

Exercice 4 : multiplication matricielle (suite)

4. L'équipe de football de l'école a disputé trois parties cette saison. La matrice N illustre le nombre de touchés, de transformations, de placements et de simples marqués dans chaque partie. La matrice P illustre la valeur des points.

$$P = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$N = \begin{matrix} & \text{Partie} & \text{To} & \text{Tr} & \text{P} & \text{S} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} & & \begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 4 & 1 \\ 3 & 3 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 & 2 \\ 4 & 4 & 3 & 4 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Point	Légende
Touchés	To
Transformation	Tr
Placements	P
Simple	S

- Utilise la multiplication matricielle pour déterminer le nombre total de points pour la partie 1.
 - Détermine la marque pour la partie 2.
 - Détermine la différence quant au nombre de points marqués dans les parties 1 et 2. Dans quelle partie le plus grand nombre de points a-t-il été marqué?
 - Utilise la multiplication scalaire pour déterminer le total des points marqués à la suite de touchés dans chacune des parties.
 - Utilise la multiplication matricielle pour déterminer le nombre total de points marqués dans chacune des cinq parties.
 - Si la matrice N comprend les données de toutes les parties d'une saison de onze parties, quelles seraient les dimensions de la matrice de produit résultante?
5. Matrices et codes : les matrices peuvent être utilisées pour transmettre et décoder des messages. Un nombre est attribué à chaque lettre de l'alphabet.

-13	-12	-11	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	espace	'

Une matrice de 3×3 et sa matrice inverse sont utilisées pour encoder et décoder des messages.

$$\text{Matrice d'encodage, } A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -2 \\ 0 & -2 & 5 \end{pmatrix} \quad \text{Matrice de décodage, } B = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 2 \\ 5 & 5 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Ci-dessous paraît un message brouillé qui est aussi écrit sous une forme matricielle :

-5, -16, 22, -5, 18, -57, 25, 2, 83, -11, -19, 1, 42, 15, -23, -71, 13, 57, 14, -26, 3, -51, 57, -25, 88, -71, 50, 15, -10, 13, -42, 37, -3, 62, -67, -25, -13, -1, 16, 0, -19, 1, 39, 45, -47, 20, 14, -18, -37, -5, -3, 39, -27, 55

Exercice 4 : Multiplication matricielle (suite)

$$C = \begin{pmatrix} -5 & -16 & 22 \\ -5 & 18 & -57 \\ 25 & 2 & 83 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} -11 & -19 & 1 \\ 42 & 15 & -23 \\ -71 & 13 & 57 \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} 14 & -26 & 3 \\ -51 & 57 & -25 \\ 88 & -71 & 50 \end{pmatrix}$$

$$F = \begin{pmatrix} 15 & -10 & 13 \\ -42 & 37 & -3 \\ 62 & -67 & -25 \end{pmatrix} \quad G = \begin{pmatrix} -13 & -1 & 16 \\ 0 & -19 & 1 \\ 39 & 45 & -47 \end{pmatrix} \quad H = \begin{pmatrix} 20 & 14 & -18 \\ -37 & -5 & -3 \\ 39 & -27 & 55 \end{pmatrix}$$

- a) Enregistre les matrices A à H dans ta calculatrice graphique.
 b) Multiplie la matrice de décodage par chaque matrice de message brouillé et inscris les données ci-dessous.

i) $[B][C] = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$ ii) $[B][D] = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$

iii) $[B][E] = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$ iv) $[B][F] = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$

v) $[B][G] = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$ vi) $[B][H] = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$

- c) Utilise le nombre en lettre correspondant et décode le message.
 d) Inscris le message suivant sous une forme brouillée :

LES MATRICES SONT AMUSANTES

Exercice 5 : Application de matrices

1. Les fromages et les viandes possèdent les unités de vitamines par kilogramme indiquées dans le tableau ci-dessous.

	Vitamine A	Vitamine B
Fromage	5	7
Viande	3	9

Un consommateur achète 5 kg de fromage et 6 kg de viande. Le prix du fromage est de 2,25 \$ le kg et celui de la viande est de 3,50 \$ le kg.

