

C-4 Exprimer une relation linéaire de forme

$$y = mx + b$$

- en mots
- en formule
- en tableau de valeurs
- en graphique

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Dans la vie, un grand nombre de situations comportent des coûts « fixes », plus une quantité constante par élément (heures, personnes, etc.). Habituellement, la location d'une voiture comporte un montant fixe par jour, plus un montant constant par kilomètre parcouru.

Le graphique qui suit illustre le coût de la location d'une salle. Le montant fixe est de 500 \$, plus 2,50 \$ par personne.

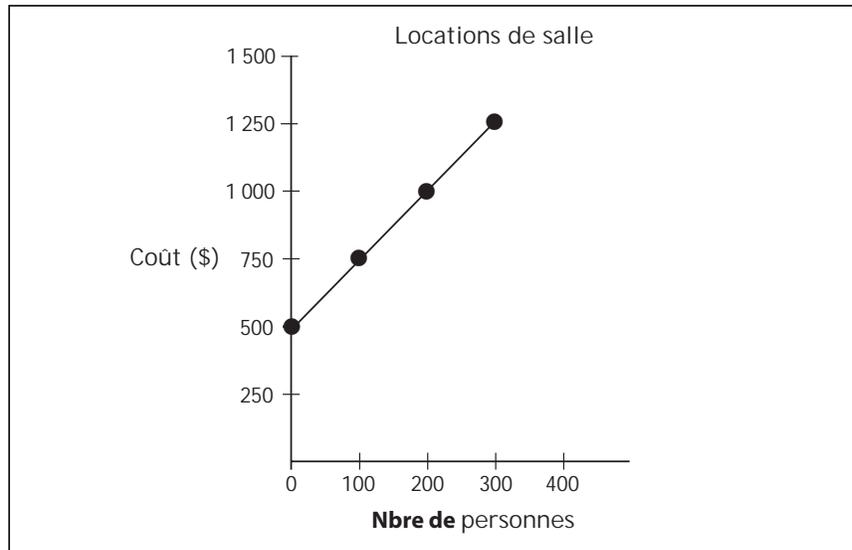


Table de valeurs :

Nbre de personnes	0	100	200	300
Coût (\$)	500	750	1 000	1 250

$$\text{pente} = \frac{(\text{différence des ordonnées})}{(\text{différence des abscisses})} = \frac{500}{200} = 2,5$$

Formule : $C = 2,5n + 500$

où C = coût et n = nombre de personnes

Les élèves devraient faire des interpolations à l'intérieur des graphiques de relations linéaires, puis des extrapolations au-delà de ces graphiques.

- | | |
|-----------------------------|------------------------------|
| ✓ Communication | ✓ Régularités |
| ✓ Liens | ✓ Résolution de problèmes |
| ✓ Raisonnement | Technologie de l'information |
| Sens du nombre | ✓ Visualisation |
| ✓ Organisation et structure | |

(suite)

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Les élèves pourraient définir une enquête qui leur permettrait d'illustrer les relations linéaires de formes $y = mx$ et $y = mx + b$.

Demandez aux élèves de rassembler des graphiques de relations linéaires de différentes sources (p. ex. journaux, revues, Internet, dépliants, etc.)

Les élèves peuvent analyser un graphique et exprimer la relation qu'il représente dans les formes suivantes :

- en mots;
- en tableau de valeurs;
- en formule.

Les élèves peuvent aussi interpoler et extrapoler les valeurs d'un graphique.

NOTES

Ressources imprimées

Mathématiques du consommateur, 11^e année

- Cours destiné à l'enseignement à distance : *Demi-cours III*
- *Module 4, Leçon 4*

**RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS**

C-4 Exprimer une relation linéaire de forme

$$y = mx + b$$

- en mots
- en formule
- en tableau de valeurs
- en graphique

– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Faites cette activité avec les élèves :

- Expliquez la différence entre les relations de forme $y = mx$ et celles de forme $y = mx + b$. Décrivez les différences en mots, en tableau de valeurs, en formule et en graphique.

