

Unité G
Applications de fonctions périodiques

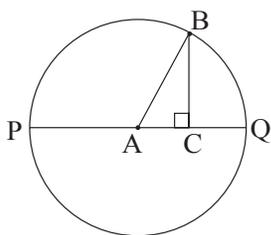
Activité 1 : Recherche 1

La présente recherche permettra aux élèves d'obtenir des données qui se répètent et qui, lorsqu'elles sont représentées graphiquement, peuvent servir de modèle pour définir la terminologie utilisée dans la description de fonctions périodiques.

Matériel

- ordinateur
- logiciel de géométrie
- logiciel d'analyse de données ou tableur

1. Construis un cercle qui a pour centre le point A et dont le rayon est de 5 cm. L'extrémité du rayon est le point B.
2. Construis une droite horizontale PQ qui passe par le centre du cercle.
3. Construis un segment de droite reliant le point B et la droite PQ au point C, tel qu'il est illustré.



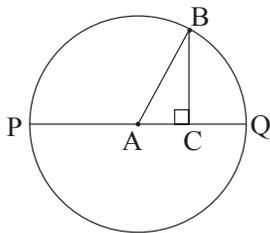
4. Prépare la mesure de l'angle BCA, de l'angle BAC, et du segment BC.
 5. Déplace le point B de sorte que l'angle BAC soit approximativement de 30° .
 6. Règle le point C de sorte que BC soit perpendiculaire à AC.
 7. Enregistre la mesure de l'angle BAC et du segment BC. Déplace le point B de sorte que l'angle BAC soit approximativement de 40° , et règle le point C de façon à rendre BC perpendiculaire à AC.
 8. Enregistre les deux mesures comme auparavant.
 9. Reprends la procédure, en déplaçant B et en réglant C, de façon à obtenir au moins 20 paires de données à partir de positions uniformément réparties autour du cercle. **Nota** : Lorsque le point B est sous la droite PQ, la mesure du segment BC est enregistrée en tant que donnée négative.
- Utilise un outil graphique pour faire un diagramme de dispersion des données (*angle, longueur de segment*).
 - Fais une esquisse du diagramme de dispersion sur une feuille de papier et dessine la forme approximative de la courbe. La forme est celle d'une courbe sinusoïdale.

Activité 2 : Recherche 2

La présente recherche est semblable à la première activité d'apprentissage. Cependant, on mesure le segment horizontal au lieu du segment vertical.

Matériel

- ordinateur
 - logiciel de géométrie
 - logiciel d'analyse de données ou tableur
1. Construis un cercle qui a pour centre le point A et dont le rayon est de 5 cm. L'extrémité du rayon est le point B.
 2. Construis une droite horizontale PQ qui passe par le centre du cercle.
 3. Construis un segment de droite reliant le point B et la droite PQ au point C, tel qu'il est illustré.



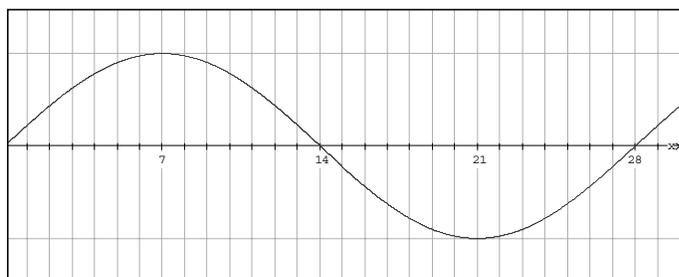
4. Prépare la mesure de l'angle BCA, de l'angle BAC, et du segment AC.
 5. Déplace le point B de sorte que l'angle BAC soit approximativement de 30° .
 6. Règle le point C de sorte que BC soit perpendiculaire à AC.
 7. Enregistre la mesure de l'angle BAC et du segment AC. Déplace le point B de sorte que l'angle BAC soit approximativement de 40° , et règle le point C de façon à rendre BC perpendiculaire à AC.
 8. Enregistre les deux mesures comme auparavant.
 9. Reprends la procédure, en déplaçant B et en réglant C, de façon à obtenir au moins 20 paires de données à partir de positions uniformément réparties autour du cercle. **Nota** : Lorsque le point C est à la gauche du point A, la mesure du segment AC est enregistrée en tant que donnée négative.
- Utilise un outil graphique pour faire un diagramme de dispersion des données (*angle, longueur de segment*).
 - Fais une esquisse du diagramme de dispersion sur une feuille de papier et dessine la forme approximative de la courbe. La forme est celle d'une courbe sinusoidale.

