Mathématiques appliquées Secondaire 4

Programme d'études : document de mise en œuvre

Manitoba Education, Training and Youth

Éducation, Formation professionnelle et Jeunesse Manitoba

MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES SECONDAIRE 4

PROGRAMME D'ÉTUDES

Document de mise en œuvre

2001

Éducation, Formation professionnelle et Jeunesse Manitoba

Données de catalogage avant publication (Éducation, Formation professionnelle et Jeunesse Manitoba)

510.0712 Mathématiques appliquées, Secondaire 4 – Programme d’études : document de mise en œuvre

ISBN 0-7711-2774-X

1. Mathématiques – Étude et enseignement (Secondaire) – Manitoba. 2. Programmes d’études – Manitoba. I. Manitoba. Éducation, Formation professionnelle et Jeunesse.

Afin d'éviter la lourdeur qu'entraînerait la répétition systématique des termes masculins et féminins, le présent document a été rédigé en utilisant le masculin pour désigner les personnes. Les lectrices et les lecteurs sont invités à en tenir compte.

REMERCIEMENTS

Le Bureau de l'éducation française du ministère de l'Éducation, de la Formation professionnelle et de la Jeunesse est reconnaissant envers les personnes suivantes qui ont travaillé à l'élaboration de ce document.

Normand Châtel
Collège Béliveau
Division scolaire Saint-Boniface n° 4

Abdou Daoudi
Bureau de l'éducation française
Éducation, Formation professionnelle et
Jeunesse Manitoba

Marcel Druwé
Bureau de l'éducation française
Éducation, Formation professionnelle et
Jeunesse Manitoba

Claude Garand
Collège Jeanne-Sauvé
Division scolaire Saint-Vital n° 6

Monique Jègues
École secondaire Oak Park
Division scolaire Assiniboine sud n° 3

Joey Lafrance
Institut collégial Silver Heights
Division scolaire St. James-Assiniboia n° 2

Gilles Laurent
Institut collégial Notre-Dame-de-Lourdes
Division scolaire franco-manitobaine n° 49

Denise McLaren
Collège Louis-Riel
Division scolaire franco-manitobaine n° 49

Claude Michaud
École Pointe-des-Chênes
Division scolaire franco-manitobaine n° 49

Gilbert Raineault
Bureau de l'éducation française
Éducation, Formation professionnelle et
Jeunesse Manitoba

Dave Rondeau
Collège Louis-Riel
Division scolaire franco-manitobaine n° 49

Nous tenons à remercier nos collègues anglophones pour leurs contributions à la production de ce document.

Merci à Gisèle Côté et Kathleen Rummerfield pour la qualité de leur travail de mise en page, leur patience et leur constante disponibilité.

TABLE DES MATIÈRES

Introduction

INTRODUCTION

Raisonnement

Le document de mise en œuvre du cours *Mathématiques appliquées, Secondaire 4* a été conçu pour répondre aux exigences changeantes dans le domaine des mathématiques. On y fait un examen détaillé de l'utilisation croissante de la technologie dans la société, de la manière dont l'information est communiquée et de la manière dont les jeunes gens traitent l'information. La technologie offre les outils et l'information dont les élèves ont besoin pour explorer les liens mathématiques dans leur vie de tous les jours.

Le cours *Mathématiques appliquées, Secondaire 4* porte sur l'analyse des données, la communication technique, l'utilisation d'un tableur, les modèles matriciels, les vecteurs, les finances personnelles, la probabilité, la conception et les mesures, les fonctions périodiques, les suites et la gestion des données. L'accent y est mis sur les explorations en groupes d'apprentissage coopératif, sur la tolérance de solutions de rechange, sur les inférences probables et sur le contrôle des spéculations. Les élèves doivent exécuter des projets, des exercices et des devoirs complets et globaux. Tous les efforts possibles doivent être faits en vue d'assurer la pertinence des concepts présentés par l'utilisation maximale de problèmes appliqués et pratiques à résoudre et par l'utilisation minimale d'exercices types et de formules, algorithmes et théorèmes traditionnels à mémoriser.

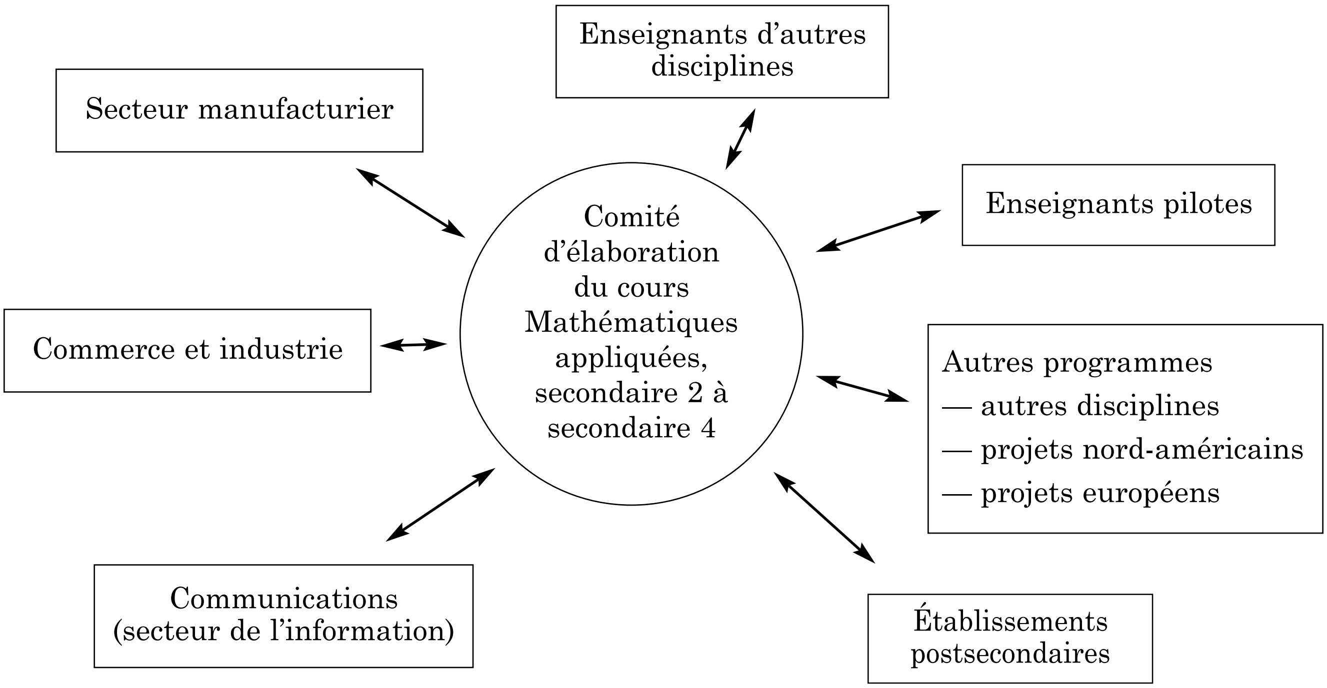
Au début de chaque unité, les élèves devraient découvrir un nouveau concept en exécutant des enquêtes pratiques et en discutant de questions intéressantes et reliées à la vie réelle. Grâce à ces explorations, les élèves étudient les concepts et procédés algébriques pertinents. Un peu plus tard, les élèves peuvent se familiariser avec les formules et les représentations symboliques. Par exemple, dans le cadre de l'unité sur les fonctions périodiques, les élèves doivent exécuter des enquêtes en utilisant la technologie de graphisme. La technologie aide les élèves à établir des liens interdisciplinaires en leur donnant accès à des données valables. Les tableurs et les calculatrices graphiques facilitent l'analyse des données et permettent les simulations de cas de mathématiques appliquées.

Ces enquêtes encouragent les élèves à exposer leurs idées sous forme d'hypothèses, d'expériences, d'études, d'analyses, d'évaluations, de discussions, de textes écrits, d'explications et de justifications. La communication des idées et des informations techniques constitue un élément clé de ce programme. Les enseignants devraient établir un environnement d'apprentissage qui encourage les élèves à communiquer les uns avec les autres au sujet des mathématiques sous-jacentes à ces enquêtes.

Le cours *Mathématiques appliquées, Secondaire 4* peut nécessiter des changements au niveau de la disposition et de l'organisation de la classe. Les séances de remue-méninges, les enquêtes en groupes d'apprentissage coopératif et l'utilisation d'outils techniques sont facilitées lorsque l'aménagement de la classe peut être modifié et lorsque les élèves ont facilement accès au matériel technique.

Historique

Le Comité d'élaboration des cours de mathématiques appliquées, secondaire 2 à secondaire 4, a été formé en 1995. Le but du comité était de rendre le programme de mathématiques pertinent à la vie de tous les jours et acceptable à l'enseignement postsecondaire. Les membres du comité ont recueilli les commentaires des différents intervenants comme l'illustre le diagramme ci-dessous.

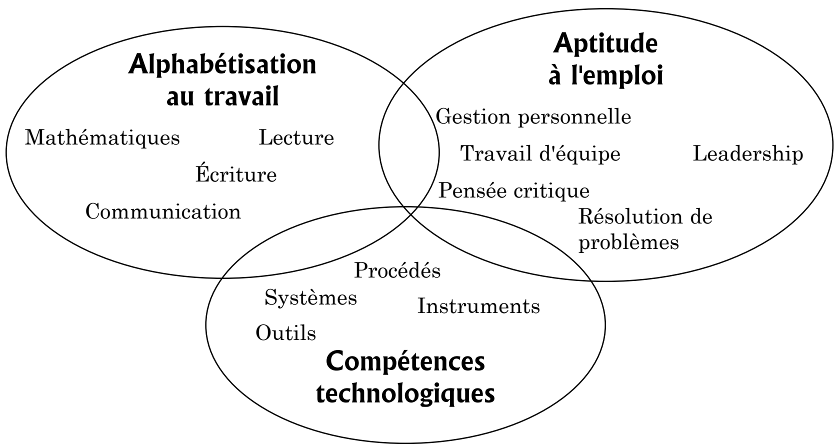


Tous les intervenants ont fait ressortir les aptitudes clés suivantes : l'autonomie, la souplesse, le travail d'équipe, la connaissance des ordinateurs et des outils techniques et la connaissance générale de diverses techniques de résolution de problèmes. De plus, ils ont précisé que les diplômés du secondaire devaient pouvoir communiquer des idées et des solutions permettant à leur auditoire de bien comprendre les idées mathématiques et techniques communiquées.

Liens entre les différentes compétences

Les employés de l'avenir devront fréquemment perfectionner leurs compétences et acquérir de nouvelles compétences pour suivre les progrès technologiques. En 1992, Clairborne a démontré de la manière ci-dessous les liens qui existent entre la littératie au travail, l'aptitude à l'emploi et les compétences technologiques.

Liens entre les différentes compétences



Objectifs de l'élève

Les buts des élèves du cours *Mathématiques appliquées, Secondaire 4* ont été influencés par :

- les données ci-dessus;
- les normes d'évaluation et du programme (*Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*) du National Council of Teachers of Mathematics;
- le *Cadre commun des programmes d'études – Mathématiques 10-12 du Protocole de l'Ouest canadien de 1996* préparé par les représentants de la Colombie-Britannique, de l'Alberta, de la Saskatchewan, du Yukon, des Territoires du Nord-Ouest et du Manitoba.

Les buts du cours *Mathématiques appliquées, Secondaire 4* permettent aux élèves :

- de faire des recherches sur des situations mathématiques et de présenter les résultats de ces recherches en langage mathématique;
- de résoudre des problèmes en utilisant différentes techniques et pour qu'ils puissent communiquer les solutions de ces problèmes sous forme verbale ou écrite;
- d'utiliser la technologie pour apprendre de nouveaux concepts mathématiques;
- de prendre personnellement en charge la maîtrise des concepts et compétences;
- d'utiliser les unités métriques et impériales de mesure linéaire;
- de démontrer de la facilité en communication technique.

En général, les diplômés du secondaire doivent être prêts à entrer sur le marché du travail ou à entreprendre des études supérieures en ayant confiance en leur capacité d'adaptation et d'autonomie et en connaissant l'étendue et l'importance des mathématiques dans divers secteurs. Dans le cadre du programme d'études des mathématiques appliquées, les élèves acquièrent et perfectionnent des compétences essentielles dans des secteurs importants de la vie de tous les jours, ainsi que dans le commerce et l'industrie. Par exemple, ils doivent être capables de travailler avec les mesures métriques et impériales en raison de l'utilisation répandue de ces deux systèmes et des échanges commerciaux avec les États-Unis.

Les diplômés du secondaire qui auront terminé le programme d'études des mathématiques appliquées pourront :

- travailler en interface avec la technologie et les mathématiques;
- comprendre le contexte de leur apprentissage;
- communiquer des idées mathématiques à d'autres personnes de niveaux de connaissances mathématiques variés.

Fondations du programme des mathématiques appliquées

Pour que les buts des élèves présentés ci-dessus puissent être atteints, le programme d'études des mathématiques appliquées doit mettre l'accent sur les compétences fondamentales ci-dessous.

Utilisation des technologies de l'information

Les calculatrices et les ordinateurs permettent aux élèves d'explorer d'importantes idées mathématiques. Ils encouragent l'exploration et la résolution de problèmes ouverts en limitant les calculs effectués par écrit.

Pour acquérir cette compétence, les élèves du cours *Mathématiques appliquées, Secondaire 4* :

- utiliseront les technologies de l'information pour structurer des enquêtes, résoudre des problèmes et recueillir, organiser, valider et communiquer de l'information;
- maîtriseront les technologies de l'information en faisant des choix technologiques créatifs, productifs et efficaces à propos des tâches à exécuter;
- comprendront les technologies de l'information et étudieront l'éthique et l'impact de son utilisation, feront des synthèses sur les nouveaux enjeux et prendront des décisions réfléchies au fur et à mesure que les technologies de l'information progresseront.

Résolution de problèmes

Dans le plan d'action (*An Agenda for Action*) de 1980 du National Council of Teachers of Mathematics, la première recommandation stipule que la résolution de problèmes doit être le point central des mathématiques à l'école. Dans le cours *Mathématiques appliquées, Secondaire 4*, certains problèmes peuvent être résolus de manière autonome, tandis que d'autres problèmes doivent être résolus en petits groupes ou en classe. Certains problèmes sont ouverts et n'ont aucune réponse finale, tandis que d'autres problèmes requièrent des décisions ou des hypothèses procédurales avant la définition d'une solution.

Applications et liens

Le cours *Mathématiques appliquées, Secondaire 4* place l'apprentissage des mathématiques dans le contexte de leur utilisation dans la société. Il ne s'agit pas simplement de rendre ces mathématiques pertinentes; un contexte est fourni pour les idées mathématiques, et on encourage les élèves à établir des liens à l'intérieur des mathématiques et entre les mathématiques et d'autres disciplines.

Communication technique

La communication technique peut être définie comme étant le transfert de l'information sur une situation, un procédé, un produit, un concept ou un service technique par des moyens écrits, verbaux ou visuels à un auditoire de niveaux différents de connaissance technique pour que chaque membre de l'auditoire comprenne clairement le message. (Éducation et Formation professionnelle Manitoba, 1994)

L'enseignement de la communication technique est plus efficace lorsque les élèves étudient des situations problématiques pour lesquelles ils doivent effectuer de la lecture, de la rédaction et des discussions à propos des idées en utilisant le langage des mathématiques selon le contexte. Lorsque les élèves communiquent leurs idées, ils apprennent à préciser, polir et consolider leur pensée. C'est pourquoi les élèves doivent compléter leurs expériences d'apprentissage de manière autonome ou en petits groupes, les enseignants et parents ne fournissant qu'une aide minimale. Cette expérience peut s'avérer difficile pour certains élèves, mais il s'agit d'une excellente préparation pour le travail à venir et pour les études postsecondaires.

Méthodes d'apprentissage de l'élève

Il est important que les élèves apprennent à penser de manière autonome, à enregistrer leurs pensées et à travailler en collaboration avec les autres. Le cours *Mathématiques appliquées, Secondaire 4* encourage les élèves à apprendre de manière autonome et en collaboration avec les autres. Il prévoit aussi un enseignement théorique moins intense et un apprentissage plus intense que les cours traditionnels de mathématiques. Nous encourageons les enseignants à créer des environnements d'apprentissage dans lesquels les élèves deviennent responsables de leur propre apprentissage. Ces environnements d'apprentissage n'encouragent pas les élèves à travailler seuls, mais plutôt avec les autres élèves. Au sein d'un groupe, chaque élève est personnellement responsable de son propre apprentissage. « Les élèves qui font partie d'un groupe d'apprentissage coopératif sont habituellement plus actifs, participent mieux au processus d'apprentissage et sont donc moins aptes à s'ennuyer dans le cours. Grâce aux groupes d'apprentissage coopératif, vous pouvez établir un environnement de classe plus détendu et plus agréable qui permettra de réduire l'anxiété des élèves, un phénomène très fréquent dans les cours de mathématiques. » (Murdock, 1997, p. 16)

Les projets des élèves constituent un élément clé du développement des concepts mathématiques dans ce programme. Les situations de vie réelle dans lesquelles les mathématiques sont utilisées pour résoudre des problèmes ou créer différents produits ou outils peuvent être utilisées pour placer l'apprentissage des mathématiques dans un contexte adéquat. Grâce aux projets réalisés par les élèves, l'apprentissage des mathématiques va au-delà de la mémorisation de faits et favorise un apprentissage significatif.

Évaluation

Vous devriez évaluer l'apprentissage de l'élève de différentes façons par rapport aux résultats d'apprentissage prescrits pour le cours *Mathématiques appliquées, Secondaire 4*. Chacune des méthodes d'évaluation suivantes est valable, mais il n'est pas essentiel de toutes les utiliser. Vous devriez examiner attentivement la stratégie d'évaluation pour déterminer laquelle est appropriée à l'expérience et au contexte d'apprentissage.

Journal d'apprentissage

Le journal d'apprentissage doit être utilisé par l'élève pour inscrire ses réflexions sur son apprentissage des mathématiques. Il peut y inscrire ses propres expériences, ses sentiments et ses émotions tout au long de son apprentissage des mathématiques. Pour que les élèves expriment leurs pensées avec honnêteté, il est préférable de ne pas attribuer une note au journal, il suffit de le lire et de fournir à l'élève des commentaires appropriés.

Activités de communication technique

Comme il est défini plus haut, la communication technique consiste au transfert de l'information sur une situation, un processus, un produit, un concept ou un service technique par des moyens écrits, verbaux ou visuels à un auditoire de niveaux différents de connaissance technique pour que chaque membre de l'auditoire comprenne clairement le message.

Mathématiques mentales

Vous devez encourager les élèves à faire les calculs dans leur tête le plus souvent possible. Cela les aidera à estimer les réponses et à déterminer plus facilement la vraisemblance des réponses données par les outils techniques comme les calculatrices graphiques et les tableurs.

Projets

« Un projet consiste en un travail en plusieurs étapes que doivent réaliser les élèves sur une certaine période, pendant les cours et en dehors des cours. Les projets permettent aux élèves de se renseigner sur des idées mathématiques dans un autre contexte, et ils prévoient souvent une série d'enquêtes connexes, de situations de résolution de problèmes, de recherches à la bibliothèque, de démonstrations et de présentations. » (Murdock 1997). Le document intitulé *Mathématiques appliquées 12 : Recueil de projets*, édition pour l'Ouest du Canada, Addison-Wesley, constitue une excellente source de projets de mathématiques appliquées (disponible en décembre 2001).

Portfolios

Le portfolio est réservé aux travaux les plus importants ou les mieux réussis de l'élève puisqu'il doit démontrer ce que l'élève est capable d'accomplir. Le portfolio peut aussi illustrer comment le travail de l'élève a changé avec le temps. Il peut s'avérer un outil utile lorsque vous discutez des résultats de l'élève avec les parents de ce dernier.*

Bloc-notes et devoirs

Le bloc-notes doit contenir des travaux terminés, et il sert à organiser des idées mathématiques importantes. Il n'est pas nécessaire d'attribuer une note à tous les travaux du bloc-notes et à tous les travaux à la maison, mais vous devez vérifier s'ils sont complets et si leur organisation est adéquate.

Tests sur l'unité, tests cumulatifs et *quiz*

Il est essentiel que les enseignants utilisent diverses techniques d'évaluation. Les tests sur l'unité, les *quiz* et les examens écrits ne suffisent pas à eux seuls à mesurer de manière adéquate le rendement de l'élève en mathématiques appliquées. Les tests cumulatifs servent à renforcer les concepts mathématiques déjà étudiés et ils contribuent à perfectionner l'apprentissage général des mathématiques de l'élève.

Dans le cadre du projet pilote, les enseignants ont constaté qu'il pouvait être utile de demander aux élèves de préparer des notes, des formules et des exemples de questions sur une feuille qu'ils pouvaient ensuite consulter lors des tests et examens. La valeur réelle de cette feuille consiste en sa préparation. Les élèves doivent faire la distinction entre ce dont ils peuvent avoir besoin et ce qu'ils savent déjà, et ils sont pleinement responsables de créer et de tenir à jour de l'information et des formules utiles tout au long du cours *Mathématiques appliquées, Secondaire 4*. Plutôt que de mémoriser de l'information, ils doivent décider quelle information ils doivent et ne doivent pas conserver.

* Dans ce document, le terme « parents » s'entend des deux parents et tuteurs, et il est utilisé sous réserve que, dans certains cas, seulement un parent peut participer à l'éducation de l'enfant.

« L'utilisation de diverses stratégies d'évaluation permet l'amélioration de la qualité de l'information obtenue, ce qui facilite l'établissement de jugements appropriés sur l'apprentissage des élèves. » (Murdock, 1997).

Évaluation à l'aide de la technologie

Certains enseignants peuvent préférer que les élèves n'utilisent pas de calculatrice graphique ni d'ordinateur pour les tests ou les *quiz* parce qu'ils croient que les élèves ne comprennent pas les concepts sous-jacents lorsque la calculatrice fait partie du travail. L'utilisation de la technologie pendant les tests ou les *quiz* est nécessaire. L'évaluation du cours *Mathématiques appliquées, Secondaire 4* devrait contenir un moins grand nombre de questions que le nombre habituellement compris dans les tests et *quiz* traditionnels. Vous devez accorder plus de temps aux évaluations non traditionnelles comme les activités, les projets et les entrées dans le journal. Parfois, les heures de cours ne suffisent pas et vous pouvez offrir un devoir ou un test à faire à la maison, ou vous pouvez permettre qu'une partie de l'évaluation soit effectuée en dehors des heures de cours.

Description du programme

Le cours *Mathématiques appliquées, Secondaire 4* est divisé en huit unités. Vous devez mettre l'accent sur les liens qui existent entre les différentes unités. Les concepts étudiés dans une unité devraient être appliqués aux situations de problèmes d'autres unités. Pour que les élèves comprennent et utilisent les unités de mesure des systèmes métrique et impérial, les exemples fournis ont trait aux deux systèmes de mesure. La plupart des projets et des activités intègrent des concepts et des compétences de secteurs multiples.

Le cours *Mathématiques appliquées, Secondaire 4* ne comprend pas de module d'enseignement sur la communication technique. Toutefois, un module du cours *Mathématiques appliquées, Secondaire 2* peut être utilisé comme source de référence par les enseignants qui désirent intégrer la communication technique au cours *Mathématiques appliquées, Secondaire 4.*

Ce document est composé des unités suivantes :

Unité A :	Modèles matriciels	14 h
Unité B :	Vecteurs	14 h
Unité C :	Finances personnelles	14 h
Unité D :	Probabilité	14 h
Unité E :	Variation et analyse statistique	14 h
Unité F :	Design et mesure	14 h
Unité G :	Fonctions périodiques	14 h
Unité H :	Suites	12 h
		110 h

Les unités ne sont pas présentées dans un ordre obligatoire d'enseignement. Toutefois, certains concepts et certaines aptitudes de l'unité sont requises pour l'unité D et devraient être enseignés avant le début de l'unité E. Les enseignants du projet pilote ont indiqué que le contenu des unités C et F pouvait être réparti sur tout le cours.

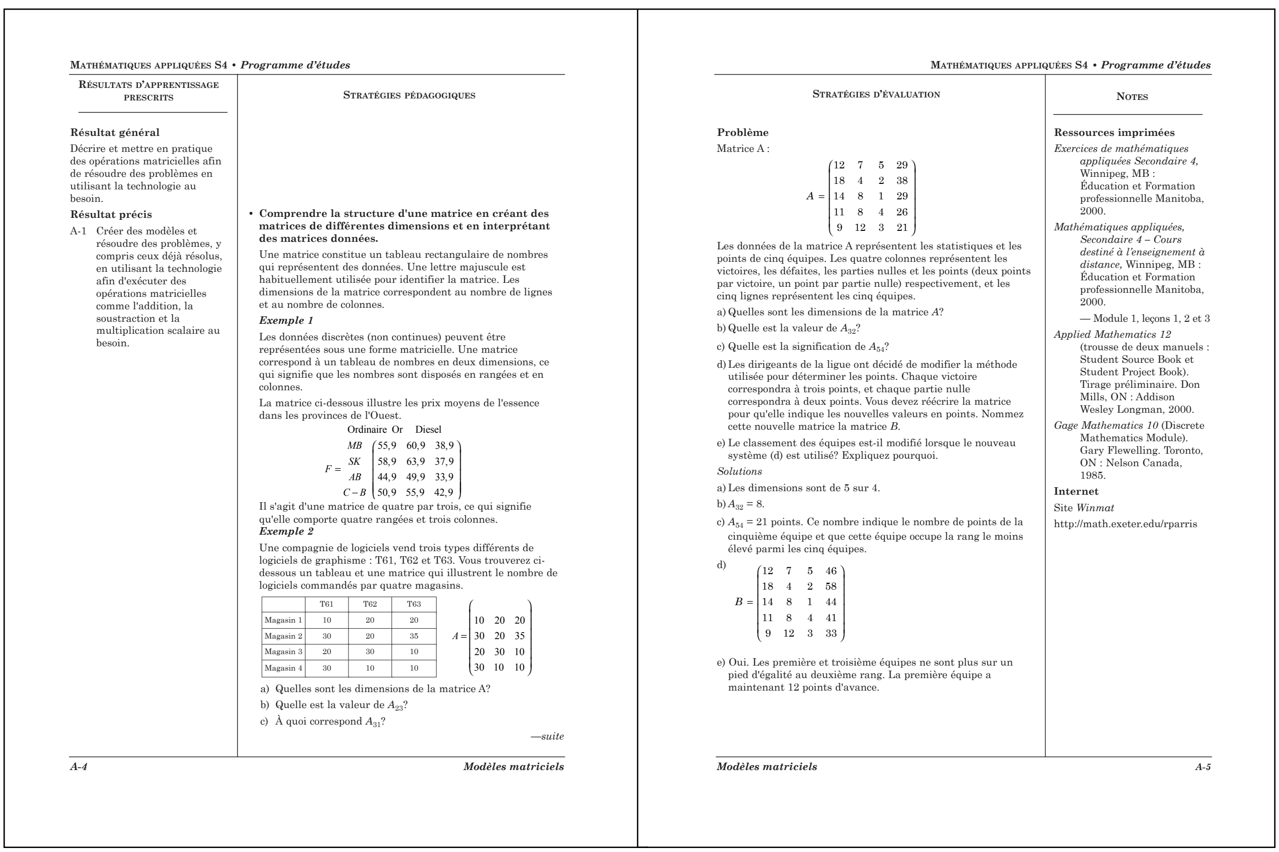
Chaque unité de ce document est disposée et paginée individuellement.

Note de prudence

Certaines des expériences et certains des problèmes que l'on retrouve dans ces documents peuvent avoir recours au hasard et à la probabilité. Dans certaines familles et collectivités, les liens qui existent entre la probabilité et les jeux d'argent peuvent être problématiques. Par exemple, certains parents/tuteurs peuvent ne pas accepter que leurs enfants jouent aux cartes, aux dés ou pour des prix en argent. Vous pouvez alors modifier les activités ou les problèmes d'apprentissage de sorte à utiliser des cartes numérotées, des cubes numérotés, des points ou des crédits.