Exemple

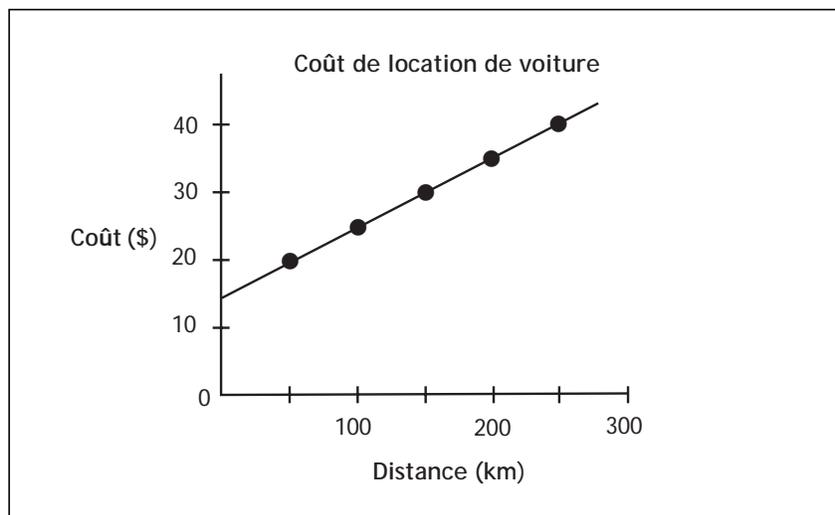
Le coût de location d'une automobile est calculé à raison de 0,10 \$ le kilomètre, plus un taux fixe de 15 \$ par jour.

Solution

Tableau de valeurs :

Distance (km)	50	100	150	200	250
Coût (\$)	20	25	30	35	40

Graphique :



Formule :

Variable dépendante = pente x indépendante + valeur fixe

$$\begin{array}{ccccccc}
 C & = & 0,10 & \times & D & + & 15,00 \\
 \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\
 \text{Coût (\$)} & & = \text{pente} & \times & \text{distance (km)} & + & \text{valeur fixe (\$)} \\
 & & & & \text{ou} & & \\
 & & & & \text{taux} & &
 \end{array}$$

Les élèves devraient interpoler et extrapoler à partir du graphique de la relation linéaire.

✓ Communication	✓ Régularités
✓ Liens	✓ Résolution de problèmes
✓ Raisonnement	Technologie de l'information
Sens du nombre	✓ Visualisation
✓ Organisation et structure	

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

**RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS**

C-5 Interpréter le graphique d'une relation linéaire et le décrire en utilisant des mots.

montgolfière : (nom f.) un ballon rempli d'air chaud qui peut s'élever dans les airs et transporter des passagers.

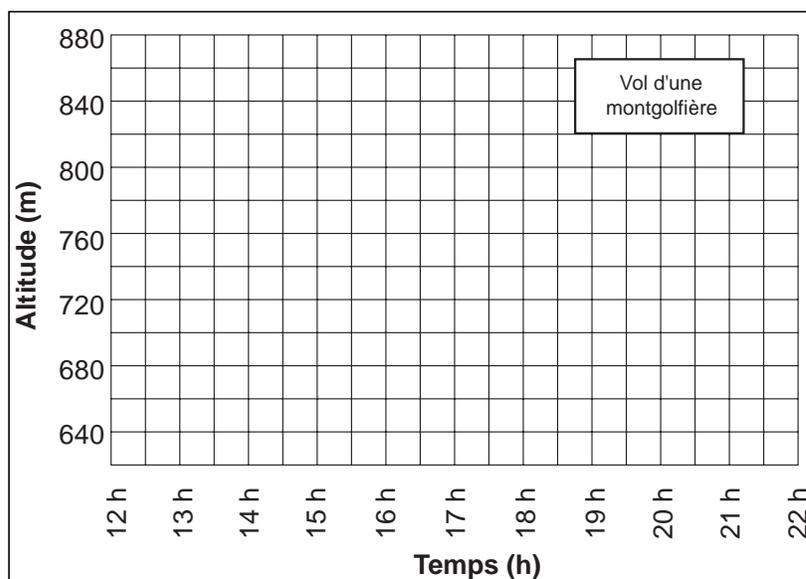
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Exemple :

Voici les altitudes enregistrées par l'altimètre d'une **montgolfière** au cours d'une période donnée.

