



EN ROUTE VERS LA 8^e ANNÉE

Apprentissage par la résolution de problèmes ou l'enquête
Un des buts visés en mathématiques est de faire progresser l'élève de processus mentaux de base à ceux de niveau élevé. Une façon d'y arriver consiste à transformer les questions fermées en questions qui sont plus ouvertes. Ces questions ouvertes sont essentielles, car elles procurent souvent une véritable fenêtre sur la façon de penser des élèves. Il est parfois utile de présenter aussi des questions de style fermé.

7^e ANNÉE

Connaissance et compréhension
La construction de nouvelles connaissances

PRIME Connaissances et stratégies, Chapitre 5

Le nombre

L'élève a développé son sens du comptage de la maternelle à la 3^e année.
 • Le comptage détermine combien d'éléments se trouvent dans un ensemble.
 • Les nombres sont liés les uns aux autres par une variété de relations.
 • On peut estimer des quantités à l'aide de référents.
 Dorénavant, l'élève continue d'appliquer cette compréhension du comptage avec les nombres qui sont à l'étude.

LES REPRÉSENTATIONS DES NOMBRES RATIONNELS (7.N.4, 7.N.7)

Grandes idées :
 • Les quantités peuvent être représentées de façon concrète, imagée et symbolique.
 • Un nombre peut avoir des représentations différentes, mais équivalentes.
 • Les nombres repères sont utiles pour comparer, mettre en relation et estimer des nombres.
 • Notre système de numération est fondé sur des régularités (la valeur de position).
 • La position d'un chiffre à l'intérieur d'un nombre détermine la quantité que ce nombre représente.
 • La classification des nombres fournit des renseignements sur leurs caractéristiques.

L'élève
 • démontre une compréhension de la relation entre les fractions et les nombres décimaux finis ou périodiques;
 • a recours à une régularité pour représenter un nombre rationnel sous différentes formes.

Je remarque une régularité croissante! Quand la fraction augmente d'un huitième, le nombre décimal augmente de cent vingt-cinq millièmes.

| Fraction | 1/8 | 2/8 | 3/8 | 4/8 ou 1/2 | 5/8 | 6/8 ou 3/4 | 7/8 | 8/8 ou 1 |
|----------------|-------|-------|-------|------------|-------|------------|-------|----------|
| Nombre décimal | 0,125 | 0,250 | 0,375 | 0,500 | 0,625 | 0,750 | 0,875 | 1 |

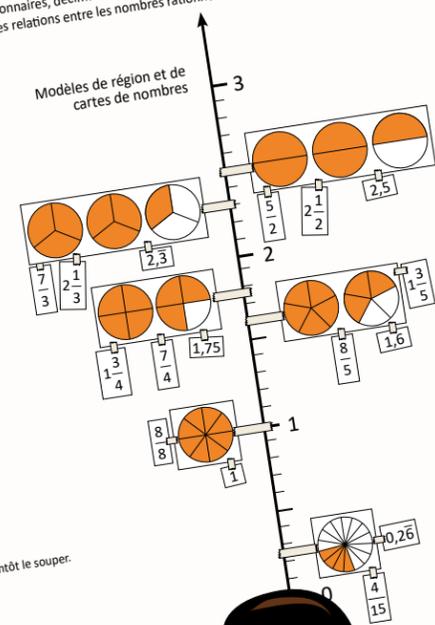
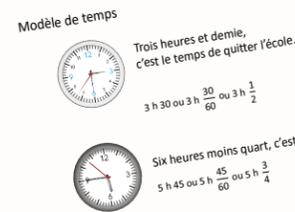
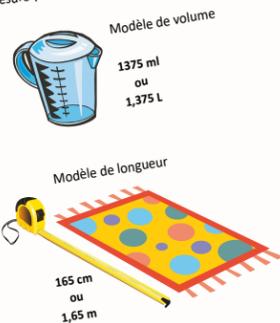
| Fraction | 1/11 | 2/11 | 3/11 | 4/11 | ... |
|----------------|------|------|------|------|-----|
| Nombre décimal | 0,09 | 0,18 | 0,27 | ? | |

augmente de 0,09
+0,09

Je remarque une régularité croissante.
 • Quand la fraction augmente, le nombre décimal périodique augmente de 0,09.
 • 4/11 serait équivalent à 0,27 plus 0,09.

L'enseignant

• utilise des modèles tels que des tableaux de nombres, des variétés de droites numériques (points de repère tels que 0 et 1 ou 0 et 5), des grilles ou des disques de multiples de 10, des cartes de nombres (fractionnaires, décimaux finis et périodiques, entiers), des modèles de région, de mesure (longueur et volume) ou d'ensemble pour représenter les relations entre les nombres rationnels et faciliter leur comparaison.



• utilise la résolution de problèmes ou l'enquête pour
 a. amener l'élève à :
 i. trier et comparer des nombres rationnels et des nombres entiers;
 ii. faire des liens entre les fractions et les nombres décimaux finis ou périodiques;
 iii. utiliser des points de repère, la valeur de position et l'équivalence pour comparer des nombres fractionnaires, des nombres décimaux et des entiers;
 iv. communiquer son raisonnement de multiples façons;
 v. démontrer une compréhension des rapports et des pourcentages;
 b. offrir à l'élève la possibilité d'observer, de s'interroger et d'appliquer ses connaissances sur les relations entre les nombres rationnels;
 c. observer le raisonnement de l'élève et sa flexibilité avec les nombres rationnels.

Le nombre



Les régularités
et les relations

La forme et l'espace

La statistique
et la probabilité



Données de catalogage avant publication – Éducation Manitoba

Carte de route des apprentissages mathématiques, 7^e année

Comprend des références bibliographiques.
ISBN 978-0-7711-7156-7 (PDF)
ISBN 978-0-7711-7154-3 (version imprimée)

1. Mathématiques – Étude et enseignement – Manitoba.
 2. Mathématiques – Étude et enseignement (Élémentaire) – Manitoba.
 3. Mathématiques – Étude et enseignement (Élémentaire) – Évaluation.
 4. Connaissances en mathématiques – Manitoba – Évaluation.
- I. Manitoba. Éducation Manitoba
372.7

Tous droits réservés © 2024, le gouvernement du Manitoba représenté par le ministre de l'Éducation et de l'Apprentissage de la petite enfance.

Éducation et Apprentissage de la petite enfance Manitoba
Bureau de l'éducation française
Winnipeg (Manitoba) Canada

Tous les efforts ont été faits pour mentionner les sources aux lecteurs et pour respecter *la Loi sur le droit d'auteur*. Dans le cas où il se serait produit des erreurs ou des omissions, prière d'en aviser Éducation Manitoba pour qu'elles soient rectifiées dans une édition future. Nous remercions sincèrement les auteurs, les artistes et les éditeurs de nous avoir autorisés à adapter ou à reproduire leurs originaux.

Les illustrations ou photographies dans ce document sont protégées par la *Loi sur le droit d'auteur* et ne doivent pas être extraites ou reproduites pour aucune raison autre que pour les intentions pédagogiques explicitées dans ce document.

Les sites Web mentionnés dans ce document pourraient faire l'objet de changement sans préavis. Les enseignants devraient vérifier et évaluer les sites Web et les ressources en ligne avant de les recommander aux élèves.

La version électronique de ce document est affichée sur le site Web du ministère de l'Éducation du Manitoba au https://www.edu.gov.mb.ca/m12/frpub/ped/ma/carte_route/index.html.

Veuillez noter que le Ministère pourrait apporter des changements à la version en ligne.

Le Ministère s'est engagé à rendre ses publications aussi accessibles que possible. Toutefois, certaines parties du présent document ne sont pas accessibles.

Dans le présent document, le genre masculin appliqué aux personnes est employé sans aucune discrimination et uniquement dans le but d'alléger le texte.

7^e ANNÉE EN ROUTE VERS LA 8^e ANNÉE

Connaissance et compréhension
La construction de nouvelles connaissances

APPRENTISSAGE PAR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

Le nombre

L'élève

- démontre une compréhension de l'addition et de la soustraction de fractions positives et de nombres fractionnaires positifs, avec ou sans dénominateurs communs, de façon concrète, imagée et symbolique; (se limiter aux sommes et aux différences positives);
- modélise l'addition et la soustraction de fractions positives ou de nombres fractionnaires positifs ayant des dénominateurs communs ou des dénominateurs différents (voir Progression de la complexité de l'addition et de la soustraction de fractions positives et de nombres fractionnaires positifs, p. 10);
- résout des problèmes comportant l'addition ou la soustraction de fractions positives ou de nombres fractionnaires positifs et vérifie la vraisemblance de la solution.

Supposons que notre situation est la suivante. On a une boîte de palettes de chocolat identiques et j'ai mangé cinq huitièmes d'une des palettes et, toi, tu as mangé trois quarts d'une autre palette. Combien de palettes de chocolat avons-nous mangées en tout?

On sait que :

- on a mangé plus que 1 palette, mais moins que 2;
- pour additionner $\frac{5}{8}$ et $\frac{3}{4}$ on doit trouver un dénominateur commun ou le PPCM de 4 et 8;
- 8 est le PPCM de ces deux nombres, donc le dénominateur commun est 8.

Utilisons les images des blocs musicaux et des déci blocs pour représenter une palette de chocolat puisque le trapèze noir peut être divisé en huit triangles.

Je vais utiliser cinq triangles pour représenter les cinq huitièmes que j'ai mangés.

Moi, je vais utiliser six triangles parce que je sais que deux triangles représentent un quart du trapèze noir et que six triangles représentent trois quarts.

Déplaçons les triangles d'une palette à l'autre pour représenter ce que nous avons mangé en tout. On peut voir qu'on a mangé onze morceaux de chocolat ou une palette et trois huitièmes d'une autre.

Selon notre estimation, notre réponse est vraisemblable. Il nous reste cinq morceaux ou cinq huitièmes d'une palette de chocolat à partager entre nous.

Pour que ce soit équitable, tu pourrais manger deux cinquièmes de ce qui reste et moi trois cinquièmes.

Essayons de trouver deux fractions ayant des dénominateurs différents, qui ne sont pas équivalentes, et dont la somme est moins que trois quarts.

Chacune des fractions doit être plus petite que trois quarts. Si l'une des fractions est un quart, la deuxième fraction doit être plus petite que deux quarts ou l'autre doit être plus petite que deux huitièmes parce que deux huitièmes est équivalent à un quart.

Si on augmentait le dénominateur, les segments deviendraient plus petits. Essayons de découper la droite en segment d'un huitième. Si la première fraction demeure un quart, la deuxième fraction doit être plus petite que quatre huitièmes. Elle pourrait être un huitième ou trois huitièmes, mais elle ne peut pas être deux huitièmes parce que deux huitièmes est équivalent à un quart.

Il y a $\frac{1}{2}$ L de jus dans le frigo de Julie et Pierre. Ils doivent s'assurer d'en avoir au moins $\frac{1}{2}$ L pour un brunch. Combien de jus peuvent-ils boire et encore en avoir suffisamment pour le brunch?

On doit soustraire un et trois quarts de trois et un demi. On pourrait utiliser des grilles pour représenter la soustraction.

Divisons chacune des grilles en quatre de façon plus facilement enlever un et trois quarts.

Pour représenter les litres, utilisons des grilles divisées en deux de façon horizontale et des cases en rouge pour représenter les litres.

Mettons des X sur les cases qui représentent les litres à garder pour le brunch.

On pourrait résoudre symboliquement d'une différente façon.

Je me demande combien de réponses possibles nous aurions obtenues si nous avions utilisé des neuvièmes.

Il est essentiel d'inviter l'élève à déterminer et à préciser lui-même le rationnel de chacune des règles utilisées pour effectuer des opérations sur les fractions. L'élève à qui on a fourni les règles et à qui on a demandé de les appliquer de façon aléatoire, Par contre, l'élève qui a la compréhension conceptuelle des opérations sur les fractions sera en mesure de porter un regard métacognitif sur son raisonnement et de déterminer des règles qui vont au-delà des règles conventionnelles.

Avant d'inviter l'élève à effectuer des opérations sur les fractions, il est essentiel qu'il ait une compréhension solide des concepts liés aux fractions et aux opérations. Afin de s'en assurer, l'enseignant se pose les questions suivantes :

L'élève peut-il appliquer les concepts suivants :

- plus petit commun multiple (PPCM);
- fractions équivalentes?

L'élève comprend-il les divers sens des fractions :

- région (aire ou surface);
- ensemble (collection);
- mesure (longueur et volume);
- division;
- rapport partie-à-tout?

À noter : toutes les fractions sont des rapports, mais tous les rapports ne sont pas des fractions.

L'élève peut-il expliquer son raisonnement lorsqu'il affirme que :

- deux fractions dont les dénominateurs sont

Le texte précise les limites de la grandeur des nombres avec lesquels l'élève va effectuer des opérations.

En lien avec les 3 catégories du bulletin scolaire du Manitoba.

Le texte en vert précise l'intention de l'évaluation.

APERÇU DE L'ÉVALUATION DES APPRENTISSAGES

Profils de rendement scolaire en mathématiques du bulletin scolaire du Manitoba : <https://www.edu.gov.mb.ca/m12/eval/>

RÉSOLUTION DE PROBLÈMES (RP)

7.N.5. Démontrer une compréhension de l'addition et de la soustraction de fractions positives et de nombres fractionnaires positifs, avec ou sans dénominateurs communs, de façon concrète, imagée et symbolique (se limiter aux sommes et aux différences positives). [C, CE, L, R, RP, V]

CE QU'ON ÉVALUE

L'élève peut-il :

- appliquer ses connaissances de l'addition et de la soustraction de nombres fractionnaires positifs à un problème;
- initier une stratégie pour résoudre un problème, faire des liens entre ses connaissances antérieures avec efficacité et souplesse;
- fournir des explications claires et précises de son raisonnement et recourir à un vocabulaire mathématique approprié.

LA QUESTION

Explique comment tu effectuerais les opérations de soustraction de fractions positives et de nombres fractionnaires positifs.

CALCUL MENTAL ET ESTIMATION (CE)

Profils de rendement scolaire en mathématiques du bulletin scolaire du Manitoba : https://www.edu.gov.mb.ca/m12/eval/bulletin_scolaire/notation/docs/math_cal_est.pdf

7.N.5. Démontrer une compréhension de l'addition et de la soustraction de fractions positives et de nombres fractionnaires positifs, avec ou sans dénominateurs communs, de façon concrète, imagée et symbolique (se limiter aux sommes et aux différences positives). [C, CE, L, R, RP, V]

CE QU'ON ÉVALUE

L'élève peut-il :

- communiquer et appliquer des stratégies de calcul mental et d'estimation avec souplesse pour déterminer mentalement et valider la somme et la différence de deux nombres fractionnaires dont les dénominateurs sont différents;
- expliquer et justifier les stratégies de calcul mental et d'estimation utilisées en ayant recours à un vocabulaire mathématique clair et précis;
- établir des liens entre ses connaissances de calcul mental et sa compréhension des propriétés et des relations entre les nombres fractionnaires;
- évaluer l'efficacité des stratégies de calcul mental et d'estimation utilisées.

LA QUESTION

Évalue les expressions suivantes de façon concrète, imagée et symbolique.

$$\frac{3}{2} + \frac{5}{8}$$

$$\frac{3}{2} - \frac{5}{8}$$

Montre ton travail et assure-toi de communiquer ton raisonnement en expliquant chacune des étapes de façon claire et précise.

CONNAISSANCES ET COMPRÉHENSION (CC)

Profils de rendement scolaire en mathématiques du bulletin scolaire du Manitoba : https://www.edu.gov.mb.ca/m12/eval/bulletin_scolaire/notation/docs/math_conn_comp.pdf

7.N.5. Démontrer une compréhension de l'addition et de la soustraction de fractions positives et de nombres fractionnaires positifs, avec ou sans dénominateurs communs, de façon concrète, imagée et symbolique (se limiter aux sommes et aux différences positives). [C, CE, L, R, RP, V]

CE QU'ON ÉVALUE

L'élève peut-il :

- déterminer la somme et la différence de deux nombres fractionnaires dont les dénominateurs sont différents de façon concrète, imagée et symbolique;
- faire des liens entre les modes de représentation;
- communiquer clairement son raisonnement en utilisant un vocabulaire mathématique précis;
- démontrer une flexibilité et une souplesse dans la façon dont il effectue une addition et une soustraction comprenant des nombres fractionnaires et leur application afin d'effectuer une addition et une soustraction;
- établir des liens entre ses connaissances et ses habiletés mathématiques et leur application.

LA QUESTION

Évalue les expressions suivantes de façon concrète, imagée et symbolique.

$$\frac{3}{2} + \frac{5}{8}$$

$$\frac{3}{2} - \frac{5}{8}$$

Montre ton travail et assure-toi de communiquer ton raisonnement en expliquant chacune des étapes de façon claire et précise.

Le PPCM de 2 et 8 est 8.

Multiples de 2

Multiples de 8

J'ai obtenu 5 réglettes brunes et une réglette blanche, ce qui représente une somme de $\frac{11}{8}$.

J'ai obtenu 3 réglettes brunes et une réglette blanche, ce qui représente une somme de $\frac{7}{8}$.

Pour évaluer $\frac{3}{2} - \frac{5}{8}$ j'ai utilisé la réglette brune pour représenter le tout.

J'ai écarté les réglettes brunes et une réglette blanche, ce qui représente $\frac{11}{8}$.

Pour pouvoir enlever $\frac{5}{8}$ de $\frac{11}{8}$, j'ai écarté une réglette brune pour une réglette blanche et une réglette verte fine.

Puis j'ai enlevé $\frac{5}{8}$ c'est-à-dire une réglette brune et la réglette verte fine.

Il me reste une réglette brune, une réglette verte fine et une réglette verte fine, ce qui représente $\frac{7}{8}$.

J'ai représenté ce qui reste, suite à la soustraction, soit $\frac{7}{8}$.

Ma représentation imagée démontre que $\frac{3}{2} - \frac{5}{8} = \frac{7}{8}$.

qui diffèrent selon les nombres fractionnaires utilisés. Il comprend qu'un



SURVOL DE LA DISCIPLINE

PROGRAMME FRANÇAIS

Le *Programme d'études de mathématiques de la maternelle à la 12^e année, Programme français* propose une pédagogie qui valorise les fonctions de la langue française dans l'apprentissage des mathématiques permettant ainsi aux élèves d'acquérir des compétences langagières et disciplinaires, de s'approprier les nuances propres à la langue, d'être métacognitifs en français, de se divertir et s'épanouir en français et de développer un rapport positif à la langue française. Ce programme d'études conçu pour répondre aux intérêts, habiletés et besoins mêmes des élèves leur permet de réaliser que les mathématiques représentent un moyen de construire leur compréhension du monde et font partie de leur vie quotidienne.

PROGRAMME D'IMMERSION FRANÇAISE

Le *Programme d'études de mathématiques de la maternelle à la 12^e année, Programme d'immersion française* propose une pédagogie qui valorise les fonctions de la langue française en immersion française dans l'apprentissage des mathématiques permettant ainsi aux élèves d'acquérir des compétences langagières et disciplinaires, de s'approprier les nuances propres à la langue française, d'être métacognitifs en français, de se divertir et s'épanouir en français et de développer un rapport positif à la langue française. Ce programme d'études conçu pour répondre aux intérêts, habiletés et besoins mêmes des élèves leur permet de réaliser que les mathématiques représentent un moyen de construire leur compréhension du monde et font partie de leur vie quotidienne.

Les résultats d'apprentissage du programme d'études de mathématiques sont répartis en quatre domaines qui reflètent la nature des mathématiques de la maternelle à la 12^e année, notamment :

- Le nombre;
- Les régularités et les relations;
- La forme et l'espace;
- La statistique (à compter de la 2^e année) et la probabilité (à compter de la 5^e année).

L'étude des mathématiques favorise le développement des compétences globales et sous-tend les apprentissages durables. Elle favorise également le développement de la pensée logique et de compétences en résolution de problèmes et en analyse de données.

Les situations d'apprentissage qui se déroulent en classe de mathématiques découlent d'une approche centrée sur l'apprentissage par la résolution de problèmes qui permet aux élèves de faire des liens entre leur compréhension conceptuelle et les divers processus mathématiques (voir *Les processus mathématiques*, p. VI). L'intégration de ces processus lors des apprentissages amène les élèves à comprendre la nature des mathématiques et à leur donner un sens afin qu'ils puissent les apprendre et les utiliser à l'école et à l'extérieur de l'école tout au long de leur vie.



L'enseignement et l'apprentissage des mathématiques consistent à offrir aux élèves un milieu d'apprentissage qui favorise le succès, le sentiment d'appartenance et la prise de risques tels que manifestés dans la vision Mamàhtawisiwin (Manitoba Ministère de l'Éducation et de l'Apprentissage de la petite enfance, 2022). Ce milieu contribue non seulement au maintien de l'attitude positive des élèves et de leur confiance en soi, mais aussi au développement d'un rapport positif aux mathématiques et à la langue, ce qui leur permet de nourrir leurs modes de pensée, quels qu'ils soient.

LES ÉLÈVES DE LA 7^e ANNÉE VONT DÉMONTRER, PAR L'ENTREMISE DE LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES, UNE COMPRÉHENSION :

- des pourcentages;
- des relations entre les nombres décimaux et les fractions;
- des quatre opérations sur les nombres décimaux ainsi que de l'addition et de la soustraction de fractions, de nombres fractionnaires et de nombres entiers;
- des règles de divisibilité en déterminant pourquoi un nombre est divisible par un nombre en particulier;
- de régularités exprimées oralement ou par écrit et de leurs relations correspondantes;
- des liens qui existent entre une relation, une table de valeurs et un graphique afin de les analyser et d'en tirer des conclusions;
- de la distinction entre une expression et une équation;
- du maintien de l'égalité pour modéliser et résoudre des équations linéaires;
- des attributs d'un cercle, d'un triangle et d'un parallélogramme.
- de la relation entre les différents attributs d'une figure quelconque ainsi que développer et appliquer des formules pour déterminer la mesure de chacun des attributs d'un cercle, d'un triangle et d'un parallélogramme;
- de constructions géométriques;
- de transformations de figures à deux dimensions dans les quatre quadrants du plan cartésien;
- des notions de tendance centrale et de l'étendue ainsi que de l'effet d'une valeur aberrante sur un ensemble de données;
- du diagramme circulaire et de son utilisation;
- des diverses formes sous lesquelles la probabilité théorique et expérimentale d'un événement peut être exprimée (rapport, fraction et pourcentage) et de la notion de l'espace échantillonnal.



La citoyenneté en mathématiques comprend le développement d'une littératie mathématique permettant l'application d'idées et de concepts mathématiques dans divers contextes de la vie quotidienne, éveillant ainsi la curiosité des élèves en ce qui concerne leur rôle de citoyens capables de contribuer activement à la société, de réfléchir de manière critique sur le monde, de prendre des décisions éclairées et de générer des solutions à un enjeu en tenant compte de diverses perspectives.

- Les élèves utilisent les mathématiques comme moyen pour développer leur compréhension d'un éventail d'enjeux sociaux, culturels, économiques et politiques et pour nourrir leur réflexion sur ces enjeux.
- Les élèves mobilisent leurs connaissances et habiletés mathématiques pour analyser et comprendre des enjeux liés à la discrimination, à l'équité et aux droits de la personne en menant des enquêtes ou en proposant des solutions à une variété de problèmes ou situations mathématiques portant sur ces enjeux.
- Les élèves mobilisent leurs connaissances et habiletés mathématiques pour explorer, analyser et comprendre l'impact de l'interdépendance de soi, des autres et du monde naturel en menant des enquêtes ou en proposant des solutions à une variété de problèmes et situations mathématiques portant sur cet enjeu.
- Les élèves démontrent de l'intérêt envers les différentes façons d'aborder les mathématiques, les différents points de vue, les expériences et les visions du monde des autres personnes pour mieux comprendre et résoudre des problèmes et des situations mathématiques.
- Les élèves font preuve d'empathie envers les idées qui sont différentes des leurs et les solutions à un problème ou une situation mathématique proposée par les autres.
- Les élèves interagissent et apprennent avec les autres en personne ou en ligne de manière sécuritaire, respectueuse et inclusive en accueillant et valorisant divers points de vue et en tenant compte d'un éventail d'idées et de perspectives lorsqu'ils contribuent à des échanges mathématiques.
- Les élèves réalisent que leurs connaissances et habiletés mathématiques serviront non seulement à améliorer leur qualité de vie, mais aussi à améliorer celle des autres.
- Les élèves s'engagent dans des enquêtes mathématiques significatives, individuellement ou de façon collaborative, au cours desquelles ils posent ou se posent des questions pour arriver à solutions équitables et prendre des décisions éthiques.
- Les élèves apprécient comment les mathématiques peuvent être utilisées pour prendre et justifier des décisions éthiques qui conduisent à des actions responsables et durables qui les concernent eux-mêmes, leur communauté et le monde.



La collaboration en mathématiques comprend l'adhérence à une culture d'échanges d'idées et de points de vue chez les élèves afin de s'améliorer à la fois collectivement et individuellement et d'apprendre des autres et avec les autres pour développer et appliquer de nouvelles idées en mathématiques.

- Les élèves collaborent avec les autres, valorisent divers points de vue et tiennent compte d'un éventail d'idées et de perspectives lorsqu'ils contribuent à des échanges mathématiques.
- Les élèves participent activement et pleinement à l'apprentissage en échangeant des réflexions et des stratégies avec d'autres pour valider ou approfondir leur compréhension des idées mathématiques et expriment respectueusement leurs opinions, idées et conjectures.
- Les élèves valorisent les contributions des autres donnant ainsi la place à une différence de point de vue qui alimentera les échanges mathématiques.
- Les élèves adoptent une attitude d'écoute active, se posent des questions par rapport à leur schème de pensée mathématique et posent des questions aux autres pour approfondir leur compréhension des concepts et idées mathématiques et celle des autres.
- Les élèves démontrent une volonté de faire des compromis et de changer d'avis face à des arguments convaincants lors d'échanges mathématiques.
- Les élèves coconstruisent leur compréhension des concepts et idées mathématiques avec les autres afin de leur donner un sens.
- Les élèves soutiennent les autres et assument la responsabilité de leurs rôles tout au long du processus d'apprentissage et dans l'exécution de tâches mathématiques.



La connaissance de soi en mathématiques comprend la croyance des élèves en leur capacité à aborder et accomplir des tâches, à résoudre des problèmes et des situations mathématiques et à persévérer devant les défis auxquels ils font face en mathématiques. Elle comprend aussi la capacité des élèves à s'engager de façon positive dans des pratiques réflexives sur leurs apprentissages afin de se fixer des buts pour s'améliorer.

- Les élèves croient en leur capacité à apprendre et à comprendre le monde des mathématiques et son impact sur leur quotidien.
- Les élèves reconnaissent les éléments qui façonnent leur identité comme apprenant des mathématiques et se considèrent comme des mathématiciens.
- Les élèves s'accordent le temps dont ils ont besoin et mettent en œuvre des stratégies qui favorisent une mentalité de croissance afin de développer une relation positive avec les mathématiques.
- Les élèves envisagent la réflexion sur leurs propres décisions, les efforts qu'ils déploient, les expériences qu'ils vivent et les rétroactions des autres comme une opportunité d'apprentissage leur permettant de s'améliorer en mathématiques.
- Les élèves réfléchissent à leur apprentissage des mathématiques pour se fixer des buts et prendre des décisions éclairées qui ont un impact sur leur bien-être.
- Les élèves croient que leur capacité d'apprendre, leurs talents et leurs habiletés en mathématiques continueront de s'améliorer tout au long de la vie grâce à leur travail acharné, leur persévérance et leurs efforts.
- Les élèves sont prêts à prendre des risques, à demander de l'aide et à persévérer malgré les obstacles.
- Les élèves démontrent la capacité d'apporter des changements et de s'adapter à de nouveaux contextes mathématiques en sachant qu'ils apprendront de leurs erreurs et qu'ils pourront s'appuyer sur leurs forces personnelles.
- Les élèves développent leur autonomie, valorisent leur voix, s'engagent à jouer leur rôle pour devenir des élèves de mathématiques tout au long de leur vie.



La pensée créative en mathématiques comprend l'adoption d'un mode de pensée flexible, la curiosité, la prise de risques et l'établissement de liens avec les connaissances antérieures chez les élèves afin d'arriver à des solutions novatrices à divers problèmes et situations mathématiques en les envisageant sous un nouvel angle ou en formulant de nouvelles hypothèses.

- Les élèves adhèrent à un environnement d'apprentissage qui se déroule dans un climat de confiance et de respect, qui les encourage à faire des choix, à prendre des risques, à avoir une pensée flexible, leur permettant ainsi de prendre des décisions et de passer à l'action.
- Les élèves s'interrogent, posent des questions et contemplant différentes idées et concepts mathématiques.
- Les élèves résolvent des problèmes et des situations mathématiques en utilisant différentes façons d'arriver à des solutions novatrices.
- Les élèves enrichissent et peaufinent leur raisonnement en considérant les idées des autres.
- Les élèves formulent, ajustent et peaufinent leurs plans pour résoudre des problèmes et situations mathématiques en les envisageant sous un nouvel angle.
- Les élèves valident et adaptent leurs plans, leurs idées, leurs stratégies ou leurs solutions pour résoudre des problèmes et situations mathématiques tout en persévérant à travers les obstacles afin de s'améliorer.
- Les élèves recherchent et utilisent les rétroactions des autres pour développer et consolider leur compréhension conceptuelle, approfondir leur raisonnement et réfléchir à leurs démarches de résolution de problèmes et de situations mathématiques.



La communication en mathématiques comprend la capacité des élèves à échanger leurs idées, leur raisonnement et leurs solutions mathématiques de diverses façons notamment, de façon orale, écrite, concrète, imagée et symbolique dans divers contextes. Elle permet aux élèves de clarifier et de valider leurs idées et leur raisonnement, ainsi que de remettre en question leurs attitudes et leurs croyances à l'égard des mathématiques.

- Les élèves expriment leurs idées mathématiques et leurs émotions à l'égard des mathématiques en tenant compte des indices non verbaux de leur interlocuteur et en ajustant leur propos selon le contexte.
- Les élèves présentent leurs idées mathématiques de façon visuelles, orales, écrites, graphiques ou symboliques en tenant compte des conventions liées au mode de communication utilisé, de leurs interlocuteurs et des types de contextes de communication tout en s'assurant d'utiliser un langage mathématique clair et précis.
- Les élèves comprennent comment leurs paroles et leurs actions façonnent leur identité en tant qu'apprenant de mathématiques et leurs relations avec les autres.
- Les élèves sont à l'affût d'indices oraux, non verbaux ou visuels leur permettant d'améliorer leur compréhension de la terminologie, des propos des autres, des idées présentées et de diverses solutions à des problèmes et des situations mathématiques lors des échanges.
- Les élèves cherchent à comprendre les différents points de vue et les différentes solutions à un problème ou une situation mathématique en observant, en adoptant une attitude d'écoute active et en posant des questions de clarification créant ainsi qu'une culture de communication mutuelle.
- Les élèves reconnaissent et acceptent que leur façon d'apprendre et de représenter leur compréhension peut être différente de celles des autres.
- Les élèves donnent un sens aux idées, aux problèmes et aux situations mathématiques et en approfondissent leur compréhension en faisant des liens entre leur propre langage, la terminologie mathématique et les conventions mathématiques.
- Les élèves contribuent aux échanges mathématiques et expriment leurs pensées et leurs émotions à propos d'idées mathématiques d'une manière positive et respectueuse tant en personne qu'en ligne.
- Les élèves défendent leur point de vue et leur raisonnement mathématique tout en acceptant ceux des autres de manière constructive et responsable et comprennent comment ces échanges profitent autant à eux qu'aux autres membres de leur communauté d'apprentissage.



La pensée critique en mathématiques comprend la capacité de comparer, d'évaluer, de critiquer, de justifier, de mettre à l'épreuve et de valider des idées, des représentations, des plans ou des solutions en utilisant des arguments logiques, des critères et des preuves. Elle requiert une métacognition chez les élèves leur permettant de résoudre des problèmes et situations mathématiques, de communiquer leur raisonnement de façon efficace et de prendre des décisions éthiques.

- Les élèves recherchent et utilisent une variété d'idées et d'informations et y réfléchissent de façon stratégique, efficace et efficace pour prendre des décisions et faire des choix.
- Les élèves évaluent leurs idées et celles des autres et les diverses solutions possibles en tenant compte de diverses perspectives, de biais, de même que de la validité et de la pertinence de l'information à l'appui.
- Les élèves utilisent le raisonnement inductif pour explorer et noter des résultats, pour analyser des idées, des problèmes et situations mathématiques, pour faire des observations et des généralisations à partir de régularités et pour mettre ces généralisations à l'épreuve en se basant sur des critères et des preuves.
- Les élèves reconnaissent que certaines croyances en mathématiques influencent la façon dont ils se perçoivent en tant qu'élèves de mathématiques.
- Les élèves font preuve d'une volonté de reconsidérer leurs façons de penser et de considérer des points de vue autres que les leurs au sujet d'idées, de problèmes ou de situations mathématiques.
- Les élèves posent des questions de clarification pertinentes pour approfondir leur compréhension des idées, des concepts, des problèmes et des situations mathématiques.
- Les élèves portent des jugements basés sur des critères réfléchis leur permettant ainsi de prendre des décisions, résoudre des problèmes et des situations mathématiques et de poser des gestes de façon éclairée.
- Les élèves utilisent un raisonnement déductif pour résoudre des problèmes ou des situations mathématiques, en tirant de nouvelles conclusions basées sur ce qui est déjà connu ou tenu pour vrai et prendre des décisions éthiques.

LES PROCESSUS MATHÉMATIQUES

Les sept processus mathématiques jouent un rôle crucial dans l'apprentissage, la compréhension et les applications des concepts mathématiques. Ces processus permettent aux élèves de reformuler, d'organiser, de travailler en réseau et de se créer des images mentales pour mieux donner un sens à l'apprentissage et à l'application des concepts mathématiques. Ils s'incorporent à l'enseignement et à l'apprentissage des mathématiques; ce sont les véhicules par lesquels les concepts mathématiques se construisent. Les descriptions ci-dessous présentent un résumé de chacun des processus. Pour plus de détails, veuillez consulter le programme d'études.

CALCUL MENTAL ET ESTIMATION [CE]

Le calcul mental et l'estimation sont une combinaison de stratégies cognitives qui renforcent la flexibilité de la pensée et le sens du nombre. Le calcul mental est un exercice qui se fait dans l'absence d'aide-mémoire externes. Il s'appuie sur un certain nombre de stratégies de calcul et de connaissances acquises. Il requiert de l'élève une flexibilité avec les nombres et les opérations.

L'estimation comprend diverses stratégies utilisées pour déterminer des valeurs ou des quantités approximatives en se basant habituellement sur des points de repère ou des référents. Elle permet de vérifier le caractère raisonnable ou la plausibilité des résultats de calculs. L'estimation est courante dans la vie quotidienne. Elle requiert de l'élève de savoir quand et comment procéder à des estimations et quelles stratégies utiliser.

COMMUNICATION [C]

La communication joue un rôle important dans la clarification, l'approfondissement et la rectification d'idées, d'attitudes et de croyances relatives aux mathématiques. L'élève communique des idées mathématiques de façon concrète, imagée et symbolique, à l'oral ou à l'écrit dans des contextes variés au quotidien en faisant preuve d'écoute active et respectueuse envers tout un chacun. Une communication efficace a lieu lorsque l'élève se retrouve dans un milieu sécuritaire, inclusif et accueillant où tous se sentent à l'aise de prendre des risques pour exprimer leur schème de pensée et réagir à celui des autres.

Cette communication requiert de l'élève d'utiliser la terminologie ou des symboles mathématiques tout en respectant les conventions mathématiques. Pour ce faire, l'élève doit avoir des occasions de lire et d'écrire au sujet de concepts mathématiques, d'en représenter, d'en voir, d'en entendre parler et d'en discuter. Ceci lui permet de réfléchir ainsi que de valider et clarifier sa pensée.

LIENS [L]

Le processus d'établissement de liens notamment, entre des domaines et des concepts mathématiques, entre les mathématiques et des situations de la vie quotidienne et d'autres disciplines; ou entre les différentes représentations concrètes, imagées et symboliques permettent à l'élève non seulement de comprendre les mathématiques, mais de commencer à croire que les mathématiques sont utiles et pertinentes et qu'elles font partie du monde qui l'entoure.

Cet établissement de liens requiert de l'élève de s'interroger, de raisonner, d'établir des liens entre ses connaissances antérieures et ses nouvelles connaissances. Pour ce faire, l'élève doit avoir l'occasion de vivre des expériences qui lui permettent d'établir ces liens de façon explicite.

RÉSOLUTION DE PROBLÈMES [RP]

La résolution de problèmes, élément essentiel de l'apprentissage en mathématiques, est un outil pédagogique puissant qui encourage l'élaboration de solutions créatives et novatrices. Elle permet à l'élève d'acquérir et d'approfondir sa compréhension des concepts et des procédures de même qu'établir des liens entre les domaines, les concepts, les disciplines ainsi qu'entre les mathématiques et des situations de la vie quotidienne.

Lorsqu'on a donné à l'élève des façons de résoudre un problème, ce n'est plus d'un problème qu'il s'agit, mais d'un exercice. Un vrai problème exige que l'élève utilise ses connaissances et ses habiletés dans le but d'améliorer son raisonnement mathématique et de développer sa compréhension des concepts tout en explorant diverses stratégies qui lui permettent d'arriver à une ou plusieurs solutions.

En collaborant et échangeant avec ses pairs, l'élève est appelé à valider son processus de résolution de problèmes et à explorer diverses solutions possibles. Un milieu dans lequel l'élève se sent à l'aise d'essayer différentes stratégies contribue au développement de sa confiance en soi et l'encourage à prendre des risques et à prendre plaisir à faire des mathématiques, c'est-à-dire de se percevoir comme mathématicien ou mathématicienne.

TECHNOLOGIE [T]

La technologie peut contribuer à l'apprentissage d'une gamme étendue de résultats d'apprentissage et permettre à l'élève d'explorer et de créer des régularités, d'étudier des relations, de tester des conjectures et de résoudre des problèmes. Elle a le potentiel d'enrichir l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques à l'aide d'une gamme d'outils notamment, des calculatrices, des ordinateurs et des dispositifs mobiles qui donne accès, entre autres, à des applications, des logiciels statistiques, des logiciels de géométrie, des simulateurs de situations mathématiques, des vidéos et à la technologie des communications. La technologie peut permettre à l'élève d'approfondir sa compréhension des concepts et de communiquer sa pensée et ses apprentissages.

L'utilisation de la technologie peut améliorer, mais ne doit pas remplacer, la compréhension conceptuelle, la pensée procédurale et la résolution de problèmes. La capacité de représenter des situations de façon concrète, imagée et symbolique ainsi que d'effectuer des calculs mentaux est un aspect important de l'apprentissage des mathématiques. L'élève est appelé à déterminer, dans quel contexte utiliser la technologie et laquelle serait la plus appropriée pour effectuer une tâche mathématique, étudier des concepts mathématiques ou résoudre des problèmes.

RAISONNEMENT [R]

Le raisonnement mathématique aide l'élève à penser de façon logique et à saisir le sens des mathématiques en développant ses capacités de raisonnement dans les divers domaines mathématiques. Il repose sur la capacité de formuler des conjectures ou hypothèses et de les valider en faisant appel notamment à la compréhension de concepts, de propriétés et de conventions mathématiques pour résoudre des problèmes.

L'élève, faisant face à une situation problème, est appelé à développer de la confiance dans ses habiletés à raisonner et à communiquer son raisonnement mathématique. Lors de ce processus, il importe de lui poser des questions qui l'incitent à mettre à profit ses connaissances pour expliquer et justifier son raisonnement.

VISUALISATION [V]

La visualisation « met en jeu la capacité de penser en images, de percevoir, de transformer et de recréer différents aspects du monde visuel et spatial » [traduction libre] (Armstrong, 1993, p. 10). Le recours à la visualisation ou représentation visuelle dans l'étude des mathématiques facilite la compréhension de concepts et l'établissement de liens entre eux.

Bien qu'il soit possible de représenter une situation ou un concept mathématique de différentes façons, à l'aide de matériel de manipulation, de modèles ou de supports technologiques, l'élève doit être en mesure de déterminer les formes de représentations visuelles qui conviennent davantage à certaines situations ou certains concepts. Ces représentations permettent à l'élève de se créer des images mentales, de les verbaliser ou de les modéliser afin de rendre sa pensée et son raisonnement visibles.

La visualisation est essentielle à la résolution de problèmes en permettant à l'élève de se créer une image mentale de la situation et de représenter le problème ou communiquer sa solution en utilisant divers moyens tels que des schémas, des graphiques, des tableaux, des nombres, des mots et des symboles.

En collaborant et échangeant avec ses pairs, l'élève est mieux en mesure de valider ses représentations et de les peaufiner au besoin lors de la résolution de problèmes.

Ressources pour guider la planification pédagogique

**DOCUMENTS ESSENTIELS
DU MANITOBA**

- *Cadre des résultats d'apprentissage, 2013*
- *Survot des programmes d'études : mathématiques, 7^e année*
- *Survot à travers les années : mathématiques*
- *Profils de rendement scolaire en mathématiques*
- *Évaluation des compétences de base*

AUTRES DOCUMENTS SUGGÉRÉS

- *Chenelière Mathématiques 7*, Édition PONC (Garneau et al.)
- PRIME (Small)
- *À pas de géant, 5/6 et 7/8* (Small)
- *Réduction des écarts de rendement, 6^e année* (Small)
- *Netmath* (Scolab)

**LISTE PARTIELLE DE MATÉRIEL
DE MANIPULATION**

- Balance
- Blocs de base 10
- Blocs mosaïques
- Carreaux ou tuiles algébriques
- Carreaux, tuiles ou jetons de couleur
- Cercles de pourcentage et de degrés
- Cubes emboîtables
- Ensemble d'anneaux à mesurer
- Ensemble de bandes, de carrés et de cercles fractionnaires
- Ensemble de pièces de monnaie et de billets
- Ensemble de polygones
- Géoplan
- Mira
- Réglettes Cuisenaire
- Thermomètre
- Variété de collections, de dés et de roulettes
- Trousse géométrique (règle, équerre, rapporteur d'angles, compas)

**LISTE PARTIELLE DE MODÈLES**

- Arrangement rectangulaire
- Base dix
- Cartes de nombres (fractionnaires, décimaux finis et périodiques, entiers)
- Modèle d'équilibre
- Modèles de classement (Venn, Carroll, diagramme en arbre, etc.)
- Modèles de région, de mesure (surface, longueur, volume) et d'ensemble
- Plan cartésien
- Table de valeur
- Variété de droites numériques (horizontale et verticale, ouverte et fermée, divers points de repère)

UN CLIMAT DE CLASSE FAVORISANT UNE MENTALITÉ DE CROISSANCE ET LE BIEN-ÊTRE EN MATHÉMATIQUES**LA CRÉATION D'UNE COMMUNAUTÉ D'APPRENANTS EN MATHÉMATIQUES**

Les élèves et les enseignants travaillent ensemble pour entretenir des relations et co-crée un milieu scolaire, en classe ou en ligne, pour soutenir l'apprentissage des mathématiques. Lors de la création d'une communauté d'apprenants en classe ou en ligne, le bien-être de chaque apprenant est entretenu en :

- créant un sentiment de sécurité et d'appartenance;
- favorisant la réflexion et l'autoréflexion;
- offrant aux élèves des occasions de développer leur confiance en soi et leur efficacité personnelle;
- développant leur autonomie;
- valorisant leur voix et la prise de risque;

afin que chacun se perçoive comme un apprenant à vie.

Pour créer un environnement d'apprentissage efficace, il importe que l'enseignant soit convaincu que tous les élèves ont la capacité de vivre des succès en mathématiques. Pour favoriser cet apprentissage, un enseignant efficace orchestre sa planification pédagogique, son instruction, les besoins individuels et de la classe dans le but d'amener chaque élève à se sentir confiant et compétent en mathématiques en :

- amenant l'élève à croire en sa capacité d'apprendre et de comprendre le monde des mathématiques;
- créant un environnement riche en **numératie** qui fait valoir l'importance de la réflexion et de l'exploration en mathématiques aux yeux des élèves plutôt qu'une série de problèmes ou d'exercices à compléter dans un manuel;
- communiquant efficacement les apprentissages visés et les attentes;
- favorisant la communication orale et en facilitant les échanges entre élèves afin de leur permettre de concrétiser leur compréhension, de construire et de vérifier leurs hypothèses et de généraliser leurs idées;
- proposant aux élèves de participer à des tâches signifiantes et motivantes de résolution de problèmes ou à des enquêtes qui tiennent compte de leur zone proximale de développement (besoins et capacités des élèves, défis proposés, moyens pédagogiques mis en place pour favoriser le cheminement des élèves), de leurs connaissances antérieures et de leurs intérêts afin qu'ils prennent conscience du lien entre les mathématiques et leur vie;
- formulant des questions qui amènent les élèves à identifier des régularités, à raisonner, à se construire une compréhension conceptuelle et à faire des liens entre les expériences qu'ils vivent au quotidien et les concepts de mathématiques abordés en classe;
- modélisant et en permettant une variété de représentations et de stratégies de résolution de problèmes afin de démontrer qu'il n'y a pas qu'une seule façon d'arriver à une solution;
- favorisant la prise de risque chez les élèves et en valorisant l'apprentissage par l'entremise des erreurs;
- amenant l'élève à faire des liens entre les concepts mathématiques et à reconnaître ces relations afin de généraliser des règles, des formules, etc.;
- évaluant l'apprentissage de multiples façons afin de mieux connaître ce que l'élève sait et ce qu'il a besoin d'apprendre ou d'approfondir pour guider le processus d'enseignement-apprentissage et orienter les interventions visant à permettre à l'élève de cheminer vers un niveau de rendement supérieur;
- mettant en place un milieu d'apprentissage qui met en évidence le matériel nécessaire à l'exploration des mathématiques, permet d'établir des routines de classe bien définies et favorise les apprentissages, en grand groupe, par petits groupes et individuel, tout en demeurant flexible;
- mettant l'accent sur les processus et l'apprentissage plutôt que sur la performance (les bonnes ou mauvaises réponses), afin de :
 - réduire l'anxiété des élèves envers les mathématiques;
 - les aider à être dans de meilleures dispositions pour apprendre;
 - contribuer au développement de leur confiance en soi;
 - mettre en valeur ce qu'ils savent.

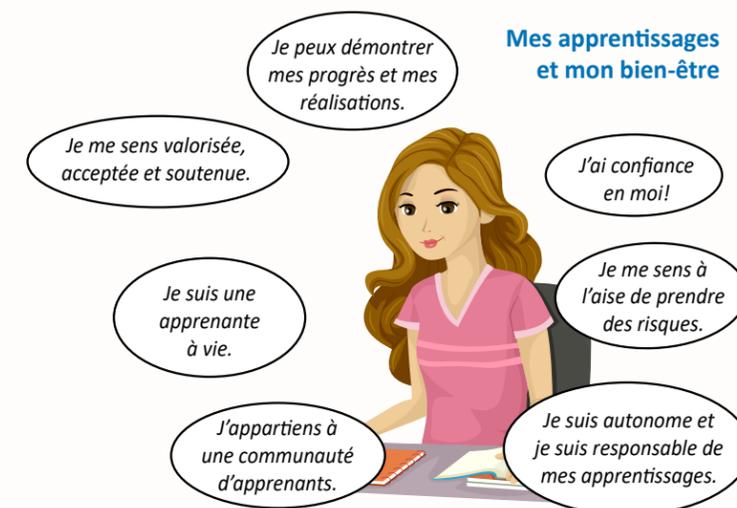
LA MENTALITÉ DE CROISSANCE

Les élèves ayant développé une mentalité de croissance croient qu'ils peuvent développer leurs capacités par l'effort, la persévérance et le travail acharné. Les enseignants qui modélisent activement une mentalité de croissance créent un environnement dans lequel les élèves s'engagent et persévèrent à trouver une variété de stratégies pour résoudre des problèmes. Les élèves qui sont engagés dans le processus de résolution de problèmes sont ouverts à explorer une variété de solutions possibles et deviennent ainsi des preneurs de risques confiants. Lors de la planification de l'enseignement, il est important de se rappeler que l'environnement d'apprentissage sera différent pour chacun et que la flexibilité facilitera l'apprentissage.

Pour en savoir davantage au sujet de la mentalité de croissance, consulter la capsule d'autoformation une mentalité de croissance, s'ouvrir aux possibilités. [Une mentalité de croissance, s'ouvrir aux possibilités - Capsules d'autoformation \(cforp.ca\)](#)

Tout au long de notre vie, la **numératie** est essentielle à tout apprentissage. Elle nous permet de comprendre, d'interpréter, de créer, de communiquer et d'interagir, qu'il s'agisse d'idées, d'autres personnes ou du monde qui nous entoure. C'est un processus complexe et dynamique qui nécessite que l'on s'appuie sur les connaissances, le langage, la culture et les expériences préalables pour acquérir de nouvelles connaissances et approfondir la compréhension. La notion de numératie comprend plus que la lecture et l'écriture de mots, de chiffres et de symboles sur une page, ou l'apprentissage des mathématiques. Elle englobe aussi la capacité de comprendre et d'utiliser le langage, des signes (indices et gestes), des nombres, des symboles et des images pour apprendre, communiquer et créer. Elle fait partie intégrante des expériences d'apprentissage dans toutes les disciplines scolaires, ainsi que des apprentissages et de la vie à l'extérieur de l'école. La numératie fait partie des compétences essentielles dont les adultes ont besoin pour réussir dans le monde du travail ainsi que pour avoir une participation citoyenne active et réfléchie. La numératie est un projet de vie qui évolue au fil du temps, de nos apprentissages, de notre travail et de notre développement.