Présentation du document

Dans chaque unité, les informations sont présentées sur deux pages et en quatre colonnes. La page de gauche contient les **résultats d'apprentissage prescrits** et les **stratégies pédagogiques**, tandis que la page de droite contient des **stratégies d'évaluation** et des **notes**.



MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES S4 • *Programme d'études*

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

Résultat général

Décrire et mettre en pratique des opérations matricielles afin de résoudre des problèmes en utilisant la technologie au besoin.

Résultat précis

A-1 Créer des modèles et résoudre des problèmes, y compris ceux déjà résolus, en utilisant la technologie afin d'exécuter des opérations matricielles comme l'addition, la soustraction et la multiplication scalaire au besoin.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Comprendre la structure d'une matrice en créant des matrices de différentes dimensions et en interprétant des matrices données.**

Une matrice constitue un tableau rectangulaire de nombres qui représentent des données. Une lettre majuscule est habituellement utilisée pour identifier la matrice. Les dimensions de la matrice correspondent au nombre de lignes et au nombre de colonnes.

Exemple 1

Les données discrètes (non continues) peuvent être représentées sous une forme matricielle. Une matrice correspond à un tableau de nombres en deux dimensions, ce qui signifie que les nombres sont disposés en rangées et en colonnes.

La matrice ci-dessous illustre les prix moyens de l'essence dans les provinces de l'Ouest.

$$F = \begin{array}{c} \\ MB \\ SK \\ AB \\ C-B \end{array} \begin{array}{c} \text{Ordinaire} \quad \text{Or} \quad \text{Diesel} \\ \begin{pmatrix} 55{,}9 & 60{,}9 & 38{,}9 \\ 58{,}9 & 63{,}9 & 37{,}9 \\ 44{,}9 & 49{,}9 & 33{,}9 \\ 50{,}9 & 55{,}9 & 42{,}9 \end{pmatrix} \end{array}$$

Il s'agit d'une matrice de quatre par trois, ce qui signifie qu'elle comporte quatre rangées et trois colonnes.

Exemple 2

Une compagnie de logiciels vend trois types différents de logiciels de graphisme : T61, T62 et T63. Vous trouverez ci-dessous un tableau et une matrice qui illustrent le nombre de logiciels commandés par quatre magasins.

	T61	T62	T63
Magasin 1	10	20	20
Magasin 2	30	20	35
Magasin 3	20	30	10
Magasin 4	30	10	10

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 20 & 20 \\ 30 & 20 & 35 \\ 20 & 30 & 10 \\ 30 & 10 & 10 \end{pmatrix}$$

a) Quelles sont les dimensions de la matrice A?

b) Quelle est la valeur de A_{23}?

c) À quoi correspond A_{31}?

—suite

A-4 **Modèles matriciels**

MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES S4 • *Programme d'études*

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Problème

Matrice A :

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 7 & 5 & 29 \\ 18 & 4 & 2 & 38 \\ 14 & 8 & 1 & 29 \\ 11 & 8 & 4 & 26 \\ 9 & 12 & 3 & 21 \end{pmatrix}$$

Les données de la matrice A représentent les statistiques et les points de cinq équipes. Les quatre colonnes représentent les victoires, les défaites, les parties nulles et les points (deux points par victoire, un point par partie nulle) respectivement, et les cinq lignes représentent les cinq équipes.

a) Quelles sont les dimensions de la matrice A?

b) Quelle est la valeur de A_{32}?

c) Quelle est la signification de A_{54}?

d) Les dirigeants de la ligue ont décidé de modifier la méthode utilisée pour déterminer les points. Chaque victoire correspondra à trois points, et chaque partie nulle correspondra à deux points. Vous devez réécrire la matrice pour qu'elle indique les nouvelles valeurs en points. Nommez cette nouvelle matrice la matrice B.

e) Le classement des équipes est-il modifié lorsque le nouveau système (d) est utilisé? Expliquez pourquoi.

Solutions

a) Les dimensions sont de 5 sur 4.

b) $A_{32} = 8$.

c) $A_{54} = 21$ points. Ce nombre indique le nombre de points de la cinquième équipe et que cette équipe occupe la rang le moins élevé parmi les cinq équipes.

d)

$$B = \begin{pmatrix} 12 & 7 & 5 & 46 \\ 18 & 4 & 2 & 58 \\ 14 & 8 & 1 & 44 \\ 11 & 8 & 4 & 41 \\ 9 & 12 & 3 & 33 \end{pmatrix}$$

e) Oui. Les première et troisième équipes ne sont plus sur un pied d'égalité au deuxième rang. La première équipe a maintenant 12 points d'avance.

NOTES

Ressources imprimées

Exercices de mathématiques appliquées Secondaire 4, Winnipeg, MB : Éducation et Formation professionnelle Manitoba, 2000.

Mathématiques appliquées, Secondaire 4 – Cours destiné à l'enseignement à distance, Winnipeg, MB : Éducation et Formation professionnelle Manitoba, 2000.

— Module 1, leçons 1, 2 et 3

Applied Mathematics 12 (trousse de deux manuels : Student Source Book et Student Project Book). Tirage préliminaire. Don Mills, ON : Addison Wesley Longman, 2000.

Gage Mathematics 10 (Discrete Mathematics Module). Gary Flewelling. Toronto, ON : Nelson Canada, 1985.

Internet

Site *Winmat*

http://math.exeter.edu/rparris

Modèles matriciels *A-5*

Unité A
Modèles matriciels

MODÈLES MATRICIELS

Introduction

Dans cette unité,

- on présente les matrices et les opérations matricielles. Les opérations matricielles comprennent les additions, les soustractions, les multiplications scalaires et les multiplications matricielles;
- les matrices et les opérations matricielles sont utilisées pour créer des modèles et établir les solutions à propos de problèmes reliés à la consommation, à la transition et aux réseaux;
- la technologie est utilisée pour exécuter des opérations matricielles.

Pratiques d'enseignement

- Présenter les matrices et illustrer comment les données peuvent être présentées sous une forme matricielle.
- Démontrer des opérations matricielles simples.
- Dans le cadre de la communication technique, les élèves devraient consulter les manuels/écrans d'aide lorsqu'ils apprennent à exécuter des opérations matricielles à l'aide de la technologie.
- Les élèves peuvent étudier la majeure partie de cette unité de manière individuelle ou en petits groupes.

Matériel d'enseignement

- calculatrice graphique ou ordinateur
- logiciel informatique tel que *Winmat* (disponible gratuitement)

Durée

14 heures

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE

Résultat général

Décrire et mettre en pratique des opérations matricielles afin de résoudre des problèmes en utilisant la technologie au besoin.

Résultats spécifiques

A-1 Créer des modèles et résoudre des problèmes, y compris ceux déjà résolus, en utilisant la technologie afin d'exécuter des opérations matricielles comme l'addition, la soustraction et la multiplication scalaire au besoin.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Comprendre la structure d'une matrice en créant des matrices de différentes dimensions et en interprétant des matrices données.**

  Une matrice constitue un tableau rectangulaire de nombres qui représentent des données. Une lettre majuscule est habituellement utilisée pour identifier la matrice. Les dimensions de la matrice correspondent au nombre de lignes et au nombre de colonnes.

  Exemple 1

  Les données discrètes (non continues) peuvent être représentées sous une forme matricielle. Une matrice correspond à un tableau de nombres en deux dimensions, ce qui signifie que les nombres sont disposés en rangées et en colonnes.

  La matrice ci-dessous illustre les prix moyens de l'essence dans les provinces de l'Ouest.

$$F = \begin{array}{r c} & \begin{array}{ccc} \text{Ordinaire} & \text{Or} & \text{Diesel} \end{array} \\ \begin{array}{r} MB \\ SK \\ AB \\ C-B \end{array} & \begin{pmatrix} 55{,}9 & 60{,}9 & 38{,}9 \\ 58{,}9 & 63{,}9 & 37{,}9 \\ 44{,}9 & 49{,}9 & 33{,}9 \\ 50{,}9 & 55{,}9 & 42{,}9 \end{pmatrix} \end{array}$$

  Il s'agit d'une matrice de quatre par trois, ce qui signifie qu'elle comporte quatre rangées et trois colonnes. (Elle se lit 4 par 3)

  Exemple 2

  Une compagnie de logiciels vend trois types différents de logiciels de graphisme : T61, T62 et T63. Vous trouverez ci-dessous un tableau et une matrice qui illustrent le nombre de logiciels commandés par quatre magasins.

	T61	T62	T63
Magasin 1	10	20	20
Magasin 2	30	20	35
Magasin 3	20	30	10
Magasin 4	30	10	10

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 20 & 20 \\ 30 & 20 & 35 \\ 20 & 30 & 10 \\ 30 & 10 & 10 \end{pmatrix}$$

  a) Quelles sont les dimensions de la matrice A?

  b) Quelle est la valeur de A_{23}?

  c) À quoi correspond A_{31}?

—suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Problème

Soit la matrice A :

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 7 & 5 & 29 \\ 18 & 4 & 2 & 38 \\ 14 & 8 & 1 & 29 \\ 11 & 8 & 4 & 26 \\ 9 & 12 & 3 & 21 \end{pmatrix}$$

Les données de la matrice A représentent les statistiques et les points de cinq équipes. Les quatre colonnes représentent les victoires, les défaites, les parties nulles et les points (deux points par victoire, un point par partie nulle) respectivement, et les cinq lignes représentent les cinq équipes.

a) Quelles sont les dimensions de la matrice A?

b) Quelle est la valeur de A_{32}?

c) Quelle est la signification de A_{54}?

d) Les dirigeants de la ligue ont décidé de modifier la méthode utilisée pour déterminer les points. Chaque victoire correspondra à trois points, et chaque partie nulle correspondra à deux points. Vous devez réécrire la matrice pour qu'elle indique les nouvelles valeurs en points. Nommez cette nouvelle matrice la matrice B.

e) Le classement des équipes est-il modifié lorsque le nouveau système (d) est utilisé? Expliquez pourquoi.

Solutions

a) Les dimensions sont de 5 sur 4.

b) $A_{32} = 8$.

c) $A_{54} = 21$ points. Ce nombre indique le nombre de points de la cinquième équipe et que cette équipe occupe le rang le moins élevé parmi les cinq équipes.

d)

$$B = \begin{pmatrix} 12 & 7 & 5 & 46 \\ 18 & 4 & 2 & 58 \\ 14 & 8 & 1 & 44 \\ 11 & 8 & 4 & 41 \\ 9 & 12 & 3 & 33 \end{pmatrix}$$

e) Oui. Les première et troisième équipes ne sont plus sur un pied d'égalité au deuxième rang. La première équipe a maintenant 12 points d'avance.

NOTES

Ressources imprimées

Mathématiques appliquées, Secondaire 4 – Exercices – Supplément au programme d'études, Winnipeg, MB : Éducation et Formation professionnelle Manitoba, 2000.

Mathématiques appliquées, Secondaire 4 – Cours destiné à l'enseignement à distance, Winnipeg, MB : Éducation et Formation professionnelle Manitoba, 2000.

— Module 1, leçons 1, 2 et 3

Mathématiques appliquées 12 (trousse de deux manuels : Manuel de l'élève et Recueil de projets. Don Mills, ON : Addison Wesley Longman, 2000.

Gage Mathematics 10 (Discrete Mathematics Module). Gary Flewelling. Toronto, ON : Nelson Canada, 1985.

Site Internet

Winmat (version française)

http://math.exeter.edu/rparris

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

A-1 Créer des modèles et résoudre des problèmes, y compris ceux déjà résolus, en utilisant la technologie afin d'exécuter des opérations matricielles comme l'addition, la soustraction et la multiplication scalaire au besoin.

– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Comprendre la structure d'une matrice en créant des matrices de différentes dimensions et en interprétant des matrices données. (suite)**

Exemple 2 — suite

Solution

a) [4 par 3] — quatre rangées et trois colonnes

b) [A_{23} = 35]

c) [A_{31} = 20 logiciels de graphisme T61 commandés par le magasin 3]

Nota : Dans le symbole A_{rc}, r représente la rangée et c représente la colonne de la matrice A.

Exemple 3

La matrice ci-dessous indique les distances en kilomètres entre des villes du Manitoba et de la Saskatchewan. ***Note :*** Les valeurs de la diagonale principale correspondent toutes à zéro.

$$D = \begin{array}{r c} & \begin{array}{ccccc} \text{BR} & \text{FF} & \text{Sask} & \text{Reg} & \text{Wpg} \end{array} \\ \begin{array}{r} \text{Brandon} \\ \text{Flin Flon} \\ \text{Saskatoon} \\ \text{Regina} \\ \text{Winnipeg} \end{array} & \begin{pmatrix} 0 & 448 & 383 & 226 & 136 \\ 448 & 0 & 345 & 493 & 490 \\ 383 & 345 & 0 & 155 & 492 \\ 226 & 493 & 155 & 0 & 360 \\ 136 & 490 & 492 & 360 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

- **Être en mesure d'exécuter des opérations matricielles, comme l'addition, la soustraction et la multiplication scalaire.**

Les règles d'exécution des opérations sur les matrices sont les suivantes :

Addition

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+p & b+q \\ c+r & d+s \end{pmatrix}$$

Soustraction

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-p & b-q \\ c-r & d-s \end{pmatrix}$$

Nota : Seules des matrices de même dimension peuvent être additionnées ou soustraites.

Multiplication scalaire

$$k\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{pmatrix}$$

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Nota : Seules les matrices de même dimension peuvent être additionnées ou soustraites

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

A-1 Créer des modèles et résoudre des problèmes, y compris ceux déjà résolus, à l'aide de la technologie afin d'exécuter des opérations matricielles comme l'addition, la soustraction et la multiplication scalaire au besoin.

– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Être en mesure d'exécuter des opérations matricielles, comme l'addition, la soustraction et la multiplication scalaire. (suite)**

Exemple 1

Utilisez une calculatrice graphique ou un ordinateur pour exécuter les opérations matricielles suivantes à propos des matrices données.

***Nota* :** Consultez l'annexe A pour obtenir des directives sur l'utilisation de la calculatrice graphique TI-83 ou le logiciel informatique Winmat pour exécuter les opérations matricielles et pour enregistrer votre réponse en tant que nouvelle matrice.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 2 & -5 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 2{,}3 & 3{,}1 & -4{,}4 \\ 1{,}3 & 0{,}0 & 5{,}7 \end{pmatrix}$$

a) $A + B$ b) $4C$ c) $B - A$

d) $C + B$ e) $-2{,}7A$ f) $3{,}5A + 4{,}1B$

Solution

a) $\begin{pmatrix} 7 & 14 \\ 4 & -6 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 9{,}2 & 12{,}4 & -17{,}6 \\ 5{,}2 & 0{,}0 & 22{,}8 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}$ d) Aucune solution

e) $\begin{pmatrix} -10{,}8 & -16{,}2 \\ -5{,}4 & 2{,}7 \end{pmatrix}$ f) $\begin{pmatrix} 26{,}3 & 53{,}8 \\ 15{,}2 & -24 \end{pmatrix}$

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

Étant donné les matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 2,2 & 7,1 & 4,7 \\ 3,1 & 1,1 & 6,9 \\ 5,4 & 2,2 & 5,2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 4,6 & 6,6 \\ 1,1 & 1,9 \\ 3,5 & 2,8 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 3,9 & 6,1 \\ 1,8 & 2,3 \\ 8,1 & 3,4 \end{pmatrix}$$

1. Identifie lesquelles des opérations ci-dessous sont possibles.
   a) $A + C$ b) $B + C$
   c) $2{,}2A$ d) $6{,}6C + 3{,}4B$
   e) $2A - 3C$ f) $A + A$

2. Complète les opérations ci dessous :
   a) $C + 2B$ b) $3{,}5A$
   c) $5{,}7B - 0{,}9C$ d) $B + B + B + B + B + B$

Solutions

1. b, c, d, et f sont possibles

2. a) $C + 2B = \begin{pmatrix} 13,1 & 19,3 \\ 4 & 6,1 \\ 15,1 & 9 \end{pmatrix}$

   b) $3{,}5A = \begin{pmatrix} 7,7 & 24,85 & 16,45 \\ 10,85 & 3,85 & 24,15 \\ 18,9 & 7,7 & 18,2 \end{pmatrix}$

   c) $5{,}7B - 0{,}9C = \begin{pmatrix} 22,71 & 32,13 \\ 4,65 & 8,76 \\ 12,66 & 12,9 \end{pmatrix}$

   d) $6B = \begin{pmatrix} 27,6 & 39,6 \\ 6,6 & 11,4 \\ 21 & 16,8 \end{pmatrix}$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

A-1 Créer des modèles et résoudre des problèmes, y compris ceux déjà résolus, à l'aide de la technologie afin d'exécuter des opérations matricielles comme l'addition, la soustraction et la multiplication scalaire au besoin.

– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Résoudre une variété de problèmes par moyen de matrices en utilisant l'information tirée de la vie quotidienne.**

Exemple 1

Vous devez créer une matrice qui représente les victoires, les défaites, les parties nulles et les points de cinq équipes pour les six premières semaines de la saison.

Ligue de soccer intérieur Spectrum Hommes – Div. 1				
	V	D	N	P
Barca	10	1	2	22
Internatonale	10	1	1	21
Sabres	7	1	3	17
Allemagne	6	3	4	16
Sorrentos	4	0	8	16

$$A = \begin{array}{r} \\ \text{Bar} \\ \text{Int} \\ \text{Sab} \\ \text{All} \\ \text{Sor} \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \text{V} & \text{D} & \text{N} & \text{P} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 10 & 1 & 2 & 22 \\ 10 & 1 & 1 & 21 \\ 7 & 1 & 3 & 17 \\ 6 & 3 & 4 & 16 \\ 4 & 0 & 8 & 16 \end{pmatrix} \end{array}$$

Solution

Cette matrice correspond à une matrice des équipes et des points dans laquelle les équipes sont représentées par une rangée et les points par une colonne.

La matrice B représente le tableau des points pour la semaine suivante.

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Si les éléments de A et de B sont combinés, nous obtenons les résultats pour les sept premières semaines.

$$\text{Donc, } A + B = \begin{pmatrix} 10 & 1 & 2 & 22 \\ 10 & 1 & 1 & 21 \\ 7 & 1 & 3 & 17 \\ 6 & 3 & 4 & 16 \\ 4 & 0 & 8 & 16 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 2 & 3 & 24 \\ 12 & 1 & 1 & 25 \\ 8 & 1 & 4 & 20 \\ 6 & 4 & 5 & 17 \\ 5 & 1 & 8 & 18 \end{pmatrix}$$

Enregistrez les données des matrices A et B dans la calculatrice graphique et déterminez la somme de A et de B. Utilisez le manuel de votre calculatrice graphique au besoin pour déterminer la procédure à suivre.

—suite

Stratégies d'évaluation

Notes

Problème

Les Aliments de Californie distribuent des arachides, des amandes et des noix de cajou à trois magasins. La valeur des marchandises distribuées à chaque magasin en décembre et en janvier est indiquée dans les deux tableaux ci-dessous.

Décembre

	arachides	amandes	noix de cajou
Magasin A	235	310	280
Magasin B	400	240	400
Magasin C	180	120	200

Janvier

	arachides	amandes	noix de cajou
Magasin A	210	270	190
Magasin B	340	180	300
Magasin C	160	90	175

a) En utilisant votre calculatrice graphique ou ordinateur, créez les matrices D et J représentant la valeur des produits dans chaque magasin pour les mois de décembre et de janvier.

b) Additionnez les matrices D et J pour illustrer la valeur totale de chaque produit distribué à chaque magasin pendant la période de deux mois.

c) Soustrayez la matrice J de la matrice D pour illustrer la diminution des ventes de chaque produit dans chaque magasin.

d) Le directeur de chaque magasin augmente les prix de 40 %. Déterminez le revenu brut pour les magasins en décembre si les arachides, les amandes et les noix de cajou sont toutes vendues.

Solution

b) $$D+J=\begin{pmatrix}235 & 310 & 280\\400 & 240 & 400\\180 & 120 & 200\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}210 & 270 & 190\\340 & 180 & 300\\160 & 90 & 175\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}445 & 580 & 470\\740 & 420 & 700\\340 & 210 & 375\end{pmatrix}$$

c) $$D-J=\begin{pmatrix}235 & 310 & 280\\400 & 240 & 200\\180 & 120 & 200\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}210 & 270 & 190\\340 & 180 & 300\\160 & 90 & 175\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}25 & 40 & 90\\60 & 60 & 100\\20 & 30 & 25\end{pmatrix}$$

d) $$1,4D=1,4\begin{pmatrix}235 & 310 & 280\\400 & 240 & 400\\180 & 120 & 200\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}329 & 434 & 392\\560 & 336 & 560\\252 & 168 & 280\end{pmatrix}$$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

A-1 Créer des modèles et résoudre des problèmes, y compris ceux déjà résolus, à l'aide de la technologie afin d'exécuter des opérations matricielles comme l'addition, la soustraction et la multiplication scalaire au besoin.

– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Résoudre une variété de problèmes par moyen de matrices en utilisant l'information tirée de la vie quotidienne. (suite)**

Exemple 2

Créez des matrices qui illustrent les listes de prix des pneus une fois la taxe de vente ajoutée.

La matrice ci-dessous représente le prix de quatre types de pneus d'automobile de Pneus Michelli et de Pneus Goodline. La première rangée représente les prix de Michelli et la deuxième rangée représente les prix de Goodline.

$$A = \begin{pmatrix} 46{,}50 & 52{,}70 & 62{,}40 & 81{,}70 \\ 48{,}30 & 51{,}90 & 59{,}70 & 83{,}50 \end{pmatrix}$$

a) Créez une nouvelle matrice, T_0 représentant le montant de la taxe de vente payable pour chaque pneu si cette taxe est de 10 %.

b) Enregistrez la matrice dans votre calculatrice et utilisez les opérations appropriées pour produire les matrices B et C en indiquant par B la taxe de vente payable sur chaque pneu de 14 % et par C le coût de chaque pneu lorsque la taxe de vente est incluse.

c) Expliquez comment vous pouvez obtenir la matrice C en utilisant la matrice A seulement, et comment vous pouvez obtenir la matrice C en utilisant les matrices A et B.

d) Expliquez dans quelles circonstances il serait préférable d'exécuter des opérations semblables en utilisant la technologie plutôt qu'en effectuant les calculs par écrit.

Solution

a) Chaque élément de la matrice A est multiplié par 0,10.

$$0{,}10A = T_0 = \begin{pmatrix} 4{,}65 & 5{,}27 & 6{,}24 & 8{,}17 \\ 4{,}83 & 5{,}19 & 5{,}97 & 8{,}35 \end{pmatrix}$$

b)
$$0{,}14A = B = \begin{pmatrix} 6{,}51 & 7{,}38 & 8{,}74 & 11{,}44 \\ 6{,}76 & 7{,}27 & 8{,}36 & 11{,}69 \end{pmatrix}$$

$$1{,}14A = C = \begin{pmatrix} 53{,}01 & 60{,}08 & 71{,}14 & 93{,}14 \\ 55{,}06 & 59{,}17 & 68{,}06 & 95{,}19 \end{pmatrix}$$

c) $C = 1{,}14A$ ou $C = A + B$

d) La technologie devient très utile lorsque la quantité de données augmente (par exemple, pour dix fabricants de pneus et 15 marques de pneus). La technologie est aussi utile lorsque les calculs sont difficiles à exécuter mentalement.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

A-2 Créer des modèles et résoudre des problèmes reliés aux consommateurs et aux réseaux en utilisant la technologie afin d'exécuter une multiplication matricielle au besoin.

- **Utiliser la technologie pour exécuter la multiplication matricielle.**

La règle de la multiplication matricielle est énoncée ci-dessous :

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ap + br & aq + bs \\ cp + dr & cq + ds \end{pmatrix}$$

***Nota* :** Pour le produit d'une matrice $M \times N$ et d'une matrice $P \times Q$ *:*

a) *N doit égaler P*

b) La matrice qui en résulte a pour dimension $M \times Q$

Exemple

Utilisez une calculatrice graphique ou un ordinateur pour exécuter les multiplications matricielles ci-dessous.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 7 & 4 & 5 \\ 3 & -2 & 7 \end{pmatrix} \qquad D = \begin{pmatrix} -2 & 7 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}$$

a) AB b) BA

c) CB d) BC

e) DC

f) $C\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

g) $(1 \;\; 1)C$

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Problème

Exécutez les opérations matricielles ci-dessous. Ces questions peuvent être utilisées en tant que questions de mathématiques mentales.

a) Déterminez les valeurs de x et y : $(5 \;\; 7) + (3 \;\; 11) = (x \;\; y)$

b) Déterminez les valeurs de x et y : $4\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

c) Simplifiez : $(1 \;\; 1 \;\; 1)\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

d) Simplifiez : $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}(1 \;\; 1 \;\; 1)$

e) Simplifiez : $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

f) Simplifiez : $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

g) Simplifiez : $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

h) Simplifiez : $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

i) Simplifiez : $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

Solution

a) $x = 8$, $y = 18$

b) $x = 8$, $y = 20$

c) (9)

d) $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \\ 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}$

e) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

f) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

g) $\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

h) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$

i) $\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$

NOTES

Mathématiques appliquées, Secondaire 4 – Cours destiné à l'enseignement à distance, Winnipeg, MB : Éducation et Formation professionnelle Manitoba, 2000.

— Module 1, Leçons 4, 5 et 6

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

A-2 Créer des modèles et résoudre des problèmes reliés aux consommateurs et aux réseaux en utilisant la technologie afin d'exécuter une multiplication matricielle au besoin.

– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Utiliser la technologie pour exécuter une multiplication matricielle. (suite)**

Exemple — suite

Solution

a) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix} = (10 + 18 + 28) = 56$

b) $\begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 15 & 20 \\ 12 & 18 & 24 \\ 14 & 21 & 28 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 94 \\ 52 \end{pmatrix}$

d) Aucune solution — dimension ne correspond pas.

e) $\begin{pmatrix} 7 & -22 & 39 \\ 61 & 20 & 63 \end{pmatrix}$

f) $\begin{pmatrix} 16 \\ 8 \end{pmatrix}$

g) $\begin{pmatrix} 10 & 2 & 12 \end{pmatrix}$

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Expliquez comment multiplier ces matrices mentalement.

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ -1 & 6 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -7 \end{pmatrix}$$

2. Expliquez pourquoi il est impossible de déterminer le produit ci-dessous.

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ -1 & 6 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & -7 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

3. Expliquez pourquoi il est impossible de déterminer la somme ci-dessous.

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ -1 & 6 & -2 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 4 & -7 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Solutions

1. Multipliez les rangées par les colonnes et additionner les produits.

   $2 \cdot 4 + 5 \cdot 3 + 3 \cdot (-7) = 2$

   $(-1) \cdot 4 + 6 \cdot 3 + (-2)(-7) = 28$

2. Le nombre de colonnes et de rangées doit être le même dans la première et la deuxième matrices pour qu'elles puissent être multipliées.
3. Lorsqu'on additionne des matrices, la dimension des deux matrices doit être la même.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

A-2 Créer des modèles et résoudre des problèmes reliés aux consommateurs et aux réseaux en utilisant la technologie afin d'exécuter une multiplication matricielle au besoin.

– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Créer et utiliser des matrices pour résoudre des problèmes.**

Exemple 1

La compagnie Articles de sport Burgess fournit des balles, des bâtons et des gants à des magasins d'articles de sport. Le tableau ci-dessous indique le nombre d'articles commandés par quatre magasins différents.

	Balles	Bâtons	Gants
Magasin P	70	30	22
Magasin Q	60	20	19
Magasin R	70	15	24
Magasin S	50	40	12

Le coût de chaque balle est de 8 $, celui de chaque bâton est de 30 $ et celui de chaque gant est de 75 $.

a) Indiquez la commande totale dans la matrice *N*.

b) Indiquez le coût par article dans une colonne de la matrice *A*.

c) En utilisant la multiplication matricielle, créez une matrice *C* illustrant le coût par magasin pour chaque type d'article commandé.

d) Créez la matrice *D* pour qu'elle comprenne des frais d'expédition de 2 % par article.

e) Quel est le montant que doit verser chaque magasin à la compagnie Burgess?

f) Déterminez le montant total que recevra la compagnie Burgess.