Temps	12 h	13 h	14 h	15 h	16 h	17 h	18 h	19 h	20 h
Altitude (m)	800	820	840	860	860	860	800	740	680

- Quelles sont les variables dépendante et indépendante du problème?
- Trace les points correspondants sur la grille suivante.



- Calcule les pentes des droites représentant les périodes suivantes (Utilise un symbole négatif si nécessaire.) :
 - 12 h – 15 h
 - 15 h – 17 h
 - 17 h – 20 h
- Décris, en mots, le vol effectué par cette montgolfière entre 12 h et 20 h.
- Rédige la formule qui décrit chacune des portions suivantes du vol de la montgolfière.
 - 12 h – 15 h
 - 15 h – 17 h
 - 17 h – 20 h
- Utilise la grille pour trouver les données manquantes :

Temps	13 h 30		16 h 30	
Altitude (m)		720		850

- | | |
|-----------------------------|------------------------------|
| ✓ Communication | ✓ Régularités |
| ✓ Liens | ✓ Résolution de problèmes |
| ✓ Raisonnement | Technologie de l'information |
| Sens du nombre | ✓ Visualisation |
| ✓ Organisation et structure | |

(suite)

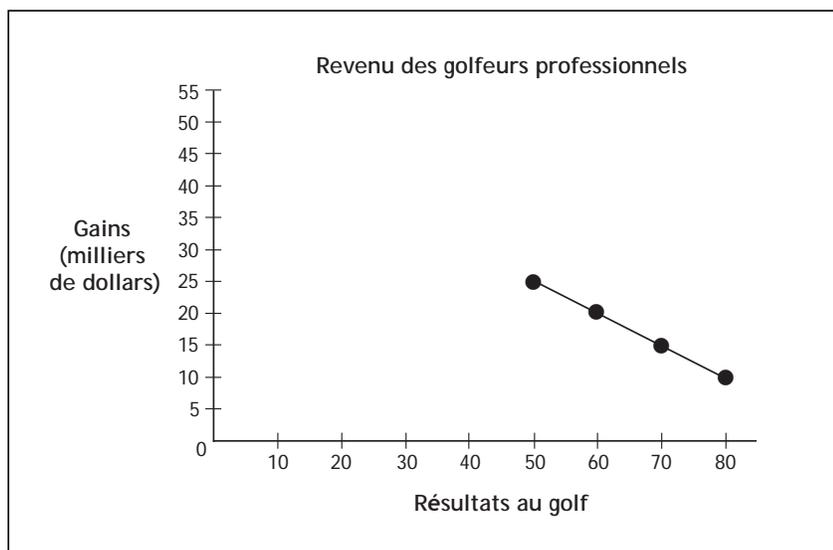
STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Demander aux élèves de trouver des graphiques dans les médias et de fournir

- des calculs de la pente
- des descriptions en mots de la relation
- des formules pour la relation

Prolongement

Décrire la relation linéaire que le graphique suivant représente.



- a) À quel point est-ce que le graphique devient anormal?
- b) Si un golfeur n'a pas frappé une seule balle, aura-t-il des gains?

Solution

- a) Le graphique est anormal lorsque le nombre de coups est inférieur à 50 et supérieur à 80.
- b) Le golfeur n'aura aucun gain s'il n'a frappé aucune balle.