- Inscris le poids du fromage et de la viande achetés dans une matrice de 1×2 , et nomme cette matrice la matrice *A*.
 - Inscris les données du tableau ci-dessus dans une matrice et nomme celle-ci la matrice *B*.
 - Détermine, à l'aide d'opérations matricielles, le contenu total de vitamines dans le fromage et dans la viande. Inscris ces données dans une matrice et nomme cette matrice la matrice *C*.
 - Détermine le coût de l'achat total.
2. Un entreprise possède deux types de manufactures : des manufactures qui produisent des unités de cuisine et des manufactures qui produisent des unités de chambre à coucher. La production hebdomadaire moyenne d'unités de cuisine et d'unités de chambre à coucher pour chaque type de manufacture est illustrée dans le tableau ci-dessous.

	Manufacture A	Manufacture B
Cuisine	30	10
Chambre à coucher	40	15

L'entreprise possède trois manufactures de type A et huit manufactures de type B. Le prix de chaque unité de cuisine est de 1 500 \$ et le prix de chaque unité de chambre à coucher est de 2 200 \$. Utilise les opérations matricielles pour répondre aux questions suivantes.

- Quelle est la production hebdomadaire d'unités de cuisine et d'unités de chambre à coucher?
 - Quelle est la valeur marchande totale des biens achetés?
3. Un constructeur développe un site en construisant neuf maisons à deux étages et six bungalows. En moyenne, une maison à deux étages requiert 1 600 unités de matériau et 2 000 heures de main-d'œuvre, et un bungalow requiert 1 500 unités de matériau et 1 800 heures de main-d'œuvre. Le coût de la main-d'œuvre est de 12 \$/heure et le coût de chaque unité de matériau est de 20 \$. Utilise les opérations matricielles pour répondre aux questions suivantes.
- Calcule les unités totales de matériau et de temps requises pour réaliser ce site.
 - Détermine le coût de construction d'une maison à deux étages et d'un bungalow.
 - Quel est le coût total de développement du site?

Exercice 5 : Application de matrices (suite)

4. Les coûts totaux de fabrication de trois types de moteur automobile sont indiqués dans le tableau ci-dessous.

	Main-d'oeuvre (heures)	Matériel (unités)	Sous-traitance (heures)
Moteur A	55	97	66
Moteur B	82	120	96
Moteur C	110	195	133

Les coûts de la main-d'oeuvre sont de 12 \$ l'heure, ceux du matériel sont de 15 \$ l'unité et ceux de la sous-traitance sont de 9 \$ l'heure. Détermine le coût total de fabrication de 3 450, de 2 100 et de 975 moteurs de type A, B et C respectivement. Utilise les opérations matricielles pour faire les calculs ci-dessous :

- le total des heures de main-d'oeuvre, des unités de matériel et des unités de sous-traitance utilisées pour produire les moteurs;
 - le coût de production de chaque type de moteur;
 - le coût total de production de tous les moteurs.
5. Les gagnants d'une exposition scientifique sont déterminés par un système de pointage fondé sur cinq facteurs ayant chacun une importance relative différente. Ces facteurs et leur importance relative sont les suivants : recherche de base - importance relative de 3; procédure expérimentale - importance relative de 5; document de recherche - importance relative de 6; présentation du projet - importance relative de 8; créativité - importance relative de 4. Chaque projet est jugé en accordant une marque de 0 à 10 à chaque facteur, 10 étant la marque la plus élevée. On détermine le pointage total attribué à un projet en additionnant les produits des importances relatives et des marques attribuées à chaque facteur.

	Pierre	Jade	Bruno	Karine	Marie	Christine	Thérèse
Recherche de base	9	8	10	7	8	9	10
Procédure expérimentale	10	9	9	10	10	9	10
Document de recherche	7	9	8	9	7	8	8
Présentation de recherche	9	10	9	8	10	8	9
Créativité	8	7	8	10	6	8	7

- Tu dois créer une matrice de 1×5 illustrant l'importance relative de chaque facteur et nommer cette matrice la matrice A .
- Tu dois créer une matrice de 5×7 illustrant le nombre de points obtenus par chaque participant à l'exposition et nommer cette matrice la matrice B .
- Qu'indique le produit de la matrice AB ?
- Calcule AB et inscris le résultat. Fais le sommaire des résultats de l'exposition scientifique.