Activité 3 : Biorythmes

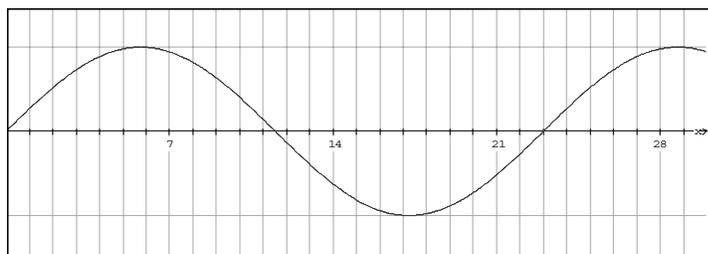
Les cycles et les rythmes constituent un élément naturel du monde dans lequel nous vivons. Les biocycles sont ce que l'on appelle les rythmes circadiens (période de 24 heures) et certaines personnes utilisent les biorythmes pour avoir une indication de leurs capacités à un moment donné.

Quatre cycles différents sont utilisés dans la représentation des biorythmes sous forme de diagramme. Il s'agit des cycles physiques, affectifs, intellectuels et intuitifs. Chacun comporte un certain intervalle pendant lequel le niveau connexe de bien-être fluctue en fonction d'une courbe sinusoïdale. Tous ces cycles débutent à la naissance (jour zéro) et commencent à augmenter dans une phase active avant de redescendre et de passer par le point zéro à la phase passive.

La représentation graphique qui suit illustre le *cycle affectif*, qui comporte une période de 28 jours.



La représentation graphique qui suit illustre le *cycle physique*, qui comporte une période de 23 jours.



Le tableau qui suit illustre la période et les attributs de chaque cycle.

Cycle	Période (jours)	Attributs
Physique	23	Force, résistance
Affectif	28	Humeurs, stabilité mentale, sensibilité
Intellectuel	33	Capacité d'apprendre les mathématiques appliquées, logique, mémoire
Intuitif	38	Instincts, perception

Exercice

Sur une feuille de papier, fais l'esquisse d'une représentation graphique illustrant les quatre cycles représentant les 38 premiers jours de la vie d'une personne.

Activité 3 : Biorythmes (suite)

Problèmes liés au biorythme

1. Fais une esquisse illustrant les quatre cycles du biorythme pendant les 100 premiers jours de la vie d'une personne. Mets les quatre cycles sur le même ensemble d'axes.
2. Tous les cycles débutent à zéro le jour de la naissance. Combien de jours sont nécessaires avant que les quatre cycles soient de nouveau à la position zéro en même temps? Quelle est le nombre équivalent d'années?
3. Le cycle intuitif a récemment été ajouté au diagramme des biorythmes. Si tu ne tiens compte que des trois autres, combien de jours sont nécessaires avant qu'ils soient de nouveau au point zéro en même temps? Combien d'années est-ce que cela représente?
4. Il est possible que les quatre cycles soient à leur point maximum en même temps. Combien de jours faudra-t-il? Quel âge auras-tu lorsque cela se produira?
5. Il est également possible que les quatre cycles soient à leur point minimum en même temps. Combien de jours faudra-t-il? Quel âge auras-tu lorsque cela se produira?