Adapté de Littératie et numératie au Manitoba



Apprentissage par la résolution de problèmes ou l'enquête
Un des buts visés en mathématiques est de faire progresser l'élève de processus mentaux de base à ceux de niveau élevé. Une façon d'y arriver consiste à transformer les questions fermées en questions qui sont plus ouvertes. Ces questions ouvertes sont essentielles, car elles procurent souvent une véritable fenêtre sur la façon de penser des élèves. Il est parfois utile de présenter aussi des questions de style fermé.

Le nombre

APPRENTISSAGE PAR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

PRIME Connaissances et stratégies, Chapitre 5

L'élève a développé son sens du comptage de la maternelle à la 3^e année.

- Le comptage détermine combien d'éléments se trouvent dans un ensemble.
- Les nombres sont liés les uns aux autres par une variété de relations.
- On peut estimer des quantités à l'aide de référents.

Dorénavant, l'élève continue d'appliquer cette compréhension du comptage avec les nombres qui sont à l'étude.

LES REPRÉSENTATIONS DES NOMBRES RATIONNELS (7.N.4, 7.N.7)

PRIME N5 : C1, C2, C3, C4, C5, H2 et H3

Grandes idées :

- Les quantités peuvent être représentées de façon concrète, imagée et symbolique.
- Un nombre peut avoir des représentations différentes, mais équivalentes.
- Les nombres repères sont utiles pour comparer, mettre en relation et estimer des nombres.
- Notre système de numération est fondé sur des régularités (la valeur de position).
- La position d'un chiffre à l'intérieur d'un nombre détermine la quantité que ce nombre représente.
- La classification des nombres fournit des renseignements sur leurs caractéristiques.

L'élève

- démontre une compréhension de la relation entre les fractions et les nombres décimaux finis ou périodiques;
- a recours à une régularité pour représenter un nombre rationnel sous différentes formes.

Je remarque une régularité croissante! Quand la fraction augmente d'un huitième, le nombre décimal augmente de cent vingt-cinq millièmes.

| Fraction | $\frac{1}{8}$ | $\frac{2}{8}$ | $\frac{3}{8}$ | $\frac{4}{8}$ ou $\frac{1}{2}$ | $\frac{5}{8}$ | $\frac{6}{8}$ ou $\frac{3}{4}$ | $\frac{7}{8}$ | $\frac{8}{8}$ ou 1 |
|----------------|---------------|---------------|---------------|--------------------------------|---------------|--------------------------------|---------------|--------------------|
| Nombre décimal | 0,125 | 0,250 | 0,375 | 0,500 | 0,625 | 0,750 | 0,875 | 1 |

+ $\frac{1}{8}$
+ 0,125

| Fraction | Nombre décimal |
|----------------|-------------------|
| $\frac{1}{11}$ | $0,0\overline{9}$ |
| $\frac{2}{11}$ | $0,1\overline{8}$ |
| $\frac{3}{11}$ | $0,2\overline{7}$ |
| $\frac{4}{11}$ | ? |
| ... | |

augmente de $0,0\overline{9}$
+ $0,0\overline{9}$

• Je remarque une régularité croissante.

• Quand la fraction augmente, $\frac{1}{11}$ le nombre décimal périodique " augmente de $0,0\overline{9}$.

• $\frac{4}{11}$ serait équivalent à $0,2\overline{7}$ plus $0,0\overline{9}$.

$$\begin{array}{r} 0,2\overline{7} \\ + 0,0\overline{9} \\ \hline 0,3\overline{6} \end{array}$$

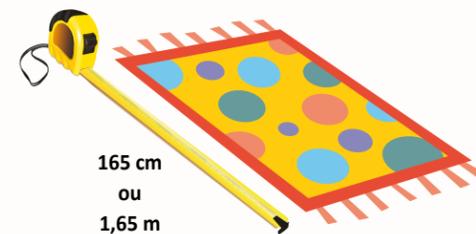
L'enseignant

- utilise des modèles tels que des tableaux de nombres, des variétés de droites numériques (points de repère tels que 0 et 1 ou 0 et 5), des grilles ou des disques de multiples de 10, des cartes de nombres (fractionnaires, décimaux finis et périodiques, entiers), des modèles de région, de mesure (longueur et volume) ou d'ensemble pour représenter les relations entre les nombres rationnels et faciliter leur comparaison.



Modèle de volume

1375 ml
ou
1,375 L



Modèle de longueur

165 cm
ou
1,65 m

Modèle de temps



Trois heures et demie, c'est le temps de quitter l'école.

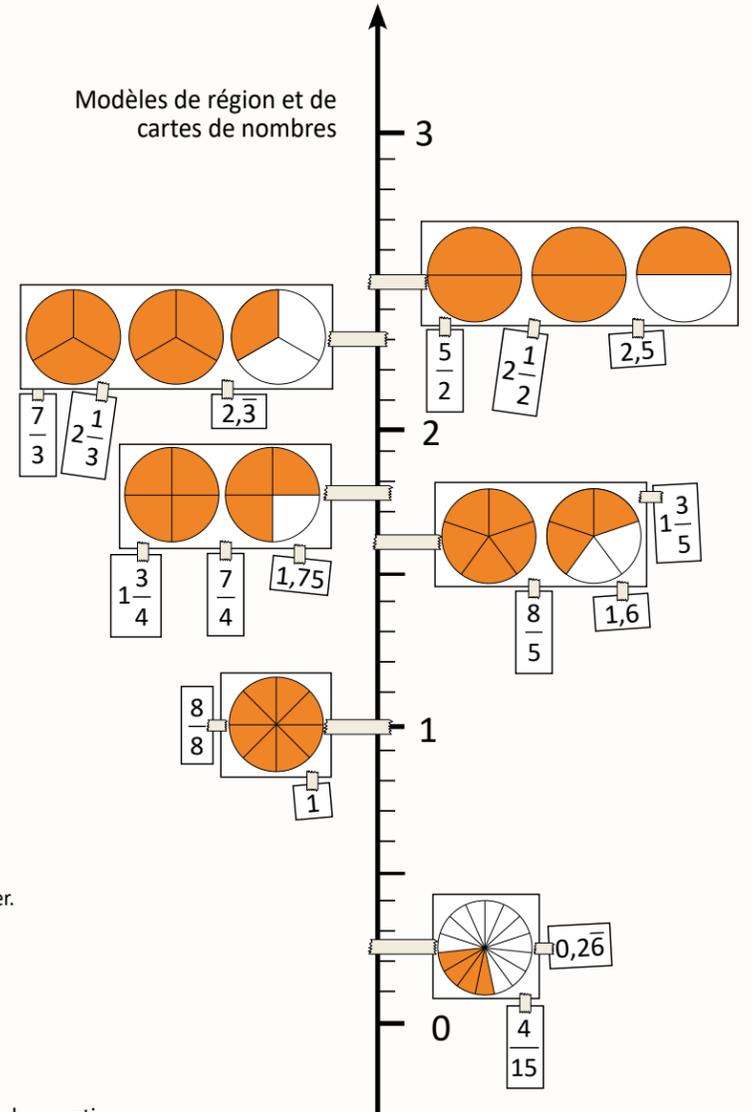
3 h 30 ou 3 h $\frac{30}{60}$ ou 3 h $\frac{1}{2}$



Six heures moins quart, c'est bientôt le souper.

5 h 45 ou 5 h $\frac{45}{60}$ ou 5 h $\frac{3}{4}$

- utilise la résolution de problèmes ou l'enquête pour
 - amener l'élève à :
 - trier et comparer des nombres rationnels et des nombres entiers;
 - faire des liens entre les fractions et les nombres décimaux finis ou périodiques;
 - utiliser des points de repère, la valeur de position et l'équivalence pour comparer et ordonner des nombres fractionnaires, des nombres décimaux et des entiers;
 - communiquer son raisonnement de multiples façons;
 - démontrer une compréhension des rapports et des pourcentages.
 - offrir à l'élève la possibilité d'observer, de s'interroger et d'appliquer ses connaissances des relations entre les nombres rationnels;
 - observer le raisonnement de l'élève et sa flexibilité avec les nombres rationnels afin de fournir de l'étaiyage.



LISTE PARTIELLE DU VOCABULAIRE DE MATHÉMATIQUES AUQUEL L'ÉLÈVE DOIT ÊTRE EXPOSÉ

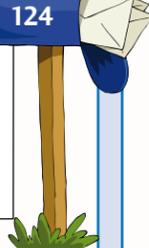
- Comparer, créer, décomposer, décrire, démontrer, déterminer, effectuer, estimer, évaluer, expliquer, exprimer, identifier, modéliser, ordonner, raisonner, représenter, résoudre, vérifier
- Concret, imagé, symbolique
- Stratégies

NOMBRE

- En ordre croissant ou décroissant, utiliser des points de repère, droite numérique horizontale ou verticale
- Équivalent à, est égal à (=), n'est pas égal à (\neq), est inférieur à ou plus petit que (<), est supérieur à ou plus grand que (>), est approximativement égal à ou à peu près égal à (\approx)
- Numéro, chiffre, nombre, nombre écrit symboliquement et en lettres, forme développée
- Nombre naturel, nombre premier, nombre composé (facteurs et multiples d'un nombre)
- Nombre réel :
 - nombre rationnel :
 - nombre fractionnaire, fraction (demi, tiers, quart, cinquième, etc.), fraction impropre, fractions équivalentes, numérateur, dénominateur, commun, parties égales d'un tout, parties d'un ensemble, simplifier une fraction, fraction irréductible, rapport
 - nombre entier, nombre entier négatif (moins 34), nombre entier positif (plus 34), nombres entiers opposés (moins 3 et plus 3), paire nulle (deux nombres opposés dont la somme est égale à zéro)
 - nombre décimal, nombre décimal fini, nombre décimal périodique, période
 - nombre irrationnel, nombre sans période
- Vocabulaire de valeur de position : tranche, virgule décimale ou virgule de cadrage (voir *Tableau de valeur de position*, p. 3)
- Pourcentage, rapport
- Diagramme de Venn, diagramme de Carroll



0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sont des chiffres
4 est un nombre à 1 chiffre
43 est un nombre à 2 chiffres
Sur ma boîte aux lettres, il est écrit le numéro 124, il est composé de 3 chiffres



7^e ANNÉE

Connaissance et compréhension
La construction de nouvelles connaissances

EN ROUTE VERS LA 8^e ANNÉE

Le nombre

Nous avons accumulé cent dollars lors de notre vente de garage. Ma mère a déposé les fonds à la banque et elle aimerait envoyer un transfert électronique du même montant à mes deux frères et à moi. Elle nous demande de calculer le montant qu'elle doit transférer à chacun de nous.

Si nous partageons le cent dollars entre nous, nous aurons trente-trois dollars chacun et il va nous rester un dollar.

Pour partager ce dollar, nous allons devoir l'échanger pour dix pièces de dix cents. Si nous les partageons en trois, nous allons recevoir trois pièces de dix cents chacun et il va nous rester une pièce de dix cents.

Pour partager la pièce de dix cents qui reste, nous pouvons l'échanger pour dix pièces d'un cent. Cela veut dire que nous en aurons trois chacun et qu'il restera une pièce d'un cent.

100 \$ → 33 \$, 33 \$, 33 \$

1 \$ → 30 ¢, 30 ¢, 30 ¢

10 ¢ → 3 ¢, 3 ¢, 3 ¢

Enfin, je constate que nous allons recevoir un transfert électronique de trente-trois dollars et trente-trois cents chacun. Ma mère devra garder la cent en trop parce qu'on ne peut pas la partager entre nous. Je constate aussi que, si nous pouvions le faire il n'y aurait jamais de fin à ce partage, car il y aurait toujours une pièce en trop.

L'élève

- trie des fractions d'un ensemble selon qu'elles sont équivalentes à des nombres décimaux périodiques ou à des nombres décimaux finis;
- exprime une fraction sous forme de nombre décimal fini ou périodique et vice versa.

| Nombres réels | | | | |
|--------------------|-----------------|--------------------------|------------------------------|---------------------------|
| Nombres rationnels | | | | Nombres irrationnels |
| Fractions | Nombres entiers | Nombres décimaux (finis) | Nombres décimaux périodiques | Nombres sans période |
| $\frac{9}{3}$ | 3 | 3 | 3,000... ou 3,0* | |
| $\frac{7}{2}$ | | 3,5 | 3,500... ou 3,50* | |
| $\frac{1}{3}$ | | | 0,33333... ou 0,3̄ | |
| $\frac{1}{11}$ | | | 0,0909... ou 0,09̄ | |
| $\frac{17}{3}$ | | | 5,6666... ou 5,6̄ | |
| $\frac{23}{15}$ | | | 1,533... ou 1,53̄ | |
| | | | | $\sqrt{3} = 1,732\ 05...$ |
| | | | | $\pi = 3,141\ 59$ |

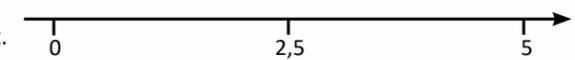
*Une fraction impropre tel que $\frac{9}{3}$ peut s'exprimer sous forme d'un nombre entier, c'est-à-dire 3. Il est à noter que 3 est un nombre entier, mais que le nombre décimal 3,000 ne l'est pas, il indique plutôt une précision de mesure et on dit de lui qu'il est un nombre décimal.

APPRENTISSAGE PAR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

PRIME Connaissances et stratégies, Chapitre 5



- pose des questions ouvertes qui favorisent la réflexion et le dialogue :
 - À l'aide de ces chiffres, crée 3 fractions selon les critères suivants :
 - chacune des fractions doit être équivalente à un nombre décimal périodique;
 - les chiffres de 1 à 9 ne peuvent être utilisés qu'une seule fois.
 Explique ton raisonnement.
 - À l'aide de ces chiffres, crée 3 fractions selon les critères suivants :
 - chacune des fractions doit être équivalente à un nombre décimal fini;
 - les chiffres de 1 à 9 ne peuvent être utilisés qu'une seule fois.
 Explique ton raisonnement.
 - À l'aide de ces chiffres, crée un ensemble de nombres selon les critères suivants :
 - ton ensemble doit comprendre au moins 2 nombres fractionnaires, 2 nombres décimaux finis, 2 nombres décimaux périodiques et 2 nombres entiers;
 - les chiffres de 1 à 9 peuvent être utilisés plus d'une fois.
 Ordonne les nombres en utilisant le modèle de ton choix. Explique ton raisonnement.
- pose des questions fermées ayant une seule réponse pour valider ou vérifier une connaissance précise :
 - Compare les nombres $\frac{1}{2}$, $\frac{8}{5}$, 3,75, 0,9̄, 4,015, 3 et place-les en ordre croissant à l'aide de la droite numérique. Explique ton raisonnement.



Classification des nombres :

Les **nombres réels**, $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$, englobent les nombres rationnels et irrationnels.

Les **nombres naturels**, $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$, sont les nombres qui servent à compter ou à dénombrer les objets d'un ensemble.

Les **nombres entiers**, $\mathbb{Z} = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$, sont des nombres positifs ou négatifs dont la valeur absolue est un nombre naturel.

Les **nombres rationnels**, $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a \in \mathbb{Z}, b \in \{\mathbb{Z} \mid b \neq 0\} \right\}$, peuvent s'exprimer sous forme fractionnaire et sous forme décimale :

p. ex. : trois et vingt-cinq centièmes peut s'écrire $3\frac{25}{100}$ (forme fractionnaire) ou 3,25 (forme décimale). Un nombre décimal peut être **fini** ou **périodique** :

- Un **nombre décimal fini** est un nombre rationnel qui peut s'écrire sous la forme fractionnaire dont le dénominateur est un multiple de 10, p. ex. : $3,205 = 3\frac{205}{1000}$. La suite de chiffres après la virgule est finie.
- Un **nombre décimal périodique** est un nombre rationnel qui ne peut pas s'écrire sous la forme fractionnaire dont le dénominateur est un multiple de 10, p. ex. : $\frac{1}{3} = 0,333\ 333...$ ou $0,3\bar{3}$ et dont une partie des décimales se répètent sans fin. Cette partie qui se répète sans fin est appelée la **période** du nombre décimal périodique. On la note en plaçant un tiret au-dessus de celle-ci, p. ex. : $0,533\ 333...$ s'écrit $0,5\bar{3}$

Les **nombres irrationnels**, \mathbb{Q}' , sont des nombres à virgule qui comportent une infinité de chiffres sans répétition. Tout nombre réel qui ne peut être représenté par une fraction est un nombre irrationnel.

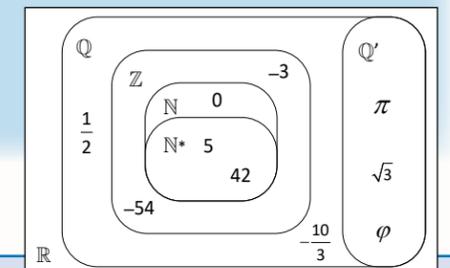


TABLEAU DE VALEUR DE POSITION

Virgule décimale ou virgule de cadrage

| Ordre de grandeur | Partie entière | | | | | | | | | | Partie décimale | | |
|------------------------------------|----------------------|--|-----------------------|--|----------------------|--|----------------------|-----------|--------------------|--------------------------------------|-----------------------|-------------------------|---------------------------|
| | Tranche des billions | | Tranche des milliards | | Tranche des millions | | Tranche des milliers | | Tranche des unités | | Dixième | Centième | Millième |
| Nom de la position | Centaine de billion | | Centaine de milliard | | Centaine de million | | Centaine de mille | | Unité | | | | |
| Valeur de position | 100 000 000 000 000 | | 100 000 000 000 | | 100 000 000 | | 100 000 | | 1 | | 0,1 ou $\frac{1}{10}$ | 0,01 ou $\frac{1}{100}$ | 0,001 ou $\frac{1}{1000}$ |
| Correspondance au système métrique | tétra (T) | | giga (g) | | méga (M) | | kilo (k) | hecto (h) | déca (da) | mètre (m) gramme (g) litre (L) | déci (d) | centi (c) | milli (m) |
| Exemple : | | | | | | | | | | | | | |

Le nombre trois mille quatre cent cinquante-huit contient trente-quatre centaines, trois cent quarante-cinq dizaines ou trois mille quatre cent cinquante-huit unités. Le trois est dans la position des milliers et il a une valeur de trois mille. Le quatre est dans la position des centaines et il a une valeur de quatre cents. Le cinq est dans la position des dizaines, il a une valeur de cinquante. Le huit est dans la position des unités, il a une valeur de huit.



À noter : les termes « tranche des... », « ordre des... », et « classe des... » peuvent tous être utilisés pour représenter l'ordre de grandeur des nombres.

| | Milliers | Centaines | Dizaines | Unités |
|-----------------------|----------|-----------|----------|--------|
| Représentation imagée | | | | |
| Valeur de position | 3000 | 400 | 50 | 8 |

7^e ANNÉE

Connaissance et compréhension
La construction de nouvelles connaissances

EN ROUTE VERS LA 8^e ANNÉE

Le nombre

APPRENTISSAGE PAR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

L'élève :

- compare et ordonne de façon croissante ou décroissante des fractions (mixtes et impropres), des nombres décimaux (jusqu'aux millièmes) et des entiers en utilisant des points de repère tels que 0 et 1 ou 0 et 5, la valeur de position, des fractions équivalentes ou des nombres décimaux, et explique les stratégies utilisées pour les ordonner.

1

Vous devez nommer le nombre que vous avez reçu, le placer sur la droite numérique et expliquer pourquoi vous le placez à cet endroit. Charles, à toi de commencer. Quel est ton nombre? Où vas-tu le placer et pourquoi?

Je place ma carte très près du point de repère trois, car deux et neuf cent soixante millièmes c'est presque trois.

2

En effet, tu as bien placé ta carte, ton nombre est très près de trois. Julie, c'est à ton tour. Quel est ton nombre? Où vas-tu le placer et pourquoi?

Moi, j'ai le nombre décimal deux et quatre-vingt-seize centièmes. Ce nombre est équivalent au nombre décimal de Charles. Le sien est au millième près et le mien est au centième près. Puisque je suis d'accord avec son raisonnement, je place ma carte sous la sienne.

3

Julie, tu as bien compris que ces deux nombres sont équivalents. Jeanne, à toi d'y aller. Quel est ton nombre? Où vas-tu le placer et pourquoi?

Moi, j'ai la fraction impropre quinze sixièmes. C'est la même chose que deux et trois sixièmes. Je sais que deux et troisième est équivalent à deux et un demi. Donc, je place ma carte à mi-chemin entre deux et trois.

4

Jeanne, tu es partie d'une fraction impropre et tu l'as exprimée sous un nombre fractionnaire que tu as simplifié par la suite et tu as fait tout cela dans ta tête. Maxime, tu es prêt? Quel est ton nombre? Où vas-tu le placer et pourquoi?

J'ai la fraction trois quarts. Cette fraction se trouve entre zéro et un. Je découpe cette section en quatre parties égales, c'est-à-dire un quart, deux quarts, trois quarts, un et je place ma carte ici.

5

Maxime, tu as démontré l'importance de pouvoir visualiser comment sectionner des parties égales entre deux nombres. Alexandre, tu es prêt? Quel est ton nombre? Où vas-tu le placer et pourquoi?

Moi, j'ai un et six dixièmes. Je sais que mon nombre est près de un et cinq dixièmes qui est à mi-chemin entre un et deux. Pour trouver où placer ma carte, je découpe la section entre un et cinq dixièmes et deux, en cinq segments égaux. Je place ma carte ici parce que je sais qu'un et six dixièmes se situe à une distance d'un segment de plus qu'un et cinq dixièmes.

6

Alexandre, tu as compris le raisonnement de Maxime et tu l'as appliqué pour placer ton nombre. Arthur, c'est à ton tour.

Moi, j'ai le nombre décimal un et quatre dixièmes. Mon nombre se situe avant un et cinq dixièmes. L'espace entre mon nombre et un et cinq dixièmes est le même que l'espace entre un et cinq dixièmes et un et six dixièmes. Donc, je place ma carte ici.

Arthur, tout comme tes camarades, tu as utilisé une stratégie efficace pour placer ton nombre. Vous avez tous su comment communiquer votre raisonnement de façon claire et précise.

Opérations

- Vocabulaire de calcul mental (Voir *Le calcul mental et l'estimation*, p. 37), nombres complémentaires (nombres compatibles)
- Vocabulaire d'estimation : estimer, référents, point de repère, à la hausse, à la baisse, à peu près, presque, environ, estimation selon le premier chiffre, au millier près, à la centaine près, sous-estimation, surestimation, compensation
- Vocabulaire des opérations, calcul, algorithme standard et non standard, priorité des opérations, solution :
 - Addition, ajouté, de plus, et, gagne, augmente, en tout, somme, total, commutativité
 - Soustraction, enlève, de moins, perd, diminue, écart, différence
 - Multiplication, multiplicateur, multiplicande, fois, multiplier par, produit, produit partiel, groupes égaux, en tout, facteurs, multiples, arrangement rectangulaire, rangées, colonnes, addition répétée, produit, produits partiels, commutativité, distributivité
 - Division, diviser par, groupes égaux, reste, quotient, dividende, diviseur, soustraction répétée, partage, arrangement rectangulaire, rangées, colonnes, règle de divisibilité

Le nombre

LES OPÉRATIONS AVEC DES NOMBRES ENTIERS — ADDITION/SOUSTRACTION (7.N.6) ET MULTIPLICATION/DIVISION (7.N.1) LES OPÉRATIONS AVEC DES NOMBRES RATIONNELS (7.N.2, 7.N.3, 7.N.5)

PRIME N5 : C1, C2, C3, H2 ET H3

Grandes idées :

- Les quatre opérations sont intrinsèquement reliées.
- Les méthodes de calcul flexibles permettent de décomposer et de combiner des nombres de multiples façons.
- Les méthodes de calcul flexibles demandent une bonne compréhension des opérations et des propriétés des opérations.
- Il y a une variété de méthodes appropriées pour estimer des sommes, des différences, des produits et des quotients dépendamment du contexte et des nombres utilisés.
- Les stratégies personnelles et les algorithmes sont des méthodes de calcul qui peuvent être flexibles et efficaces et qui diffèrent selon les nombres et les situations.

L'élève

- démontre une compréhension de l'addition et de la soustraction de nombres entiers, de façon **concrète, imagée et symbolique** en utilisant :
 - du matériel concret tel que des carreaux algébriques et des jetons;
 - des représentations imagées telles que des droites numériques horizontales ou verticales et des dessins;
- applique sa compréhension de l'addition et de la soustraction de nombres entiers pour résoudre des problèmes de la vie courante.

APPRENTISSAGE PAR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

PRIME Connaissances et stratégies, Chapitre 5

L'enseignant

- utilise des modèles tels que des droites numériques, des blocs de base dix, des grilles ou des disques, des modèles de région, de mesure (longueur) et des arrangements rectangulaires pour continuer à développer la compréhension d'opérations portant sur les nombres entiers, les nombres décimaux et les fractions positives de même que la résolution de problèmes comprenant des pourcentages.
- prépare avec soin le matériel de manipulation tel que des blocs mosaïques, des réglettes, un ensemble de cercles et de bâtonnets fractionnaires, des jetons ou des tuiles bicolores afin de créer des situations qui faciliteront la représentation et la compréhension :
 - de l'addition et de la soustraction de nombres entiers;
 - de la multiplication et de la division de nombres décimaux;
 - des règles de divisibilité;
 - de l'addition et de la soustraction de fractions positives et de nombres fractionnaires positifs;
 - de problèmes comprenant des pourcentages.
- utilise la résolution de problèmes ou l'enquête pour
 - amener l'élève à :
 - appliquer des stratégies d'estimation pour prédire des sommes, des différences, des produits et des quotients;
 - appliquer ses **propres stratégies** (méthodes de calcul flexibles) pour effectuer des opérations;
 - utiliser des algorithmes standard basés sur la compréhension du sens du nombre et des opérations et non sur la mémorisation de procédures pour effectuer des opérations;
 - établir des liens entre les représentations **concrètes, imagées et symboliques** des opérations sur les nombres décimaux, les nombres entiers et les fractions;
 - appliquer ses connaissances des concepts de facteur, de multiple, de plus grand facteur commun (PGFC) et de plus petit commun multiple (PPCM) pour effectuer des opérations sur les fractions;
 - communiquer son raisonnement de multiples façons.
 - offrir à l'élève la possibilité d'observer, de s'interroger et d'appliquer ses connaissances des relations entre les nombres et les opérations, sa pensée partie-partie-tout et partie-à-tout, ses stratégies de calcul et son sens du nombre;
 - observer le raisonnement de l'élève et sa flexibilité avec le nombre et les opérations afin de fournir de l'échafaudage.

Monsieur, l'autre jour, ma grande sœur m'a dit que quand tu soustrais un nombre négatif, tu n'as qu'à additionner l'opposé. Je me demande pourquoi je peux faire cela.

Paire nulle
Un jeton rouge et un jeton jaune $(+1) + (-1) = 0$
Un jeton jaune et un jeton rouge $(-1) + (+1) = 0$

En premier, je vais t'expliquer comment on peut utiliser des jetons de couleur différente pour représenter des nombres entiers. Tout d'abord, il faut bien comprendre que chaque jeton rouge a une valeur de plus un et chaque jeton jaune a une valeur de moins un. Chaque jeton positif peut être annulé par un jeton négatif et vice versa, c'est-à-dire qu'un jeton rouge et un jeton jaune forme une paire nulle. Je vais te montrer comment utiliser et noter ces paires nulles pour résoudre l'addition trois plus moins deux.

Tu vois, j'ai regroupé deux jetons rouges et deux jetons jaunes pour créer deux paires nulles. Donc, les deux jetons jaunes vont annuler les deux jetons rouges et je peux maintenant les éliminer. À la suite de cette élimination, il ne reste qu'un jeton rouge. Ma réponse est donc un.

Et pour une soustraction, comment fait-on cela?

Je vais te le démontrer à l'aide de la soustraction trois moins quatre, c'est-à-dire plus trois moins plus quatre. J'ai donc besoin de trois jetons rouges pour représenter ce que j'ai. Rappelle-toi que je veux soustraire quatre positifs, mais j'en ai seulement trois. Pour te faire comprendre ce que ta grande sœur t'a dit, je vais ajouter quatre jetons positifs et quatre jetons négatifs, donc quatre paires nulles.

À moi d'essayer. Je vais aussi utiliser des jetons pour représenter mon addition. L'addition que je choisis est : six plus moins sept. J'ai donc besoin de six jetons rouges et de sept jetons jaunes. Je vais les regrouper afin de créer des paires nulles. Donc, ces jetons vont s'éliminer. À la suite de cette élimination, il ne me reste qu'un jeton jaune. Ma réponse est donc moins un.

Je remarque qu'une fois que les quatre jetons rouges ont été enlevés, la prochaine étape est d'additionner trois moins quatre. C'est ce que ma grande sœur m'avait dit. C'est-à-dire que tu additionnes l'opposé de ce que tu veux soustraire. C'est génial, maintenant je comprends pourquoi on peut faire cela.

Tu ajoutes vraiment zéro comme valeur puisque tu as ajouté quatre paires nulles!

En effet, tu as raison. J'ai maintenant sept jetons rouges et quatre jetons jaunes. Je peux enlever quatre jetons rouges. Il me reste trois jetons rouges et quatre jetons jaunes. Et voilà, je complète comme dans le dernier problème que tu as fait.

À moi d'essayer. Je vais choisir la soustraction suivante : cinq moins moins trois. Je vais utiliser le même modèle pour le faire. J'ai donc besoin de cinq jetons rouges pour représenter ce que j'ai. Je vais bâtir des paires nulles pour enlever ce que je veux soustraire, c'est-à-dire trois jetons jaunes et trois jetons rouges.

J'ai maintenant huit jetons rouges et trois jetons jaunes. J'enlève trois jetons jaunes et il me reste huit jetons rouges. Je remarque qu'une fois que j'ai enlevé les trois jetons jaunes, l'expression est maintenant : cinq plus trois, ce qui confirme la procédure que ma grande sœur ne pouvait pas m'expliquer.

À noter : Il est préférable que l'enseignant utilise l'enquête pour permettre à l'élève de déterminer les règles de divisibilité. En effet, il ne s'agit pas de fournir les règles de divisibilité à l'élève et de lui demander de les mémoriser et de les appliquer sans les comprendre. Il est essentiel d'inviter l'élève à déterminer et à préciser lui-même les règles et à justifier le rationnel qui sous-tend chacune de celle-ci. L'élève sera alors mieux en mesure de déterminer des règles qui vont au-delà des règles conventionnelles.

Le nombre

APPRENTISSAGE PAR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

L'élève

- détermine et précise pourquoi un nombre est divisible par 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 ou 10 et explique pourquoi un nombre ne peut pas être divisé par 0;
- explique pourquoi un nombre n'est pas divisible par zéro;
- trie les nombres d'un ensemble selon leur divisibilité;
- détermine les facteurs d'un nombre en se basant sur les règles de divisibilité.

La règle de divisibilité de trois est : si la somme des chiffres qui composent le nombre est un multiple de trois, ce nombre est divisible par trois.

Pouvez-vous me démontrer et m'expliquer pourquoi cette règle est vraie?

Démontrer, modéliser et expliquer la règle de divisibilité par 3 de façon imagée et symbolique.

On peut démontrer la règle à l'aide de blocs de base dix. Essayons avec le nombre trois mille quatre cent quatorze.

On sait que trois fois trois cent trente-trois est égal à neuf cent quatre-vingt-dix-neuf et il nous reste une unité en trop. Donc, si on a trois cubes de mille, on a trois unités en trop.

On sait que trois fois trente-trois est égal à quatre-vingt-dix-neuf et il nous reste une unité. Donc, si on a quatre planchettes, on a quatre unités en trop.

3414

$$333 \times 3 = 999$$

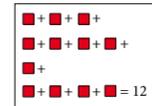
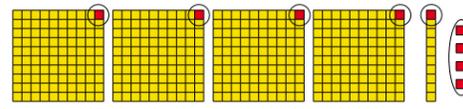
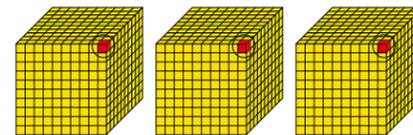
$$1000 - 999 = 1$$

$$33 \times 3 = 99$$

$$100 - 99 = 1$$

$$3 \times 3 = 9$$

$$10 - 9 = 1$$



$$3 + 4 + 1 + 4 = 12$$

Et puis, trois fois trois donne neuf, alors, pour la dizaine, il nous reste une unité en trop.

Si on regroupe toutes les unités en trop ensemble, nous avons douze unités. Douze est un multiple de trois, donc, selon la règle, trois mille quatre cent quatorze est divisible par trois.

En résumé, le nombre d'unités qui restent pour les blocs de mille est trois, ce qui correspond au chiffre dans la position des milliers. Le nombre d'unités qui restent pour les planchettes est quatre, ce qui correspond au chiffre dans la position des centaines. Le nombre d'unités qui restent pour le bâtonnet est un, ce qui correspond au chiffre dans la position des dizaines.

Il y a quatre unités, ce qui correspond au chiffre dans la position des unités.

Quand on a additionné toutes les unités, on a en fait additionné tous les chiffres qui composent le nombre.

Vous avez bien démontré et communiqué votre raisonnement. Vous avez clairement démontré pourquoi cette règle est vraie.

C'est important de comprendre les règles de divisibilité pour pouvoir les appliquer ou en inventer de nouvelles.

Y aurait-il une autre façon de démontrer cette règle?

Je peux aussi démontrer la règle à l'aide de l'algèbre. J'ai utilisé le nombre quatre mille trois cent cinquante-six pour le faire.

Pour 4356 je peux expliquer la règle avec l'équation algébrique suivante :

$$s = m(1000 - 999) + c(100 - 99) + d(10 - 9) + u$$

où

s est la somme des chiffres du nombre

m est le nombre de mille,

c est le nombre de centaines,

d est le nombre de dizaines et

u est le nombre d'unités

Je simplifie mon équation

$$s = m(1) + c(1) + d(1) + u \quad \text{si } m = 4, c = 3, d = 5 \text{ et } u = 6$$

$$s = 4 \times 1 + 3 \times 1 + 5 \times 1 + 6$$

$$s = 4 + 3 + 5 + 6$$

Cette étape démontre que nous additionnons les chiffres qui composent le nombre 4356.

$$s = 18 \quad \text{Donc, 4356 est divisible par 3 parce que 18 est un multiple de 3.}$$

Très bien, merci beaucoup pour ton explication de la règle avec l'équation algébrique.

Qui peut me créer une autre règle?

Moi, madame, j'ai créé une nouvelle règle. Au lieu d'additionner tous les chiffres d'un nombre, j'ai éliminé tous les chiffres qui étaient des multiples de trois et j'ai additionné les chiffres qui restaient.

Pour 89356, j'ai éliminé les chiffres 9, 3 et 6 parce que ce sont des multiples de 3.

Il me reste 8 et 5 et leur somme donne 13.

Selon ma règle, puisque 13 n'est pas un multiple de 3, le nombre 89356 n'est pas un multiple de trois.

J'ai vérifié ma règle à l'aide de ma calculatrice pour confirmer que j'avais raison.

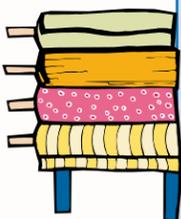
$$\begin{array}{r} \cancel{8} \cancel{9} \cancel{3} \cancel{5} \cancel{6} \\ 8 + 5 \\ = 13 \end{array}$$

Les problèmes d'application sont des exercices de pratiques utilisés pour maîtriser une connaissance nouvelle. La démarche utilisée pour résoudre des problèmes d'application est généralement immédiate puisqu'elle permet d'effectuer une technique étudiée ou d'appliquer de nouveaux concepts. Elle vise généralement l'utilisation de stratégies, de notions, de règles, de formules ou d'algorithmes puisés dans la théorie.

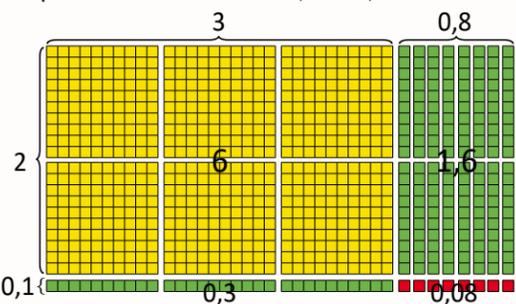
Par exemple :

Nathalie a acheté 2,1 mètres de tissu à un coût de 7,98 \$ n'incluant pas les taxes.

Quel était le prix d'un mètre de tissu ?



L'opération à effectuer est $7,98 \div 2,10$.



$$\begin{array}{r} 3,8 \\ 2,1 \overline{) 7,98} \\ \underline{63} \\ 168 \\ \underline{168} \\ 0 \end{array}$$

$$\frac{7,98}{2,1} \times \frac{10}{10} = \frac{79,8}{21}$$

Nathalie a payé 3,80\$ pour chaque mètre de tissu.



Le nombre

L'élève

- démontre et applique sa compréhension des opérations sur des nombres décimaux;
- place la virgule décimale (virgule de cadrage) dans une somme, une différence, un produit ou un quotient en appliquant des stratégies d'estimation telle que l'approximation selon les premiers chiffres;
- vérifie la vraisemblance de ses réponses à l'aide de l'estimation;
- résout des problèmes comportant des opérations sur des nombres décimaux (**limités aux millièmes**) en tenant compte de la priorité des opérations;
- explique, à l'aide d'exemples, comment on peut calculer mentalement un produit ou un quotient lorsque le multiplicateur ou le diviseur est 0,1 ou 0,5 ou 0,25 (Voir *Le calcul mental et l'estimation*, p. 37).

PRIME Connaissance et stratégies, pages 117-130

À noter : L'élève développe sa compréhension des opérations incluant des nombres décimaux depuis la 4^e année (Voir la section *Les opérations avec des nombres rationnels* dans les cartes de route, 4^e, 5^e et 6^e années) et il applique des stratégies d'estimation depuis la 5^e année (Voir *Le calcul mental et l'estimation*, 5^e année, p. 10).

APPRENTISSAGE PAR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

Multiplication de nombres décimaux

1^{re} stratégie : Convertir les nombres décimaux en entiers positifs

Je sais que

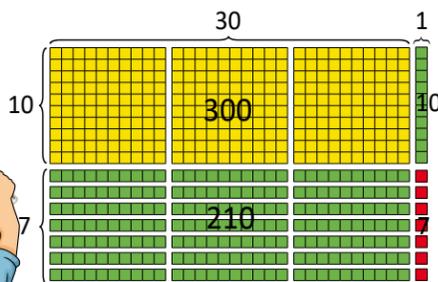
$$1,7 = 1 \frac{7}{10} \text{ ou } \frac{17}{10}$$

$$3,1 = 3 \frac{1}{10} \text{ ou } \frac{31}{10}$$

J'ai multiplié 17×31 en utilisant différentes méthodes de calcul.

Donc, je peux multiplier les deux facteurs par dix pour faciliter mes calculs, mais je ne dois pas oublier de diviser mon produit par cent.

Modèle rectangulaire à l'aide de blocs de base dix



Échange...

Méthode symbolique

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 31 \\ \hline 17 \\ + 510 \\ \hline 527 \end{array}$$

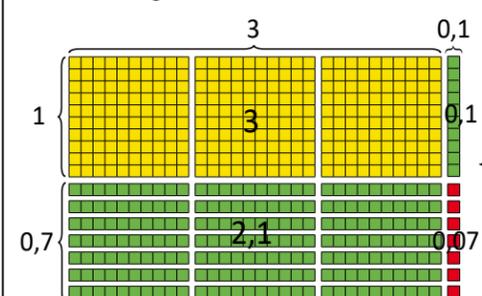
J'ai divisé mon produit par 100

$$\frac{527}{100} = 5,27$$

donc, $1,7 \times 3,1 = 5,27$

2^e stratégie : Multiplier les nombres décimaux sans les convertir

Modèle rectangulaire à l'aide de blocs de base dix



Méthode symbolique

$$\begin{array}{r} 1,7 \\ \times 3,1 \\ \hline 0,07 \text{ car } 1 \text{ dixième} \times 7 \text{ dixièmes} = 7 \text{ centièmes.} \\ 0,10 \text{ car } 1 \text{ dixième} \times 1 \text{ unité} = 1 \text{ dixième.} \\ + 2,10 \text{ car } 3 \text{ unités} \times 7 \text{ dixièmes} = 21 \text{ dixièmes.} \\ + 3,00 \text{ car } 3 \text{ unités} \times 1 \text{ unité} = 3 \text{ unités} \\ \hline 5,27 \end{array}$$

Ma réponse est vraisemblable, parce que trois fois deux est égal à six. J'ai utilisé la stratégie de compensation, c'est-à-dire que j'ai estimé un facteur à la hausse et l'autre à la baisse.

Division de nombres décimaux

Avant d'effectuer l'opération, je vais estimer le quotient en utilisant la stratégie de nombres compatibles.

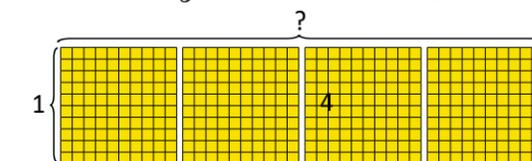
$$4,29 \div 1,3 \approx 4,5 \div 1,5$$

$$4,5 \div 1,5 = 4,5 \div 1,5 \quad \text{Ma réponse devrait être } \approx 3.$$

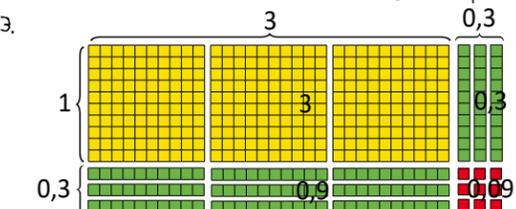
Pour effectuer $4,29 \div 1,3 = b$:

- je pense à $4,29 = b \times 1,3$;
- je vais utiliser les blocs de base 10 et la méthode rectangulaire;
- j'ai besoin de 4 planchettes, 2 bâtonnets et 9 petits cubes.

Modèle rectangulaire à l'aide de blocs de base dix



Je ne peux pas former un rectangle. Donc je dois échanger une planchette pour 10 bâtonnets.



Maintenant, je peux utiliser tous les blocs pour former un rectangle. Mon rectangle a les dimensions de $1,3 \times 3,3$ donc $4,29 \div 1,3 = 3,3$. Ma réponse est vraisemblable selon mon estimation.

Je peux aussi utiliser des méthodes symboliques.

$$\text{Je sais que } \frac{4,29}{1,3} \times \frac{10}{10} = \frac{42,9}{13}$$

$$\begin{array}{r} 3,3 \\ 1,3 \overline{) 4,29} \\ \underline{39} \\ 0,9 \\ \underline{0,9} \\ 0,09 \\ \underline{0,09} \\ 0 \end{array}$$

car 1 unité \times 3 unités = 3 unités

car 3 dixièmes \times 3 unités = 9 dixièmes } 12 dixièmes

car 3 dixièmes \times 1 unité = 3 dixièmes } ou 1,2 dixièmes

car 3 dixièmes \times 3 dixièmes = 9 centièmes

$7,25 \div 3,6 =$
Mon estimation est 2 puisque 3,6 est à peu près la moitié de 7,25.

20 138888

Les touches que j'ai appuyées sur ma calculatrice sont

7, 2, 5, ÷, 3, 6, =

et ma calculatrice indique 2,0138888.
Donc, ma réponse finale est 2,0138.

Ma réponse est vraisemblable selon mon estimation.



À noter : L'élève peut utiliser la technologie pour résoudre des problèmes lorsque le diviseur comporte plus d'un chiffre ou que le multiplicateur comporte plus de deux chiffres. Il doit toutefois être en mesure de vérifier la vraisemblance de ses réponses à l'aide de l'estimation et d'expliquer sa démarche.

Le nombre

APPRENTISSAGE PAR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

Apprentissage par la résolution de problèmes ou l'enquête

Les centres ou ateliers de mathématiques favorisent l'interaction, l'exploration de nouvelles idées et de nouveaux concepts ou peuvent fournir le temps et l'espace nécessaires à la consolidation de nouveaux acquis. Lors de la période d'implantation, il est important de respecter son propre rythme et d'enseigner les habiletés de collaboration de façon explicite pour favoriser l'autonomie chez les élèves. Le nombre et le type de centres varieront en fonction des apprentissages visés, des besoins et des intérêts des élèves, de l'espace disponible et du niveau d'autonomie chez les élèves.

PRIME Connaissances et stratégies, pages 12-14

L'élève

- exprime un pourcentage sous forme décimale ou fractionnaire;
- résout des problèmes comportant des pourcentages de 1 % à 100 % :
 - où un pourcentage doit être déterminé;
 - qui comporte des pourcentages et qui fait appel à l'approximation;
- explique pourquoi une réponse approximative peut être utile dans son quotidien.

À noter : Pour être en mesure de résoudre des problèmes comportant des pourcentages, l'élève doit être à l'aise avec l'établissement de lien entre les fractions équivalentes, les nombres décimaux, les rapports et les pourcentages. Il ne s'agit pas de nouveaux concepts, mais il serait important de s'assurer que l'élève soit en mesure d'établir ces liens avant de leur proposer de résoudre des problèmes comportant des pourcentages.

L'enseignant

- détermine les concepts à construire, explorer ou consolider;
- planifie des expériences d'apprentissage pouvant cibler un ou plusieurs :
 - a. domaines;
 - b. apprentissages ciblés et grandes idées;
 - c. concepts.
- favorise la compréhension des concepts en :
 - a. modélisant les comportements attendus et l'utilisation du matériel de manipulation pour amener l'élève à prendre progressivement la responsabilité de ses apprentissages;
 - b. animant des échanges mathématiques au quotidien;
 - c. faisant un retour avec les élèves à la suite des périodes de centres;
 - d. posant des questions telles que :
 - i. Comment avez-vous réussi à aider un autre élève à résoudre un problème?
 - ii. Quels liens avez-vous faits avec vos connaissances antérieures ou vos activités quotidiennes?
 - iii. Comment pouvez-vous communiquer ce que vous avez compris?
 - iv. Y a-t-il des centres qui devraient être modifiés? Si oui, lesquels et comment pourraient-ils être modifiés? Pouvez-vous en proposer de nouveaux?
- circule, passe du temps avec un élève ou avec des petits groupes, note leurs intérêts, les questions qu'ils se posent et leur niveau de compétence;
- recueille de l'information au sujet des connaissances antérieures des élèves, de leur attitude envers l'apprentissage des mathématiques et de la façon dont ils construisent et expriment leur pensée et leurs connaissances;
- note la façon dont les élèves interagissent entre eux et avec le matériel de manipulation mis à leur disposition en les observant, en ayant des conversations avec eux et en examinant leurs produits;
- se pose des questions telles que :
 - a. Quels concepts et habiletés ont-ils maîtrisés? Quels processus mathématiques utilisent-ils pour accomplir les tâches proposées dans les centres?
 - b. Sont-ils engagés dans le processus de résolution de problèmes?
 - c. Comment représentent-ils leurs apprentissages et démontrent-ils leur compréhension des concepts visés?
 - d. Utilisent-ils le vocabulaire lié aux mathématiques? Peuvent-ils exprimer leurs idées et leurs pensées de façon spontanée?
 - e. Comment communiquent-ils leurs apprentissages mathématiques?
 - f. Quelles sont les conceptions erronées? Comment puis-je les aborder?
 - g. Que puis-je faire de plus pour approfondir leur apprentissage? Quel type d'étayage puis-je leur fournir?
 - h. Comment puis-je améliorer le milieu d'apprentissage?
 - i. Comment puis-je différencier les apprentissages?

Centre 1 :

Les pourcentages autour de moi

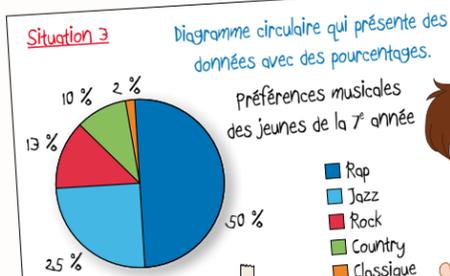
Les pourcentages sont tout autour de nous. Trouvez au moins trois situations où on utilise des pourcentages. Préparez-vous à présenter vos choix à la classe. Assurez-vous d'inclure une représentation visuelle et une brève description de chacune des situations et une explication de ce que signifient les pourcentages pour chacune d'entre elles.



Situation 1 Annonce publicitaire d'un magasin
Ce magasin offre jusqu'à 60% de rabais. Il faut faire attention à ce type d'annonce. Il est souvent utilisé pour nous attirer dans les magasins. Il y a souvent très peu d'articles qui sont vendus au taux de rabais indiqué.



Situation 2 Étiquette qui indique la teneur de produits naturels en pourcentage.
Les compagnies doivent indiquer le pourcentage de produit naturel contenu dans leurs produits que nous achetons au magasin. Selon cette étiquette, ce pot de miel contient uniquement du miel naturel, sans aucun produit de conservation ou autres.



Situation 3 Diagramme circulaire qui présente des données avec des pourcentages.
Dans ce diagramme, on peut voir que 50% ou $\frac{1}{2}$ des jeunes de 7^e année préfèrent la musique "rap" et que 25% ou $\frac{1}{4}$ préfèrent la musique "jazz".

Centre 2 :

Les achats au rabais

Un magasin de sport offre des rabais jusqu'à 60 % sur l'équipement de hockey. Choisissez 5 articles et déterminez chacun des pourcentages de rabais réels à l'aide de stratégies de calcul mental. Préparez une affiche indiquant les articles choisis, leur prix courant, leur prix de solde et leur pourcentage de rabais. Lors de votre présentation, vous aurez à communiquer les stratégies que vous avez utilisées.

- Aucun des 5 articles choisis n'est offert à 60 % de rabais.
- 60 % de rabais signifie que le prix de solde serait moins que la moitié du prix courant.
- Les stratégies de calcul mental et d'estimation peuvent être utiles pour savoir si nous faisons une bonne affaire ou non.
- Il faut faire attention aux annonces publicitaires parce que les rabais sont souvent utilisés pour nous attirer dans le magasin.

