Unité E
Variation et analyse statistique
Corrigé

Activité d'apprentissage 1 : activité sur Internet (E-1) - Corrigé

1. a) i) Changement du pourcentage des populations des municipalités du Canada entre 1991 et 1996. Le pays dans l'ensemble, les provinces et les territoires et les municipalités.

   ii) Caractéristiques sociales et économiques des groupements en (i), y compris les âges, le sexe, l'état civil de la population, la connaissance des deux langues officielles, les origines ethniques, les activités de la main-d'œuvre.

   iii) Profil des activités agricoles au Canada, y compris les fermes, les récoltes, le bétail, la gestion des terres et les frais d'exploitation.

   b) i) Erreurs de couverture
   Autres erreurs non dues à l'échantillonnage
   Erreurs d'échantillonnage
   Échantillonnage et pondération
   Confidentialité et échantillonage aléatoire

   ii) Erreurs de codage
   Erreurs de saisie des données
   Données supprimées par le programme (suppression d'une cellule)

2. a) Halifax (N.-É.) — 332 518

   b) 1991 — 7e rang; 1996 — 8e rang

   c) Vancouver (C.-B.) — 14,3 %

   d) Chicoutimi-Jonquières (Qc) — 0,3 %

   e) Tranche de 50 % du milieu — 7e au 19e rang

   1991 — 7e rang, Winnipeg (Man.) — 660 450; 19e rang — St. John's (T.-N.) — 171 848

   Étendue en 1991 de 171 848 à 660 450

   1996 — 7e rang, Québec (Qc) — 671 889; 19e rang — St. John's (T.-N.) — 174 051

   Étendue en 1996 de 174 051 à 671 889

3. a)

Ville	**1991**	**1996**	**Décroissance réelle**
Flin Flon	7 119	6 572	547
Portage-la-Prairie	7 156	6 627	529
Thompson	14 977	14 385	592
Le Pas	6 166	5 945	221

   La ville de Thompson affiche la décroissance réelle la plus élevée.

   b) Les réponses peuvent varier.

Exercice 1 : écart type (E-1) - Corrigé

1.
   a) A : $\bar{x} = 55$ B : $\bar{x} = 55$ C : $\bar{x} = 55$
   b) A : $\sigma = 8{,}54$ B : $\sigma = 25{,}12$ C : $\sigma = 40{,}48$
   c) A : 46,46; 63,54 B : 29,88; 80,12 C : 14,52; 95,48
   d) A : 55,56 % B : 55,56 % C : 66,67 %

2.
   a) Longueur : $\bar{x} = 25{,}44$ mm $\sigma = 5{,}62$ mm
   Largeur : $\bar{x} = 13{,}31$ mm $\sigma = 1{,}51$ mm
   Col : $\bar{x} = 8{,}65$ mm $\sigma = 1{,}50$ mm

   b) Longueur : 71,15% entre 19,82 et 31,06 mm
   Largeur : 71,15% entre 11,80 et 14,82 mm
   Col : 69,23% entre 7,15 et 10,15 mm

3. $\bar{x} = 172{,}33$, $\sigma = 6{,}83$

4. $\bar{x} = 7{,}4$, $\sigma = 1{,}58$

Exercice 2 : écarts réduits (E-2) - Corrigé

1. Anglais : 72 – 60 = 12 % au-dessus de la moyenne

$$\text{écart type} = \frac{12}{16} = 0{,}75$$

Mathématiques : 68 – 58 = 10 % au-dessus de la moyenne

$$\text{écart type} = \frac{10}{10} = 1$$

Comparativement à ses camarades de classes, elle a mieux réussi en mathématiques.

Remarque : Dans cette question, les scores ont été convertis en unités standards, ou en écarts réduits.

2. Chimie : 66 + 2,5(7) = 83,5

Anglais : 62 + 2,5(12) = 92

Mathématiques : 68 + 2,5(8) = 88

Physique : 73 + 2,5(4) = 83

3. Joanne : $z = \frac{(82-75)}{8} = \frac{7}{8} = 0{,}875$

Rachel : $z = \frac{(78-70)}{5} = \frac{8}{5} = 1{,}6$

L'écart réduit de Rachel est plus élevé. L'écart type de Rachel est supérieur à la moyenne de 1,6, et l'écart type de Joanne est supérieur de 0,087 5 à la moyenne. Le score de Rachel est meilleur.