NOTES

Ressources imprimées

- Mathématiques du consommateur, 11^e année*
- Cours destiné à l'enseignement à distance : *Demi-cours III*
 - *Module 4, Leçon 6*

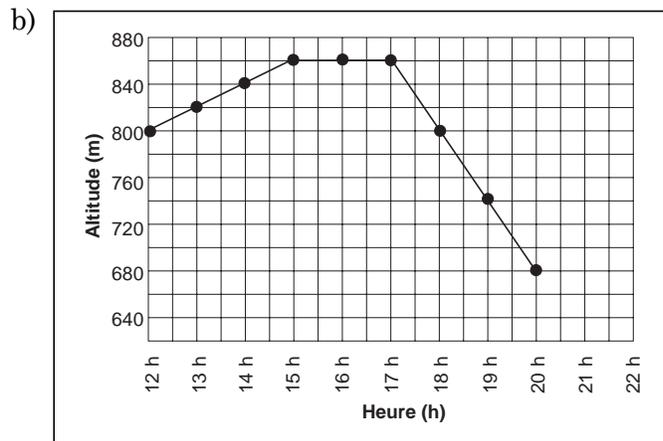
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

C-5 Interpréter le graphique d'une relation linéaire et le décrire en utilisant des mots.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Solution

a) dépendant : altitude (m)
indépendant : heure



c) i) 12 h à 15 h différence des ordonnées : = 60 m
différence des abscisses : = 3 heures

$$\text{pente} : \frac{60}{3} = 20 \text{ m/h}$$

ii) 15 h à 17 h différence des ordonnées : = 0 m
différence des abscisses : = 2 heures

$$\text{pente} : \frac{0}{2} = 0 \text{ m/h}$$

iii) 17 h à 20 h différence des ordonnées : = -180 m
différence des abscisses : = 3 heures

$$\text{pente} : \frac{-180}{3} = -60 \text{ m/h}$$

d) De 12 h à 15 h, le ballon s'élève à un rythme de 20 m/h.
De 15 h à 17 h, le ballon est resté à la même altitude.
De 17 h à 20 h, le ballon a commencé sa descente à un rythme de 60 km/h.

e) Soit A = altitude et t = heure (soit les heures après 12 h).

i) $A = 20t + 800$

ii) $A = 860$

iii) $A = -60t + 1\ 160$

f)

Heure	13 h 30	19 h 20	16 h 30	17 h 30
Altitude (m)	850	720	860	850

✓ Communication	✓ Régularités
✓ Liens	✓ Résolution de problèmes
✓ Raisonnement	Technologie de l'information
✓ Organisation et structure	✓ Visualisation

(suite)

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

C-6 Construire un graphique d'une relation linéaire à partir de sa description textuelle.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

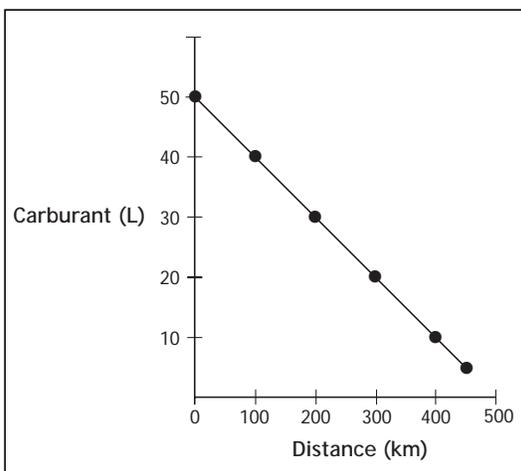
Exemple 1

Construis un graphique pour chacune des relations suivantes :

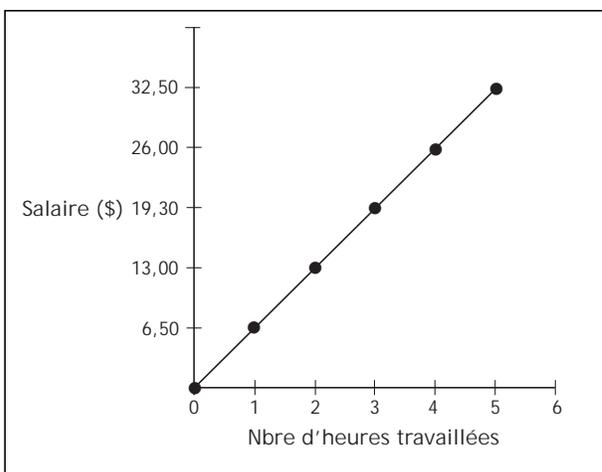
- a) Le réservoir d'un véhicule contient 50 L de carburant. Pour chaque tranche de 100 km parcourue, la consommation en carburant est de 10 L. Le voyage est de 450 km.
- b) Brianne occupe un emploi à temps partiel dans un magasin et gagne 6,50 \$ de l'heure.
- c) Sarah coud des sacs à main. Chaque sac nécessite un demi-mètre carré de tissu.
- d) Lynne achète des arbustes. Chaque arbuste coûte 15 \$.