Activité 4 : Recherche : Accord fin

Contexte

Lorsqu'on donne un coup sur un diapason, celui-ci vibre et produit des variations de la pression dans l'air qui l'entoure. Lorsque la branche de droite se déplace vers la droite, elle produit une région dans laquelle les molécules d'air sont poussées ensemble. Lorsqu'elle se déplace vers la gauche, une région de pression réduite se produit. Les régions où la pression est supérieure à la normale sont ce que l'on appelle des compressions, et lorsque la pression est inférieure à la normale, ce sont des décompressions. Ces vibrations se déplacent vers l'extérieur, comme les rides sur un étang. C'est ce que l'on appelle des ondes sonores. Lorsqu'elles parviennent à la membrane du tympan, elles la font vibrer par de petits mouvements vers l'intérieur et l'extérieur. Ces vibrations sont ensuite interprétées par les extrémités des nerfs comme étant du son.

La plupart des sons que tu entends tous les jours sont une combinaison d'un grand nombre d'ondes sonores différentes. Par ailleurs, un diapason produit une seule tonalité que l'on peut décrire mathématiquement à l'aide soit d'une fonction sinusoidale, soit d'une fonction cosinusoidale.

Lorsque les ondes sonores provenant d'un diapason atteignent un microphone, elles se traduisent en impulsions électriques. Ce signal peut être transmis à une calculatrice graphique et être affiché sur son écran.



Dans le cas de la présente activité d'apprentissage, tu recueilleras des données provenant d'un diapason à l'aide d'un appareil pour LAC et d'un microphone. À l'aide de ta calculatrice TI-83, tu analyseras les données et formuleras une équation mathématique pour modéliser les données.

Matériel

- un appareil LAC
- une calculatrice TI-83 munie d'un câble de liaison
- programme « TUNED » pour calculatrice TI-83
- un microphone pour LAC
- un diapason : un do central d'environ 256 Hz

Consignes

Dans le cadre de la présente activité d'apprentissage, on utilisera le LAC et un microphone pour recueillir les données provenant d'un diapason. Ces données seront analysées à l'aide d'une calculatrice TI-83.

1. Sur la calculatrice TI-83, efface les listes L1, L2 et les équations dans le registre de fonction Y =.
2. Relie le LAC à la calculatrice TI-83 à l'aide du câble souple en te servant des ports d'entrée et de sortie au bas de chaque appareil. Assure-toi que les fiches sont solidement en place.
3. Relie le microphone au canal 1 (CH1) dans la partie supérieure du LAC.
4. Allume le LAC et la calculatrice TI-83.

Démarrage du programme TUNED

1. Sur la calculatrice TI-83, appuie sur [PRGM]
2. Sélectionne [TUNED]
« prgm TUNED » s'affiche à l'écran.
3. Appuie sur [ENTER] (entrée)
4. Attends 10 secondes pour que le programme se charge, puis appuie ensuite sur [ENTER]
5. Sélectionne [1:COLLECT DATA]
6. Sélectionne [1:YES] pour lire les directives
7. Suis les consignes affichées à l'écran pour terminer l'activité.

Activité 4 : Recherche : Accord fin (suite)

Nota : Lorsque tu recueilles des données, donne un coup sur le diapason loin du microphone, puis amène le centre de la branche du diapason qui vibre près du microphone.

Données

Les données devraient ressembler à une courbe sinusoïdale centrée sur l'axe des x .

- Si tu n'es pas satisfait de tes résultats, appuie sur [CLEAR] [ENTER] pour recommencer et obtenir de nouveaux résultats.
- Si tu es satisfait de tes données, utilise le menu LINK pour sélectionner SELECT les listes L1 et L2 et les transmettre TRANSMIT aux autres membres de ton groupe.
- Fais une esquisse de la représentation graphique du son en fonction du temps sur une feuille de papier.

Analyse

Nota : Sur la calculatrice TI-83, change le mode pour radians.

Sur ta calculatrice graphique TI-83, appuie sur [Y=] et déplace le curseur jusqu'au premier registre de fonction inutilisé.

Entre l'équation $Y = A \sin (B(X - C))$, où X représente la variable.

Mets fin à l'équation en déplaçant le curseur sur le signe d'égalité et en appuyant sur [ENTER].

Maintenant, nous allons trouver les valeurs pour A, B et C qui produiront un modèle mathématique correspondant aux données.

