Unité A
Modèles matriciels
Corrigé

Exercice 1 : Introduction aux matrices - Corrigé

1. a)

$$R = \begin{array}{l} \\ \text{Man.} \\ \text{Sask.} \\ \text{Alb.} \\ \text{C.-B.} \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} \text{Hommes} & \text{Femmes} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 22\ 900 & 14\ 800 \\ 21\ 000 & 13\ 500 \\ 26\ 300 & 14\ 800 \\ 27\ 900 & 16\ 700 \end{pmatrix} \end{array}$$

   b) 4 rangées
   c) 2 colonnes
   d) matrice de 4 x 2
   e) R_{21} = 21 000, R_{21} représente le revenu médian pour les hommes de la Saskatchewan.

2. a)

$$\begin{pmatrix} 47 & 28 \\ 44 & 30 \\ 43 & 32 \\ 42 & 32 \\ 23 & 50 \end{pmatrix}$$

   b) Les réponses peuvent varier.

3. a) 175 km
   b) d = 738 km, r = 90 km/h, $t = \dfrac{738 \text{ km}}{90 \text{ km/h}} = 8,2 \text{ h}$
   c)

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 394 & 252 & 150 & 1710 \\ 394 & 0 & 140 & 350 & 1476 \\ 252 & 140 & 0 & 202 & 1648 \\ 150 & 350 & 202 & 0 & 1564 \\ 1710 & 1476 & 1648 & 1564 & 0 \end{pmatrix}$$

   d) La distance d'un point à ce même point est toujours de zéro.

4. b) Les réponses peuvent varier selon la calculatrice graphique ou le logiciel informatique utilisé.
   c) Les réponses peuvent varier.

Exercice 2 : Addition et soustraction matricielle - Corrigé

1. a) 320 b) 100
   c) 50 d) 280
   e) 440 + 320 = 760 f) 80 + 40 = 120
   g) $\begin{pmatrix} 100+80 & 40+40 \\ 500+440 & 280+320 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 180 & 80 \\ 940 & 600 \end{pmatrix}$
   h) $\begin{pmatrix} 100+80+100 & 40+40+50 \\ 500+440+600 & 280+320+280 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 280 & 130 \\ 1540 & 880 \end{pmatrix}$
   i) 280 j) 880

2. a) $B = \begin{pmatrix} 449,99 & 29,99 & 13,99 \\ 224,99 & 20,99 & 8,39 \end{pmatrix}$ $E = \begin{pmatrix} 419,39 & 48,99 & 18,99 \\ 251,63 & 24,49 & 13,29 \end{pmatrix}$
   b) $\mathrm{B} - \mathrm{E} = \begin{pmatrix} 449,99 - 419,39 & 29,99 - 48,99 & 13,99 - 18,99 \\ 224,99 - 251,63 & 20,99 - 24,49 & 8,39 - 13,29 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30,60 & -19,00 & -5,00 \\ -26,64 & -3,50 & -4,90 \end{pmatrix}$
   c) Même si les prix de la plupart des produits semblent moins élevés au magasin B, le manque d'information sur les marques des produits empêche toute comparaison réaliste.

3. a) $\begin{pmatrix} 60 & 50 \\ 200 & 160 \\ 120 & 105 \\ 280 & 210 \end{pmatrix}$
   b) i) $\begin{pmatrix} 120 & 100 \\ 400 & 320 \\ 240 & 210 \\ 560 & 420 \end{pmatrix}$ ii) $\begin{pmatrix} 18 & 15 \\ 60 & 48 \\ 36 & 31^{*} \\ 84 & 63 \end{pmatrix}$ iii) $\begin{pmatrix} 12n & 10n \\ 40n & 32n \\ 24n & 21n \\ 56n & 42n \end{pmatrix}$

   *Il est impossible de fabriquer la moitié d'un outil.