Les rabais réels

| Articles | Prix courant | Prix de solde | Rabais réels |
|----------|--------------|---------------|--------------|
| | 139,99 \$ | 83,99 \$ | 40 % |
| | 259,99 \$ | 207,99 \$ | 20 % |
| | 349,99 \$ | 241,99 \$ | 30 % |
| | 399,99 \$ | 299,99 \$ | 25 % |
| | 249,99 \$ | 124,99 \$ | 50 % |

Même avec un rabais, ces prix sont exorbitants.



On constate qu'on n'a pas toujours besoin des articles populaires.

Le prix régulier des patins était d'environ quatre cents dollars et le prix de solde est d'environ trois cents dollars soit trois quarts ou soixante-quinze pour cent du prix régulier, ceci veut donc dire que les patins sont à vingt-cinq pour cent de rabais et non pas soixante.

La différence entre les deux prix est de cinquante-deux dollars. Donc, le rabais représente un cinquième ou vingt pour cent du prix régulier.

Pour les gants, je sais que chaque dix pour cent de rabais représente quatorze dollars. Étant donné que la différence entre le prix courant et le prix actuel est de cinquante-six dollars et que cinquante-six divisé par quatorze égale quatre, je multiplie dix pour cent par quatre, ce qui représente quarante pour cent de rabais.

Le rabais actuel pour le casque est de cent cinq dollars. Cent cinq dollars représente environ un tiers de trois cent cinquante dollars. Je sais que dix pour cent de trois cent cinquante dollars représente trente-cinq dollars, que vingt pour cent de trois cent cinquante dollars représente soixante-dix dollars, donc trente pour cent de trois cent cinquante dollars représente cent cinq dollars. Le rabais est donc de trente pour cent.

Les pantalons sont à demi-prix, donc ils sont à cinquante pour cent de rabais. C'est toute une aubaine, mais ce n'est pas un rabais de soixante pour cent.

Le nombre

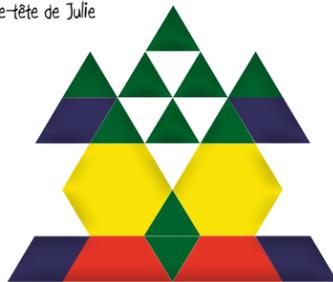
APPRENTISSAGE PAR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

Apprentissage par la résolution de problèmes ou l'enquête

Les centres ou ateliers de mathématiques favorisent l'interaction, l'exploration de nouvelles idées et de nouveaux concepts ou peuvent fournir le temps et l'espace nécessaires à la consolidation de nouveaux acquis. Lors de la période d'implantation, il est important de respecter son propre rythme et d'enseigner les habiletés de collaboration de façon explicite pour favoriser l'autonomie chez les élèves. Le nombre et le type de centres varieront en fonction des apprentissages visés, des besoins et des intérêts des élèves, de l'espace disponible et du niveau d'autonomie chez les élèves.

Centre 3 : Déterminez le pourcentage que représente chacune des couleurs du casse-tête de Julie. Soyez prêts à présenter vos données et à expliquer votre démarche.

Casse-tête de Julie



Nous savons que

- le triangle représente la plus petite unité;
- les autres blocs sont des multiples du triangle;
- si on refaisait le même casse-tête en utilisant uniquement les triangles verts, nous aurions besoin de 36 triangles;
- 36 triangles représentent le tout.



10 triangles : 36 triangles
 $\frac{10}{36}$ ou $\frac{5}{18}$ du casse-tête est vert

1 hexagone : 6 triangles
2 hexagones : 12 triangles
12 triangles : 36 triangles
 $\frac{12}{36}$ ou $\frac{1}{3}$ du casse-tête est jaune

1 trapèze : 3 triangles
2 trapèzes : 6 triangles
6 triangles : 36 triangles
 $\frac{6}{36}$ ou $\frac{1}{6}$ du casse-tête est rouge

1 losange : 2 triangles
4 losanges : 8 triangles
8 triangles : 36 triangles
 $\frac{8}{36}$ ou $\frac{2}{9}$ du casse-tête est bleu

0,2777 ou $0,2\bar{7}$
 $\approx 28\%$

0,3333 ou $0,3\bar{3}$
 $\approx 33\%$

0,1666 ou $0,1\bar{6}$
 $\approx 17\%$

0,2222 ou $0,2\bar{2}$
 $\approx 22\%$

Pour trouver le pourcentage du vert, j'ai choisi d'utiliser ma calculatrice pour convertir le rapport en nombre décimal. Ensuite, j'ai multiplié le nombre décimal par cent. Le vert représente environ vingt-huit pour cent du casse-tête.

Pour trouver le pourcentage du jaune, sachant qu'un tiers, c'est zéro virgule trois périodique, j'ai multiplié ce nombre par cent. Le jaune représente environ trente-trois pour cent du casse-tête.

Pour trouver le pourcentage du rouge, j'ai décidé de faire mon calcul à la main. J'ai divisé le numérateur par le dénominateur. J'ai obtenu zéro virgule un six, six, six. J'ai multiplié ce nombre par cent et j'ai trouvé que le rouge représente environ dix-sept pour cent du casse-tête.

Comme un neuvième est égal à zéro virgule un périodique, je sais que deux neuvièmes est égal à zéro virgule deux périodique. Pour trouver le pourcentage du bleu, j'ai multiplié zéro virgule deux périodique par cent. Le bleu représente environ vingt-deux pour cent du casse-tête.

Vous avez clairement expliqué votre raisonnement. Je me demande ce qui arriverait à vos données si on doublait le casse-tête de Julie ou si on y ajoutait deux hexagones et un losange?

Centre 4 : Choisissez trois des options suivantes. Soyez prêts à présenter une ou des solutions possibles et à expliquer votre démarche.

Cette année, il y a 25 élèves de plus à l'école.

Option 1

Si cela représente une augmentation de 10 %, combien y avaient-ils d'élèves à l'école l'année dernière?

Amina hésite entre deux paires d'espadrilles.

Le prix de la première est de 175 \$ avec un rabais de 30 %.

La deuxième coûte 140 \$ et on accorde un rabais de 15 %.

Option 2

Quelle paire d'espadrilles lui conseillerais-tu d'acheter? Pourquoi?

Option 3

Si on connaissait la valeur de 25 % d'un nombre, quels autres pourcentages de ce nombre pourrait-on calculer mentalement?

Anaë travaille à l'animalerie de ses parents. Elle reçoit 4 % des ventes totales de la journée.

Combien a-t-elle reçu si les ventes totales étaient de 2400 \$?

Option 4

Créez une situation authentique qui inclut des pourcentages.

Soyez prêts à présenter votre situation et la démarche que vous avez utilisée pour la résoudre.

Option 5

Option 6

Marc a placé 4 boules identiques numérotées 1, 2, 3, 4 dans un sac. Il a effectué 20 tirages en remettant chaque fois la boule tirée dans le sac. Il a obtenu les résultats suivants.

| Numéro de la boule | 1 | 2 | 3 | 4 |
|-----------------------|---|---|---|---|
| Nombre de fois tirées | 4 | 3 | 7 | 6 |
| Fréquences | | | | |
| Fréquences en % | | | | |

Aidez-lui à compléter son tableau et à créer un diagramme circulaire pour présenter ses données.

On a choisi le nombre 84 comme exemple.
25 % est le quart de 84 donc 25 % de 84 = 21
On pourrait calculer 50 % et 75 % de 84 mentalement. 50 % serait le double de 21, c'est-à-dire 42 et 75 % serait le triple de 21, soit 63.
On pourrait aussi calculer mentalement 10 % de 84 car il s'agit de diviser 84 par 10 qui est 8,4. 5 % de 84 serait la moitié de 8,4 soit 4,2.

| | |
|----|----|
| 21 | 21 |
| 21 | 21 |

Notre situation : L'équipe de soccer de l'école a perdu 20 % des 25 parties qu'elle a disputées cette année. Combien de parties a-t-elle gagnées?

Solution 1

$$20\% = \frac{1}{5} \quad \frac{1}{5} \text{ de } 25 = 5$$

donc, 20 % de 25 = 5

Si l'équipe a perdu 5 parties, elle en a gagné 20.

Solution 2

Si l'équipe a perdu 20 % de ses parties, elle en a gagné 80 %.

$$80\% \text{ de } 25 = \frac{80 \times 25}{100} = \frac{80 \times 1}{4} = 20$$

L'équipe a gagné 20 parties.

Résultats de l'expérience de Marc

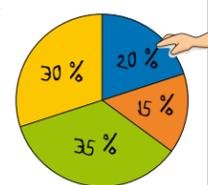
| Numéro de la boule | 1 | 2 | 3 | 4 |
|-----------------------|-----------------------------|------------------------------|------------------------------|-----------------------------|
| Nombre de fois tirées | 4 | 3 | 7 | 6 |
| Fréquences | $\frac{4}{20}$ ou 0,2 | $\frac{3}{20}$ ou 0,15 | $\frac{7}{20}$ ou 0,35 | $\frac{6}{20}$ ou 0,3 |
| Fréquences en % | 20 % | 15 % | 35 % | 30 % |

Option 6

On a utilisé Excel pour créer le diagramme.

Expérience de Marc

- Boule 1
- Boule 2
- Boule 3
- Boule 4



Le nombre

APPRENTISSAGE PAR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

L'élève

- démontre une compréhension de l'addition et de la soustraction de fractions positives et de nombres fractionnaires positifs, avec ou sans dénominateurs communs, de façon concrète, imagée et symbolique (se limiter aux sommes et aux différences positives);
- modélise l'addition et la soustraction de fractions positives ou de nombres fractionnaires positifs de façon **concrète** et **imagée** et les note de façon **symbolique**;
- détermine la somme ou la différence de deux fractions positives ou de nombres fractionnaires positifs ayant des dénominateurs communs ou des dénominateurs différents (voir *Progression de la complexité de l'addition et de la soustraction de fractions positives et de nombres fractionnaires positifs*, p. 10);
- résout des problèmes comportant l'addition ou la soustraction de fractions positives ou de nombres fractionnaires positifs et vérifie la vraisemblance de la solution.

Supposons que notre situation est la suivante. On a une boîte de palettes de chocolat identiques et j'ai mangé cinq huitièmes d'une des palettes et toi, tu as mangé trois quarts d'une autre palette. Combien de palettes de chocolat avons-nous mangées en tout?

On sait que :

- on a mangé plus que 1 palette, mais moins que 2;
- pour additionner $\frac{5}{8}$ et $\frac{3}{4}$ on doit trouver un dénominateur commun ou le PPCM de 4 et 8.
- 8 est le PPCM de ces deux nombres, donc le dénominateur commun est 8.

Utilisons les images des blocs mosaïques et des déci blocs pour représenter une palette de chocolat puisque le trapèze noir peut être divisé en huit triangles.

Je vais utiliser cinq triangles pour représenter les cinq huitièmes que j'ai mangés.

Moi, je vais utiliser six triangles parce que je sais que deux triangles représentent un quart du trapèze noir et que six triangles représentent trois quarts.

$\frac{5}{8}$ de ma palette de chocolat

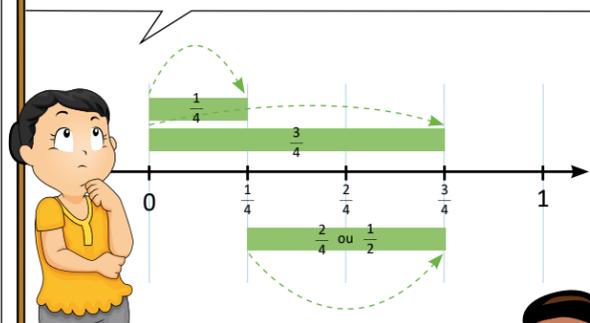
$\frac{6}{8}$ ou $\frac{3}{4}$

Déplaçons les triangles d'une palette à l'autre pour représenter ce que nous avons mangé en tout. On peut voir qu'on a mangé onze morceaux de chocolat ou une palette et trois huitièmes d'une autre.

Selon notre estimation, notre réponse est vraisemblable. Il nous reste cinq morceaux ou cinq huitièmes d'une palette de chocolat à partager entre nous.

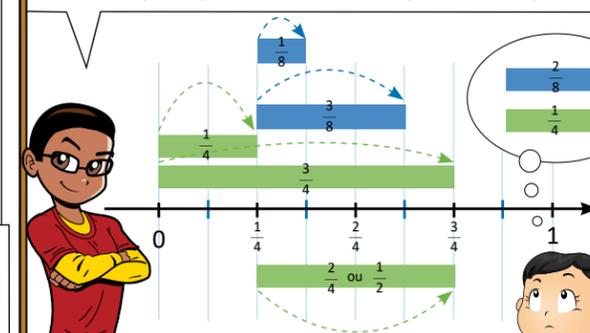
Pour que ce soit équitable, tu pourrais manger deux cinquièmes de ce qui reste et moi trois cinquièmes.

Essayons de trouver deux fractions ayant des dénominateurs différents, qui ne sont pas équivalentes, et dont la somme est moins que trois quarts.



Chacune des fractions doit être plus petite que trois quarts. Si l'une des fractions est un quart, l'autre doit être plus petite que deux quarts ou un demi. Utilisons la droite numérique pour démontrer notre raisonnement.

Si on augmentait le dénominateur, les segments deviendraient plus petits. Essayons de découper la droite en segment d'un huitième. Si la première fraction demeure un quart, la deuxième fraction doit être plus petite que quatre huitièmes. Elle pourrait être un huitième ou trois huitièmes, mais elle ne peut pas être deux huitièmes parce que deux huitièmes est équivalent à un quart.



Je me demande combien de réponses possibles nous aurions obtenues si nous avions utilisé des neuvièmes.

Il y a $3\frac{1}{2}$ L de jus dans le frigo de Julie et Pierre. Ils doivent s'assurer d'en avoir au moins $1\frac{3}{4}$ L pour un brunch. Combien de jus peuvent-ils boire, et encore en avoir suffisamment pour le brunch?

On doit soustraire un et trois quarts de trois et un demi. On pourrait utiliser des grilles pour représenter la soustraction.



Pour représenter les litres, utilisons quatre grilles divisées en deux de façon horizontale et colorions sept cases en rouge pour représenter trois litres et un demi.

Divisons chacune des grilles en quatre de façon verticale. On va pouvoir plus facilement enlever un et trois quarts.



Mettons des X sur les cases qui représentent le litre et trois quarts qu'ils doivent garder pour le brunch.

$$3\frac{1}{2} - 1\frac{3}{4} = \frac{28}{8} - \frac{7}{4} = \frac{28}{8} - \frac{14}{8} = \frac{14}{8} \text{ ou } 1\frac{6}{8} \text{ ou } 1\frac{3}{4}$$

Il reste un et six huitièmes. Donc Julie et Pierre peuvent boire un litre et six huitièmes ou un litre et trois quarts de jus, et en avoir suffisamment pour le brunch. Ils peuvent boire la moitié du jus qui est dans le frigo.

On pourrait la résoudre symboliquement d'une différente façon.

$$3\frac{1}{2} - 1\frac{3}{4} = 3\frac{2}{4} - 1\frac{3}{4} = 2\frac{6}{4} - 1\frac{3}{4} = 1\frac{3}{4}$$

Il est essentiel d'inviter l'élève à déterminer et à préciser lui-même le rationnel de chacune des règles utilisées pour effectuer des opérations sur les fractions. L'élève à qui on a fourni les règles et à qui on a demandé de les mémoriser et de les appliquer sans les comprendre finira par les appliquer de façon aléatoire. Par contre, l'élève qui a la compréhension conceptuelle des opérations sur les fractions sera en mesure de porter un regard métacognitif sur son raisonnement et de déterminer des règles qui vont au-delà des règles conventionnelles.

Avant d'inviter l'élève à effectuer des opérations sur les fractions, il est essentiel qu'il ait une compréhension solide des concepts liés aux fractions et aux opérations. Afin de s'en assurer, l'enseignant se pose les questions suivantes :

L'élève peut-il appliquer les concepts suivants :

- plus petit commun multiple (PPCM);
- fractions équivalentes?

L'élève comprend-il les divers sens des fractions :

- relation partie-tout;
- relation partie-partie (rapport);
- quotient (division);
- opérateur?

À noter : toutes les fractions sont des rapports, mais tous les rapports ne sont pas des fractions.

L'élève peut-il expliquer son raisonnement lorsqu'il affirme que :

- $\frac{5}{8} > \frac{3}{8}$ (comparer des fractions dont les **dénominateurs** sont communs);
- $\frac{5}{8} > \frac{5}{9}$ (comparer des fractions dont les **numérateurs** sont communs);
- $\frac{7}{9} > \frac{1}{15}$ (comparer des fractions en utilisant des **points de repère**, p. ex., expliquer que $\frac{1}{15}$ est **plus près de 0** que de 1 et que $\frac{7}{9}$ est **plus près de 1**);
- $3\frac{1}{4}$, $2\frac{5}{4}$, $1\frac{9}{4}$ et $\frac{13}{4}$ sont tous des nombres équivalents?

L'élève comprend-il que :

- le sens de chaque opération demeure le même, que ce soit des opérations sur des nombres entiers ou sur des nombres fractionnaires;
- pour additionner ou soustraire une quantité quelconque, il faut dénombrer les mêmes unités, p. ex., 5 oranges et 3 oranges font 8 oranges alors que 5 oranges et 3 pommes ne font pas 8 oranges ni 8 pommes;
- le numérateur indique le nombre d'unités fractionnaires et que le dénominateur indique l'unité fractionnaire,

p. ex., $\frac{2}{5} + \frac{4}{5} = \frac{6}{5}$ alors que $\frac{2}{5} + \frac{4}{10} \neq \frac{6}{5}$

et que $\frac{2}{5} + \frac{4}{10} \neq \frac{6}{10}$

Le nombre

Lorsque l'élève décompose une fraction partie-tout en fractions unitaires, il peut utiliser divers modèles, dont l'un d'eux est souvent une phrase mathématique d'addition, pour communiquer sa pensée. Ces représentations permettent à l'élève de développer une compréhension du rôle du numérateur (dénombrement) et du dénominateur (unité fractionnaire) et de voir que pour l'addition comme pour la soustraction, l'unité fractionnaire (dénominateur) est conservée. Ces possibilités offrent une base solide sur laquelle les algorithmes peuvent être développés et appliqués.

Progression de la complexité de l'addition et de la soustraction de fractions positives et de nombres fractionnaires positifs

La somme ou la différence inférieure à 1 de deux fractions positives inférieures à 1 ayant des dénominateurs communs.

$$\frac{3}{8} + \frac{4}{8}$$

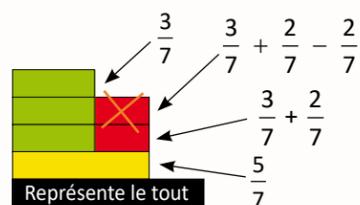


Je décompose cinq septièmes en trois septièmes et deux septièmes.

En 7^e et 8^e années, dans le cas de la soustraction, le deuxième terme (diminuteur) doit être inférieur au premier terme (diminuende), car l'élève ne travaille qu'avec des fractions positives.



$$\frac{5}{7} - \frac{2}{7}$$



À noter : toute réglette peut être considérée comme un tout. La fraction représentée par chaque réglette varie en fonction du tout.

La somme supérieure à 1 de deux fractions positives inférieures à 1 ayant des dénominateurs communs.

$$\frac{5}{8} + \frac{7}{8}$$



$$\frac{8}{8} + \frac{4}{8} \text{ ou } 1 \frac{4}{8}$$

$$\frac{5}{8} + \frac{3}{8} + \frac{4}{8}$$

$$\frac{5}{8} + \frac{7}{8}$$



J'ai décomposé sept huitièmes en trois huitièmes et quatre huitièmes. J'ai recomposé cinq huitièmes et trois huitièmes en huit huitièmes. Puis, j'ai recomposé huit huitièmes et quatre huitièmes pour obtenir douze huitièmes ou un et un demi.

La somme ou la différence inférieure à 1 de deux fractions positives inférieures à 1 ayant des dénominateurs différents.

Le plus petit commun multiple ou le PPCM de quatre et de huit est huit. La réglette brune représente huit, soit le dénominateur commun (tout).

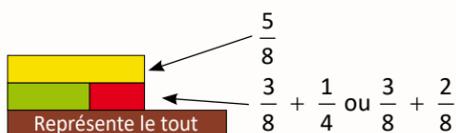


La réglette verte représente trois huitièmes.

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{4}$$



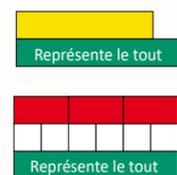
Chacune des réglettes rouges représente un quart ou deux huitièmes.



En 7^e et 8^e années, dans le cas de la soustraction, le deuxième terme (diminuteur) doit être inférieur au premier terme (diminuende), car l'élève ne travaille qu'avec des fractions positives.

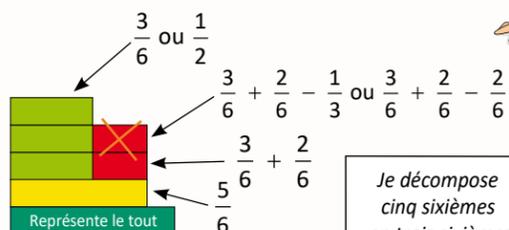
$$\frac{5}{6} - \frac{1}{3}$$

Le PPCM de six et trois est six. La réglette vert foncé représente six, soit le dénominateur commun (tout).

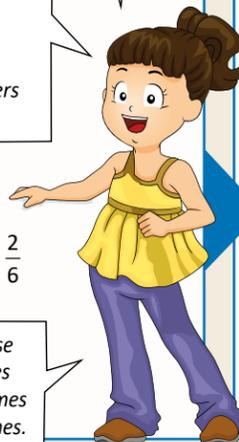


La réglette jaune représente cinq sixièmes.

Chacune des réglettes rouges représente un tiers ou deux sixièmes.

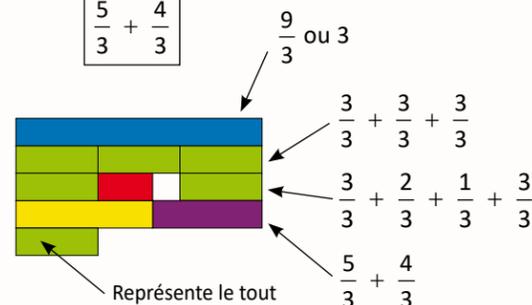


Je décompose cinq sixièmes en trois sixièmes et deux sixièmes.



La somme ou la différence de deux fractions impropres ou de nombres fractionnaires positifs ayant des dénominateurs communs.

$$\frac{5}{3} + \frac{4}{3}$$

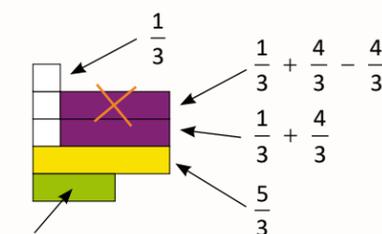


J'ai décomposé cinq tiers en trois tiers et deux tiers. J'ai décomposé quatre tiers en un tiers et trois tiers. J'ai recomposé deux tiers et un tiers en trois tiers. J'ai fini avec neuf tiers ou trois.

En 7^e et 8^e années, dans le cas de la soustraction, le deuxième terme (diminuteur) doit être inférieur au premier terme (diminuende), car l'élève ne travaille qu'avec des fractions positives.

$$\frac{5}{3} - \frac{4}{3}$$

Pour la soustraction, j'ai décomposé cinq tiers en un tiers et quatre tiers. J'ai enlevé quatre tiers. Il reste un tiers.



À noter : Les réglettes peuvent être utilisées pour représenter des fractions impropres et des nombres fractionnaires.



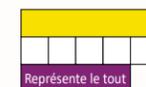
La somme ou la différence de deux fractions impropres ou de nombres fractionnaires positifs ayant des dénominateurs différents.

$$\frac{4}{2} + \frac{5}{4}$$

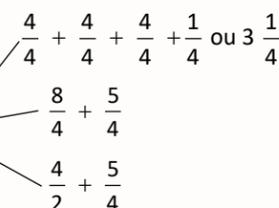
Le PPCM de deux et quatre est quatre. La réglette mauve représente quatre, soit le dénominateur commun (tout).



Chacune des réglettes rouges représente un demi ou deux quarts.



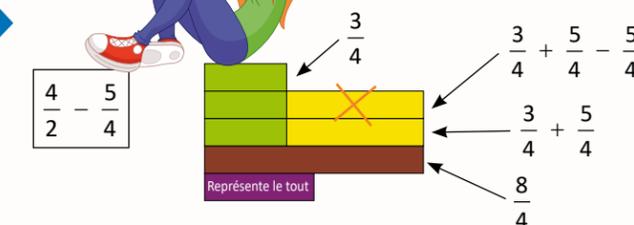
Chacune des réglettes blanches représente un quart et la réglette jaune représente cinq quarts.



En 7^e et 8^e années, dans le cas de la soustraction, le deuxième terme (diminuende) doit être inférieur au premier terme (diminuende), car l'élève ne travaille qu'avec des fractions positives.

Je sais que quatre est le PPCM de deux et quatre.

Je sais que quatre demis est équivalent à huit quarts. J'ai décomposé huit quarts en trois quarts et cinq quarts, puis j'ai enlevé cinq quarts. Il reste trois quarts.



$$\frac{4}{2} - \frac{5}{4}$$

LISTE PARTIELLE DU VOCABULAIRE DE MATHÉMATIQUES AUQUEL L'ÉLÈVE DOIT ÊTRE EXPOSÉ

RÉGULARITÉS ET RELATIONS

Apparier, appliquer, communiquer, comparer, construire, créer, décomposer, décrire, démontrer, déterminer, estimer, évaluer, expliquer, exprimer, formuler, généraliser, identifier, isoler, maintenir, modéliser, observer, ordonner, prédire, préserver, prolonger, raisonner, regrouper, remplacer, représenter, résoudre, simplifier, substituer, tracer, transposer, vérifier

- Vocabulaire de régularité : régularité, régularité numérique, règle, relation, relation linéaire, tableau, table de valeurs, terme, rang du terme, valeur du terme, nombre d'entrée, nombre de sortie, augmente, diminue, graphique, axe horizontal et vertical, échelle, étiquette, droite, élément discret, énoncé
- Vocabulaire de variable et d'équation : équation, équation algébrique, équation linéaire, membre de droite et de gauche, terme, termes semblables, terme constant, maintien de l'égalité, substitution, coefficient numérique, énoncé, expression, expression algébrique, valeur, valeur numérique, variable, tuile (carreau) algébrique, tuile (carreau) unitaire, tuile (carreau de variable), résultat, essais systématiques, déduction

Le coût de fabrication d'un bouquet est de deux fois b plus trois; si b représente le nombre de bouquets, construis une table de valeurs pour montrer cette relation. Trace un graphique à partir de ta table de valeurs.



Table de valeurs

| Nombre de bouquets (b) | Prix (\$) |
|------------------------|-----------|
| 1 | 5 |
| 2 | 7 |
| 3 | 9 |
| 4 | 11 |
| 5 | 13 |

Prix de fabrication des bouquets

Ma table de valeur démontre une relation linéaire puisqu'à chaque fois que le nombre de bouquets augmente d'un, le prix augmente de deux dollars. Et mon graphique représente une relation linéaire puisque les points forment une droite.

Si je prolongeais mon graphique jusqu'à 10 bouquets, le coût de la fabrication des bouquets serait de vingt-trois dollars.

L'élève

- décrit des régularités numériques à l'aide d'une relation, c'est-à-dire la règle qui lie le rang du terme à la valeur du terme;
- construit une table de valeurs à partir d'une relation en substituant des valeurs à la variable;
- trace un graphique (limité à des éléments discrets) à partir d'une table de valeurs.

7^e ANNÉE

Connaissance et compréhension
La construction de nouvelles connaissances

EN ROUTE VERS LA 8^e ANNÉE

Les régularités et les relations

LES RÉGULARITÉS ET LA PENSÉE ALGÈBRIQUE (7.R.1, 7.R.2)

PRIME N4 : C1, C2, C3, C4, C5 et H2

Grandes idées :

- Une régularité peut être représentée d'une variété de façons.
- Les relations peuvent être décrites et des généralisations peuvent être faites pour des situations mathématiques de nombres ou d'objets qui se répètent de façons prédictibles.
- Les données peuvent être disposées de manière à mettre en relief des régularités et des relations.

L'élève

- formule une relation pour représenter et décrire une régularité exprimée oralement ou par écrit;
- fournit un contexte de la vie quotidienne qui peut être représenté par une relation.

Madame Nicole plante des arbres dans sa cour. Elle a déjà planté 7 arbres. Combien d'arbres va-t-elle avoir dans sa cour à la fin de chaque heure de travail si elle peut planter 9 arbres par heure (h)?

Étes-vous prêts à présenter votre solution au problème de madame Nicole? Arthur, peux-tu présenter la solution de ton groupe?

Nous avons écrit la relation qui représente le nombre d'arbres dans la cour de Nicole à l'aide de l'expression algébrique suivante.

$9h + 7$
où h représente le nombre d'heures de travail

Nous savons qu'elle avait déjà sept arbres. Alors, si h représente le nombre d'heures de travail et qu'elle plante neuf arbres par heure, nous pouvons multiplier le nombre d'heures de travail qu'elle va faire par neuf et additionner les sept arbres qu'elle avait déjà pour savoir combien d'arbres elle aura dans sa cour à la fin de chaque heure de travail.

Arthur, tu as bien expliqué votre solution. Sylvie, peux-tu me dire combien il y aurait d'arbres dans la cour après trois heures de travail?

Pour trouver le nombre d'arbres au bout de trois heures de travail, je n'ai qu'à calculer neuf fois trois plus sept, ce qui donne trente-quatre arbres.

APPRENTISSAGE PAR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

PRIME Connaissances et stratégies, Chapitre 5

L'enseignant

- utilise des modèles tels que des tables de valeurs et des graphiques;
- utilise la résolution de problèmes et l'enquête pour
 - a. amener l'élève à :
 - i. formuler des relations pour représenter et décrire une régularité numérique liée à un contexte de la vie quotidienne (énoncé);
 - ii. établir des liens entre une relation ou une table de valeurs et le graphique qui les représente;
 - iii. décrire, en ses propres mots, oralement ou par écrit, la relation représentée par un graphique pour résoudre des problèmes.
 - b. offrir à l'élève la possibilité d'observer, de s'interroger et d'appliquer ses connaissances et sa compréhension des régularités et des relations mathématiques pour résoudre des problèmes;
 - c. observer le raisonnement de l'élève afin de fournir de l'étayage.

J'observe que lorsque le nombre d'entrée augmente d'un, le nombre de sortie augmente de deux, il s'agit donc d'une régularité croissante et d'une relation linéaire.

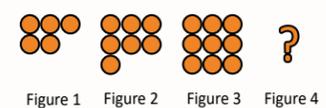
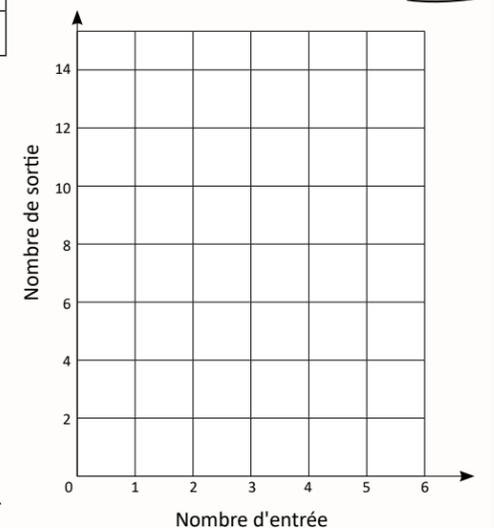
| Nombre d'entrée (n) | Nombre de sortie |
|---------------------|------------------|
| 1 | 9 |
| 2 | 11 |
| 3 | 13 |
| 4 | 15 |
| 5 | 17 |
| 6 | 19 |
| 7 | 21 |
| 8 | 23 |
| 9 | 25 |
| 10 | 27 |



Si on traçait le graphique qui représente cette relation, les points formeraient une droite, mais il ne serait pas nécessaire de relier les points entre eux parce qu'il n'y a aucun nombre entre les valeurs d'entrée dans la table.

| | | | | | | | |
|---|--|--|--|--|--|--|--|
| x | | | | | | | |
| y | | | | | | | |

- pose des questions ouvertes qui favorisent la réflexion et le dialogue :
 - Crée un scénario de la vie quotidienne qui peut être représenté par une relation. Formule la relation et représente-la à l'aide du modèle de ton choix.
 - Crée une expression algébrique qui inclut au moins une variable et dont le terme constant est 3. Représente cette expression à l'aide du modèle de ton choix.
 - Jean a créé l'expression suivante $x + a$ où a représente un nombre négatif. Construis une table de valeurs avec des nombres d'entrée de ton choix et représente graphiquement la relation. Décris le graphique.
- pose des questions fermées ayant une seule réponse pour valider ou vérifier une connaissance précise :
 - Jeanne gagne 25 \$ par jour plus 12 \$ pour chaque heure de travail. Écris une relation qui représente son salaire pour une journée de travail de 8 heures à l'aide d'une expression algébrique.
 - Écris une expression algébrique qui représente l'énoncé suivant : cinq de moins que trois fois un nombre.
 - Représente graphiquement la relation $2f + 3$ et propose une situation de la vie quotidienne qu'elle peut représenter. Écris au moins 2 questions auxquelles tu peux répondre à l'aide du graphique. Réponds à ces questions.



À noter :

Des éléments discrets sont des variables numériques ayant des valeurs dénombrables ou des nombres finis tels que 1, 2, 3, etc. entre deux valeurs, p. ex. : le nombre d'invités à une fête (car on ne peut pas avoir une demi-personne) ou le nombre de jeux vidéo par personne (car on ne peut pas avoir une portion de jeu vidéo).

Par contre, que des éléments continus sont des variables numériques ayant une infinité de valeurs entre deux valeurs dénombrables telles que $1, 1\frac{1}{2}, 2, 2\frac{1}{2}$, etc.,

p. ex. : la quantité de tarte mangée (car on peut manger des parties d'une tarte) ou la distance parcourue (car on peut parcourir une valeur infinie de distances entre un ou deux kilomètres).

Les régularités et les relations

APPRENTISSAGE PAR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

L'élève

- apparie une relation à un graphique et vice versa;
- décrit, en ses propres mots, oralement ou par écrit, la relation représentée par un graphique pour résoudre des problèmes.

Samuel, décris chaque graphique, puis associe chacun d'entre eux à la situation qu'il représente et explique ton raisonnement.



1

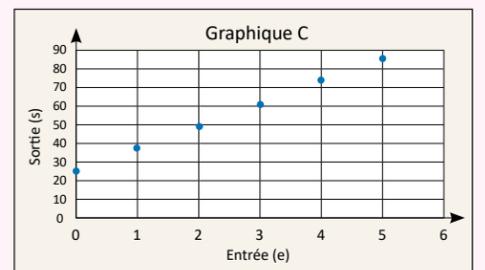
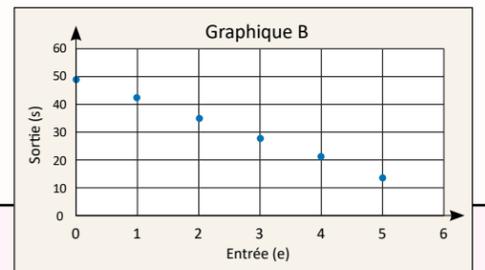
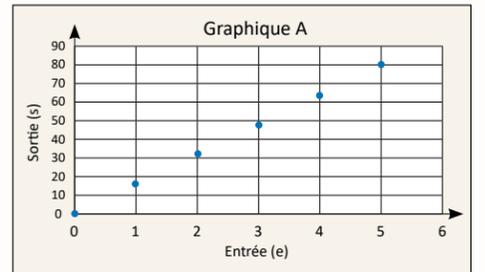
Le nombre de sacs de plastique ramassés est relié aux nombres d'élèves qui les ramassent. Il y a 25 sacs de plastique au départ. Chaque élève peut ramasser 12 sacs.

2

L'argent amassé d'une vente de gâteaux est relié au nombre de gâteaux vendus. Le coût par gâteau est de 16\$.

3

Le nombre de cartes de hockey que j'ai est relié au nombre de cartes que je donne à mes amis. J'ai 49 cartes au départ. Chacun de mes amis en reçoit 7.



Le graphique C représente une relation linéaire croissante. Il y a un point à la coordonnée zéro virgule vingt-cinq, ce qui indique qu'il y a un terme constant d'une valeur de vingt-cinq. Le graphique montre que chaque fois que la valeur d'entrée augmente d'un, la valeur de sortie augmente d'environ quinze. Je sais que la relation représentée par ce graphique est vingt-cinq plus environ dix fois e où e est la valeur d'entrée.

J'ai donc associé le graphique C à la première situation parce que le terme constant représente les vingt-cinq sacs qui avaient déjà été ramassés, que la valeur d'entrée représente le nombre d'élèves et que la valeur de sortie représente le nombre total de sacs qui ont été ramassés.

La relation représentée par ce graphique est en fait vingt-cinq plus douze fois e où e est le nombre d'élèves.

Tu as décrit le graphique avec précision et tu as déterminé le terme constant. Tu as fait des liens explicites entre le graphique C et la première situation. J'aurais aimé que tu fasses un lien entre la valeur d'environ dix et le coefficient de la variable.

Le graphique A représente une relation linéaire croissante. Il y a un point à la coordonnée zéro virgule zéro, ce qui indique qu'il n'y a pas de terme constant.

De plus, le graphique montre que lorsque la valeur d'entrée augmente d'un, la valeur de sortie augmente d'environ quinze, ce qui veut dire que le coefficient de la variable est environ quinze. Je dois multiplier la valeur du nombre d'entrée par environ quinze pour calculer la valeur du nombre de sortie.

La relation qui est représentée par ce graphique est d'environ quinze fois e où e est la valeur d'entrée.

J'ai donc associé le graphique A à la deuxième situation. Je peux dire que la valeur d'entrée représente le nombre de gâteaux vendus et que la valeur de sortie représente la somme d'argent amassée.

Tu as fait des liens explicites entre le graphique A et la deuxième situation. Cette fois-ci, tu as fait le lien entre l'augmentation de la valeur du nombre d'entrée et l'augmentation de la valeur du nombre de sortie pour déterminer le coefficient de la variable.

Tu as démontré que tu es capable d'expliquer pourquoi tu as apparié chacun des graphiques à la situation qu'il représente. À toi maintenant de créer un contexte de la vie quotidienne qui peut être représenté par une relation et de tracer le graphique correspondant.

Le graphique B représente une relation linéaire décroissante. Il y a un point près de la coordonnée zéro virgule cinquante, ce qui indique qu'il y a un terme constant d'une valeur d'environ cinquante.

Le graphique montre que lorsque la valeur d'entrée diminue d'un, la valeur de sortie diminue de moins que dix. J'ai associé ce graphique à la troisième situation, car on peut le représenter par l'expression algébrique quarante-neuf moins sept fois e où e est la valeur d'entrée.

Je peux dire que la valeur du terme constant représente les quarante-neuf cartes de hockey qu'il avait au départ. La valeur d'entrée représente le nombre d'amis auxquels il a donné des cartes et la valeur de sortie représente le nombre de cartes qu'il lui reste.

Je savais que le nombre de cartes allait diminuer à mesure qu'il en donnait à ses amis et qu'il ne pourrait pas en donner à plus de sept de ses amis.

Tu as fait des liens explicites entre le graphique et la situation qu'il représente. Encore une fois, j'aurais aimé que tu fasses un lien avec le coefficient de la variable. Par contre, je trouve intéressant que tu aies fait des liens entre les facteurs de quarante-neuf et le nombre maximum d'amis auxquels il pouvait donner ses cartes.

LISTE PARTIELLE DE LA TERMINOLOGIE ALGÈBRE À LAQUELLE L'ÉLÈVE DOIT ÊTRE EXPOSÉ PAR L'ENTREMISE DE CONTEXTES D'APPRENTISSAGE AUTHENTIQUES

Une **expression algébrique** est composée de termes. Les termes peuvent être composés de nombres et de variables.

Les **termes** d'une expression algébrique sont séparés par des symboles d'addition (+) ou de soustraction (-), p. ex. : dans l'expression algébrique $2ab + 3ac + 4w - 5d + 4acd$ on retrouve 5 termes différents. Il est toutefois possible qu'une expression algébrique n'ait qu'un seul terme, p. ex. : $2ab$.

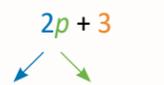
Dans une expression algébrique, une **variable** est un élément qui peut être remplacé par plusieurs valeurs à l'intérieur d'une relation, p. ex. : dans l'expression $4x + 5$, x est la variable. La valeur de l'expression varie selon la valeur attribuée à x .

Une expression algébrique peut être composée de **termes variables** comprenant une variable représentée par une lettre de l'alphabet et de **termes constants** qui ne contiennent que des nombres ou des valeurs fixes, p. ex. :



Les termes variables peuvent être composés d'une variable, p. ex. : $4x$ ou d'un groupe de variables, p. ex. : $5xyz$ et d'un coefficient numérique.

Le **coefficient numérique** est un facteur de multiplication de la variable placé directement devant une ou plusieurs variables, p. ex. :



Coefficient numérique Variable

Le terme $2p$ signifie deux fois la valeur de p ou 2 multiplié par la valeur de p .

S'il n'y a pas de nombre devant une variable, le coefficient numérique est 1 et non 0, p. ex. : dans l'expression $p + 3$, le coefficient de la variable p est 1.

Une expression algébrique peut aussi être composée de **termes semblables**. Ce sont des termes qui ont les mêmes variables affectées des mêmes exposants, p. ex. : dans l'expression $2ab + 3 - 4ab$, les termes $2ab$ et $-4ab$ sont des termes semblables.

Les régularités et les relations

LES REPRÉSENTATIONS ALGÈBRIQUES À L'AIDE D'EXPRESSIONS ET D'ÉQUATIONS (7.R.3, 7.R.4, 7.R.5, 7.R.6, 7.R.7)

PRIME N4 : C1, C2, C3, C4, C5 et H2

Grandes idées :

- En algèbre, on utilise des symboles ou des variables, des expressions et des équations qui sous-tendent des concepts mathématiques et des régularités dans le monde qui nous entoure.
- Le symbole d'égalité (signe d'égalité) représente une relation entre les expressions numériques de chaque côté du symbole.
- L'égalité et l'inégalité sont utilisées pour exprimer des relations entre deux quantités.
- Les relations entre les quantités peuvent être décrites grâce à des règles comportant des variables.

L'élève

- identifie les composantes (terme constant, terme variable, coefficient numérique et variable) d'une expression;
- explique ce qu'est une variable dans une expression et évalue une expression où la valeur de toute variable est donnée;
- identifie les composantes d'une équation (membres de gauche et de droite, symbole d'égalité, terme constant, terme variable, coefficient numérique et variable);
- fournit un exemple d'une expression et d'une équation et explique en quoi elles se ressemblent et en quoi elles diffèrent.

Expression algébrique

- n'a pas de symbole d'égalité (=)
- les variables peuvent être remplacées par différentes valeurs
- représente la règle d'une régularité
- on substitue la variable par des nombres pour trouver la valeur d'un terme dans une table de valeurs
- on évalue une expression
- termes variables
- décrit la relation dans une table de valeur

| rang du terme (n) | valeur du terme |
|-------------------|-----------------|
| 0 | -4 |
| 1 | -1 |
| 2 | 2 |
| 3 | 5 |
| 25 | $3n - 4$ |

Équation algébrique

- symbole d'égalité (=) représente une relation d'égalité
- les lettres représentent certaines valeurs de la variable
- on résout une équation pour trouver la valeur de la variable
- membre de gauche et membre de droite
- normalement, la valeur n'a qu'une seule valeur dans une équation
- il existe une équation pour chaque coordonnée d'un graphique

| rang du terme (n) | valeur du terme |
|-------------------|-----------------|
| 0 | -4 |
| 1 | -1 |
| 2 | 2 |
| 3 | 5 |
| 4 | 8 |
| n | 32 |

lettres, nombres, symboles d'addition et de soustraction, coefficients numériques, termes constants, énoncés mathématiques

On utilise des expressions algébriques pour représenter les relations entre des nombres. Par exemple, je pourrais représenter l'énoncé « quatre de moins que le triple d'un nombre » avec l'expression algébrique $trois\ fois\ n\ moins\ quatre$. J'aurais pu choisir une autre lettre pour représenter la variable. La valeur de l'expression varie selon la valeur attribuée à n . Dans ce cas-ci, la valeur de n est le rang du terme.

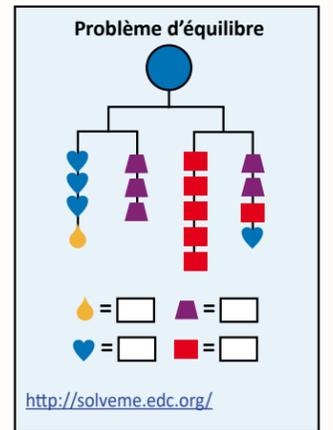
On utilise des équations pour décrire une relation d'égalité entre deux expressions, p. ex. : $trois\ fois\ un\ nombre\ moins\ quatre\ est\ trente-deux\ pour\ une\ certaine\ valeur\ de\ n$. Dans ce cas-ci, la valeur de n ne peut être que douze.

APPRENTISSAGE PAR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

PRIME Connaissances et stratégies, Chapitre 5

L'enseignant

- utilise des modèles d'équilibre;
- utilise du matériel de manipulation tel que des balances et des tuiles (carreaux) algébriques;
- utilise la résolution de problèmes et l'enquête pour
 - amener l'élève à :
 - comparer une expression et une équation, et identifier leurs composantes;
 - expliquer ce qu'est une variable dans une expression et évaluer une expression où la valeur de toute variable est donnée;
 - modéliser et appliquer le maintien de l'égalité pour résoudre des problèmes qui peuvent être représentés par des équations linéaires à une étape et en vérifier la solution.
 - offrir à l'élève la possibilité d'observer, de s'interroger et d'appliquer ses connaissances et sa compréhension des expressions et des équations algébriques pour résoudre des problèmes;
 - observer le raisonnement de l'élève afin de fournir de l'étayage.



- pose des questions ouvertes qui favorisent la réflexion et le dialogue :

- Choisis, parmi ces étiquettes,
 - au moins deux expressions algébriques et deux équations, et décris des situations de la vie quotidienne qui peuvent être représentées par chacun de tes choix;
 - une expression algébrique et une équation, et écris un énoncé pour chacun de tes choix;
 - au moins une équation, et utilise le modèle de ton choix pour déterminer la valeur de la variable;
 - une expression algébrique et une équation, et explique en quoi elles sont semblables et en quoi elles sont différentes.

- Fournis 3 équations différentes dont la solution est 4. Au moins une de tes équations doit démontrer une relation d'égalité entre 2 expressions.

- pose des questions fermées ayant une seule réponse pour valider ou vérifier une connaissance précise :

- Représente chaque énoncé à l'aide d'une expression algébrique :
 - l'aire d'un triangle
 - l'aire d'un parallélogramme
 - la circonférence et l'aire d'un cercle

- Écris un énoncé pour chacune des expressions algébriques et évalue-les en fonction de la valeur donnée à la variable :

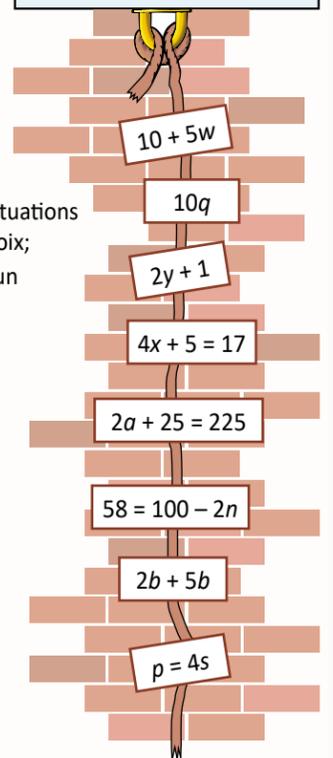
$10 + 5w$ si $w = 2$ $2y + 1$ si $y = 20$

- Identifie la variable, le terme constant, le coefficient numérique et les membres dans les équations suivantes. Résous chaque équation, puis vérifie la solution.

$2a + 25 = 225$ $58 = 100 - 2n$

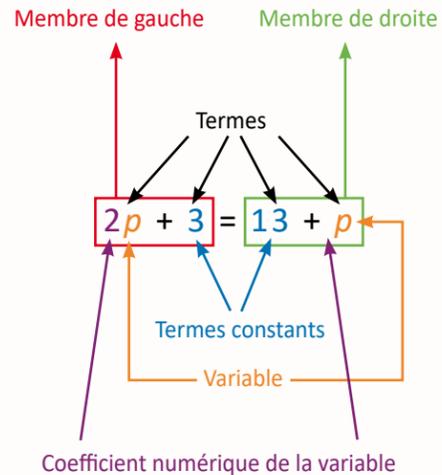
- Quelle expression algébrique représente chacun des énoncés?

- un de plus que deux fois un nombre la somme de trois et de six fois un nombre



LISTE PARTIELLE DE LA TERMINOLOGIE ALGÈBRE À LAQUELLE L'ÉLÈVE DOIT ÊTRE EXPOSÉ PAR L'ENTREPRISE DE CONTEXTES D'APPRENTISSAGE AUTHENTIQUES (SUITE)

Une équation algébrique est un énoncé mathématique qui décrit une relation d'égalité entre deux membres dont au moins un des membres doit être une expression algébrique. Les expressions algébriques peuvent se retrouver à gauche, à droite ou de part et d'autre du symbole d'égalité, p. ex. : $2w + 3 = 7$, $10 = 3w + 4$ et $2w + 3 = w + 5$.



