



MATHÉMATIQUES
AVANCÉES, 12^E ANNÉE

Programme d'études :
cadre des résultats d'apprentissage

Sujet : Nombres complexes et coordonnées polaires

Grandes idées :

- Tous les autres systèmes de nombres sont des sous-ensembles du système des nombres complexes.
- Les opérations et les propriétés applicables aux autres systèmes de nombres s'appliquent également au système des nombres complexes.
- Les nombres complexes peuvent être représentés sur un plan deux-dimensionnel sous forme rectangulaire ou polaire.

Aperçu : L'ensemble des nombres complexes a été conçu pour décrire toutes les racines des fonctions polynomiales, y compris les racines réelles. Contrairement au système des nombres réels, qui peut être représenté sur une droite numérique unidimensionnelle, le système des nombres complexes est représenté sur un plan deux-dimensionnel. On désigne souvent i comme une unité imaginaire, un symbole avec la propriété $i = \sqrt{-1}$ ou $i^2 = -1$. Les nombres complexes s'utilisent en génie électrique, en conception d'avions, en médecine et en graphisme. Les coordonnées polaires nous permettent de dessiner bien plus facilement certaines relations qui ne sont pas des fonctions. Parmi les utilisations des coordonnées polaires, mentionnons le guidage de navires et de robots industriels.

Résultats d'apprentissage spécifiques Indicateurs de réalisation

L'élève devra :

MA.1.1	Définir et effectuer des opérations avec des nombres complexes.	<ul style="list-style-type: none">■ Définir le système des nombres complexes et décrire son histoire.■ Déterminer la valeur absolue d'un nombre complexe.■ Déterminer la représentation géométrique d'un nombre complexe.■ Comparer des nombres complexes.■ Effectuer des opérations avec des nombres complexes.■ Définir des nombres complexes conjugués et les appliquer à la division de nombres complexes.
MA.1.2	Établir des liens entre les nombres complexes et les solutions d'équations quadratiques.	<ul style="list-style-type: none">■ Résoudre des équations quadratiques avec des racines complexes.■ Résoudre des équations quadratiques avec des coefficients complexes.■ À partir de racines, réelles ou complexes, déterminer l'équation quadratique correspondante.
MA.1.3	Démontrer une compréhension des coordonnées polaires et de leurs graphiques.	<ul style="list-style-type: none">■ Démontrer comment lire des coordonnées polaires.■ Tracer un point exprimé en coordonnées polaires.■ Convertir des coordonnées rectangulaires en coordonnées polaires et vice versa.■ Convertir des équations sous forme polaire en forme rectangulaire et vice versa.■ Tracer diverses équations polaires.■ Appliquer la symétrie pour tracer un graphique polaire.
MA.1.4	Établir des liens entre les nombres complexes et les coordonnées polaires.	<ul style="list-style-type: none">■ Déterminer l'argument d'un nombre complexe.■ Représenter un nombre complexe en forme polaire.■ Convertir en forme rectangulaire un nombre complexe donné sous forme polaire et vice versa.

Sujet : Statistique

Grandes idées :

- À partir d'un échantillon de données, les statistiques peuvent servir à décrire un ensemble de données ou nous permettre de faire des prédictions concernant un ensemble de données en nous fondant sur la probabilité.
- La statistique permet d'explorer, de décrire, de modéliser et d'expliquer des données.
- La statistique permet de décrire la tendance centrale d'un ensemble de données et la dispersion des données.

Aperçu : La statistique est l'étude des données et les manières de les représenter. Par l'analyse de données, la statistique nous aide à comprendre les données et à faire des déductions connexes. Les données peuvent être décrites par des mesures de tendance centrale et des mesures de dispersion. La statistique est liée au concept de probabilité lorsqu'on l'applique aux distributions de probabilités telles que la distribution binomiale et la distribution normale. Les distributions binomiales s'appuient sur les connaissances déjà acquises par les élèves sur le théorème du binôme. L'analyse des données est très répandue et fait partie intégrante du travail dans un vaste éventail de domaines comme les sciences sociales, les équipes sportives, les affaires, la recherche scientifique et les analyses de données.