Amplitude

La variable A représente l'amplitude de la courbe sinusoïdale pour cet ensemble de données. Étant donné que la courbe est centrée sur l'axe des x , l'amplitude est la valeur maximale de la représentation graphique.

Pour trouver cette valeur, appuie sur [TRACE]. Utilise les touches de flèche pour déplacer le curseur sur une des valeurs maximales apparentes de la courbe. Lorsque tu as sélectionné le point, déplace le curseur dans un mouvement de va-et-vient tout en observant la valeur en y afin de t'assurer qu'il s'agit d'un maximum relatif.

Mets en mémoire la valeur en y de ce point en appuyant sur [ALPHA] [Y] [STO] [ALPHA] [A] [ENTER].

Donne la valeur de l'amplitude A ci-dessous.

A = _____

Période

Pour n'importe quelle onde, le plus court intervalle pendant lequel le mouvement se répète est ce que l'on appelle la **période**. Il s'agit du temps nécessaire pour effectuer un cycle complet de la courbe. Nous pouvons trouver la période en déterminant le temps qui s'écoule entre deux points maximums (ou minimums) consécutifs.

Pour trouver cette valeur, appuie sur [TRACE]. Utilise les touches de flèche pour amener le curseur sur le premier point maximum.

Appuie sur [X] [ENTER] pour afficher la valeur en x de ce point à l'écran.

Appuie sur [TRACE], puis utilise le curseur pour parvenir au point maximum suivant de la courbe.

Appuie sur [X] [-] [2nd] [ANS] [ENTER].

Cette différence des valeurs de temps représente la période. Entre la valeur ci-dessous.

Période = _____

Activité 4 : Recherche : Accord fin (suite)

Dans le présent modèle, la variable B représente le nombre de cycles que les données exécutent au cours de la période naturelle de la fonction. La période de la fonction sinusoïdale est de 6,28. Par conséquent, $B = 6,28/\text{période}$.

Calcule la valeur en appuyant sur $[X^{-1}] \times 6,28$.

Une fois que tu as calculé la valeur, tu peux la mettre en mémoire en tant que B en appuyant sur $[STO] [ALPHA] [B] [ENTER]$.

Enregistre la valeur de B ci-dessous.

B = _____

Déplacement horizontal

La valeur de C représente le déplacement horizontal des données.

Lorsqu'il n'y a aucun déplacement ($C = 0$), la représentation graphique du sinus commence à la valeur de zéro au moment zéro, puis augmente en valeur.

Pour trouver le déplacement dans tes données, appuie sur $[TRACE]$, puis utilise les touches de flèche pour déplacer le curseur sur un point de la courbe où la valeur est zéro puis augmente.

Mets en mémoire cette valeur en x comme étant C en appuyant sur $[X] [STO] [ALPHA] [C] [ENTER]$.

Enregistre la valeur de C ci-dessous.

C = _____

Représentation graphique de la fonction

Appuie sur $[Y=]$ pour obtenir le registre de fonction. Ramène le curseur sur le signe d'égalité.

Appuie sur $[ENTER]$ pour activer l'équation.

Appuie sur $[GRAPH]$ pour voir les données et ton modèle en même temps. Si ton modèle correspond aux données, enregistre ton équation ci-dessous.

S'il n'y correspond pas, apporte des réglages à A, B ou C jusqu'à ce que l'équation corresponde aux données.

Enregistre le résultat ci-dessous.

Y = _____

Régression sinusoïdale

Utilise la régression sinusoïdale sur la calculatrice pour trouver l'équation la mieux ajustée.

Ensuite, vérifie si le résultat obtenu à l'aide de la méthode « manuelle » était différent de celui obtenu à l'aide de la méthode « automatisée » en comparant les deux équations.