Dans une équation algébrique, une variable est un élément qui peut normalement être remplacé par certaines valeurs à l'intérieur d'une relation d'égalité entre les deux membres, p. ex. :

- L'équation $4x + 5 = 17$ signifie que les deux membres ont la même valeur pour une certaine valeur de x . Pour cette équation, la valeur de x ne peut être que 3.
- L'équation $5a = 5a$ signifie que les deux membres ont la même valeur pour une certaine valeur de a . Pour cette équation, toutes les valeurs de a sont possibles.
- L'équation $5b + 2 = 5b$ signifie que les deux membres ont la même valeur pour une certaine valeur de b . Par contre, pour cette équation, il n'y a aucune valeur possible. Il s'agit d'une inéquation, donc une relation d'inégalité $5b + 2 = 5b$. **Ces situations seront abordées au secondaire.**
- L'équation $w^2 - 2w \neq 8$ signifie que les deux membres ont la même valeur pour une certaine valeur de w . Pour cette équation, il y a deux valeurs possibles pour w soit 4 ou -2. **Ces situations seront abordées au secondaire.**

Si le même symbole est utilisé plus d'une fois dans une équation, la valeur qu'il représente reste identique, p. ex. : dans $3a + 2a = 25$, la valeur de la variable a est 5.

7^e ANNÉE

Connaissance et compréhension
La construction de nouvelles connaissances

EN ROUTE VERS LA 8^e ANNÉE

Les régularités et les relations

APPRENTISSAGE PAR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

L'élève

- modélise le maintien de l'égalité pour chacune des opérations à l'aide de matériel concret et d'une représentation imagée, explique le processus oralement et le note de façon symbolique;
- applique le maintien de l'égalité pour résoudre des équations et des problèmes;
- modélise et résout des problèmes qui peuvent être représentés par des équations linéaires à une étape sous la forme :

$$\left. \begin{array}{l} \bullet x + a = b \text{ (où } a \text{ et } b \text{ sont des entiers)} \\ \bullet ax + b = c \\ \bullet ax = b \\ \bullet \frac{x}{a} = b, a \neq 0 \end{array} \right\} \text{ où } a, b \text{ et } c \text{ sont des entiers positifs}$$

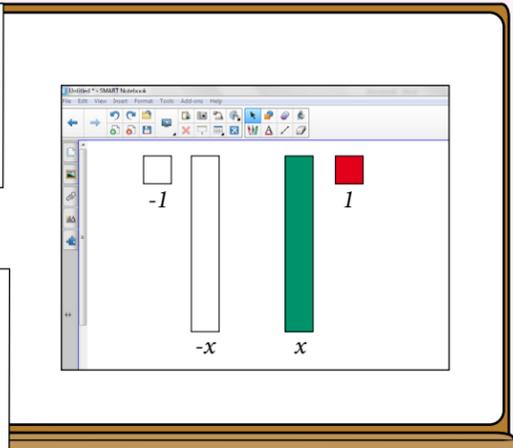
en résolvant l'équation à l'aide de matériel concret et en notant les étapes requises de façon imagée et symbolique;

- vérifie la solution d'une équation linéaire à l'aide de matériel concret ou de graphiques;
- substitue une solution possible à une variable dans une équation linéaire pour en vérifier l'égalité.

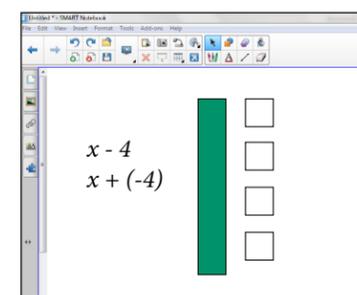
À noter : Il est essentiel d'allouer le temps nécessaire à l'exploration des tuiles algébriques. L'élève devrait être invité à les utiliser pour représenter des expressions avant d'être invité à les utiliser pour résoudre des équations.

Les tuiles algébriques sont efficaces pour représenter des expressions algébriques et des équations. Pour les utiliser de façon efficace, nous devons appliquer, entre autres, ce que nous avons appris au sujet du maintien de l'égalité, de l'ordre des opérations et des nombres entiers positifs et négatifs.

Les tuiles colorées représentent des valeurs positives et les tuiles blanches représentent des valeurs négatives. Les tuiles carrées représentent une valeur de plus un ou moins un selon leur couleur. Les tuiles rectangulaires représentent la variable.

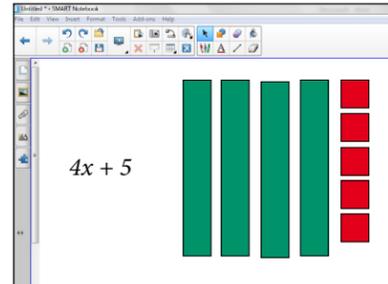


Aminata, comment représenterais-tu l'expression x moins quatre ou x plus moins quatre à l'aide des tuiles algébriques?



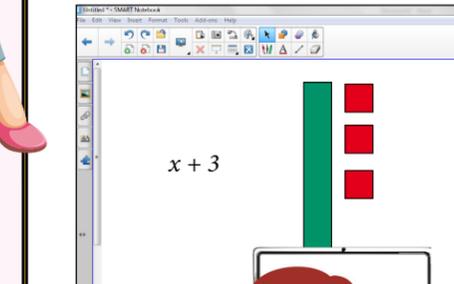
J'utiliserais une tuile verte pour représenter x et quatre tuiles blanches pour représenter moins quatre.

Et toi, Marcel, comment pourrais-tu représenter l'expression quatre x plus cinq avec les tuiles algébriques?



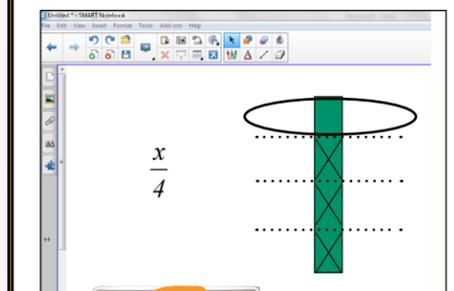
J'utiliserais quatre tuiles vertes pour représenter quatre x et cinq tuiles rouges pour représenter les cinq unités positives.

Léa, de quelles tuiles as-tu besoin pour représenter l'expression algébrique x plus trois?



J'ai besoin d'une tuile verte et de trois tuiles rouges.

Joselle, pourrais-tu représenter l'expression x divisé par quatre avec les tuiles algébriques?



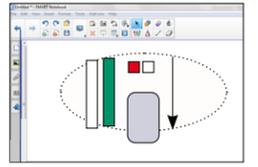
Oui, je pourrais la représenter de façon imagée en séparant une tuile verte en quatre parties égales. Chaque partie représenterait un quart de x .

Les régularités et les relations

APPRENTISSAGE PAR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

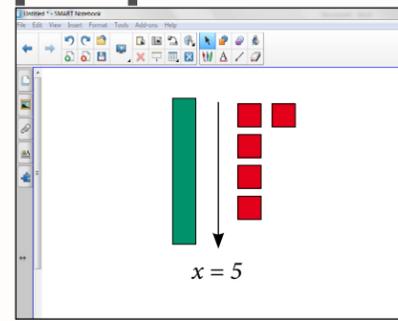
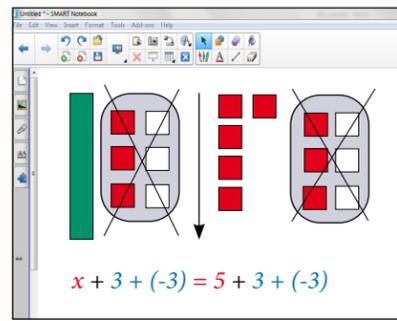
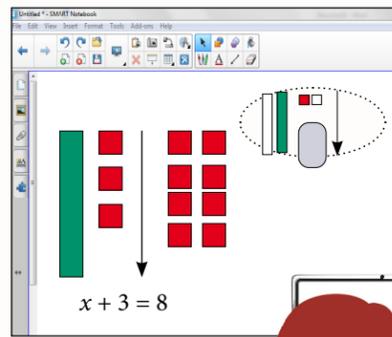
Les tuiles algébriques peuvent aussi être utilisées pour modéliser et résoudre des problèmes. Il faut se rappeler qu'une équation représente une relation d'égalité entre deux membres.

Lorsqu'on utilise des tuiles algébriques pour résoudre une équation, chacun des membres peut être représenté à l'aide des tuiles et le symbole d'égalité peut être représenté par une flèche. On utilise un ovale gris pour représenter l'ensemble des paires nulles.



Par exemple, pour l'équation x plus trois égale huit, nous pouvons représenter le membre de gauche x plus trois à l'aide d'une tuile verte et de trois tuiles rouges, le symbole d'égalité par une flèche et le membre de droite, huit, à l'aide de huit tuiles rouges.

Comment pourrait-on résoudre cette équation à l'aide des tuiles algébriques, c'est-à-dire trouver la valeur de la variable?

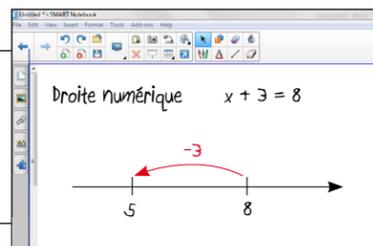


Pour isoler la variable, on doit créer trois paires nulles en ajoutant trois tuiles blanches à chacun des membres pour maintenir l'égalité.

Ensuite, on doit décomposer les huit tuiles rouges en un groupe de cinq et un groupe de trois pour créer trois paires nulles. En éliminant les trois paires nulles de chaque côté, on va réussir à isoler la variable x .

En conclusion, ceci veut dire qu'on peut substituer la tuile verte par cinq tuiles rouges. On aurait alors cinq tuiles rouges de chaque côté de la flèche. On peut affirmer que x plus trois égale huit si la valeur de x est cinq.

Comment votre connaissance des stratégies d'addition et de soustraction des nombres entiers vous a-t-elle été utile pour résoudre ce problème? On pourrait aussi utiliser le modèle de la droite numérique pour représenter cette équation algébrique. Voici la représentation de cette équation.



Je sais que lorsque nous enlevons ou ajoutons une quantité à la gauche, nous devons enlever ou ajouter la même quantité à la droite pour maintenir l'égalité.

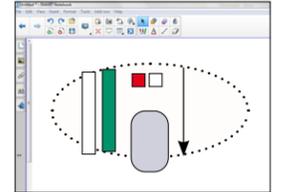
Je me souviens que pour résoudre des additions et des soustractions contenant des nombres entiers, nous devons créer des paires nulles.

Il ne faut pas oublier d'amener l'élève à faire des liens avec ses apprentissages antérieurs. En effet, les concepts liés à l'algèbre ont été abordés depuis la 1^{re} année (Voir les cartes de route de la 1^{re} à la 6^e année, Relations d'égalité et raisonnement algébrique). L'élève a eu l'occasion d'explorer des relations d'égalité et de développer les habiletés qui s'y rattachent. Ces habiletés consistent à reconnaître, à expliquer, à créer, à rétablir et à maintenir une situation d'égalité. L'élève a développé ces habiletés et sa compréhension du concept d'égalité en explorant la relation entre les membres qui se trouvent de part et d'autre du symbole d'égalité de façon concrète, imagée et symbolique.

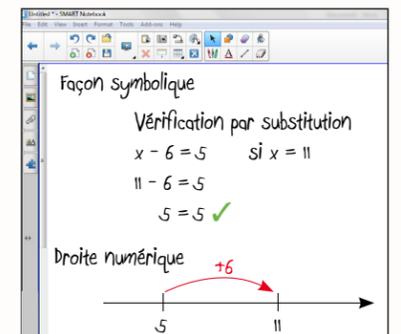
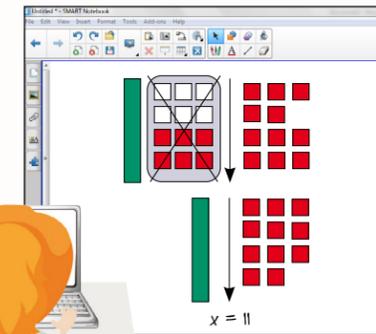
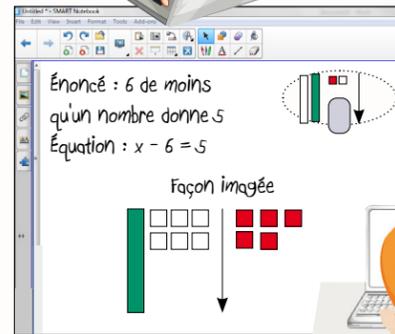
Composez une situation-problème qui peut être représentée sous la forme de l'équation $x + a = b$ où a et b sont des nombres entiers.

Vous pouvez choisir un des scénarios suivants :

- a et b sont des nombres positifs;
- a et b sont des nombres négatifs;
- a est un nombre positif et b est un nombre négatif;
- a est un nombre négatif et b est un nombre positif.

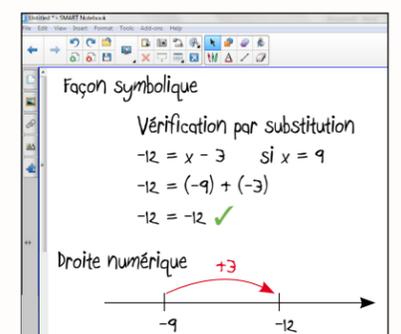
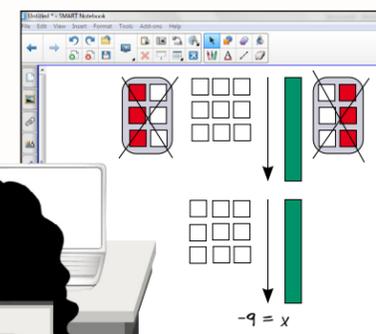
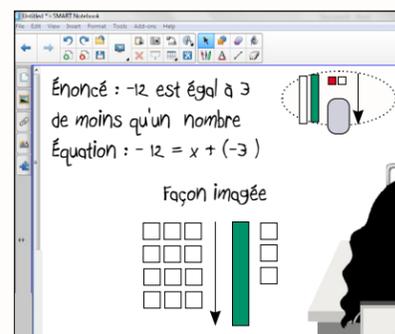


Représentez votre situation-problème par un énoncé et une équation. Résolvez votre équation à l'aide de tuiles algébriques et de la droite numérique puis vérifiez votre solution par substitution.



J'ai créé un problème où la valeur de a est négative et la valeur de b est positive.

Ma situation-problème est la suivante. Jasmine invite des amis pour aller jouer au golf. Six de ses amis partent après avoir complété le neuvième trou. Cinq amis restent pour finir la ronde de dix-huit trous. Combien d'amis Jasmine avait-elle invités?



J'ai créé un problème où les valeurs de a et de b sont négatives.

La situation-problème que j'ai composée est la suivante. Ce matin, la température est de moins douze degrés Celsius. Elle a baissé de trois degrés Celsius pendant la nuit. Quelle était la température hier soir?

Les régularités et les relations

APPRENTISSAGE PAR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

En équipe de deux, choisissez une situation-problème au hasard. Vous aurez à écrire l'équation qui la représente, la résoudre à l'aide des tuiles algébriques et d'un autre modèle de votre choix. Vous devrez aussi noter vos étapes de façon symbolique. Choisissez un de vos modèles pour présenter votre démarche à la classe.

Sylvie a 6 cartes de hockey. Elle a 5 cartes de plus que 3 fois le nombre de cartes de son petit frère. Combien son petit frère a-t-il de cartes?

Nous avons écrit l'équation qui représente la situation-problème. Nous l'avons résolue à l'aide des tuiles algébriques et de la balance. Nous avons noté les étapes de façon symbolique.

À noter : Cette étape permet à l'élève de comprendre pourquoi on se retrouve avec une tuile verte et deux tuiles rouges.

Jamir veut dessiner un triangle équilatéral dont le périmètre mesure 9 cm. Quelle est la longueur de chacun des côtés de son triangle?

Un triangle équilatéral, c'est un triangle qui a trois côtés congrus.

$p = 3c$

Nous avons écrit l'équation qui représente la situation-problème. Nous l'avons résolue à l'aide des tuiles algébriques et d'un mobile. Nous avons noté les étapes de façon symbolique.

Nous avons remarqué que l'équation correspond à la formule qui nous permet de déterminer le périmètre d'un triangle équilatéral. Donc, une formule est une équation.

$3x = 9$

$3x = 9$

$3x/3 = 9/3$

$x = 3$

Serenah fabrique des bracelets. Elle veut les partager avec 4 de ses amies. Si elle veut donner 2 bracelets à chacune de ses amies combien de bracelets doit-elle fabriquer?

Nous avons écrit l'équation qui représente la situation-problème. Nous l'avons résolue à l'aide des tuiles algébriques et d'un modèle de longueur en utilisant des réglettes. Nous avons noté les étapes de façon symbolique.

Nous avons écrit l'équation qui représente la situation-problème. Nous l'avons résolue à l'aide des tuiles algébriques et d'un modèle de longueur en utilisant des réglettes. Nous avons noté les étapes de façon symbolique.

$\frac{x}{4} = 2$

$4\left(\frac{x}{4}\right) = 4(2)$

$4x = 8$

$x = 8$

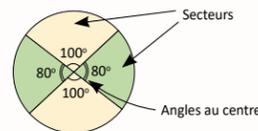
LISTE PARTIELLE DU VOCABULAIRE DE MATHÉMATIQUES AUQUEL L'ÉLÈVE DOIT ÊTRE EXPOSÉ

FORME ET ESPACE

Appliquer, calculer, communiquer, construire, créer, décrire, démontrer, déplacer, déterminer, développer, effectuer, estimer, établir, étiqueter, évaluer, expliquer, généraliser, identifier, raisonner, résoudre, tracer, vérifier

- Vocabulaire de la mesure du cercle : formule, rayon (r), diamètre (d), dimension, segment de droite, distance autour, circonférence (C), relation, nombre irrationnel, pi (π), angle au centre, secteur, somme des angles, angle de référence, degré, référent, centre du cercle, aire, point du cercle, congruent, congruence

La somme des angles au centre d'un cercle est de 360° .



7^e ANNÉE

Connaissance et compréhension
La construction de nouvelles connaissances

EN ROUTE VERS LA 8^e ANNÉE

La forme et l'espace

LE TEMPS

Il est nécessaire que l'élève ait compris le concept de durée (Voir les cartes de route de la 2^e à la 4^e année) soit le temps écoulé entre le début et la fin d'un événement afin de comprendre le concept du temps. Le développement de ce concept présume que l'élève peut appliquer les habiletés d'estimer, de mesurer et de comparer la durée d'événements dans divers contextes. Pour ce faire, l'élève doit avoir des référents pour les unités de mesure de temps et être capable de les mettre en relation les unes avec les autres.

LA LONGUEUR, L'AIRE, LES ANGLES (7.F.1, 7.F.2)

PRIME N4 : C1, C3, H1 et H3

Grandes idées :

- Il est nécessaire de comprendre les attributs d'un objet avant que toute mesure ne soit prise.
- La mesure se fait en choisissant un attribut d'un objet (la longueur, l'aire, la masse, la capacité, le volume) et une comparaison de l'objet à être mesuré par rapport à une mesure non standard et standard pour le même attribut.
- Plus l'unité de mesure est longue, moins d'unités sont requises pour mesurer l'objet et vice-versa.
- L'utilisation des unités de mesure standard simplifie la communication au sujet de la taille des objets.

L'élève

- démontre une compréhension du cercle en :
 - décrivant les relations entre le rayon, le diamètre et la circonférence d'un cercle;
 - établissant la relation entre la circonférence et pi (π);
 - déterminant la somme des angles au centre;
 - traçant un cercle dont le rayon ou le diamètre est donné, avec ou sans l'aide d'un compas;
- explique, à l'aide de diagrammes, que :
 - le diamètre d'un cercle est égal au double de son rayon;
 - la circonférence d'un cercle est approximativement le triple de son diamètre;
 - la somme des angles au centre de tout cercle est égale à 360° .

APPRENTISSAGE PAR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

PRIME Connaissances et stratégies, Chapitre 5

L'enseignant

- utilise la résolution de problèmes ou l'enquête pour
 - amener l'élève à :
 - décrire les relations qui existent entre le rayon, le diamètre et la circonférence d'un cercle;
 - établir la relation entre la circonférence et pi, et expliquer que pi (π) est le rapport de la circonférence au diamètre (C/d);
 - tracer des cercles dont le rayon ou le diamètre est connu, avec ou sans l'aide d'un compas;
 - modéliser et expliquer que la somme des mesures des angles intérieurs d'un cercle est égale à 360° .
 - offrir à l'élève la possibilité d'observer, de s'interroger et d'appliquer ses connaissances du cercle et des relations entre le rayon, le diamètre et la circonférence d'un cercle pour résoudre un problème;
 - observer le raisonnement de l'élève afin de fournir de l'étayage;
- pose des questions ouvertes qui favorisent la réflexion et le dialogue, et des questions fermées ayant une seule réponse pour valider ou vérifier une connaissance précise.

Vous savez que le contour d'un polygone s'appelle le périmètre. Dans le cas d'un cercle, le contour s'appelle la circonférence. On utilise le symbole C écrit en majuscule pour la représenter.

En équipe, vous devez choisir au moins trois cercles et suivre les étapes mentionnées au tableau. N'oubliez pas de noter vos observations et les questions que vous vous posez.



La circonférence (C)

- Mesurer la circonférence des cercles.
- Mesurer la distance entre le centre du cercle et différents points du cercle.
- Noter les mesures.

Centre du cercle

points du cercle

On obtient toujours la même longueur quand on mesure la distance entre le point au centre du cercle et les différents points du cercle.

C'est une bonne question.
On appelle la distance entre le centre du cercle et la circonférence le **rayon**. On utilise le symbole r écrit en minuscule pour le représenter.
Le segment de droite qui relie deux points du cercle en passant par le centre du cercle s'appelle le **diamètre**.
On utilise le symbole d écrit en minuscule pour le représenter.



Utilisez votre calculatrice pour déterminer la relation entre la circonférence de chacun de vos cercles et leur diamètre, et la relation entre la circonférence de chacun de vos cercles et leur rayon. Que remarquez-vous?

En effet, la relation entre la circonférence d'un cercle et son diamètre est toujours un peu plus que trois. Si on mesurait la circonférence et le diamètre avec précision, on obtiendrait le nombre irrationnel trois virgule un, quatre, un à l'infinité. On utilise le symbole pi pour le représenter. Quelles formules pouvez-vous développer à partir de votre enquête?

On peut mesurer la circonférence avec une ficelle puis mesurer la ficelle avec la règle.

On pourrait aussi mesurer la circonférence de la grande roue du fauteuil de Mady.



Si on trace un segment de droite qui relie deux points du cercle en passant par le centre du cercle, on obtient un segment qui mesure le double des autres segments.

Je me demande comment on appelle ces mesures.

Pour déterminer la relation entre la circonférence et le diamètre, nous avons divisé la circonférence par le diamètre. Nous avons remarqué que la circonférence de chacun des cercles est égale à un peu plus de trois fois le diamètre du cercle.

À chaque fois que ma grande roue fait une révolution complète, ma petite roue en fait huit parce que ma petite roue est huit fois plus petite que ma grande roue.

C'est normal parce qu'on a vu que le diamètre mesure le double du rayon.

Une formule, c'est une équation. On peut isoler une des variables selon ce qu'on recherche. D'après notre enquête, on peut généraliser les formules suivantes.

| | Circonférence (C) (cm) | Rayon (r) (cm) | Diamètre (d) (cm) |
|---------------------------------|------------------------|----------------|-------------------|
| Cercle 1 | 13 | 2 | 4 |
| Cercle 2 | 15,5 | 2,5 | 5 |
| Cercle 3 | 2,5 | 4 | 8 |
| Cercle 4 | 2,2 | 1,5 | 7 |
| Petite roue du fauteuil de Mady | 23,9 | 3,8 | 7,6 |
| Grande roue du fauteuil de Mady | 191,6 | 30,5 | 61 |

Quelle est la relation entre la circonférence de chacun de vos cercles et leur diamètre?

Quelle est la relation entre la circonférence de chacun de vos cercles et leur rayon?

| | Relation entre la circonférence du cercle et son diamètre C/d | Relation entre la circonférence du cercle et son rayon C/r |
|--|---|--|
| | 3,25 | 6,5 |
| | 3,1 | 6,2 |
| | 3,125 | 6,25 |
| | 3,142... | 6,285... |
| | 3,14... | 6,28... |
| | 3,14... | 6,28... |

Formules pour calculer la circonférence
 $C = \pi \times d$ ou $C = 2 \times \pi \times r$

Formules pour calculer le diamètre ou le rayon lorsqu'on connaît la circonférence
 $d = \frac{C}{\pi}$
 $r = \frac{C}{2\pi}$

LISTE PARTIELLE DU VOCABULAIRE DE MATHÉMATIQUES AUQUEL L'ÉLÈVE DOIT ÊTRE EXPOSÉ

FORME ET ESPACE

- Vocabulaire de la mesure de polygones : figures à deux dimensions, triangle, parallélogramme, rectangle, dimension, aire (A) (mesure de petite surface), superficie (mesure de grandes surfaces), unité carrée (u²), aire totale, périmètre (p), hauteur (h), base (b), longueur (L), largeur (l), formule, types de triangle (Voir, *Types de triangles*, 6^e année, p. 8), congruence, côté, sommet, trait

7^e ANNÉE

Connaissance et compréhension
La construction de nouvelles connaissances

EN ROUTE VERS LA 8^e ANNÉE

La forme et l'espace

L'élève

- explique comment on peut déterminer l'aire d'un triangle et d'un parallélogramme à partir de l'aire d'un rectangle;
- illustre et explique comment estimer l'aire d'un cercle sans avoir recours à une formule;
- généralise une règle pour créer une formule permettant de déterminer l'aire de triangles, de parallélogrammes et de cercles;
- applique une formule pour déterminer l'aire de triangles, de parallélogrammes et de cercles;
- résout des problèmes comportant l'aire de triangles, de parallélogrammes ou de cercles.

APPRENTISSAGE PAR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

L'enseignant

- utilise la résolution de problèmes ou l'enquête pour
 - a. amener l'élève à :
 - i. déterminer l'aire;
 - d'un triangle à partir de l'aire d'un rectangle;
 - d'un parallélogramme à partir de l'aire d'un rectangle;
 - d'un cercle sans avoir recours à une formule;
 - ii. généraliser une règle pour créer une formule pour déterminer l'aire d'un triangle, d'un parallélogramme et d'un cercle;
 - iii. appliquer une formule pour résoudre des problèmes comportant l'aire de triangles, de parallélogrammes ou de cercles.
 - b. offrir à l'élève la possibilité d'observer, de s'interroger et d'appliquer ses connaissances de la mesure de l'aire des triangles, des parallélogrammes et des cercles pour résoudre un problème;
 - c. observer le raisonnement de l'élève afin de fournir de l'étayage;
- pose des questions ouvertes qui favorisent la réflexion et le dialogue, et des questions fermées ayant une seule réponse pour valider ou vérifier une connaissance précise.

À noter : Il est important que l'élève comprenne qu'une formule décrit les relations qui existent entre les différents attributs de la mesure d'une figure à deux dimensions.

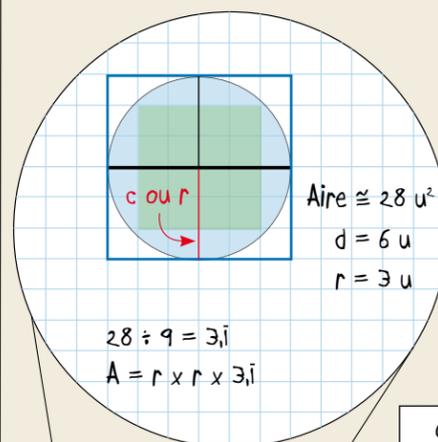
L'élève qui aura eu l'occasion de développer une formule pour déterminer le périmètre, la circonférence ou l'aire de figures à deux dimensions sera mieux en mesure de les appliquer dans divers contextes.

À noter : En septième année, l'élève n'a pas à utiliser la forme exponentielle lors de ses calculs de l'aire d'un cercle. Avant d'utiliser cette forme, l'élève a besoin de comprendre sa signification. Les exposants seront abordés en 9^e année.



Comment pouvez-vous utiliser vos connaissances des carrés, des rectangles et des cercles pour estimer la mesure de l'aire d'un cercle?

On peut placer un papier quadrillé par-dessus le cercle et compter le nombre d'unités carrées pour estimer son aire. J'ai compté seize unités carrées parfaites et environ douze unités carrées de plus, donc, l'aire du cercle mesure environ vingt-huit unités carrées.



C'est presque la même relation qu'on a identifiée entre la circonférence et le diamètre. Est-ce que ça veut dire que la formule de l'aire du cercle serait pi fois r fois r?

On pourrait aussi tracer un carré autour du cercle et faire des liens avec l'aire d'un carré. On sait que si les côtés du carré mesurent six unités, son aire mesure trente-six unités carrées, donc l'aire du cercle doit être inférieure à trente-six unités carrées. Ceci confirme la vraisemblance de mon estimation.

Je me demande quelle serait la relation entre l'aire du cercle et l'aire d'un des carrés.

Pour identifier la relation, on n'a qu'à diviser l'aire du cercle qui est environ vingt-huit par l'aire d'un des carrés qui est neuf. Ceci donne trois virgule un périodique, donc l'aire du cercle est égale à trois virgule un périodique fois l'aire du carré ou trois virgule un périodique fois côté fois côté. Puisque les côtés des petits carrés correspondent au rayon du cercle, on peut dire que l'aire du cercle est égale à trois virgule un périodique fois r fois r.

Si on divise ce carré en quatre, on obtient quatre carrés dont l'aire de chacun mesure neuf unités carrées. On peut voir que les côtés des carrés correspondent au rayon du cercle. Le rayon du cercle mesure donc trois unités et son diamètre six unités.

On a manipulé les cercles fractionnaires pour essayer de voir si on pouvait former des rectangles. On a remarqué que plus on avait de secteurs plus la forme ressemblait à un rectangle. On a choisi d'utiliser celui qui a douze secteurs.

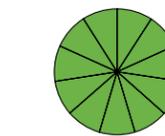
On a identifié les parties du rectangle qui correspondent à la circonférence et au rayon. La longueur du rectangle correspond à un demi de la circonférence et sa largeur correspond au rayon.

On sait que pour calculer l'aire d'un rectangle, on doit faire la longueur fois la largeur. On sait aussi que la circonférence d'un cercle est égale à deux fois pi fois r.

Donc, pour calculer l'aire d'un cercle, on doit faire pi fois r fois r.

Quel lien pouvez-vous faire entre vos différents constats?

Aire du cercle $\pi \approx 3,14...$



$A = \pi \times r \times r$

On a fait des liens entre nos connaissances du cercle et de l'aire de carrés et de rectangles pour arriver à développer une formule qui nous permet de calculer l'aire des cercles.

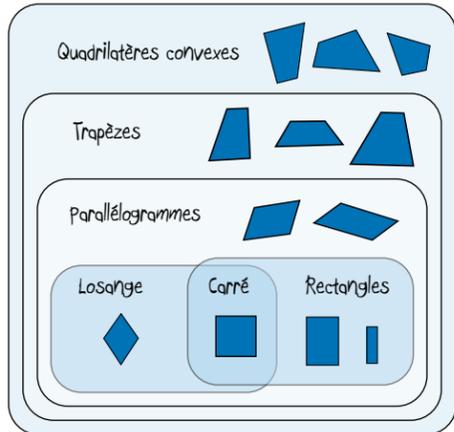
Vous avez réussi à développer et à généraliser vous-mêmes la formule qui est utilisée par tous pour calculer l'aire d'un cercle. Quand vous calculez la circonférence ou l'aire d'un cercle à l'aide de vos calculatrices, vous pouvez utiliser la touche pi. Ceci donnera plus de précision à vos calculs.

La forme et l'espace

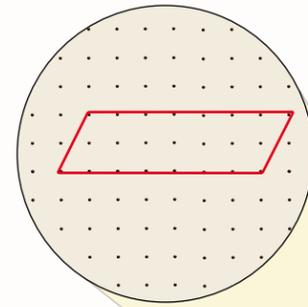
APPRENTISSAGE PAR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

Cette fois-ci, nous allons explorer comment vos connaissances des quadrilatères peuvent vous aider à développer une formule pour calculer l'aire d'un parallélogramme.

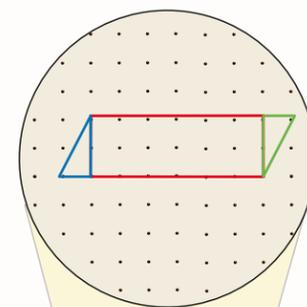
Classification des quadrilatères



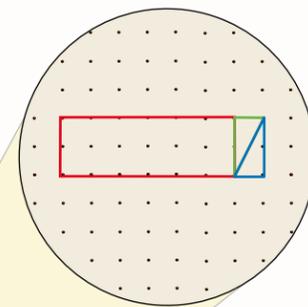
Rappelez-vous que selon notre classification, tous les losanges, les carrés et les rectangles sont des parallélogrammes, mais les parallélogrammes ne sont pas tous des losanges, des carrés ou des rectangles.



On pourrait utiliser un géoplan pour vérifier ton hypothèse. On doit s'assurer d'avoir deux paires de côtés parallèles. C'est pour cela que les rectangles, les losanges et les carrés sont aussi des parallélogrammes.

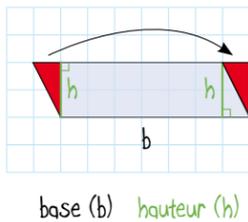


Je vois que le parallélogramme est composé d'un rectangle et de deux triangles congruents. Laisse-moi te montrer.



Quand on fait subir une translation de sept unités vers la droite au triangle bleu, on obtient un rectangle dont l'aire est la même que celle du parallélogramme. La base du parallélogramme correspond à la longueur du rectangle tandis que la hauteur du parallélogramme correspond à la hauteur des triangles qu'on a formés. L'aire du parallélogramme est donc égale à la longueur fois la largeur du rectangle qu'on a formé.

Votre hypothèse est juste. Bref, la formule pour calculer l'aire d'un parallélogramme est le produit de sa base par sa hauteur.



$$A = b \times h$$

si $b = 7$ et $h = 2$
 $A = 7 \times 2$
 $A = 14 \text{ u}^2$

Pour déterminer la hauteur d'un parallélogramme, on doit mesurer la distance entre sa base et son côté opposé, mais on doit s'assurer que le segment de droite qui représente sa hauteur est perpendiculaire à sa base.

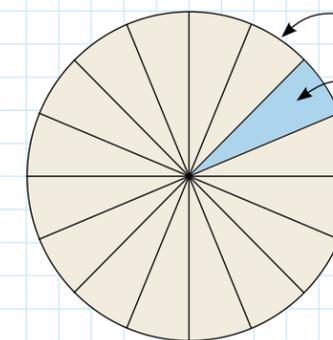
Je me demande si c'est possible d'utiliser la formule de l'aire d'un rectangle pour déterminer l'aire d'un parallélogramme.

À noter : L'élève a étudié les divers types de triangles en 6^e année. Il serait essentiel de les revoir avant d'entamer une enquête portant sur le développement de la formule de l'aire d'un triangle. L'élève sera alors mieux en mesure d'appliquer ses connaissances des triangles et d'utiliser la terminologie en question tout au long de cette enquête.

| TYPES DE TRIANGLES | Acutangle trois angles aigus | Obtusangle un angle obtus | Rectangle un angle droit |
|---|---------------------------------|------------------------------|-----------------------------|
| Scalène trois côtés de différentes longueurs | | | |
| Isocèle au moins deux côtés congrus | | | |
| Équilatéral trois côtés congrus | | | |

Vous savez comment appliquer des formules pour calculer l'aire des carrés, des rectangles, des parallélogrammes et des cercles. Comment pouvez-vous utiliser ces connaissances et vos connaissances au sujet des triangles afin de développer une formule pour déterminer l'aire d'un triangle?

Essayons avec un cercle! Si on le découpait en seize secteurs, chacun des secteurs ressemblerait à un triangle sauf que le côté qui correspond à la circonférence du cercle ne serait pas droit. L'estimation de l'aire d'un des secteurs ou quasi-triangles serait l'aire du cercle divisé par le nombre de secteurs.



$r = \text{rayon}$ $n = \text{nombre de secteurs}$

Aire du cercle $\cong \pi \times r \times r$

Aire d'un des secteurs $\cong \frac{\pi \times r \times r}{n}$

si $r = 5 \text{ u}$
 $n = 16$

$$\cong \frac{\pi \times (5) \times (5)}{16}$$

$$\cong 4,91 \text{ u}^2$$

Je pense que plus on sectionne le cercle, plus notre estimation se rapproche de l'aire réelle des quasi-triangles, mais notre formule fonctionne seulement si on connaît les dimensions du cercle.

hauteur (h) base (b)

$A = b \times h$ si $b = 3 \text{ u}$ et $h = 5 \text{ u}$
 $= 3 \times 5$
 $= 15 \text{ u}^2$

$A = b \times h$ si $b = 5 \text{ u}$ et $h = 3 \text{ u}$
 $= 5 \times 3$
 $= 15 \text{ u}^2$

Un parallélogramme à deux bases et deux hauteurs possibles.

La forme et l'espace

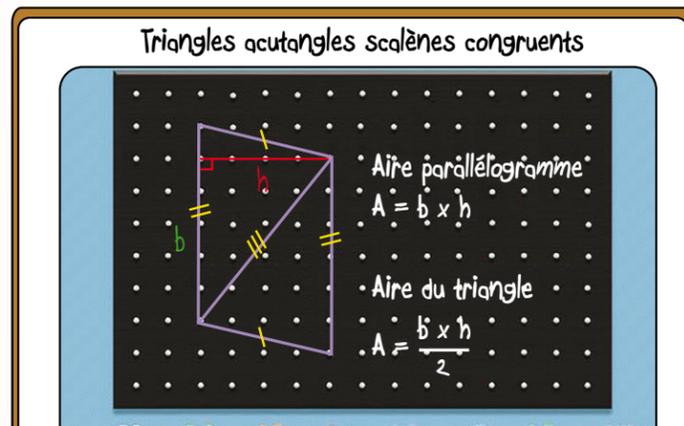
APPRENTISSAGE PAR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

C'est ingénieux d'avoir pensé à utiliser la formule de l'aire d'un cercle pour développer la formule de l'aire d'un triangle. Vous avez raison de dire que ce ne serait efficace que si vous connaissiez l'aire du cercle. Poursuivez votre enquête en utilisant des triangles de votre choix comme point de départ.



À noter : Les types de triangles obtusangles isocèles, acutangles isocèles et équilatéraux sont à éviter lors de cette enquête puisqu'ils forment des losanges. Il est préférable de s'en tenir aux types de triangles qui formeront des parallélogrammes, des carrés ou des rectangles.

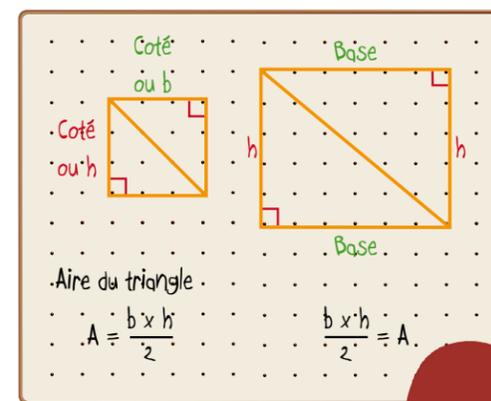
On a choisi d'utiliser une paire de triangles acutangles scalènes. On a obtenu un parallélogramme en faisant subir une rotation de cent quatre-vingts degrés à un des triangles à partir d'un point au centre d'un de ses côtés.



Comme on a utilisé deux triangles congruents pour former le parallélogramme, on sait que l'aire d'un des triangles est la moitié de l'aire du parallélogramme qu'on a obtenu. On pourrait donc utiliser la formule base fois hauteur du parallélogramme divisé par deux pour calculer l'aire d'un triangle.

Triangles rectangles isocèles congruents

Triangles rectangles scalènes congruents



On a utilisé une paire de triangles rectangles isocèles et une paire de triangles rectangles scalènes. On a obtenu un carré en déplaçant les triangles isocèles et un rectangle en déplaçant les triangles scalènes.

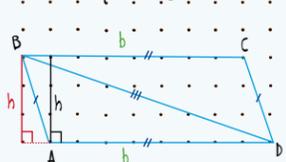
L'aire d'un des triangles rectangles scalènes est égale à la moitié de l'aire du rectangle soit longueur fois largeur divisé par deux. On sait que la longueur et la largeur d'un rectangle peuvent correspondre à sa base et à sa hauteur. Donc, on peut aussi utiliser la formule base fois hauteur du rectangle divisé par deux.

Nous sommes arrivés à une formule semblable puisque l'aire d'un des triangles rectangles isocèles est égale à la moitié de l'aire du carré soit côté fois côté divisé par deux. Puisqu'un des côtés correspond à la base du carré et l'autre à sa hauteur, on pourrait aussi utiliser base fois hauteur du carré divisé par deux.

On a utilisé une paire de triangles obtusangles scalènes. On a aussi obtenu un parallélogramme en déplaçant les triangles. Mais on a dû tracer la hauteur du triangle ABD à l'extérieur de celui-ci.

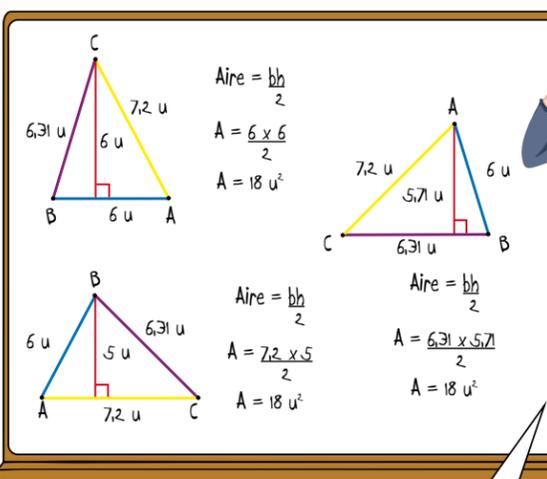
Triangles obtusangles scalènes congruents

$h =$ hauteur du triangle ABD
 $h =$ hauteur du parallélogramme ABCD



Nous sommes arrivés à la même formule pour calculer l'aire d'un triangle soit base fois hauteur du parallélogramme divisé par deux ou base fois hauteur du triangle divisé par deux.

Nous avons observé que la base et la hauteur du carré, du rectangle et des parallélogrammes correspondaient toujours à la base et à la hauteur d'un des triangles. On peut en déduire que l'aire d'un triangle est égale au produit de sa base et de sa hauteur divisé par deux.

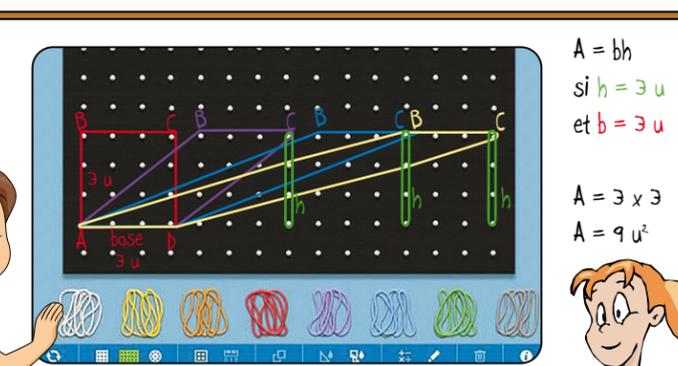


Il est important de savoir qu'il y a trois combinaisons de base et de hauteur possibles pour calculer l'aire d'un triangle. Chacun des côtés d'un triangle peut être considéré comme la base de ce triangle, mais la hauteur utilisée doit absolument correspondre à la droite qui relie le sommet opposé à la base choisie et qui est perpendiculaire à cette base.

Votre enquête vous a permis de déduire la formule pour calculer l'aire de tous les types de triangles. J'ai apprécié la façon dont vous vous êtes basés sur vos connaissances antérieures afin de mener votre enquête.

À l'aide de votre géoplan, représentez au moins trois parallélogrammes différents qui ont tous une aire de neuf unités carrées.

On sait que tous les carrés sont des parallélogrammes. On sait aussi que la formule pour calculer l'aire d'un parallélogramme est base fois hauteur.



En maintenant la même base et en déplaçant les sommets B et C vers la droite, on a obtenu trois parallélogrammes différents dont la base et la hauteur sont restées les mêmes. L'aire des quatre figures est donc identique, soit neuf unités carrées.

LISTE PARTIELLE DU VOCABULAIRE DE MATHÉMATIQUES AUQUEL L'ÉLÈVE DOIT ÊTRE EXPOSÉ (suite)

FORME ET ESPACE

- Vocabulaire de construction géométrique : droite, segment, trait, perpendiculaire, parallèle, concourant, se croise, médiatrice, bissectrice, arc, coupe, équerre, angle, compas, branche d'un compas, rapporteur d'angle, ligne de foi, diagonale, congruence, congruent

À noter : Il est essentiel d'utiliser les termes justes pour décrire des droites, des segments de droite, des droites ou segments de droite perpendiculaires et des droites ou segments de droite parallèles.

Les termes *droite* et *ligne* ne sont pas interchangeables. Le terme *ligne* dans ce contexte est un anglicisme, par exemple le terme « perpendicular line segment » se dit segment de droite perpendiculaire.

7^e ANNÉE

Connaissance et compréhension
La construction de nouvelles connaissances

EN ROUTE VERS LA 8^e ANNÉE



APPRENTISSAGE PAR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

PRIME Connaissances et stratégies, Chapitre 5

L'IDENTIFICATION, LE TRI, LA COMPARAISON ET LA CONSTRUCTION (7.F.3) PRIME N4 : C1, C4 ET H2

Grande idée :

- Les figures à deux dimensions et les objets à trois dimensions peuvent être décrits, classés et analysés selon leurs attributs.

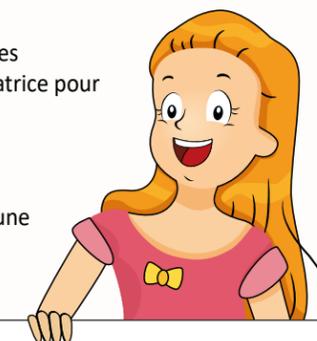
L'élève

- décrit des exemples de segments de droite parallèles, de segments de droite perpendiculaires, de médiatrices et de bissectrices dans l'environnement;
- identifie les segments de droite parallèles ou perpendiculaires qui apparaissent dans un diagramme;
- effectue des constructions géométriques en traçant :
 - un segment de droite perpendiculaire à un autre et en expliquant pourquoi ils sont perpendiculaires;
 - un segment de droite parallèle à un autre et en expliquant;
 - la bissectrice d'un angle de plus d'une façon en vérifiant la congruence des angles obtenus;
 - la médiatrice d'un segment de droite de plus d'une façon en vérifiant le résultat obtenu.

À noter : L'élève identifie, décrit et fournit des exemples de faces, de côtés et de segments de droite qui sont parallèles, concourants et perpendiculaires depuis la cinquième année. En septième année, il aura à appliquer ses connaissances afin de pouvoir tracer des segments de droite qui sont perpendiculaires ou parallèles.

L'enseignant

- utilise la résolution de problèmes, l'enquête ou le processus de design pour
 - amener l'élève à :
 - identifier, décrire et tracer des segments de droite parallèles et des segments de droite perpendiculaires;
 - tracer la bissectrice d'un angle de plus d'une façon et vérifier la congruence des angles ainsi obtenus;
 - tracer la médiatrice d'un segment de droite de plus d'une façon et vérifier le résultat obtenu.
 - offrir à l'élève la possibilité d'observer, de s'interroger et d'appliquer ses connaissances des segments de droite, de la bissectrice et de la médiatrice pour les identifier, les décrire et en tracer de nouveaux;
 - observer le raisonnement de l'élève afin de fournir de l'étayage.
- pose des questions ouvertes qui favorisent la réflexion et le dialogue, et des questions fermées ayant une seule réponse pour valider ou vérifier une connaissance précise.



Droite

Définition : Une droite est constituée d'une infinité de points alignés. Elle se prolonge à l'infini dans les deux directions, car elle n'a ni début ni fin. Elle n'a pas de longueur.

Illustration :

Notation : (AB) ou (BA) ou (d)

Exemple de la vie courante : Un chemin ou une rangée de fleurs dont on ne voit pas la fin.

Construction : On peut utiliser une règle ou tout objet qui est droit pour la construire ou la tracer.



Segment de droite

Définition : Un segment de droite est une partie d'une droite limitée par deux extrémités ou par deux points.

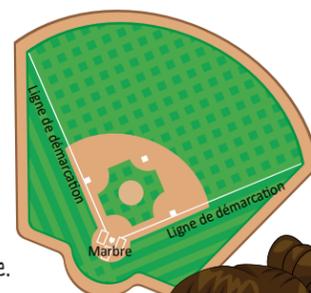
Illustration :

Notation : [AB] ou \overline{AB}

Exemple de la vie courante : Les lignes de démarcation entre le marbre et la clôture extérieure d'un terrain de baseball représentent des segments de droite.

Construction : On peut utiliser une règle ou tout objet qui est droit pour le construire ou le tracer.

Voici comment on peut utiliser une règle pour tracer un segment de droite.



Segments de droite perpendiculaires

Définition : Deux segments de droite sont perpendiculaires s'ils se coupent à un angle de 90°. On les représente dans les figures ou les constructions par un symbole indiquant un angle droit placé à l'intersection des deux segments.