Résultats d'apprentissage spécifiques Indicateurs de réalisation

L'élève devra :

MA.2.1	Démontrer une compréhension des concepts de mesure de tendance centrale et de dispersion.	<ul style="list-style-type: none">■ Définir le vocabulaire utilisé en statistique (y compris les mesures de tendance centrale et de dispersion).■ Représenter les données sous forme d'histogrammes, de tableaux de fréquences et de tableaux de fréquences stratifiés.■ Calculer les quartiles, l'écart interquartile et l'étendue des données.■ Déterminer si une donnée est une valeur aberrante.■ Représenter les données au moyen d'un diagramme de quartiles.■ Démontrer une compréhension des propriétés de variance et d'écart type.■ Calculer la variance et l'écart type de données.
MA.2.2	Démontrer une compréhension des distributions de probabilités, incluant la distribution binomiale.	<ul style="list-style-type: none">■ Définir les variables aléatoires discrètes et les distributions de probabilités.■ Reconnaître que, dans une distribution de probabilités, la somme des probabilités est toujours égale à 1.■ Représenter les données au moyen d'arborescences et de graphiques de distribution de probabilités.■ Utiliser les distributions de probabilités pour résoudre des problèmes.■ Définir la distribution binomiale.■ Utiliser la formule pour le calcul des probabilités dans une distribution binomiale.■ Trouver la moyenne et l'écart type d'une distribution binomiale. <p><i>Remarque : Il est recommandé aux enseignants de faire le lien entre la formule de développement du binôme du cours de Mathématiques pré calcul 40S et la formule de calcul des distributions binomiales.</i></p>
MA.2.3	Découvrir et appliquer les propriétés d'une distribution normale.	<ul style="list-style-type: none">■ Décrire les propriétés de la distribution normale et de la distribution normale standard.■ Analyser la distribution normale pour montrer que les probabilités peuvent s'estimer au moyen de la règle 68-95-99,7.■ Appliquer la formule de calcul des cotes z et utiliser la cote z pour comparer les données.■ Calculer les probabilités dans des distributions normales avec des cotes données.■ Calculer les cotes dans des distributions normales avec des probabilités données.■ Utiliser une distribution normale pour estimer une distribution binomiale lorsque cela convient.■ Déterminer les intervalles de confiance.■ Calculer la marge d'erreur d'un intervalle de confiance.

Sujet : Théorie des nombres

Grandes idées :

- De nombreuses idées s'appliquent correctement à tous les entiers, certaines ne s'appliquent qu'à des sous-ensembles d'entiers et d'autres encore ne s'appliquent qu'à un seul entier.
- Pour prouver que quelque chose est exact pour tous les entiers, une preuve d'une sorte ou d'une autre est nécessaire, car on ne peut pas soumettre tous les entiers à une vérification.

Aperçu : La théorie des nombres est une branche des mathématiques qui est en grande partie consacrée à l'étude des entiers. Les sujets importants relevant de la théorie des nombres incluent les nombres premiers, la factorisation première et les propriétés des nombres composés d'entiers, comme les nombres rationnels. Les preuves sont des exemples de raisonnement déductif ou inductif et démontrent qu'un énoncé est toujours vrai dans les conditions données. En mathématiques, un grand nombre de questions sans réponse trouvent leur origine dans la théorie des nombres. La théorie des nombres est utilisée dans l'arithmétique modulaire, la cryptographie et certains domaines de l'informatique; cela dit, la théorie des nombres n'est souvent étudiée que pour le plaisir.

Résultats d'apprentissage spécifiques Indicateurs de réalisation

L'élève devra :

MA.3.1 Appliquer les techniques de preuves pour prouver des énoncés ou des théorèmes mathématiques.

- Démontrer une compréhension des techniques de preuves :
 - preuve directe (preuve par construction)
 - preuve par contradiction
 - preuve par induction

Remarque : D'autres techniques de preuves peuvent être présentées.

MA.3.2 Explorer, établir et appliquer les propriétés des entiers.

- Illustrer et expliquer la divisibilité des entiers et la propriété d'Archimède.
- Démontrer une compréhension de l'arithmétique modulaire.
- Définir, développer et appliquer le plus grand commun facteur (PGCF).
- Appliquer l'algorithme d'Euclide pour trouver le PGCF.
- Exprimer le PGCF sous la forme d'une équation linéaire.
- Définir les nombres premiers et les nombres composés.
- Démontrer une compréhension du crible d'Ératosthène.
- Prouver qu'il existe un nombre infini de nombres premiers.
- Démontrer une compréhension du théorème fondamental de l'arithmétique.
- Définir le plus petit commun multiple (PPCM).
- Appliquer la factorisation en facteurs premiers pour déterminer le PPCM et le PGCF.

Remarque : Il est recommandé aux enseignants de démontrer la preuve formelle du théorème fondamental de l'arithmétique.

MA.3.3 Représenter les nombres en différentes bases.

- Définir la représentation décimale (base 10).
- Représenter un nombre entier dans des bases autres que 10.
- Convertir un nombre d'une base en une autre.
- Démontrer une compréhension de la notation binaire et hexadécimale.

Sujet : Matrices et systèmes d'équations

Grandes idées :

- La relation intrinsèque des quatre opérations dans leur application aux nombres est identique à leur relation intrinsèque lorsqu'elles sont appliquées aux matrices.
- L'écriture des coefficients et des constantes dans un système linéaire sous la forme d'une matrice est une façon de représenter le système et peut aider à trouver des solutions pour ce système.