Solution

a)



b)



- | | |
|-----------------------------|------------------------------|
| ✓ Communication | ✓ Régularités |
| ✓ Liens | ✓ Résolution de problèmes |
| ✓ Raisonnement | Technologie de l'information |
| Sens du nombre | ✓ Visualisation |
| ✓ Organisation et structure | |

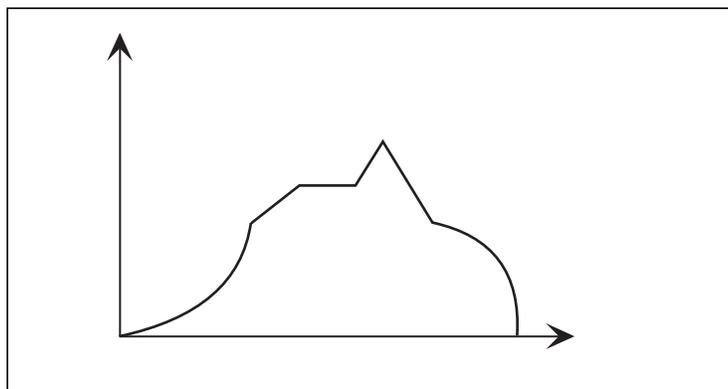
(suite)

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Les graphiques devraient comporter les étiquettes, les échelles appropriées et des points de données.

Problème

Rédiger un scénario pour le graphique suivant. S'assurer de déterminer la variable dépendante et la variable indépendante.



NOTES

Ressources imprimées

Mathématiques du consommateur,
11^e année

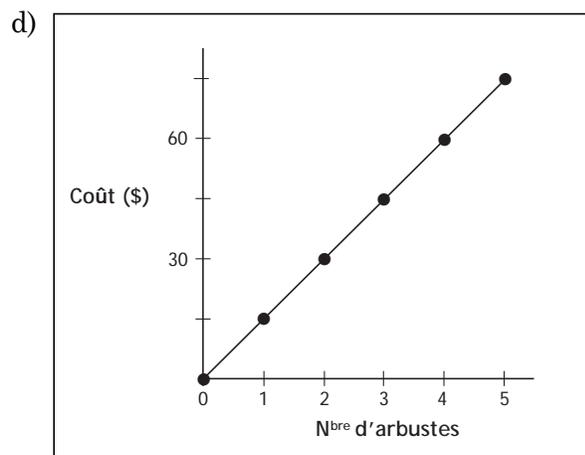
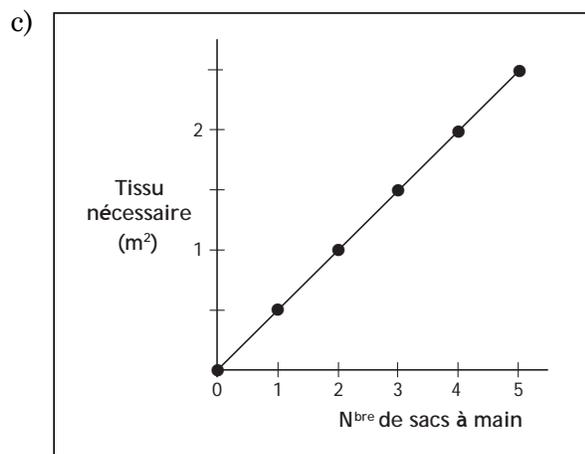
- Cours destiné à l'enseignement à distance : *Demi-cours III*
- *Module 4, Leçon 6*

**RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS**

C-6 Construire un graphique
d'une relation linéaire à
partir de sa description
textuelle.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Solution (suite)