4. a) $\begin{pmatrix} 89\ 000\,\$ & 83\ 500\,\$ \\ 63\ 700\,\$ & 72\ 900\,\$ \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 14\ 500\,\$ & 11\ 700\,\$ \\ 9\,300\,\$ & 11\ 800\,\$ \end{pmatrix}$
   c) $\begin{pmatrix} 74\ 500\,\$ & 71\ 800\,\$ \\ 54\ 400\,\$ & 61\ 100\,\$ \end{pmatrix}$
   d) Les dépenses du magasin A étaient :
   mars = 74 500 $
   avril = 71 800 $
   mars et avril = 146 300 $

Exercice 3 : Introduction à l'utilisation de la multiplication matricielle - Corrigé

1.

	Nombre d'heures
Bateaux	(0,4)(1500) = 600
Voitures de course	(0,6)(800) = 480
Tracteurs	(0,8)(600) = 480
Total	1560

2.

	Nombre d'heures
Bateaux	(0,8)(1500) = 1200
Voitures de course	(0,5)(800) = 400
Tracteurs	(1,0)(600) = 600
Total	2200

3. 450 + 640 + 300 = 1390 heures

4.
$$\begin{array}{r c} & \text{janv.} \\ \begin{array}{r}\text{Coupage}\\ \text{Construction}\\ \text{Finition}\end{array} & \begin{pmatrix}1560\\2200\\1390\end{pmatrix}\end{array}$$

5.
$$\begin{array}{r c} & \text{janv.} \quad \text{févr.} \\ \begin{array}{r}\text{Coupage}\\ \text{Construction}\\ \text{Finition}\end{array} & \begin{pmatrix}1560 & 1660\\2200 & 2210\\1390 & 1480\end{pmatrix}\end{array}$$

6.
$$\begin{array}{r c} & \text{Bateaux} \quad \text{Voitures de course} \quad \text{Tracteurs} \\ \begin{array}{r}\text{Toronto}\\ \text{Québec}\\ \text{Winnipeg}\end{array} & \begin{pmatrix}17{,}08 & 21{,}50 & 26{,}13\\16{,}40 & 20{,}75 & 25{,}10\\14{,}93 & 18{,}63 & 22{,}73\end{pmatrix}\end{array}$$

7. a) La multiplication matricielle est une multiplication « rangée par colonne ». Les éléments des rangées de la première matrice sont multipliés par les éléments des colonnes de la deuxième matrice. Donc, le nombre d'éléments des colonnes de la première matrice doit être égal au nombre d'éléments des rangées de la deuxième matrice.

   b) La matrice produit a le même nombre de rangées que la première matrice et le même nombre de colonnes que la deuxième matrice. Par exemple, si la matrice A a les dimensions P x Q et si la matrice B a les dimensions R x S, la matrice de produit, AB = (P x Q)(R x S), n'existera que si Q = R et les dimensions de la matrice de produit seront P x S.

Exercice 4 : Multiplication matricielle - Corrigé

1. a) Oui. $P = \begin{pmatrix} 7 & 46 & 36 \\ -2 & -52 & -24 \end{pmatrix}$

   b) Non, parce que le nombre de colonnes dans la matrice D n'est pas égal au nombre de rangées dans la matrice C.

   c) Non, parce que le nombre de colonnes dans la matrice D n'est pas égal au nombre de rangées dans la matrice E.

   d) Non, parce que le nombre de colonnes dans la matrice A n'est pas égal au nombre de rangées dans la matrice E.

   e) Oui. $Q = \begin{pmatrix} -65 \\ 4 \\ 68 \\ -11 \end{pmatrix}$

2. a) $X = \begin{pmatrix} 7 & 12 & 10 & 10 \\ 15 & 6 & 8 & 6 \end{pmatrix}$

   b) $Y = \begin{pmatrix} 800 \\ 525 \\ 650 \\ 725 \end{pmatrix}$

   c) $XY = \begin{pmatrix} 7(800) + 12(525) + 10(650) + 10(725) \\ 15(800) + 6(525) + 8(650) + 6(725) \end{pmatrix}, \quad XY = \begin{pmatrix} 25\,650 \\ 24\,700 \end{pmatrix}$