Solutions

a) $N = \begin{pmatrix} 70 & 30 & 22 \\ 60 & 20 & 19 \\ 70 & 15 & 24 \\ 50 & 40 & 12 \end{pmatrix}$

b) $A = \begin{array}{r} \text{balle} \\ \text{bâton} \\ \text{gant} \end{array} \begin{pmatrix} 8 \\ 30 \\ 75 \end{pmatrix}$

c) $C = N \cdot A,\ C = \begin{pmatrix} 70 & 30 & 22 \\ 60 & 20 & 19 \\ 70 & 15 & 24 \\ 50 & 40 & 12 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 \\ 30 \\ 75 \end{pmatrix},\ C = \begin{pmatrix} 3110 \\ 2505 \\ 2810 \\ 2500 \end{pmatrix}$

d) $D = 1{,}02 \cdot C,\ D = \begin{pmatrix} 3172{,}20 \\ 2555{,}10 \\ 2866{,}20 \\ 2550{,}00 \end{pmatrix}$

e) Le magasin P doit verser 3172,20 $
Le magasin Q doit verser 2555,10 $
Le magasin R doit verser 2866,20 $
Le magasin S doit verser 2550,00 $

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

L'Entrepôt du son fabrique des chaînes stéréo. Il fabrique quatre modèles : les modèles Budget, Économie, Exécutif et Présidentiel. Le modèle Budget requiert 50 transistors, 30 condensateurs, sept connecteurs et trois cadrans. Le modèle Économie requiert 65 transistors, 50 condensateurs, neuf connecteurs et quatre cadrans. Le modèle Exécutif requiert 85 transistors, 42 condensateurs, dix connecteurs et six cadrans. Le modèle Présidentiel requiert 85 transistors, 42 condensateurs, dix connecteurs et douze cadrans. La production quotidienne visée dans un trimestre normal est de 10 chaînes du modèle Budget, 12 du modèle Économie, 11 du modèle Exécutif et 7 du modèle Présidentiel.

a) Combien de transistors sont requis chaque jour? De condensateurs? De connecteurs? De cadrans?

b) Pendant les mois d'août et de septembre, la production a augmenté de 40 %. Combien de chaînes des modèles Budget, Économie, Exécutif et Présidentiel ont été produites pendant ces mois?

c) La fabrication du modèle Budget requiert 5 personnes/heure, le modèle Économie requiert 7 personnes/heure, le modèle Exécutif requiert 6 personnes/heure et le modèle Présidentiel requiert 7 personnes/heure. Déterminez le nombre d'employés requis pour respecter l'horaire de production normal si chaque employé travaille pendant une moyenne de 7 heures par jour. Combien d'employés sont requis pendant les mois d'août et de septembre?

Solution

a)

$$A = \begin{array}{c} \\ trans \\ cond \\ conn \\ cadr \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \text{Bud} & \text{Éco} & \text{Exe} & \text{Pré} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 50 & 65 & 85 & 85 \\ 30 & 50 & 42 & 42 \\ 7 & 9 & 10 & 10 \\ 3 & 4 & 6 & 12 \end{pmatrix} \end{array}$$

$$B = \begin{array}{c} \\ Bud \\ Éco \\ Exe \\ Pré \end{array} \begin{array}{c} \text{jour} \\ \begin{pmatrix} 10 \\ 12 \\ 11 \\ 7 \end{pmatrix} \end{array} \qquad A \cdot B = \begin{array}{c} \\ trans \\ cond \\ conn \\ cadr \end{array} \begin{array}{c} \text{jour} \\ \begin{pmatrix} 2810 \\ 1656 \\ 358 \\ 228 \end{pmatrix} \end{array}$$

Nombre de transistors par jour = 2 810
Nombre de condensateurs par jour = 1 656
Nombre de connecteurs par jour = 358
Nombre de cadrans par jour = 228

– suite

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

A-2 Créer des modèles et résoudre des problèmes reliés aux consommateurs et aux réseaux en utilisant la technologie afin d'exécuter une multiplication matricielle au besoin.

–suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Créer et utiliser des matrices pour résoudre des problèmes.**

Exemple 1 — suite

Solution — suite

f) En multipliant la matrice D par la matrice en rangées $(1 \quad 1 \quad 1 \quad 1)$, on additionne les éléments de chaque colonne dans la matrice.
$(1 \quad 1 \quad 1 \quad 1)D = 11\,143{,}50$ $

Nota : Le même procédé peut être utilisé pour décrire les stocks de nombreux magasins tenant une grande quantité d'articles en stock. Les calculs peuvent être effectués très rapidement à l'aide de la technologie.

Exemple 2

Un virus s'attaque aux élèves d'une école. L'infirmière Bertha découvre que les élèves sont malades, se portent bien ou sont porteurs du virus. Elle détermine que les pourcentages d'élèves du secondaire 3 et du secondaire 4 dans chaque catégorie sont les suivants :

	Sec. 3	Sec. 4
Bien	15 %	25 %
Malades	35 %	40 %
Porteurs	50 %	35 %

La population étudiante est répartie par catégorie et par sexe comme suit :

	Garçons	Filles
Sec. 3	104	80
Sec. 4	107	103

Utilisez les opérations matricielles pour répondre aux questions ci-dessous. Arrondissez toutes les réponses au nombre entier le plus près.

a) Quel est le nombre de garçons malades?

b) Quel est le nombre de filles qui se portent bien?

c) Quel est le nombre de filles qui sont porteuses du virus?

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Solution – suite

b) $D = 1,4 \cdot B = \begin{pmatrix} 14 \\ 16,8 \\ 15,4 \\ 9,8 \end{pmatrix}$

La production quotidienne moyenne est de quatorze chaînes du modèle Budget, 16,8 du modèle Économie, 15,4 du modèle Exécutif et 9,8 du modèle Présidentiel.

c) $C = \text{heures} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \text{Bu} & \text{Ec} & \text{Ex} & \text{Pr} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 5 & 7 & 6 & 7 \end{pmatrix} \end{array}$ $\quad C \cdot B = \begin{pmatrix} 5 & 7 & 6 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 \\ 12 \\ 11 \\ 7 \end{pmatrix} = 249 \text{ heures/jour}$

Nombre d'employés = 249/7 = 35 4/7 = 36 employés

En août et en septembre, 1,4 x 249 = 348,6 heures/jour

Ou

$C \cdot D = (348,6)$

Nombre d'employés = 348,6/7 = 49,8 = 50 employés

Problème

Dans une mine de charbon, les quantités de charbon de catégorie 1 et de catégorie 2 (en tonnes) obtenues par ***quart de travail*** sont différentes pour deux couches exploitables, les couches A et B, et ces quantités sont illustrées dans le tableau suivant.

	Catégorie 1	Catégorie 2
Couche A	4000	2000
Couche B	1000	3000

La couche A accueille cinq quarts de travail par semaine et la couche B accueille quatre quarts de travail par semaine. Le charbon de catégorie 1 se vend 9 $ la tonne et le charbon de la catégorie 2 se vend 8 $ la tonne.

a) Créez une matrice de 2 par 2 illustrant le nombre de tonnes de charbon de chaque catégorie extrait de chaque couche par semaine. Identifiez cette matrice par la lettre *A*.

b) Créez une matrice de 2 par 1 illustrant le prix d'une tonne de charbon de chaque catégorie. Identifiez cette matrice par la lettre *B*.

c) Créez une matrice de 1 par 2 illustrant le nombre de quarts de travail par semaine par couche. Identifiez cette matrice par la lettre *C*.

d) Déterminez la quantité totale de charbon de chaque catégorie extraite par semaine. Votre réponse doit être présentée sous la forme d'une matrice de 1 par 2 qui sera identifiée par la lettre *D*.

e) Déterminez la valeur du charbon extrait à chaque couche en une semaine. Votre réponse doit être présentée sous la forme d'une matrice de 2 par 1 qui sera identifiée par la lettre *E*.

f) Déterminez la valeur marchande totale de tout le charbon extrait en une semaine. Utilisez la multiplication matricielle pour déterminer votre réponse.

g) L'élève TZ était dans la lune pendant le cours sur la multiplication matricielle et il a répondu à la question d) en multipliant

$$\begin{pmatrix} 4000 & 2000 \\ 1000 & 3000 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ plutôt que } \begin{pmatrix} 5 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4000 & 2000 \\ 1000 & 3000 \end{pmatrix}$$

et il a découvert que la multiplication fonctionnait, mais que la réponse n'avait aucun sens. Expliquez pourquoi.

– suite

quart de travail **:** Période au cours de laquelle un salarié exécute sa tâche dans une organisation dont l'activité est divisée en deux ou trois périodes successives au cours d'une journée

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

A-2 Créer des modèles et résoudre des problèmes reliés aux consommateurs et aux réseaux en utilisant la technologie afin d'exécuter une multiplication matricielle au besoin.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Créer et utiliser des matrices pour résoudre des problèmes. (suite)**

  Exemple – suite

  Solution

$$A = \begin{array}{c} \\ B \\ M \\ P \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cc} \text{Sec. 3} & \text{Sec. 4} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0{,}15 & 0{,}25 \\ 0{,}35 & 0{,}40 \\ 0{,}50 & 0{,}35 \end{pmatrix} \end{array} \qquad B = \begin{array}{c} \\ \text{Sec. 3} \\ \text{Sec. 4} \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cc} \text{G} & \text{F} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 104 & 80 \\ 107 & 103 \end{pmatrix} \end{array}$$

$$C = A \cdot B,\ C = \begin{array}{c} \\ B \\ M \\ P \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cc} \text{G} & \text{F} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 42 & 37 \\ 79 & 69 \\ 89 & 76 \end{pmatrix} \end{array}$$

  Les réponses sont indiquées dans la matrice C.

  a) C_{21} = 79 garçons malades

  b) C_{12} = 37 filles qui se portent bien

  c) C_{32} = 76 filles porteuses du virus

- **Créer et utiliser des matrices de transition pour résoudre des problèmes.**

  Définition d'une matrice de transition : matrice qui contient de l'information illustrant le changement d'un état présent à un nouvel état.

$$T = \text{De}\ \begin{array}{r} \\ \\ \text{Amér.} \\ \text{Jap.} \\ \text{All.} \\ \text{Autre} \end{array}\begin{array}{c} \text{À} \\ \begin{array}{cccc} \text{Amér.} & \text{Jap.} & \text{All.} & \text{Autre} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0{,}55 & 0{,}20 & 0{,}15 & 0{,}10 \\ 0{,}25 & 0{,}60 & 0{,}10 & 0{,}05 \\ 0{,}35 & 0{,}10 & 0{,}45 & 0{,}10 \\ 0{,}20 & 0{,}30 & 0{,}10 & 0{,}40 \end{pmatrix} \end{array}$$

  L'entrée T_{12} représente le pourcentage d'acheteurs d'automobiles qui possèdent présentement une automobile américaine et qui prévoient que leur prochaine automobile sera japonaise.

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Solution

a) $A = \begin{pmatrix} 4000 & 2000 \\ 1000 & 3000 \end{pmatrix}$

b) $B = \begin{pmatrix} 9 \\ 8 \end{pmatrix}$

c) $C = (5 \quad 4)$

d) $D = C \cdot A = (5 \quad 4)\begin{pmatrix} 4\,000 & 2\,000 \\ 1\,000 & 3\,000 \end{pmatrix} = (24\,000 \quad 22\,000)$

e) $E = A \cdot B = \begin{pmatrix} 4\,000 & 2\,000 \\ 1\,000 & 3\,000 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 9 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 52\,000 \\ 33\,000 \end{pmatrix}$

f) $C \cdot E = (5 \quad 4)\begin{pmatrix} 52\,000 \\ 33\,000 \end{pmatrix} = 392\,000\,\$$

g) Les unités des colonnes de la première matrice doivent être les mêmes que les unités des rangées de la deuxième matrice.

Problème

La main-d'œuvre d'une petite localité est de 1 800 personnes. Sur ces personnes, 120 sont au chômage et 1 680 ont un emploi. Au cours d'une année, 10 % des travailleurs qui ont un emploi perdront leur emploi et 60 % des personnes qui sont au chômage trouveront un emploi.

a) Créez une matrice de 1 × 2 illustrant le nombre de personnes ayant un emploi et le nombre de personnes au chômage. Nommez cette matrice E_1.

b) Complétez la matrice de transition et nommez cette matrice T.

c) Déterminez le nombre de personnes ayant un emploi et au chômage pendant la deuxième année. Inscrivez vos réponses dans la matrice E_2.

d) Déterminez le nombre de personnes ayant un emploi et au chômage pendant la troisième année. Inscrivez vos réponses dans la matrice E_3.

e) Répétez le même processus qu'à la question d) pour déterminer le nombre de personnes ayant un emploi et au chômage pendant les quatrième et cinquième années. Donnez des commentaires sur les résultats.

Solution

a) E_1 = (n^bre^ à l'emploi au chômage) = (1680 120)

b) $T = \begin{array}{r} \text{à l'emploi} \\ \text{au chômage} \end{array}\begin{pmatrix} \text{garde emploi} & \text{perd emploi} \\ \text{trouve emploi} & \text{pas d'emploi} \end{pmatrix} \quad T = \begin{pmatrix} 0{,}90 & 0{,}10 \\ 0{,}60 & 0{,}40 \end{pmatrix}$

c) $E_2 = (1680 \quad 120)\begin{pmatrix} 0{,}90 & 0{,}10 \\ 0{,}60 & 0{,}40 \end{pmatrix} = (1584 \quad 216)$

d) $E_3 = (1584 \quad 216)\begin{pmatrix} 0{,}90 & 0{,}10 \\ 0{,}60 & 0{,}40 \end{pmatrix} = (1555 \quad 245)$

e) $E_4 = E_3 \cdot T = (1546 \quad 253)$
$E_5 = E_4 \cdot T = (1544 \quad 256)$

Le nombre de personnes au chômage a augmenté rapidement pendant la première année, mais il atteint un certain équilibre à la cinquième année.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

A-2 Créer des modèles et résoudre des problèmes reliés aux consommateurs et aux réseaux en utilisant la technologie afin d'exécuter une multiplication matricielle au besoin.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Créer et utiliser des matrices pour résoudre des problèmes. (suite)**

Exemple

Un fabricant d'automobiles fabrique trois modèles d'automobiles : une grosse voiture, une compacte et une voiture économique. Sur les acheteurs de grosses voitures, 13 % affirment que leur prochaine automobile sera une voiture compacte et 2 % affirment que leur prochaine automobile sera une voiture économique. Sur les acheteurs de voitures compactes, 5 % affirment que leur prochaine automobile sera une grosse voiture et 4 % affirment que leur prochaine automobile sera une voiture économique. Sur les acheteurs de voitures économiques, 21 % affirment que leur prochaine automobile sera une voiture compacte et 3 % affirment que leur prochaine automobile sera une grosse voiture.

a) Créez la matrice T de 3 x 3 qui illustre les changements de comportement.
b) À l'origine, les parts de marché de chaque type de voiture étaient les suivantes : 30 % pour les grosses voitures, 20 % pour les voitures compactes et 50 % pour les voitures économiques. Créez une matrice M_1 de 1 x 3 illustrant les parts de marché actuelles pour les grosses voitures, les voitures compactes et les voitures économiques.
c) Déterminez les parts de marché en ce qui concerne les prochaines automobiles achetées en multipliant $M_1 \cdot T$. Nommez cette matrice M_2.
d) Calculez $M_2 \cdot T$ pour déterminer les parts de marché en ce qui concerne les prochaines automobiles achetées (c'est-à-dire les troisièmes automobiles). Nommez cette matrice M_3.

a

Solution

a) Soit

$$T = de \quad \begin{array}{r} \\ grosse \\ compact \\ économique \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} \text{grosse} & \text{comp.} & \text{écono.} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0,85 & 0,13 & 0,02 \\ 0,05 & 0,91 & 0,04 \\ 0,03 & 0,31 & 0,76 \end{pmatrix} \end{array}$$

b)

$$M_1 = \% \quad \begin{array}{ccc} \text{grosse} & \text{comp.} & \text{écono.} \\ (0,3 & 0,2 & 0,5) \end{array}$$

M_1 correspond à la part de marché d'origine

c)

$$M_1 \cdot T = (0,3 \quad 0,2 \quad 0,5)\begin{pmatrix} 0,85 & 0,13 & 0,02 \\ 0,05 & 0,91 & 0,04 \\ 0,03 & 0,21 & 0,76 \end{pmatrix} = \begin{array}{ccc} \text{grosse} & \text{comp.} & \text{écono.} \\ (0,28 & 0,33 & 0,39) \end{array} = M_2$$

Donc, les parts de marché en ce qui concerne les prochaines automobiles achetées sont les suivantes : grosse voiture = 28 %; compacte = 33 %; économique = 39 %.

d)

$$M_2 = \begin{array}{ccc} \text{grosse} & \text{comp.} & \text{écono.} \\ (0,28 & 0,33 & 0,39) \end{array}$$

M2 correspond à la part de marché des deuxièmes automobiles achetées.

$$M_2 \cdot T = (0,28 \quad 0,33 \quad 0,39)\begin{pmatrix} 0,85 & 0,13 & 0,02 \\ 0,05 & 0,91 & 0,04 \\ 0,03 & 0,21 & 0,76 \end{pmatrix} = \begin{array}{ccc} \text{grosse} & \text{comp.} & \text{écono.} \\ (0,27 & 0,42 & 0,32) \end{array} = M_3$$

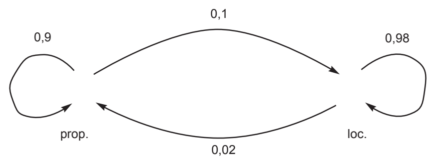
Donc, les parts de marché pour les prochaines automobiles achetées sont les suivantes : grosse voiture = 27 %; compacte = 42 %; économique = 32 %. (***Nota*** **:** les pourcentages sont arrondis à des nombres entiers.)

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

En 1998, dans une petite ville, 65 % des habitants sont propriétaires d'une maison et 35 % sont locataires. Le diagramme ci-dessous illustre les changements quant aux pourcentages de propriétaires et de locataires.



a) Créez la matrice en rangées A (à l'aide de décimales) illustrant les pourcentages de propriétaires et de locataires en 1998.

b) Créez la matrice de transition T décrivant les changements illustrés dans le diagramme.

c) Utilisez la multiplication matricielle pour déterminer les pourcentages de propriétaires et de locataires en 1999. Inscrivez vos réponses dans la matrice B.

d) Si les pourcentages continuent à changer, déterminez les pourcentages projetés de propriétaires et de locataires en 2000 et 2001. Quelle conclusion peut-on tirer à propos des pourcentages de propriétaires et de locataires?

e) Complétez le tableau illustré.

f) Si les habitudes de changement observées en 1998 se maintiennent pendant 50 ans, quel est le pourcentage des gens qui seront propriétaires de leur résidence? Les pourcentages des gens qui possèdent et qui louent leur résidence semblent-ils atteindre un équilibre? Donnez des commentaires.

N^bre d'années	Année	Opération matricielle	Propr. (%)	Loc. (%)
0	1998	A	65	35
1	1999	AT	59,2	40,8
2	2000	AT^2	54,1	45,9
3	2001	AT^3		
5	2003	AT^5		
10	2008	AT^{10}		
20	2018			
35				
50				
100				

Solution

a) $\begin{array}{cc} \text{propr.} & \text{loc.} \\ \end{array}$
$A = (0{,}65 \quad 0{,}35)$

b) $T = \begin{array}{c} \\ \text{prop.} \\ \text{loc.} \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} \text{prop.} & \text{loc.} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0{,}9 & 0{,}1 \\ 0{,}02 & 0{,}98 \end{pmatrix} \end{array}$

c) $B = A \cdot T = (0{,}592 \quad 0{,}408)$

d) $C = B \cdot T = AT^2 = (0{,}541 \quad 0{,}459)$
$D = C \cdot T = AT^3 = (0{,}496 \quad 0{,}504)$

En l'an 2001, le nombre de locataires excédera le nombre de propriétaires.

e)

N^bre d'années	Année	Opération matricielle	Propr. (%)	Loc. (%)
0	1998	A	65	35
1	1999	AT	59,2	40,8
2	2000	AT^2	54,1	45,9
3	2001	AT^3	49,6	50,4
5	2003	AT^5	42,2	57,8
10	2008	AT^{10}	30,1	69,9
20	2018	AT^{20}	20,4	79,6
35	2033	AT^{35}	17,2	82,8
50	2048	AT^{50}	16,7	83,3
100	2098	AT^{100}	16,7	83,3

f) Dans 50 ans, 16,7 % des gens seront propriétaires de leur résidence. Le nombre de personnes propriétaires et locataires de leur résidence semble avoir atteint un équilibre. Si on vérifie pendant 100 ans, AB^{100} = 16,7 et 83,3 (même résultat que pour AT^{50}).

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

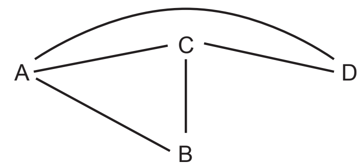
A-2 Créer des modèles et résoudre des problèmes reliés aux consommateurs et aux réseaux en utilisant la technologie afin d'exécuter une multiplication matricielle au besoin.

– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Reconnaître les réseaux et les matrices.**

Examinez les noeuds suivants [A, B, C et D] et les routes entre eux.



Routes directes : La matrice R représente le nombre de routes ***directes*** entre chaque paire de noeuds. Le chiffre 1 indique qu'il existe une route entre deux noeuds et 0 indique qu'il n'existe aucune route entre deux noeuds.

$$
R = \begin{array}{c} \\ \text{A} \\ \text{B} \\ \text{C} \\ \text{D} \end{array}
\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \text{A} & \text{B} & \text{C} & \text{D} \end{array} \\
\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}
$$

Routes indirectes : La matrice suivante représente le nombre de routes ***indirectes*** reliant des noeuds lorsque la route croise un autre nœud seulement. Par exemple, de D à B, les routes sont D-C-B et D-A-B. Les routes de A à A sont A-B-A, A-C-A et A-D-A.

$$
I = \begin{array}{c} \\ \text{A} \\ \text{B} \\ \text{C} \\ \text{D} \end{array}
\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \text{A} & \text{B} & \text{C} & \text{D} \end{array} \\
\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \end{array}
$$

Vous remarquerez que la matrice I ci-dessus peut aussi être déterminée par le produit de la matrice $R \cdot R$ ou R^2.

$$
R^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} = I
$$

De la même manière, R^3 représenterait des routes indirectes croisant deux autres noeuds.

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

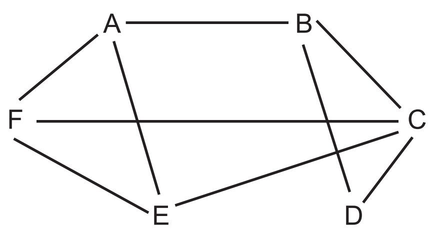
Problème

Six personnes assistent à une fête. Leurs noms sont Anne, Bruno, Colin, Diane, Éric et François. La matrice ci-dessous indique quelle personne a parlé à une autre personne (représentée par 1), et quelle personne n'a pas parlé à une autre personne (indiquée par 0).

$$P = \begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} A & B & C & D & E & F \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

Tracez un graphique de réseau pour illustrer la matrice.

Solution



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

A-2 Créer des modèles et résoudre des problèmes reliés aux consommateurs et aux réseaux en utilisant la technologie afin d'exécuter une multiplication matricielle au besoin.

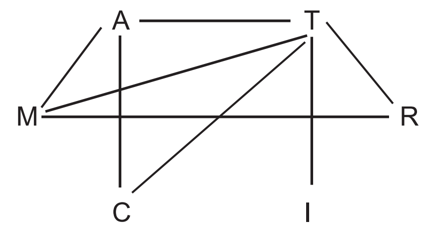
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Reconnaître les réseaux et les matrices. (suite)**

Exemple

Six villes, M, A, T, R, I et C ont le réseau de communication illustré ci-dessous.



a) Créez la matrice A représentant les routes directes entre les villes.

b) Déterminez A^2 et A^3.

c) Quelle ville est la plus vulnérable aux pannes si une route de communication est coupée?

d) Nommez la ville qui a le plus grand nombre de liens indirects de communication via une autre ville seulement.

e) Nommez deux villes qui n'ont aucun lien indirect de communication via une autre ville seulement. Expliquez votre réponse.

f) Combien de liens indirects de communication les deux villes en e) ont-elles si elles peuvent être reliées via deux villes?

g) Quelles villes ne peuvent pas être reliées via deux autres villes seulement? Expliquez votre réponse.

h) Qu'est-ce que $A + A^2 + A^3$ représente?

Solution

a)
$$A = \begin{array}{c} \\ M \\ A \\ T \\ R \\ I \\ C \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} M & A & T & R & I & C \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

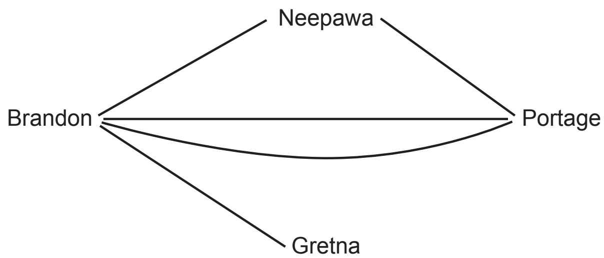
– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème 2

Créez la matrice d'un réseau carré à partir du diagramme ci-dessous, dans lequel 1 indique qu'il existe un chemin direct entre chaque sommet et 0 indique qu'il n'existe aucun chemin direct.



Solution

$$\begin{array}{c} \\ B \\ G \\ N \\ P \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} B & G & N & P \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

A-2 Créer des modèles et résoudre des problèmes reliés aux consommateurs et aux réseaux en utilisant la technologie afin d'exécuter une multiplication matricielle au besoin.

– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Reconnaître les réseaux et les matrices. (suite)**

Exemple – suite

Solution – suite

b)

$$A^2 = \begin{array}{c} \\ M \\ A \\ T \\ R \\ I \\ C \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} M & A & T & R & I & C \end{array} \\ \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 5 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \end{array}$$

$$A^3 = \begin{array}{c} \\ M \\ A \\ T \\ R \\ I \\ C \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} M & A & T & R & I & C \end{array} \\ \begin{pmatrix} 4 & 7 & 8 & 5 & 2 & 3 \\ 7 & 4 & 8 & 3 & 2 & 5 \\ 8 & 8 & 6 & 7 & 5 & 7 \\ 5 & 3 & 7 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 5 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 5 & 7 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \end{array}$$

c) La ville I parce qu'elle n'a qu'un seul lien direct.

d) $A^2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ 11 \\ 8 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix}$ La matrice en colonnes $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ multipliée par A^2

fournit la somme des éléments des rangées de A^2. La ville T a le plus grand nombre de liens de communication, soit 11, y compris cinq jusqu'à elle-même.

e) La ville T et la ville I n'ont aucun lien indirect de communication via une autre ville. Nous le savons parce que dans A^2, $A_{35} = A_{53} = 0$.

f) La ville T et la ville I ont cinq liens indirects de communication via deux autres villes parce que dans A^2, $A_{35} = A_{53} = 0$.

g) La matrice A^3 n'a qu'un seul élément 0 à A_{55}, et cela indique que la ville I ne peut pas être reliée à elle-même via deux autres villes seulement. Tous les autres éléments ont des solutions non nulles, ce qui signifie que des connexions sont possibles.

h) La somme correspond au nombre total de routes entre les villes si nous incluons toutes les routes directes, les routes indirectes via une ville et les routes indirectes via deux villes.