Illustration :

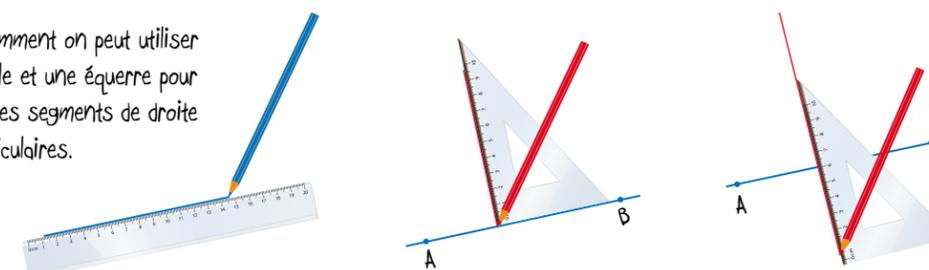
Notation : $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ ou $[AB] \perp [CD]$



Exemple de la vie courante : Deux routes qui se coupent à un angle de 90° sont perpendiculaires.

Construction : On peut utiliser une règle, une équerre, un compas ou un mira pour les construire ou les tracer.

Voici comment on peut utiliser une règle et une équerre pour tracer des segments de droite perpendiculaires.

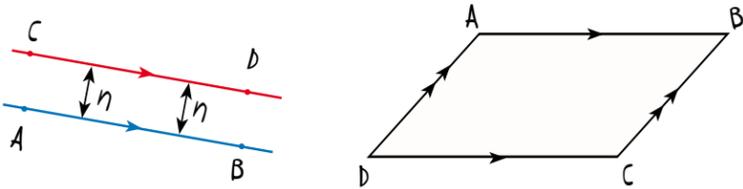


Voici comment on peut utiliser une règle pour tracer une droite.

Segments de droite parallèles

Définition : Un segment de droite est parallèle à un autre segment de droite lorsqu'il va dans la même direction et que l'écart qui les sépare est constant. On les représente dans les figures ou les constructions à l'aide de flèches tracées sur chacun des segments qui sont parallèles.

Illustration :

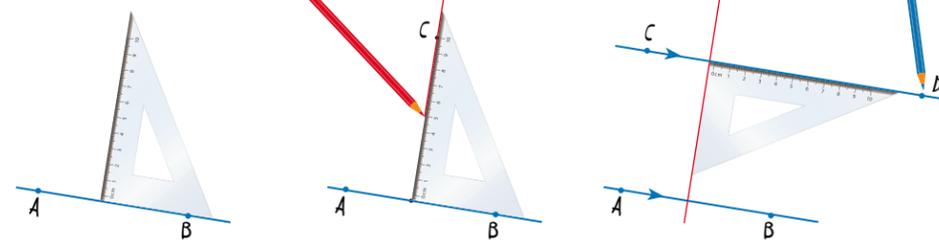


Notation : $[AB] // [CD]$ ou $\overline{AB} // \overline{CD}$

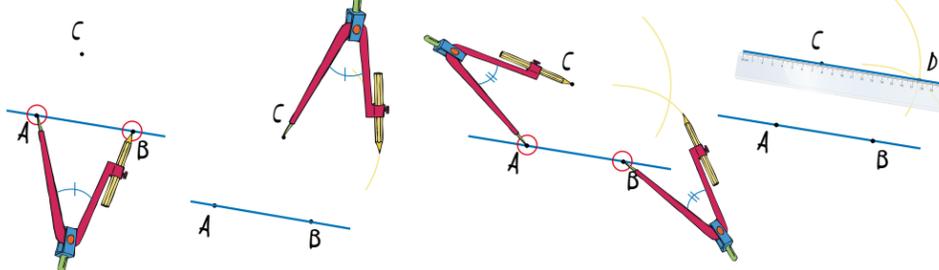
Exemple de la vie courante : Les lignes bleues, les lignes de but et la ligne centrale d'une patinoire de hockey représentent des segments de droite parallèles.

Construction : On peut utiliser une règle, une équerre, un compas ou un rapporteur d'angles pour les construire ou les tracer.

Voici comment on peut utiliser une équerre pour tracer un segment de droite parallèle à $[AB]$ en passant par le point C .



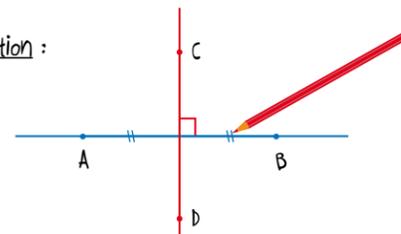
Voici comment on peut utiliser un compas pour tracer un segment de droite parallèle à $[AB]$ en passant par le point C .



Médiatrice

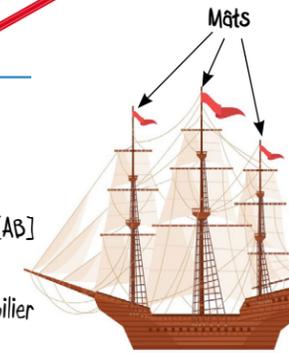
Définition : La **médiatrice** d'un segment est la droite qui est perpendiculaire à ce segment et qui le divise en deux parties égales.

Illustration :



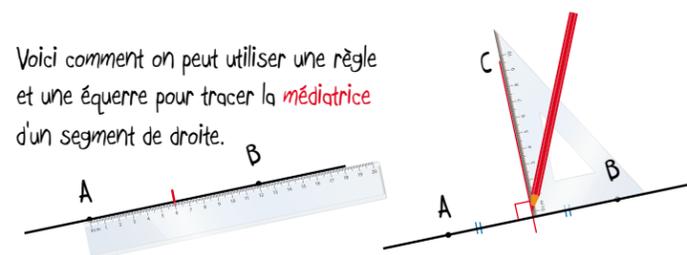
Notation : (CD) est la médiatrice de \overline{AB} ou $[AB]$

Exemple de la vie courante : Le mât d'un voilier

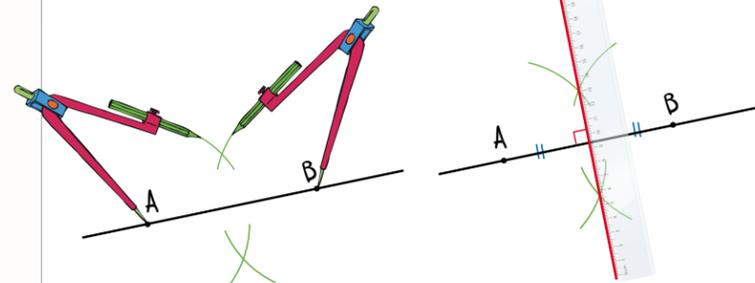


Construction : On peut utiliser une règle, une équerre, un compas ou un mira pour la construire ou la tracer.

Voici comment on peut utiliser une règle et une équerre pour tracer la **médiatrice** d'un segment de droite.



Voici comment on peut utiliser une règle et un compas pour tracer la **médiatrice** d'un segment de droite.

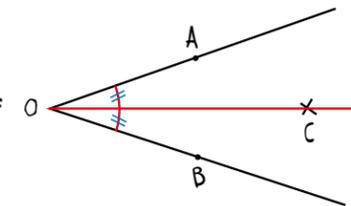


L'ouverture du compas ne doit pas être plus grande que le segment $[AB]$. Il faut s'assurer de ne pas modifier l'ouverture du compas pour tracer les deux arcs à partir du point A et les deux arcs à partir du point B .

Bissectrice

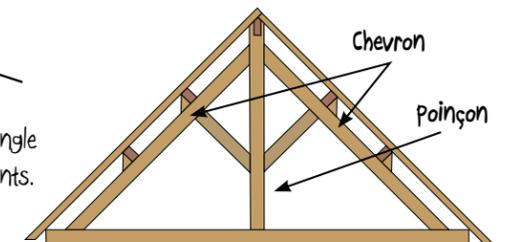
Définition : Une **bissectrice** est une droite ou une demi-droite qui divise un angle en deux angles congruents.

Illustration :



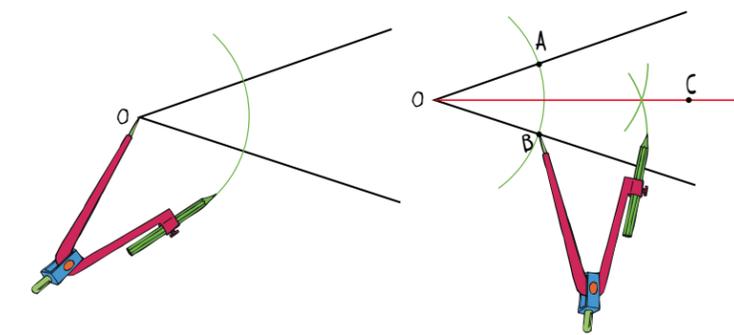
Notation : La demi-droite $[OC)$ est la **bissectrice** de $\angle AOB$.

Exemple de la vie courante : Le poinçon coupe l'angle formé par les chevrons en deux angles congruents.



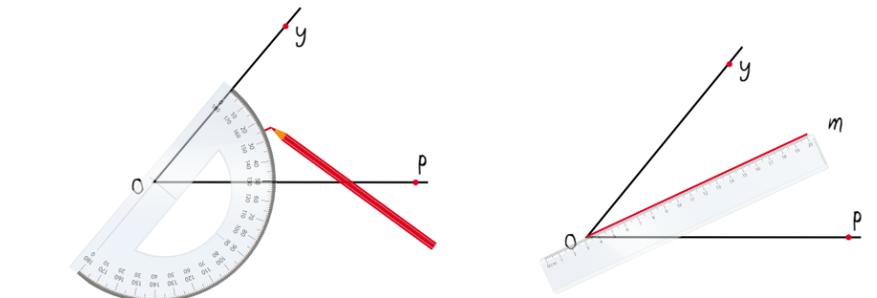
Construction : On peut utiliser une règle, une équerre, un compas, un rapporteur d'angle ou un mira pour la construire ou la tracer.

Voici comment on peut utiliser une règle et un compas pour tracer la **bissectrice** d'un angle.



Il faut s'assurer de ne pas modifier l'ouverture du compas pour tracer les arcs.

Voici comment on peut utiliser une règle et un rapporteur d'angle pour tracer la **bissectrice** d'un angle.



La forme et l'espace

APPRENTISSAGE PAR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

Vous avez effectué des constructions géométriques de segments de droite perpendiculaires, de segments de droite parallèles, de médiatrices et de bissectrices. Le projet de design que je vous propose va vous permettre d'appliquer ces constructions dans un processus de design. Vous aurez à concevoir et à construire un cerf-volant en tenant compte de certains critères que nous allons développer ensemble.

- Projet de design**
- Que savez-vous au sujet des cerfs-volants?
 - Quelles formes peuvent avoir les cerfs-volants?
 - Quels seraient des critères importants à considérer lors de la conception de votre cerf-volant?
- ficelle pour tenir le cerf-volant** (mince et solide)
- bobine pour enrouler la ficelle**
- matériau** (plastique, nylon, papier, tissu léger, bâtons, colle, ruban gommé, fil)
- hauteur et durée du vol** (vole à une hauteur plus haute que l'école, reste en l'air aussi longtemps que possible)
- queue** (belle, avec des boucles, longues, pas toujours nécessaire)
- apparence** (beau, coloré avec les couleurs de notre école)
- coût** (pas trop cher, utiliser les matériaux qu'on a déjà ou qu'on peut recycler)
- dimension** (comme les cerfs-volants qu'on achète, largeur et longueur de moins d'un mètre)
- forme** (à deux dimensions comme rectangle, triangle, cerf-volant, losange, à trois dimensions comme des cubes)

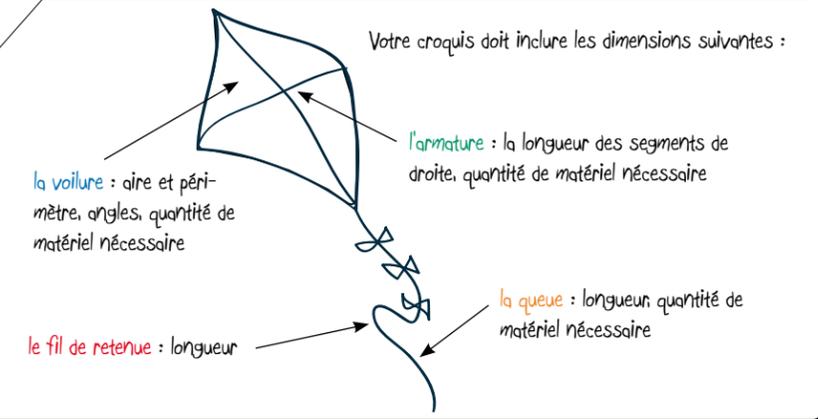
À noter : Ce type de projet peut également se prêter à l'intégration des arts, de la littérature financière et des perspectives autochtones ainsi qu'à l'établissement d'un partenariat école/foyer/communauté.

Suite à notre remue-méninges et à notre discussion au sujet des critères importants pour la conception de votre cerf-volant, je vous propose les critères suivants.

Votre cerf-volant doit :

- avoir une aire qui mesure plus de 2000 cm² et moins de 3000 cm²
- avoir la forme d'un polygone de votre choix;
- comporter au moins 2 angles aigus et 1 angle obtus;
- pouvoir voler à une hauteur d'au moins 15 mètres pendant plus d'une minute;
- avoir un coût inférieur ou égal au montant que vous avez reçu en tenant compte de la liste de matériaux fournie.

Vous devez me remettre un énoncé de conception qui comprend la justification mathématique de votre croquis et les choix de matériaux que vous avez faits en fonction des coûts avant d'entamer votre construction. Vous devez aussi tenir un journal de bord pour documenter toutes les étapes de la construction et de l'essai de votre prototype.



À noter : L'énoncé de conception n'est pas un produit final. L'élève peut y apporter des modifications tout au long du processus de construction.

Design de notre cerf-volant

Faisons des recherches sur Internet, dans des revues et dans des livres pour déterminer les outils et les matériaux nécessaires pour construire notre cerf-volant.

Outils : une règle, une équerre, un compas, des ciseaux, un couteau, une scie à bois

Matériaux : de la colle, du ruban adhésif à double face, des bâtonnets, de la ficelle, du matériel léger et résistant à la force du vent, de la ficelle de résistance élevée

Design : La baguette verticale de l'armature doit :

- mesurer au moins 10 cm de plus que la baguette horizontale;
- croiser la baguette horizontale en son milieu et être perpendiculaire (médiatrice);
- diviser les angles à ses extrémités en deux angles congruents (bissectrice).
- Les baguettes de l'armature doivent être assemblées à l'aide d'une ficelle.
- Le cerf-volant doit avoir une forme symétrique contenant au moins deux angles aigus et un angle obtus.
- L'armature doit être flexible.

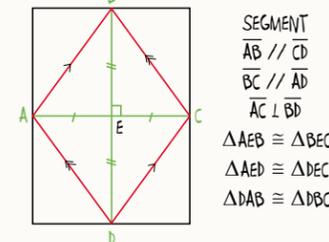
Moi, j'ai trouvé de l'information au sujet des caractéristiques du design d'un cerf-volant pour que notre cerf-volant vole à une hauteur d'au moins 15 mètres pendant plus d'une minute.

Choisissons la forme du polygone cerf-volant parce que cette figure nous permet de former un angle obtus. Elle va aussi permettre à notre cerf-volant de voler parce qu'elle est symétrique.

N'oublions pas d'identifier les triangles et les segments de droite congruents ainsi que les segments de droite perpendiculaires.

On sait que l'aire de notre cerf-volant doit être entre deux mille et trois mille centimètres carrés. On sait aussi que la somme de l'aire des triangles congruents DAB et BCD doit être égale à l'aire du cerf-volant. Créons un tableau en nous basant sur la formule de l'aire des triangles pour déterminer les dimensions possibles de l'armature sachant que la différence entre les deux bâtonnets doit être d'au moins dix centimètres.

Ce que nous savons :



Si l'aire de mon polygone doit être entre 2000 et 3000 cm², l'aire des triangles congruents DAB et DCB doivent être entre 1000 et 1500 cm²

$$\text{Aire d'un triangle} \\ \frac{b \times h}{2} = \frac{100 \times 20}{2} \text{ ou } = \frac{100 \times 30}{2} \\ = 1000 \quad = 1500$$

Nous pouvons éliminer les options un et trois puisque l'aire du cerf-volant doit être plus que deux mille centimètres carrés et moins que trois mille centimètres carrés. La deuxième et la quatrième option fonctionnent.

| Option | Bâtonnet vertical [AC] (cm) | Hauteur du triangle DAB ou DCB (cm) | Bâtonnet horizontal [BD] (cm) | Aire d'un des triangles congruents $\frac{b \times h}{2}$ (cm) | Aire du cerf-volant (cm) |
|--------|-----------------------------|-------------------------------------|-------------------------------|--|--------------------------|
| 1 | 100 | 20 | 40 | 1000 | 2000 |
| 2 | 90 | 30 | 60 | 1350 | 2700 |
| 3 | 80 | 40 | 80 | 1600 | 3200 |
| 4 | 70 | 30 | 60 | 1050 | 2100 |

Bâtonnets : doivent avoir une différence d'au moins 10 cm. Aire : plus que 2000 et moins que 3000 cm²

2 options : option 2 et 4 sont une possibilité. Nous avons choisi l'option 4

Que pensez-vous de choisir la quatrième option? Ça va nous coûter moins cher pour construire notre cerf-volant puisque l'aire est plus petite que celle de la deuxième option.

On a calculé quatre options de cerfs-volants dont les dimensions de l'armature ont une différence d'au moins dix centimètres.

Je suis d'accord. Ça va nous permettre d'épargner de l'argent.

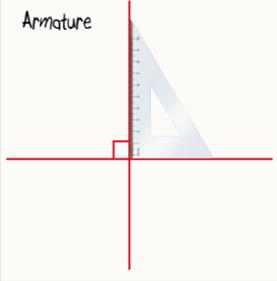
J'ai noté toute l'information qu'on a trouvée.

J'ai trouvé de l'information au sujet des outils et des matériaux pour notre énoncé de conception.

La forme et l'espace

APPRENTISSAGE PAR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

Le bâtonnet vertical doit couper le bâtonnet horizontal en plein milieu de celui-ci pour nous assurer que notre cerf-volant est symétrique. En fait, le bâtonnet vertical de notre armature représente la médiatrice du bâtonnet horizontal. Sur notre croquis, on peut représenter le bâtonnet vertical par le segment de droite BD et le bâtonnet horizontal par le segment de droite AC.

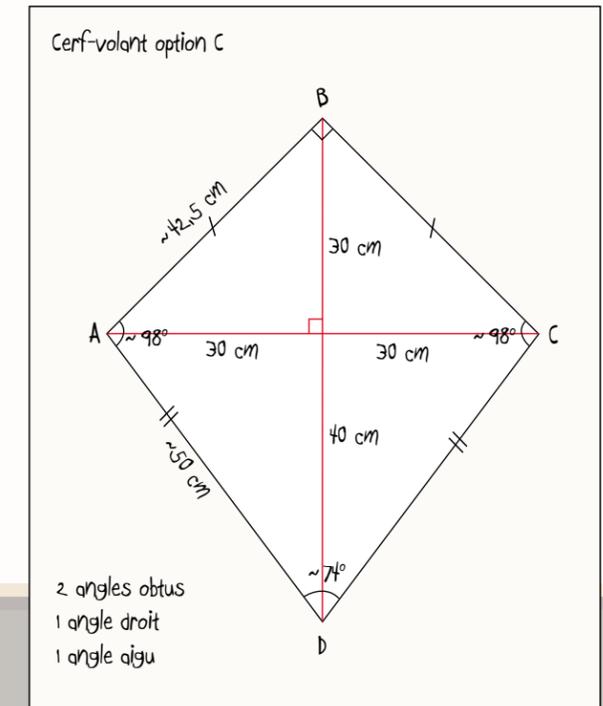
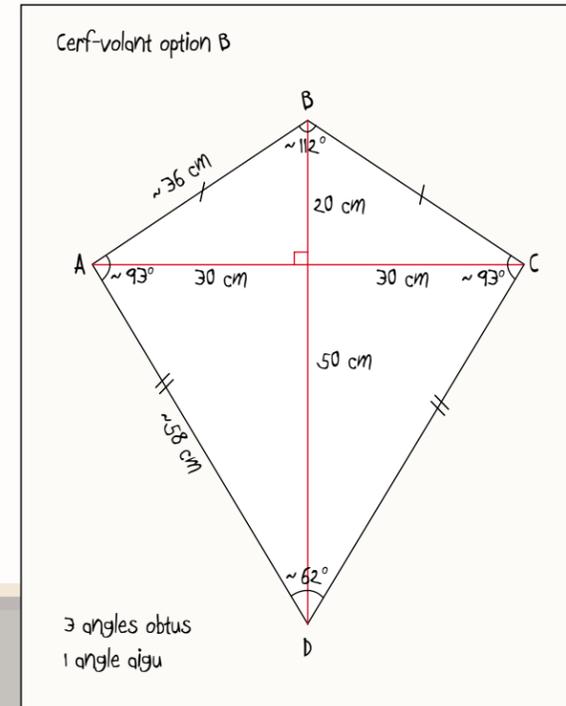
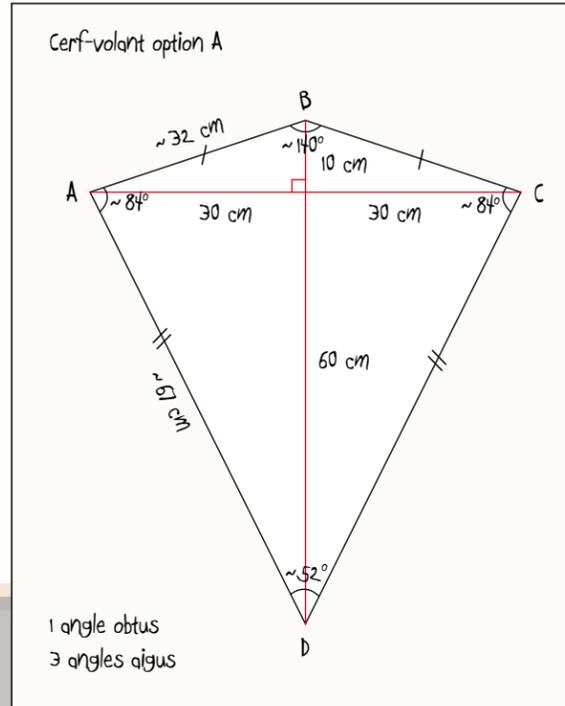


On peut utiliser une équerre pour s'assurer que les deux segments de droite représentant notre armature sont bien perpendiculaires.

J'ai déplacé le segment de droite AC de dix centimètres à la fois le long du segment de droite BD, ensuite j'ai utilisé une règle pour tracer les segments AB, BC, CD et DA et un rapporteur d'angle pour mesurer les différents angles. J'ai obtenu trois options différentes. L'option A est la seule option qui réponde aux critères pour les angles.



J'ai remarqué que le segment de droite BD coupe les angles ABC et ADC en deux angles congruents. Il représente donc la bissectrice de ces deux angles.



Votre énoncé de conception démontre bien comment vous avez déterminé les dimensions de votre cerf-volant. Pouvez-vous m'expliquer le processus qui vous a mené à vos choix de matériaux?

Lors de notre recherche, on a réalisé que les types de matériaux utilisés pour la fabrication de l'armature, de la voile et du fil de retenue et que l'emplacement du fil de retenue ont tous un impact sur la performance de notre cerf-volant.

On a choisi d'utiliser du papier de soie pour la voile afin d'épargner de l'argent. Nous pensons aussi que notre cerf-volant va bien voler, car le papier de soie est léger. On va utiliser des bâtonnets de bambou pour l'armature parce qu'ils sont flexibles. On a sélectionné la bobine la moins dispendieuse parce que le choix de la bobine n'influence pas le rendement de notre cerf-volant. On a choisi d'utiliser au moins vingt mètres de fil de polyester pour le fil de retenue parce qu'un fil trop lourd pourrait empêcher notre cerf-volant de voler et un fil trop léger pourrait se casser facilement.

Je peux constater que vous êtes prêts à commencer la construction de votre cerf-volant. N'oubliez surtout pas que vous pouvez apporter des modifications à votre prototype tout au long du processus de construction et d'essai. Bon bricolage!

À noter : L'enseignant peut fournir le matériel aux élèves, mais y attribuer des coûts fictifs, par exemple un morceau de papier de soie coûte 2 \$.

Pour notre premier essai, on a réussi à faire voler notre cerf-volant pendant quelques secondes, mais le vent a déchiré notre voile. Nous avons donc opté pour une voile en nylon.

Lors de notre deuxième essai, on a réussi à faire voler notre cerf-volant pendant plus de deux minutes!

Ce projet nous a permis de faire des liens mathématiques et scientifiques avec la construction et la mise à l'essai d'un cerf-volant.



À noter : Il serait nécessaire de discuter des conditions nécessaires pour faire voler un cerf-volant en toute sécurité telles que rester à une bonne distance des fils électriques, d'un aéroport, d'une route ou d'une rue passante. Il est aussi nécessaire d'être conscient de respecter l'environnement et de protéger les personnes avoisinantes, car le fil de retenue et l'armature peuvent devenir des projectiles dangereux.

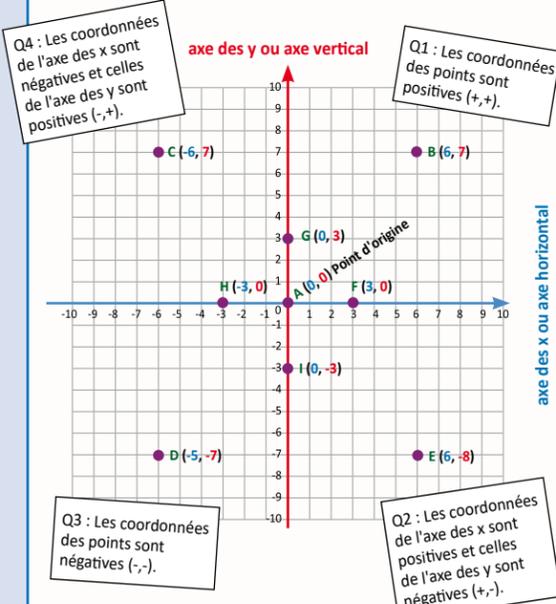
LISTE PARTIELLE DU VOCABULAIRE DE MATHÉMATIQUES AUQUEL L'ÉLÈVE DOIT ÊTRE EXPOSÉ

FORME ET ESPACE

Vocabulaire de transformation géométrique : combinaison, successive, consécutive, translation (glissement), réflexion (retourner) et rotation (tourner), flèche de translation et de réflexion, axe de réflexion, centre de rotation, sens d'une aiguille d'une montre, sens contraire d'une aiguille d'une montre, sens horaire ou antihoraire, déplacement, déplacement vertical et horizontal, vers le haut, vers le bas, vers la gauche, vers la droite, unité, point, image, motif, sommet, sommets correspondants, symbole prime, isométrique, symétrie, symétrique, axe de symétrie, plan cartésien, quadrant, axe vertical, axe des x, axe horizontal, axe des y, point d'origine, paire ordonnée, coordonnée positive ou négative

Un plan cartésien est représenté par une surface plane divisée en quatre quadrants par deux droites perpendiculaires, l'axe des x et l'axe des y. Les intervalles sur les deux axes doivent être de la même longueur.

Le plan cartésien permet de représenter une relation entre deux variables, ainsi que de tracer des points, des figures à deux dimensions et des motifs dont le placement est décrit dans le plan à l'aide de coordonnées (x,y).



Pour les points qui se trouvent sur l'axe des x, les coordonnées de x seront négatives, neutres ou positives tandis que la coordonnée de l'axe des y aura toujours une valeur de 0.
Pour les points qui se trouvent sur l'axe des y, la coordonnée de l'axe des x aura toujours une valeur de 0 tandis que les coordonnées de y seront négatives, neutres ou positives.

7^e ANNÉE

Connaissance et compréhension
La construction de nouvelles connaissances

EN ROUTE VERS LA 8^e ANNÉE

La forme et l'espace

LES POSITIONS ET LES DÉPLACEMENTS (7.F.4, 7.F.5)

PRIME N4 : C4, H1, H2 ET H3

Grandes idées :

- Une figure ou un objet présente une symétrie axiale (de réflexion) ou de rotation, ou ni l'une ni l'autre.
- Il est possible de déplacer une figure ou un objet dans un plan ou dans l'espace. Les changements de position se décrivent au moyen de translation (glissement), de réflexion (retourner) et de rotation (tourner).
- Les changements de position fournissent des informations à propos des façons dont les caractéristiques d'une figure ou d'un objet changent (dilatation) ou ne changent pas quand ils sont déplacés dans un plan ou dans l'espace.

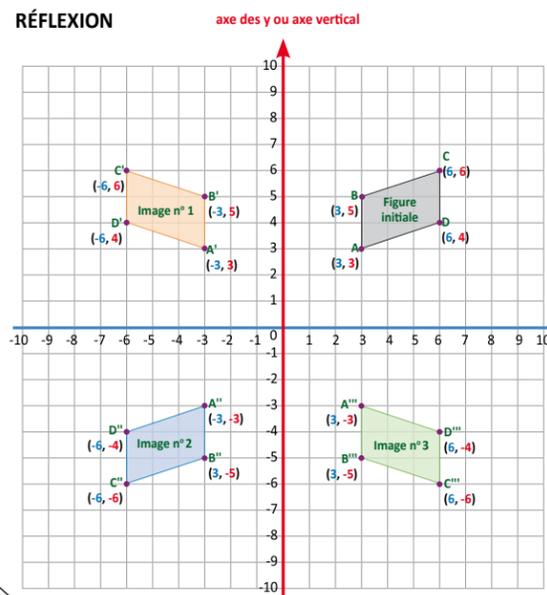
L'élève

- étiquette les axes d'un plan cartésien selon des intervalles de 1, de 2, de 5 ou de 10 unités et en identifie l'origine;
- identifie dans les quatre quadrants d'un plan cartésien :
 - l'emplacement d'un point d'après sa paire ordonnée;
 - les coordonnées des sommets d'une figure à deux dimensions.
- décrit le déplacement horizontal et le déplacement vertical nécessaires pour aller d'un point à un autre dans un plan cartésien;
- utilise les quatre quadrants du plan cartésien pour tracer des :
 - points d'après leur paire ordonnée;
 - motifs ou des figures à deux dimensions à partir d'une liste de paires ordonnées.
- crée des motifs et des figures à deux dimensions dans un plan cartésien et identifie les coordonnées (paires ordonnées) de leurs sommets;
- effectue et décrit une transformation ou des transformations consécutives (translations, rotations et réflexions) sur des figures à deux dimensions dans les quatre quadrants d'un plan cartésien (limitées à des sommets dont les coordonnées sont des entiers);
- décrit :
 - le ou les changements de position que doivent subir les sommets d'une figure à deux dimensions pour qu'on obtienne les sommets correspondants de son image;
 - l'image obtenue en comparant les coordonnées de ses sommets à ceux de la figure initiale.

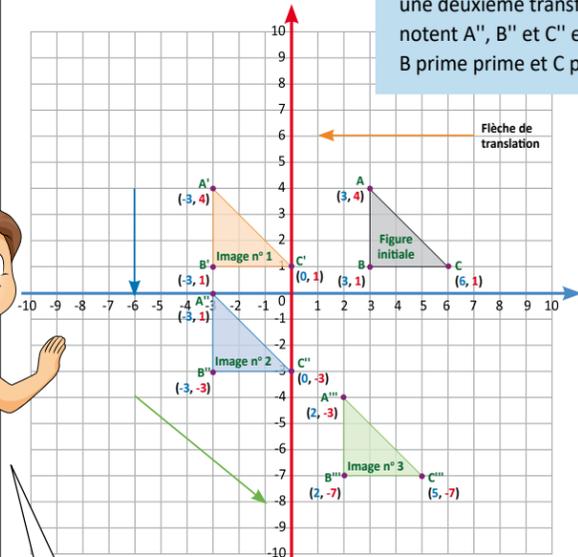
J'ai tracé le parallélogramme ABCD comme figure initiale. Je lui ai fait subir une réflexion par rapport à l'axe des y et j'ai obtenu l'image numéro un. Par la suite, j'ai fait subir une réflexion à l'image par rapport à l'axe des x et j'ai obtenu l'image numéro deux.



Enfin, j'ai fait subir une réflexion à l'image numéro deux selon l'axe des y et j'ai obtenu l'image numéro trois. La figure initiale et les images obtenues ont changé d'orientation à chaque fois que je leur faisais subir une réflexion.



TRANSLATION



J'ai tracé le triangle rectangle ABC comme figure initiale. Je lui ai fait subir une translation en glissant ses sommets de six unités vers la gauche et j'ai obtenu l'image numéro un. Par la suite, j'ai fait subir une translation à l'image numéro un de quatre unités vers le bas et j'ai obtenu l'image numéro deux. Enfin, j'ai fait subir une translation à l'image numéro deux de cinq unités vers la droite et de quatre unités vers le bas et j'ai obtenu l'image numéro trois. La figure initiale et les images que j'ai obtenues ont la même orientation.

L'enseignant

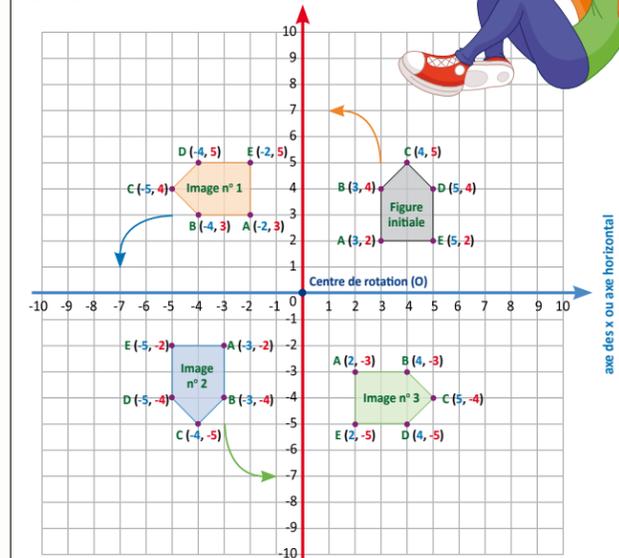
- utilise la résolution de problèmes ou l'enquête pour
 - a. amener l'élève à :
 - i. appliquer ses connaissances des quatre quadrants du plan cartésien pour tracer des points, des motifs ou des figures et identifier leur placement à l'aide de coordonnées;
 - ii. démontrer sa compréhension de transformations uniques sur une figure à deux dimensions à l'intérieur des quatre quadrants du plan cartésien;
 - iii. démontrer sa compréhension de transformations successives sur une figure à deux dimensions à l'intérieur des quatre quadrants.
 - b. offrir à l'élève la possibilité d'observer, de s'interroger et d'appliquer ses connaissances du plan cartésien et des transformations pour prédire et décrire la position de l'image obtenue;
 - c. observer le raisonnement de l'élève afin de fournir de l'étaiyage.
- pose des questions ouvertes qui favorisent la réflexion et le dialogue, et des questions fermées ayant une seule réponse pour valider ou vérifier une connaissance précise.

À noter : Lors de la transformation d'une figure, les sommets de l'image obtenue sont notés à l'aide du symbole prime « ' ». Par exemple, les sommets A, B et C d'une figure initiale se notent A', B' et C' que l'on peut lire « A prime, B prime et C prime ». Quand cette image subit une deuxième transformation les sommets se notent A'', B'' et C'' et se lisent A prime prime, B prime prime et C prime prime.

J'ai tracé le pentagone ABCDE comme figure initiale. Je lui ai fait subir trois rotations successives de quatre-vingt-dix degrés selon le centre de rotation situé à l'origine dans le sens contraire de l'aiguille d'une montre; après chacune des rotations, j'ai obtenu les images numéro un, deux et trois. La figure initiale et les images que j'ai obtenues ont changé d'orientation à chaque fois que je leur faisais subir une rotation. J'ai utilisé le symbole prime pour identifier les sommets correspondants.



ROTATION



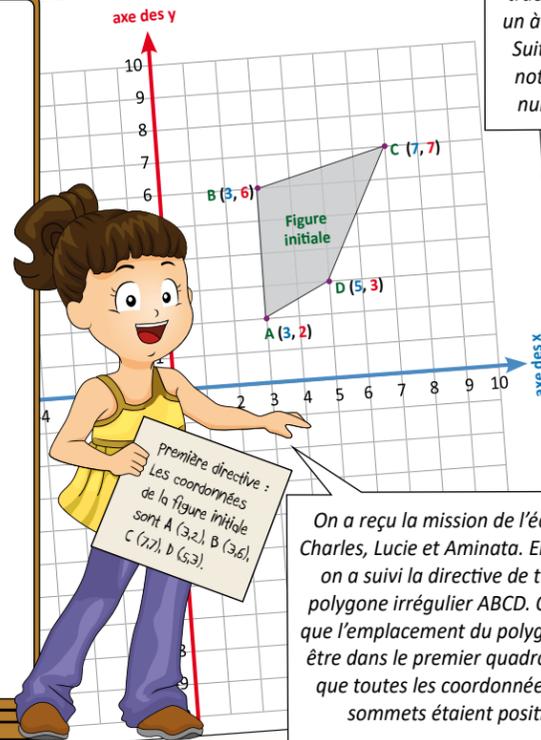
La forme et l'espace

Vous êtes maintenant très habiles à effectuer et à décrire une succession de transformations du même type. Je vous lance le défi suivant.



Votre défi

- Tracer un polygone comportant un minimum de quatre sommets et identifier leurs coordonnées.
- Faire subir une combinaison de transformations successives comprenant au moins une rotation, une translation et une réflexion à votre figure polygonale afin qu'il voyage dans les quatre quadrants du plan cartésien et qu'il retourne à son emplacement initial.
- Vous aurez à créer une mission qui devra être accomplie par une autre équipe en indiquant chacune des transformations qu'elle aura à effectuer à l'exception de la dernière pour compléter le voyage entrepris par votre polygone. Afin qu'un autre groupe puisse reproduire votre polygone et lui faire suivre le même trajet, il faudra être précis, car une mauvaise directive pourrait mettre en péril le voyage de votre polygone!
- Les membres de l'équipe qui recevra votre mission devront décrire chacune des transformations qu'ils auront effectuées pour la compléter avec succès.



Première directive : Les coordonnées de la figure initiale sont A (3,2), B (3,6), C (7,7), D (5,3).

On a reçu la mission de l'équipe de Charles, Lucie et Aminata. En premier, on a suivi la directive de tracer le polygone irrégulier ABCD. On savait que l'emplacement du polygone allait être dans le premier quadrant parce que toutes les coordonnées de ses sommets étaient positives.

Pour faire subir une réflexion à la figure initiale par rapport à l'axe de réflexion on a mesuré la distance entre chacun des sommets et l'axe de symétrie. On a tracé les sommets correspondants de l'image numéro un à une distance égale et opposée à l'axe de symétrie. Suite à cette réflexion, nous avons obtenu l'image de notre figure initiale que nous avons identifiée image numéro un sur l'illustration de notre plan cartésien.

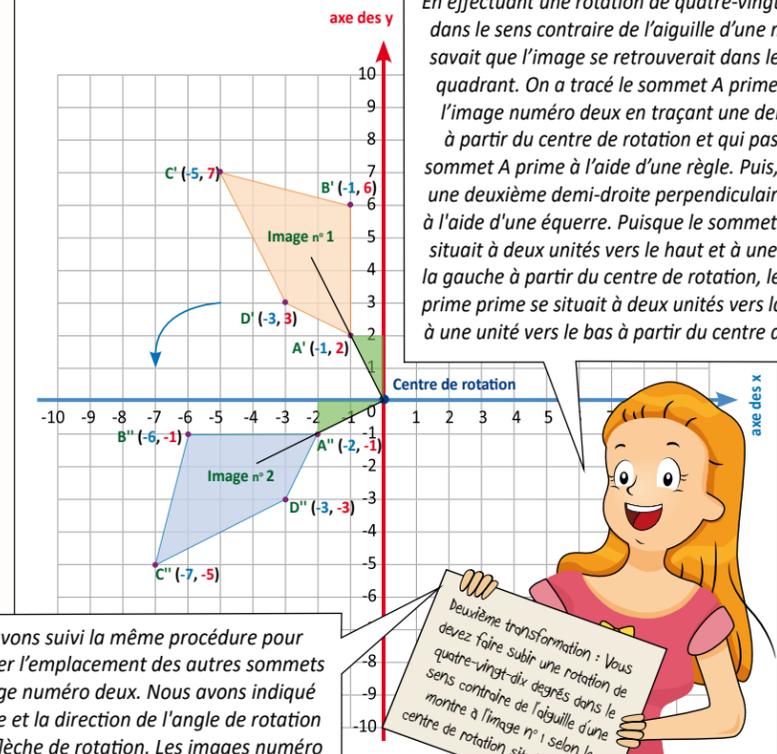


Première transformation : Vous devez faire subir une réflexion à la figure initiale par rapport à un axe de réflexion vertical qui passe par les points (1,2) et (1,7).

La figure initiale et l'image obtenue sont symétriques par rapport à l'axe de réflexion, c'est-à-dire que tous les sommets sont situés à une distance égale de l'axe de réflexion. On peut donc dire qu'en retournant la figure initiale on a obtenu une image miroir de celle-ci. On peut aussi dire que la figure initiale et l'image numéro un sont isométriques.

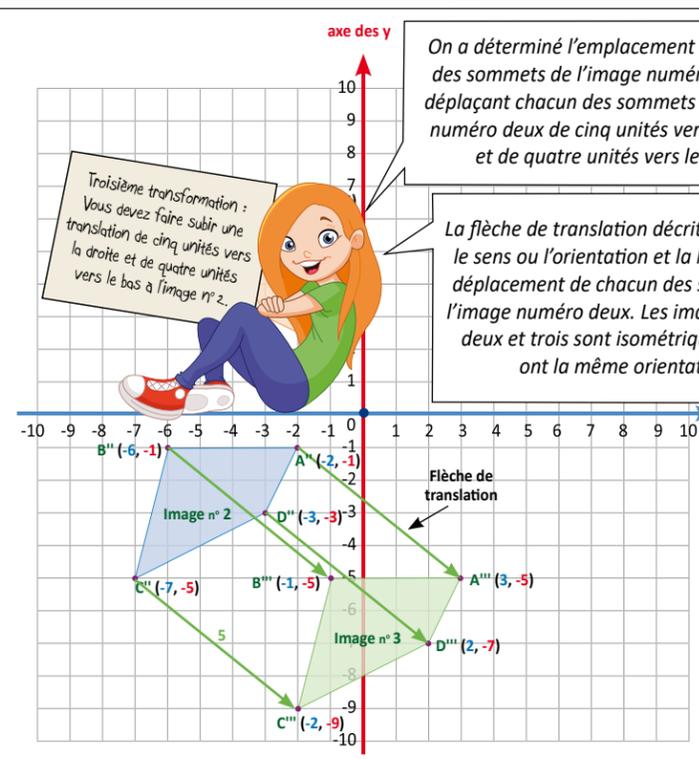
APPRENTISSAGE PAR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

En effectuant une rotation de quatre-vingt-dix degrés dans le sens contraire de l'aiguille d'une montre, on savait que l'image se retrouverait dans le troisième quadrant. On a tracé le sommet A prime prime de l'image numéro deux en traçant une demi-droite à partir du centre de rotation et qui passe par le sommet A prime à l'aide d'une règle. Puis, on a tracé une deuxième demi-droite perpendiculaire à celle-ci à l'aide d'une équerre. Puisque le sommet A prime se situait à deux unités vers le haut et à une unité vers la gauche à partir du centre de rotation, le sommet A prime prime se situait à deux unités vers la gauche et à une unité vers le bas à partir du centre de rotation.



Nous avons suivi la même procédure pour déterminer l'emplacement des autres sommets de l'image numéro deux. Nous avons indiqué la mesure et la direction de l'angle de rotation par une flèche de rotation. Les images numéro un et deux sont isométriques, mais elles n'ont pas la même orientation.

Deuxième transformation : Vous devez faire subir une rotation de quatre-vingt-dix degrés dans le sens contraire de l'aiguille d'une montre à l'image n°1 selon le centre de rotation situé à l'origine.



Troisième transformation : Vous devez faire subir une translation de cinq unités vers la droite et de quatre unités vers le bas à l'image n°2.

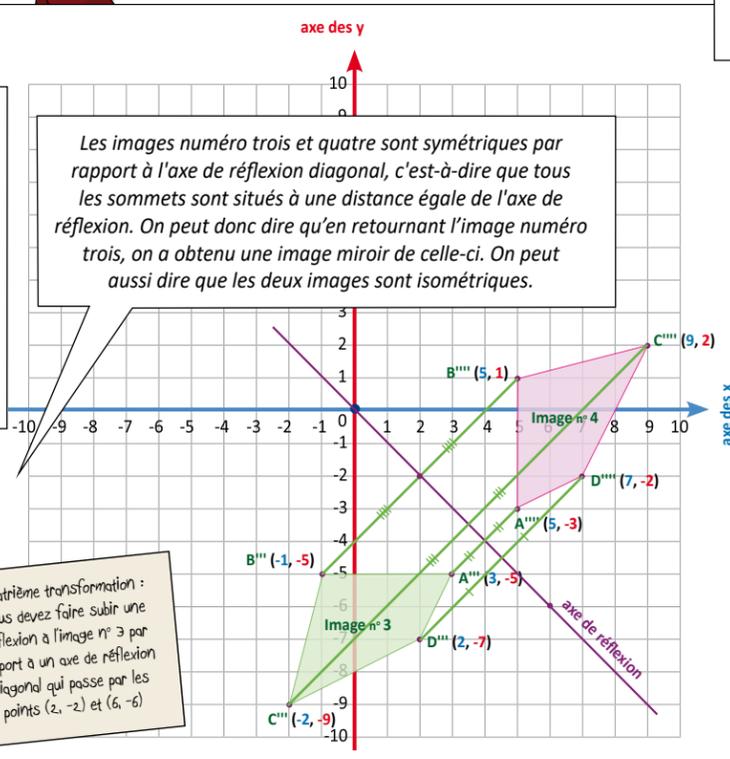
La flèche de translation décrit la direction, le sens ou l'orientation et la longueur du déplacement de chacun des sommets de l'image numéro deux et trois sont isométriques et elles ont la même orientation.

On a déterminé l'emplacement de chacun des sommets de l'image numéro trois en déplaçant chacun des sommets de l'image numéro deux de cinq unités vers la droite et de quatre unités vers le bas.

On a commencé par tracer l'axe de réflexion qui passait par les points (2, -2) et (6, -6). Puis, on a tracé quatre droites perpendiculaires à l'axe de symétrie qui passaient par chacun des sommets de l'image numéro trois. Par la suite, on a tracé les sommets correspondants sur ces droites à une distance égale des sommets de l'image numéro trois et opposée à l'axe de symétrie. Suite à cette réflexion, nous avons obtenu l'image numéro quatre.

Suite à cette réflexion, selon un axe diagonal, l'image numéro quatre s'est retrouvée dans le premier et le deuxième quadrant du plan cartésien.

Quatrième transformation : Vous devez faire subir une réflexion à l'image n°3 par rapport à un axe de réflexion diagonal qui passe par les points (2, -2) et (6, -6)



Les images numéro trois et quatre sont symétriques par rapport à l'axe de réflexion diagonal, c'est-à-dire que tous les sommets sont situés à une distance égale de l'axe de réflexion. On peut donc dire qu'en retournant l'image numéro trois, on a obtenu une image miroir de celle-ci. On peut aussi dire que les deux images sont isométriques.

Puisque l'image numéro quatre avait la même orientation que la figure initiale, nous savions qu'une dernière translation nous permettrait de déplacer l'image numéro quatre à l'emplacement de la figure initiale. Nous avons déplacé chacun des sommets de l'image numéro quatre de deux unités vers la gauche et de cinq unités vers le haut. Nous avons indiqué ce déplacement à l'aide d'une flèche de translation. Nous avons réussi à compléter la mission de Charles, Lucie et Aminata en faisant subir cinq transformations successives à leur figure initiale.

Cinquième transformation : Quelle transformation vous permettrait de ramener le polygone à son emplacement initial?

Nous avons reçu une confirmation de l'équipe que notre mission avait été accomplie avec succès.

LISTE PARTIELLE DU VOCABULAIRE DE MATHÉMATIQUES AUQUEL L'ÉLÈVE DOIT ÊTRE EXPOSÉ

STATISTIQUES ET PROBABILITÉ

Calculer, choisir, communiquer, comparer, construire, critiquer, décrire, déterminer, étiqueter, évaluer, expliquer, exprimer, interpréter, justifier, prédire, raisonner, recueillir, représenter, résoudre, tirer des conclusions, vérifier

- Vocabulaire de la statistique : mesures de la tendance centrale, moyenne, mode, médiane, étendue, valeur aberrante, ensemble de données, collecte, données primaires, secondaires et continues, sondage, questionnaire, information fiable, média, expérience, table, tableau, tableur, marques de pointage, fréquence, diagramme à bandes, à bandes doubles, à ligne (linéaire), de Carroll, de Venn et circulaire, pictogramme, légende, étiquette, titre, axe horizontal, axe vertical, échelle, intervalle, correspondance biunivoque et multivoque, secteur, catégorie, rapport, fraction, pourcentage

La statistique et la probabilité

APPRENTISSAGE PAR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

LA COLLECTE, L'ORGANISATION ET L'ANALYSE DES DONNÉES (7.S.1, 7.S.2, 7.S.3)

Grandes idées :

- Les données sont recueillies et organisées pour répondre à des questions.
- La question à laquelle on doit répondre détermine les données qui seront recueillies.
- Les présentations visuelles révèlent rapidement de l'information sur les données.
- Les renseignements contenus dans des graphiques sont utilisés pour faire référence, pour interpréter, pour tirer des conclusions et pour faire des prédictions.