3. a) N est une matrice de 4 x 3. P est une matrice de 3 x 1.

   b) N_{42} représente cinq tirs de champ de 3 points dans la partie 4.

   c) $\begin{pmatrix} 35 & 5 & 15 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = (70 + 15 + 15) = (100)$

   d) $2 \begin{pmatrix} 26 \\ 31 \\ 28 \\ 35 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 52 \\ 62 \\ 56 \\ 70 \end{pmatrix}$

   e) $\begin{pmatrix} 26 & 4 & 10 \\ 31 & 2 & 12 \\ 28 & 3 & 9 \\ 35 & 5 & 15 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 52 + 12 + 10 \\ 62 + 6 + 12 \\ 56 + 9 + 9 \\ 70 + 15 + 15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 74 \\ 80 \\ 74 \\ 100 \end{pmatrix}$

   f) La matrice pour une saison de neuf parties est une matrice de 9 x 1.

Exercice 4 : Multiplication matricielle - Corrigé (suite)

4. a) $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = (18+1+9+2) = 30$ points dans la parti e 1

   b) $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = (12+2+12+1) = 27$ points dans la part ie 2

   c) Trois points de plus dans la partie 1.

   d) $5\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 3 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 \\ 12 \\ 18 \\ 30 \\ 24 \end{pmatrix}$

   e) $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 4 & 1 \\ 3 & 3 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 & 2 \\ 4 & 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18+1+9+2 \\ 12+2+12+1 \\ 18+3+3+3 \\ 30+3+6+2 \\ 24+4+9+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30 \\ 27 \\ 27 \\ 41 \\ 41 \end{pmatrix}$

   f) La matrice de produit est une matrice de 11 x 1.

Exercice 2 : Addition et soustraction matricielle - Corrigé (suite)

5. a) $\begin{pmatrix} 52 & 20 \\ 0 & 12 \\ 30 & 20 \\ 40 & 50 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 12 & 10 \\ 0 & 12 \\ 3 & 0 \\ 23 & 50 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 25 \\ 35 & 20 \\ 15 & 15 \\ 48 & 24 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 & 35 \\ 35 & 20 \\ 42 & 35 \\ 65 & 24 \end{pmatrix}$

   b) $\begin{pmatrix} 6,00 & 5,00 \\ 0,00 & 9,00 \\ 6,00 & 0,00 \\ 13,80 & 30,00 \end{pmatrix}$

6. a) matrice $C \quad E = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 11 \\ 11 & 6 & 10 \\ 8 & 13 & 10 \end{pmatrix}$

   b) matrice $C \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ -5 & 6 & 8 \\ 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$

   c) Les deux matrices doivent avoir la même dimension.

7. a) $7B = \begin{pmatrix} 96 & 30,8 & 112 \\ 61,6 & 25,9 & 70 \end{pmatrix}$

   b) $A + B =$ aucune solution

   c) $2A + 3C = \begin{pmatrix} 31,4 & 18,6 \\ 63 & 22,6 \\ 40,1 & 18,4 \end{pmatrix}$

   d) $2,2C - 1,2A = \begin{pmatrix} 17,16 & 9,64 \\ 14,2 & 14,44 \\ 5,92 & 0,16 \end{pmatrix}$

   e) $4,3(C - A) = \begin{pmatrix} 29,24 & 15,91 \\ 4,3 & 26,66 \\ -5,59 & -9,46 \end{pmatrix}$

Exercice 4 : Multiplication matricielle - Corrigé (suite)

5. a) Enregistre les données dans la calculatrice.