Activité 5 : Mesurer un ECG

Matériel

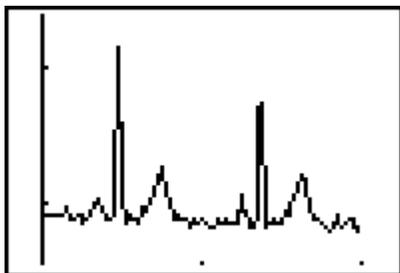
- un appareil LAC
- une calculatrice TI-83 munie d'un câble souple (link cable)
- le programme CHEMBIO pour la calculatrice TI-83
- un module Vernier ECG avec adaptateur DIN-CBL
- trois bandes de détection ECG

Consignes

Dans le cadre de la présente activité d'apprentissage, on utilisera le LAC et un détecteur ECG pour recueillir des données d'un coeur humain. Les données seront analysées à l'aide d'une calculatrice TI-83.

1. Sur la calculatrice TI-83, efface les listes L1, L2 et les équations dans le registre de fonction « Y= ».
2. Relie la calculatrice TI-83 à l'appareil LAC à l'aide du câble souple.
3. Fixe le détecteur ECG au CH1 de l'appareil LAC à l'aide de l'adaptateur DIN.
4. Place une électrode (coussinet de détection) au poignet droit de la personne en veillant à ce que l'onglet au bord de la bande pointe vers le bas. Ainsi, les fils du détecteur peuvent pendre librement sans s'entremêler dans la bande de l'électrode.
5. Fixe une deuxième électrode à l'intérieur du coude droit de la personne.
6. Fixe une troisième électrode à l'intérieur du coude gauche de la personne.
7. Fixe la pince crocodile rouge (+) à la bande de l'électrode du coude gauche.
8. Fixe la pince crocodile verte (-) à la bande de l'électrode du coude droit.
9. Fixe la pince crocodile noire (référence) à la bande de l'électrode du poignet droit.
10. Sur la calculatrice TI-83, sélectionne [PRGM] et [CHEMBIO].
11. À partir du menu principal, sélectionne [1:SET UP PROBES] et entre [3] en tant que nombre d'électrodes.
12. Pour sélectionner le type d'électrode, entre [7], [7] pour aller aux autres listes d'électrodes et entre [5:EKG].
13. Suis les consignes qui s'affichent à l'écran de la calculatrice TI-83 pour obtenir les données.

Voici un exemple de représentation graphique d'un ECG :

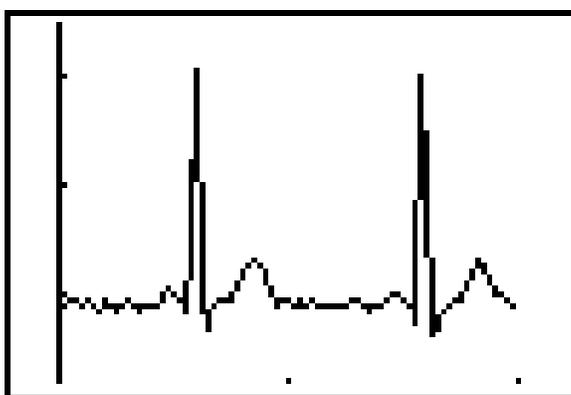


L'axe horizontal est en secondes et l'axe vertical en volts.

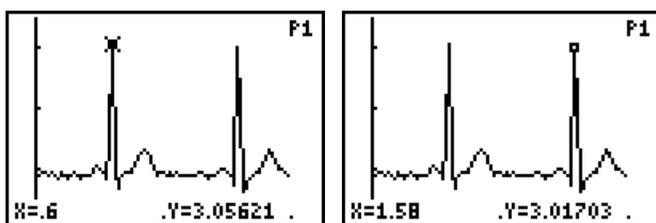
Activité 5 : Mesurer un ECG (suite)

Voici un exemple des données et la représentation graphique d'un autre ECG.

L1	L2	L3	1
R02	.93477	-----	
.04	.95717		
.06	.97956		
.08	.97956		
.1	.92918		
.12	.95717		
.14	.91798		
L1(1) = .02			



La fonction TRACE de la calculatrice TI-83 sert à donner les coordonnées de deux points successifs R. Le moment du premier point R est 0,6 s., et celui du deuxième point est 1,58 s. Cela signifie que le temps qui s'écoule entre les deux points - le temps d'un battement de cœur - est de 0,98 s. Le nombre de battements à la minute est de $60/0,98$ ou d'environ 61 battements à la minute.