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème 3

Une entreprise de nettoyage du grain compte cinq appareils de nettoyage, A, B, C, D et E. Ces appareils sont reliés par un convoyeur qui déplace le grain comme suit :

A peut déplacer le grain vers B et D.
B peut déplacer le grain vers A et C.
C peut déplacer le grain vers D.
D peut déplacer le grain vers E.
E peut déplacer le grain vers A et C.

a) Vous devez créer la matrice A pour représenter les routes directes entre les appareils. Le chiffre « 1 » indique qu'il existe une route directe et le « 0 » indique qu'il n'y a pas de route directe.

b) Vous devez aussi créer la matrice B pour indiquer le nombre de façons dont le grain peut être déplacé entre les appareils en passant par un autre appareil.

c) Le grain peut-il être déplacé de chacun des appareils à tous les autres appareils en ne faisant que deux déplacements sur le convoyeur? Si cela est impossible, vous devez indiquer à partir de quels appareils cela n'est pas possible. Expliquez comment vous pouvez déterminer la réponse.

Solutions

a)

$$A = \begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} A & B & C & D & E \end{array} \\ \begin{array}{c} A\\ B\\ C\\ D\\ E \end{array} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

b)

$$B = A^2 = \begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} A & B & C & D & E \end{array} \\ \begin{array}{c} A\\ B\\ C\\ D\\ E \end{array} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

c) Le grain ne peut pas être déplacé de B à E, de C à A, de C à B ni de D à B.

$$A + B = \begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} A & B & C & D & E \end{array} \\ \begin{array}{c} A\\ B\\ C\\ D\\ E \end{array} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

Le « 0 » indique qu'il n'existe aucun lien entre les appareils si un maximum de deux déplacements sur le convoyeur sont utilisés.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

A-2 Créer des modèles et résoudre des problèmes reliés aux consommateurs et aux réseaux en utilisant la technologie afin d'exécuter une multiplication matricielle au besoin.

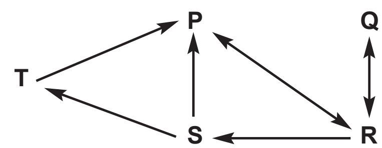
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Reconnaître les réseaux et les matrices. (suite)**

Exemple 2

Le diagramme ci-dessous illustre les vols entre cinq villes pendant une fin de semaine.



a) Créez la matrice A pour représenter les routes directes entre les villes.

b) Déterminez le nombre de façons dont les passagers de chacune des villes peuvent se rendre à toute autre ville en ne faisant qu'un arrêt. Représentez votre réponse sous forme de matrice.

c) Quelles villes ne peuvent pas être reliées si seulement deux arrêts sont faits?

d) Est-il possible de se rendre de chacune des villes à toute autre ville sans arrêt, avec un arrêt ou avec deux arrêts? Comment le savez-vous?

Solution

a)

$$A = \begin{array}{c} \\ \mathrm{P} \\ \mathrm{Q} \\ \mathrm{R} \\ \mathrm{S} \\ \mathrm{T} \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} \mathrm{P} & \mathrm{Q} & \mathrm{R} & \mathrm{S} & \mathrm{T} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

b)

$$B = A^2 = \begin{array}{c} \\ \mathrm{P} \\ \mathrm{Q} \\ \mathrm{R} \\ \mathrm{S} \\ \mathrm{T} \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} \mathrm{P} & \mathrm{Q} & \mathrm{R} & \mathrm{S} & \mathrm{T} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

c)

$$C = A^3 = \begin{array}{c} \\ \mathrm{P} \\ \mathrm{Q} \\ \mathrm{R} \\ \mathrm{S} \\ \mathrm{T} \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} \mathrm{P} & \mathrm{Q} & \mathrm{R} & \mathrm{S} & \mathrm{T} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

d) Toutes les villes peuvent être reliées directement, avec un arrêt ou avec deux arrêts. Toutes les routes entre les différentes villes ont un chiffre autre que « 0 » en A, B ou C.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Opérations matricielles sur la calculatrice TI-83

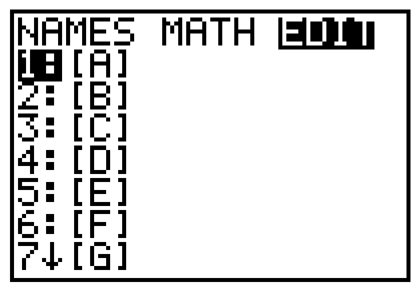
Annexe A-1

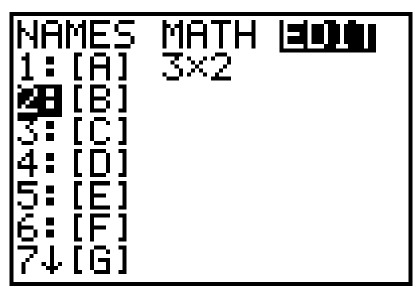
Pour remettre des matrices à zéro

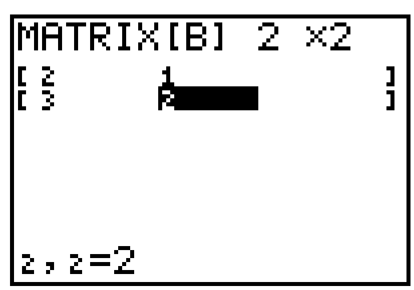
❐ Mettez la calculatrice TI-83 en marche.
❐ Appuyez sur [2nd] [+] pour avoir accès à l'écran Memory
❐ Appuyez sur [2] pour avoir accès à l'écran Delete
❐ Appuyez sur [5] pour faire une suppression à l'écran Matrix
❐ Lorsque le curseur est sur [A], Appuyez sur [ENTER]
❐ Appuyez sur [ENTER] pour supprimer toute autre matrice.
❐ Appuyez sur [2nd] [QUIT] pour faire afficher l'écran d'accueil.

Pour enregistrer des matrices

❐ Appuyez sur [MATRIX]
❐ Déplacez le curseur jusqu'à EDIT
❐ Appuyez sur [ENTER] pour sélectionner et modifier la matrice A.
❐ Appuyez sur [3], [ENTER], [2] pour obtenir la structure d'une matrice de 3 x 2.
❐ Appuyez sur [1], [ENTER], [2], [ENTER], pour enregistrer les éléments de la première ligne.
❐ Appuyez sur [3], [ENTER], [4], [ENTER], pour enregistrer les éléments de la deuxième ligne.
❐ Appuyez sur [5], [ENTER], [6], [ENTER], pour enregistrer les éléments de la troisième ligne.
❐ Appuyez sur [MATRIX] pour revenir à l'écran Matrix
❐ Déplacez le curseur jusqu'à EDIT
❐ Déplacez le curseur vers le bas jusqu'à [2:] et appuyez sur [ENTER] pour sélectionner et modifier la matrice B.
❐ Appuyez sur [2], [ENTER], [2] pour obtenir la structure d'une matrice de 2 x 2.
❐ Appuyez sur [2], [ENTER], [1], [ENTER], pour enregistrer les éléments de la première ligne.
❐ Appuyez sur [3], [ENTER], [2], [ENTER], pour enregistrer les éléments de la deuxième ligne.
❐ Appuyez sur [2nd] [MODE] pour quitter la fonction de modification et pour retourner à l'écran d'accueil de la calculatrice TI-83.

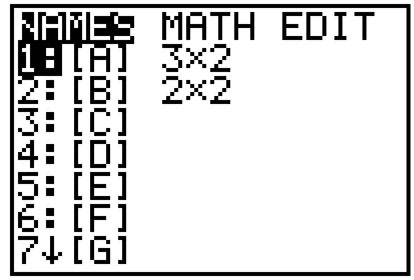


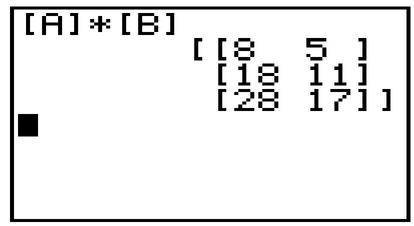




Opérations matricielles

❒ Appuyez sur [MATRIX] pour obtenir l'écran Matrix.
❒ Lorsque le curseur est sur [1:], Appuyez sur [ENTER] pour obtenir la matrice [A].
❒ Appuyez sur [x] pour obtenir un produit.
❒ Appuyez sur [MATRIX] pour retourner à l'écran Matrix.
❒ Déplacez le curseur vers le bas jusqu'à [2:], et appuyez sur [ENTER] pour obtenir la matrice [B].
❒ Appuyez sur [ENTER] une fois de plus pour effectuer la multiplication.
❒ Le résultat apparaît à l'écran.
❒ Appuyez sur [CLEAR] pour remettre l'écran à zéro.
❒ Répétez le même processus pour obtenir le produit BB ou B^2





Pour enregistrer une nouvelle matrice après une opération matricielle

Dans l'exemple ci-dessus, la réponse de [A] * [B] peut être enregistrée en tant que matrice C.

❒ Appuyer sur [STO→] pour obtenir Ans→
❒ Appuyer sur [MATRIX] pour obtenir la liste de noms.
❒ Appuyer sur [3:] pour sélectionner C, puis appuyez sur [ENTER]
❒ Appuyer sur [CLEAR] pour remettre l'écran à zéro.

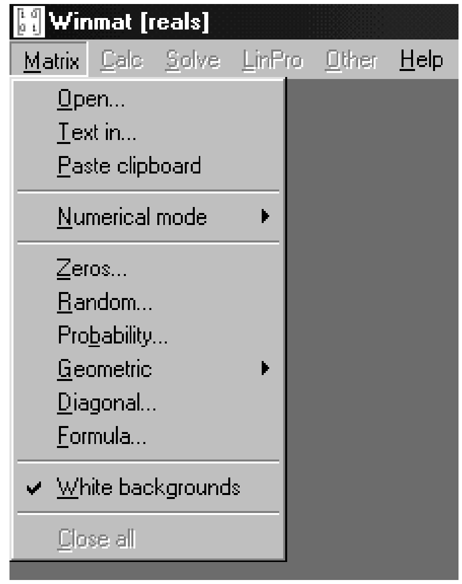
La réponse de [A] * [B] est maintenant enregistrée en tant que matrice C.

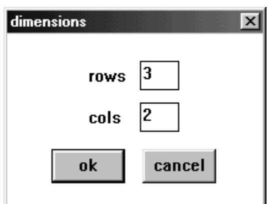
Opérations matricielles à l'aide de Winmat

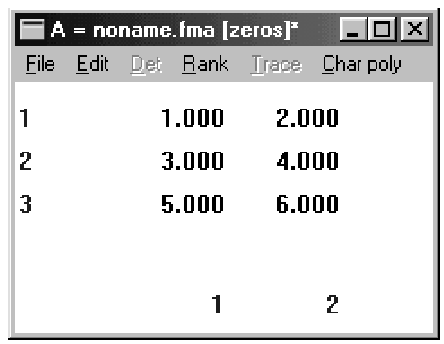
Annexe A-2

Pour enregistrer la matrice A

- ❒ Ouvrez Winmat
- ❒ Cliquez sur Matrix
- ❒ Sélectionnez Zeros dans la boîte de dialogue qui s'ouvre.
- ❒ Enregistrez [3] pour le nombre de lignes et [2] pour le nombre de colonnes et cliquez sur OK
- ❒ Une boîte de dialogue de matrice apparaît.
- ❒ Cliquez sur l'entrée (0.000) dans la 1ère ligne et dans la 1ère colonne et tapez [1]
- ❒ Appuyer sur [Enter] et tapez les autres éléments de la matrice de la même manière.

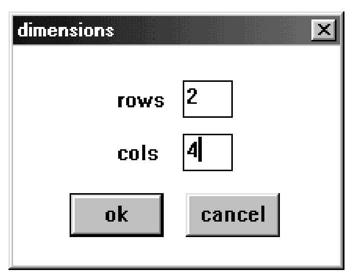


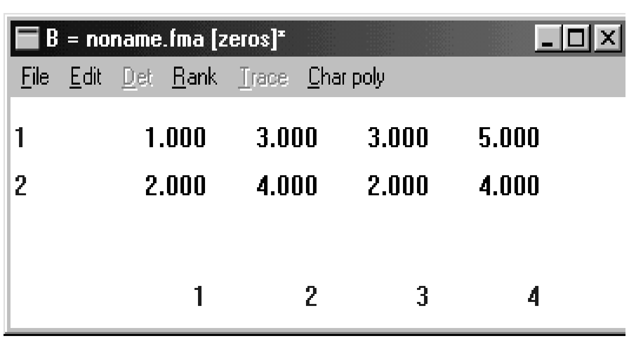




Pour enregistrer la matrice B

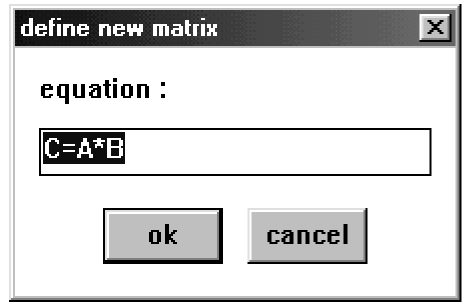
- ❒ Cliquez sur Matrix.
- ❒ Sélectionnez Zeros dans la boîte de dialogue qui s'ouvre.
- ❒ Enregistrer [2] pour le nombre de lignes et [4] pour le nombre de colonnes et cliquez sur OK.
- ❒ Une boîte de dialogue de matrice apparaît.
- ❒ Cliquez sur l'entrée dans la 1ère ligne et dans la 1ère colonne et tapez [1].
- ❒ Appuyer sur [Enter] et tapez les autres éléments de la matrice de la même manière.
- ❒ Appuyer sur [Enter] et tapez les autres éléments de la matrice de la même manière.

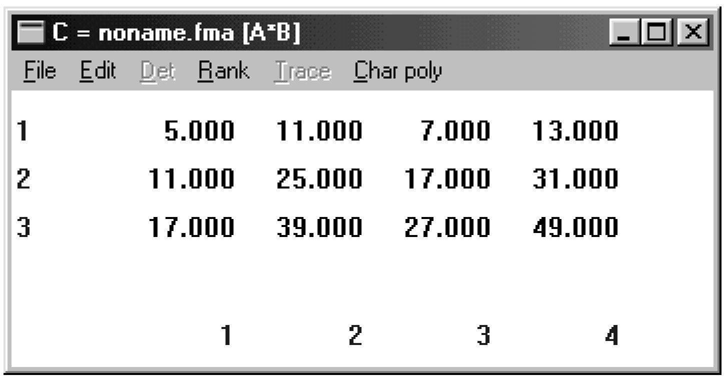




Opérations matricielles

- ❐ Cliquez sur Calc…
- ❐ Une boîte de dialogue s'affichera pour la définition de la nouvelle matrice.
- ❐ Modifiez la définition (C= A*B) ou cliquez sur OK pour obtenir le produit.
- ❐ Cliquez sur Calc une fois de plus pour définir une nouvelle opération.





Winmat est un logiciel de mathématiques gratuit offert par Peanut Software. Il est disponible en français. Il s'agit d'un fichier comprimé (127 K) qui est autodécompressible.

L'adresse électronique est la suivante : http://math.exeter.edu/rparris/. Cette adresse fera afficher la page d'accueil.

Unité B
Vecteurs

VECTEURS

Introduction

Cette unité met l'accent sur l'acquisition des aptitudes nécessaires aux élèves pour présenter et analyser des situations reliées à des quantités vectorielles.

- méthodes de lecture et de rédaction de directives
- identification de quantités scalaires et vectorielles
- conception et résolution d'applications vectorielles

Pratiques d'enseignement

Cette unité est conçue pour permettre aux élèves de résoudre des problèmes vectoriels à l'aide de la technologie. L'outil technologique utilisé peut être un ordinateur comprenant le logiciel approprié. Dans cette unité, les élèves tracent et mesurent des situations vectorielles à l'aide du logiciel. Une autre approche consiste à utiliser le logiciel de résolution de triangles de l'ordinateur ou un programme équivalent de la calculatrice graphique afin de résoudre les problèmes à l'aide de la trigonométrie. L'étude des vecteurs à l'aide des composantes ne devrait pas être effectuée dans cette unité.

Projets

Des projets nécessitant l'utilisation de certains outils technologiques peuvent être entrepris dans cette unité. Tout problème tridimensionnel peut aussi être utilisé en tant qu'exercice d'enrichissement ou thématique.

Matériel d'enseignement

- ordinateur
- logiciel *Cybergéomètre*, *Euklid (disponible en français)*, *Triangle Solver* ou équivalent
- calculatrice graphique comprenant un logiciel de résolution de triangles

Durée

14 heures

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE

Résultat général

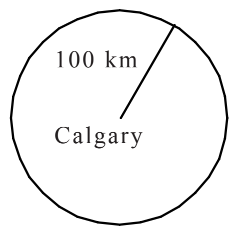
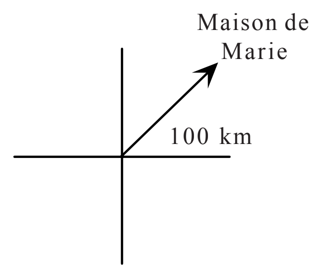
Résoudre des problèmes reliés à des polygones et à des vecteurs et incluant des applications bidimensionnelles.

Résultats spécifiques

B-1 Utiliser la terminologie appropriée pour décrire :
- les vecteurs, c'est-à-dire la grandeur, la direction; et
- les quantités scalaires, c'est-à-dire la grandeur.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Utiliser la terminologie appropriée.**

<table>
<tr><th>Les quantitÈs scalaires ont une grandeur seulement.</th><th>Les vecteurs ont une grandeur et une direction.</th></tr>
<tr><td>La distance est une quantitÈ scalaire
Marie vit ‡ 100 km de Calgary.
Marie vit ‡ un point sur le cercle.

</td><td>Le dÈplacement est une quantitÈ vectorielle.
Marie vit ‡ 100 km au nord-est de Calgary.

</td></tr>
</table>

Exemple 1

Parmi les quantités ci-dessous, indiquez lesquelles sont des quantités scalaires et lesquelles sont des quantités vectorielles.

1. un vent souffle du nord à 30 km/h.
2. une note de 70 % est obtenue à un examen de mathématiques appliquées.
3. une température de 23 °C.
4. un bateau se déplace vers le nord-est à une vitesse de 15 mi/h.
5. le Pas est située à 140 km de Flin Flon à une orientation de 173°.

Solutions :

1. vectorielle
2. scalaire
3. scalaire
4. vectorielle
5. vectorielle

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Problème

Parmi les quantités ci-dessous, indiquez lesquelles sont des quantités scalaires et lesquelles sont des quantités vectorielles.

a) Un vent souffle de l'ouest à 15 mi/h.

b) Le nombre d'élèves suivant le cours de Mathématiques appliquées 40S au Manitoba.

c) Une automobile se déplace de St-Claude en direction nord-est vers Portage la Prairie.

d) Un ordinateur fonctionne à 350 MHz.

e) Une personne marche à 15 km à une orientation de 130°.

Solutions

a) vectorielle

b) scalaire

c) vectorielle

d) scalaire

e) vectorielle

NOTES

Ressources

Mathématiques appliquées, *Secondaire 4 - Exercices - Supplément au programme d'études*. Éducation, Formation professionnelle et Jeunesse Manitoba.2001

Logiciels

Euklid (version française gratuite) — logiciel partagé sur le site web ci-dessous :

http://www.mechling.de/main_eng.html

Cybergéomètre — disponible auprès du Centre des manuels scolaires du Manitoba.

Des logiciels de résolution de triangles pour les ordinateurs et les calculatrices TI sont disponibles à l'adresse ci-dessous :

http://www.ticalc.org/pub/83/math/

La trigonométrie en parallèle peut être effectuée à l'aide d'un tableur (voir les exemples de la page B-27).

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

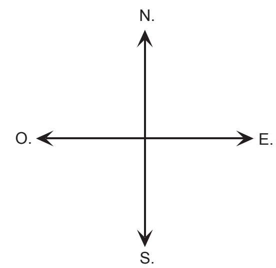
B-1 Utiliser la terminologie appropriée pour décrire :
- les vecteurs, c'est-à-dire la grandeur, la direction; et
- les quantités scalaires, c'est-à-dire la grandeur.

– *suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Utiliser la terminologie appropriée pour décrire des valeurs de direction.**

  Les quatre directions de base sont habituellement indiquées de la manière suivante par écrit :



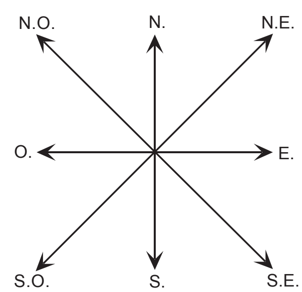
nord — en haut

est — à droite

sud — en bas

ouest — à gauche

Les directions telles que le nord-est, le sud-est, le sud-ouest et le nord-ouest sont des valeurs de direction qui se situent entre les quatre directions de base et à un angle de 45° de ces directions.

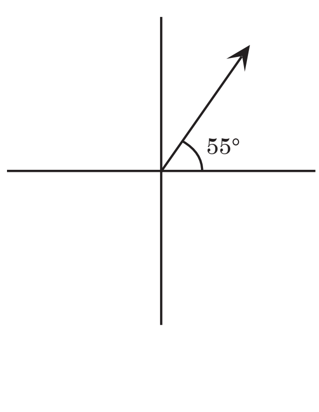


D'autres valeurs de direction peuvent être exprimées de trois façons.

Méthode 1

Exemple 1

55° au nord de l'est — une direction qui forme un angle de 55° au nord de la direction est.



— *suite*

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

B-1 Utiliser la terminologie appropriée pour décrire :
- les vecteurs, c'est-à-dire la grandeur, la direction; et
- les quantités scalaires, c'est-à-dire la grandeur.

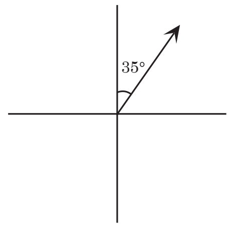
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Utiliser la terminologie appropriée pour décrire des valeurs de direction. (suite)**

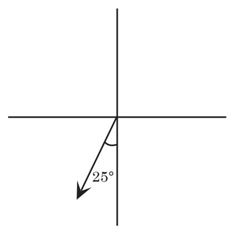
Exemple 1 – suite

Nota : une direction de 35° à l'est du nord correspondrait à la même direction.



Exemple 2

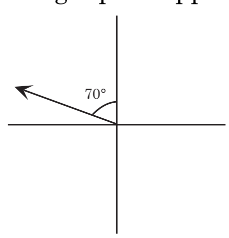
25° à l'ouest du sud



Méthode 2

Exemple 1

N. 70° O. — la première direction indiquée correspond à la direction à partir de laquelle l'angle est mesuré et la deuxième direction correspond à la direction à laquelle sera l'angle par rapport à la première direction.



Nota : une direction de O. 20° N. serait identique à la direction N. 70° O.

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

B-1 Utiliser la terminologie appropriée pour décrire :
- les vecteurs, c'est-à-dire la grandeur, la direction; et
- les quantités scalaires, c'est-à-dire la grandeur.

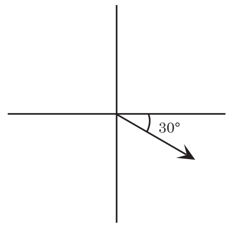
– *suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Utiliser la terminologie appropriée pour décrire des valeurs de direction. (suite)**

Exemple 2

E. 30º S.

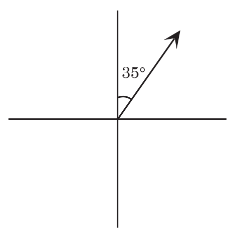


Méthode 3

Les directions peuvent être exprimées selon une échelle de 360º dans laquelle la direction du nord correspond à 0º ou 360º, celle de l'est à 90º, celle du sud à 180º, celle de l'ouest à 270º, et ainsi de suite pour toutes les directions situées entre ces directions de base.

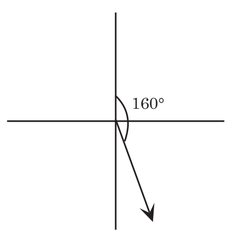
Exemple 1

Orientation de 35º



Exemple 2

Orientation de 160º



Nota : une orientation de 160º est identique aux orientations E. 70º S. et 70º au sud de l'est.

– *suite*

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

***Nota* :** une orientation de 160° est identique aux orientations E. 70° S. et 70° au sud de l'est

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

B-1 Utiliser la terminologie appropriée pour décrire :
- les vecteurs, c'est-à-dire la grandeur, la direction; et
- les quantités scalaires, c'est-à-dire la grandeur.

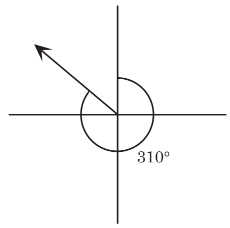
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Utiliser la terminologie appropriée pour décrire des valeurs de direction. (suite)**

Exemple 3

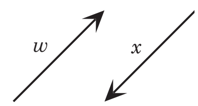
Orientation de 310°



***Nota* :** une orientation de 310° est identique aux orientations de 40° au nord de l'ouest et de O. 40° N.

Relations vectorielles

1. Si deux vecteurs ont la même grandeur et la même direction, on dit qu'ils sont égaux.
2. Si deux vecteurs ont la même grandeur mais qu'ils ont une direction opposée, on dit qu'ils sont opposés.



w est opposé à x **ou** x est opposé à w

Puisque des vecteurs opposés ont des directions opposées, on peut dire que l'un est la négation de l'autre.

$w = -x$ **ou** $x = -w$

Exemple

Tracez des diagrammes à l'échelle pour les vecteurs ci-dessous :

1. Un avion vole en direction nord-ouest à 300 km/h.
2. Un homme marche à 5 km/h en suivant une direction de 30° au nord de l'est.
3. Un bateau de déplace en direction S. 20° O. à une vitesse de 40 mi/h.
4. Une automobile se déplace à 100 km en suivant une orientation de 120°.
5. Un vent souffle à une vitesse de 20 km/h et à une orientation de 30°.
6. Un avion vole à 500 km/h en direction S. 40° O.

Solutions

***Nota* :** Ces vecteurs peuvent être tracés à la main sur une feuille blanche ou sur du papier graphique en utilisant un rapporteur et une règle. Les échelles devraient toujours être indiquées. Les vecteurs peuvent aussi être tracés à l'aide d'un logiciel de dessin comme celui de *Superpaint*, *Claris Works*, *Microsoft Office*, et autres. Un logiciel de géométrie comme *Euklid*, *Cybergéomètre*, *Cabri,* ou autre, devrait être utilisé pour résoudre des problèmes d'addition de vecteurs.

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Tracez les vecteurs ci-dessous en utilisant une règle et un rapporteur, un logiciel de dessin ou un logiciel de géométrie. Indiquez l'échelle utilisée.

a) Un bateau se déplace à 40 mi/h en aval sur une rivière allant du nord au sud.

b) Un avion vole à 450 km/h à une direction de 40° au nord de l'est.

c) Une dame marche 3 km à une orientation de 220°.

d) Un vent souffle en direction N. 20° O. à une vitesse de 30 mi/h.

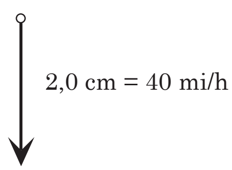
e) Le courant d'une rivière se déplace à une orientation de 130° à une vitesse de 10 km/h.

f) Un homme court à une vitesse de 3 mi/h en direction sud-ouest.

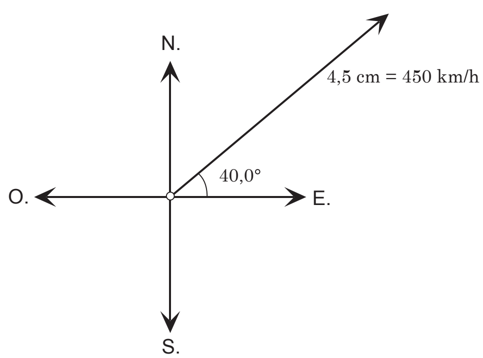
g) Un vent de 40 km/h venant du Nord Est.

Solution

a)



b)



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

B-1 Utiliser la terminologie appropriée pour décrire :
- les vecteurs, c'est-à-dire la grandeur, la direction; et
- les quantités scalaires, c'est-à-dire la grandeur.