   b) i)
$$BC = \begin{pmatrix} -5 & -2 & 13 \\ 0 & 14 & -9 \\ 5 & 6 & 13 \end{pmatrix}$$

   ii)
$$BD = \begin{pmatrix} 2 & -13 & 5 \\ 13 & 6 & 4 \\ -9 & 5 & 13 \end{pmatrix}$$

   iii)
$$BE = \begin{pmatrix} 5 & -13 & -7 \\ -9 & 13 & -10 \\ 14 & -9 & 6 \end{pmatrix}$$

   iv)
$$BF = \begin{pmatrix} 4 & -9 & 13 \\ -11 & 1 & 0 \\ 8 & -13 & -5 \end{pmatrix}$$

   v)
$$BG = \begin{pmatrix} 0 & -11 & 7 \\ 13 & -10 & -9 \\ 13 & 5 & -13 \end{pmatrix}$$

   vi)
$$BH = \begin{pmatrix} 13 & 5 & -13 \\ -7 & -9 & 5 \\ 5 & -9 & 13 \end{pmatrix}$$

   c) Il n'est pas très sage d'être convaincu de sa sagesse.

   d) Message encodé : –15, -8, 18, 16, –1, –21, 4, 22, 1, –24, –14, 4, 37, 7, –29, –26, 20, 63, –18, 12, 7, 11, –7, –17, 20, –19, 25.

Exercice 5 : Application de matrices - Corrigé

1. a) $\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} \text{f} & \text{v} \end{array} \\ A = & \begin{pmatrix} 5 & 6 \end{pmatrix} \end{array}$

   b) $B = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 9 \end{pmatrix}$

   c) $A \cdot B = C = (43 \quad 89)$

   d) $D = \begin{array}{cc} \text{f} \\ \text{v} \end{array} \begin{pmatrix} 2{,}25 \\ 3{,}50 \end{pmatrix}$

   $A \cdot D = (5 \quad 6)\begin{pmatrix} 3,25 \\ 3,50 \end{pmatrix} = (32,35)$

   Le coût total est de 32,25 $.

2. a) $C = \begin{array}{c} A \\ B \end{array} \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \end{pmatrix}$ $\qquad$ $D = \begin{array}{c} c \\ cc \end{array} \begin{pmatrix} 30 & 10 \\ 40 & 15 \end{pmatrix}$

   $D \cdot C = \begin{pmatrix} 30 & 10 \\ 40 & 15 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 \\ 8 \end{pmatrix} = (170 \quad 240) = E$

   La production est de 170 unités de cuisine par semaine et de 240 unités de chambre à coucher par semaine.

   b) Si $F = \begin{array}{c} \text{c} \\ \text{cc} \end{array} \begin{pmatrix} 1500 \\ 2200 \end{pmatrix}$ $\qquad$ $E \cdot F = (170 \quad 240)\begin{pmatrix} 1500 \\ 2200 \end{pmatrix} = (783\ 000)$

   Valeur totale = 783 000 $.

3. a) Si $A = \begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} \text{matériau} & \text{main-d'œuvre} \end{array} \\ \begin{array}{c} m \\ b \end{array} & \begin{pmatrix} 1600 & 2000 \\ 1500 & 1800 \end{pmatrix} \end{array}$ $\qquad$ Si $B = \begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} m & b \end{array} \\ \text{nbre} & \begin{pmatrix} 9 & 6 \end{pmatrix} \end{array}$

   $\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} \text{matériau} & \text{main - d'oeuvre} \end{array} \\ D = B \cdot A = & (23\ 400 \qquad 28\ 800) \end{array}$

   b) Si $C = \begin{array}{c} \text{matériau} \\ \text{main - d'oeuvre} \end{array} \begin{pmatrix} 20 \\ 12 \end{pmatrix}$ $\qquad$ $A \cdot C = \begin{pmatrix} 56\ 000 \\ 51\ 600 \end{pmatrix} = E$

   La maison à deux étages coûte 56 000 $ et le bungalow coûte 51 600 $.

   c) $B \cdot E = (813\ 600)$

   Le coût total = 813 600 $.