PRIME N4 : C2, C3, H2 ET H3

L'élève

- détermine l'**étendue** et les mesures de la tendance centrale (**moyenne, médiane et mode**) d'un ensemble de données et explique pourquoi ces mesures peuvent être identiques ou différentes;
- détermine laquelle des mesures de la tendance centrale est la plus appropriée pour refléter les données recueillies;
- fournit un contexte dans lequel une des mesures de la tendance centrale est la plus appropriée pour le contexte en question;
- résout un problème qui comprend des mesures de la tendance centrale;
- analyse un ensemble de données afin d'en identifier toute **valeur aberrante**;
- explique les effets des valeurs aberrantes sur les mesures de la tendance centrale d'un ensemble de données et explique pourquoi il est approprié ou non d'en tenir compte lors de la détermination de mesures de la tendance centrale;
- fournit des exemples de situations dans lesquelles des valeurs aberrantes seraient ou ne seraient pas incluses lors de la détermination de mesures de la tendance centrale.

PRIME Connaissances et stratégies, pages 93 à 100

À noter : L'utilisation précoce de la formule du calcul de la moyenne arithmétique qui consiste à additionner l'ensemble des données puis à diviser la somme par le nombre de données n'amène pas l'élève à la compréhension de ce qu'est la moyenne arithmétique. Il est important de proposer des situations d'apprentissage où l'élève aura à faire des échanges pour obtenir un partage égal et à discuter des stratégies utilisées afin de les amener à dégager une définition de la moyenne. L'élève qui a mémorisé la formule sans comprendre le concept de la moyenne éprouvera des difficultés à la manipuler et à l'appliquer dans divers contextes tels que résoudre des problèmes où la somme ou la moyenne est déjà donnée et que l'on cherche l'une des données manquantes.

PRIME Connaissances et stratégies, Chapitre 5

L'enseignant

- utilise la résolution de problèmes ou l'enquête pour
 - amener l'élève à :
 - choisir une méthode de collecte de données et justifier son choix;
 - concevoir et administrer un questionnaire ou mener une expérience pour répondre à une question, en noter les résultats puis en tirer une conclusion;
 - analyser l'ensemble des données recueillies pour déterminer l'étendue et les mesures de la tendance centrale;
 - déterminer la mesure de la tendance centrale qui est la plus appropriée pour refléter les données recueillies;
 - déterminer les valeurs aberrantes et expliquer leur effet sur les mesures de la tendance centrale.
 - offrir à l'élève la possibilité d'observer, de s'interroger et d'appliquer ses connaissances de la collecte de données, de l'étendue et des mesures de la tendance centrale pour analyser et interpréter un ensemble de données;
 - observer le raisonnement de l'élève afin de fournir de l'étalement.
- pose des questions ouvertes qui favorisent la réflexion et le dialogue, et des questions fermées ayant une seule réponse pour valider ou vérifier une connaissance précise.

J'aimerais que vous notiez le nombre approximatif de minutes que vous allez passer à aider une personne dans votre entourage au cours de la fin de semaine prochaine et que vous me remettiez vos données sur un autocollant lundi matin.

Exemple : J'ai ramassé les feuilles dans le jardin de ma grand-mère pendant 50 minutes.

50

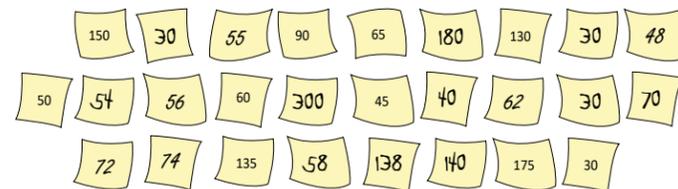
Vendredi 27 septembre

J'ai placé vos données suivies de cinq questions sur le tableau. D'après vous, est-ce qu'on pourrait répondre à ces questions ou à d'autres questions au sujet de cet ensemble de données de façon plus efficace? Comment?

Ce serait plus facile de répondre aux questions si les données étaient en ordre.

Lundi 30 septembre

Nombre de minutes passées à aider une personne au cours de la fin de semaine

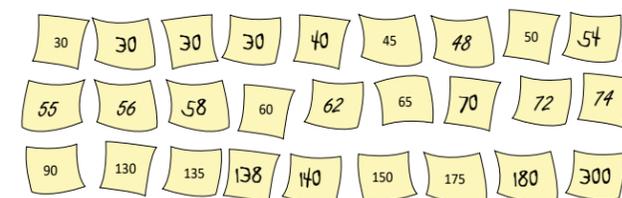


- Combien de données avons-nous recueillies?
- Les valeurs des données semblent-elles raisonnables?
- Quelle est la valeur de la plus grande donnée de cet ensemble de données?
- Quelle est la valeur de la plus petite donnée de cet ensemble de données?
- Y a-t-il des données qui reviennent plus d'une fois? Lesquelles?

En effet, placer les données en ordre facilite l'analyse de tout ensemble de données. Maintenant, pouvez-vous répondre aux questions?

On pourrait placer les données en ordre croissant ou en ordre décroissant.

Nombre de minutes passées à aider une personne au cours de la fin de semaine



- Combien de données avons-nous recueillies?
- Les valeurs des données semblent-elles raisonnables?
- Quelle est la valeur de la plus grande donnée de cet ensemble de données?
- Quelle est la valeur de la plus petite donnée de cet ensemble de données?
- Y a-t-il des données qui reviennent plus d'une fois? Lesquelles?

On a vingt-sept données en tout et cela a du sens puisqu'il y a vingt-sept élèves dans notre classe.

La plus grande donnée est trois cents minutes ou cinq heures. Cette donnée se démarque des autres parce qu'il n'y a qu'un élève qui a aidé quelqu'un pendant au moins trois heures.

Quatre élèves ont aidé une personne pendant trente minutes. C'est la seule donnée qui se répète.

La plus petite valeur est trente minutes. Cela a du sens parce qu'il est possible qu'un élève ait aidé une personne pendant une durée de trente minutes.

La statistique et la probabilité

APPRENTISSAGE PAR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

En statistiques, on recueille de l'information ou des données qu'on analyse afin, entre autres, d'émettre des hypothèses ou de prendre des décisions éclairées. Lors de cette analyse, on recherche l'étendue de l'ensemble des données et les mesures de la tendance centrale que sont le mode, la moyenne et la médiane.

Quand on parle de l'étendue d'un ensemble, on peut penser à du beurre d'arachides qu'on étend sur une tranche de pain.

En statistiques, l'étendue :

- est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur d'un ensemble de données;
- représente la distribution des données.

10, 9, 7, 6, 4, 3, 3, 2
ou
2, 3, 3, 4, 6, 7, 9, 10

Dans cet ensemble, l'étendue est la différence entre 10 et 2 soit 8

Lors de notre enquête sur le nombre de minutes passées à aider une personne, la plus grande valeur était trois cents et la plus petite était trente. Donc, l'étendue de notre ensemble de données est deux cent soixante-dix.

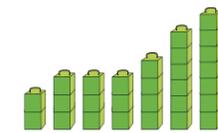
L'étendue
300 - 30 = 270

Quand on parle du mode d'un ensemble, on peut penser à quelque chose tel une paire de jeans qui est très populaire, car elle est à la mode.

Le mode est une mesure souvent utilisée par les marchands pour déterminer le type de marchandise, la taille des vêtements, la pointure des chaussures, la couleur des voitures, les genres de livres, etc. qu'ils doivent commander pour s'assurer de se défaire de leur inventaire.

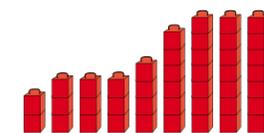
Le mode est la donnée qui revient le plus souvent dans un ensemble de données. Certains ensembles de données peuvent avoir un mode ou plusieurs modes ou n'avoir aucun mode.

Un mode
2, 3, 3, 3, 4, 6, 7



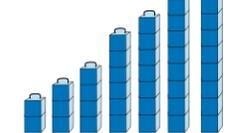
Le mode de cet ensemble de données est 3.

Plus d'un mode
2, 3, 3, 3, 4, 6, 7, 7, 7



Les modes de cet ensemble de données sont 3 et 7.

Aucun mode
2, 3, 4, 6, 7, 9, 10



Cet ensemble de données n'a pas de mode.

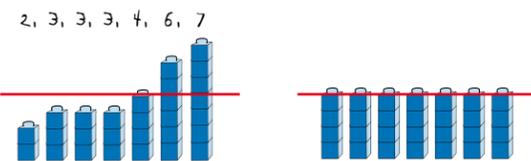
Lorsqu'on analyse les données recueillies lors de notre enquête, on peut voir que le mode de notre ensemble de données est trente puisque c'est la valeur qui se répète le plus souvent.

30, 30, 30, 30, 40, 45, 48, 50, 54, 55, 56, 58, 60, 62, 65, 70, 72, 74, 90, 120, 135, 138, 140, 150, 175, 180, 300
Le mode est 30.

Quand on parle de la moyenne, on peut penser à la moyenne de temps que tu consacres à ton passe-temps favori dans une semaine. Tu sais que tu n'y consacres pas le même nombre d'heures chaque jour, mais tu sais le nombre d'heures total que tu y consacres par semaine. Sachant qu'il y a sept jours dans une semaine, tu peux diviser le nombre d'heures total par sept pour savoir la moyenne d'heures que tu consacres à ton passe-temps favori par jour.

La moyenne d'un ensemble de données :

- est la somme des données (x) divisée par le nombre de données (n);
- sera toujours supérieure à la plus petite donnée et inférieure à la plus grande donnée;
- est souvent la meilleure mesure de la tendance centrale à utiliser lorsqu'aucune des données d'un ensemble ne se démarque des autres données.



$$\frac{2 + 3 + 3 + 3 + 4 + 6 + 7}{7} = 4$$

La moyenne de cet ensemble de données est 4.

Pour calculer la moyenne de l'ensemble de données recueillies lors de notre enquête, on a divisé la somme des données par vingt-sept et on a obtenu une moyenne d'environ quatre-vingt-sept.

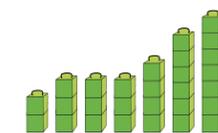
Quand on parle de la médiane, on peut penser à une personne qui est au milieu d'une file d'attente. On sait qu'il y a autant de personnes devant elle que derrière elle.

La médiane est la :

- valeur centrale d'un ensemble de données placées en ordre croissant ou décroissant;
- valeur centrale lorsqu'il y a un nombre impair de données;
- moyenne des valeurs centrales lorsqu'il y a un nombre pair de données;
- meilleure mesure de la tendance centrale à utiliser lorsque l'ensemble des données est composé de certaines données qui se démarquent des autres données.

Nombre impair de données

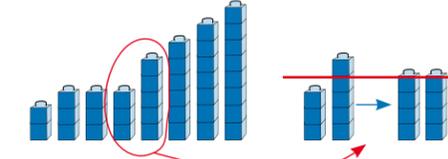
2, 3, 3, 3, 4, 6, 7



Med : 3

Nombre pair de données

2, 3, 3, 3, 5, 6, 7, 8



La médiane est la moyenne de 3 et 5.

$$\text{Med} = \frac{3 + 5}{2}$$

Med : 4

L'ensemble des données recueillies lors de notre enquête comprend un nombre impair de données. La médiane de notre ensemble est soixante-deux parce c'est le nombre qui est au centre de l'ensemble de données.

30 + 30 + 30 + 30 + 40 + 45 + 48 + 50 + 54 + 55 + 56 + 58 + 60 + 62 + 65 + 70 + 72 + 74 + 90 + 120 + 135 + 138 + 140 + 150 + 175 + 180 + 300
27 ≈ 87

30, 30, 30, 30, 40, 45, 48, 50, 54, 55, 56, 58, 60, 62, 65, 70, 72, 74, 90, 120, 135, 138, 140, 150, 175, 180, 300

La statistique
et la probabilité

APPRENTISSAGE PAR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

Voici le taux horaire des employés incluant le gérant d'une entreprise de fabrication de jeux.

Les taux horaires des employés sont :
10 \$/h, 10 \$/h, 10 \$/h, 12 \$/h, 12 \$/h, 15 \$/h, 50 \$/h

- Quelles sont les mesures de la tendance centrale pour cet ensemble de données?
- Laquelle de ces mesures de la tendance centrale est la plus appropriée pour refléter les taux horaires des employés de cette entreprise?

J'ai déterminé que le mode est dix dollars de l'heure. Je ne pense pas que c'est la mesure la plus appropriée parce qu'il y a quatre employés qui font beaucoup plus que dix dollars de l'heure.

J'ai déterminé que la médiane est douze dollars de l'heure. Je pense que la médiane qui est la valeur centrale est la plus appropriée à utiliser parce que la majorité des taux horaires des employés sont près de la médiane à l'exception de l'employé qui a un taux horaire de cinquante dollars.

J'ai déterminé que la moyenne est de dix-sept dollars de l'heure. Je pense que si j'étais le propriétaire et que je voulais attirer de futurs employés à mon entreprise, j'utiliserais plutôt la moyenne. Ces derniers se diraient que cette entreprise offre de bons taux horaires à ses employés.

En effet, dans ce cas-ci, la médiane est la mesure de la tendance centrale qui est la plus appropriée pour refléter les taux horaires des employés de cette entreprise. Vous avez aussi raison de dire que le choix de la mesure centrale utilisée peut dépendre de l'intention de la personne qui analyse les données.

La médiane serait la mesure de la tendance centrale la plus appropriée pour refléter l'ensemble des données recueillies lors de notre enquête parce que la majorité des données sont à un écart de trente minutes de la médiane. On ne choisirait pas la moyenne parce que certaines données se démarquent des autres données et qu'elles augmentent la moyenne. Le mode trente n'est pas approprié parce que la majorité des données sont supérieures à trente.

Le mode est 10 \$/h

Med est 12 \$/h

$$\bar{X} = \frac{10 + 10 + 10 + 12 + 12 + 15 + 50}{7} = 17$$

Mode : 30
Med : 12
 $\bar{X} \approx 17$

Quand il y a des données qui se démarquent des autres données d'un ensemble, on les nomme des données aberrantes.

Des données aberrantes :

- sont des données dont les valeurs sont beaucoup plus grandes ou plus petites que la plupart des autres données recueillies;
- peuvent être dues à la variabilité associée à la situation observée;
- peuvent être dues à une erreur expérimentale ou de notation;
- ne changent pas la médiane ni le mode d'un ensemble de données;
- influencent la moyenne d'un ensemble de données;
- sont exclues de l'analyse de l'ensemble des données lorsqu'elles sont dues à une erreur expérimentale ou de notation.

Le taux horaire de cinquante dollars de l'heure peut être considéré comme une donnée aberrante puisque cette donnée est beaucoup plus grande que les autres données de l'ensemble. Est-ce qu'on devrait l'exclure lorsqu'on détermine la moyenne?

Elle ne devrait pas être exclue lors du calcul de la moyenne parce qu'elle est due à la variabilité des taux horaires des employés et non à une erreur expérimentale ou de notation; on doit quand même tenir compte de son effet sur la moyenne du taux horaire des employés.

Ceci confirme que la médiane est bien la mesure de la tendance centrale qui est la plus appropriée pour refléter les taux horaires des employés de l'entreprise de jeux.

Vous avez bien démontré votre compréhension des notions de tendance centrale, de l'étendue et de l'effet d'une valeur aberrante sur les mesures de la tendance centrale d'un ensemble de données. J'ai apprécié la façon dont vous avez collaboré et communiqué tout au long de l'analyse des divers ensembles de données.

Selon vous, y avait-il une ou des données aberrantes dans l'exemple de l'entreprise de jeux? Si oui, est-ce qu'elles devraient être exclues de l'analyse des données?

Lors de notre enquête, la donnée trois cent aurait pu être considérée comme une donnée aberrante puisqu'elle se démarquait des autres données. Elle ne devrait pas être exclue lors du calcul de la moyenne parce qu'elle est aussi due à la variabilité de la situation. Il ne s'agit pas d'une erreur de notation puisque l'un d'entre nous a réellement aidé une personne pendant trois cents minutes. On doit toutefois tenir compte de son effet sur la moyenne de notre ensemble de données. C'est pour cela que la médiane est la mesure de la tendance centrale la plus appropriée pour refléter les données recueillies lors de notre enquête.

Les **données discrètes** ont des valeurs dénombrables et elles peuvent être classées selon des catégories bien définies et clairement distinctes, p. ex. :

- la couleur des automobiles dans le parc de stationnement;
- les matières scolaires favorites;
- les sports préférés.

Les **données continues** sont mesurables et elles peuvent être décomposées en fraction ou en nombre décimal, p. ex. :

- la taille et le poids des personnes;
- les sommes d'argent;
- la distance parcourue.

La statistique et la probabilité

PRIME Connaissances et stratégies, pages 74 à 76

L'élève

- construit et étiquette (titre, étiquette et légende) un diagramme circulaire, avec ou sans l'aide de la technologie, pour présenter un ensemble de données discrètes;
- compare des diagrammes circulaires dans divers médias imprimés et électroniques tels que les quotidiens, les magazines et Internet;
- exprime les pourcentages présentés dans un diagramme circulaire sous forme de quantités afin de résoudre un problème;
- interprète un diagramme circulaire afin de répondre à des questions.

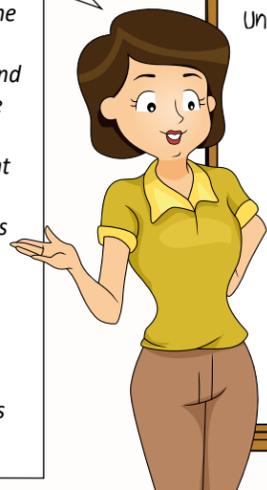
À noter : Dans la plupart des tableurs, les diagrammes circulaires se nomment graphique en secteurs. Par contre, le terme juste est diagramme circulaire.

L'enseignant

- utilise la résolution de problèmes ou l'enquête pour
 - amener l'élève à :
 - choisir une méthode de collecte de données et justifier son choix;
 - concevoir et administrer un questionnaire ou mener une expérience pour répondre à une question;
 - présenter un ensemble de données discrètes à l'aide d'un diagramme circulaire;
 - construire, étiqueter et interpréter des diagrammes circulaires pour en tirer des conclusions.
 - offrir à l'élève la possibilité d'observer, de s'interroger et d'appliquer ses connaissances de la collecte de données discrètes et d'une variété de diagrammes, dont les diagrammes circulaires, pour représenter et interpréter des données;
 - observer le raisonnement de l'élève afin de fournir de l'étayage.
- pose des questions ouvertes qui favorisent la réflexion et le dialogue, et des questions fermées ayant une seule réponse pour valider ou vérifier une connaissance précise.

PRIME Connaissances et stratégies, Chapitre 5

Vous avez remarqué qu'il est souvent plus facile d'interpréter un diagramme qu'une liste de nombres. Le diagramme utilisé dépend généralement du type de données à représenter. Vous avez appris comment représenter des données à l'aide de différents types de diagrammes comme des pictogrammes, des histogrammes et des diagrammes à bandes. Maintenant nous allons apprendre ce que sont les diagrammes circulaires.



Un diagramme circulaire :

- est une représentation graphique de différentes catégories de données discrètes;
- est aussi appelé un diagramme à secteurs;
- comprend généralement un maximum de 6 secteurs :
 - qui correspondent à chacune des catégories;
 - dont la mesure de l'angle au centre est proportionnelle à la valeur de chaque donnée exprimée en pourcentage;
 - qui sont placés en ordre de grandeur (du plus grand au plus petit) dans le sens horaire;
- compare les parties d'un tout, le "tout" correspondant à 100 % des données;
- peut être tracé à la main à l'aide d'un compas, d'un cercle de pourcentages, d'un cercle de degrés ou d'un rapporteur d'angles;
- peut être tracé à l'aide de la technologie;
- doit comprendre un titre descriptif et une légende expliquant ce que chaque secteur représente.

Voici les étapes à suivre pour tracer un diagramme circulaire à la main.



Étapes à suivre pour tracer un diagramme circulaire à l'aide d'un cercle de pourcentages ou d'un cercle de degrés :

- Vérifier si les données sont discrètes;
- Déterminer la fréquence en pourcentage associée à chaque catégorie de données;
- Déterminer la mesure de l'angle au centre de chacun des secteurs si on utilise un cercle de degrés;
- Tracer un cercle, puis utiliser le cercle de pourcentages ou le cercle de degrés pour tracer les secteurs;
- Étiqueter le diagramme : un titre descriptif et une légende expliquant ce que chaque secteur représente;
- Inscrire, si possible, le pourcentage et l'étiquette de la catégorie à côté de chacun des secteurs afin d'éviter d'avoir à revenir constamment à la légende pour interpréter le diagramme.

Voici des données qui ont été recueillies à la suite d'un sondage mené auprès d'un groupe d'élèves de la 7^e et de la 8^e années pour déterminer les activités sportives qui pourraient être offertes à l'école. Est-ce que nous pouvons utiliser un diagramme circulaire pour représenter ces données?



| Catégories | Nombre d'élèves |
|------------|-----------------|
| soccer | 10 |
| basketball | 10 |
| volleyball | 8 |
| softball | 6 |
| autres | 4 |
| badminton | 2 |
| Total | 40 |

Oui, parce que ce sont des données discrètes qui peuvent être réparties dans des catégories distinctes.



La prochaine étape serait de calculer le pourcentage d'élèves associé à chacune des catégories si on voulait utiliser un cercle de pourcentages pour tracer les secteurs. On doit aussi déterminer la mesure de l'angle au centre de chacun des secteurs si on veut utiliser un cercle de degrés ou un rapporteur d'angles pour tracer les secteurs.



| Catégories | Nombre d'élèves | Fréquence (%) | Angle au centre (en degrés) |
|------------|-----------------|---------------|-----------------------------|
| soccer | 10 | 25 | 90 |
| basketball | 10 | 25 | 90 |
| volleyball | 8 | 20 | 72 |
| softball | 6 | 15 | 54 |
| autres | 4 | 10 | 36 |
| badminton | 2 | 5 | 18 |
| Total | 40 | 100 | 360 |

Formule pour déterminer un pourcentage :

$$\frac{\text{nombre d'élèves par catégorie}}{\text{nombre total d'élèves}} \times 100 = \text{pourcentage associé à la catégorie}$$

Formule pour déterminer un angle au centre :

$$\frac{\text{pourcentage associé à la catégorie}}{100} \times 360^\circ = \text{angle au centre associé à la catégorie}$$

Soccer
 Pourcentage d'élèves
 $10 \div 40 \times 100 = 25\%$
 Mesure de l'angle
 $25\% \times 360^\circ = 90^\circ$
 $25 \div 100 \times 360^\circ = 90^\circ$

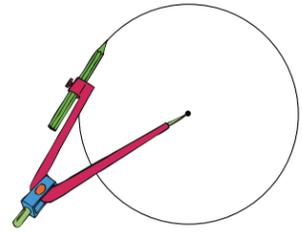
À noter : Expliquer à l'élève qu'il aura parfois à ajuster les pourcentages et la mesure des angles, car il se peut que le total de la fréquence ne donne pas 100 % ou que le total des angles au centre ne donne pas 360°.

La statistique et la probabilité

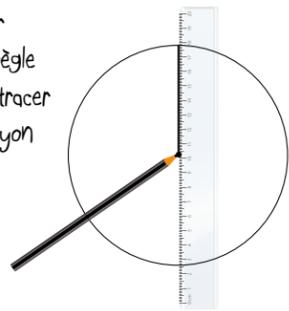
APPRENTISSAGE PAR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

Tout d'abord, on doit tracer un cercle à l'aide d'un compas, identifier le centre du cercle et tracer un rayon.

Tracer un cercle à l'aide d'un compas

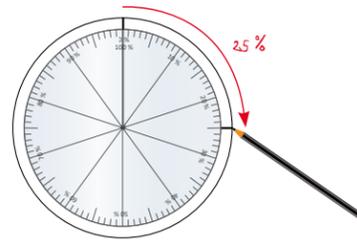


Placer une règle pour tracer un rayon

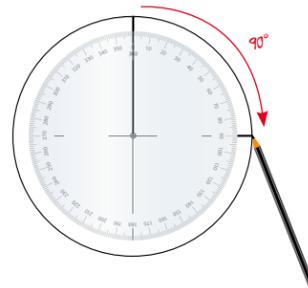


Tracer à l'aide d'un cercle de pourcentages, les secteurs qui représentent la fréquence en % associée à chacune des catégories.

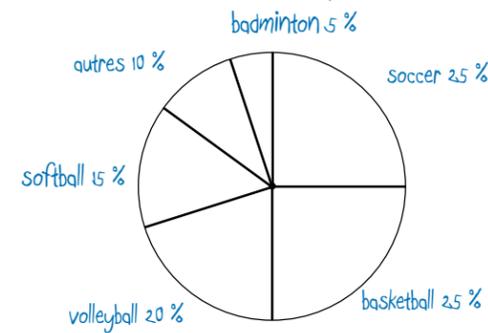
Par la suite, on peut utiliser un cercle de pourcentages ou un cercle de degrés pour tracer chacun des secteurs.



Tracer à l'aide d'un cercle de degrés, l'angle au centre associé à chacune des catégories.

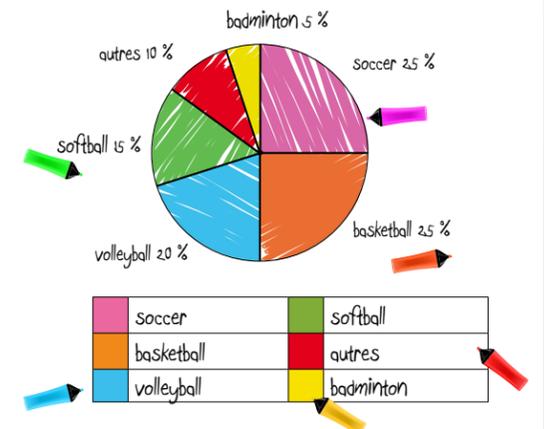


Inscrire, au fur et à mesure, le **pourcentage correspondant** à chacun des secteurs ou le **pourcentage correspondant** à l'angle au centre de chacun des secteurs.



Enfin, un diagramme circulaire doit comprendre un titre descriptif et une légende expliquant ce que chaque secteur représente.

Les sports favoris des élèves de la 7^e et de la 8^e années



Le titre du diagramme, le choix de couleurs, le type d'étiquettes et le style de légende facilitent l'interprétation du diagramme.

Vous savez maintenant comment construire un diagramme circulaire à la main. Il est aussi possible d'utiliser la technologie pour le faire. Cela permet de sauter une ou deux étapes. Voici les étapes de base à suivre lorsqu'on utilise un tableur pour tracer un diagramme circulaire.

Étape 1

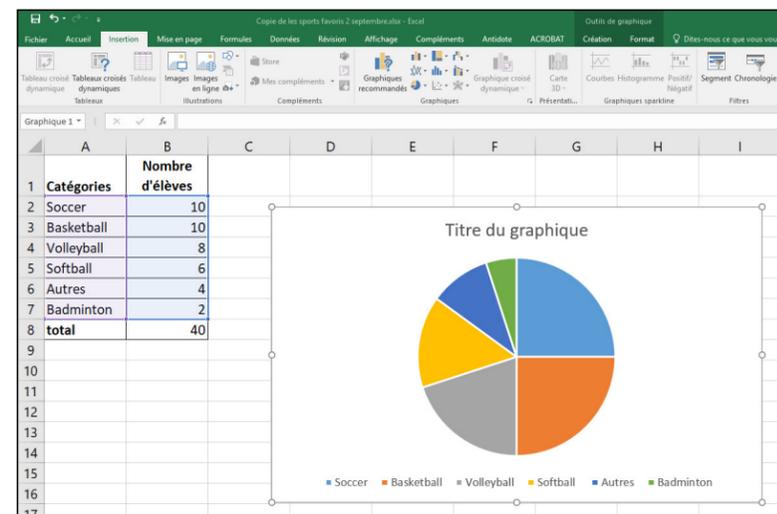
Cliquer sur l'onglet Accueil et entrer les catégories dans la colonne A et les données dans la colonne B.

Sélectionner les noms des catégories et les données pour chacune des catégories.

| | A | B | C |
|---|------------|-----------------|---|
| 1 | Catégories | Nombre d'élèves | |
| 2 | Soccer | 10 | |
| 3 | Basketball | 10 | |
| 4 | Volleyball | 8 | |
| 5 | Softball | 6 | |
| 6 | Autres | 4 | |
| 7 | Badminton | 2 | |
| 8 | total | 40 | |
| 9 | | | |

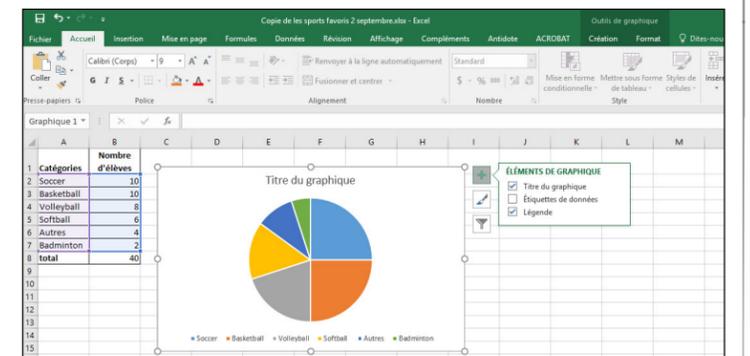
Étape 2

Cliquer sur l'onglet Insertion, puis sur Insérer un graphique en secteurs ou en anneau et sélectionner un type de diagramme circulaire.

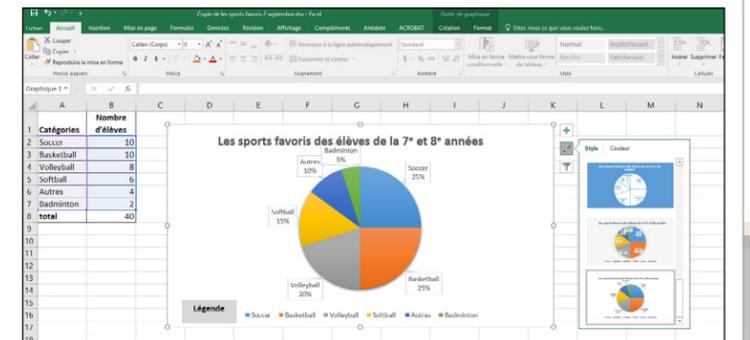


Étape 3

Cliquer sur l'icône Éléments de graphique pour étiqueter le diagramme et insérer le titre.



Enfin, cliquer sur l'icône Styles de graphique pour choisir les couleurs, le type d'étiquettes, le style de légende, etc.



La statistique et la probabilité

APPRENTISSAGE PAR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

Résultats d'un sondage qui a été mené par le conseil étudiant auprès des élèves de la 8^e année dans le but d'organiser des activités artistiques à l'heure du midi pour la 8^e année.

Question d'enquête

Quel médium préfères-tu utiliser pour exprimer tes idées : les arts visuels, la musique, la danse, le théâtre ou un autre médium?

| Médiums | Fréquence |
|--------------|-----------|
| Arts visuels | 15 |
| Danse | 12 |
| Autre médium | 10 |
| Musique | 8 |
| Théâtre | 5 |
| Total | 50 |

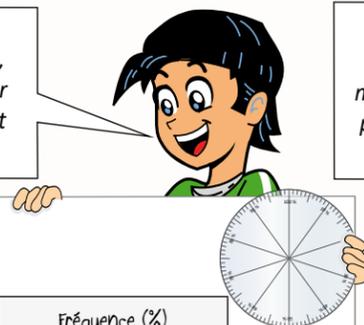
Quelles conclusions le conseil étudiant peut-il tirer de ce diagramme?



Vous devez représenter ces données à l'aide d'un diagramme circulaire en utilisant les trois méthodes que nous venons d'explorer.

À noter : Il est important d'inviter l'élève à construire des diagrammes circulaires à la main avant de lui proposer d'utiliser des outils technologiques. Ceci lui permettra de mieux comprendre comment déterminer le pourcentage et l'angle au centre associés à chacun des secteurs et de faire des liens entre les concepts de fraction, rapport, pourcentage, angle au centre, etc.

Pour déterminer la fréquence en pourcentage de chacune des catégories, nous avons divisé le nombre d'élèves par catégorie par le nombre total d'élèves et nous avons multiplié par cent.



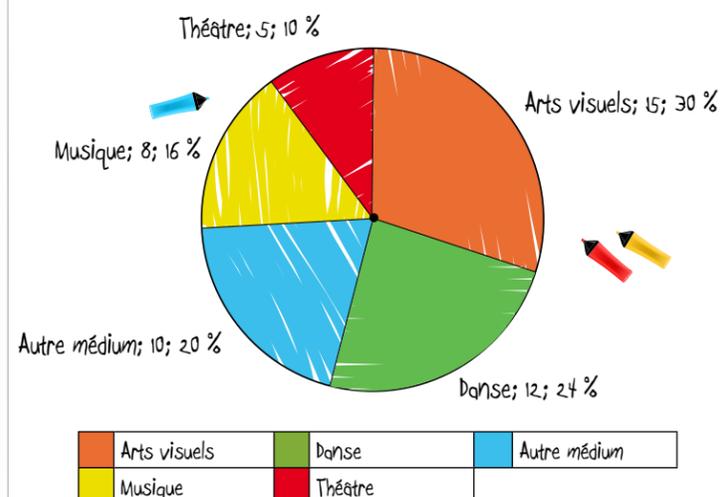
Les données

| Médiums | Fréquence | Fréquence (%) |
|--------------|-----------|---------------|
| Arts visuels | 15 | 30 |
| Danse | 12 | 24 |
| Autre médium | 10 | 24 |
| Musique | 8 | 20 |
| Théâtre | 5 | 16 |
| Total | 50 | 100 |

Outil utilisé : un cercle de pourcentages

Le diagramme :

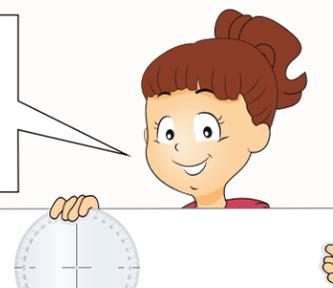
Médiums préférés des élèves de la 8^e année



Interprétation

Le diagramme démontre que les médiums préférés sont les arts visuels et la danse. Les activités devraient inclure au moins ces deux médiums sans ignorer les autres médiums possibles.

Après avoir déterminé la fréquence en pourcentage pour chacune des catégories, nous avons multiplié trois cent soixante degrés par la fréquence en pourcentage pour obtenir l'angle au centre de chacune des catégories.



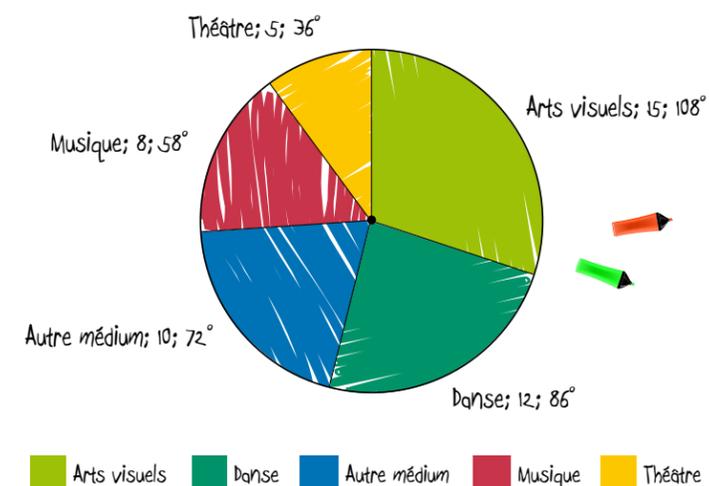
Les données

| Médiums | Fréquence | Fréquence (%) | Angle au centre (en degrés) |
|--------------|-----------|---------------|-----------------------------|
| Arts visuels | 15 | 30 | 108 |
| Danse | 12 | 24 | 86 |
| Autre médium | 10 | 24 | 72 |
| Musique | 8 | 20 | 58 |
| Théâtre | 5 | 16 | 36 |
| Total | 50 | 100 | 100 x 360 = 360 |

Outil utilisé : cercle de degrés

Le diagramme :

Médiums préférés des élèves de la 8^e année



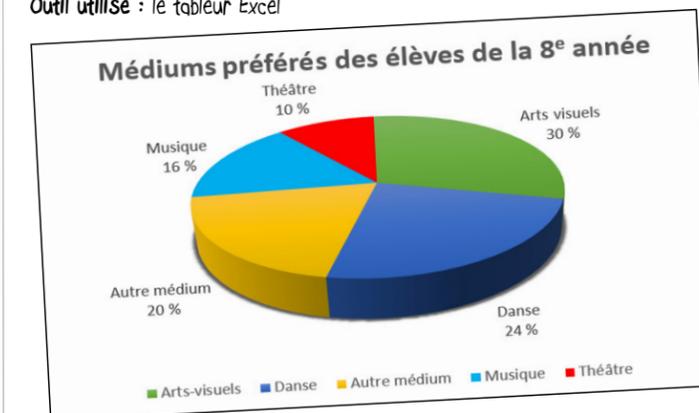
Interprétation

Le théâtre et la musique sont les médiums les moins populaires. Les activités devraient quand même inclure ces deux médiums afin d'adresser les intérêts de ces élèves et d'éveiller l'ensemble des élèves à ces deux médiums.

Les données

| | A | B | C |
|---|--------------|-----------------|---|
| 1 | Médiums | Nombre d'élèves | |
| 2 | Arts visuels | 15 | |
| 3 | Danse | 12 | |
| 4 | Autre médium | 10 | |
| 5 | Musique | 8 | |
| 6 | Théâtre | 5 | |
| 7 | | | |
| 8 | | | |

Outil utilisé : le tableur Excel



Interprétation

Le diagramme démontre que 20 % des élèves ont indiqué Autre médium. Il serait important de sonder davantage ces élèves afin de déterminer d'autres activités qui pourraient être offertes au courant de l'année.

Nous avons suivi les étapes suivantes pour créer notre diagramme circulaire à l'aide de la technologie : en premier, on a inséré les données dans un tableur en ordre de grandeur, puis on a sélectionné les noms des catégories et les données tels qu'on l'a montré dans notre première image. Après, on a cliqué sur l'onglet d'insertion d'un graphique en secteurs afin de choisir notre type de diagramme. Par la suite, il ne nous restait plus qu'à cliquer sur l'icône des éléments de graphique pour inscrire un titre et étiqueter notre diagramme et à cliquer sur l'icône du style de graphique pour le compléter.



LISTE PARTIELLE DU VOCABULAIRE DE MATHÉMATIQUES AUQUEL L'ÉLÈVE DOIT ÊTRE EXPOSÉ (suite)

- Vocabulaire de la probabilité : probabilité expérimentale et théorique, chance, expérience, expérience aléatoire, hasard, observation, résultat, évènement, évènements indépendants, certain, possible, impossible, improbable, probable, également probable, équiprobable, diagramme en arbre, espace d'échantillonnage

7^e ANNÉE

Connaissance et compréhension
La construction de nouvelles connaissances

EN ROUTE VERS LA 8^e ANNÉE

La statistique et la probabilité

APPRENTISSAGE PAR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

À noter : un évènement lié à une expérience aléatoire est un sous-ensemble des résultats possibles pour cette expérience. Par exemple pour l'expérience de lancer un dé à six faces, les résultats (issues) possibles sont : 1,2,3,4,5,6. Un évènement pourrait être d'obtenir un 5, un nombre impair ou un nombre plus petit que 5.

LA PROBABILITÉ (7.S.4, 7.S.5, 7.S.6)

PRIME N3 : C1, C2 ET H

Grandes idées :

- La probabilité utilise les mathématiques pour décrire le degré de certitude qu'un évènement se produise.
- Les probabilités théoriques et expérimentales peuvent être déterminées de diverses façons.

L'enseignant

- utilise la résolution de problèmes ou l'enquête pour
 - amener l'élève à :
 - déterminer la probabilité théorique et expérimentale d'un résultat d'une expérience de probabilité et exprimer cette probabilité sous forme de rapport, de fraction ou de pourcentage;
 - identifier l'espace d'échantillonnage (l'ensemble des résultats possibles) d'une expérience comportant deux évènements indépendants en utilisant un diagramme en arbre, un tableau ou un autre outil de classement graphique;
 - mener une expérience de probabilité et comparer les résultats expérimentaux à la probabilité théorique de deux évènements indépendants avec ou sans l'aide de la technologie;
 - identifier des évènements dont la probabilité est 0 ou 0 % (impossible) et dont la probabilité est 1 ou 100 % (certain).
 - offrir à l'élève la possibilité d'observer, de s'interroger, d'appliquer ses connaissances de la probabilité théorique et des résultats expérimentaux pour comparer les résultats expérimentaux à la probabilité théorique de deux évènements indépendants;
 - observer le raisonnement de l'élève afin de fournir de l'étayage.
- pose des questions ouvertes qui favorisent la réflexion et le dialogue, et des questions fermées ayant une seule réponse pour valider ou vérifier une connaissance précise.

PRIME Connaissances et stratégies, Chapitre 5

L'élève

- fournit un exemple d'un évènement dont la probabilité est **0 ou 0 % (impossible)** et d'un évènement dont la probabilité est **1 ou 100 % (certain)**;
- détermine la probabilité théorique et expérimentale d'un résultat d'une expérience comportant deux évènements indépendants et exprime cette probabilité sous forme de rapport, de fraction ou de pourcentage;
- identifie l'espace d'échantillonnage dont **l'espace combiné a 36 éléments ou moins** (ensemble des résultats possibles) d'une expérience comportant **deux évènements indépendants** en utilisant un diagramme en arbre, un tableau ou un autre outil de classement graphique;
- mène une expérience de probabilité pour comparer la probabilité théorique et la probabilité expérimentale de deux évènements indépendants avec ou sans l'aide de la technologie;
- résout un problème de probabilité comportant deux évènements indépendants.

PRIME Connaissances et stratégies, pages 111 à 118

À noter : L'étude de la probabilité se prête bien à la résolution de problèmes comportant des pourcentages et à la compréhension des relations entre les nombres (7.N.3. et 7.N.4.).

Droite des probabilités

| Impossible | Peu probable | Équiprobable | Très probable | Certain |
|--|--|--|--|---|
| 0 0 % | 0,25 25 % | 0,50 50 % | 0,75 75 % | 1 100 % |
| La probabilité d'obtenir un 7 en lançant un dé numéroté de 1 à 6 | La probabilité de piger un pique dans un paquet de 52 cartes | La probabilité qu'une pièce de monnaie tombe sur le côté face. | La probabilité que la roulette s'arrête sur le rouge | La probabilité de piger une bille bleue |

Que pouvez-vous me dire au sujet de la probabilité?

La probabilité?

On peut représenter la probabilité expérimentale d'obtenir un évènement sous la forme d'une fraction, d'un nombre décimal ou d'un pourcentage. On peut utiliser un tableau pour noter les résultats d'une expérience.

Il est aussi possible d'exprimer la probabilité d'un évènement sous la forme d'un pourcentage en divisant le nombre de fois que l'évènement peut se réaliser par le nombre total de résultats possibles et de multiplier ce quotient par cent.

Vous avez reçu une carte qui décrit un évènement. Vous devez situer cet évènement sur la droite des probabilités et expliquer pourquoi vous situez l'évènement à cet endroit.

J'ai placé ma carte à zéro ou zéro pour cent parce qu'il est impossible d'obtenir un sept si on roule ce dé.

J'ai placé ma carte du côté d'un évènement très peu ou peu probable parce que la probabilité théorique de piger un pique parmi les cinquante-deux cartes est de vingt-cinq pour cent.

J'ai placé ma carte au milieu parce que la probabilité que la pièce de monnaie tombe sur le côté face est d'un demi, donc équiprobable. Je sais maintenant qu'on peut aussi dire que cette probabilité est de cinquante pour cent.

J'ai placé ma carte entre probable et très probable parce que la probabilité théorique que la roulette s'arrête sur un secteur rouge est de six huitièmes ou de soixante-quinze pour cent.

J'ai placé ma carte à un ou cent pour cent parce que je suis certain de piger une bille bleue puisque toutes les billes sont bleues.

On utilise des termes tels que certain, possible, impossible, probable. D'ailleurs, il est probable que nous allons apprendre quelque chose de nouveau cette année à propos de la probabilité.

On mène des expériences avec des dés, des roulettes ou des pièces de monnaie pour comparer la probabilité expérimentale et la probabilité théorique d'un évènement.

Plus on fait d'essais, plus on se rapproche de la probabilité théorique. On peut utiliser un simulateur de probabilité quand on veut effectuer un grand nombre d'essais.

La statistique et la probabilité

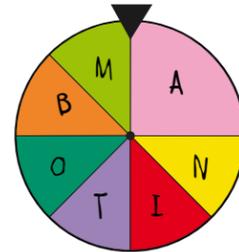
APPRENTISSAGE PAR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

À vous maintenant de concevoir et de mener une expérience de probabilité en exprimant la probabilité théorique et expérimentale sous la forme d'un pourcentage.

En équipe :

- Concevez une expérience de probabilité.
- Menez votre expérience à l'aide d'un simulateur et soyez prêts à présenter vos données à la main ou de façon électronique.
- Comparez la probabilité théorique et la probabilité expérimentale et communiquez vos observations.

Nous voulions savoir la probabilité qu'une roulette dont chacune des sections représentait les lettres contenues dans le mot MANITOBA s'arrête sur chacune des lettres.



$$p(\text{événement}) = \frac{\text{Nombre de résultats favorables d'un événement}}{\text{Nombre total de résultats possibles}}$$

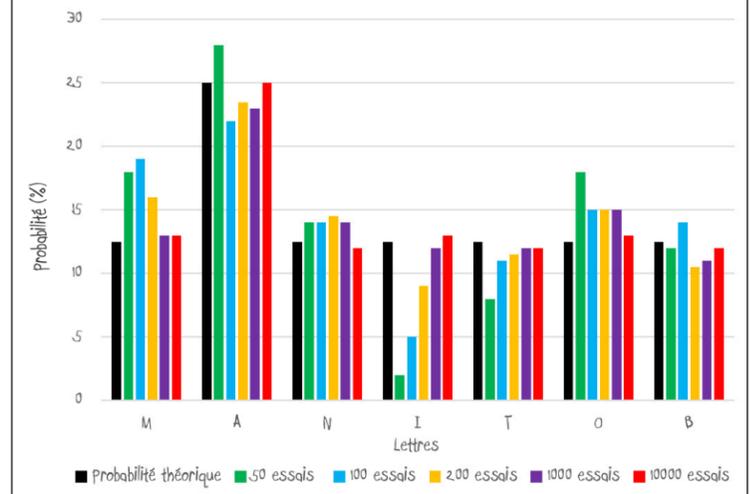
$$p(M) = \frac{\text{Nombre de résultats favorables événement M}}{\text{Nombre total de résultats possibles}}$$

$$p(M) = \frac{1}{8} \text{ ou } 12,5\%$$

Tableau montrant les probabilités théorique et expérimentale d'obtenir les lettres M, A, N, I, T, O et B lors du lancement d'une roulette

| Événements | Probabilité théorique | Probabilité expérimentale après : | | | | |
|------------|-----------------------|-----------------------------------|----------------|----------------|------------------|---------------------|
| | | 50 essais | 100 essais | 200 essais | 1000 essais | 10 000 essais |
| M | 1/8 ou 12,5 % | 9/50 ou 18 % | 19/100 ou 19 % | 32/200 ou 16 % | 137/1000 ou 13 % | 1324/10 000 ou 13 % |
| A | 2/8 ou 25 % | 14/50 ou 28 % | 22/100 ou 22 % | 47/200 ou 24 % | 233/1000 ou 23 % | 2498/10 000 ou 25 % |
| N | 1/8 ou 12,5 % | 7/50 ou 14 % | 14/100 ou 14 % | 29/200 ou 15 % | 136/1000 ou 14 % | 1210/10 000 ou 12 % |
| I | 1/8 ou 12,5 % | 1/50 ou 2 % | 5/100 ou 5 % | 18/200 ou 9 % | 119/1000 ou 12 % | 1252/10 000 ou 13 % |
| T | 1/8 ou 12,5 % | 4/50 ou 8 % | 11/100 ou 11 % | 23/200 ou 12 % | 117/1000 ou 12 % | 1228/10 000 ou 12 % |
| O | 1/8 ou 12,5 % | 9/50 ou 18 % | 15/100 ou 15 % | 30/200 ou 15 % | 150/1000 ou 15 % | 1287/10 000 ou 13 % |
| B | 1/8 ou 12,5 % | 6/50 ou 12 % | 14/100 ou 14 % | 21/200 ou 11 % | 111/1000 ou 11 % | 1201/10 000 ou 12 % |

Comparaison des probabilités théorique et expérimentale d'obtenir les lettres M, A, N, I, T, O et B lors du lancement d'une roulette



- Les probabilités théorique et expérimentale d'obtenir :
- la lettre A étaient très près l'une de l'autre tout au long de l'expérience, mais elles concordaient davantage après 10 000 essais;
 - les autres lettres ont varié tout au long de l'expérience. plus on a fait d'essais, plus elles se sont rapprochées l'une de l'autre. Elles concordaient davantage après 10 000 essais.

Vous êtes maintenant très habiles à mener des expériences de probabilité comprenant un seul événement et à exprimer la probabilité théorique et expérimentale de différentes façons.

Nous allons maintenant explorer des expériences de probabilité comprenant deux événements indépendants. Ces deux événements n'ont pas de lien entre eux et la réalisation de l'un n'influence pas la réalisation de l'autre.

Les événements indépendants sont des événements dont l'occurrence ne dépend d'aucun autre événement, c'est-à-dire que la probabilité que l'un se produise ou non n'est pas liée à la probabilité qu'un autre événement se produise.

Exemple : Si on lance une pièce de monnaie de dix cents et une pièce de monnaie de cinq cents de façon simultanée, la probabilité d'obtenir pile ou face pour la pièce de dix cents n'affecte pas la probabilité d'obtenir pile ou face pour la pièce de cinq cents.

