Introduction au calcul, 12e année

Programme d'études :
cadre des résultats d'apprentissage

Sujet : Limites

Grandes idées :

- Les limites peuvent décrire les valeurs des fonctions à mesure que les valeurs d'entrée s'approchent d'un nombre ou de l'infini.
- Les limites sont particulièrement utiles lorsque la valeur d'entrée ne fait pas partie du domaine d'une fonction.

Résultats d'apprentissage spécifiques *L'élève devra :*		**Indicateurs de réalisation**

IC.1.1	Démontrer une compréhension du concept de limite.	■ Explorer le concept des limites en analysant le graphique et la table de valeurs d'une fonction.
		■ Utiliser la définition et la notation appropriée des limites pour exprimer la limite d'une fonction à un point précis.
		■ Vérifier les théorèmes des limites :
		  ▪ fonction identité
		  ▪ fonction constante
		  ▪ multiplication d'une fonction par une constante
		  ▪ somme ou différence de fonctions
		  ▪ produit ou quotient de fonctions
		  ▪ puissance d'une fonction
		■ Utiliser les théorèmes des limites pour déterminer la limite de fonctions par substitution directe.

IC.1.2	Évaluer des limites pour analyser des fonctions.	■ Expliquer pourquoi $\frac{0}{0}$ est appelé une forme indéterminée. ■ Calculer les limites d'une forme indéterminée par manipulation algébrique. ■ Définir des limites unilatérales. ■ Évaluer les limites unilatérales de fonctions (y compris des fonctions définies par intervalles) graphiquement et algébriquement. ■ Expliquer le comportement de limites sous la forme $\lim_{x \to 0}\left(\frac{\text{nombre}}{x}\right)$. ■ Déterminer les limites à l'infini. ■ Appliquer les limites pour déterminer les équations des asymptotes horizontales et verticales.
IC.1.3	Appliquer le concept de limite à la continuité d'une fonction.	■ Déterminer graphiquement si une fonction est continue. ■ Déterminer algébriquement si une fonction est continue.

Sujet : Dérivées

Grandes idées :

- La dérivée étend le concept de pente à la pente d'une courbe en un point donné.
- Une fonction dérivée peut nous aider à décrire la « forme » de la courbe avec cette dérivée.

Résultats d'apprentissage spécifiques *L'élève devra :*		**Indicateurs de réalisation**
IC.2.1	Formuler la définition de la dérivée comme la pente d'une courbe en un point donné.	*Remarque : Les connaissances préalables incluent la détermination de la pente et l'équation d'une droite.* ■ Expliquer comment les pentes de droites sécantes permettent d'approximer la pente d'une tangente. ■ Définir la dérivée comme la limite du quotient de différences, qui est la pente d'une tangente en un point donné. ■ Décrire la fonction dérivée, $f'(x)$, comme une fonction déterminant la pente en tout point de la fonction $f(x)$. *Remarque : Les élèves devraient être exposés à différentes notations pour les dérivées* $\left(f',\ y',\ \text{et}\ \frac{dy}{dx}\right)$.
IC.2.2	Élaborer et appliquer les règles de la dérivation.	■ Élaborer et appliquer les règles de la dérivation : ▫ multiplication de $f(x)$ par une constante ▫ la règle des puissances avec des exposants rationnels ▫ somme et différence ▫ produit ▫ quotient ▫ règle de dérivation en chaîne ■ Appliquer les règles relatives aux dérivées pour déterminer l'équation d'une tangente en un point donné, à partir de l'équation d'une fonction et d'un point sur la fonction. ■ Définir et déterminer les dérivées d'ordre supérieur d'une fonction. *Remarque : Les fonctions explorées dans ce cours d'introduction n'incluent pas de fonction trigonométrique, exponentielle ou logarithmique.*
IC.2.3	Démontrer une compréhension d'une dérivation implicite.	■ Déterminer implicitement la dérivée d'une relation. ■ Déterminer l'équation d'une tangente par rapport à une relation, à partir d'un point donné. ■ Déterminer les dérivées d'ordre supérieur d'une relation en utilisant une dérivation implicite.