Exercice 5 : Application de matrices - Corrigé (suite)

4. a) Si $A = \begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} \text{main - d'oeuvre} & \text{matériel} & \text{sous - traitance} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 55 & 97 & 66 \\ 82 & 120 & 96 \\ 110 & 195 & 133 \end{pmatrix} \end{array}$ Si B = $\text{nbre}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ (3450 \quad 2100 \quad 975) \end{array}$

$C = B \cdot A = (469\ 200 \quad 776\ 775 \quad 558\ 975)$

b) Si $D = \begin{array}{c} \text{mai} \\ \text{mat} \\ \text{sou} \end{array}\begin{pmatrix} 12 \\ 15 \\ 9 \end{pmatrix}$ $A \cdot D = E = \begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \end{array}\begin{array}{c} \$ \\ \begin{pmatrix} 2709 \\ 3648 \\ 5442 \end{pmatrix} \end{array}$

Le moteur A coûte 2 709 $.
Le moteur B coûte 3 648 $.
Le moteur C coûte 5 442 $.

c) $BE = (22\ 312\ 800{,}00)$
Le coût de tous les moteurs est de 22 312 800,00 $

5. a) Si $A = \text{points}\begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} RB & PE & DR & PR & C \end{array} \\ (3 \quad 5 \quad 6 \quad 8 \quad 4) \end{array}$

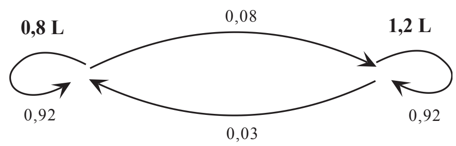
b) $B = \begin{array}{c} \\ RB \\ PE \\ DR \\ PR \\ C \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} P & J & B & K & M & C & T \end{array} \\ \begin{pmatrix} 9 & 8 & 10 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 10 & 9 & 9 & 10 & 10 & 9 & 10 \\ 7 & 9 & 8 & 9 & 7 & 8 & 8 \\ 9 & 10 & 9 & 8 & 10 & 8 & 9 \\ 8 & 7 & 8 & 10 & 6 & 8 & 7 \end{pmatrix} \end{array}$

c) AB sera une matrice de 1 x 7 qui illustrera les pointages de chaque étudiant.

d) $A \cdot B = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} P & J & B & K & M & C & T \end{array} \\ (223 \quad 231 \quad 227 \quad 229 \quad 220 \quad 216 \quad 228) \end{array}$
Donc, la première place revient à Jade avec 231 points,
la deuxième place revient à Karine avec 229 points, et
la troisième place revient à Thérèse avec 228 points.

Exercice 6 : Matrices de transition - Corrigé

1. a)



$$\begin{array}{cc} 0,8 & 1,2 \end{array}$$

b) Si $M = (70 \quad 30)$

Si $T =$ de $\begin{array}{l} 0,8\ \text{L} \\ 1,2\ \text{L} \end{array}$

c) $M \cdot T = (70 \quad 30)\begin{pmatrix} 0,92 & 0,08 \\ 0,03 & 0,97 \end{pmatrix} = (65,3 \quad 34,7) = M_2$

Donc, la part du marché pour le deuxième achat est de : 0,8 L = 65,3 % et 1,2 L = 34,7 %.

d) $M_3 = M_2 \cdot B = (61,12 \quad 38,88)$

2. a) Si $A = (0,25 \quad 0,50 \quad 0,25)$

$$\text{Si } B = \text{de } \begin{array}{c|ccc} & & \text{à} & \\ & \text{G} & \text{M} & \text{P} \\ \hline \text{G} & 0,5 & 0,3 & 0,2 \\ \text{M} & 0,25 & 0,6 & 0,15 \\ \text{P} & 0,1 & 0,5 & 0,4 \end{array}$$

b) $C = A \cdot B = (0,275 \quad 0,5 \quad 0,255)$

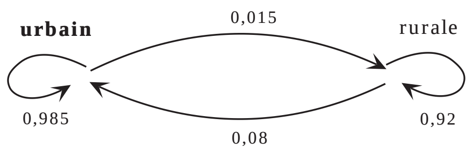
c) $D = C \cdot B = (0,285 \quad 0,495 \quad 0,220)$

d) $E = D \cdot B = (0,288\,25 \quad 0,492\,5 \quad 0,219\,25)$

Commentaire : Il serait peut-être raisonnable d'arrondir tous les éléments à trois décimales.