- | | |
|-----------------------------|------------------------------|
| ✓ Communication | ✓ Régularités |
| ✓ Liens | ✓ Résolution de problèmes |
| ✓ Raisonnement | Technologie de l'information |
| Sens du nombre | ✓ Visualisation |
| ✓ Organisation et structure | |

(suite)

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

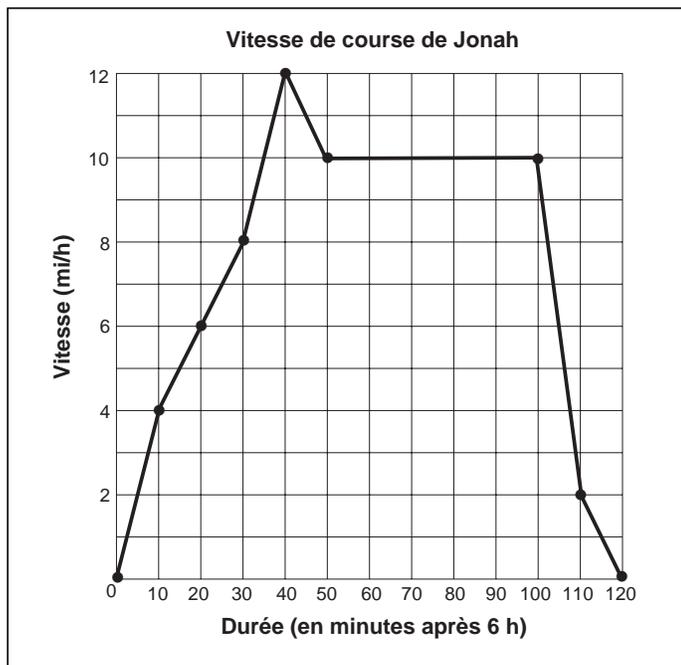
C-6 Construire un graphique d'une relation linéaire à partir de sa description textuelle.

– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Exemple 2

Jonah est marathonien. Samedi, il a couru une partie de son programme d'entraînement. Le graphique qui suit illustre la vitesse à laquelle il courait. Il a commencé à courir à 6 h.



- Quel est sa vitesse à 6 h 30? (*Réponse* : 8 mi/h)
- À quelle heure court-il le plus vite et quelle est sa vitesse à ce moment-là? (*Réponse* : À 6 h 40, il court à 12 mi/h.)
- Qu'arrive-t-il à sa vitesse entre 6 h 55 et 7 h 15? (*Réponse* : Il court à une vitesse constante de 10 mi/h.)
- Décrire sa course.

(*Réponse* : Jonah commence à courir à 6 h 00 et augmente graduellement sa vitesse jusqu'à 6 h 40. Au cours des minutes qui suivent, il réduit légèrement sa vitesse. Ensuite, pendant les 50 minutes suivantes, il maintient une vitesse constante. Dans les dix minutes suivantes, il ralentit considérablement. Pour les dix dernières minutes, il ralentit moins rapidement avant de s'arrêter complètement.)

✓ Communication	✓ Régularités
✓ Liens	✓ Résolution de problèmes
✓ Raisonnement	Technologie de l'information
Sens du nombre	✓ Visualisation
✓ Organisation et structure	

(suite)

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

C-6 Construire un graphique d'une relation linéaire à partir de sa description textuelle.
– suite

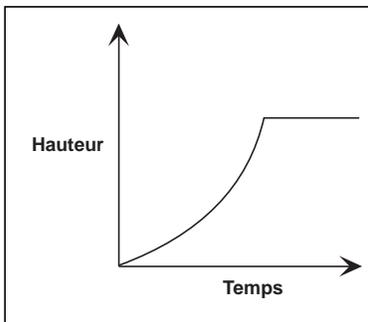
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Exemple 3

Faire une représentation graphique de chacune des situations suivantes. S'assurer de déterminer la variable indépendante et la variable dépendante et d'étiqueter les axes de façon appropriée.

a) La hauteur d'un rosier au fil du temps.