– *suite*

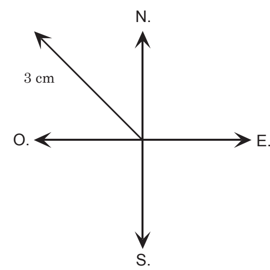
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Utiliser la terminologie appropriée pour décrire des valeurs de direction. (suite)**

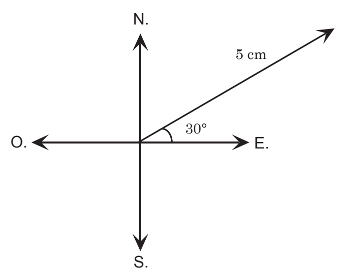
Exemple – suite

Solution

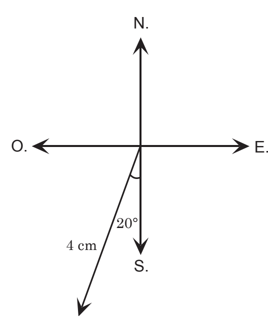
1. Échelle : 1 cm = 100 km/h



2. Échelle : 1 cm = 1 km



3. Échelle : 1 cm = 10 km



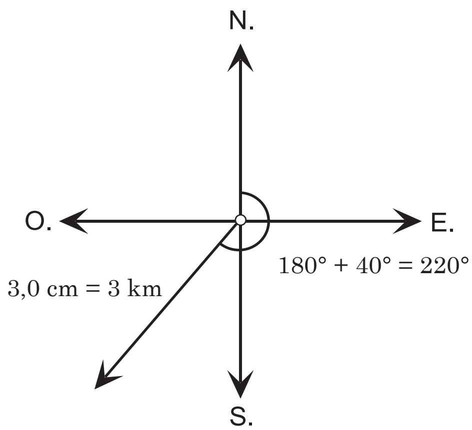
– *suite*

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

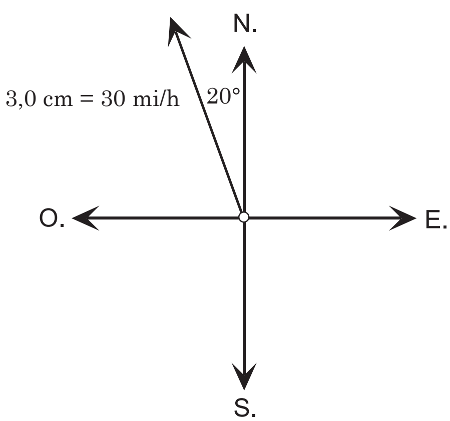
NOTES

Solution – suite

c)



d)



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

B-1 Utiliser la terminologie appropriée pour décrire :
- les vecteurs, c'est-à-dire la grandeur, la direction; et
- les quantités scalaires, c'est-à-dire la grandeur.

– suite

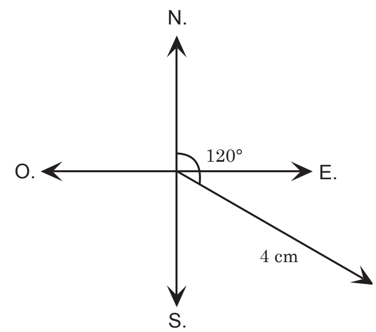
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Utiliser la terminologie appropriée pour décrire des valeurs de direction. (suite)**

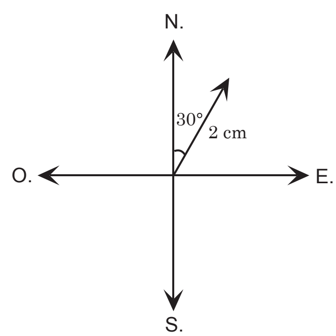
Exemple – suite

Solution – suite

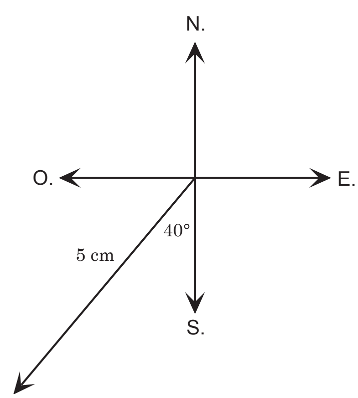
4. Échelle : 1 cm = 25 km/h



5. Échelle : 1 cm = 10 km/h



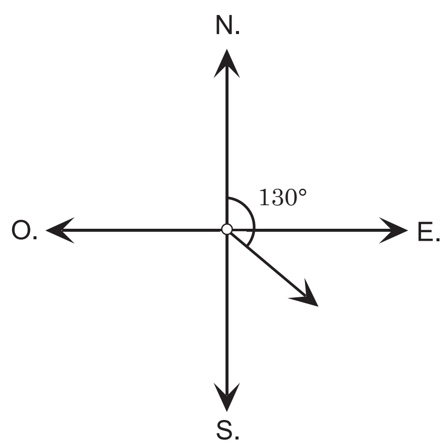
6. Échelle : 1 cm = 100 km/h



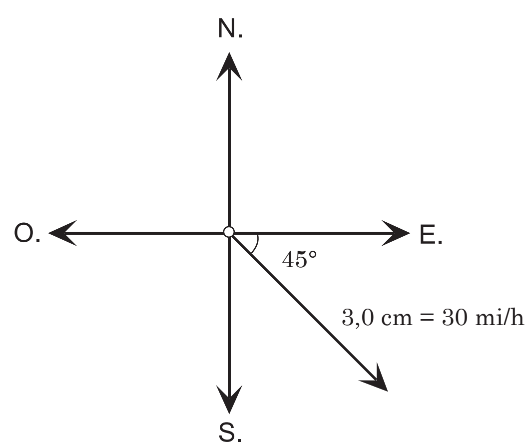
Stratégies d'évaluation

Solution — suite

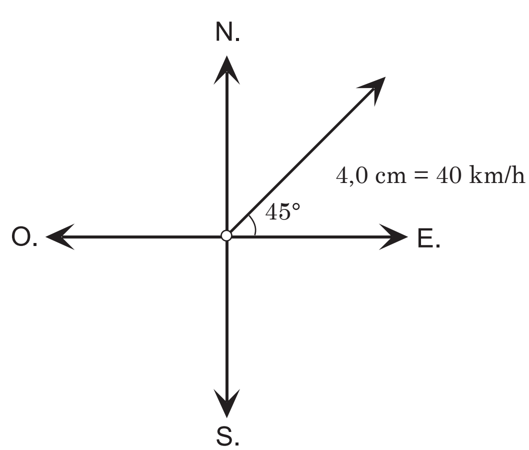
e)



f)



g)



Notes

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

B-1 Utiliser la terminologie appropriée pour décrire :
- les vecteurs, c'est-à-dire la grandeur, la direction; et
- les quantités scalaires, c'est-à-dire la grandeur.

– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

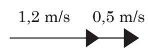
- **Utiliser la terminologie appropriée pour décrire l'addition de vecteurs.**

Addition de vecteurs ayant la même direction :

Exemple 1

Un nageur nage en aval dans une rivière ayant un courant de 0,5 m/s. Le nageur nage à une vitesse de 1,2 m/s. Quelle est la vitesse globale qui résulte de ces données?

Solution

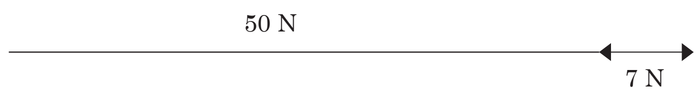


Échelle : 1 cm = 1 m/s

1,2 + 0,5 = 1,7 m/s

Exemple 2

Une boîte est poussée avec une force de 50 N. Si la friction crée une force contraire de 7 N, quelle est la résultante?

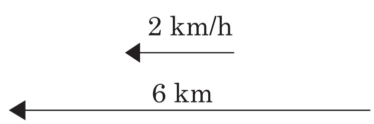


50 – 7 = 43 N

Échelle : 1 cm:5 N

- **Utiliser la terminologie appropriée pour décrire d'autres opérations avec des vecteurs.**

Un voilier se déplace à 2 km/h vers l'ouest. Tracez un vecteur illustrant la vitesse. Si le voilier se déplace pendant trois heures, tracez un autre vecteur illustrant le déplacement.



Nota **:** il ne s'agit pas d'un exemple de multiplication scalaire parce que les unités sont différentes (km/h par rapport à km) ainsi que le type de vecteur (vitesse par rapport au déplacement).

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

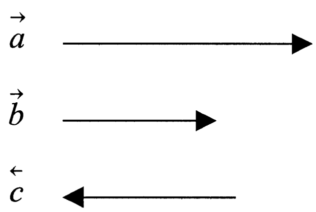
En utilisant les vecteurs ci-dessous, tracez des vecteurs qui représentent :

a) $\vec{a}+\vec{b}$

b) $\vec{a}+\vec{c}$

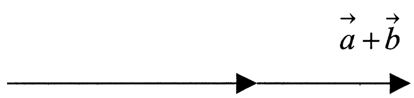
c) $3\cdot\vec{b}$

d) $2\cdot\vec{c}$

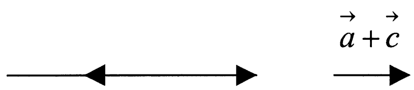


Solution

a)

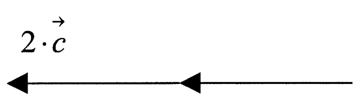


b)



c)

d)



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

B-2 Déterminer la grandeur et la direction d'une résultante vectorielle à l'aide des méthodes du triangle ou du parallélogramme.

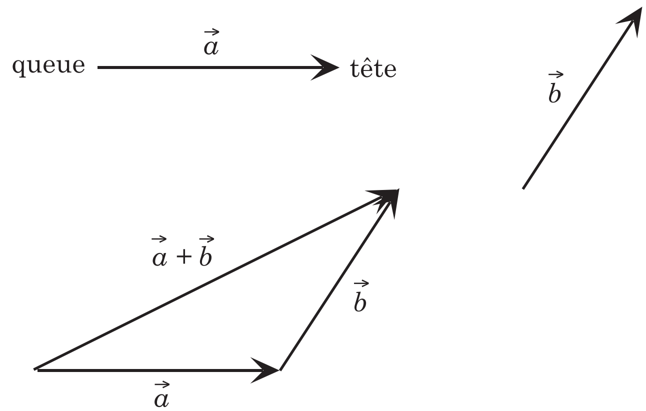
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Déterminer la grandeur et la direction d'une résultante vectorielle.**

Exemple 1

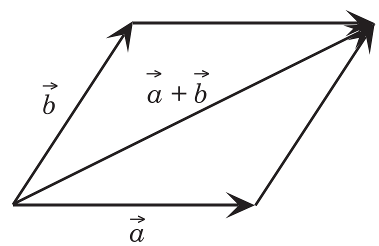
Loi de l'addition vectorielle : Si deux vecteurs donnés sont déplacés de sorte que la tête d'un des vecteurs rejoigne la queue de l'autre vecteur, le troisième vecteur formant un triangle représente leur somme.

Nota : la résultante vectorielle (somme des deux vecteurs) a une direction qui est déterminée en faisant rejoindre la queue du premier vecteur à la tête du deuxième vecteur.



Exemple 2

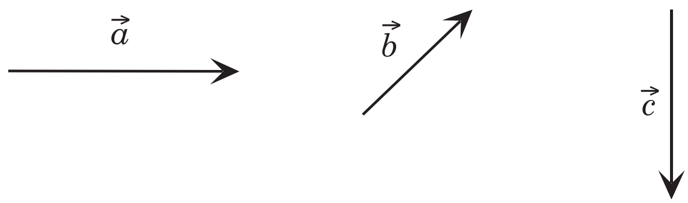
Méthode du parallélogramme : Si les queues de deux vecteurs donnés se rejoignent et si le parallélogramme est tracé comme illustré ci-dessous, la somme est représentée par la diagonale au point de départ des queues.



STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Problème

Examinez les vecteurs ci-dessous :



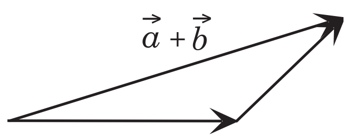
En utilisant l'approche du triangle pour déterminer la somme de deux vecteurs ou plus, donnez une valeur approximative pour les questions ci-dessous. (***Nota* :** la grandeur des vecteurs et la dimension des angles peuvent être approximatives.)

a) $\vec{a}+\vec{b}$ b) $\vec{a}+\vec{c}$

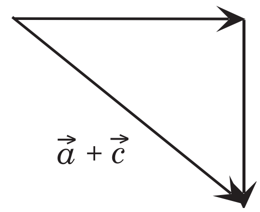
c) $\vec{b}+\vec{c}$ d) $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$

Solution

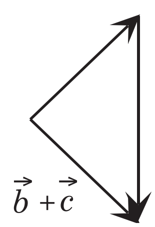
a)



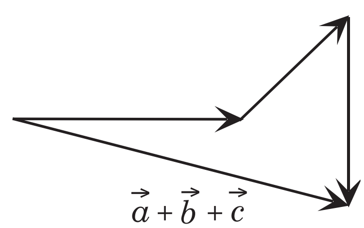
b)



c)



d)



NOTES

Ressources

Mathématiques appliquées, Secondaire 4 – Cours destiné à l'enseignement à distance, Winnipeg, MB : Éducation, Formation professionnelle et Jeunesse Manitoba, 2000.

— Module 2, Leçons 2, 3, 4 et 5

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

B-3 Créer des modèles et résoudre des problèmes en deux dimensions en utilisant la technologie et des diagrammes de vecteurs.

- **Créer des modèles et résoudre des problèmes en deux dimensions en utilisant la technologie et des diagrammes de vecteurs.**

  Nota **:** Une ébauche devrait être tracée pour toutes les applications de vecteurs. Toutes les applications bidimensionnelles peuvent être résolues à l'aide de diagrammes à l'échelle. S'ils sont effectués à la main, les dessins à l'échelle peuvent être tracés sur du papier graphique. Vous devriez encourager l'utilisation d'un logiciel de géométrie. Même si des niveaux d'exactitude peuvent être établis pour la plupart de ces logiciels, l'exactitude ne devrait pas représenter le principal objectif de ce module. Si la trigonométrie et l'algèbre sont utilisées, vous devriez encourager les élèves à utiliser un logiciel de résolution par la méthode du triangle ou un tableur conçu pour effectuer les calculs requis. Sur le plan algébrique, les méthodes du triangle et du parallélogramme sont identiques.

  Exemple 1

  Un nageur se dirige vers le sud à une vitesse de 6 m/s. Le courant se déplace vers l'est à une vitesse de 3 m/s. Déterminez la vitesse résultante du nageur par rapport à la terre ferme.

  Solution

  En utilisant Cybergéomètre et l'approche du triangle :

  Nota **:** voir l'annexe A pour connaître les directives d'utilisation d'*Euklid*.

  1. Ouvrez un document *Cybergéomètre* et le scénario *Flchferm.gss* relatif aux vecteurs que vous trouverez dans les modèles sous Ouvrir/Exemples/Scenario/Utilit.
  2. Sélectionnez deux points en utilisant le point du menu des outils.
  3. Cliquez sur le bouton EXÉC. dans le scénario *Flchferm.gss* et vous obtiendrez le vecteur.
  4. Répétez ce procédé pour les autres vecteurs, en prenant soin d'utiliser l'approche du triangle ou du parallélogramme pour déterminer la résultante vectorielle.
  5. Pour mesurer les grandeurs des vecteurs ou les dimensions des angles pertinents, vous devez surligner le vecteur ou les trois points qui déterminent l'angle à mesurer, et vous devez sélectionner la grandeur ou l'angle du menu Mesures.
  6. Si la grandeur d'un vecteur ou la dimension d'un angle doit être changée, cliquez sur un des trois points qui déterminent le vecteur ou l'angle, choisissez la flèche de la barre d'outils et indiquez la dimension désirée.

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Problème

Déterminez les sommes indiquées en utilisant les mêmes vecteurs qu'à la question de la page 21 mais en utilisant l'approche du parallélogramme pour déterminer la somme de deux vecteurs ou plus. (***Nota :*** les grandeurs des vecteurs et les dimensions des angles peuvent être approximatives.)

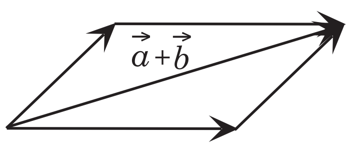
a) $\vec{a}+\vec{b}$ b) $\vec{a}+\vec{c}$

c) $\vec{b}+\vec{c}$ c) $(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}$

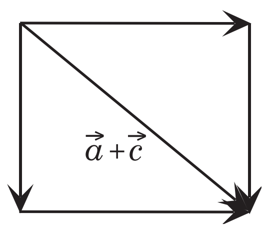
Quel résultat devriez-vous obtenir lorsque vous comparez les deux méthodes.

Solution

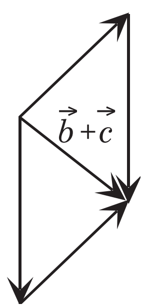
a)



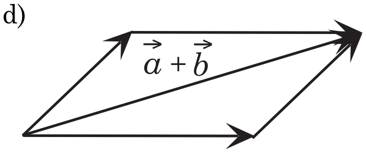
b)



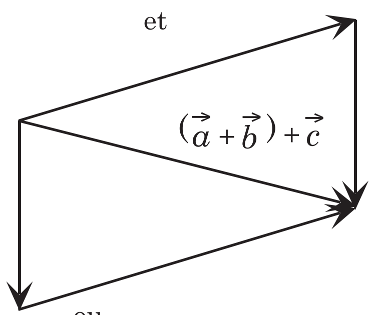
c)



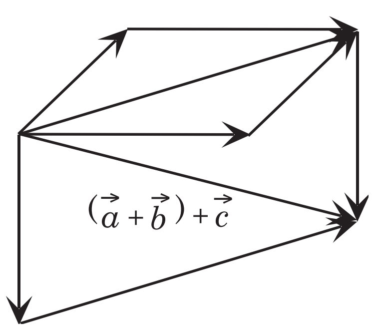
d)



et



ou
en un seul diagramme



NOTES

Ressources

Mathématiques appliquées, Secondaire 4 – Cours destiné à l'enseignement à distance, Winnipeg, MB : Éducation et Formation professionnelle Manitoba, 2000.

— Module 2, Leçons 6

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

B-3 Créer des modèles et résoudre des problèmes en deux dimensions en utilisant la technologie et des diagrammes de vecteurs.

– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

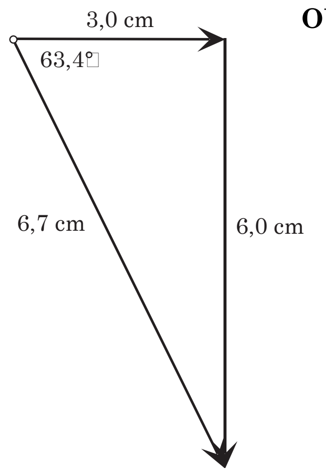
- **Créer des modèles et résoudre des problèmes en deux dimensions en utilisant la technologie et des diagrammes de vecteurs. (suite)**

Exemple 1 – suite

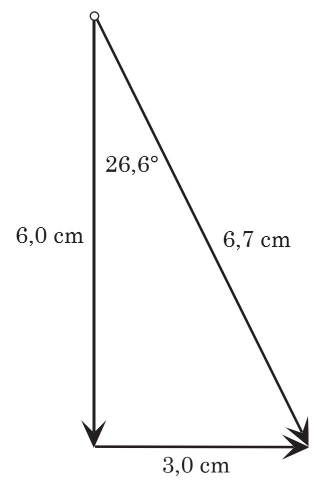
Solution – suite

7. Une fois tous les vecteurs enregistrés, tracez et mesurez la résultante vectorielle et mesurez tous les angles nécessaires.

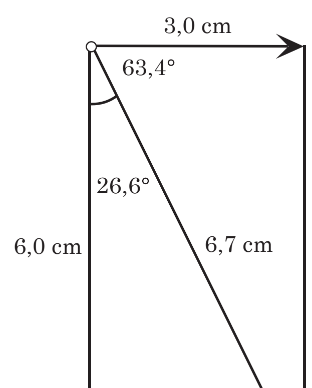
Échelle : 1 cm = 1 m/s



OU



En utilisant Cybergéomètre et l'approche du parallélogramme :



Toutes les approches ci-dessus (approches du triangle et du parallélogramme) indiqueront que le nageur nage à 6,7 m/s à une orientation de 63,4° m/s au sud de l'est ou de 26,6° à l'est du sud. (***Nota :*** ces deux valeurs sont identiques.)

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Déterminez les résultantes vectorielles pour chacune des questions suivantes en déterminant la somme des vecteurs et en utilisant l'approche du triangle ou du parallélogramme.

a) Calculez la grandeur de la force résultante des deux forces suivantes : 30 N et 40 N à un angle de 90° l'une par rapport à l'autre. Toutes les forces devraient être indiquées au newton près et tous les angles devraient être indiqués au degré près.

b) Deux forces de 20 N et de 30 N agissent sur un corps à un angle de 50° l'une par rapport à l'autre. Déterminez la grandeur et la direction de la résultante au newton près et au degré près.

c) Un avion vole à 300 km/h en direction N. 80° E. Un vent souffle à 50 km/h en direction N. 30° O. Déterminez la vitesse réelle au sol et la direction de l'avion.

d) Un bateau navigue à une orientation de 320° et à une vitesse de 20 noeuds. Un courant de 6 noeuds et d'une une orientation de 50° agit sur le bateau. Calculez la direction réelle et la vitesse réelle du bateau.

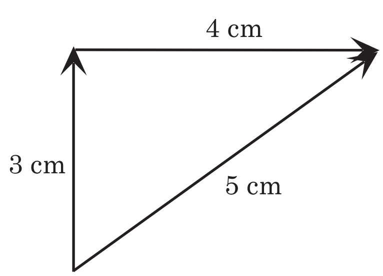
e) Deux forces égales agissant à un angle de 90° l'une par rapport à l'autre ont une force résultante de 40 N. Calculez la grandeur des deux forces.

f) Trois forces de 30 N, de 45 N et de 50 N agissent sur un corps. La direction de la première force est de 50° à l'ouest du nord, celle de la deuxième force est de 30° au nord de l'est, et celle de la troisième force est du sud-est. Déterminez au newton près la grandeur et la direction de la résultante.

Solution

Toutes les solutions sont calculées à l'aide d'un logiciel de géométrie.

a) Échelle : 1 cm = 10 N



La force résultante est de 50 N.

– suite

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

B-3 Créer des modèles et résoudre des problèmes en deux dimensions en utilisant la technologie et des diagrammes de vecteurs.

– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Créer des modèles et résoudre des problèmes en deux dimensions en utilisant la technologie et des diagrammes de vecteurs. (suite)**

Exemple 1 – suite

Solution – suite

En utilisant la trigonométrie :

Solution :

$R^2 = 3^2 + 6^2$

$R = 6{,}7$ m/s

Nota : Puisque la vitesse est une quantité vectorielle, la direction doit aussi être indiquée.

$$\tan\theta = \frac{6}{3}$$

$$\theta = 63{,}4^{\circ}$$

La direction est 63,4° au sud de l'est.

***Nota* :** Ces calculs peuvent être effectués à l'aide du logiciel *Triangle Solver* ou *Any Angle*. Voir l'annexe B et l'annexe C.

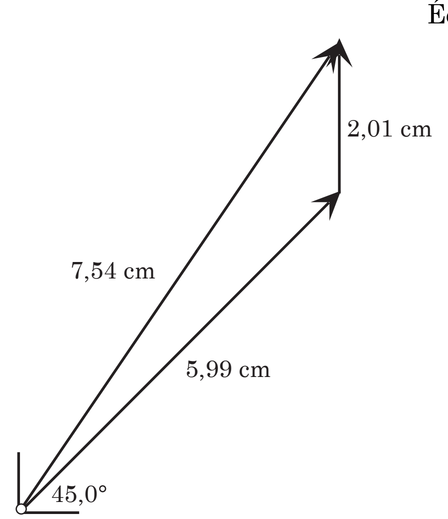
Exemple 2

Tamara parcourt 60 km en direction N.-E. sur sa bicyclette. Elle tourne ensuite en direction nord et parcourt 20 km. À quelle distance se trouve-t-elle de son point de départ?

Solution

En utilisant Cybergéomètre :

Échelle : 1 cm = 10 km



Tamara se trouve à 75,4 km de son point de départ.

– suite

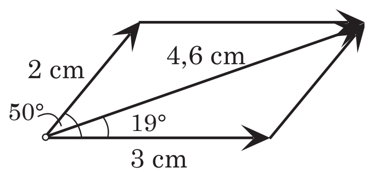
STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Solution – suite

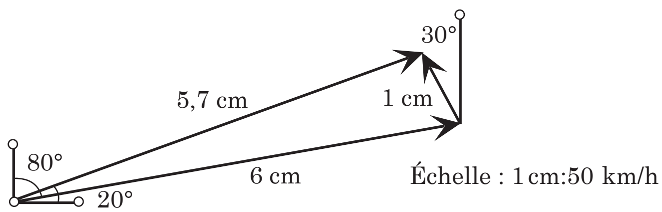
b)

Échelle : 1 cm = 10 N



La force résultante est de 46 N à un angle de 19° par rapport au vecteur le plus long.

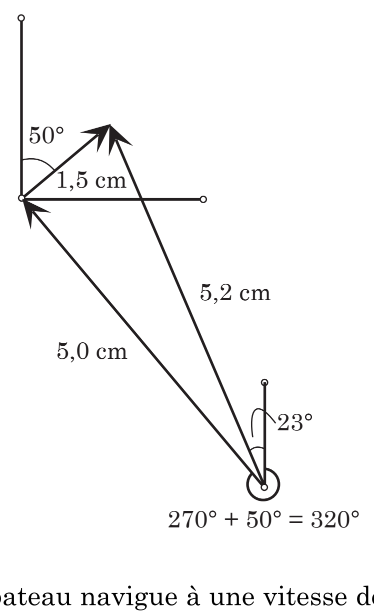
c)



La vitesse au sol est de 285 km/h à une orientation de 20° au nord du sud.

d)

Échelle : 1 cm = 4 noeuds



Le bateau navigue à une vitesse de 5,2 x 4 = 20,8 noeuds et à une orientation de 360° – 23° = 337°.

– suite

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

B-3 Créer des modèles et résoudre des problèmes en deux dimensions en utilisant la technologie et des diagrammes de vecteurs.

– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Créer des modèles et résoudre des problèmes en deux dimensions en utilisant la technologie et des diagrammes de vecteurs. (suite)**

Exemple 2 – suite

Solution – suite

En utilisant la trigonométrie :

Solution :

$R^2 = 20^2 + 60^2 – 2(20)(60) \cos 135^\circ$

R = 75,5 km

Les élèves peuvent utiliser le logiciel *Triangle Solver* ou *Any Angle.*

***Nota* :** Aucune direction n'est requise puisque la distance n'est pas une quantité vectorielle.

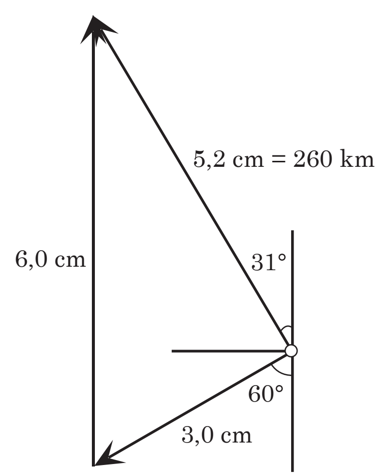
Exemple 3

Richard survole 150 km en avion à une orientation de 60° à l'ouest du sud. Ensuite, il se dirige vers le nord sur une distance de 300 km. À quelle distance se trouve-t-il de son point de départ? Quelle orientation doit-il choisir pour revenir à son point de départ?

Solution

En utilisant Cybergéomètre :

Échelle : 1 cm = 50 km



Richard se trouve à 260 km de son point de départ et il doit choisir une orientation de 31° à l'est du sud pour revenir à son point de départ.