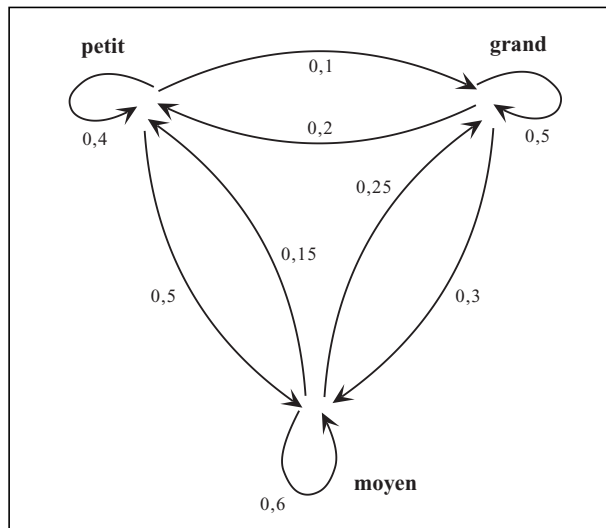
Exercice 6 : Matrices de transition

1. La compagnie Crouch Crouch vend des céréales en boîtes de 0,8 litre et de 1,2 litres. Les études de marché démontrent que 8 % des consommateurs de la boîte de 0,8 litre achèteront une boîte de 1,2 litres la prochaine fois et que 3 % des consommateurs de la boîte de 1,2 litres achèteront une boîte de 0,8 litre la prochaine fois. Les proportions d'origine étaient de 70 % pour la boîte de 0,8 litre et de 30 % pour la boîte de 1,2 litres.
 - a) Tu dois créer un diagramme illustrant les changements relatifs aux comportements de consommation pour la boîte de 0,8 litre et la boîte de 1,2 litres.
 - b) Tu dois créer une matrice de marché (M) et une matrice de transition (T).
 - c) Quelle est la part de marché de chaque format lorsque les consommateurs achètent une deuxième boîte de céréales? Indique tes résultats dans la matrice M_2 .
 - d) Quelle est la part de marché de chaque format lorsque les consommateurs achètent une troisième boîte de céréales? Indique tes résultats dans la matrice M_3 .

2. Une étude détermine que les tailles des hommes sont distribuées comme il est illustré ci-dessous.

petit < 5 pi 6 po	moyen 5 pi 6 po à 6 pi	grand > 6 pi
25 %	50 %	25 %

En étudiant la génération suivante, on constate que la distribution des tailles s'est modifiée comme il est illustré ci-dessous.



- a) Tu dois créer une matrice de transition à partir du diagramme et une matrice de distribution à partir du tableau.
- b) Quelle est la distribution après une génération?
- c) En supposant que la matrice de distribution demeure la même, quelle est la distribution après deux générations?
- d) Répète l'opération plusieurs fois. Les résultats suggèrent-ils qu'un équilibre sera atteint?

Exercice 6 : Matrices de transition (suite)

3. Les communautés rurales savent que le nombre de personnes qui partent des secteurs ruraux pour aller s'installer dans les secteurs urbains est plus élevé que le nombre de personnes qui partent des secteurs urbains pour aller s'installer dans les secteurs ruraux. Au cours d'une année, 8 % des résidents urbains déménagent dans les secteurs urbains et 1,5 % des résidents urbains déménagent dans les secteurs ruraux. À l'origine, 700 000 personnes résidaient dans les secteurs urbains et 400 000 personnes résidaient dans les secteurs ruraux.
 - a) Trace un graphique de transition illustrant le changement de la population.
 - b) Crée une matrice de transition illustrant le changement de la population.
 - c) Utilise les opérations matricielles pour déterminer les populations urbaine et rurale pour chacune des trois prochaines années. Inscris tes résultats sous forme matricielle (population urbaine population rurale)

4. Une étude du marché rural indique que les changements de comportements d'achat à propos des automobiles, des mini-fourgonnettes et des véhicules utilitaires sont ceux indiqués dans la matrice de transition.