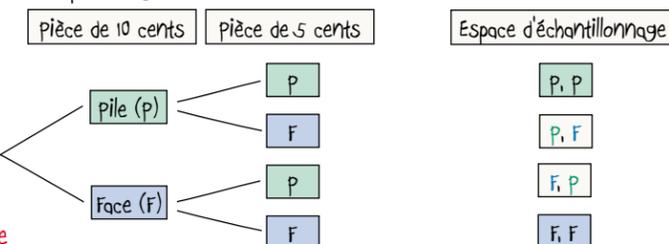
L'espace d'échantillonnage représente l'ensemble de tous les résultats possibles d'une expérience de probabilité aléatoire. On peut déterminer l'espace d'échantillonnage d'une expérience de probabilité comportant deux événements indépendants à l'aide d'un diagramme de Carroll ou d'un diagramme en arbre.

Exemple : diagramme de Carroll

| | | pièce de 5 cents | |
|-------------------|----------|------------------|----------|
| | | pile (P) | face (F) |
| pièce de 10 cents | pile (P) | P, P | P, F |
| | face (F) | F, P | F, F |

espace d'échantillonnage

Exemple : diagramme en arbre



Un événement est un résultat souhaité dans une expérience de probabilité.

- Exemples :
- Quelle est la probabilité d'obtenir 2 piles, $p(P, P)$?
 - Quelle est la probabilité d'obtenir 2 faces, $p(F, F)$?
 - Quelle est la probabilité d'obtenir pile et face et face et pile, $p(P, F)$ et $p(F, P)$?

On peut exprimer la probabilité d'obtenir un événement sous la forme d'une fraction, d'un nombre décimal ou d'un pourcentage en comparant le nombre de résultats favorables d'un événement et le nombre total de résultats possibles.

Exemples :

$$\text{Probabilité (Évènement)} = \frac{\text{nombre de résultats favorables d'un événement}}{\text{nombre de résultats possibles}}$$

$$p(P, F) \text{ et } p(F, P) = \frac{2}{4}, 0,5 \text{ ou } 50\%$$

$$p(P, P) = \frac{1}{4}, 0,25 \text{ ou } 25\%$$

$$p(F, F) = \frac{1}{4}, 0,25 \text{ ou } 25\%$$

La statistique et la probabilité

APPRENTISSAGE PAR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

Éléments :

- Description de votre expérience de probabilité;
- Présentation de l'espace d'échantillonnage à l'aide d'un diagramme en arbre ou d'un tableau;
- Représentation de la probabilité théorique d'obtenir les résultats favorables d'un événement sous la forme d'une fraction, d'un nombre décimal et d'un pourcentage;
- Représentation de la probabilité expérimentale d'obtenir les résultats favorables d'un événement sous deux formes différentes;
- Comparaison des probabilités théorique et expérimentale d'obtenir les résultats favorables d'un événement.

En équipe, concevez et menez une expérience de probabilité comportant deux événements indépendants dont l'espace d'échantillonnage comprend au moins trente-six résultats possibles. Votre présentation doit inclure les éléments présentés au tableau.

L'expérience que nous avons choisie de mener consistait à tirer une bille d'un sac contenant trois billes bleues et deux billes vertes à deux reprises. Entre les deux tirages, la bille initiale devait être remise dans le sac. On se demandait quelles seraient les probabilités théorique et expérimentale de tirer deux billes bleues, deux billes vertes ou deux billes de couleurs différentes du sac.

Nous avons utilisé un tableau pour déterminer l'espace d'échantillonnage.

Notre espace d'échantillonnage démontre qu'il y a vingt-cinq résultats possibles.

Malgré le fait que la probabilité de piger deux billes bleues est plus grande que celle de piger deux billes vertes, la probabilité de ces deux événements est tout de même peu probable. La probabilité de piger des billes de différentes couleurs est équiprobable.

Nous avons déterminé la probabilité théorique d'obtenir chacun des résultats favorables aux événements. Nous l'avons exprimée sous la forme d'une fraction, d'un nombre décimal et d'un pourcentage.

Tableau de la probabilité de piger deux billes bleues, deux billes vertes ou deux billes de couleur différente avec remise

| | | 2 ^e pige avec remise | | | | |
|----------------------------------|-----------|---------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| | | Bleue (B) | Bleue (B) | Bleue (B) | Verte (V) | Verte (V) |
| 1 ^{er} pige avec remise | Bleue (B) | B, B | B, B | B, B | B, V | B, V |
| | Bleue (B) | B, B | B, B | B, B | B, V | B, V |
| | Bleue (B) | B, B | B, B | B, B | B, V | B, V |
| | Verte (V) | V, B | V, B | V, B | V, V | V, V |
| | Verte (V) | V, B | V, B | V, B | V, V | V, V |

Probabilité = $\frac{\text{Nombre de résultats favorables d'un événement}}{\text{Nombre total de résultats possibles}}$

$$P(B, B) = \frac{9}{25}, 0,36 \text{ ou } 36\%$$

$$P(2 \text{ billes de couleur différente}) = \frac{12}{25}, 0,48 \text{ ou } 48\%$$

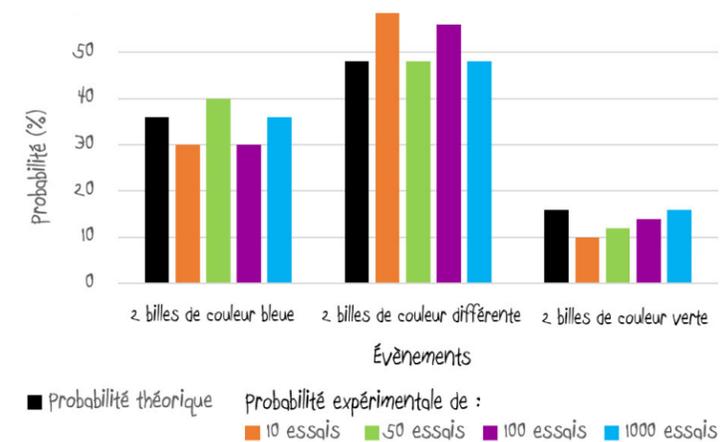
$$P(V, V) = \frac{4}{25}, 0,16 \text{ ou } 16\%$$

Nous avons utilisé un simulateur pour mener notre expérience afin de pouvoir faire un grand nombre d'essais. En plus de la probabilité théorique, notre tableau présente la probabilité expérimentale d'obtenir chacun des événements après dix, cinquante, cent et mille essais.

| Évènements | Probabilité théorique | Probabilité expérimentale après : | | | |
|--------------------------------|------------------------|-----------------------------------|------------------------|-------------------------|---------------------------|
| | | 10 essais | 50 essais | 100 essais | 1000 essais |
| 2 billes de couleur bleue | $\frac{9}{25}$ ou 36% | $\frac{3}{10}$ ou 30% | $\frac{20}{50}$ ou 40% | $\frac{30}{100}$ ou 30% | $\frac{360}{1000}$ ou 36% |
| 2 billes de couleur différente | $\frac{12}{25}$ ou 48% | $\frac{6}{10}$ ou 60% | $\frac{24}{50}$ ou 48% | $\frac{56}{100}$ ou 56% | $\frac{480}{1000}$ ou 48% |
| 2 billes de couleur verte | $\frac{4}{25}$ ou 16% | $\frac{1}{10}$ ou 10% | $\frac{6}{50}$ ou 12% | $\frac{14}{100}$ ou 14% | $\frac{160}{1000}$ ou 16% |

Nous avons créé un diagramme à bandes à l'aide d'un tableur pour représenter visuellement la comparaison entre la probabilité théorique et la probabilité expérimentale d'obtenir les trois événements.

Comparaison des probabilités théorique et expérimentale de tirer deux billes de couleur bleue, deux billes de couleur verte ou deux billes de couleur différente lors d'une simulation d'expérience.



En comparant la bande noire qui représente la probabilité théorique aux autres bandes, on peut voir que plus le nombre d'essais augmente, plus la probabilité expérimentale se rapproche de la probabilité théorique.

LE CALCUL MENTAL ET L'ESTIMATION

Le calcul mental et l'estimation [CE] doivent être considérés comme une partie intégrale dans l'enseignement et l'apprentissage en mathématiques et non comme des concepts enseignés en isolation. Le calcul mental n'est pas l'habileté d'effectuer des algorithmes, mais plutôt de calculer avec souplesse et efficacité dans sa tête. L'accent devrait être mis sur la façon dont l'élève obtient la solution plutôt que sur la rapidité ou l'exactitude de sa réponse. L'estimation comprend diverses stratégies utilisées pour vérifier le caractère raisonnable d'une solution à l'aide de stratégies de calcul mental. Elle consiste aussi à déterminer des valeurs, des quantités et des mesures approximatives en se basant sur des référents.

À noter : Des stratégies de calcul mental et d'estimation ont été illustrées, en contexte, tout au long du document.

L'élève applique des stratégies de calcul mental (Voir *Le calcul mental et l'estimation* dans les cartes de route de la 1^{re} à la 6^e année) et d'estimation (Voir *Le calcul mental et l'estimation*, 5^e année, p. 10) en :

- sélectionnant des stratégies :
 - de [CE] pour résoudre une variété de problèmes de façon efficace;
 - d'estimation liées aux opérations telles que l'approximation selon le premier chiffre, le regroupement, la partition, les nombres complémentaires et la compensation (Voir *Le calcul mental et l'estimation*, 5^e année, p. 10);
 - d'estimation pour prédire et valider les réponses obtenues lorsqu'il fait des calculs mentalement, à la main ou à l'aide de la technologie, ce qui augmente alors sa capacité de détecter les erreurs quand elles se produisent;
- utilisant une variété de modèles pour représenter ses stratégies de [CE];
- démontrant la pertinence du [CE] dans la vie de tous les jours;
- communiquant son raisonnement et en évaluant si son estimation est plausible et si la réponse à ses calculs est vraisemblable;
- expliquant pourquoi une réponse approximative peut être utile et efficace selon le contexte, p. ex., le coût final d'un achat futur, y compris les taxes;
- démontrant qu'il n'y a pas "une bonne stratégie" ni "une bonne réponse" quand il effectue des calculs et des estimations;
- établissant des liens entre divers types de nombres, p. ex., entre un pourcentage et un nombre décimal, entre une fraction impropre et un nombre fractionnaire, entre des fractions équivalentes, etc.;
- utilisant :
 - des termes liés à l'estimation tels que tout près de, à peu près, presque égal à, entre, un peu plus que, un peu moins que, autour de, environ et approximativement;
 - des symboles liés à l'estimation tels que presque égal à \approx et approximativement égal à \cong .

L'élève peut éprouver des difficultés s'il :

- a un nombre limité de stratégies de [CE] dans son répertoire;
- ne comprend pas les propriétés des opérations (distributivité, commutativité, associativité);
- tente d'utiliser des méthodes écrites standards dans sa tête (ardoise mentale);
- n'a pas de flexibilité avec les nombres, p. ex., s'il ne peut pas décomposer un nombre de multiples façons;
- s'appuie sur des stratégies de comptage;
- a une compréhension limitée de la valeur de position.

En 7^e année, l'élève peaufine ses stratégies personnelles de [CE] afin d'accroître leur efficacité lorsqu'il :

- explique, à l'aide d'un exemple, comment déterminer mentalement un produit ou un quotient dont le multiplicateur ou le diviseur est 0,1 ou 0,5 ou 0,25;
- effectue des opérations sur les types de nombres à l'étude en tenant compte de la priorité des opérations;
- effectue des additions et des soustractions sur des fractions et sur des nombres fractionnaires;
- résout des équations algébriques;
- détermine une solution à un problème qui fait appel à l'approximation;
- estime l'aire d'un cercle, d'un triangle ou d'un parallélogramme;
- place la virgule (virgule de cadrage) dans une somme, une différence, un produit et un quotient en appliquant la stratégie de l'approximation selon les premiers chiffres, p. ex. :
 - pour $8,5 + 9,23 + 221,758$, penser à $8 + 9 + 221$ et en conclure que la somme est supérieure à 238;
 - pour $276,57 \$ - 75,45 \$$, penser à $276 \$ - 75 \$$ et en conclure que la différence est approximativement 201 \$;
 - pour $42,73 \$ \times 2,8$, penser à $42 \$ \times 2$ et en conclure que le produit est supérieur à 84 \$;
 - pour $122,75 m \div 2,5$, penser à $122 m \div 2$ et en conclure que le quotient est approximativement 61 m.

L'élève peut éprouver des difficultés s'il :

- expose l'élève à une variété de modèles et de matériel de manipulation appropriés pour qu'il puisse visualiser un problème, appliquer une ou des stratégies de [CE] et évaluer la solution;
- intègre le [CE] au quotidien dans divers contextes mathématiques pour amener l'élève à en comprendre l'utilité et la pertinence dans la vie de tous les jours;
- fait en sorte que l'élève
 - soit en mesure de choisir et d'appliquer les stratégies de [CE] les plus efficaces selon le contexte et de justifier son choix, p. ex., combiner la stratégie de la compensation à d'autres stratégies dont celle de l'approximation selon le premier chiffre ou de trouver des nombres complémentaires (Voir *Le calcul mental et l'estimation*, 5^e année, p. 10);
 - comprenne le raisonnement mathématique derrière tout raccourci, truc, règle ou procédure qu'il utilise pour être en mesure de les utiliser de façon efficace.
- favorise les discussions en classe pour offrir à l'élève la possibilité de/d' :
 - décrire sa démarche et de partager son raisonnement avec la classe;
 - évaluer et d'expliquer la ou les stratégies de [CE] qu'il a utilisées et ainsi consolider sa propre compréhension;
 - être sensibilisé à une variété de stratégies de [CE] pour élargir son répertoire.
- propose diverses situations d'apprentissage ou de résolution de problèmes qui encouragent l'élève à :
 - courir des risques, à critiquer, à faire des vérifications et à s'assurer que sa réponse est vraisemblable;
 - déterminer si une réponse approximative est adéquate et efficace selon le contexte.

À noter : L'utilisation du papier et du crayon lors du calcul mental permet à l'élève de

- prendre des notes informelles pendant les étapes intermédiaires d'un calcul afin d'appuyer la mémoire à court terme ou de permettre à l'élève qui est plus visuel qu'auditif de voir les nombres écrits pendant qu'il effectue ses calculs;
- noter ses explications relatives à la méthode utilisée;
- créer des modèles et des diagrammes qui appuient l'élaboration d'images mentales ou la visualisation.

Pour estimer le quotient, j'ai utilisé une combinaison de stratégies d'estimation et de calcul mental. J'ai fait une approximation selon les premiers chiffres et j'ai obtenu quatre cent trente-six divisé par quatre. Je savais que quatre cents divisé par quatre donne cent et que trente-six divisé par quatre donne neuf alors je n'avais qu'à additionner cent et neuf, ce qui signifie que quatre cent trente-six divisé par quatre est égal à cent neuf. Le quotient sera donc environ cent neuf.

Ensuite, j'ai enlevé les virgules de cadrage et j'ai effectué la division à l'aide d'un algorithme. J'ai obtenu un quotient de mille seize. Je savais que je devais placer la virgule de cadrage entre un et six puisque mon estimation était environ cent neuf, ce qui veut dire que le quotient de cette division doit être cent un et six dixièmes.

$$\begin{aligned} 436,88 \div 4,3 \\ 436 \div 4 = 109 \\ 436,88 \div 4,3 \cong 109 \end{aligned}$$



La division des nombres décimaux

| | |
|---|---|
| $\begin{array}{r} 1016 \\ 43 \overline{) 43688} \\ \underline{- 43} \\ 68 \\ \underline{- 43} \\ 258 \\ \underline{- 258} \\ 0 \end{array}$ | $\begin{aligned} 43 \overline{) 43688} &= 1016 \\ 436,88 \div 4,3 &= 101,6 \end{aligned}$ |
|---|---|

Régularités dans la multiplication et la division

| | |
|--------------------------|-----------------------------|
| $3,6 \times 1 = 3,6$ | $3,6 \times 1 = 3,6$ |
| $3,6 \times 10 = 36$ | $3,6 \times 0,1 = 0,36$ |
| $3,6 \times 100 = 360$ | $3,6 \times 0,01 = 0,036$ |
| $3,6 \times 1000 = 3600$ | $3,6 \times 0,001 = 0,0036$ |

$0,1 = \frac{1}{10}$

Terminologie de la multiplication et de la division

$3,6 \times 0,1 = 0,36$
multiplicande x multiplicateur = produit

$3,6 \div 0,1 = 36$
dividende ÷ diviseur = quotient

L'étude des régularités me permet de faire des liens lorsque j'effectue des calculs mentalement.

$3,6 \div 1 = 3,6$ $3,6 \div 1 = 3,6$
 $3,6 \div 10 = 0,36$ $3,6 \div 0,1 = 36$
 $3,6 \div 100 = 0,036$ $3,6 \div 0,01 = 360$
 $3,6 \div 1000 = 0,0036$ $3,6 \div 0,001 = 3600$

Pour déterminer mentalement le produit d'un nombre décimal et de cinq dixièmes, j'ai multiplié cinq dixièmes par deux pour obtenir un. Puisque j'ai multiplié un des facteurs par deux, je devais diviser l'autre facteur par deux pour maintenir l'égalité.

Je constate que le produit est deux fois plus petit. Ceci veut dire que multiplier par cinq dixièmes est équivalent à diviser par deux. Ceci a du sens parce que cinq dixièmes est équivalent à un demi et que la fraction un demi signifie un divisé par deux.

$0,5 \times 2 = 1$

$3,6 \times 0,5 = 1,8 \times 1$
 $1,8 = 1,8$

Et si c'est le cas, est-ce que diviser par cinq dixièmes est équivalent à multiplier par deux?

Pour déterminer mentalement le produit d'un nombre décimal et de vingt-cinq centièmes, j'ai multiplié vingt-cinq centièmes par quatre pour obtenir un. Puisque j'ai multiplié un des facteurs par quatre, j'ai compensé en divisant l'autre facteur par quatre pour maintenir l'égalité.

Je constate que le produit est quatre fois plus petit que le multiplicande. Ceci veut dire que multiplier par vingt-cinq centièmes est équivalent à diviser par quatre. Ceci a du sens parce que vingt-cinq centièmes est équivalent à un quart et que la fraction un quart signifie un divisé par quatre.

Et si c'est le cas, est-ce que diviser par vingt-cinq centièmes est équivalent à multiplier par quatre?

$0,25 \times 4 = 1$

$3,6 \times 0,25 = 1,8 \times 1$
 $0,9 = 0,9$

Je peux aussi le démontrer d'une autre façon. Je peux multiplier un dixième par dix pour obtenir un. Puisque je multiplie le multiplicateur par dix, je dois diviser le multiplicande par dix pour maintenir l'égalité.

Je constate que le produit trente-six centièmes est dix fois plus petit que le multiplicande. Ceci confirme que multiplier par un dixième est équivalent à diviser par dix.

$0,1 \times 10 = 1$

$3,6 \times 0,1 = 0,36 \times 1$
 $0,36 = 0,36$

Je peux aussi le démontrer d'une autre façon. Sachant que cinq dixièmes est cinq fois plus grand qu'un dixième et que trois et six dixièmes multiplié par un dixième est égal à trente-six centièmes, j'aurais pu tout simplement multiplier trente-six centièmes par cinq.

Autre stratégie

$= 3,6 \times 0,5$
 $= 3,6 \times 0,1 \times 5$
 $= 0,36 \times 5$
 $= 1,8$

Je sais qu'en multipliant ou en divisant le dividende et le diviseur par le même nombre, je maintiens l'égalité. Dans ce cas-ci, j'ai choisi de multiplier le diviseur par quatre pour obtenir un diviseur d'une valeur de un.

Je constate que le quotient est quatre fois plus grand que le dividende. Ceci confirme que diviser par vingt-cinq centièmes est équivalent à multiplier par quatre.

$0,25 \times 4 = 1$

$3,6 \div 0,25 = 14,4 \div 1$
 $14,4 = 14,4$

Je sais que diviser par un dixième est équivalent à multiplier par dix. J'ai expliqué comment ceci est possible à l'aide d'un exemple.

Puisque je dois diviser le dividende par un dixième, j'ai choisi de multiplier le diviseur par dix pour obtenir un, ce qui veut dire que je dois aussi multiplier le dividende par dix pour maintenir l'égalité.

Je constate que le quotient trente-six est dix fois plus grand que le dividende. Ceci confirme que diviser par un dixième est équivalent à multiplier par dix.

$0,1 \times 10 = 1$

$3,6 \div 0,1 = 36 \div 1$
 $36 = 36$

Je constate que le quotient est deux fois plus grand que le dividende. Ceci confirme que diviser par cinq dixièmes est équivalent à multiplier par deux.

Je sais qu'en multipliant ou en divisant le dividende et le diviseur par le même nombre, je maintiens l'égalité. Dans ce cas-ci, j'ai choisi de multiplier le diviseur par deux pour obtenir un diviseur d'une valeur de un. Je devais aussi multiplier le dividende par deux pour maintenir l'égalité.

$0,5 \times 2 = 1$

$3,6 \div 0,5 = 7,2 \div 1$
 $7,2 = 7,2$

J'ai utilisé une variété de stratégies de calcul mental et j'ai fait des liens entre les nombres pour expliquer à l'aide d'exemples comment il est possible de calculer mentalement un produit ou un quotient lorsque le multiplicateur ou le diviseur est un dixième, cinq dixièmes et vingt-cinq centièmes.

Je peux maintenant utiliser ces raccourcis de façon efficace lors de mes calculs parce que je comprends le raisonnement mathématique qui me permet de le faire.

$5,8 \times 0,1 = 0,58$
 $8,9 \div 0,1 = 89$
 $4,86 \times 0,5 = 2,43$
 $3,94 \div 0,5 = 7,88$
 $3,2 \times 0,25 = 0,8$
 $2,4 \div 0,25 = 9,6$

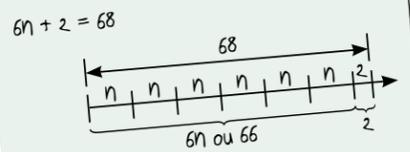
L'utilisation de différents modèles tels que la balance, la droite numérique, le mobile ou les tuiles algébriques constitue un moyen efficace et nécessaire pour représenter les relations entre les membres qui se trouvent de part et d'autre du symbole d'égalité et pour déterminer la valeur de la variable dans les types d'équations à l'étude. Ces modèles permettent à l'élève de développer sa compréhension des relations d'égalité et de créer des liens entre les représentations concrètes, imagées et symboliques de ces relations dans des contextes d'équations linéaires.

L'élève peut également utiliser différentes méthodes qui reposent sur la compréhension du concept d'égalité, dont l'essai systématique et la déduction. Il applique ainsi le maintien de l'égalité pour résoudre des équations. Il revient à l'élève de choisir le moyen le plus efficace selon le contexte ou la situation.

À noter : Pour que l'élève ait du succès en mathématiques, plus particulièrement en algèbre, il importe qu'il comprenne de façon conceptuelle la signification du symbolisme utilisé et qu'il fasse des liens entre les concepts liés à l'algèbre et ceux liés aux concepts du nombre et des opérations.

J'ai représenté l'équation à l'aide d'une droite numérique. J'ai tracé six segments égaux pour représenter six fois n et un segment qui représente une valeur de deux.

Je sais que la distance totale est de soixante-huit, ce qui veut dire que six fois n a une valeur de soixante-six, car soixante-six plus deux donne soixante-huit. Comme six fois onze donne soixante-six, je sais que n a une valeur de onze.



Pour résoudre l'équation trois fois n moins deux égale dix, je vais procéder par déduction.

Il faut que je détermine un nombre qui, soustrait de deux, donne dix. Ce nombre est douze, car douze moins deux donne dix.

Comme douze est représenté par trois fois n dans mon équation et que je sais que trois fois quatre donne douze, je sais que n a une valeur de quatre.

$$3n - 2 = 10$$



Application du concept d'égalité pour déterminer la valeur de la variable dans les types d'équations algébriques à l'étude.

La pensée algébrique utilise les propriétés fondamentales du nombre et des opérations pour transformer des expressions mathématiques au lieu de tout simplement calculer une réponse en suivant une série d'étapes prédéfinies. La pensée relationnelle est à la base de l'algèbre. Le développement de la pensée relationnelle ne se produit pas automatiquement chez l'élève. Il doit être stimulé par un enseignement soigneusement planifié à partir de la première année.

L'élève

- articule clairement ce qu'il sait au sujet de la signification du symbole d'égalité;
- reconnaît que les phrases mathématiques peuvent être écrites de différentes façons;
- comprend que le symbole d'égalité représente la relation entre les membres qui se trouvent de part et d'autre du symbole d'égalité;
- sait que l'ordre des termes d'une expression numérique n'est pas important dans une addition ni dans une multiplication (commutativité), mais que l'ordre des termes doit être respecté dans une soustraction et dans une division lorsqu'il compare les termes du membre de gauche aux termes du membre de droite pour déterminer s'il y a égalité entre les deux membres;
- compare les membres de part et d'autre du symbole d'égalité afin de déterminer la valeur de la variable représentée par une lettre, par exemple, pour $8 + (-3) = 4 + a$, l'élève articule clairement que 4 est 4 de moins que 8, et que la variable représentée par a doit être 4 de plus que -3 c'est-à-dire 1.



À noter : Il est essentiel de/d'

- consulter les cartes de route des niveaux scolaires précédents pour mieux comprendre le cheminement que l'élève a parcouru de la première à la sixième année (Voir *Relations d'égalité et raisonnement algébrique*);
- inviter l'élève à communiquer clairement la stratégie qu'il a utilisée pour déterminer la valeur de la variable. Ceci fournit une occasion d'aborder les fausses conceptions de l'élève.

LE DÉVELOPPEMENT DU SENS DU NOMBRE

PRIME : Connaissances et stratégies, p. 103 à 116, 143, 147 et 149

Chez l'élève, le développement du sens du nombre se fait de façon graduelle à partir de l'établissement de liens entre les nombres et son vécu ainsi qu'en ayant recours à des repères et à des référents. L'élève possédant le sens du nombre fait preuve d'un raisonnement de calcul fluide, de souplesse avec les nombres et d'une intuition du nombre. L'évolution du sens du nombre est généralement un dérivé de l'apprentissage plutôt que le résultat d'un enseignement direct. En effet, le sens du nombre ne s'enseigne pas en vase clos, il résulte plutôt de la réalisation de tâches mathématiques riches qui sont associées aux expériences personnelles et à l'apprentissage antérieur de l'élève. Le développement du sens du nombre chez l'élève peut résulter de l'exécution de tâches mathématiques complexes où il lui est possible d'établir des **relations entre les nombres**.

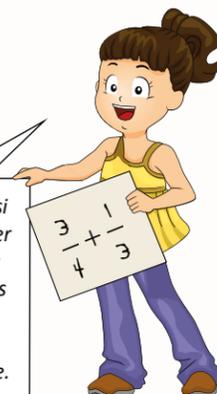
LES OPÉRATIONS SUR LES FRACTIONS

L'élève de la 7^e et de la 8^e années applique son sens des fractions et des opérations pour effectuer des opérations sur les fractions avec souplesse. Il s'avère essentiel d'amener l'élève à faire des liens explicites entre les représentations **concrètes, imagées et symboliques** des opérations sur les fractions tout comme il a développé son sens des opérations sur les nombres entiers et les nombres décimaux au cours des années antérieures. Il ne s'agit pas de fournir les règles à l'élève ni de lui demander de les appliquer sans les comprendre pour effectuer des opérations sur les fractions. Il est essentiel d'inviter l'élève à déterminer et à préciser lui-même le rationnel de chacune des règles. L'élève sera alors en mesure de déterminer des règles qui vont au-delà des règles conventionnelles pour effectuer des opérations sur les fractions.

L'élève qui n'a pas un bon sens des fractions ou des opérations devra mémoriser des règles sans les comprendre pour effectuer des opérations sur les fractions. Ce manque de compréhension fera en sorte qu'il appliquera n'importe quelle règle pour résoudre une opération sur les fractions. Il est donc essentiel de s'attarder au développement du sens des :

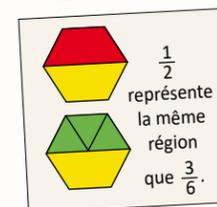
- fractions chez l'élève de la maternelle à la 6^e année. Le tableau *Progression des apprentissages - Développement du sens de la fraction* présente les étapes de ce cheminement. Les cartes de route de la 3^e à la 6^e année décrivent ce cheminement de façon plus détaillée.
- opérations chez l'élève de la maternelle à la 6^e année. Le sens de chaque opération demeurant le même, quel que soit le type de nombre, les opérations sur les fractions devraient donc être présentées en appliquant ces mêmes sens aux parties fractionnaires. Le document *Les cartes de route des apprentissages mathématiques - Maternelle à la 6^e année* décrit ce cheminement de façon plus détaillée.

Je me demande si je dois additionner les numérateurs ensemble puis les dénominateurs ensemble pour trouver la somme.



L'HABILITÉ D'EFFECTUER DES OPÉRATIONS SUR LES FRACTIONS DEMANDE À L'ÉLÈVE, ENTRE AUTRES :

- de décomposer et d'assembler des fractions et des nombres fractionnaires;
- de représenter les fractions de différentes façons à l'aide de modèles de longueur (droites numériques), de surface (rectangles), de volumes (solides) ou d'ensemble;
- de déterminer des fractions équivalentes par fractionnement et assemblage;
- de considérer le tout, le numérateur et le dénominateur lorsqu'ils comparent des fractions;
- d'établir des relations avec d'autres ensembles de nombres pour trouver des équivalences;
- de faire des liens avec les concepts liés aux opérations sur les nombres entiers, tels que :
 - de comprendre que l'addition ne peut être effectuée qu'avec des quantités dont les unités sont identiques;
 - de comprendre qu'une opération peut être représentée et effectuée de différentes façons;
 - d'appliquer des stratégies de calcul qui reposent sur l'acquisition d'un sens du nombre et des opérations plutôt que sur l'application de règles et de procédures qui ont été mémorisées.
- d'utiliser son répertoire de référents (fractions repères) pour estimer sa solution et en évaluer la vraisemblance.



IL EST ESSENTIEL QUE L'ÉLÈVE AIT DÉVELOPPÉ SUFFISAMMENT SON SENS DES FRACTIONS ET DES OPÉRATIONS POUR POUVOIR, ENTRE AUTRES :

- résoudre des équations algébriques comportant des fractions;
- exprimer la probabilité d'un résultat sous la forme d'une fraction;
- comprendre et appliquer des formules mathématiques et scientifiques;
- effectuer des opérations sur les fractions.

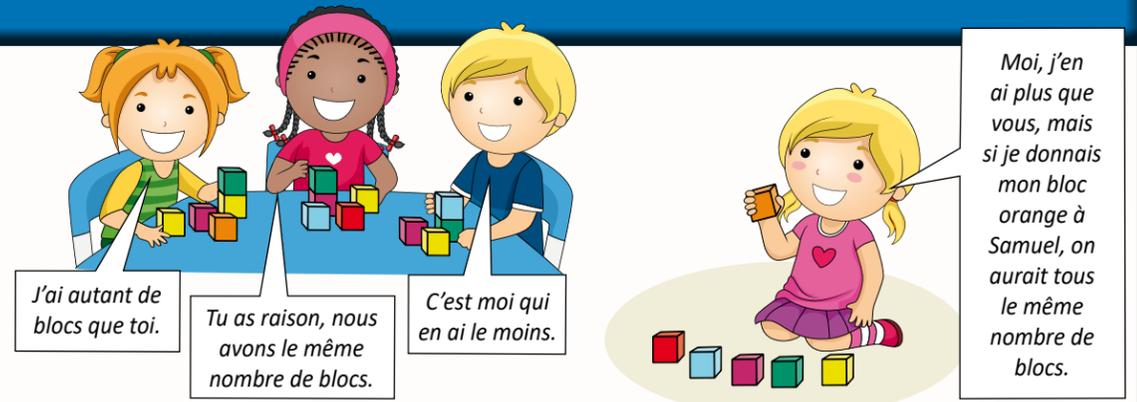
À noter : L'estimation et le calcul mental doivent être intégrés aux calculs comprenant des fractions. L'élève qui a un bon sens du nombre et des opérations sera en mesure de déterminer que $\frac{15}{8} + 1\frac{3}{4}$ est environ $2 + 2$, ce qui est égal à 4, et que la somme devrait se situer entre 3 et 4.

PROGRESSION DES APPRENTISSAGES - DÉVELOPPEMENT DU SENS DE LA FRACTION

M - 2^e année

L'élève de la maternelle a développé un sens intuitif des fractions avant son arrivée à l'école. Il a notamment une notion de ce que représente la moitié ou un demi d'un gâteau ou d'un ensemble de petites voitures. Le développement du sens de la fraction se continue de façon informelle de la maternelle à la deuxième année par l'entremise de jeux, d'échanges, de lecture d'albums et de situations quotidiennes favorisant le développement du sens du nombre incluant le concept de partie-partie-tout.

Même si un élève de la maternelle à la deuxième année ne peut pas nécessairement représenter ses connaissances des fractions formellement, il comprend que s'il doit partager son sandwich ou ses collections avec une autre personne, ils en auront tous les deux la moitié, et que ces deux moitiés seront égales pour que le partage soit équitable.

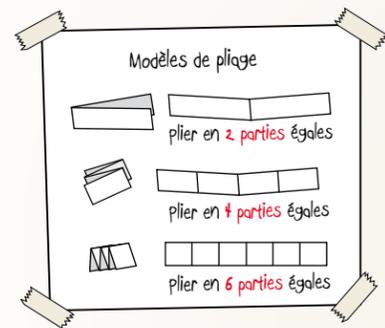
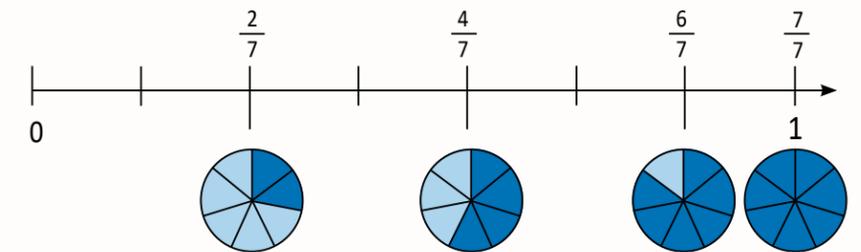


3^e année et 4^e année

L'élève de la 3^e et de la 4^e années développe sa compréhension du sens de la fraction de façon formelle par l'entremise du matériel de manipulation tel que des blocs mosaïques, des réglettes, des géoplans, des bandes de papier. Il comprend qu'une fraction représente une portion d'un tout divisé en parties égales et il peut décrire des situations quotidiennes dans lesquelles on utilise des fractions telles que mesurer, cuisiner et faire du sport.

L'élève de la 3^e année

- aborde le concept des fractions de façon formelle pour la première fois. Il peut représenter des fractions (portions d'un tout) de façon concrète et imagée à l'aide de modèles de mesure (longueur) tels que des droites numériques, des bandes fractionnées, des blocs de base 10 et des modèles de région tels que des cercles, des rectangles et des arrangements rectangulaires;
- nomme et note des fractions représentées de façon **concrète** et **imagée**;
- comprend que le dénominateur (le nombre au-dessous de la ligne) indique l'unité fractionnaire et que le numérateur (le nombre au-dessus de la ligne) indique le nombre d'unités fractionnaires;
- compte par fraction unitaire en mettant l'accent sur le rôle de l'unité fractionnaire, p. ex. : 1 un quart, 2 un quart, 3 un quart, 4 un quart;
- décompose des fractions, p. ex. :
 - la fraction 2 quarts peut être décomposée en 1 quart et 1 quart;
 - la fraction 3 quarts peut être décomposée en 1 quart et 2 quarts ou en un quart, un quart et un quart.
- compare des fractions ayant un dénominateur commun à l'aide de modèles en découpant, pliant, dessinant un même tout en parties égales.

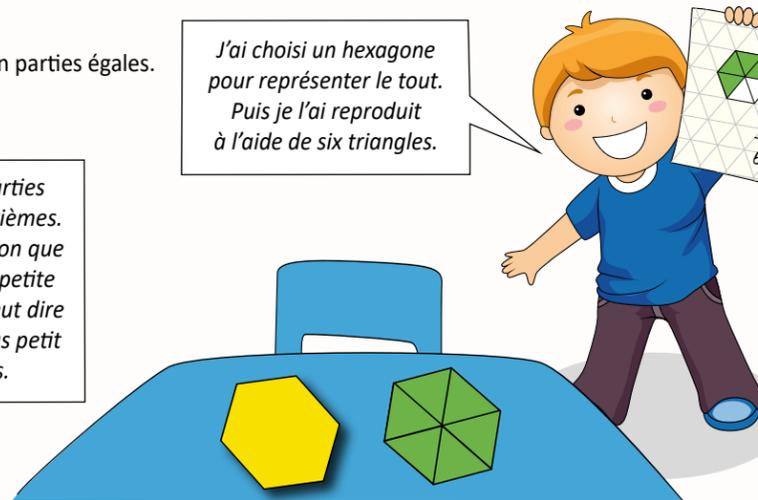


Nous avons plié nos bandes de papier en six parties égales pour obtenir des sixièmes et nous avons colorié un nombre de parties différent. Moi, j'ai colorié quatre des parties pour représenter quatre sixièmes.



Moi, j'ai colorié trois parties pour représenter trois sixièmes. On peut voir que la fraction que j'ai représentée est plus petite que la sienne, donc on peut dire que trois sixièmes est plus petit que quatre sixièmes.

J'ai choisi un hexagone pour représenter le tout. Puis je l'ai reproduit à l'aide de six triangles.



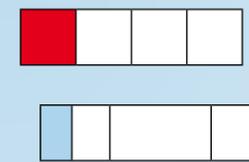
Par la suite, j'ai dessiné l'hexagone séparé en six parties égales. Chaque partie représente une unité de « un sixième ».

J'ai colorié quatre unités de « un sixième » en vert soit un « un sixième », deux « un sixième », trois « un sixième », quatre « un sixième ». Puis, j'ai noté la portion de la région coloriée de façon symbolique en utilisant le chiffre six pour représenter le dénominateur et le chiffre quatre pour représenter le numérateur. Le numérateur représente le nombre total d'unités fractionnaires coloriées et le dénominateur représente l'unité fractionnaire.

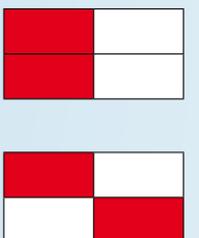
À noter : L'élève ne prête pas toujours suffisamment attention au fait que toutes les parties du tout doivent être égales. Et il n'est pas toujours conscient du fait que l'emplacement des régions ombrées n'a pas d'impact sur la fraction qu'elles représentent. Il est donc essentiel de lui fournir plusieurs occasions de manipuler et représenter des

- tous divisés également et inégalement afin qu'il comprenne mieux le concept de parties égales;
- régions ombrées qui ne sont pas juxtaposées afin qu'il comprenne qu'il s'agit de la représentation d'une même fraction.

La partie rouge représente un quart parce que le tout est séparé en quatre parties égales et qu'il y a une seule partie colorée en rouge. La partie bleue ne représente pas un quart, parce que le tout n'est pas séparé en quatre parties égales.

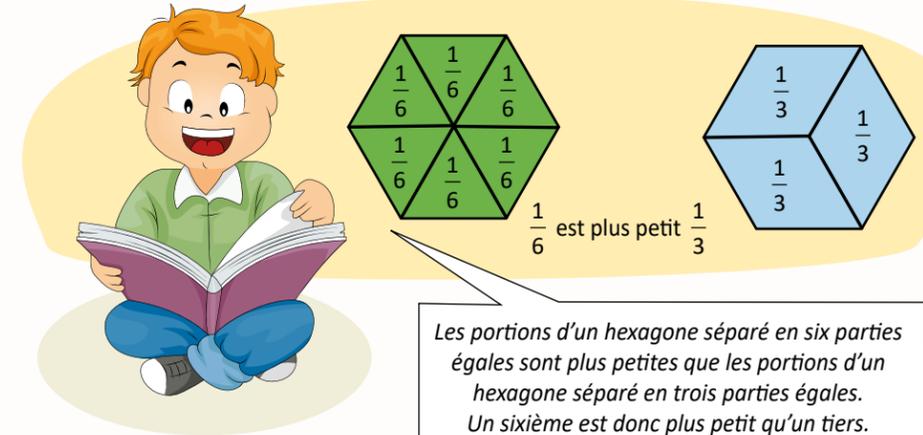


Chacune de mes images représente deux quarts.



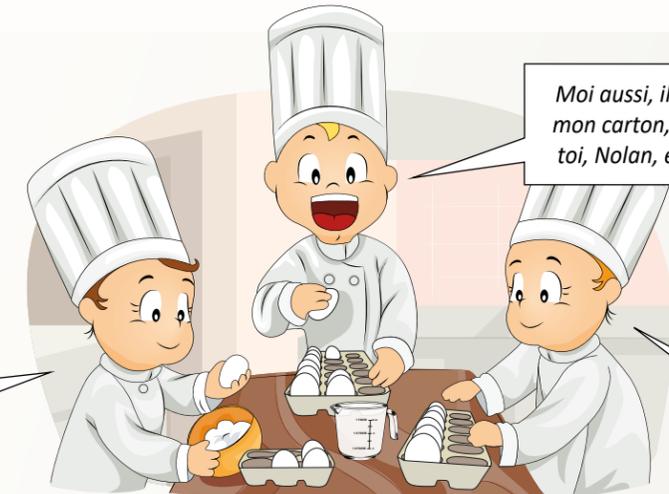
L'élève de la 4^e année

- continue à approfondir sa compréhension des fractions inférieures ou égales à 1 de façon **concrète** et **imagée**;
- comprend que l'unité fractionnaire détermine la grandeur de chacune des portions d'un même tout. Cette réalisation est un précurseur à la compréhension du concept des fractions équivalentes qui est abordé en 5^e année;
- explique comment les dénominateurs peuvent être utilisés pour comparer et ordonner des fractions unitaires;
- nomme et ordonne des fractions de même numérateur en les plaçant sur une droite numérique horizontale ou verticale qui comporte des points de repère;
- identifie lequel des points de repère 0, 1/2 ou 1 est le plus proche d'une fraction;
- aborde le modèle de l'ensemble de **façon formelle** pour la première fois. Il peut représenter une fraction d'un ensemble de façon **concrète** et **imagée** ainsi que la nommer et la noter;
- fournit des exemples de situations dans lesquelles on utilise des fractions pour représenter les portions d'un ensemble;
- modélise et explique que, pour différents ensembles ou selon le tout, il est possible que deux fractions identiques ne représentent pas la même quantité;
- comprend que les parties d'un ensemble (sous-ensembles) peuvent être composées d'objets ou d'éléments qui sont différents les uns des autres;
- comprend qu'une fraction peut être composée et décomposée, p. ex. :
 - 2 quarts peuvent être décomposés en 1 quart et 1 quart;
 - 3 quarts peuvent être décomposés en 1 quart et 2 quarts ou en 1 quart, 1 quart et 1 quart;
 - 1 quart et 1 quart font 2 quarts;
 - 3 quarts moins 1 quart donne 2 quarts.
- établit le lien entre les nombres décimaux finis et les fractions jusqu'au centième.



Les portions d'un hexagone séparé en six parties égales sont plus petites que les portions d'un hexagone séparé en trois parties égales. Un sixième est donc plus petit qu'un tiers.

Le demi de ma grosse pomme est plus grand que le demi de ma petite pomme. Quel demi aimerais-tu avoir?

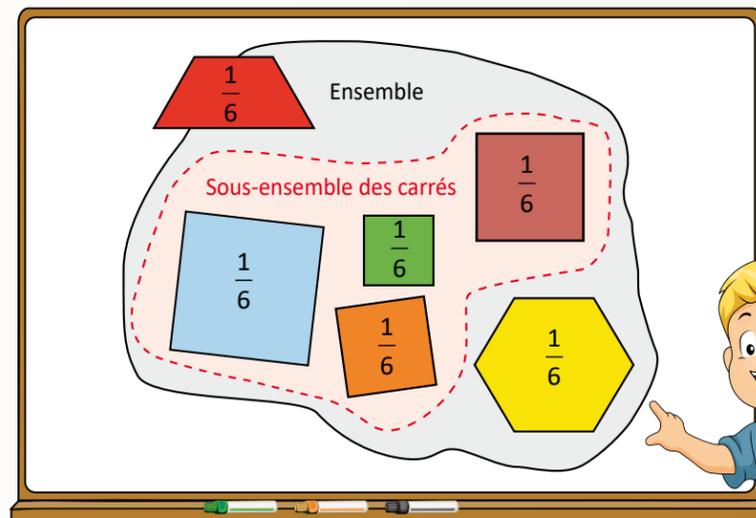


Moi aussi, il me reste un demi des œufs dans mon carton, mais il m'en reste six de plus que toi, Nolan, et trois de plus que toi, Charlotte.

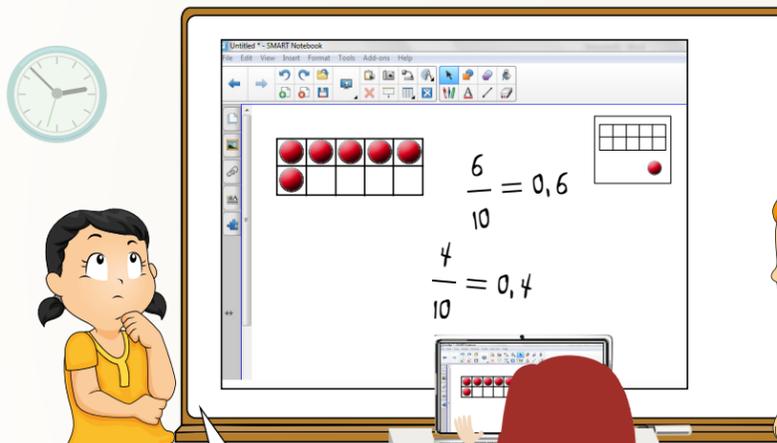
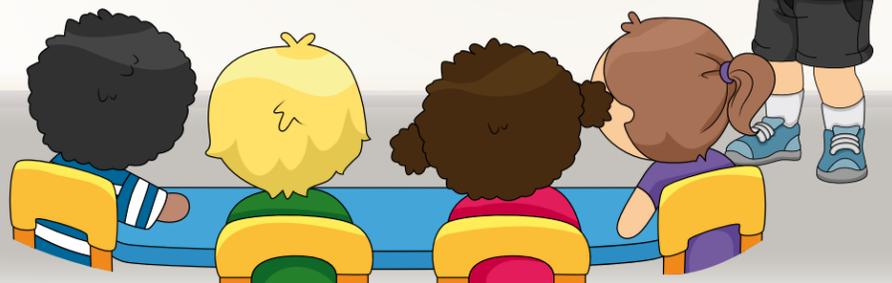
Il me reste un demi des œufs dans mon carton.

Ceci a du sens qu'il ne nous reste pas la même quantité d'œufs parce que nous n'avions pas le même tout.

À noter : Les modèles d'ensemble sont difficiles à comprendre, car ils demandent à l'élève de considérer un ensemble d'objets comme un tout alors que chacune de ses composantes n'est pas identique et que les caractéristiques ne sont pas prises en considération.



J'ai créé un ensemble de six figures composé de quatre carrés, un trapèze et un hexagone. Mon ensemble représente le tout et chacune des figures représente une unité d'« un sixième de cet ensemble ». Le sous-ensemble des carrés, quelles que soient leur taille et leur couleur, constitue quatre sixièmes de mon ensemble.



À noter : Les nombres décimaux sont une autre façon d'exprimer des fractions. L'élève ne peut pas donner un sens aux nombres décimaux sans avoir une compréhension des dixièmes fractionnaires. Les représentations concrètes, imagées et symboliques de la relation entre les fractions (dixièmes, centièmes, etc.) et les nombres décimaux favorisent une flexibilité avec les fractions et les nombres décimaux.

Six dixièmes de ma carte est remplie de jetons et quatre dixièmes de ma carte est vide. On peut écrire six dixièmes et quatre dixièmes sous la forme d'une fraction ou d'un nombre décimal.

Je remarque aussi que six dixièmes et quatre dixièmes font dix dixièmes et que dix dixièmes moins six dixièmes donne quatre dixièmes.

Je remarque que six dixièmes est plus grand que quatre dixièmes et que six dixièmes est le double de trois dixièmes.

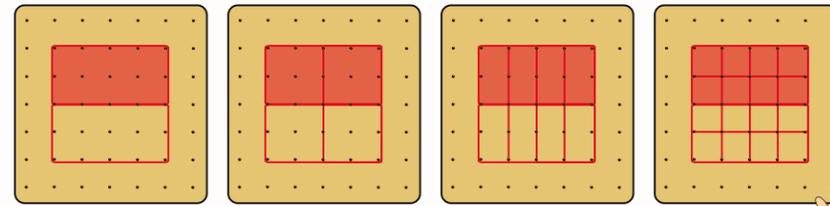
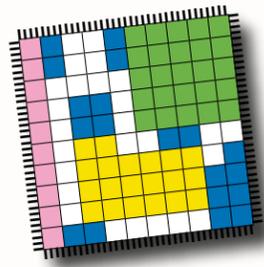
PROGRESSION DES APPRENTISSAGES - DÉVELOPPEMENT DU SENS DE LA FRACTION

5^e année et 6^e année

L'élève de la 5^e et de la 6^e années applique ses connaissances et son sens des fractions pour développer sa compréhension des fractions équivalentes (5^e année) et des fractions supérieures à 1 (6^e année). Comme en 3^e et en 4^e années, il développe cette compréhension par l'entremise de matériel de manipulation tel que des blocs mosaïques, des réglettes, des géoplans, des bandes de papier, etc., et d'une variété de modèles tels que des modèles d'aire ou surface, de longueur et d'ensemble.