4.

	Français Écarts réduits	Mathématiques Écarts types
Cas 1	$\frac{-10}{5} = -2{,}0$	$\frac{7}{7} = 1{,}0$
Cas 1	$\frac{10}{10} = 1{,}0$	$\frac{7}{3{,}5} = 2{,}0$
Cas 1	$\frac{10}{5} = 2{,}0$	$\frac{0}{3{,}5} = 0{,}0$

Dans le cas 1, Alicia a obtenu une bien meilleure note en mathématiques qu'en français. En français, sa note était de 2 écarts types inférieure à la moyenne de la classe, et en mathématiques, sa note était de 1 écart type inférieure à la moyenne de la classe.

Dans le cas 2, Alicia a obtenu de meilleures notes puisque que sa note en mathématiques était de 2 écarts types supérieure à la moyenne de la classe que sa note en français était de 1 écart type supérieure à la moyenne de la classe.

Dans le cas 3, Alicia a obtenu une meilleure note en français puisque sa note était de 2 écarts types supérieure à la moyenne de la classe, et en mathématiques, sa note était égale à la moyenne de la classe.

5. Département de l'informatique : écart réduit = $\frac{(90-78)}{8} = \frac{12}{8} = 1{,}5$

Examen de la Commission scolaire : note requise = 73 + 1,5(10) = 88 %

6. Chacune des trois distributions est apparemment normale parce que dans chaque cas, le pourcentage de données dans l'intervalle $\bar{x} \pm \sigma$ est d'environ 68 %, d'environ 95 % dans l'intervalle $\bar{x} \pm 2\sigma$, et d'environ 99 % dans l'intervalle $\bar{x} \pm 3\sigma$.

Exercice 3 : distribution normale et écarts réduits (E-2) - Corrigé

1. a) 50 % b) 84,13 % c) 99,38 %
   d) 99,87 % e) 99,98 % f) 50 %
   g) 0,62 % h) 97,72 %
2. a) 68,26 % b) 95,00 % c) 95,44 %
   d) 90,00 % e) 13,59 % f) 30,5 %
   g) 57,64 %
3. a) $z = 0,44$ b) $z = 1,645$
   c) $z = 1,96$ d) $z = 2,51$
4. a) $z = \pm 1,645$ b) $z = \pm 0,675$
   c) $z = \pm 1,15$ d) $z = \pm 1,96$
5. a) $p = 0,05$ b) $p = 0,012\,4$
   c) $p = 0,317\,4$ d) $p = 0,499\,8$
6. $P(x > 8 \text{ h}) = 0,394$ — pourcentage requis = 39,4 %
7. $P(x > 300 \text{ jours}) = 0,016\,6$ - Plus de 1 grossesse sur 100 dure plus de 300 jours. Donc cela peut être exclu.
8. $P(190 < x < 225 \text{ lb}) = 0,243$ — 97 hommes
9. $P(6 < x < 7) = 0,131\,4$ — Environ 79 auraient une note entre 6,0 et 7,0.
10. $P(100 < x < 200) = 0,677\,2$
11. $P(117,8 < x < 120,56 \text{ cm}) = 0,191\,5$
12. $P(x > 100 \text{ pulsations/minute}) = 0,011\,9$ — Environ 1,2 % de la population masculine ne pourrait pas faire son service militaire.

Exercice 4 : distribution normale et approximation de la distribution normale (E-3) - Corrigé

1. $\mu = 4{,}3$, $\sigma = 2{,}9$ (1,4, 7,2) 400 scores
   60 % à l'intérieur d'un écart type de la moyenne.
   Cela n'indique pas une distribution normale.
   Nombre insuffisant de scores dans l'intervalle requis.
   Le graphique illustre une distribution de type rectangulaire.
2. $\mu = 8$, $\sigma = 1{,}6$ (6,4, 9,6) 79 scores
   66 % à l'intérieur d'un écart type de la moyenne.
   Ce pourcentage est près de celui d'une distribution normale. Probablement normale.
   Le graphique illustre à peu près une forme normale.