***Nota* :** 31° à l'est du sud correspond à l'orientation opposée à 31° à l'ouest du nord.

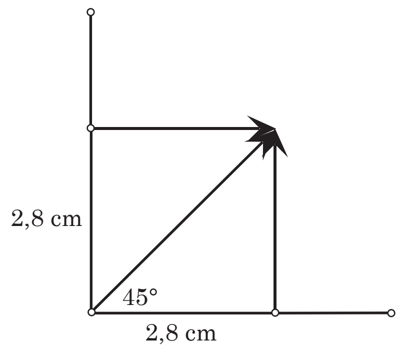
– suite

Stratégies d'évaluation

Notes

Solution – suite

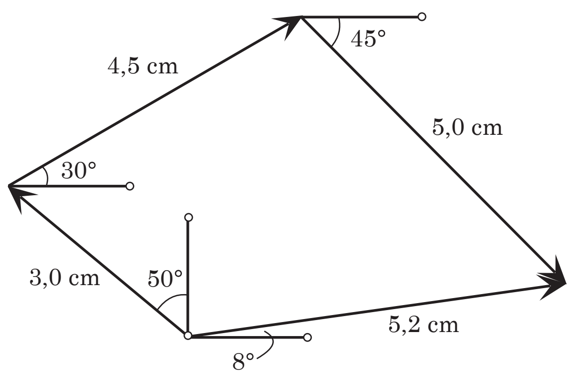
e) Échelle : 1 cm = 10 N



Puisque les deux vecteurs égaux produiront deux angles de 45°, en utilisant le logiciel de géométrie, deux vecteurs sont construits de sorte qu'ils soient perpendiculaires l'un à l'autre et que leurs queues se rejoignent à la résultante vectorielle. Résultat : les vecteurs auront une grandeur de 2,8 x 10 = 28 N.

f)

Échelle : 1 cm:10 N



La force résultante est de 5,2 x 10 N = 52 N à une direction de 8° au nord de l'est.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

B-3 Créer des modèles et résoudre des problèmes en deux dimensions en utilisant la technologie et des diagrammes de vecteurs.

– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Créer des modèles et résoudre des problèmes en deux dimensions en utilisant la technologie et des diagrammes de vecteurs. (suite)**

Exemple 3 – suite

Solution – suite

En utilisant la trigonométrie :

Solution :

Étant donné que les droites sont //, l'angle entre les vecteurs donnés est aussi de 60°.

$R^2 = 150^2 + 300^2 - 2(50)(300)\cos 60°$

$R = 259{,}8$ km

$$\frac{\sin 60°}{259{,}8} = \frac{\sin\theta}{150}$$

$\theta = 30°$ à l'est du sud

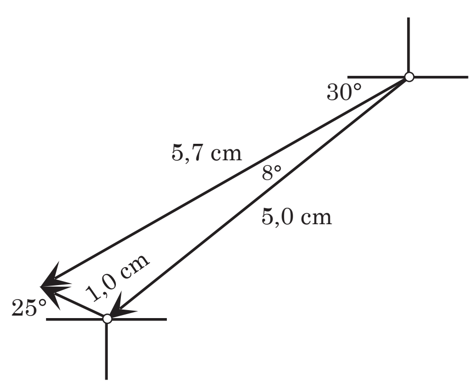
Le logiciel *Triangle Solver* ou *Any Angle* peut être utilisé.

Exemple 4

Un avion se dirige à 30° au sud de l'ouest et sa vitesse est de 150 km/h. Si le vent souffle à une orientation de 25° au nord de l'ouest à une vitesse de 30 km/h, quelle est sa vitesse globale? Quel est le déplacement réel après deux heures?

Solution0

En utilisant *Cybergéomètre :*



Résultat : la vitesse globale de l'avion est de 5,7 x 30 km/h = 171 km/h et le déplacement après deux heures est de 171 x 2 = 342 km à une direction de 30° – 8° = 22° au sud de l'ouest.

– suite

Stratégies d'évaluation

Notes

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

B-3 Créer des modèles et résoudre des problèmes en deux dimensions en utilisant la technologie et des diagrammes de vecteurs.

– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Créer des modèles et résoudre des problèmes en deux dimensions en utilisant la technologie et des diagrammes de vecteurs. (suite)**

  Exemple 4 – suite

  Solution – suite

  En utilisant la trigonométrie :

  Solution

  L'angle entre les vecteurs est de 180 – (25 + 30) = 125º.

  $R^2 = 150^2 + 30^2 - 2(150)(30)\cos 125°$

  $R = 169$ km/h

  $$\frac{\sin 125°}{169} = \frac{\sin\theta}{30}$$

  $\theta = 8{,}36°$

  La vitesse réelle est de 169 km/h à 30º – 8,36º = 21,64º au sud de l'ouest.

  Le déplacement après deux heures est de 2 x 169 = 338 km à une direction de 21,64º au sud de l'ouest.

  Les élèves peuvent utiliser le logiciel *Triangle Solver* ou *Any Angle.*

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

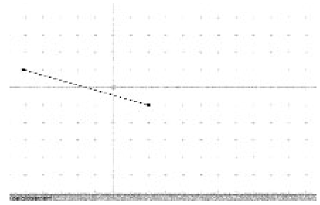
NOTES

Tutoriel *Euklid*

Annexe B-1

Pour construire un segment de droite ou une droite à l'aide de deux points

- Ouvrez *Euklid*.
- Cliquez sur **Construire** dans la barre de menu au haut de l'écran. Le menu **Construire** s'affichera.
- Cliquez sur **Segment de droite entre deux points**.
- Déplacez le curseur jusqu'à un point, par exemple (–5,0, 1,0) et cliquez sur ce point pour définir le *point de départ* du segment.
- Déplacez le curseur jusqu'à un autre point, par exemple (2,0, –1,0) et cliquez sur ce point pour définir le *point d'arrivée* du segment.
- Le segment sera tracé.

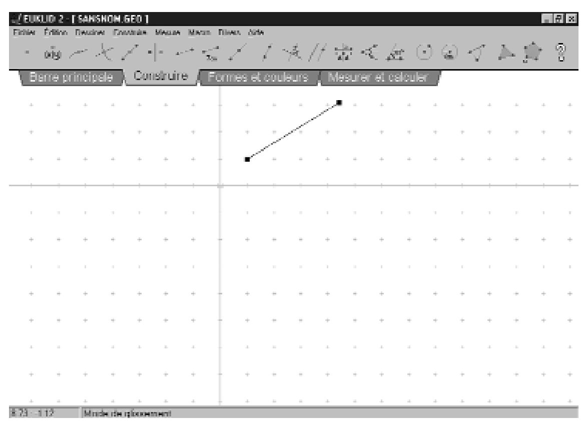


Pour modifier le point de départ et le point d'arrivée du segment de droite

- Déplacez le curseur jusqu'au point de départ. Le pointeur sera modifié en tenailles.
- Tenez le bouton gauche de la souris enfoncé et déplacez le point de départ jusqu'au point (–4,0, 3,0). Le segment de droite sera modifié.
- Vous pouvez changer la position du deuxième point de la même manière.
- Effacez le dessin.

Pour construire un segment de droite d'une longueur fixe

- Cliquez sur **Construire** dans la barre de menu au haut de l'écran. Le menu **Construire** s'affichera.
- Cliquez sur **Segment de droite d'une longueur fixe**.
- Une boîte de dialogue s'affichera pour vous permettre d'indiquer la longueur du segment requis. Enregistrez une longueur de 4.
- Déplacez le curseur jusqu'au point (1,0, 1,0) et cliquez sur ce point pour définir le point de départ du segment.
- Déplacez le curseur jusqu'à un autre point et cliquez sur ce point pour que le segment soit tracé dans cette direction.

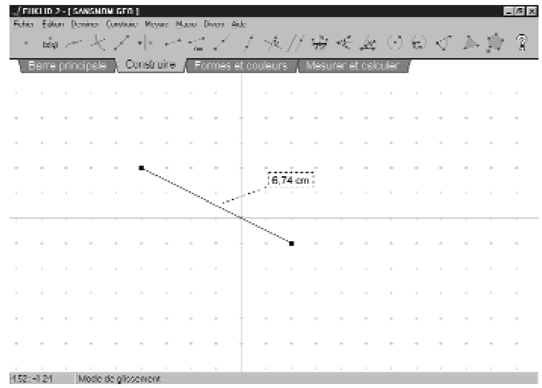


Pour fixer un point

Vous pouvez fixer un point à l'écran pour qu'il ne soit pas dynamique. Le point ne bougera plus.

- Cliquez sur **Mesure** dans la barre de menu au haut de l'écran. Le menu **Mesure** s'affichera.
- Cliquez sur **Fixer un point**.
- Déplacez le curseur jusqu'au point que vous voulez fixer et cliquez sur ce point. Le point est modifié en un rectangle vide. Ce point est maintenant un point coordonné fixe.

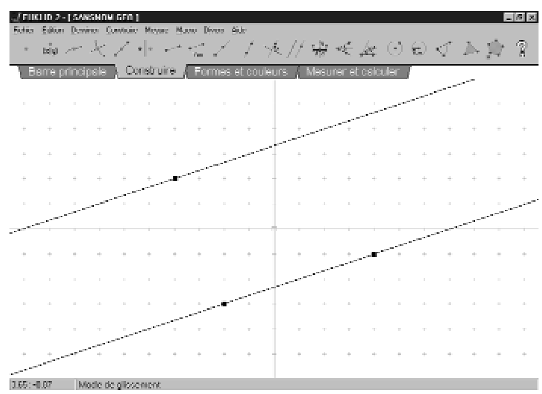
Pour mesurer la longueur d'un segment de droite



- Construisez un segment de droite entre les points (–4,0, 2,0) et (2,0, –1,0).
- Cliquez sur **Mesure** dans la barre de menu au haut de l'écran pour ouvrir le menu **Mesure**.
- Cliquez sur **Mesurer la distance**. Cela vous permettra de déterminer la longueur du segment.
- Cliquez sur le premier point, puis sur le deuxième point.
- La mesure du segment AB affichée à l'écran sera 6,74 cm.

  Vous pouvez déplacer la boîte de mesure à un nouvel emplacement.
- Déplacez le curseur jusqu'à la boîte de mesure. Le curseur se transformera en main.
- Tenez le bouton gauche de la souris enfoncé et déplacez la boîte de mesure à un nouvel emplacement.

Pour construire une droite parallèle à une autre droite et qui croise un point donné

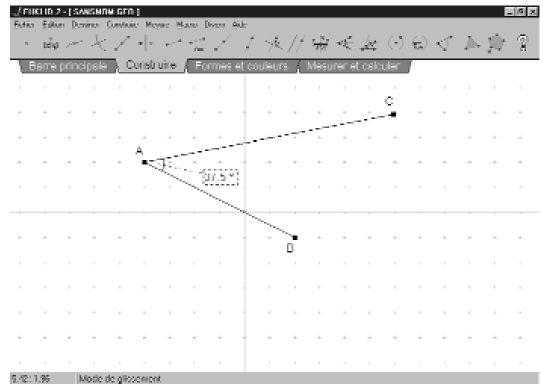


- Remettez l'écran à zéro en supprimant tous les dessins d'*Euklid*.
- Construisez une droite qui contient les points (–2,0, –3,0) et (4,0, –1,0).
- Cliquer sur **Construire** pour ouvrir le menu.
- Cliquer sur **Ligne parallèle**. Vous devrez maintenant définir le point et la droite.
- Cliquez sur le point (–4,0, 2,0).
- Cliquez sur la droite.
- Une droite parallèle à la droite d'origine sera tracée.

Vous pouvez déplacer la nouvelle droite à un nouvel emplacement.

- Déplacez le curseur jusqu'au point (–4,0, 2,0). Le curseur se transforme en curseur de déplacement.
- Tenez le bouton gauche de la souris enfoncé et déplacez le point à un nouvel emplacement. La droite se déplacera de la manière désirée.
- Supprimez le dessin.

Pour mesurer la dimension d'un angle

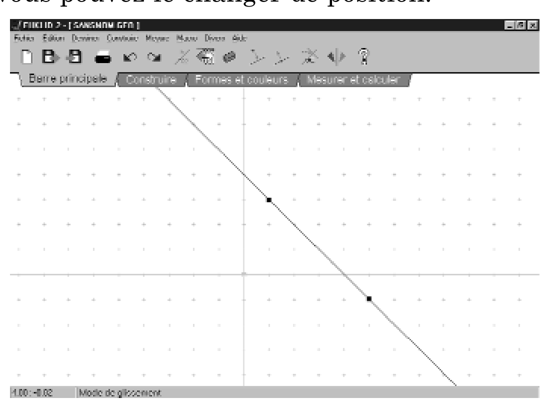


- Construisez un segment de ligne entre les points (–4,0, 2,0) et (2,0, –1,0).
- Construisez un autre segment de ligne en utilisant le point (–4,0, 2,0) et un nouveau point (6,0, 4,0).
- Cliquez sur **Mesure** pour ouvrir le menu.
- Cliquez sur **Mesurer un angle**. Cela vous permettra de mesurer la dimension d'un angle.
- Cliquez sur le point (2,0, –1,0), puis sur le point (–4,0, 2,0) et finalement sur le point (6,0, 4,0).
- La mesure de l'angle indiquée à l'écran est de 37,5 degrés.
- Déplacez la boîte de mesure de l'angle à un nouvel emplacement.
- Déplacez le point (2,0, –1,0) à un nouvel emplacement. La mesure de l'angle dans le boîte est modifiée en conséquence. Il s'agit d'un mesurage dynamique.

Pour nommer un point

- Construisez une droite en utilisant les points (1,0, 3,0) et (5,0, –1,0).
- Déplacez le curseur jusqu'au premier point pour que le curseur se transforme en tenailles.
- Cliquez deux fois sur le bouton de la souris. Une boîte de dialogue s'affichera et vous permettra d'entrer un nom pour le point.
- Tapez **A** pour le nom du point et cliquez sur **OK**.
- En procédant de la même manière, déplacez le curseur jusqu'au deuxième point, cliquez deux fois sur le bouton de la souris et tapez **B** pour enregistrer le nom du point.

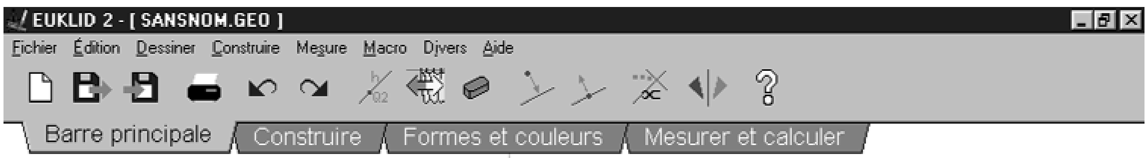
Si le nom du point ne s'est pas placé à l'endroit désiré, vous pouvez le changer de position.



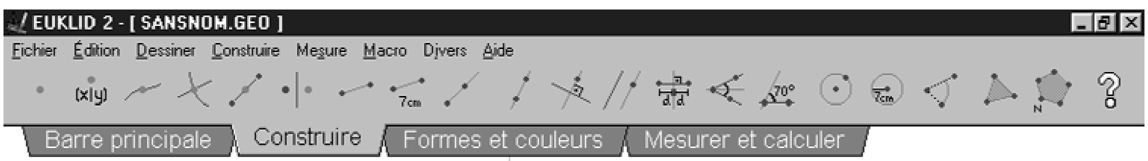
- Déplacez le curseur pour qu'il soit près du nom **A** sur le dessin. Le curseur se transformera en main.
- Tenez le bouton gauche de la souris enfoncé et faites glisser le nom à l'endroit désiré.
- Répétez ce processus pour déplacer le nom B vers le côté droit du point comme l'illustre le graphique ci-contre.
- Lorsque vous aurez terminé, vous pouvez effacer le dessin.

Exercice additionnel

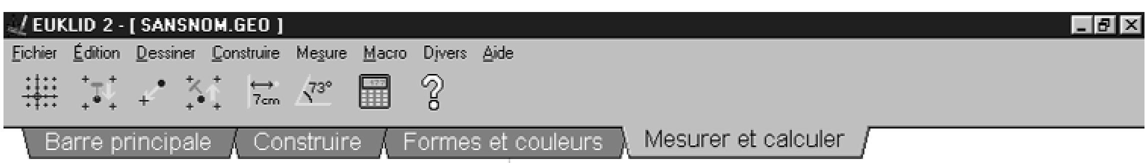
- Ouvrez *Euklid*.
- Sous le nom *Euklid*, vous apercevrez trois barres.
- La première barre est la **Barre des menus**, sur laquelle paraissent les commandes, par exemple, **Fichier**, **Édition**, **Dessiner**, **Construire** et ainsi de suite.
- La deuxième barre est la **Barre des icônes**, sur laquelle paraissent quelques-unes des commandes. Vous pouvez donc avoir accès à ces commande en cliquant sur les icônes appropriées.
- La troisième barre est la **Barre des onglets**, qui contient quatre onglets : **Barre principale**, **Construire**, **Formes et couleurs** et **Mesurer et calculer.**
- Lorsque vous choisissez l'onglet **Barre principale**, 14 icônes s'affichent sur la **Barre des icônes**.



- Lorsque vous choisissez l'onglet **Construire**, 20 icônes s'affichent sur la **Barre des icônes**. Le nombre de commandes de cette barre est plus élevé que celui du menu **Construire**.



- Lorsque vous choisissez l'onglet **Mesurer et calculer**, huit icônes s'affichent sur la **Barre des icônes**.



- Lorsque vous placez le curseur sur une icône, vous obtenez des renseignements sur la commande en question.
- Plusieurs fonctions ne peuvent être exécutées que si vous utilisez ces icônes, par exemple la fonction **Construire un triangle**.

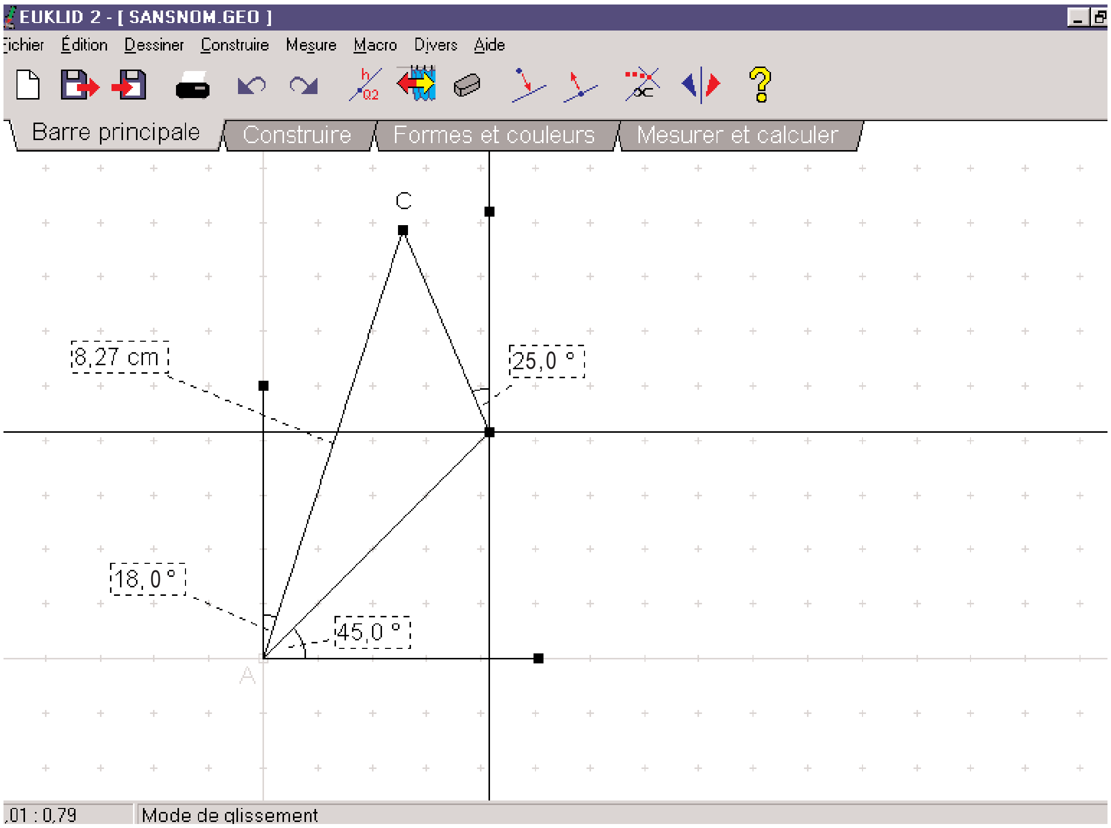
Modèle de question

Tracy parcourt 60 km à bicyclette en direction nord-est. Elle fait un virage de 25° à l'ouest du nord et parcourt 40 km. À quelle distance se trouvera-t-elle de son point de départ et quelle sera sa direction?

Résolution du problème à l'aide d'*Euklid*.

- Placez les points et les segments de droite sur les axes de coordonnées.
- Construisez un segment de droite d'une longueur fixe de 6 cm dont le point de départ est situé l'origine.
- Mesurez l'angle par rapport à l'axe des x.
- Modifiez l'angle pour qu'il soit de 45°.
- Fixez le point d'arrivée.
- Nommez les points de départ et d'arrivée A et B respectivement.
- Construisez un segment de droite d'une longueur fixe de 4 cm dont le point de départ est situé au point B.
- Nommez le point d'arrivée de ce segment de droite en tant que point C.
- Construisez un segment de droite parallèle à l'axe des y au point B.
- Construisez un segment de droite parallèle à l'axe des x au point B.
- Tracez un point sur la droite verticale qui croise le point B.
- Mesurez l'angle entre BC et la droite verticale qui croise le point B.
- Modifiez l'angle pour qu'il soit de 25° en déplaçant le point C.
- Fixez le point C.
- Mesurez la distance de AC.
- Mesurez l'angle BAC.

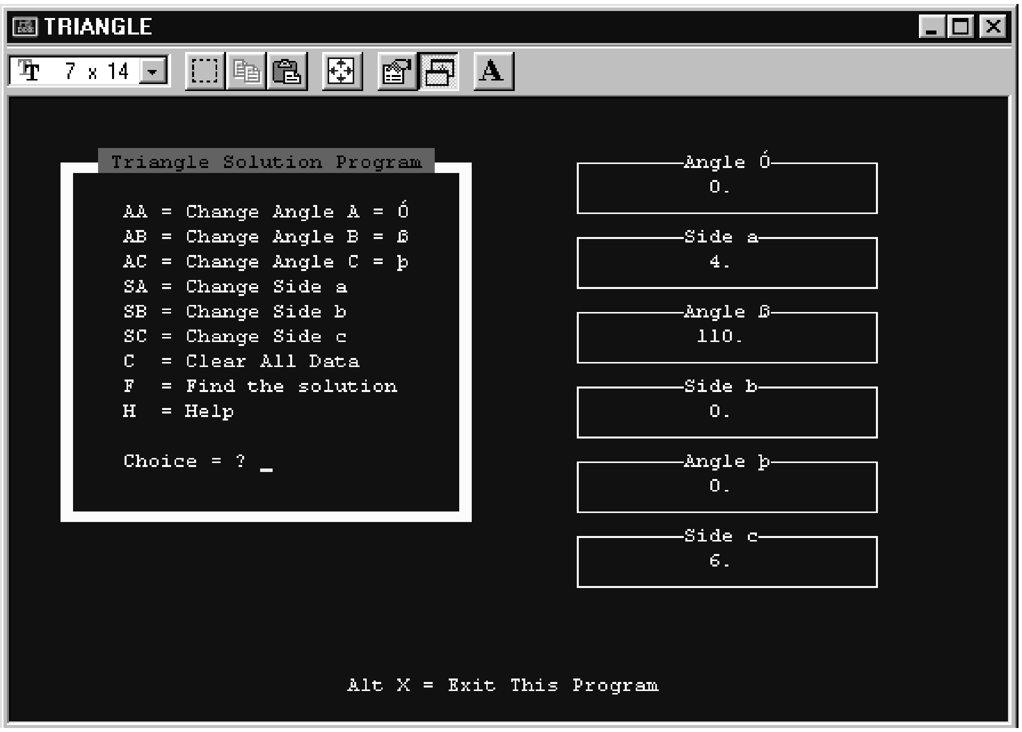
Vous pouvez raccourcir ce processus de plusieurs façons. En voici le résultat :

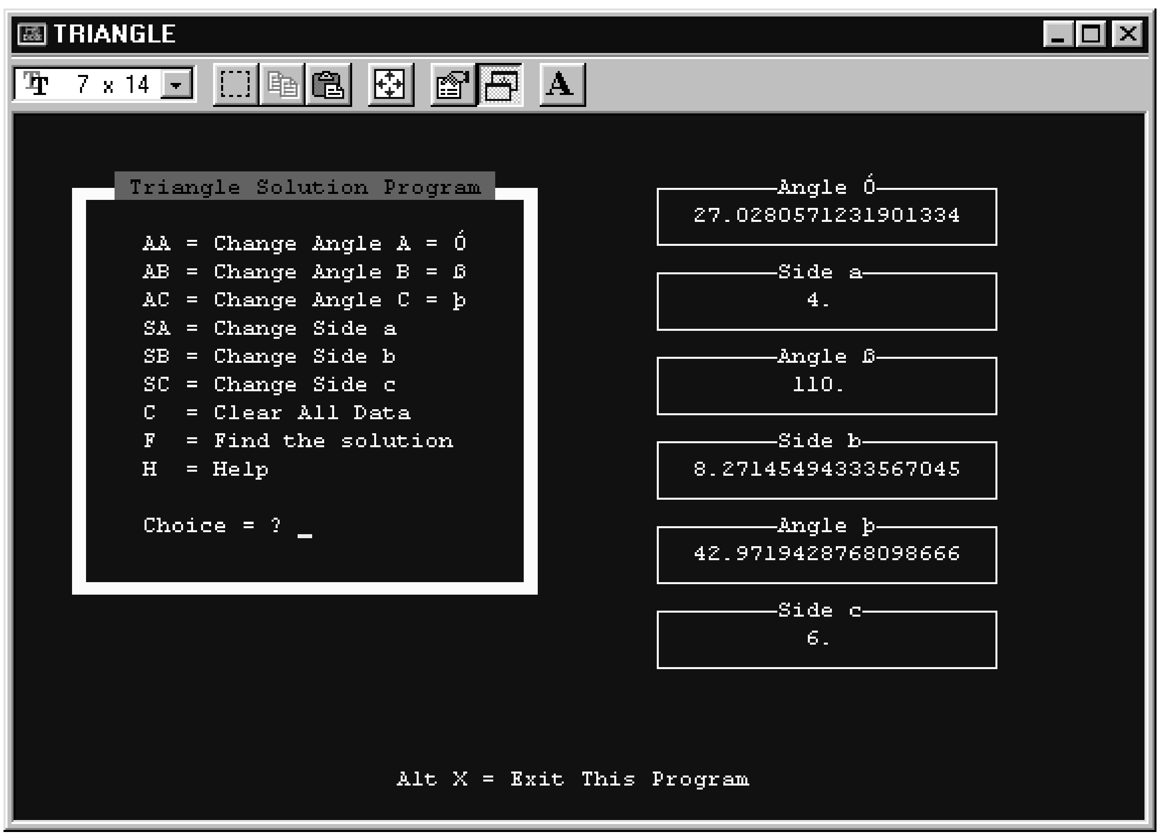


Tracy se trouvera à 82,7 km de son point de départ et sa direction sera de 18° à l'est du nord.