L'élève de la 5^e année

- aborde le concept de fractions équivalentes de façon formelle pour la première fois. Il peut représenter des fractions équivalentes de façon **concrète** et **imaginée**, et expliquer pourquoi plusieurs fractions sont équivalentes;
- comprend que plusieurs fractions peuvent représenter la même portion d'un tout et il peut :
 - nommer une quantité fractionnaire de plus d'une façon;
 - déterminer si deux fractions sont équivalentes;
 - créer des ensembles de fractions équivalentes;
 - expliquer pourquoi il existe plusieurs fractions équivalentes à une fraction;
 - formuler et vérifier une règle pour créer un ensemble de fractions équivalentes et identifier des fractions équivalentes à une fraction;
 - comparer deux fractions ayant des dénominateurs différents en créant des fractions équivalentes.
- place des fractions ayant des dénominateurs communs ou des dénominateurs différents sur une droite numérique horizontale ou verticale, et explique les stratégies utilisées pour les ordonner;
- établit le lien entre les nombres décimaux finis et les fractions jusqu'au millième.



$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{4}$$

$$\frac{4}{8}$$

$$\frac{8}{16}$$

0,25 ou $\frac{25}{100}$ ou $\frac{1}{4}$ de la couverture est verte.

0,1 ou $\frac{10}{100}$ ou $\frac{1}{10}$ de la couverture est rose.

0,2 ou $\frac{20}{100}$ ou $\frac{2}{10}$ ou $\frac{1}{5}$ de la couverture est jaune.

0,17 ou $\frac{17}{100}$ de la couverture est bleue.



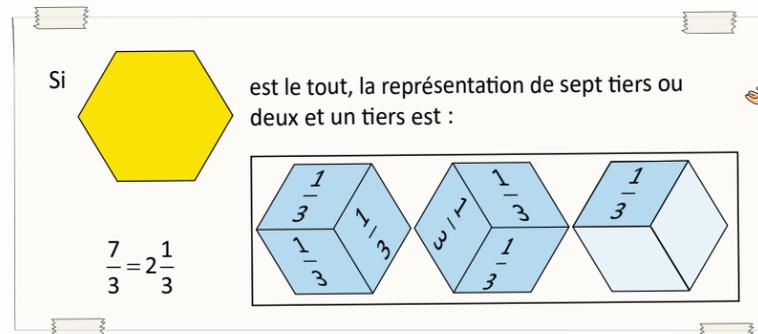
J'ai tracé quatre rectangles congruents sur du papier isométrique. J'ai divisé chacun des rectangles en unités fractionnaires différentes, soit des demis, des quarts, des huitièmes et des seizièmes. J'ai colorié une portion identique de chacun des rectangles pour représenter des quantités fractionnaires qui sont équivalentes.

Mon image démontre qu'un demi, deux quarts, quatre huitièmes et huit seizièmes sont des fractions équivalentes.

À noter : Pour développer sa compréhension du concept de fractions équivalentes et être en mesure de comparer des fractions de même dénominateur ou de dénominateurs différents, l'élève de la 5^e année doit comprendre que le nombre de portions d'un tout détermine la grandeur de chacune des portions. Par exemple, il réalise que les portions d'un hexagone séparé en 6 parties égales sont plus petites que les portions d'un hexagone séparé en 4 parties égales et que les quarts sont plus grands que les sixièmes.

L'élève de la 6^e année

- établit le lien entre les fractions impropres et les nombres fractionnaires en démontrant à l'aide de modèles qu'une fraction impropre représente un nombre supérieur à 1;
- exprime des fractions impropres sous forme de nombres fractionnaires et vice versa;
- explique les stratégies utilisées pour ordonner les fractions d'un ensemble comprenant des nombres fractionnaires et des fractions impropres;
- aborde la notion de rapport pour la première fois. Il peut :
 - modéliser un rapport de façon **concrète** et **imaginée** et les noter de plusieurs façons **symboliques** telles que 3 : 5; $\frac{3}{5}$ ou un rapport de 3 à 5;
 - identifier et décrire l'utilisation de rapports dans la vie quotidienne;
 - expliquer les rapports partie-à-tout ou partie-à-partie dans un ensemble.



L'hexagone représente mon tout et chacun des losanges représente le tiers de l'hexagone. Si j'ai sept losanges, j'ai sept unités de un tiers ou deux tous et un tiers de l'autre tout, c'est-à-dire que j'ai sept tiers ou deux et un tiers.

Le rapport partie-à-partie des billes rouges aux billes vertes est de trois à cinq. Celui des billes vertes aux billes rouges est de cinq à trois. Ces rapports ne peuvent pas être notés sous forme fractionnaire.



RAPPORTS
PARTIE-À-PARTIE
 BR à BV est de 3 à 5 ou 3 : 5
 BV à BR est de 5 à 3 ou 5 : 3
PARTIE-À-TOUT
 BR à l'ensemble est de 3 à 8; 3 : 8 ou $\frac{3}{8}$
 BV à l'ensemble est de 5 à 8; 5 : 8 ou $\frac{5}{8}$

Le rapport partie-à-tout des billes rouges à l'ensemble des billes est de trois à huit ou trois huitièmes. Celui des billes vertes à l'ensemble des billes est de cinq à huit ou cinq huitièmes. Ces rapports peuvent être notés sous forme fractionnaire.

- comprend que toutes les fractions sont des rapports à deux termes (partie-à-tout) dont le premier terme est représenté par le numérateur et le deuxième terme est représenté par le dénominateur, mais que tous les rapports (partie-à-partie) ne sont pas des fractions;
- modélise un pourcentage de façon **concrète** ou **imaginée** et l'exprime de façon **symbolique** sous forme de fraction et de nombre décimal;
- comprend qu'un pourcentage est aussi un rapport à deux termes, c'est-à-dire une fraction dont le dénominateur est toujours égal à 100.

Les rapports

| Partie-à-partie | Partie-à-tout | |
|---------------------------------------|---------------------------|-----------------------|
| partie colorée : partie non colorée | Partie non colorée à tout | Partie colorée à tout |
| 86 : 14 | 14 à 100 | 86 à 100 |
| 86 à 14 | 14 : 100 | 86 : 100 |
| partie non colorée : à partie colorée | | |
| 14 : 86 | 14 à 100 | 86 à 100 |
| 14 à 86 | 14 % | 86 % |



Kara dit que les voitures blanches sont les plus populaires. J'ai fait une enquête pour déterminer si c'est bien le cas. Lors de mon enquête, j'ai noté la fréquence de la couleur de cent voitures qui se trouvaient dans le stationnement de notre centre commercial.

Selon mes données, le rapport des voitures blanches à l'ensemble des voitures est de quatorze à cent et le rapport des voitures de couleur à l'ensemble des voitures est de quatre-vingt-six à cent. Ce sont des rapports partie-à-tout que je peux noter sous forme fractionnaire. Comme le deuxième terme de chacun de ces rapports est cent, je peux aussi les noter sous la forme d'un pourcentage.

Selon mes données, les voitures blanches sont moins populaires que les voitures de couleur et il est très peu probable qu'on retrouve plus de voitures blanches que de voitures de couleur dans un autre secteur du stationnement.

L'ÉVALUATION DE L'APPRENTISSAGE

Le but premier de toute évaluation est d'améliorer l'apprentissage pour aider l'élève à devenir un apprenant autonome. Il s'agit d'un processus visant à recueillir et à interpréter des renseignements qui reflètent avec le plus d'exactitude possible l'apprentissage de l'élève en fonction des connaissances, des habiletés et des processus mathématiques énoncés dans le programme d'études de mathématiques et leurs applications.



Programme d'études: cadre des résultats d'apprentissage 2013

Programme français : www.edu.gov.mb.ca/m12/frpub/ped/ma/cadre_m-8/index.html

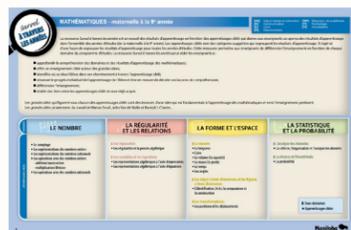
Programme d'immersion : www.edu.gov.mb.ca/m12/frpub/ped/ma/cadre_m-8_imm/docs/document_complet.pdf



Survol Mathématiques 6^e année

Programme français : www.edu.gov.mb.ca/m12/progetu/survol/docs/math/ma_6e_fl1.pdf

Programme d'immersion : www.edu.gov.mb.ca/m12/progetu/survol/docs/math/ma_6e_fl2.pdf

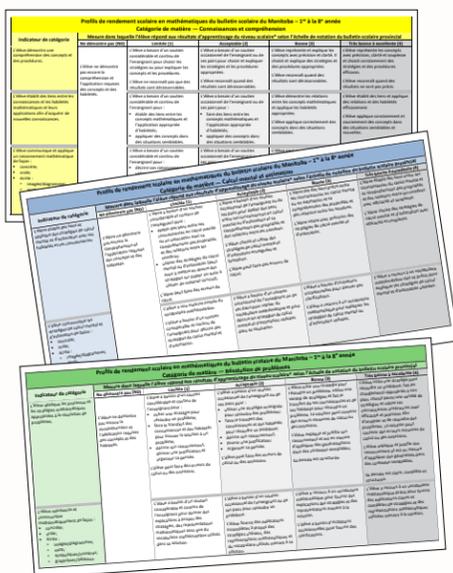


Survol à travers les années, Mathématiques, maternelle à la 9^e année

https://www.edu.gov.mb.ca/m12/frpub/ped/gen/survol_reference/survol_annees/index.html

Profils de rendement scolaire en mathématiques du bulletin scolaire du Manitoba - 1^{re} à la 8^e année

https://www.edu.gov.mb.ca/m12/eval/bulletin_scolaire/notation/profils.html



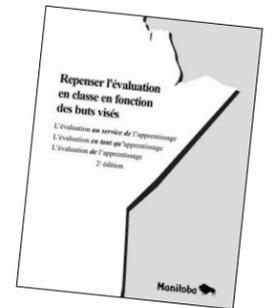
Les pratiques évaluatives peuvent avoir différentes fonctions :

- une fonction formatrice, l'évaluation « en tant qu'apprentissage » ;
- une fonction formative, l'évaluation « au service de l'apprentissage » ;
- une fonction sommative, l'évaluation « de l'apprentissage ».

L'évaluation « **en tant qu'apprentissage** » permet à l'élève de développer son autonomie en suivant son propre progrès et en déterminant les prochaines étapes, en plus de réfléchir sur son raisonnement et son apprentissage. De nature formatrice, elle met l'accent sur le rôle de l'élève comme acteur de premier plan dans l'établissement des liens entre l'évaluation et l'apprentissage. Quand l'élève agit comme évaluateur actif, engagé et critique, il donne un sens aux contenus d'apprentissage, les relie à ce qu'il connaît déjà et s'en sert pour apprendre davantage.

Repenser l'évaluation en classe en fonction des buts visés

L'évaluation au service de l'apprentissage, L'évaluation en tant qu'apprentissage, L'évaluation de l'apprentissage, 2^e édition https://www.edu.gov.mb.ca/m12/frpub/me/docs/repenser_eval/docs/document_complet.pdf



Dans le cadre de l'évaluation « **au service de l'apprentissage** », l'enseignant observe et documente concrètement l'apprentissage de l'élève et lui fournit une rétroaction précise et constructive qui vise à lui permettre de s'améliorer. De nature formative, elle procure à l'enseignant des informations lui permettant de poser un diagnostic sur la progression des apprentissages de l'élève et ainsi de prendre des décisions pédagogiques quant à la démarche appropriée à entreprendre.

De nature sommative, « **l'évaluation de l'apprentissage** » sert à confirmer ce que l'élève sait et ce qu'il sait faire, à montrer le degré de maîtrise des apprentissages visés, et ce, à différentes étapes au cours de l'année scolaire. Elle fournit de l'information fiable permettant de prendre des décisions importantes liées au cheminement de l'élève. Le ministère de l'Éducation du Manitoba exige que le bulletin scolaire soit complet et rédigé en langage clair afin que les familles puissent bien comprendre les renseignements communiqués.

Quelle que soit sa fonction, qu'elle soit spontanée ou ciblée, toute évaluation exige une planification de la part de l'enseignant afin que celle-ci lui serve d'outil d'investigation pour déterminer non seulement ce que l'élève sait, mais également quand et comment il met ses savoirs en application. Elle sert également à recueillir des preuves d'apprentissage afin de vérifier ce que l'élève comprend et d'informer l'enseignant quant aux ajustements qu'il doit apporter à son enseignement pour favoriser le développement de l'autonomie chez l'élève et son apprentissage.

La collecte de renseignements peut se faire de façon formelle ou non formelle dans différents contextes. L'enseignant utilise une variété de stratégies afin de susciter et de recueillir des preuves d'apprentissage.

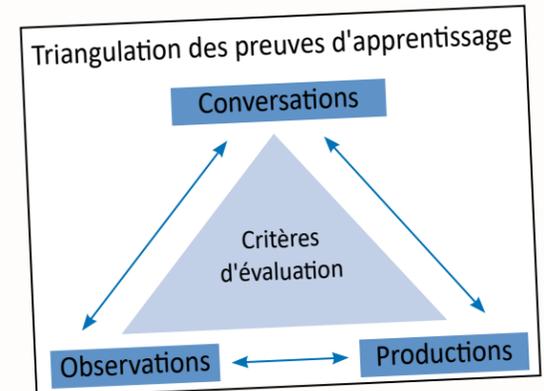
Ces stratégies permettent d'obtenir des preuves d'apprentissage par triangulation, c'est-à-dire en :

- observant ce que fait l'élève, la façon dont il apprend, démontre et applique ses connaissances tout au long du processus enseignement-apprentissage ;
- planifiant des conversations avec l'élève afin de lui fournir des occasions qui lui permettent d'expliquer son raisonnement mathématique et de l'approfondir ;
- diversifiant les façons dont l'élève peut communiquer ses apprentissages en lui offrant la possibilité de choisir lui-même les représentations concrètes, imagées ou symboliques qui reflètent le mieux son raisonnement.

Une preuve d'apprentissage peut prendre plusieurs formes permettant ainsi à l'élève de démontrer de multiples façons ce qu'il a appris et ce qu'il peut accomplir.

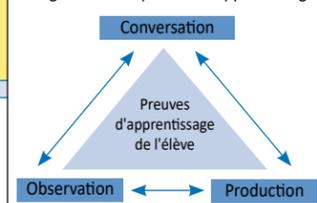
Les preuves d'apprentissage permettent, entre autres :

- de vérifier si l'élève a acquis les apprentissages visés en mathématiques ;
- de porter un jugement professionnel éclairé au sujet de l'apprentissage de l'élève en fonction des grandes idées mathématiques ;
- d'ajuster le processus enseignement-apprentissage selon le profil de l'élève ;
- d'offrir une rétroaction descriptive le plus rapidement possible.



APERÇU DE L'ÉVALUATION DES APPRENTISSAGES

Triangulation des preuves d'apprentissage



Profils de rendement scolaire en mathématiques du bulletin scolaire du Manitoba : https://www.edu.gov.mb.ca/m12/eval/bulletin_scolaire/notation/docs/math_conn_comp.pdf

CONNAISSANCES ET COMPRÉHENSION (CC)

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE EN LIEN AVEC LE QUESTIONNEMENT

7.N.5. Démontrer une compréhension de l'addition et de la soustraction de fractions positives et de nombres fractionnaires positifs, avec ou sans dénominateurs communs, de façon concrète, imagée et symbolique (se limiter aux sommes et aux différences positives). [C, CE, L, R, RP, V]

CE QU'ON ÉVALUE

L'élève peut-il :

- déterminer la somme et la différence de deux nombres fractionnaires dont les dénominateurs sont différents de façon concrète, imagée et symbolique;
- faire des liens entre les modes de représentation;
- communiquer clairement son raisonnement en utilisant un vocabulaire mathématique précis;
- démontrer une flexibilité et une souplesse dans la façon dont il effectue une addition et une soustraction comprenant des nombres fractionnaires;
- établir des liens entre ses connaissances et ses habiletés mathématiques et leur application afin d'effectuer une addition et une soustraction comprenant des nombres fractionnaires?

LA QUESTION

Évalue les expressions suivantes de façon concrète, imagée et symbolique.

$$3\frac{1}{2} + 1\frac{5}{8} \qquad 3\frac{1}{2} - 1\frac{5}{8}$$

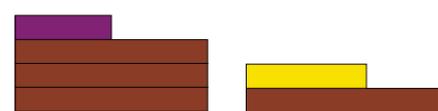
Montre ton travail et assure-toi de communiquer ton raisonnement en expliquant chacune des étapes de façon claire et précise.

LA SOLUTION DE L'ÉLÈVE - EXEMPLE DE PRODUITS

J'ai utilisé des réglettes pour démontrer de façon concrète comment je peux évaluer les expressions et un modèle de région pour le démontrer de façon imagée. Je l'ai aussi démontré de façon symbolique.

Comme le PPCM ou le plus petit dénominateur commun de $3\frac{1}{2}$ et de $1\frac{5}{8}$ est 8, j'ai utilisé la réglette brune pour représenter le tout.

Pour évaluer $3\frac{1}{2} + 1\frac{5}{8}$



J'ai utilisé

- 3 réglettes brunes et une réglette mauve pour représenter le nombre fractionnaire $3\frac{1}{2}$ ou $3\frac{4}{8}$;
- 1 réglette brune et une réglette jaune pour représenter le nombre fractionnaire $1\frac{5}{8}$.



J'ai regroupé

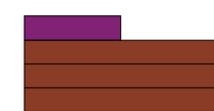
- les 4 réglettes brunes;
 - la réglette mauve et la réglette jaune, ce qui représente la fraction impropre $\frac{9}{8}$.
- J'ai obtenu $4\frac{9}{8}$.

J'ai échangé les réglettes mauve et jaune pour une réglette brune et une réglette blanche, ce qui représente $1\frac{1}{8}$.

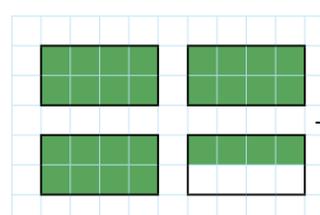


J'ai obtenu 5 réglettes brunes et une réglette blanche, ce qui représente une somme de $5\frac{1}{8}$.

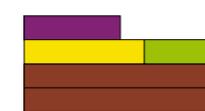
Pour évaluer $3\frac{1}{2} - 1\frac{5}{8}$



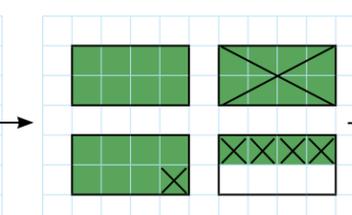
J'ai utilisé 3 réglettes brunes et une réglette mauve pour représenter ce que j'avais $3\frac{1}{2}$ ou $3\frac{4}{8}$.



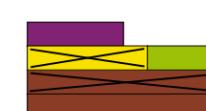
J'ai représenté en vert ce que j'avais au départ, soit $3\frac{1}{2}$ ou $3\frac{4}{8}$ ou $2\frac{12}{8}$ ou $\frac{28}{8}$.



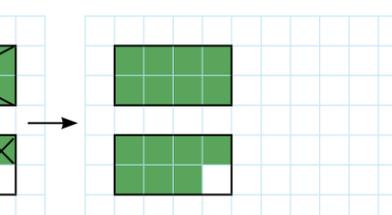
Pour pouvoir enlever $1\frac{5}{8}$ de $3\frac{4}{8}$, j'ai échangé une réglette brune pour une réglette jaune et une réglette vert lime.



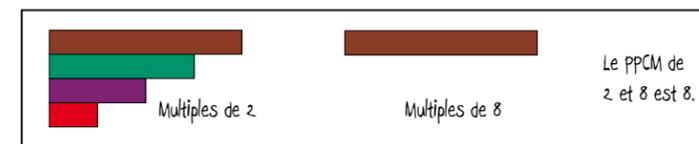
J'ai enlevé $1\frac{5}{8}$ ou $\frac{13}{8}$ de ce que j'avais au départ.



Il me reste une réglette brune, une réglette mauve et une réglette vert lime, ce qui représente $1\frac{7}{8}$.



J'ai représenté ce qui reste, suite à la soustraction, soit $1\frac{7}{8}$.
Ma représentation imagée démontre que $3\frac{1}{2} - 1\frac{5}{8} = 1\frac{7}{8}$.



OBSERVATIONS DE L'ENSEIGNANT

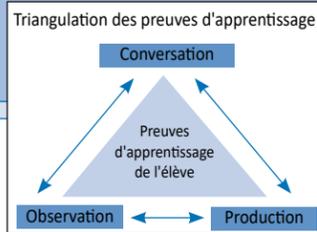
Le travail de cet élève démontre sa compréhension de l'addition et de la soustraction de nombres fractionnaires ayant des dénominateurs différents. Il communique clairement qu'un nombre et une opération peuvent être représentés de façon concrète, imagée et symbolique. De plus, il utilise un vocabulaire mathématique précis pour décrire ses étapes. L'organisation de son travail démontre des liens entre les modes de représentation.

Il démontre une souplesse avec les nombres fractionnaires, car il utilise des méthodes de calcul flexibles et efficaces qui diffèrent selon les nombres et les situations. Ces méthodes lui permettent de décomposer et de composer des nombres fractionnaires de multiples façons. Il comprend qu'un nombre fractionnaire peut avoir des représentations différentes, mais équivalentes. Il démontre une bonne compréhension des opérations d'addition et de soustraction et de leurs propriétés.

APERÇU DE L'ÉVALUATION DES APPRENTISSAGES

CALCUL MENTAL ET ESTIMATION (CE)

Profils de rendement scolaire en mathématiques du bulletin scolaire du Manitoba : https://www.edu.gov.mb.ca/m12/eval/bulletin_scolaire/notation/docs/math_cal_esti.pdf



RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE EN LIEN AVEC LE QUESTIONNEMENT

7.N.5. Démontrer une compréhension de l'addition et de la soustraction de fractions positives et de nombres fractionnaires positifs, avec ou sans dénominateurs communs, de façon concrète, imagée et symbolique (se limiter aux sommes et aux différences positives). [C, CE, L, R, RP, V]

CE QU'ON ÉVALUE

L'élève peut-il :

- communiquer et appliquer des stratégies de calcul mental et d'estimation avec souplesse pour déterminer mentalement et valider la somme et la différence de deux nombres fractionnaires dont les dénominateurs sont différents;
- expliquer et justifier les stratégies de calcul mental et d'estimation utilisées en ayant recours à un vocabulaire mathématique clair et précis;
- établir des liens entre ses connaissances du calcul mental et sa compréhension des propriétés et des relations entre les nombres avec efficacité et souplesse;
- évaluer l'efficacité des stratégies de calcul mental et d'estimation utilisées?

LA QUESTION

Explique comment tu effectuerais les opérations suivantes à l'aide du calcul mental et de l'estimation :

$$3\frac{1}{2} + 1\frac{5}{8} \quad 3\frac{1}{2} - 1\frac{5}{8}$$

Communique ton raisonnement de façon claire et précise, et évalue l'efficacité des stratégies que tu as utilisées.

LA SOLUTION DE L'ÉLÈVE - EXEMPLE DE CONVERSATIONS ET DE PRODUITS

Comment t'y prendrais-tu pour effectuer l'addition suivante à l'aide du calcul mental et de l'estimation?

$3\frac{1}{2} + 1\frac{5}{8}$

$3\frac{1}{2} + 2 = 5\frac{1}{2}$

Je vais commencer par estimer la réponse pour pouvoir vérifier si ma solution est vraisemblable. Pour estimer trois et un demi plus un et cinq huitièmes, je peux penser à trois et un demi plus deux, soit cinq et un demi. Comme j'ai surestimé un et cinq huitièmes, je sais que la réponse sera égale à un peu moins que cinq et un demi.

D'accord, comment vas-tu t'y prendre pour effectuer cette addition mentalement?

$3\frac{1}{2} + 1\frac{5}{8}$

$3\frac{4}{8} + 1\frac{5}{8}$

Pour calculer mentalement trois et un demi plus un et cinq huitièmes, je dois déterminer un dénominateur commun. Comme le PPCM de deux et huit est huit, le plus petit dénominateur commun des deux nombres fractionnaires est huit. Je vais donc utiliser le nombre fractionnaire trois et quatre huitièmes qui est équivalent à trois et un demi pour effectuer mes calculs.

D'accord, maintenant explique-moi comment tu vas t'y prendre pour effectuer cette addition mentalement en utilisant trois et quatre huitièmes au lieu de trois et un demi.

$3\frac{4}{8} + 1\frac{4}{8} + \frac{1}{8}$

$3 + 1 + 1 + \frac{1}{8}$

$5\frac{1}{8}$

Selon mon estimation, ma réponse est vraisemblable, car cinq et un huitième est égal à un peu moins que cinq et un demi. Dans cette situation, la stratégie de décomposer et combiner pour avoir un entier, a été très efficace pour trouver la réponse mentalement. Je l'ai utilisée pour obtenir un nombre entier ce qui a facilité mes calculs.

Je vais décomposer le deuxième terme en un plus quatre huitièmes plus un huitième afin de pouvoir combiner les deux fractions quatre huitièmes pour obtenir un nombre entier. Puis, je vais additionner les quatre termes de la façon suivante : trois et un font quatre, quatre et un font cinq, cinq et un huitième font cinq et un huitième.

Quel modèle pourrais-tu utiliser pour représenter les calculs que tu as effectués mentalement? Montre-moi.

$1 + 1 + 1 + \frac{4}{8} + 1 + \frac{4+1}{8}$

$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + \frac{1}{8} = 5\frac{1}{8}$

$\frac{4+4}{8} = 1$

Je peux utiliser un modèle de région.

Je pourrais utiliser la stratégie de compensation. Étant donné que c'est une addition, j'ai décidé d'ajouter quatre huitièmes au premier terme et de soustraire quatre huitièmes du deuxième terme pour ramener le premier terme à un nombre en m'assurant de maintenir l'égalité. Puis, je vais additionner un et un huitième à quatre, ce qui va aussi me donner une somme de cinq et un huitième.

$(3\frac{4}{8} + \frac{4}{8}) + (1\frac{5}{8} - \frac{4}{8})$

$4 + 1\frac{1}{8}$

$5\frac{1}{8}$

Tu as décomposé un nombre fractionnaire et combiné deux fractions pour faciliter tes calculs. Y aurait-il une autre façon d'effectuer cette addition mentalement? Explique-moi.

La stratégie de compensation aurait aussi été très efficace pour trouver la réponse mentalement et me permettre d'obtenir un nombre entier pour faciliter mes calculs.

Quel modèle pourrais-tu utiliser pour représenter la stratégie de compensation que tu as utilisée? Montre-moi.

$1 + 1 + 1 + \frac{4}{8} + 1 + \frac{5}{8}$

$1 + 1 + 1 + (\frac{4}{8} + \frac{4}{8}) + 1 + (\frac{5}{8} - \frac{4}{8})$

$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + \frac{1}{8} = 5\frac{1}{8}$

Je pourrais utiliser un modèle de région.

LA SOLUTION DE L'ÉLÈVE - EXEMPLE DE CONVERSATIONS ET DE PRODUITS (suite)

Peux-tu m'expliquer comment tu t'y prendrais pour effectuer la soustraction suivante à l'aide du calcul mental et de l'estimation?

$4 - 2 = 2$

Je vais aussi utiliser le nombre fractionnaire trois et quatre huitièmes pour effectuer mes calculs puisque le plus petit dénominateur commun de trois et un demi et un et cinq huitièmes est huit.

$3\frac{4}{8} - 1\frac{5}{8}$

Comme pour l'addition, je vais commencer par estimer la réponse. Pour estimer trois et un demi moins un et cinq huitièmes, je pense à quatre moins deux, soit deux. Comme j'ai surestimé les deux nombres fractionnaires, je sais que la réponse sera égale à un peu moins que deux.

Je vais utiliser la stratégie de compensation. Mais, cette fois-ci, comme c'est une soustraction, je dois ajouter ou soustraire la même quantité aux deux termes pour m'assurer de maintenir l'égalité. J'ai décidé d'ajouter trois huitièmes à chacun des termes afin de ramener le deuxième terme à un nombre entier pour faciliter mes calculs. Puis, je vais soustraire deux de trois et sept huitièmes. La différence de ces deux nombres fractionnaires est donc un et sept huitièmes.

$3\frac{4}{8} - 1\frac{5}{8}$

$(3\frac{4}{8} + \frac{3}{8}) - (1\frac{5}{8} + \frac{3}{8})$

$3\frac{7}{8} - 2$

$1\frac{7}{8}$

D'accord, maintenant explique-moi comment tu vas t'y prendre pour effectuer cette soustraction mentalement en utilisant trois et quatre huitièmes au lieu de trois et un demi.

Selon mon estimation, ma réponse est vraisemblable, car un et sept huitièmes est égal à un peu moins que deux. Dans cette situation, la stratégie de compensation a été très efficace pour trouver la réponse mentalement. Je l'ai utilisée pour obtenir un nombre entier, ce qui a facilité mes calculs.

Quel modèle pourrais-tu utiliser pour représenter les calculs que tu as effectués mentalement? Montre-moi.

Je pourrais utiliser une droite numérique pour représenter mes calculs.

$3\frac{4}{8} - 1\frac{5}{8}$

Zoom de ma feuille de travail

Je sais que trois et quatre huitièmes est équivalent à deux et douze huitièmes. Je peux donc soustraire un de deux et soustraire cinq huitièmes de douze huitièmes, ce qui me donne une différence d'un et sept huitièmes. J'ai fait des liens avec mes connaissances des fractions équivalentes pour déterminer un nombre fractionnaire équivalent à trois et quatre huitièmes dont la partie fractionnaire est plus grande que celle du deuxième terme afin de pouvoir effectuer une soustraction. C'est un peu comme si j'avais emprunté huit huitièmes de trois pour obtenir deux et douze huitièmes.

$3\frac{4}{8} - 1\frac{5}{8}$

$2\frac{12}{8} - 1\frac{5}{8}$

$1\frac{7}{8}$

Tu as utilisé la stratégie de compensation pour faciliter tes calculs. Y aurait-il une autre façon d'effectuer cette soustraction mentalement? Explique-moi.

Quel modèle pourrais-tu utiliser pour représenter les liens que tu as faits entre les différentes équivalences des nombres fractionnaires? Montre-moi.

Je peux utiliser un modèle de région.

$1 + 1 + 1 + \frac{4}{8}$

$(1-1) + 1 + (\frac{8}{8} - \frac{1}{8}) + (\frac{4}{8} - \frac{4}{8})$

$1 + \frac{7}{8} = 1\frac{7}{8}$

Zoom de ma feuille de travail

C'est intéressant comment tu utilises différentes stratégies pour additionner et soustraire des nombres fractionnaires mentalement.

Tu as aussi utilisé une variété de modèles pour représenter tes calculs de façon imagée et symbolique. Tu as fait des liens très pertinents avec les fractions équivalentes et le maintien de l'égalité.

Je réalise que puisque je suis capable de visualiser les équivalences entre les nombres et de les représenter de différentes façons, je suis capable d'effectuer des opérations mentalement avec facilité. L'application des stratégies de calcul mental que j'ai apprises et ma compréhension de la relation d'égalité m'aident à effectuer des calculs de façon efficace.

Enfin, tu as expliqué ton raisonnement de façon claire et précise à l'oral et de façon imagée.

OBSERVATIONS DE L'ENSEIGNANT

Cette élève communique son raisonnement de façon claire en utilisant un vocabulaire mathématique précis pour décrire ses stratégies d'estimation et de calcul mental. Elle démontre une bonne compréhension des opérations et de leurs propriétés. Elle fait des liens entre les stratégies de calcul mental qu'elle a apprises pour effectuer des opérations sur les nombres entiers et les stratégies qu'elle utilise pour effectuer des calculs sur les nombres fractionnaires.

Elle démontre une souplesse avec les nombres fractionnaires en démontrant qu'un nombre fractionnaire peut avoir des représentations différentes, mais équivalentes. Elle utilise plusieurs stratégies de calcul mental et d'estimation de façon efficace.

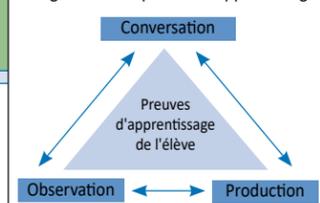
Ses stratégies lui permettent de décomposer et de composer des nombres fractionnaires de multiples façons pour faciliter ses calculs tout en respectant le maintien de l'égalité.

Elle peut représenter son processus de calcul mental de façon imagée en utilisant divers modèles.

Enfin, elle effectue des estimations qui lui permettent de prédire et de valider les réponses obtenues lorsqu'elle fait des calculs mentalement, ce qui augmente sa capacité à détecter les erreurs quand elles se produisent.

APERÇU DE L'ÉVALUATION DES APPRENTISSAGES

Triangulation des preuves d'apprentissage



Profils de rendement scolaire en mathématiques du bulletin scolaire du Manitoba : https://www.edu.gov.mb.ca/m12/eval/bulletin_scolaire/notation/docs/math_res_pro.pdf

RÉSOLUTION DE PROBLÈMES (RP)

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE EN LIEN AVEC LE QUESTIONNEMENT

7.N.5. Démontrer une compréhension de l'addition et de la soustraction de fractions positives et de nombres fractionnaires positifs, avec ou sans dénominateurs communs, de façon concrète, imagée et symbolique (se limiter aux sommes et aux différences positives). [C, CE, L, R, RP, V]

CE QU'ON ÉVALUE

L'élève peut-il :

- appliquer ses connaissances de l'addition et de la soustraction de nombres fractionnaires positifs, sans dénominateurs communs, pour résoudre un problème;
- initier une stratégie pour résoudre un problème, faire les changements appropriés à son plan, choisir parmi une variété de stratégies et utiliser ses connaissances antérieures avec efficacité et précision afin d'analyser et de résoudre des problèmes;
- fournir des explications claires et complètes des stratégies et des représentations mathématiques utilisées pour arriver à la solution en ayant recours à un vocabulaire mathématique précis;
- expliquer et justifier son raisonnement et appliquer des généralités dans des contextes semblables?

LA QUESTION

Deux nombres fractionnaires ont des dénominateurs différents. Leur somme se situe entre 5 et 6 et leur différence entre 1 et 2.

Quels peuvent être ces deux nombres fractionnaires? Justifie ta solution en utilisant le mode de ton choix. Quelle règle pourrais-tu généraliser à partir de ta solution pour déterminer d'autres solutions possibles?

Montre tous tes essais et communique ton raisonnement de façon claire et précise.

LA SOLUTION DE L'ÉLÈVE - EXEMPLE DE PRODUITS

Peux-tu expliquer à la classe comment tu t'y es prise pour élaborer ta solution?

Mon premier essai

Étape 1

$3\frac{1}{4} + 2\frac{3}{8}$

$1 + 1 + 1 + \frac{1}{4} + 1 + 1 + \frac{3}{8}$

$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + \frac{5}{8} = 5\frac{5}{8}$

Zoom de mes feuilles de travail

Pour la partie fractionnaire, j'ai choisi huit comme le plus petit dénominateur commun. J'ai décidé que mon premier nombre fractionnaire serait équivalent à trois et deux huitièmes et que le deuxième serait deux et trois huitièmes.

Comme la somme des deux nombres doit se situer entre cinq et six et que leur différence doit se situer entre un et deux, j'ai choisi d'utiliser les nombres trois et deux pour la partie entière de mes deux nombres fractionnaires.

J'ai choisi d'utiliser une représentation imagée pour que ma solution soit facile à visualiser et à évaluer. Elle démontre que la somme de ces deux nombres fractionnaires se situe entre cinq et six parce que cinq des rectangles sont remplis et que le sixième rectangle est en partie rempli.

Étape 2

$3\frac{1}{4} - 2\frac{3}{8}$

$(1-1) + (1-1) + \frac{10}{8} - \frac{3}{8}$

$\frac{7}{8}$

Zoom de mes feuilles de travail

Si la différence entre trois et un quart et deux et trois huitièmes est égale à sept huitièmes, je dois augmenter le premier terme d'au moins deux huitièmes ou diminuer le deuxième terme d'au moins deux huitièmes pour que la différence se situe entre un et deux tout en m'assurant que leur somme demeure entre cinq et six.

Pour mon deuxième essai, j'ai donc utilisé les nombres fractionnaires trois et un quart et deux et un huitième. J'ai décidé de commencer par la soustraction.

La représentation imagée démontre que la différence de ces deux nombres fractionnaires ne se situe pas entre un et deux parce qu'il n'y a qu'une partie d'un rectangle qui est remplie.

Mon deuxième essai

Étape 1

$3\frac{1}{4} - 2\frac{1}{8}$

$1 + 1 + 1 + \frac{1}{4} - (1-1) - (1-1) + 1 + \frac{1}{8}$

$1 + \frac{1}{8}$

Étape 2

$3\frac{1}{4} + 2\frac{1}{8}$

$1 + 1 + 1 + \frac{1}{4} + 1 + 1 + \frac{1}{8}$

En conclusion :

$3\frac{1}{4}$ et $2\frac{1}{8}$ sont deux nombres fractionnaires possible, car :

- ils ont des dénominateurs différents;
- leur somme se situe entre 5 et 6;
- leur différence est entre 1 et 2.

Le tableau suivant montre trois paires de nombres fractionnaires qui confirment que ma règle est valide.

| Plus grand nombre | Plus petit nombre | Somme | Différence | Les deux nombres fractionnaires avec des dénominateurs différents |
|-------------------|-------------------|------------------|-----------------|---|
| $3\frac{3}{9}$ | $2\frac{1}{9}$ | $5\frac{4}{9}$ | $1\frac{2}{9}$ | $3\frac{1}{3}$ et $2\frac{1}{9}$ |
| $3\frac{5}{16}$ | $2\frac{4}{16}$ | $5\frac{9}{16}$ | $1\frac{1}{16}$ | $3\frac{5}{16}$ et $2\frac{1}{4}$ |
| $3\frac{9}{15}$ | $2\frac{2}{15}$ | $5\frac{11}{15}$ | $1\frac{7}{15}$ | $3\frac{3}{5}$ et $2\frac{2}{15}$ |

Je peux généraliser que pour que la somme de deux nombres fractionnaires comportant des dénominateurs différents se situe entre 5 et 6 et leur différence entre 1 et 2, ils doivent répondre aux conditions suivantes :

- leurs parties entières doivent être 3 et 2;
- la partie fractionnaire du plus grand nombre fractionnaire doit toujours être plus grande que celle du plus petit nombre;
- la somme des parties fractionnaires des deux nombres doit être plus petite que 1.

La représentation imagée démontre que la différence de ces deux nombres fractionnaires se situe entre un et deux parce qu'un des rectangles est rempli et que l'autre rectangle est en partie rempli.

Cette représentation démontre que la somme de ces deux nombres fractionnaires se situe entre cinq et six parce que cinq des rectangles sont remplis et que le sixième rectangle est en partie rempli.

Le tableau suivant montre trois paires de nombres fractionnaires qui confirment que ma règle est valide.

Zoom de mes feuilles de travail

OBSERVATIONS DE L'ENSEIGNANT

Cette élève a appliqué ses connaissances de l'addition et de la soustraction de nombres fractionnaires positifs et des relations entre les nombres pour élaborer sa solution. Elle a démontré avoir compris le problème en étant capable de généraliser une règle qui lui a permis de déterminer d'autres paires de nombres fractionnaires qui répondaient aux critères de ce problème.

Elle a travaillé à rebours en déterminant la partie entière des deux nombres fractionnaires qu'elle a utilisés pour son premier essai et en appliquant ses connaissances des multiples et des fractions équivalentes pour déterminer leur partie fractionnaire. Elle a procédé par essai et erreur en déterminant une paire de nombres pour son premier essai, en analysant les résultats de ce premier essai et en ajustant l'un des nombres fractionnaires pour son deuxième essai.

Elle a fourni des explications claires et complètes de son raisonnement à l'oral en ayant recours à un vocabulaire mathématique précis. De plus, les représentations imagées et symboliques illustrent clairement son processus de résolution de problèmes.

Références bibliographiques

- ARMSTRONG, Thomas. *Seven Kinds of Smart: Identifying and Developing Your Many Intelligences*, New York, NAL-Dutton, 1993.
- EDUCATION DEVELOPMENT CENTER. *SolveMe Mobiles*. <http://solve.me.edc.org/mobiles/> (Consulté le 11 décembre 2020).
- GARNEAU, Marc, et al. *Chenelière Mathématiques 7*, Édition PONC/WNCP, Montréal, Québec, Chenelière Éducation, 2008.
- MANITOBA. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. *Mathématiques, maternelle à la 8^e année, Programme d'études : cadre des résultats d'apprentissage, Programme d'immersion française*, Winnipeg, Le Ministère, 2013. Accessible en ligne : www.edu.gov.mb.ca/m12/frpub/ped/ma/cadre_m-8_imm/index.html.
- MANITOBA. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. *Mathématiques, maternelle à la 8^e année, Programme d'études : cadre des résultats d'apprentissage, Programme français*, Winnipeg, Le Ministère, 2013. Accessible en ligne : www.edu.gov.mb.ca/m12/frpub/ped/ma/cadre_m-8/index.html.
- MANITOBA. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. *Profils de rendement scolaire en mathématiques du bulletin scolaire du Manitoba, 1^{re} à la 8^e année*, Winnipeg, Le Ministère, s. d. Accessible en ligne : http://www.edu.gov.mb.ca/m12/eval/bulletin_scolaire/notation/profils.html.
- MANITOBA. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. *Survol à travers les années : mathématiques – maternelle à la 9^e année*, Winnipeg, Le Ministère, 2017. Accessible en ligne : http://www.edu.gov.mb.ca/m12/frpub/ped/gen/survol_reference/survol_annees/index.html.
- MANITOBA. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. « Survol : mathématiques ». <https://www.edu.gov.mb.ca/m12/progetu/survol/math.html> (Consulté le 11 décembre 2020).
- MANITOBA. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION ET DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR. *Évaluation des compétences de base en mathématiques, en compréhension en lecture, en écriture de textes informatifs et sur l'engagement de l'élève au niveau des années intermédiaires*, Winnipeg, Le Ministère, 2015. Accessible en ligne : https://www.edu.gov.mb.ca/m12/frpub/me/enonce_pol/index.html.
- MANITOBA. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION ET DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR. *Survol des programmes d'études : recueil de référence : mathématiques, sciences humaines et sciences de la nature de la 1^{re} à la 8^e année*, Winnipeg, Le Ministère, 2015. Accessible en ligne : https://www.edu.gov.mb.ca/m12/frpub/ped/gen/survol_reference/index.html.
- Numeracy Learning Maps*. <https://www.mrlc.ca/learning-maps> (Consulté le 11 décembre 2020).
- SCOLAB. *Netmath*. www.netmath.ca/fr-mb/ (Consulté le 11 décembre 2020).
- SMALL, Marian. *À pas de géant, 5/6*, Montréal, Québec, Groupe Modulo, 2013.
- SMALL, Marian. *À pas de géant, 7/8*, Montréal, Québec, Groupe Modulo, 2014.
- SMALL, Marian. *Géométrie : connaissances et stratégies*, Montréal, Québec, Groupe Modulo, 2011. (PRIME).
- SMALL, Marian. *Gestion des données et probabilité : connaissances et stratégies*, Montréal, Québec, Groupe Modulo, 2013. (PRIME).
- SMALL, Marian. *Mesure : connaissances et stratégies*, Montréal, Québec, Groupe Modulo, 2012. (PRIME).
- SMALL, Marian. *Réduction des écarts de rendement : le sens du nombre, guide de l'animateur, 6^e année*, 2010. https://assets.ctfassets.net/cfektv4t16rw/3s4cPcvIM5bZGEeybZkdBv/22d09d10d9ab3a7dc_aec9bfe2b773b3d/reduction6e-module_1_guide_animateur.pdf (Consulté le 11 décembre 2020).
- SMALL, Marian. *Régularités et algèbre : connaissances et stratégies*, Mont-Royal, Québec, Groupe Modulo, 2010. (PRIME).
- SMALL, Marian. *Sens des nombres et des opérations : connaissances et stratégies*, Mont-Royal, Québec, Groupe Modulo, 2008. (PRIME).

Documents consultés

- CENTRE FRANCO-ONTARIEN DE RESSOURCES PÉDAGOGIQUES. *Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la 7^e à la 10^e*, Ottawa, CFORP, 2018. Accessible en ligne : <https://archives.edusourceontario.com/geem/index.html>.
- MANITOBA. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. *La numératie, ça compte*, bulletin, Winnipeg, 2015-2017. Accessible en ligne : http://www.edu.gov.mb.ca/m12/progetu/ma/numeratie_compte/index.html.
- MANITOBA. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. *Repenser l'évaluation en classe en fonction des buts visés : L'évaluation au service de l'apprentissage – L'évaluation en tant qu'apprentissage – L'évaluation de l'apprentissage*, 2^e édition, Winnipeg, Le Ministère, 2006. Accessible en ligne : www.edu.gov.mb.ca/m12/frpub/me/docs/repenser_eval/index.html.
- MANITOBA. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. *Survol à travers les années : mathématiques, maternelle à la 9^e année*. http://www.edu.gov.mb.ca/m12/progetu/survol/docs/math/m_a_9.pdf (Consulté le 11 décembre 2020).
- MANITOBA. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION ET DE LA FORMATION. *Bulletin scolaire provincial du Manitoba : politique et lignes directrices : partenaires dans l'apprentissage, 1^{re} à la 12^e année*, Winnipeg, Le Ministère, 2018. Accessible en ligne : http://www.edu.gov.mb.ca/m12/frpub/me/bulletin_scol/index.html.

Documents consultés (suite)

- ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. *Attribut angle : guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la 4^e à la 6^e année, Mesure*, Toronto, Imprimeur de la Reine pour l'Ontario, 2010. Accessible en ligne : <https://apprendreenseignerinnover.ca/wp-content/uploads/2017/11/3Mesure-Attribut-angle.pdf>.
- ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. *Géométrie et sens de l'espace, Fascicule 1 : document d'appui au Guide d'enseignement efficace de la 4^e à la 6^e année*, 2015. (Lever sur l'apprentissage et la pédagogie). Accessible en ligne : <https://apprendreenseignerinnover.ca/wp-content/uploads/2018/01/Gei%CC%80ometrie-Final-V3-Janvier.pdf>.
- ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. « Les fractions à travers le curriculum », *Accroître la capacité M-12, Édition spéciale n° 47*, Toronto, Imprimeur de la Reine pour l'Ontario, avril 2018. Accessible en ligne : <https://apprendreenseignerinnover.ca/wp-content/uploads/2018/04/cbs-fraction-across-curriculum-fr.pdf>.
- ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. *Mettre l'accent sur l'enseignement des mathématiques*, Toronto, Imprimeur de la Reine pour l'Ontario, 2011. Accessible en ligne : <http://www.edu.gov.on.ca/fre/teachers/studentssuccess/FoundationPrincipalsFr.pdf>.
- ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. *Mettre l'accent sur les fractions : document d'appui sur l'importance de l'enseignement des mathématiques*, Toronto, Imprimeur de la Reine pour l'Ontario, 2015. Accessible en ligne : <http://www.edu.gov.on.ca/fre/literacynumeracy/LNSAttentionFractionsfr.pdf>.
- ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. *Qu'est-ce que le raisonnement proportionnel? Document d'appui pour Mettre l'accent sur l'enseignement des mathématiques*, Toronto, Imprimeur de la Reine pour l'Ontario, 2012. Accessible en ligne : <http://www.edu.gov.on.ca/fre/teachers/studentssuccess/ProportionReasonFr.pdf>.
- SMALL, Marian. *Bonnes questions : l'enseignement différencié des mathématiques*, Montréal, Modulo, 2014.
- SMALL, Marian. *Grandes idées pour l'enseignement des mathématiques, 5 à 9 ans : pour acquérir des bases solides afin de mieux accompagner les élèves*, adaptation par Vicky Richard, Montréal, Québec, Chenelière Éducation, 2018.
- SMALL, Marian. *Grandes idées pour l'enseignement des mathématiques, 9 à 14 ans : pour acquérir des bases solides afin de mieux accompagner les élèves*, adaptation par Vicky Richard, Montréal, Québec, Chenelière Éducation, 2018.
- SMALL, Marian. *Questions ouvertes pour des leçons enrichissantes de mathématiques, niveaux scolaires 7^e année, 8^e année, 9^e année : domaine du nombre*, Oakville, Ontario, Rubicon Publishing, 2017.
- SMALL, Marian. *Questions ouvertes pour des leçons enrichissantes de mathématiques, niveaux scolaires 7^e année, 8^e année, 9^e année : la forme et l'espace*, Oakville, Ontario, Rubicon Publishing, 2019.
- SMALL, Marian. *Questions ouvertes pour des leçons enrichissantes de mathématiques, niveaux scolaires 7^e année, 8^e année, 9^e année : les régularités et les relations, la statistique et la probabilité*, Oakville, Ontario, Rubicon Publishing, 2019.
- SMALL, Marian. *Making Math Meaningful to Canadian Students, K-8*, 2nd Ed., Toronto, Ontario, Nelson Education, 2013.
- SMALL, Marian. *Réduction des écarts de rendement, 9^e année : guide pédagogique*, 2011. <https://math.apprendreenseignerinnover.ca/ressources/reduction-des-ecarts/> (Consulté le 11 décembre 2020).
- TWOMEY FOSNOT, Catherine, et Maarten DOLK. *Jeunes mathématiciens en action : construire la multiplication et la division*, Tome 2, adapté par Marie-Claude Matteau, Montréal, Québec, Chenelière, 2011.
- TWOMEY FOSNOT, Catherine, et Maarten DOLK. *Jeunes mathématiciens en action : construire le sens du nombre, l'addition et la soustraction*, Tome 1, adapté par Marie-Claude Matteau, Montréal, Québec, Chenelière, 2010.
- VAN DE WALLE, John A., et LouAnn H. LOVIN. *L'enseignement des mathématiques : l'élève au centre de son apprentissage*, adapté par Corneille Kazadi et Michelle Poirier-Patry, traduit par Miville Boudreault et Pierette Mayer, Saint-Laurent, Québec, ERPI, 2007, 3 t.