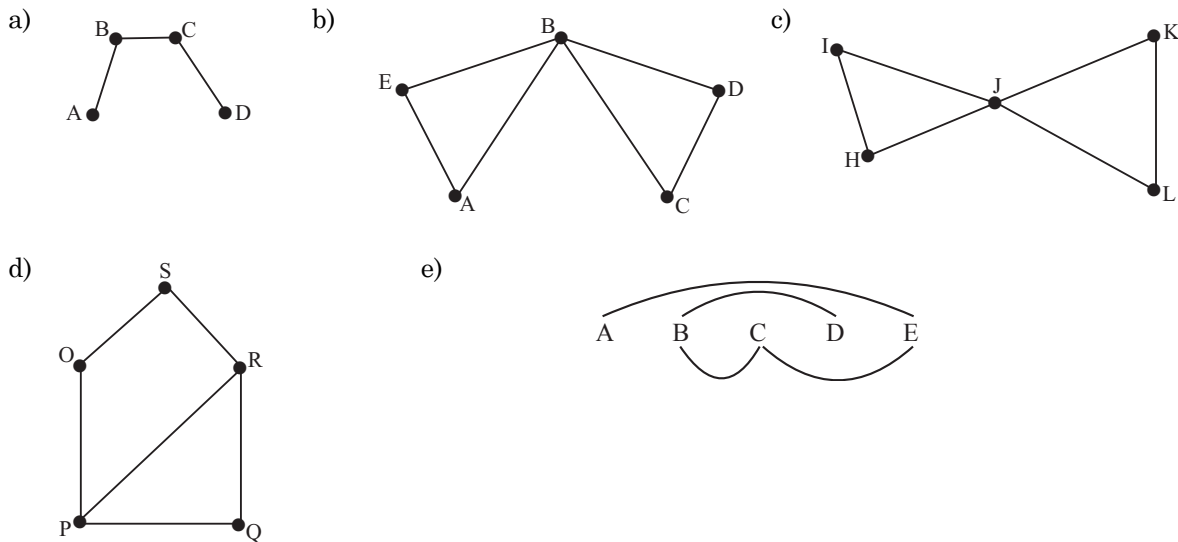
$$E = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{automobile} & \text{mini - fourgonnette} & \text{véhicule utilitaire} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \text{automobile} \\ \text{mini - fourgonnette} \\ \text{véhicule utilitaire} \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0,73 & 0,09 & 0,18 \\ 0,04 & 0,85 & 0,11 \\ 0,03 & 0,05 & 0,92 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

- À l'origine, 42 % des propriétaires de véhicules possédaient une automobile, 33 % possédaient une mini-fourgonnette et 25 % possédaient un véhicule utilitaire.
- a) Fais l'ébauche d'un diagramme illustrant les changements de comportements.
 - b) Utilise les opérations matricielles pour déterminer la part du marché de chaque type de véhicule pour le prochain (deuxième) achat. Inscris tes résultats sous forme matricielle (automobile mini-fourgonnette véhicule utilitaire)
 - c) Détermine les parts de marché pour les troisième et quatrième rondes d'achat.
 - d) Quelles conclusions peut-on tirer à propos des parts de marché pour chaque type de véhicule sur la période couvrant les trois rondes d'achat?
5. Un centre de conditionnement physique pense installer une piscine à l'intérieur de ses murs. Un sondage auprès des membres actuels indique que tous les membres continueront à utiliser la salle de conditionnement physique et que 65 % des membres utiliseront aussi la piscine. Parmi les nouveaux membres qui devraient s'inscrire au centre une fois la piscine installée, 78 % utiliseront la piscine et 59 % utiliseront la salle de conditionnement physique. Le centre compte présentement 470 membres. Une fois la piscine ouverte, on espère que 280 nouveaux membres s'inscriront.
 - a) Tu dois créer la matrice de transition A qui décrit l'utilisation prévue de la salle de conditionnement physique et de la piscine par les anciens et les nouveaux membres une fois la piscine ouverte.
 - b) Tu dois créer la matrice B qui illustre la distribution des anciens et des nouveaux membres.
 - c) Ensuite, tu dois établir la matrice C qui illustre le nombre prévu de membres qui utiliseront chaque installation (salle de conditionnement physique et piscine) une fois la piscine ouverte.

 6. Un élève qui suit un cours de programmation informatique a 80 % de chance de poursuivre son cours le prochain semestre et 20 % de chance d'entreprendre un nouveau cours. Un élève qui ne suit pas un cours de programmation informatique a 35 % de chance d'entreprendre le cours de programmation et 65 % de chance de ne pas entreprendre ce cours. Pendant le premier semestre, 600 élèves suivaient le cours de programmation informatique et 240 élèves ne suivaient pas ce cours. Détermine la distribution pour le prochain semestre.

Exercice 7 : Réseaux non orientés

1. a) Nomme quatre exemples dans lesquels les réseaux sont utilisés.
 b) Trace une carte ou un réseau illustrant les autoroutes ou les routes principales reliant ta ville à au moins quatre villes voisines.
2. Crée une matrice de routes pour chacun des graphiques de réseaux ci-dessous.