Triangle Solver

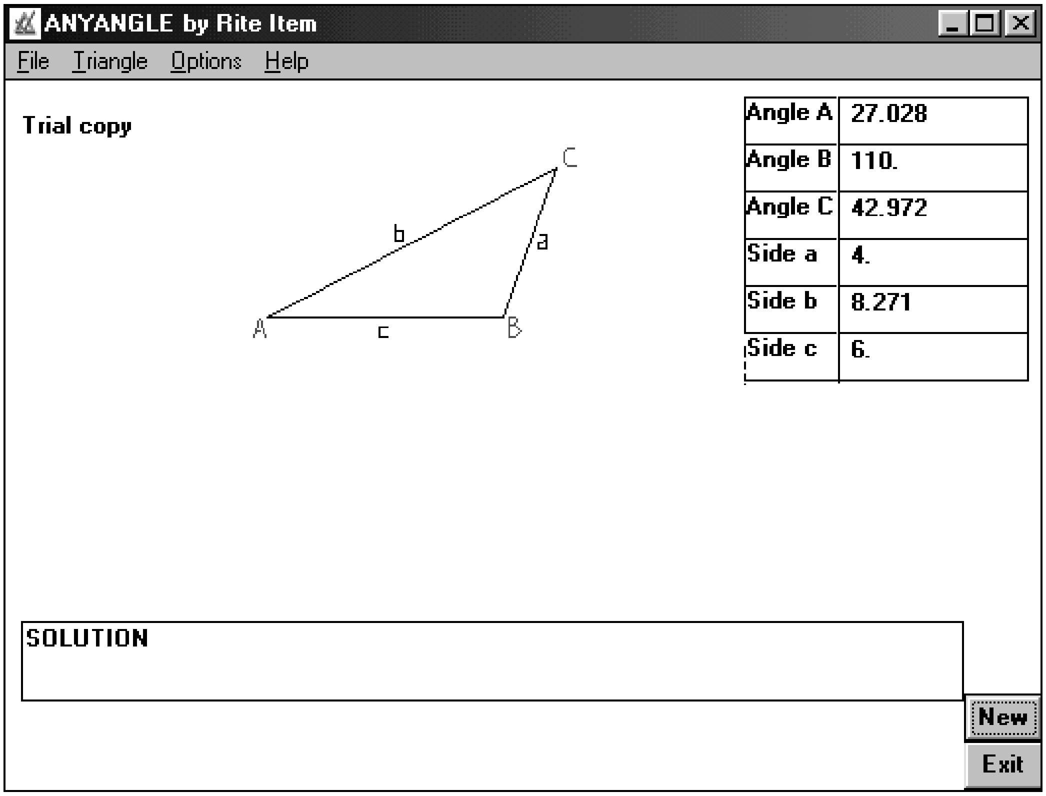
Annexe B-2





Anyangle

Annexe B-3



Unité C
Finances personnelles

FINANCES PERSONNELLES

Introduction

Cette unité met l'accent sur l'acquisition des aptitudes nécessaires aux élèves pour concevoir et utiliser une feuille de calcul et pour prendre et justifier des décisions financières.

Pratiques d'enseignement

Cette unité est conçue pour permettre aux élèves de faire des recherches sur des situations financières courantes comme celles reliées à l'impôt sur le revenu et à l'analyse des coûts et avantages de louer ou d'acheter un bien à valeur croissante ou décroissante. De plus, on y explore les concepts des taux d'intérêt, des taux de rendement, de la valeur nette et des portefeuilles de placement. Même si le contenu de cette unité peut être enseigné en périodes d'étude successives, il peut être préférable de le répartir sur toute la session. La plupart du matériel peut être utilisé aux fins de projets individuels ou en petits groupes.

Le programme « *Enseignons l'impôt* » peut être commandé sans frais auprès de l'Agence des douanes et du revenu du Canada. Vous devez prévoir au moins quatre semaines pour la livraison.

Matériel d'enseignement

- calculatrice graphique comprenant des fonctions financières
- ordinateur comprenant un logiciel de tableur
- accès Internet
- logiciel de calcul de l'impôt sur le revenu
- programme « *Enseignons l'impôt »*

Durée

14 heures

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE

Résultat général

Concevoir ou utiliser une feuille de calcul pour prendre et justifier des décisions d'ordre financier.

Résultats spécifiques

C-1 Concevoir ou utiliser un modèle financier pour permettre aux utilisateurs d'entrer leurs propres variables.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Concevoir ou utiliser un modèle financier**

  Cette section porte sur l'utilisation de base des feuilles de calcul.

  Une des utilisations les plus répandues de tableurs comprend les trousses de déclaration de revenus offertes aujourd'hui sur le marché. Parmi ces logiciels, on compte notamment : *ImpôtRapide, L'Impôtpersonnel, Cool Tax* et *Tax Whiz.*

  Les élèves doivent pouvoir remplir une déclaration de revenus des particuliers à l'aide de l'un de ces programmes. Ces logiciels permettent aux élèves de suivre les étapes requises pour remplir la déclaration. La communication technique, qui comprend la capacité de suivre des directives, a toujours représenté l'un des objectifs principaux que visent à atteindre les Mathématiques appliquées.

  Bien que l'utilisation des logiciels de déclaration de revenus soit requise dans la présente unité, les enseignants peuvent choisir de préparer d'abord manuellement les déclarations de revenus.

  L'Agence des douanes et du revenu du Canada offre le programme Enseignons l'impôt aux enseignants du pays depuis 1970. Ce programme vise à initier les élèves au régime fiscal et à leur fournir les renseignements pratiques nécessaires pour remplir une déclaration de revenus de base. La trousse est offerte gratuitement et mise à jour annuellement. Vous pouvez commander la trousse par courriel à partir du site Web de l'Agence des douanes et du revenu du Canada à l'adresse suivante : http://www.ccra-adrc.gc.ca/tax /individuals/teachtax/teach-f.html.

— *suite*

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Voir à l'annexe C-1 des exemples des feuillets de renseignements émis aux fins d'impôt.

Exemple 1

Profil : Couple marié — deux personnes avec emploi

Sam G. Montais travaille comme vendeur pour Les Entreprises Pit. Son salaire annuel est de 35 641 $. Son employeur a déduit 145 $ pour les cotisations syndicales, 926,67 $ aux fins du RPC et 1 069,23 $ aux fins de l'A.-E. Les cotisations au régime de retraite offert par la société sont de 786 $, et Sam décide d'investir 1 200 $ dans un REER. Son numéro d'assurance sociale est 111 222 000.

Sam s'était inscrit à un cours du soir offert dans un collège communautaire. Il a dû débourser 375 $ pour le cours « Utiliser l'ail de mille et une façons ».

Il a également travaillé comme portier auprès de l'entreprise Lacrosse incorporée, où il a gagné 1 479 $ et s'est vu déduire 38,45 $ et 44,37 $ aux fins du RPC et de l'A.-E. respectivement.

Il s'est procuré de nouvelles lentilles correctrices au coût de 350 $, avait un total d'ordonnances de médicaments de 103 $ et des factures du dentiste s'élevant à 745 $. Il a fait un don de 240 $ à sa paroisse.

L'an dernier, Sam et son épouse, Manon, louaient un appartement situé au 777, avenue Green, Winnipeg, R2C 3K4, au coût de 500 $ par mois.

Remplissez son formulaire de déclaration de revenus en tenant compte de tous les crédits d'impôt. Sam est né le 25 décembre 1959. Son employeur a déduit 6 490 $ d'impôt. Le NAS de Manon est 605 411 611; son revenu net est de 23 000 $.

Voir à l'annexe C-2 la solution du profil.

Exemple 2

Profil : Étudiant universitaire

Votre amie Suzie est une étudiante célibataire âgée de 20 ans (née le 1er août 1979) qui habite en résidence pendant l'année scolaire à l'université. L'établissement lui a remis un formulaire T2202A indiquant que les frais de scolarité qu'elle a payés en 1999 s'élèvent à 2 500 $. Selon le formulaire, elle peut réclamer le montant relatif aux études pour huit mois.

Au cours de l'année, l'université lui a accordé une bourse de 1 200 $. Cette somme figure sur le feuillet T4A décerné par l'établissement scolaire.

Suzie retourne vivre chez ses parents pendant l'été (à 500 km de l'université) et obtient un emploi à la Boulangerie Béatrice. Elle remplit le formulaire T1-M, Demande de déduction de frais de déménagement, en inscrivant 300 $ pour les frais de déménagement et détermine qu'elle pourra réclamer ces dépenses à son retour. Elle a gagné 9 800 $ en travaillant à la boulangerie pendant l'été, la somme figurant sur le feuillet T4 donné par la boulangerie.

Son compte d'épargne a produit 320 $ en intérêts. Ce montant paraît sur le formulaire T5 envoyé par la banque.

NOTES

Ressources

Mathématiques appliquées, Secondaire 4 – Exercices – Supplément au programme d'études, Éducation et Formation professionnelle Manitoba, 2000

Mathématiques appliquées, Secondaire 4 – Cours destiné à l'enseignement à distance, Winnipeg, MB : Éducation et Formation professionnelle Manitoba, 2000.

— Module 6, Leçons 1

Enseignons l'impôt, Agence des douanes et du revenu du Canada : http://www.ccra-adrc.gc.ca/tax/individuals/teachtax/teach-f.html
Nota **:** il faut allouer 4 semaines pour la livraison

Logiciels

ImpôtRapide

L'Impôtpersonnel

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES
C-1 Concevoir ou utiliser un modèle financier pour permettre aux utilisateurs d'entrer leurs propres variables. *– suite*	• **Concevoir ou utiliser un modèle financier (suite)** Les élèves doivent produire des déclarations de revenus comprenant les catégories suivantes : frais médicaux, dons de bienfaisance, crédits d'impôts fonciers (propriétaires et locataires), travail autonome, frais de scolarité, REER, montant relatif aux études, crédits d'impôt pour enfants. Les élèves doivent imprimer un sommaire de l'impôt détaillé pour les déclarations.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Exemple 3

Profil : Jeune couple marié — Théodore a un emploi; Julie fréquente l'université

Théodore et Julie Soucy décident de remplir leurs propres déclarations de revenus pour l'année d'imposition 1998. Théodore travaille à plein temps dans un magasin de matériel sportif. L'an dernier, il a fait 42 000 $. Il a contribué 2 400 $ à son régime enregistré d'épargne-retraite (REER) et peut réclamer ce montant en entier.

Julie ne travaille pas à l'extérieur du foyer, mais elle suit 3 cours à l'université par semestre. Le formulaire T2022A, émis par l'université, indique qu'elle a payé 1 860 $ en frais de scolarité. Elle peut réclamer le montant relatif aux études pour 8 mois.

Julie est née le 27 février 1964 et Théodore est né le 26 août 1965. Son numéro d'assurance sociale est 543 543 345.

Exemple 4

Profil : Homme monoparental avec 2 enfants

Votre voisin vous demande de remplir son formulaire de déclaration de revenus. Jacques est un père monoparental avec 2 enfants. Il est né le 16 janvier 1961. Pendant l'année d'imposition 1998, il a touché 36 547 $ en 40 semaines de travail. Il a également reçu une pension alimentaire de 300 $ par enfant par mois. Jacques doit débourser 80 $ par semaine en frais de garde pour un enfant; l'autre fréquente l'école à temps plein. Après avoir rempli le formulaire de déduction pour frais de garde d'enfants, il constate qu'il peut réclamer 3 200 $ en frais de garde dans sa déclaration de revenus.

Revenue Canada / Revenu Canada

T4

STATEMENT OF REMUNERATION PAID
ÉTAT DE LA RÉMUNÉRATION PAYÉE

Employer's name – Nom de l'employeur: Bricolo

Year / Année: 1998

14	Employment income – line 101 / Revenus d'emploi – ligne 101	36 547.00
22	Income tax deducted – line 437 / Impôt sur le revenu retenu – ligne 437	6212.99
10	Province of employment / Province d'emploi	
16	Employee's CPP contributions – line 308 / Cotisations de l'employé au RPC – ligne 308	950.22
24	EI insurable earnings / Gains assurables d'AE	4751.11
12	Social insurance number / Numéro d'assurance sociale	
28	Exempt – Exemption: CPP/QPP – RPC/RRQ; EI – AE	
29	Employment Code / Code d'emploi	
17	Employee's QPP contributions – line 308 / Cotisations de l'employé au RRQ – ligne 308	1053.00
26	CPP/QPP pensionable earnings / Gains donnant droit à pension - RPC/RRQ	
18	Employee's EI premiums – line 312 / Cotisations de l'employé à l'AE – ligne 312	
44	Union dues – line 212 / Cotisations syndicales – ligne 212	
20	RPP contributions – line 207 / Cotisations à un RPA – ligne 207	
46	Charitable donations – Schedule 9 / Dons de bienfaisance – Annexe 9	
52	Pension adjustment – line 206 / Facteur d'équivalence – ligne 206	
50	RPP or DPSP registration number / N° d'agrément d'un RPA ou d'un RPDB	

Employee's name and address – Nom et adresse de l'employé

Lemieux, Jacques
20, rue Principale
Uneville MB
R3C 4O7

Other Information (see the back) / Autres renseignements (voir au verso): Box / Case — Amount / Montant

T4 (98)

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

C-2 Analyser les coûts et les avantages liés à la location ou à l'achat d'un bien à valeur croissante (p. ex. une maison) dans différentes circonstances.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Analyser les coûts et les avantages liés à la location ou à l'achat d'un bien à valeur croissante**

Une des principales questions financières que se posent les Canadiens et Canadiennes est la suivante : « Ai-je les moyens d'acheter une maison? ». La liste qui suit est un glossaire des termes liés à l'achat d'une maison :

Prêt hypothécaire : Prêt garanti par un bien immobilier. Le prêteur hypothécaire peut reprendre le bien si le prêt n'est pas remboursé.

Capital : Somme d'argent qu'un acheteur doit emprunter, généralement la différence entre le prix de vente du bien et le versement initial.

Intérêts : Montant à payer pour emprunter de l'argent.

Paiement hypothécaire : Versement périodique, composé du capital et des intérêts.

Période d'amortissement : Nombre d'années requises pour rembourser la totalité de l'hypothèque, généralement une période entre 15 et 25 ans.

Durée : Période de temps couverte par l'hypothèque, généralement entre six mois et 10 ans. À la fin de cette période, le solde de l'hypothèque est habituellement renégocié pour une autre durée selon les taux courants et les conditions en vigueur à ce moment.

Coefficient de service de la dette brute : Pour aider les consommateurs à répondre aux questions « Ai-je les moyens d'acheter une maison? » et « Quelle est la valeur maximale de la maison que je peux acheter? », les institutions financières ont élaboré une formule simple. Généralement, les dépenses du foyer ne doivent pas dépasser 32 % du revenu mensuel brut. Le pourcentage du revenu mensuel brut alloué aux dépenses du foyer comme le chauffage, les taxes foncières et les paiements hypothécaires ou de loyer se dit coefficient de service de la dette brute. Il est possible de calculer le coefficient à l'aide de la formule suivante :

$$\frac{\text{Paiement hypothécaire mensuel réel + taxes foncières mensuelles + frais de chauffage mensuels}}{\text{Revenu mensuel brut}} \times 100$$

Voir à l'annexe C-3 à la page C-43 pour une copie du calculateur utilisé par la Banque CIBC pour vous aider à déterminer le prix maximal que vous pouvez payer une maison.

Les élèves doivent produire un modèle de ce formulaire, puis répondre aux questions fondées sur l'information donnée.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Ressources

Mathématiques appliquées, Secondaire 4 – Cours destiné à l'enseignement à distance, Winnipeg, MB : Éducation et Formation professionnelle Manitoba, 2000.

— Module 1, Leçons 2 et 3

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

C-2 Analyser les coûts et les avantages liés à la location ou à l'achat d'un bien à valeur croissante (p. ex. une maison) dans différentes circonstances.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Analyser les coûts et les avantages liés à la location ou à l'achat d'un bien à valeur croissante (suite)**

Exemple 1

Déterminez le prix maximal qu'une famille qui veut acheter une maison peut la payer si son revenu mensuel brut est de 3 600 $, les taxes foncières s'établissent à 150 $ et les coûts de chauffage moyennent 135 $ par mois annuellement. La famille peut obtenir un taux hypothécaire de 7 % et faire un versement initial de 15 000 $.

Solution

Prix maximal abordable	
Revenu familial mensuel brut	3 600,00 $
Multipliez par 32 %	x 0,32
(coefficient de service de la dette brute)	
Dépenses maximales totales du foyer	1 152,00 $
Soustrayez	
Taxes foncières mensuelles	150,00 $
Frais de chauffage mensuels	135,00 $
La moitié des frais de condo (s'il y a lieu)	
Paiement hypothécaire mensuel dont le foyer a les moyens de verser :	867,00 $
Pour calculer le montant total du prêt hypothécaire, divisez par le facteur de taux d'intérêt estimatif correspondant au taux d'intérêt (voir tableau ci-dessous)	0,007 01
Montant maximal hypothécaire	123 680,00 $
Ajoutez le versement initial	15 000,00 $
Votre prix maximal	**138 680,00 $**

Tableau des facteurs de taux d'intérêt
(Selon une période d'amortissement de 25 ans)

Taux	**Facteur**	**Taux**	**Facteur**	**Taux**	**Facteur**
6,0 %	0,006 40	8,0 %	0,007 64	10,0 %	0,008 94
6,5 %	0,006 70	8,5 %	0,007 96	10,5 %	0,009 28
7,0 %	0,007 01	9,0 %	0,008 28	11,0 %	0,009 63
7,5 %	0,007 32	9,5 %	0,008 61	11,5 %	0,009 97

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Bob et Béatrice veulent acheter une maison. Bob gagne 1 575 $ par mois et Béatrice gagne 1 485 $. À deux, ils ont épargné 12 000 $ pour un versement initial. La banque leur offre un prêt hypothécaire à un taux d'intérêt de 7,5 %. Ils évaluent les taxes foncières à 175 $ par mois et le chauffage à 135 $. Quel est le prix maximal qu'ils peuvent payer une maison?

2. Supposez que Bob et Béatrice décident d'attendre une autre année avant de faire leur achat. Au cours de cette année, Béatrice obtient une augmentation de salaire de 150 $ par mois, et le couple réussit à épargner 5 000 $ de plus. Combien peuvent-ils débourser maintenant à l'achat d'une maison? S'ils négocient un taux d'intérêt moins élevé, soit de 6,5 %, par quel montant leur prix maximal abordable augmenterait-il?

Solutions

1. 103 420,77 $

2. Nouveau prix maximal abordable avec l'augmentation de salaire et le versement initial plus élevé : 114 978,14 $. Donc, ils peuvent se procurer une maison ayant une valeur de 11 557,37 $ de plus.

   Nouveau prix maximal abordable avec le taux d'intérêt moins élevé : 124 044,78 $. Donc, leur prix maximal abordable augmente de 9 066,64 $.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

C-2 Analyser les coûts et les avantages liés à la location ou à l'achat d'un bien à valeur croissante (p. ex. une maison) dans différentes circonstances.
– *suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Analyser les coûts et les avantages liés à la location ou à l'achat d'un bien à valeur croissante (suite)**

Exemple 2

Les élèves doivent utiliser des produits comme *Bankware II* de la *CIBC* ou le *TVM Solver* de la calculatrice T1–83 pour répondre aux questions suivantes :

a) Quels seront vos paiements hypothécaires mensuels si vous avez un prêt hypothécaire de 50 000 $ à un taux d'intérêt de 8 % pour une durée de 5 ans et une période d'amortissement de 15 ans?

b) Calculez le montant total payé au cours de la durée du prêt hypothécaire.

c) Calculez la différence entre les paiements mensuels si le taux d'intérêt change ou si la durée de la période d'amortissement est modifiée.

Solution

À l'aide du *TVM Solver* :

a) 1. Appuyez sur $\boxed{\text{2nd}}$ [Finance] et choisissez 1:TVM Solver si vous utilisez une calculatrice TI-83 ou appuyez sur $\boxed{\text{APPS}}$, puis choisissez 1:Finance et 1:TVM Solver si vous utilisez une calculatrice TI-83 Plus.

2. Il faut entrer les données suivantes :

N	—	Nombre de périodes de paiement
I%	—	Taux d'intérêt annuel
PV	—	Valeur actuelle
PMT	—	Montant du paiement
FV	—	Valeur future
P/Y	—	Nombre de paiements par année
C/Y	—	Nombre de périodes de capitalisation par année
PMT	—	Indique si les paiements sont effectués au début ou à la fin de chaque période de paiement.

```
N=180.00
I%=8.00
PV=50000.00
PMT=0
FV=0.00
P/Y=12.00
C/Y=12.00
PMT:END BEGIN
```

3. Déplacez le curseur à la ligne PMT et appuyez sur $\boxed{\text{ALPHA}}$ [Solve]. Le montant du paiement sera de 477,83 $ par mois.

b) Total payé = 477,83 $ x 180 = 86 009,40 $

c) Les réponses peuvent varier.

***Nota* :** Il s'agit là d'une de plusieurs démarches possibles.

— *suite*

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Quel est votre paiement hypothécaire mensuel si vous avez un prêt hypothécaire de 75 000 $ à un taux d'intérêt de 7,5 % pour une durée de 10 ans et une période d'amortissement de 20 ans?
2. Si vous décidez de rembourser votre prêt hypothécaire en 15 ans, par combien vos paiements mensuels augmenteront-ils?
3. Si vous décidez de rembourser votre prêt hypothécaire en 25 ans, par combien vos paiements mensuels diminueront-ils?
4. À combien le taux d'intérêt devrait-il être ramené pour que les paiements hypothécaires d'une durée de 20 ans soient équivalents à ceux d'une durée de 25 ans, au taux de 7,5 %?

Solutions

1. 604,19 $
2. Nouveau paiement mensuel = 695,26 $; donc, une hausse de 91,07 $
3. Nouveau paiement mensuel = 554,24 $; donc, une baisse de 49,95 $
4. Le taux d'intérêt devrait être d'environ 1 % plus bas.

Problème

Les membres de la famille Desjardins veulent déménager. Ils essayent de décider s'ils doivent acheter un condo ou louer un appartement. Leur revenu mensuel cumulé est de 4 200 $. Ils ont 14 000 $ en banque qu'ils pourraient donner en versement initial. S'ils louent un appartement, ils investiront l'argent dans un CPG au taux d'intérêt de 5 %. Ils ont décidé soit d'acheter un condo évalué à 110 000 $ à un taux d'intérêt de 6,5 % sur 20 ans, soit de louer un appartement au coût de 700 $ par mois.

a) Quels seront leurs paiements hypothécaires mensuels?
b) Quelle sera la valeur nette du condo après 15 ans?
c) Quels seront leurs paiements hypothécaires totaux pendant 15 ans?
d) Quel est leur gain net ou leur perte nette au cours de cette période?
e) Quelle sera la valeur de leur investissement après 15 ans s'ils décident de louer un appartement?
f) Combien auront-ils payé en loyer pendant 15 ans?
g) Quel sera leur gain net ou leur perte nette au cours de cette période s'ils louent un appartement?
h) Selon vous, quelle option est préférable? Pourquoi?

— suite

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

C-2 Analyser les coûts et les avantages liés à la location ou à l'achat d'un bien à valeur croissante (p. ex. une maison) dans différentes circonstances.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Analyser les coûts et les avantages liés à la location ou à l'achat d'un bien à valeur croissante (suite)**

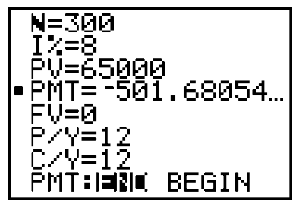
Exemple 3

Sandrine a acheté une maison il y a dix ans; Gisèle avait décidé de louer son domicile. Elles ont une discussion à savoir s'il est préférable de louer ou d'acheter un domicile. Sandrine estime que l'achat est préférable, mais Gisèle n'est pas vraiment d'accord. Sandrine avait fait un versement initial de 10 000 $ et avait pris un prêt hypothécaire de 65 000 $ au taux de 8 % sur une période d'amortissement de 25 ans. Gisèle avait loué un appartement au coût de 510 $ par mois et avait investi 10 000 $ dans un dépôt à terme au taux de 6,5 %. Après 10 ans, quelle option est plus rentable?

Solution

À l'aide du *TVM Solver* :

Sandrine : Paiement hypothécaire mensuel = 501,68 $

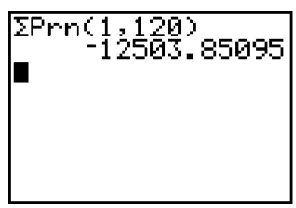


Total des paiement hypothécaires pendant 10 ans = 60 201,60 $

Capital total payé = 12 503,85 $

Choisissez [2nd] Finance, puis O: ΣPrn(

L'écran suivant devrait apparaître :



Entrez 1, 120) puis appuyez sur [Enter].

Ainsi, vous pouvez déterminer le capital total payé au cours des 120 premiers mois.

Valeur totale nette = 12 503,85 $ + 10 000,00 = 22 503,85 $

Perte nette = 60 201,60 $ – 22 503,85 $ = 37 697,75 $

Gisèle : Loyer total payé pendant 10 ans = 61 200 $

Valeur totale du placement après 10 ans = 19 121,84 $

Perte nette = 61 200,00 $ – 19 121,84 $ = 42 078,16 $

Après dix ans, l'option de Sandrine est plus rentable. Toutefois, son placement n'est pas accessible, tandis que Gisèle peut utiliser l'argent qu'elle a investi à n'importe quel moment. Quels autres facteurs peuvent être considérés?

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

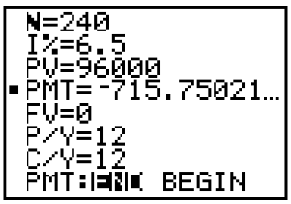
NOTES

Solution

a) À l'aide du *TVM Solver*, entrez les données suivantes :

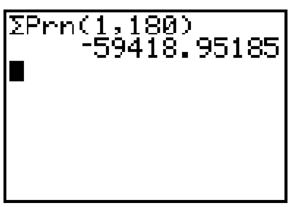
N = 240 {12 paiements par année pendant 20 ans}
I% = 6,5
PV = 96 000 {110 000 $ - 14 000 $}
PMT = 0
FV = 0
P/Y = 12
C/Y = 12

Le montant du paiement est de 715,75 $.



b) Pour calculer le capital total payé au cours des 15 premières années, appuyez sur [2nd] Finance . Choisissez O: ΣPrn(.

L'écran suivant devrait paraître :



Entrez 1, 180) et appuyez sur [Enter] .

Capital total payé = 59 418,95 $

Valeur totale nette = 59 418,95 $ + 14 000,00 $ = 73 418,95 $

c) Total des paiements hypothécaires = 715,75 $ x 180 = 128 835,00 $

d) Perte nette = 128 835,00 $ – 73 418,95 $ = 55 416,05 $

e) 29 591,86 $

f) Loyer total = 180 x 700 $ = 126 000,00 $

g) Perte nette = 96 408,14 $

h) Les réponses peuvent varier.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

C-3 Analyser les coûts et les avantages liés à la location ou à l'achat d'un bien à valeur décroissante (p. ex. véhicule, ordinateur) dans différentes circonstances.

- **Analyser les coûts et les avantages liés à la location ou à l'achat d'un bien à valeur décroissante, à l'aide de diverses techniques**

Exemple 1

Utilisez un programme tel que *Quicken, Bankware II de la CIBC ou Excel* (ou l'équivalent) pour calculer et analyser les questions portant sur l'achat d'un bien à valeur décroissante comme un véhicule. Parmi le type de questions traitées, notons :

a) Calculez le paiement mensuel sur l'achat d'une voiture d'une valeur de 20 000 $ au taux d'intérêt de 5,25 % et au taux d'intérêt de 8,75 %, si l'acheteur rembourse son prêt en trois ans. Quelles seront les économies compte tenu du taux d'intérêt le moins élevé?

b) Déterminez le coût total d'un prêt automobile sur une période de remboursement de 3 ans. Qu'arrivera-t-il si l'acheteur prend 4 ans pour rembourser le prêt?

c) Calculez la différence entre le paiement du capital et l'intérêt du total de chaque paiement mensuel.