3. a) $\text{Écart type} = \dfrac{10}{\sqrt{40}} = 1{,}6$

   Intervalle 400 ± 2(1,6) ou (396,8, 403,2)

   b) $\text{Écart type} = \dfrac{10}{\sqrt{80}} = 1{,}1$

   Intervalle 400 ± 2(1,1) ou (397,8, 402,2)

4. a) $\text{Écart type} = \dfrac{8{,}2}{\sqrt{100}} = 0{,}82$

   Intervalle 87,6 ± 2(0,82) ou (86,0, 89,2)

   b) Quantité bien inférieure à la quantité prévue, peut-être à cause de la mauvaise visibilité, de la glace sur les routes ou d'une circulation très dense.

5. a) $\text{Écart type} = \dfrac{120}{\sqrt{150}} \approx 9{,}8$

   Intervalle 950 ± 2(9,8) ou (930, 970) heures

   b) Intervalle 950 ± 3(9,8) ou (901, 979) heures

6. a) $\bar{x} = 8{,}56$; s = 1,21

   b) $\text{Écart type} = \dfrac{1{,}21}{\sqrt{20}} \approx 0{,}27$

   Nous pouvons être certains à 95 % que la consommation d'essence moyenne pour ce modèle d'automobile serait de 8,56 ± 2 (0,27) litres par km ou (8,02, 9,10).

Exercice 4 : distribution normale et approximation de la distribution normale (E-3) - Corrigé (suite)

7. a) $\overline{x} = 8{,}0$; $s = 4{,}6$

   b) Écart type $= \dfrac{4{,}6}{\sqrt{20}} \approx 1{,}0$

   L'attente moyenne devrait être de 8,0 ± 2(1,0) minutes, 95 % du temps (6,0, 8,0).

8. a) $\mu = 25$ heures; $\sigma = 2{,}5$ heures

   Écart type $= \dfrac{2{,}5}{\sqrt{50}} \approx 0{,}35$ heures

   La durée de vie moyenne pour des échantillons de 50 piles devrait se situer dans l'intervalle 25 ± 3(0,35) ou (23,9, 26,1) 99 % du temps.

   b) Une durée de 27 heures se situe à l'extérieur de l'intervalle de confiance de 99 % pour des échantillons de cette grandeur. Le fabricant sous-estime peut-être la durée de vie des piles.

9. Écart type $= \dfrac{2{,}8}{\sqrt{772}} \approx 0{,}1$

   Nous pouvons être certains à 99 % que les grandeurs moyennes des hommes âgés de 18 à 24 ans se situent dans l'intervalle 69,7 ± 3(0,1) ou (69,4, 70,0) pouces.

Exercice 5 : distribution normale et approximation de la distribution normale (E-3) - Corrigé

1. $p = 0,32$ Écart type $= \sqrt{\dfrac{(0,32)(0,68)}{24}} \approx 0,095$

   La proportion d'élèves gauchers dans l'échantillon devrait être de 0,32 ± 2(0,095), 95 % du temps ou (0,13, 0,51).

   De 3 à 12 élèves devraient donc être gauchers.

2. $p = 0,75$ Écart type $= \sqrt{\dfrac{(0,75)(0,25)}{20}} \approx 0,10$

   La proportion de tulipes devrait se situer dans l'intervalle 0,75 ± 2(0,10), 95 % du temps ou (0,55, 0,95).

   Pour 20 bulbes, l'intervalle est de (11, 19).

3. $p = 0,2$ Écart type $= \sqrt{\dfrac{(0,2)(0,8)}{140}} \approx 0,033$

   L'intervalle de 95 % pour la proportion de fuites dans les échantillons de 140 est de 0,2 ± 2(0,033) ou de (0,134, 0,266).

   Pour 140 automobiles (19, 37).

   Il est peu probable que 40 automobiles aient une fuite, mais si on prend l'intervalle de 90 %, le nombre 40 se situe dans cet intervalle.

4. $p = 0,75$ Écart type $= \sqrt{\dfrac{(0,75)(0,25)}{120}} \approx 0,04$

   La proportion devrait se situer dans l'intervalle 0,75 ± 2(0,04), 95 % du temps ou (0,67, 0,83).

   Le nombre devrait donc se situer dans l'intervalle (80, 100).