- f) Lesquels des graphiques ci-dessus sont les mêmes bien qu'ils paraissent différents?
3. Trace deux graphiques de réseaux pour chacune des matrices d'adjacence illustrées ci-dessous. (**Indice** : nomme les rangées et colonnes en (b)).

a)

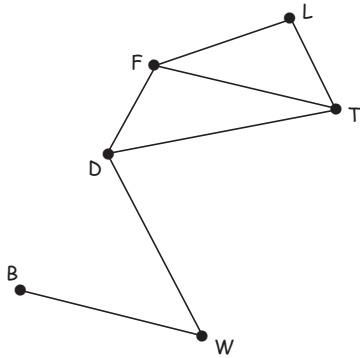
	A	B	C	D
A	0	1	0	1
B	1	0	1	1
C	0	1	0	1
D	1	1	1	0

b)

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Exercice 7 : Réseaux non orientés (suite)

4. Le diagramme illustre les routes de vol entre six villes du Manitoba. Ces routes sont suivies dans les deux directions.

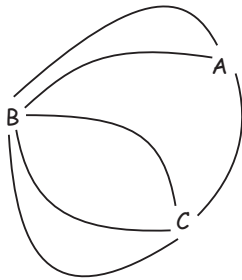


Ville	Code
Winnipeg	W
Brandon	B
Dauphin	D
Flin Flon	F
Lynn Lake	L
Thompson	T

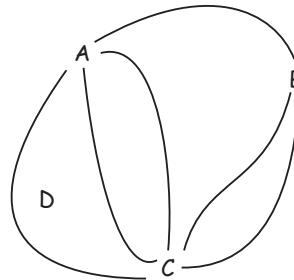
- Construis la matrice P pour laquelle $p_{ij} = 1$ s'il existe une route directe entre les villes et $p_{ij} = 0$ s'il n'existe aucune route directe.
- Construis la matrice Q dans laquelle q_{ij} indique le nombre de routes reliant les villes i et j et qui traversent deux autres villes.

5. Tu dois créer une matrice pour chacun des graphiques de routes directes suivants.

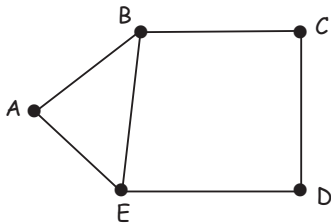
a)



b)



6. a) Construis la matrice des routes directes pour la carte des routes donnée.



- Construis la matrice des routes indirectes (deux segments) pour la carte ci-dessus. Compare ta réponse avec celle d'un autre élève.

Exercice 8 : Réseaux orientés

Questions orales

Un réseau de communication est décrit dans la matrice illustrée ci-dessous. Utilise cette matrice pour répondre aux questions qui suivent.

$$\begin{array}{c}
 \text{au point} \\
 \text{w} \quad \text{x} \quad \text{y} \quad \text{z} \\
 \text{du point} \quad \text{w} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ \text{x} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ \text{y} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \text{z} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}
 \end{pmatrix}
 \end{pmatrix}
 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

1. Nomme les destinations auxquelles chaque point peut transmettre des messages.
 - a) point w
 - b) point x
 - c) point y
 - d) point z

2. Quel point peut transmettre des messages au plus grand nombre de destinations?

3. Nomme les sources à partir desquelles chaque point peut recevoir des messages.
 - a) point w
 - b) point x
 - c) point y
 - d) point z

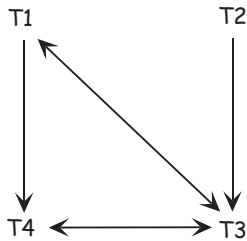
4. Quel point peut recevoir des messages du plus grand nombre de sources?

5. Sans utiliser les puissances de A, réponds aux questions suivantes :
 - a) Est-il possible de transmettre un message du point y au point z en utilisant un relais?
 - b) Quel est le plus petit nombre de relais requis pour envoyer un message du point y au point y? Décris la route à suivre.

Exercice 8 : Réseaux orientés (suite)

Questions écrites

1. Construis une matrice de communication pour le réseau téléphonique illustré ci-dessous.



2. Tu dois tracer les réseaux de communication décrits par les matrices des routes illustrées. Le zéro indique qu'il n'existe aucune route directe, « 1 » indique qu'il existe une route directe, et ainsi de suite.