Exercice 6 : Matrices de transition - Corrigé (suite)

3. a)



b)

$$E = \text{de}\ \begin{array}{c} \\ \text{urbaine} \\ \text{rurale} \end{array} \begin{array}{c} \text{à} \\ \begin{array}{cc} \text{urbaine} & \text{rurale} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0{,}985 & 0{,}015 \\ 0{,}08 & 0{,}92 \end{pmatrix} \end{array}$$

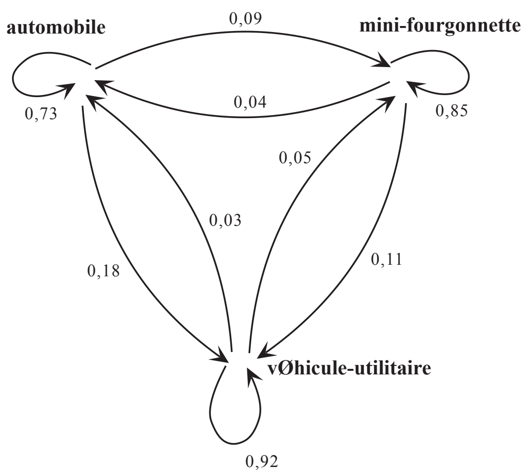
c) Si A = (700 000   400 000) A est la matrice de population.

$B = A \cdot E$ = (719 500   355 500)

$C = B \cdot E$ = (737 147,5   337 852,5)

$D = C \cdot E$ = (753 118,5   321 881,5)

4. a)



b) Si A = matrice des parts de marché des automobiles, des mini- fourgonnettes et des utilitaires.

A = (42   33   25)
$B = A \cdot E$ = (32,7   33,1   34,2)
Réponses arrondies à une décimale.

c) $C = B \cdot E$ = (26,2   32,8   41,0)

$D = D \cdot E$ = (21,7   32,3   46,0)

d) Conclusions :

- La part de marché des véhicules utilitaires a augmenté rapidement, mais elle devrait bientôt atteindre un niveau stable.
- La part de marché des mini-fourgonnettes a très peu changé.
- La part de marché des automobiles a diminué environ de moitié.

Exercice 6 : Matrices de transition - Corrigé (suite)

5. a) $A = \begin{array}{c c} & \text{piscine} \quad \text{salle de cond.} \\ \begin{array}{l} \text{anciens} \\ \text{nouveaux} \end{array} & \begin{pmatrix} 0,65 & 1,00 \\ 0,78 & 0,59 \end{pmatrix} \end{array}$

   b) $B = \begin{array}{c c} & \text{anciens} \quad \text{nouveaux} \\ \text{membres} & \begin{pmatrix} 470 & 280 \end{pmatrix} \end{array}$

   c) $C = B \times A$

   $C = (470 \quad 280)\begin{pmatrix} 0,65 & 1,00 \\ 0,78 & 0,59 \end{pmatrix}$

   $C = (305,5 + 218,5 \quad 470 + 165,3) = (524 \quad 635)$

   Donc, 524 membres utiliseront la piscine et 635 membres utiliseront la salle de conditionnement.