Domaines d'étude :

1. Déterminer le temps pour différentes portions de la régularité ECG.
2. Examiner l'ECG d'une personne au repos.
3. Examiner l'ECG d'une personne après un léger exercice et comparer à l'ECG précédent.
4. Projet : étudier différents types d'anomalies dans les ECG.

Activité 6 : Températures mensuelles

Obtiens les températures moyennes mensuelles pour Winnipeg ou pour une autre communauté au Manitoba et fais un diagramme de dispersion des données. Formule une équation qui modélise les données. Représente graphiquement l'équation au même écran que le diagramme de dispersion. Si l'équation ne correspond pas aux données, apporte des ajustements aux variables jusqu'à ce que l'équation corresponde aux données.

Exercice 1 : Utiliser un outil graphique

1. Utilise un outil graphique pour faire l'esquisse de chacune des courbes suivantes :

- a) $y = \sin x$
- b) $y = \sin x + 2$
- c) $y = \sin(x - 1,57)$
- d) $y = 2 \sin x$
- e) $y = \sin 2x$

2. Complète le tableau suivant.

Fonction	Valeur maximum	Valeur minimum	Période	Amplitude	Ordonnées à l'origine	Déphasage
$y = \sin x$						
$y = \sin x + 2$						
$y = \sin (x - 1,57)$						
$y = 2 \sin x$						
$y = \sin 2x$						

3. Esquisse et analyse chacune des représentations graphiques suivantes :

- a) $y = \sin 2x + 3$
- b) $y = \sin (0,5x - 3,14) + 1$
- c) $y = \sin (0,25x)$

Exercice 2 : Température mensuelle moyenne

La température mensuelle moyenne à Toronto est donnée dans le tableau ci-dessous.

1. Utilise un outil graphique pour illustrer les données sous forme graphique sur une période de deux ans.
2. Quelle est la période de la représentation graphique?
3. Quel est le déplacement horizontal de la représentation graphique?
4. Quel est le déplacement vertical de la représentation graphique?
5. Formule une équation qui modéliserait ces données.
6. Représente graphiquement l'équation au même écran que le diagramme de dispersion. Si elle ne correspond pas aux données, apporte les ajustements à tes variables jusqu'à ce que l'équation corresponde aux données.

Température mensuelle moyenne à Toronto

Mois	janv.	fév.	mars	avril	mai	juin	juil.	août	sept.	oct.	nov.	déc.
Temp. °C	-6	-5	0	6	12	17	21	20	15	8	3	-2

Buenos Aires est une ville située dans l'hémisphère sud, en Amérique du Sud. Selon toi, en quoi est-ce qu'une représentation graphique de la température mensuelle moyenne pour Buenos Aires serait différente de celle de Toronto?

La température mensuelle moyenne pour Buenos Aires est donnée dans le tableau ci-dessous.

1. Utilise un outil graphique pour illustrer les données sous forme graphique sur une période de deux ans.
2. Quelle est la période de la représentation graphique?
3. Quel est le déplacement horizontal de la représentation graphique?
4. Quel est le déplacement vertical de la représentation graphique?
5. Formule une équation qui modéliserait ces données.
6. Représente graphiquement l'équation au même écran que le diagramme de dispersion. Si elle ne correspond pas aux données, apporte les ajustements à tes variables jusqu'à ce que l'équation corresponde aux données.