5. Proportion de l'échantillon = $\dfrac{55}{200} = 0,275$ Écart type $= \sqrt{\dfrac{(0,275)(0,725)}{200}} \approx 0,032$

   L'intervalle de confiance de 95 % pour la proportion de la population ne pouvant pas faire son service militaire est de 0,275 ± 2(0,032), de (0,211, 0,339) ou entre 21 % et 34 %.

6. Proportion de l'échantillon = $\dfrac{26}{110} = 0,24$ Écart type $= \sqrt{\dfrac{(0,24)(0,76)}{110}} = 0,04$

   L'intervalle de confiance de 95 % pour la proportion de la population souffrant de grippe est de 0,24 ± 2(0,04) ou (0,16, 0,32).

7. Proportion de l'échantillon = 0,72 Écart type $= \sqrt{\dfrac{(0,72)(0,28)}{100}} \approx 0,02$

   L'intervalle de confiance de 95 % est de 0,72 ± 2(0,02) ou (0,68, 0,76).

Exercice 6 : sondages d'opinion (E-3) - Corrigé

1. Proportion de l'échantillon = $p = \dfrac{208}{400} = 0{,}52$

   $$\text{Écart type} = \sqrt{\frac{(0{,}52)(0{,}48)}{400}} \approx 0{,}05$$

   L'intervalle de confiance de 95 % pour la proportion de la population ayant l'intention de voter pour le candidat A au moment du sondage est calculé par 0,52 ± 2 x 0,05, (0,42, 0,62) ou (42 %, 62 %).

   Exemple de communiqué de presse : 52 % de la population préfèrent le candidat A, selon une marge d'erreur de 10 points de pourcentage, 19 fois sur 20.

2. Proportion de l'échantillon = $p = \dfrac{80}{400} = 0{,}2$

   $$\text{Écart type} = \sqrt{\frac{(0{,}2)(0{,}8)}{400}} \approx 0{,}02$$

   L'intervalle de confiance de 95 % pour la proportion de la population qui voterait « Oui » au moment du sondage est calculé par 0,2 ± 2 x 0,02, (0,16, 0,24) ou (16 %, 24 %).

3. Proportion de l'échantillon = $p = \dfrac{70}{100} = 0{,}7$

   $$\text{Écart type} = \sqrt{\frac{(0{,}7)(0{,}3)}{100}} = 0{,}046$$

   L'intervalle de confiance de 95 % pour la proportion de la population en faveur de ce congé férié est calculé par 0,7 ± 2 x 0,046 ou est d'environ 61 % à 79 %.

   Exemple de rapport de publicité : 70 % de la population est en faveur d'un congé férié le 21 mars, dans une marge d'erreur de 9 points de pourcentage, 19 fois sur 20.

4. Proportion de l'échantillon = : $p = \dfrac{650}{1000} = 0{,}65$

   $$\text{Écart type} = \sqrt{\frac{(0{,}65)(0{,}35)}{1000}} = 0{,}015$$

   L'intervalle de confiance de 95 % pour la proportion de la population préférant la marque X est de 0,65 ± 2 x 0,015 ou (62 %, 68 %).
   Exemple de rapport de publicité : 65 % de la population préfèrent la marque X, dans une marge d'erreur de 3 points de pourcentage, 19 fois sur 20.

Exercice 6 : sondages d'opinion (E-3) - Corrigé (suite)

5. Le rapport indique un pourcentage de 25 %, à 4 % près. La marge d'erreur de 4 % correspond à 2(écart type). Écart type = 0,02 si le nombre de personnes questionnées correspond à n.

$$\sqrt{\frac{(0{,}25)(0{,}75)}{n}} = 0{,}02$$

$$\frac{(0{,}25)(0{,}75)}{n} = 0{,}000\ 4$$

$$n = \frac{(0{,}25)(0{,}75)}{0{,}0004} = 468{,}75$$

L'échantillon compte environ 470 personnes.

Si les résultats avaient été exacts à 2 % près, écart type = 0,01.

$$\sqrt{\frac{(0{,}25)(0{,}75)}{n}} = 0{,}01$$

$$\frac{(0{,}25)(0{,}75)}{n} = 0{,}000\ 1$$

$$n = \frac{(0{,}25)(0{,}75)}{0{,}000\ 1} = 1\ 875$$

L'échantillon devrait compter environ 1 875 personnes. Les coûts relatifs au sondage seraient beaucoup plus élevés.