Aperçu : Une matrice est un tableau rectangulaire de nombres ayant des propriétés algébriques et des relations géométriques avec des systèmes linéaires et des vecteurs dans des espaces bidimensionnels, tridimensionnels et n -dimensionnels (avec n'importe quel nombre de dimensions). Ces sujets sont étudiés en détail dans les cours postsecondaires portant sur l'algèbre linéaire. Les matrices ont de nombreuses applications en informatique.

Résultats d'apprentissage spécifiques Indicateurs de réalisation

L'élève devra :

MA.4.1	Démontrer une compréhension des matrices.	<ul style="list-style-type: none">■ Définir les termes suivants :<ul style="list-style-type: none">■ matrice■ dimension ou ordre d'une matrice■ entrée d'une matrice■ matrices égales■ Donner des exemples d'utilisation de matrices.	<ul style="list-style-type: none">■ matrice carrée■ matrice nulle■ matrice de rangées et de colonnes■ transposition d'une matrice
MA.4.2	Effectuer des opérations sur des matrices.	<ul style="list-style-type: none">■ Effectuer des additions et des soustractions de matrices lorsque c'est possible.■ Effectuer une multiplication scalaire d'une matrice.■ Utiliser les opérations matricielles pour résoudre des équations matricielles simples.■ Multiplier des matrices lorsque c'est possible.■ Expliquer pourquoi la multiplication matricielle n'est pas commutative.■ Déterminer l'inverse d'une matrice 2×2 au moyen d'une formule.■ Expliquer les trois opérations utilisées dans la réduction linéaire d'une matrice.■ Expliquer la différence entre une matrice échelonnée et une matrice échelonnée réduite.■ Appliquer la réduction linéaire d'une matrice pour trouver l'inverse d'une matrice carrée.	
MA.4.3	Résoudre des systèmes d'équations en utilisant des matrices.	<ul style="list-style-type: none">■ Définir un déterminant.■ Déterminer le déterminant d'une matrice au moyen :<ul style="list-style-type: none">■ de la réduction linéaire■ du développement de cofacteurs■ de la méthode des flèches pour une matrice de 3×3■ Résoudre un système d'équations au moyen :<ul style="list-style-type: none">■ de la réduction linéaire■ de l'inverse■ de la règle de Cramer	

Remarque : On ne s'attend pas à la résolution d'un système d'équations dépassant un système 2×2 au moyen de l'inverse ou de la règle de Cramer.

Sujet : Géométrie à trois dimensions

Grandes idées :

- Il faut trois renseignements pour décrire un point dans un espace tridimensionnel.
- Les concepts algébriques développés pour la géométrie en deux dimensions peuvent être élargis à trois dimensions.

Aperçu : La géométrie à trois dimensions est un prolongement de la géométrie euclidienne bidimensionnelle étudiée aux niveaux intermédiaire et secondaire. Elle est utilisée dans des domaines comme l'infographie, la conception assistée par ordinateur, l'architecture, la décoration intérieure et la modélisation 3D. Le sujet de la géométrie à trois dimensions a des liens avec les sujets des matrices (3×3), des vecteurs et du calcul.

Résultats d'apprentissage spécifiques Indicateurs de réalisation

L'élève devra :

MA.5.1	Démontrer une compréhension de l'espace tridimensionnel.	<ul style="list-style-type: none">■ Définir les termes suivants en espace tridimensionnel :<ul style="list-style-type: none">■ plan des coordonnées■ coordonnées d'un point■ octant■ Tracer les axes de coordonnées et des points à partir de coordonnées données.■ Tracer un plan ou un prisme rectangulaire dans un espace tridimensionnel.■ Déterminer la distance entre deux points dans un espace tridimensionnel.
MA.5.2	Représenter et analyser algébriquement et graphiquement des droites, des plans et des surfaces dans un espace tridimensionnel.	<ul style="list-style-type: none">■ Déterminer l'équation point-vecteur normal d'un plan.■ Prouver que deux plans sont parallèles.■ Déterminer l'équation générale d'un plan.■ Déterminer l'équation générale d'une sphère.■ Tracer la courbe de l'intersection de surfaces.■ Déterminer les points d'intersection de plans non parallèles.■ Déterminer l'équation d'une sphère.■ Déterminer l'équation d'un solide de révolution.

Sujet : Vecteurs

Grandes idées :

- Quantités ayant à la fois une grandeur et une direction pouvant être représentées de manière efficace par un vecteur.
- Les vecteurs peuvent être représentés géométriquement et algébriquement, certaines idées concernant les vecteurs pouvant être plus faciles à voir avec une représentation qu'avec l'autre.