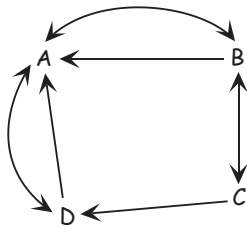
a)

	A	B	C
A	0	1	2
B	1	0	2
C	1	0	0

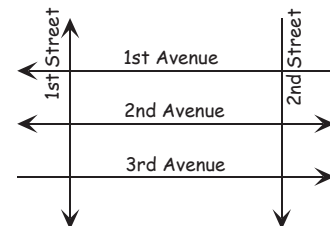
b)

	A	B	C	D
A	0	1	0	0
B	1	0	1	0
C	1	1	1	2
D	2	0	0	0

3. Le diagramme illustré ci-dessous représente le service de train entre les villes A, B, C et D.



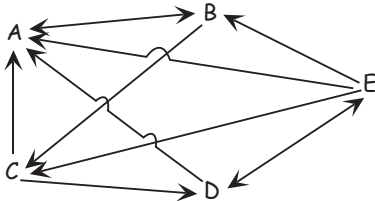
- a) Construis une matrice de routes de 4 x 4 pour représenter le réseau de train.
 b) Construis une matrice de routes de 4 x 4 à deux segments.
4. Sur la carte des rues illustrée à droite, les flèches simples représentent des rues à sens unique et les flèches doubles représentent des rues à deux directions. Construis les matrices ci-dessous.



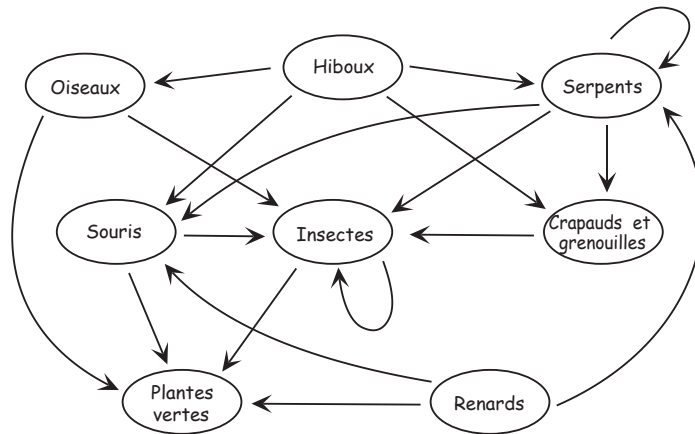
- a) Construis la matrice A dans laquelle a_{32} correspond au nombre de directions dans lesquelles les véhicules peuvent circuler à l'intersection de la 3^e avenue et de la 2^e rue, à la condition qu'il n'existe aucune autre restriction.
 b) Construis la matrice B dans laquelle b_{32} correspond au nombre de virages possibles à une intersection lorsqu'on tourne de la 3^e avenue à la 2^e rue.

Exercice 8 : Réseaux orientés (suite)

5. Le diagramme ci-dessous illustre le réseau de communication entre cinq centres. Une boucle sur une ligne indique que les deux lignes ne se croisent pas (c'est-à-dire qu'elles ne sont pas reliées). Détermine le nombre de façons dont chaque point peut se transmettre un message à lui-même en utilisant deux relais au maximum. Illustre toutes les matrices utilisées.



6. Les animaux et les plantes d'une forêt sont reliés par la chaîne alimentaire de la manière illustrée par le diagramme ci-dessous. Les flèches indiquent les habitudes alimentaires des membres de la communauté de la forêt. Par exemple, la flèche allant des renards aux serpents indiquent que les renards mangent les serpents. Construis la matrice de chaîne alimentaire F dans laquelle $f_{ij} = 1$ si le membre i mange le membre j et $f_{ij} = 0$ si le membre i ne mange pas le membre j . Indique les membres de la chaîne alimentaire en ordre alphabétique.



7. Toutes les routes de communication existantes dans un réseau informatique de cinq postes de travail sont décrites comme suit : le poste H transmet des messages au poste I, le poste I transmet des messages au poste H, J et K et reçoit aussi des messages de ces postes, le poste L reçoit des messages des postes J et K.
- Trace le graphique de communication de ce réseau informatique.
 - Trace la matrice de communication C qui décrit ce réseau informatique.
 - Détermine la matrice qui illustre le nombre de façons dont un message peut être envoyé d'un poste à un autre en utilisant un seul relais.
 - En n'utilisant aucun relais ou en utilisant un seul relais, de combien de façons :
 - le poste H peut-il envoyer un message au poste L?
 - le poste I peut-il envoyer un message au poste L?
 - Quelle est la signification des éléments de la rangée L?