Solution

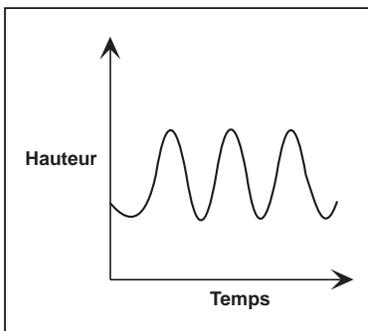


Variable indépendante : temps

Variable dépendante : hauteur

b) La hauteur d'un siège donné d'une grande roue pendant trois révolutions.

Solution

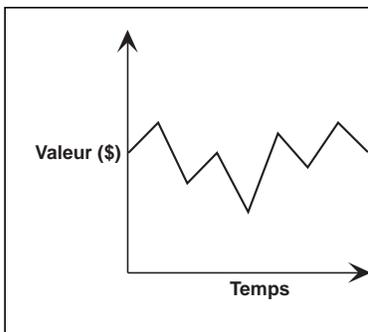


Variable indépendante : temps

Variable dépendante : hauteur

c) La valeur d'un fonds commun de placement au cours d'un mois.

Solution



Variable indépendante : temps

Variable dépendante : valeur (\$)

- | | |
|-----------------------------|------------------------------|
| ✓ Communication | ✓ Régularités |
| ✓ Liens | ✓ Résolution de problèmes |
| ✓ Raisonnement | Technologie de l'information |
| Sens du nombre | ✓ Visualisation |
| ✓ Organisation et structure | |

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

C-7 Évaluer des formules.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Les élèves reverront ce sujet dans le cours *Mathématiques du consommateur, 12^e année*.

Évaluer les formules en remplaçant les valeurs connues du côté droit de la formule, puis déterminer la valeur de l'inconnue du côté gauche.

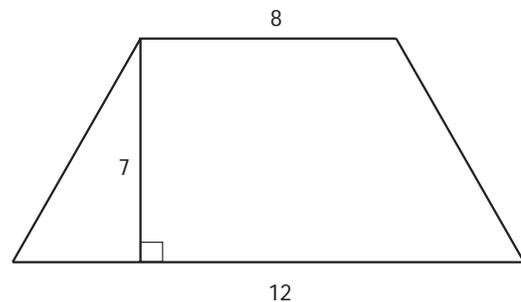
Exemple 1

Trouver la superficie d'un trapézoïde dont les bases sont de 8 cm et de 12 cm, et dont la hauteur est de 7 cm.

Solution

$$a = 8, b = 12, h = 7$$

$$\begin{aligned} A &= \left(\frac{a+b}{2} \right) h \\ &= \left(\frac{8+12}{2} \right) (7) \\ &= \left(\frac{20}{2} \right) (7) \\ &= 70 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



Exemple 2

La quantité d'énergie nécessaire pour séparer des charges dépend de la tension développée et de la quantité de charge transportée. Si W est l'énergie en joules (J), Q est la charge en coulombs (C) et V la tension qui en résulte en volts (V), alors

$$V = \frac{W}{Q}$$

S'il faut 35 J d'énergie pour transporter une charge de 5 C d'un point à un autre, quelle est la tension entre les deux points?

Solution

$$V = \frac{W}{Q}$$

$$V = \frac{35 \text{ J}}{5 \text{ C}}$$

$$V = 7 \text{ V}$$

On pourrait remettre aux élèves une feuille comportant des formules parmi lesquelles ils auraient à choisir celles qui conviennent, ou encore on pourrait donner les formules dans le problème. Dans la présente section, on devrait utiliser diverses formules.

✓ Communication	✓ Régularités
✓ Liens	✓ Résolution de problèmes
✓ Raisonnement	Technologie de l'information
Sens du nombre	✓ Visualisation
✓ Organisation et structure	

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Demandez aux élèves de recueillir diverses formules et de définir dans quelles situations elles sont utilisées. Les élèves pourraient aussi utiliser la table modèle des valeurs et le graphique illustrant la formule.

NOTES

Ressources imprimées

Mathématiques du consommateur,
11^e année

- *Cours destiné à l'enseignement à distance : Demi-cours III*
- *Module 4, Leçon 7*