Aperçu : Un vecteur est une quantité pouvant être représentée par un segment de droite orienté. L'étude des vecteurs en mathématiques aide à comprendre la manière dont les vecteurs interagissent et peut être appliquée aux notions de la cinématique et des forces en physique. Les mathématiques vectorielles sont liées à la géométrie analytique en deux dimensions et aide à élargir le concept d'une équation d'une droite à l'espace tridimensionnel. Ce sujet est lié aux matrices et à la géométrie à trois dimensions. Les vecteurs sont couramment utilisés en physique et ont des applications dans certains domaines de l'ingénierie.

Résultats d'apprentissage spécifiques

Indicateurs de réalisation

L'élève devra :

MA.6.1	Développer une compréhension des vecteurs et effectuer des opérations vectorielles de base.	<ul style="list-style-type: none">■ Définir un vecteur et un scalaire.■ Déterminer l'amplitude d'un vecteur.■ Déterminer le vecteur unitaire.■ Ajouter et soustraire des vecteurs.■ Appliquer l'addition et la soustraction de vecteurs à des situations géométriques.■ Multiplier des vecteurs par un scalaire.
MA.6.2	Démontrer une compréhension du produit scalaire et du produit vectoriel de vecteurs pour résoudre des problèmes.	<ul style="list-style-type: none">■ Définir le produit scalaire et explorer ses propriétés.■ Appliquer le produit scalaire pour calculer l'angle entre deux vecteurs.■ Définir le produit vectoriel et explorer ses propriétés.■ Appliquer la règle de la main droite pour déterminer la direction du vecteur d'un produit vectoriel.■ Représenter le produit vectoriel sous forme cartésienne.■ Appliquer le produit vectoriel à des problèmes dans des contextes comme l'aire d'un parallélogramme et le couple de torsion.
MA.6.3	Développer et appliquer l'équation vectorielle d'une droite.	<ul style="list-style-type: none">■ Écrire l'équation vectorielle d'une droite en utilisant le vecteur de direction.■ Écrire les formes paramétrique et cartésienne de l'équation vectorielle d'une droite.■ Déterminer si un point est situé sur une droite.■ Déterminer le point d'intersection de deux droites en deux et trois dimensions à l'aide de vecteurs.■ Appliquer l'équation vectorielle d'une ligne à la cinématique, par exemple :<ul style="list-style-type: none">■ déterminer la vitesse d'un objet à partir de son équation■ déterminer si les objets entreront en collision compte tenu de la trajectoire de chaque objet■ déterminer la distance entre les objets à des moments donnés

Sujet : Sections coniques

Grandes idées :

- Le fait de considérer des sections coniques de façon géométrique rend certaines propriétés des sections coniques plus faciles à voir que si on y pense de façon algébrique, et vice versa.

Aperçu : Les courbes associées aux sections coniques sont le cercle, l'ellipse, la parabole et l'hyperbole. On peut définir les sections coniques en termes de distance entre des points ou de distance séparant une droite d'un point. Ce sujet élargit l'apprentissage par les élèves des cercles et des paraboles. Les sections coniques sont un aspect de la géométrie analytique et ont de nombreuses applications en calcul et en sciences, en particulier en physique et en astronomie.

Résultats d'apprentissage spécifiques Indicateurs de réalisation

L'élève devra :

MA.71	Représenter et analyser les sections coniques algébriquement et géométriquement.	<ul style="list-style-type: none">■ Définir les sections coniques algébriquement et géométriquement :<ul style="list-style-type: none">■ cercle■ parabole■ ellipse■ hyperbole■ Analyser les sections coniques du point de vue de leurs caractéristiques (selon le cas), comme le centre, les sommets, les axes de symétrie, la longueur des grands axes et des petits axes et les asymptotes. <p><i>Remarque : Il est recommandé aux enseignants de faire le lien entre les sections coniques et les tranches en section transversale d'une paire de cônes (dont un renversé). Les sections coniques se limitent à celles dont l'équation respecte la forme suivante : $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$, où $B = 0$.</i></p>
MA.72	Démontrer une compréhension des foyers d'une section conique.	<ul style="list-style-type: none">■ Déterminer les foyers de toute section conique.■ Déterminer l'équation d'une section conique compte tenu de son ou ses foyers.■ Déterminer la directrice d'une parabole et sa relation avec le foyer.
MA.73	Analyser une section conique du point de vue de son excentricité.	<ul style="list-style-type: none">■ Définir l'excentricité et sa relation avec chacune des sections coniques.■ Compte tenu de l'excentricité, identifier la section conique.■ Évaluer l'excentricité d'une section conique.■ Déterminer l'équation d'une section conique compte tenu de son excentricité et d'autres caractéristiques.