Sujet : Applications des dérivées

Grandes idées :

- L'application des dérivées peut nous aider à résoudre des problèmes en se fondant sur de nombreux autres modèles de fonctions de manière aussi exacte et efficiente que celles reposant sur des modèles linéaires ou quadratiques.

Résultats d'apprentissage spécifiques *L'élève devra :*		**Indicateurs de réalisation**
IC.3.1	Appliquer les dérivées pour résoudre des problèmes concernant le mouvement des particules.	■ Décrire la signification d'une fonction de déplacement. ■ Déterminer la vitesse moyenne et la vitesse instantanée compte tenu d'une fonction de déplacement. ■ Déterminer l'accélération moyenne et l'accélération instantanée compte tenu d'une fonction de déplacement. ■ Résoudre des problèmes concernant le mouvement des particules.
IC.3.2	Déterminer les caractéristiques d'une fonction en utilisant les dérivées pour tracer correctement la fonction.	*Remarque : Les aptitudes préalables pour ce sujet comprennent la capacité à décrire le domaine en utilisant la notation d'intervalle, la notation ensembliste et les droites numériques. Les enseignants peuvent vouloir réviser les inégalités linéaires et non linéaires au moyen de l'analyse de signes.* ■ Déterminer les valeurs critiques d'une fonction. ■ Déterminer les intervalles dans lesquels une fonction est croissante et décroissante. ■ Déterminer les extremums relatifs et les extremums absolus graphiquement et algébriquement. ■ Déterminer les intervalles dans lesquels le graphique d'une fonction est concave vers le haut et concave vers le bas. ■ Déterminer les points d'inflexion. ■ Tracer avec exactitude une fonction polynomiale en utilisant ses caractéristiques (coordonnées à l'origine, domaine, image, maximums, minimums, points d'inflexion et concavité). *Remarque : Les fonctions explorées dans ce cours d'introduction n'incluent pas de fonction trigonométrique, exponentielle ou logarithmique.*
IC.3.3	Appliquer les dérivées pour résoudre des problèmes d'optimisation et de taux connexes.	■ Résoudre des problèmes d'optimisation. ■ Appliquer la règle de dérivation en chaîne et la dérivation implicite pour déterminer les taux de variation. ■ Résoudre des problèmes concernant des taux liés.

Sujet : Intégrales

Grandes idées :

- L'intégration élargit l'aire de formes géométriques à l'aire située sous la courbe d'une fonction lorsque la hauteur d'une région change.
- Les dérivées et les intégrales sont inversement reliées.

Résultats d'apprentissage spécifiques *L'élève devra :*		**Indicateurs de réalisation**
IC.4.1	Démontrer une compréhension de la relation entre l'antidérivation et l'intégration de fonctions.	■ Décrire l'antidérivation comme étant l'opération inverse de la dérivation. ■ Déterminer l'antidérivée générale (famille de fonctions), compte tenu de la dérivée d'une fonction. ■ Définir l'intégration en tant que l'aire délimitée par la courbe d'une fonction et l'axe des x. ■ Établir le lien entre l'antidérivation et l'intégration comme étant le théorème fondamental du calcul (première partie). ■ Définir l'intégrale indéfinie.
IC.4.2	Appliquer l'intégration pour résoudre des problèmes.	■ Déterminer une antidérivée précise, compte tenu de la fonction dérivée et des coordonnées d'un point. ■ Appliquer l'intégration dans un contexte comme le mouvement de particules.
IC.4.3	Démontrer et appliquer une compréhension de l'intégrale définie.	■ Définir l'intégrale définie. ■ Évaluer les intégrales définies géométriquement en calculant la superficie. ■ Évaluer les intégrales définies en utilisant les intégrales indéfinies et le théorème fondamental du calcul (deuxième partie). ■ Évaluer l'intégrale définie de fonctions algébriquement et géométriquement lorsque des parties de la fonction peuvent être situées sous l'axe des x. ■ Faire le lien entre l'aire totale délimitée par la courbe d'une fonction, $f(x)$, et l'axe des x sur l'intervalle $[a, b]$, et l'intégrale définie de la valeur absolue de la fonction $\int_a^b \lvert f(x) \rvert dx$. ■ Déterminer l'aire entre deux fonctions sur un intervalle donné. ■ Déterminer l'aire entre deux fonctions lorsque les points d'intersection déterminent l'intervalle.