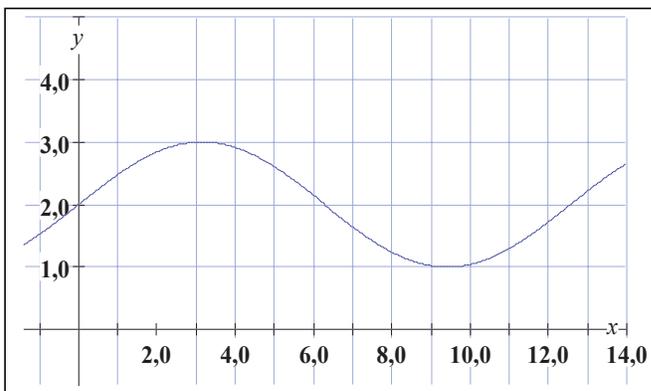
Température mensuelle moyenne à Buenos Aires

Mois	janv.	fév.	mars	avril	mai	juin	juil.	août	sept.	oct.	nov.	déc.
Temp. °C	23	22	20	16	13	10	10	11	13	16	18	22

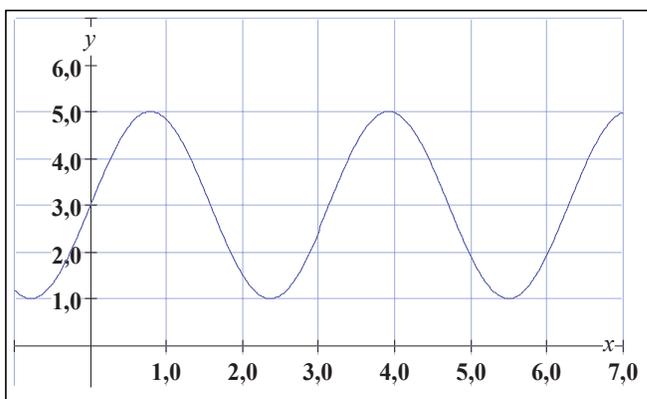
Les données météorologiques obtenues proviennent de l'adresse :
www.weatherpost.com/historical/historical.htm

Exercice 3 : Représenter graphiquement des équations algébriques

1. Formule une équation pour la représentation graphique suivante :



2. Formule une équation pour la représentation graphique suivante :

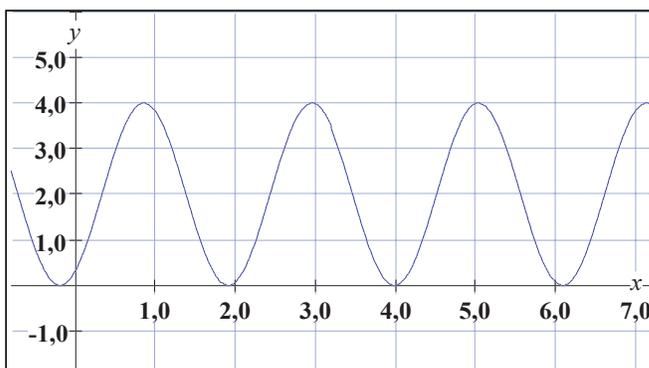
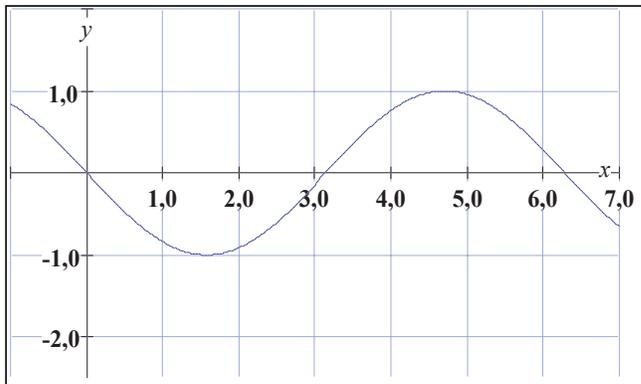


3. Fais l'esquisse d'une représentation graphique de l'équation $y = 2\sin(3x) + 2$.

4. Fais l'esquisse d'une représentation graphique de l'équation $y = 2\sin(2x - 3,14) + 1$

Exercice 3 : Représenter graphiquement des équations algébriques (suite)

5. Formule des équations pour les représentations graphiques suivantes :



6. Représente graphiquement les équations suivantes :

a) $y = -0,5 \sin(x - 1) + 2$

b) $y = 2 \sin(2x + 1) - 1$