6. $A = \begin{array}{c c} & \text{progr.} \quad \text{autre} \\ \begin{array}{l} \text{actuel} \\ \text{nouv.} \end{array} & \begin{pmatrix} 0,80 & 0,20 \\ 0,35 & 0,65 \end{pmatrix} \end{array}$ $\qquad B = \begin{array}{c} \text{oui} \quad \text{non} \\ (600 \quad 240) \end{array}$

   $C = B \times A \qquad C = (600 \quad 240)\begin{pmatrix} 0,80 & 0,20 \\ 0,35 & 0,65 \end{pmatrix} \qquad C = (480 + 84 \qquad 120 + 156) \qquad C = (564 \quad 276)$

   Donc, au prochain semestre, 564 élèves suivront le cours de programmation et 276 suivront un autre cours.

Exercice 7 : Réseaux non orientés - Corrigé

1. a) Exemples de réseaux : systèmes routiers, systèmes de train, systèmes électriques, systèmes d'aqueduc, routes aériennes, systèmes téléphoniques, réseaux informatiques et systèmes de distribution d'aliments.

   b) Les réponses peuvent varier.

2. a)
$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} A & B & C & D \end{array} \\ \begin{array}{c} A \\ B \\ C \\ D \end{array} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

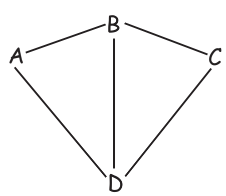
   b)
$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} A & B & C & D & E \end{array} \\ \begin{array}{c} A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{array} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

   c)
$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} H & I & J & K & L \end{array} \\ \begin{array}{c} H \\ I \\ J \\ K \\ L \end{array} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

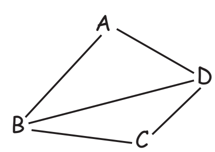
   d)
$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} O & P & Q & R & S \end{array} \\ \begin{array}{c} O \\ P \\ Q \\ R \\ S \end{array} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

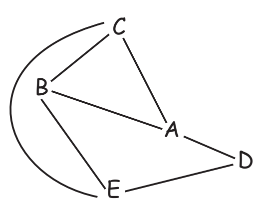
   e)
$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} A & B & C & D & E \end{array} \\ \begin{array}{c} A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{array} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

   f) Les graphiques (b) et (c) sont équivalents.

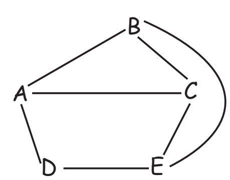
3. a)


ou



   b)


ou



Exercice 7 : Réseaux non orientés - Corrigé (suite)

4. a)

$$\begin{array}{c|c} & \begin{matrix} W & B & D & F & L & T \end{matrix} \\ \hline \begin{matrix} W \\ B \\ D \\ F \\ L \\ T \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{c|c} & \begin{matrix} W & B & D & F & L & T \end{matrix} \\ \hline \begin{matrix} W \\ B \\ D \\ F \\ L \\ T \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} \end{array}$$

5. a)

$$\begin{array}{c|c} & \begin{matrix} A & B & C \end{matrix} \\ \hline \begin{matrix} A \\ B \\ C \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{c|c} & \begin{matrix} A & B & C & D \end{matrix} \\ \hline \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 4 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

6. a)

$$\begin{array}{c|c} & \begin{matrix} A & B & C & D & E \end{matrix} \\ \hline \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{c|c} & \begin{matrix} A & B & C & D & E \end{matrix} \\ \hline \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{matrix} & \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 & 3 \end{pmatrix} \end{array}$$

Exercice 8 - Réseaux orientés - Corrigé

Questions orales

1. a) Le point W envoie des messages aux points X et Z.
   b) Le point X envoie des messages aux points W, Y et Z.
   c) Le point Y envoie des messages au point W.
   d) Le point Z envoie des messages aux points W et X.

2. Point X.

3. a) Le point W reçoit des messages des points X, Y et Z.
   b) Le point X reçoit des messages des points W et Z.
   c) Le point Y reçoit des messages du point X.
   d) Le point Z reçoit des messages des points W et X.

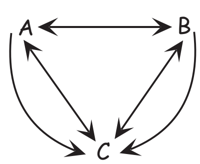
4. Point W.

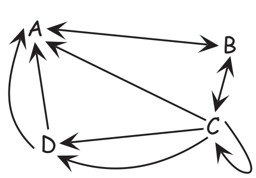
5. a) Oui. Y - W - Z
   b) Deux relais sont requis : Y - W - X - Y

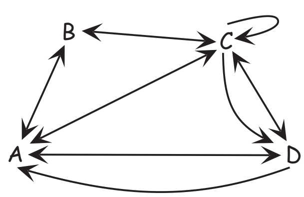
Questions écrites

1.

$$T = \begin{array}{c} \\ T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} T_1 & T_2 & T_3 & T_4 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

2. a) 

   b) 

   ou 

Exercice 8 - Réseaux orientés - Corrigé (suite)

3. a)

$$\begin{array}{c|cccc} & A & B & C & D \\ \hline A & 0 & 1 & 0 & 1 \\ B & 2 & 0 & 1 & 0 \\ C & 0 & 1 & 0 & 1 \\ D & 2 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{c|cccc} & A & B & C & D \\ \hline A & 4 & 0 & 1 & 0 \\ B & 0 & 3 & 0 & 3 \\ C & 4 & 0 & 1 & 0 \\ D & 0 & 2 & 0 & 2 \end{array}$$

4. a)

$$A = \begin{array}{c|cc} & \multicolumn{2}{c}{\text{rue}} \\ & 1 & 2 \\ \hline 1^{\text{re}}\text{ av.} & 3 & 2 \\ 2^{\text{e}}\text{ av.} & 4 & 3 \\ 3^{\text{e}}\text{ av.} & 3 & 2 \end{array}$$

b)

$$B = \begin{array}{c|cc} & \multicolumn{2}{c}{\text{rue}} \\ & 1 & 2 \\ \hline 1^{\text{re}}\text{ av.} & 2 & 1 \\ 2^{\text{e}}\text{ av.} & 2 & 1 \\ 3^{\text{e}}\text{ av.} & 2 & 1 \end{array}$$

5.

$$C = \begin{array}{c|ccccc} & A & B & C & D & E \\ \hline A & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ B & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ C & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ D & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ E & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array} \qquad C^2 = \begin{array}{c|ccccc} & A & B & C & D & E \\ \hline A & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ B & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ C & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ D & 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ E & 3 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \qquad C^3 = \begin{array}{c|ccccc} & A & B & C & D & E \\ \hline A & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ B & 2 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ C & 2 & 2 & 2 & 1 & 0 \\ D & 4 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ E & 4 & 4 & 2 & 2 & 1 \end{array}$$

$$C + C^2 + C^3 = \begin{array}{c|ccccc} & A & B & C & D & E \\ \hline A & 2 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ B & 4 & 2 & 2 & 1 & 1 \\ C & 4 & 3 & 2 & 2 & 1 \\ D & 6 & 3 & 3 & 2 & 2 \\ E & 8 & 6 & 4 & 4 & 2 \end{array}$$

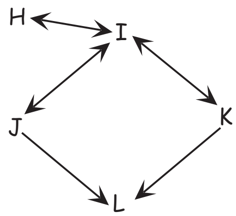
Donc, il n'existe aucune façon dont chaque point peut s'envoyer un message à lui-même avec un maximum de deux relais.

6.

$$\begin{array}{c|cccccccc} & B & F & G & I & M & O & S & T \\ \hline B & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ F & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ G & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ M & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ O & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ S & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ T & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

Exercice 8 - Réseaux orientés - Corrigé (suite)

7. a)



b)

$$C = \begin{array}{c} \\ H \\ I \\ J \\ K \\ L \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} H & I & J & K & L \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

c)

$$C^2 = \begin{array}{c} \\ H \\ I \\ J \\ K \\ L \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} H & I & J & K & L \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

d) H à L = aucune façon
I à L = deux façons

e) Les éléments de la rangée L sont tous des zéros, ce qui indique que L ne peut pas envoyer de message.