Solution

À l'aide du logiciel *Quicken*, sélectionnez **Planning** du menu et choisissez **Plan Calculator**. Défilez jusqu'à **Loan**, puis entrez les données. Les rubriques **Loan calculator** et **Payment Schedule** s'appliquent aux deux possibilités comme suit :

Description	Valeurs
Montant du prêt :	20 000,00
Taux d'intérêt annuel:	5,250
Fréquence des paiements :	Mensuelle
Nombre total de paiements :	36
Paiement par période :	601,66
Remboursement anticipé additionnel	0,00

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Problème

Pour financer un nouveau véhicule dont le coût total est de 30 000 $, y compris les options et les taxes, vous épargnez 2 500 $ comme versement initial. Calculez les paiements mensuels, le montant total payé et l'intérêt total payé pour financer le prêt des deux façons qui suivent (supposez que vous faites un paiement par mois et que les intérêts sont capitalisés une fois par mois) :

a) 9 1/2 % pendant 5 ans

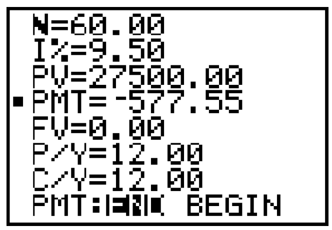
b) 7 3/4 % pendant 4 ans

c) Quels sont les avantages et les désavantages de chacun des taux d'intérêt?

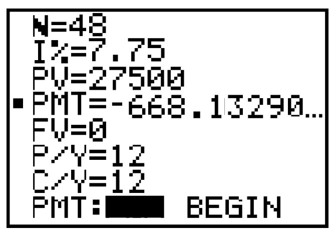
d) Supposez qu'il est possible de louer ce véhicule. Pour quel type de besoin de conduite la location serait-elle plus avantageuse? Dans quelles circonstances l'achat serait-il préférable?

Solution

a) 30 000 $ – 2 500 $ = 27 500 $
paiement mensuel = 577,55 $
montant total payé =
577,55 $ x 60 = 34 653,00 $
intérêt total payé =
34 653 $ – 27 500 $ = 7 153 $



b) paiement mensuel = 668,13 $
montant total payé =
668,13 $ x 48 = 32 070,24 $
intérêt total payé =
32 070,24 $ – 27 500,00 $ =
4 570,24 $



c) La méthode (a) comporte des paiements moins élevés, mais l'acheteur doit payer pendant une plus longue période de temps et doit ultimement payer davantage à l'institution financière en frais d'intérêt.

La méthode (b) prend moins de temps pour rembourser le prêt et engendre moins d'intérêt, mais les paiements sont plus élevés.

d) La location est convenable pour le consommateur qui désire changer de véhicule assez souvent, conduire un véhicule qui dépasse sa gamme de prix et avoir un véhicule sous garantie. Elle est préférable pour une personne qui ne parcourt pas de grandes distances.

L'achat est convenable pour le consommateur qui désire conserver son véhicule pour une longue période de temps ou qui fait beaucoup de kilométrage.

NOTES

Ressources

Mathématiques appliquées, Secondaire 4 – Exercices – Supplément au programme d'études, Éducation et Formation professionnelle Manitoba, 2000

Mathématiques du consommateur, Secondaire 4 – Programme d'études – Document de mise en œuvre, Éducation et Formation professionnelle Manitoba, 2000

Logiciels

Quicken

Bankware II de le CIBC

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

C-3 Analyser les coûts et les avantages liés à la location ou à l'achat d'un bien à valeur décroissante (p. ex. véhicule, ordinateur) dans différentes circonstances.
– *suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Analyser les coûts et les avantages liés à la location ou à l'achat d'un bien à valeur décroissante, à l'aide de diverses techniques (suite)**

Exemple 1 - suite

Solution - suite

Tableau des paiements				
Paiement	**Capital**	**Intérêt**	**Solde**	**Intérêt total**
		5,250%	20 000,00	
1	514,16	87,50	19 485,84	87,50
2	516,41	85,25	18 969,43	172,75
3	518,67	82,99	18 450,76	255,74
4	520,94	80,72	17 929,82	336,46
5	523,22	78,44	17 406,60	414,90
6	525,51	76,11	16 881,09	491,05
7	527,81	73,85	16 353,28	564,90
8	530,11	71,55	15 823,17	636,45
9	532,43	69,23	15 290,74	705,68
10	534,76	66,90	14 755,98	772,58
11	537,10	64,56	14 218,88	837,14
12	539,45	62,21	13 679,43	899,35
13	541,81	59,85	13 137,62	959,20
14	544,18	57,48	12 593,44	1 016,68
15	546,56	55,10	12 046,88	1 071,78
16	548,95	52,71	11 497,93	1 124,49
17	551,36	50,30	10 946,57	1 174,79
18	553,77	47,89	10 392,80	1 222,68
19	556,19	45,47	9 836,61	1 268,15
20	558,62	43,04	9 277,99	1 311,19
21	561,07	40,59	8 716,92	1 351,78
22	563,52	38,14	8 153,40	1 389,92
23	565,99	35,65	7 587,41	1 425,59
24	569,47	33,19	7 018,94	1 458,78
25	570,95	30,71	6 447,99	1 489,49
26	573,45	28,21	5 874,54	1 517,70
27	575,96	25,70	5 298,58	1 543,40
18	578,48	23,18	4 720,10	1 566,58
29	581,01	20,65	4 139,09	1 587,23
30	583,55	18,11	3 555,54	1 605,34
31	586,10	15,56	2 969,44	1 620,90
32	588,67	12,99	2 380,77	1 633,89
33	591,24	10,42	1 789,53	1 644,31
34	593,83	7,83	1 195,70	1 652,14
35	596,43	5,23	599,27	1 657,37
36	599,27	2,62	0,00	1 659,99

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

C-3 Analyser les coûts et les avantages liés à la location ou à l'achat d'un bien à valeur décroissante (p. ex. véhicule, ordinateur) dans différentes circonstances.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• **Analyser les coûts et les avantages liés à la location ou à l'achat d'un bien à valeur décroissante, à l'aide de diverses techniques (suite)**

Exemple 1 – suite

Solution – suite

Description	Valeurs
Montant du prêt :	20 000,00
Taux d'intérêt :	8,750
Fréquence des paiements :	Mensuelle
Nombre total de paiements :	36
Paiement par période :	633,67
Remboursement anticipé additionnel :	0,00

Tableau des paiements

Paiement	Capital	Intérêt	Solde	Intérêt total
		8,750%	20 000,00	
1	487,84	145,83	19 512,16	145,83
2	491,39	142,28	19 020,77	288,11
3	494,98	138,69	18 525,79	426,80
4	498,59	135,08	18 027,20	561,88
5	502,22	131,45	17 524,98	693,33
6	505,88	127,79	17 019,10	821,12
7	509,57	124,10	16 509,53	945,22
8	513,29	120,38	15 996,24	1 065,60
9	517,03	116,64	15 479,21	1 182,24
10	520,80	112,87	14 958,41	1 295,11
11	524,60	109,07	14 433,81	1 404,18
12	528,42	105,25	13 905,39	1 509,43
13	532,28	101,39	13 373,11	1 610,82
14	536,16	97,51	12 836,95	1 708,33
15	540,07	93,60	12 296,88	1 801,93
16	544,01	89,66	11 752,87	1 891,59
17	547,97	85,70	11 204,90	1 977,29
18	551,97	81,70	10 652,93	2 058,99
19	555,99	77,68	10 096,94	2 136,67
20	560,05	73,62	9 536,89	2 210,29
21	564,13	69,54	8 972,76	2 279,83
22	568,24	65,43	8 404,52	2 345,26
23	572,39	61,28	7 832,13	2 406,54
24	576,56	57,11	7 255,57	2 463,65
25	580,76	52,91	6 674,81	2 516,56
26	585,00	48,67	6 089,81	2 565,23
27	589,27	44,40	5 500,54	2 609,63
18	593,56	40,11	4 906,98	2 649,74
29	597,89	35,78	4 309,09	2 685,52
30	602,25	31,42	3 706,84	2 716,94
31	606,64	27,03	3 100,20	2 743,97
32	611,06	22,61	2 489,14	2 766,58
33	615,52	18,15	1 873,62	2 784,73
34	620,01	13,66	1 253,61	2 798,39
35	624,53	9,14	629,08	2 807,53
36	629,08	4,59	0,00	2 812,12

– suite

Stratégies d'évaluation

Notes

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

C-3 Analyser les coûts et les avantages liés à la location ou à l'achat d'un bien à valeur décroissante (p. ex. véhicule, ordinateur) dans différentes circonstances.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Analyser les coûts et les avantages liés à la location ou à l'achat d'un bien à valeur décroissante, à l'aide de diverses techniques (suite)**

Exemple 2

Utilisez un outil technologique comme la calculatrice graphique TI-83 pour résoudre les questions portant sur l'achat d'un bien à valeur décroissante tel qu'un ordinateur. Parmi le type de questions traitées, notons :

a) Vous désirez acheter un ordinateur au coût de 2 999 $. Pendant combien de temps devrez-vous effectuer des paiements si vous pouvez rembourser 100 $ par mois et que le vendeur établit le taux d'intérêt à 8,5 %?

b) Si vous pouvez obtenir un taux moins élevé auprès d'une banque, soit 5,5 %, par combien de mois raccourcirez-vous la période de remboursement?

c) Si vous voulez rembourser votre prêt en 2 ans au taux de 5,5 %, à combien s'élèvera chaque paiement mensuel?

Solution

Pour déterminer une variable TVM inconnue, suivez les démarches suivantes :

1. Appuyez sur [2nd] [Finance] [ENTER] pour afficher le TVM Solver sur la calculatrice TI-83, ou appuyez sur Apps 1: finance sur la calculatrice TI-83 Plus. L'écran ci-dessous affiche les valeurs implicites à l'aide du mode de point décimal fixe à deux décimales.

```
N=0.00
I%=0.00
PV=0.00
PMT=0.00
FV=0.00
P/Y=1.00
C/Y=1.00
PMT:END BEGIN
```

2. Entrez les valeurs connues de quatre variables TVM. ***Nota :*** Entrez les rentrées de fonds comme nombres positifs et les sorties de fonds comme nombres négatifs.
3. Entrez une valeur pour P/Y, ce qui entre automatiquement la même valeur pour C/Y; si P/Y ≠ C/Y, entrez une valeur unique pour C/Y.
4. Sélectionnez END ou BEGIN pour préciser la méthode de paiement.
5. Positionnez le curseur sur la variable TVM que vous désirez solutionner.
6. Appuyez sur [ALPHA] [SOLVE]. La réponse est calculée, s'affiche dans le TVM Solver et est enregistrée sous la variable TVM appropriée. L'indicateur à la colonne de gauche désigne la variable de la solution.

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

C-3 Analyser les coûts et les avantages liés à la location ou à l'achat d'un bien à valeur décroissante (p. ex. véhicule, ordinateur) dans différentes circonstances.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Analyser les coûts et les avantages liés à la location ou à l'achat d'un bien à valeur décroissante, à l'aide de diverses techniques (suite)**

Exemple 2 – suite

Solution – suite

a) au taux de 8,5 %, vous devez payer pendant 33,83 mois
au taux de 5,5 %, vous devez payer pendant 32,24 mois

b) la période serait réduite d'un mois et demi

c) 132,24 $ par mois

Exemple 3

Vous trouvez une voiture que vous désirez vous procurer au coût de 26 250 $. L'ajout de certaines options fait augmenter le prix du véhicule de 2 290 $. Le concessionnaire vous offre 7 500 $ en échange pour votre véhicule actuel, et vous avez épargné 1 000 $ en vue du versement initial. Vous devez maintenant décider s'il est préférable d'acheter la voiture en obtenant un prêt de 4 ans au taux de 5 %, ou de la louer du concessionnaire au coût de 325 $ par mois pendant 4 ans, avec option d'achat à 40 % du prix courant à l'échéance du contrat de location. Laquelle des deux possibilités est la plus rentable?

Examinez cette importante question traitée par nombre de consommateurs en effectuant les étapes suivantes :

a) Calculez le coût total de l'achat du véhicule en tenant compte des options, de la valeur de la reprise et du versement initial, y compris la TVP et la TPS.

b) Utilisez le TVM Solver pour déterminer vos paiements mensuels.

c) Calculez le montant total payé pour le véhicule une fois le prêt remboursé.

d) Calculez le montant total payé en frais de location après 4 ans.

e) Si vous achetez le véhicule après 4 ans, quel est le montant total que vous aurez payé pour en être propriétaire?

f) Résumez les résultats de votre comparaison pour déterminer le choix le plus avantageux, soit la location ou l'achat du véhicule.

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

C-3 Analyser les coûts et les avantages liés à la location ou à l'achat d'un bien à valeur décroissante (p. ex. véhicule, ordinateur) dans différentes circonstances.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Analyser les coûts et les avantages liés à la location ou à l'achat d'un bien à valeur décroissante, à l'aide de diverses techniques (suite)**

Exemple 3 – suite

Solution

EST-IL PRÉFÉRABLE D'ACHETER OU DE LOUER UN VÉHICULE?
a) 26 250 $ + 2 290 $ = 28 540 $
28 540 $ x 1,14 = 32 535,60 $
32 535,60 $ – (7 500 $ + 1 000 $) = 24 035,60 $
Coût total avec options, moins reprise et versement initial, y compris les taxes =24 035,60 $
b) Solution TVM = 553,52 $
c) 553,52 $ x 48 = 26 568,96 $ + 8 500 $ = 35 068,96 $
d) 325 $ x 48 = 15 600 $ + 8 500 $ = 24 100 $
e) 28 540 $ x 0,4 = 11 416 $ x 1,14 = 13 014,24 $
13 014,24 $ + 24 100 $ = 37 114,24 $
f) Pour acheter ce véhicule, vous aurez déboursé 35 068,96 $ sur 4 ans.
Pour louer ce véhicule, vous aurez déboursé 37 114,24 sur 4 ans.
Dans ce cas, il aurait été plus rentable d'acheter le véhicule au lieu de le louer.

– suite

Stratégies d'évaluation

Notes

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

C-3 Analyser les coûts et les avantages liés à la location ou à l'achat d'un bien à valeur décroissante (p. ex. véhicule, ordinateur) dans différentes circonstances.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Analyser les coûts et les avantages liés à la location ou à l'achat d'un bien à valeur décroissante, à l'aide de diverses techniques (suite)**

Exemple 3 – suite

Solution – suite

Les questions portant sur la location/l'achat peuvent également être traitées à l'aide de certains outils comme l'Estimateur des paiements GMAC, accessible à l'adresse suivante :
http://www.saturncanada.com/french/financing/gmac_calc.html.
La page ressemble à ce qui suit :

Estimateur des paiements

Aimeriez-vous calculer vos mensualités GMAC?

Il suffit d'entrer les renseignements nécessaires dans nos calculatrices et l'estimation de vos mensualités s'affichera au bas de la page. Essayez d'utiliser les deux calculatrices pour comparer le financement et les taux LOCATIONPLUS. Pour plus d'information sur la terminologie employée, cliquez sur le lien AIDE ci-dessous.

Financement			**LOCATIONPLUS**
Prix d'achat total	26 250	26 250	Montant du véhicule loué
Acompte	1 000	1 000	Réduction du montant du véhicule loué – comptant
Échange	2 000	2 000	Réduction du montant du véhicule loué - échange
Solde à financer	23 250	23 250	Montant net du véhicule loué
Durée du prêt	48 mois	48 mois	Durée du prêt
Taux d'intérêt annuel	5	5	Taux d'intérêt annuel
		10 000	Prix de l'option d'achat
		13 250	Montant à amortir
Mensualité	535,43	345,37	Mensualité
Aide			Aide

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

C-3 Analyser les coûts et les avantages liés à la location ou à l'achat d'un bien à valeur décroissante (p. ex. véhicule, ordinateur) dans différentes circonstances.
– *suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Analyser les coûts et les avantages liés à la location ou à l'achat d'un bien à valeur décroissante, à l'aide de diverses techniques (suite)**

Exemple 3 – suite

Solution – suite

Vous avez investi 4 000 $ en matériel photographique pour lequel la valeur décroissante est estimée à 15 % par année. Créez une feuille de calcul pour représenter la valeur du matériel au cours de la prochaine décennie.

Solution

	BIEN À VALEUR DÉCROISSANTE		
	Année	Valeur	
	1	4000,00 $	
	2	3400,00 $	
	3	2890,00 $	
	4	2456,50 $	
	5	2088,03 $	
	6	1774,82 $	
	7	1508,60 $	
	8	1282,31 $	
	9	1089,96 $	
	10	926,47 $	

Stratégies d'évaluation

Notes

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

C-4 Analyser un portefeuille de valeurs mobilières auquel s'appliquent certains concepts, tels que le taux d'intérêt, le taux de rendement et le rendement global.

- **Analyser un portefeuille de valeurs mobilières**

Lorsque vous consultez un conseiller financier, un des premiers calculs que ce dernier vous demandera de faire est d'établir votre ***valeur nette***. Cet état fournit un aperçu de votre situation financière à un moment donné. Il s'agit du point de référence qui permet de contrôler les progrès quant à l'atteinte des objectifs financiers.

La valeur nette représente la ***différence*** entre la valeur de ***l'actif*** (l'avoir) et le ***passif*** (les dettes).

Pour analyser votre situation financière, il est pratique de diviser l'actif dans les catégories suivantes :

a) **Les liquidités** (parfois appelés actifs à court terme) offrent la capacité financière de répondre rapidement, sans pénalité financière, aux urgences ou aux possibilités d'investissement. Les comptes de caisse, les bons du Trésor, les fonds du marché monétaire et les obligations d'épargne du Canada sont tous des types de placements figurant dans cette catégorie.

b) **L'actif semi-liquide** comprend les placements à plus long terme qui permettent au consommateur d'accumuler des valeurs aux fins des besoins futurs principaux, comme les études ou la retraite. Les actions, les obligations, les fonds de placement, les biens immeubles (autres que la résidence principale), les REER et les régimes de pension agréé (RPA) sont tous des exemples de biens semi-liquides.

c) **L'actif non liquide** représente les articles que vous vous procurez pour l'utilisation ou le plaisir à long terme de votre famille. On compte notamment la résidence, les propriétés, ainsi que les voitures, bateaux, antiquités et meubles.

Le passif est divisé en deux catégories, notamment :

a) **Les dettes à court terme** représentent toutes les dettes devant être remboursées dans les douze prochains mois. Les soldes de cartes de crédit, les prêts personnels, les prêts remboursables par versement et les prêts à la consommation figurent dans cette catégorie.

b) **Les dettes à long terme** servent à deux fins : pour financer les placements à long terme comme les biens immeubles ou pour acheter des biens personnels majeurs tels que votre résidence, une propriété de vacances ou des prêts automobiles à long terme.

Tel qu'il est mentionné ci-dessus, en préparant un état de la valeur nette périodiquement (tous les six mois ou une fois l'an), une personne peut déterminer ses progrès quant à l'atteinte de ses objectifs financiers.

Lorsque l'on analyse un état de la valeur nette, le ***ratio d'endettement*** ne doit pas excéder 50 % de la valeur nette. L'endettement comprend toutes les dettes (à court et à long terme) à ***l'exception du prêt hypothécaire sur la résidence principale.***

–suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Problème

David Joannisse se préoccupe de ses finances personnelles. Un conseiller financier lui pose des questions quant à sa situation financière.

- David habite dans une maison d'une valeur de 100 000 $ pour laquelle il a un prêt hypothécaire de 60 000 $.
- Il a un prêt automobile de 3 ans s'élevant à 15 000 $ pour une voiture qu'il a payé 20 000 $.
- David a 3 000 $ en banque et la valeur de rachat de sa police d'assurance-vie est de 4 000 $.
- Il a 10 000 $ dans un fonds de placement et 3 000 $ en obligations d'épargne du Canada. Il a également des REER dont la somme totale de 15 000 $ est investie dans un CPG de 5 ans.
- En ce moment, David a un solde impayé de 4 000 $ sur sa carte de crédit.
- Il a un prêt de 2 000 $ qu'il doit rembourser cette année.

Solution

ÉTAT DE LA VALEUR NETTE

ACTIF (L'AVOIR)		
1. **Liquidités court terme**		
i) Comptes bancaires	$ 3 000,00	
ii) Quasi-espèces	4 000,00	
Actif liquide TOTAL		7 000,00
2. **Actif semi-liquide**		
i) Fonds de placement	10 000,00	
ii) Actions/obligations	3 000,00	
iii) REER	15 000,00	
iv) RPA		
Actif semi-liquide TOTAL		28 000,00
3. **Actif non liquide**		
i) Résidence principale	100 000,00	
ii) Véhicules	20 000,00	
iii) Autres		
Actif non liquide TOTAL		120 000,00
ACTIF TOTAL		155 000,00 $
PASSIF (LES DETTES)		
4. **Dettes à court terme**		
i) Solde de carte de crédit	4 000,00 $	
ii) Prêts à court terme	2 000,00	
Passif à court terme TOTAL		6 000,00
5. **Dettes à long terme**		
i) Prêt hypothécaire	60 000,00	
ii) Autres	15 000,00	
Passif à long terme TOTAL		75 000,00
PASSIF TOTAL		81 000,00
VALEUR NETTE		
Actif total – passif total		74 000,00 $
RATIO D'ENDETTEMENT		28,4 %

NOTES

Ressources

Logiciel

Quicken

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

C-4 Analyser un portefeuille de valeurs mobilières auquel s'appliquent certains concepts, tels que le taux d'intérêt, le taux de rendement et le rendement global.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Analyser un portefeuille de valeurs mobilières (suite)**

Exemple 1

Dans cette section, il est recommandé d'avoir recours à des ressources de la collectivité comme un courtier d'assurance-vie ou un conseiller financier qui pourront fournir plusieurs comparaisons quant à diverses possibilités d'investissement.

Exemple 2

Les élèves doivent créer un modèle de feuille de calcul pour calculer leur valeur nette (voir l'annexe C-4). Il est important qu'ils se rendent compte que la première étape à franchir lorsqu'ils songent à investir est l'analyse de leur situation financière actuelle.

Comment pouvez-vous augmenter votre valeur nette? Examinez les conseils suivants :

a) Faites croître vos placements plus rapidement en obtenant un meilleur taux de rendement.

b) Réduisez vos dettes.

c) Épargnez plus d'argent sur une base régulière. La plupart des conseillers financiers estiment qu'il s'agit là du facteur clé dans l'augmentation de la richesse.

Exemple 3

Anne consulte son conseiller financier et lui fournit les données suivantes :

- Elle habite dans une maison d'une valeur de 90 000 $ pour laquelle elle a un prêt hypothécaire de 70 000 $.
- Elle est propriétaire d'une voiture de 25 000 $ sur laquelle elle doit toujours 12 000 $. La durée du prêt est de 3 ans.
- Anne a investi 30 000 $ dans un régime de pension agréé et 5 000 $ en obligations d'épargne.
- Le solde de sa carte de crédit est de 1 575 $.
- Elle a 990 $ dans un compte de chèques et 2 000 $ dans un compte d'épargne.

Préparez un état de sa valeur nette et un ratio d'endettement pour Anne.

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Bill St-Onge est marié et a 2 enfants. Il veut emprunter de l'argent pour un achat majeur. Son conseiller financier prépare un état de la valeur nette pour la famille à partir des données suivantes :

- Bill et sa famille habitent dans une maison de 80 000 $ pour laquelle ils doivent toujours 52 000 $.
- Bill est propriétaire d'une voiture d'une valeur de 20 000 $ et il reste 12 000 $ à rembourser sur son prêt automobile de trois ans.
- Il a investi 25 000 $ dans un régime de pension agréé et 7 000 $ en REER.
- Bill a aussi un solde de carte de crédit de 6 000 $ et un prêt personnel à court terme de 2 500 $.
- Il a 1 500 $ dans un compte de chèques et 3 000 $ dans un compte d'épargne.
- Il possède un bateau d'une valeur de 5 000 $.

  a) Quelle est la valeur nette actuelle de la famille?

  b) Quel est le ratio d'endettement actuel?

  c) Si la nouvelle demande de prêt de 25 000 $ est approuvée, quel serait le nouveau ratio d'endettement? Le ratio serait-il toujours sous la marque requise de 50 %?

  d) La famille St-Onge devrait-elle emprunter plus d'argent en ce moment? Pourquoi ou pourquoi pas?

– suite

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

C-4 Analyser un portefeuille de valeurs mobilières auquel s'appliquent certains concepts, tels que le taux d'intérêt, le taux de rendement et le rendement global.
– *suite*

• **Analyser un portefeuille de valeurs mobilières (suite)**

Exemple 3 – suite

Solution

ÉTAT DE LA VALEUR NETTE

ACTIF (L'AVOIR)		
1. **Liquidités court terme**		
i) Comptes bancaires	2 990,00 $	
ii) Quasi-espèces		
Actif liquide TOTAL		2 990,00 $
2. **Actif semi-liquide**		
i) Fonds de placement		
ii) Actions/obligations		
iii) REER	5 000,00 $	
iv) RPA	30 000,00 $	
Actif semi-liquide TOTAL		35 000,00 $
3. **Actif non liquide**		
i) Résidence principale	90 000,00 $	
ii) Véhicules	25 000,00 $	
iii) Autres		
Actif non liquide TOTAL		115 000,00 $
ACTIF TOTAL		152 990,00 $
PASSIF (LES DETTES)		
4. **Dettes à court terme**		
i) Solde de carte de crédit	1 575,00 $	
ii) Prêts à court terme	12 000,00 $	
Passif à court terme TOTAL		13 575,00 $
5. **Dettes à long terme**		
i) Prêt hypothécaire	70 000,00 $	
ii) Autres		
Passif à long terme TOTAL		70 000,00 $
PASSIF TOTAL (13 575 $ + 70 000)		83 575,00 $
VALEUR NETTE		
(Actif total – passif total) 152 990 – 83 575		69 415,00 $
RATIO D'ENDETTEMENT $\frac{83\,575 - 70\,000}{69\,415} \times 100$		19,6 %

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Solution

ÉTAT DE LA VALEUR NETTE

ACTIF (L'AVOIR)		
1. **Liquidités court terme**		
i) Comptes bancaires	4 500,00 $	
ii) Quasi-espèces		
Actif liquide TOTAL		4 500,00 $
2. **Actif semi-liquide**		
i) Fonds de placement		
ii) Actions/obligations		
iii) REER	7 000,00 $	
iv) RPA	25 000,00 $	
Actif semi-liquide TOTAL		32 000,00 $
3. **Actif non liquide**		
i) Résidence principale	80 000,00 $	
ii) Véhicules	20 000,00 $	
iii) Autres	5 000,00 $	
Actif non liquide TOTAL		105 000,00 $
ACTIF TOTAL		141 500,00 $
PASSIF (LES DETTES)		
4. **Dettes à court terme**		
i) Solde de carte de crédit	6 000,00 $	
ii) Prêts à court terme	2 500,00 $	
Passif à court terme TOTAL		8 500,00 $
5. **Dettes à long terme**		
i) Prêt hypothécaire	52 000,00 $	
ii) Autres	12 000,00 $	
Passif à long terme TOTAL		64 000,00 $
PASSIF TOTAL		72 500,00 $
a) **VALEUR NETTE** (Actif total – passif total)		69 000,00 $
b) **RATIO D'ENDETTEMENT**		29,7 %

c) Non, 65,9 %

d) Non. Le ratio d'endettement dépasserait largement le niveau des 50 %. Ils devraient commencer par rembourser certains de leurs prêts.

Exemples de feuillets de renseignements aux fins d'impôt

Annexe C-1

Les feuillets ci-dessous figurent parmi les plus communs des personnes qui font des déclarations de revenus. Ils pourraient vous être utiles comme transparents ou pour vous aider à préparer des profils supplémentaires pour vos élèves.

Employer's name – Nom de l'employeur

Revenue Canada Revenu Canada

Year
Année

T4

STATEMENT OF REMUNERATION PAID
ÉTAT DE LA RÉMUNÉRATION PAYÉE

14 Employment income – line 101
Revenus d'emploi – ligne 101

22 Income tax deducted – line 437
Impôt sur le revenu retenu – ligne 437

10 Province of employment
Province d'emploi

16 Employee's CPP contributions – line 308
Cotisations de l'employé au RPC – ligne 308

24 EI insurable earnings
Gains assurables d'AE

12 Social insurance number
Numéro d'assurance sociale

Exempt – Exemption
28 CPP/QPP EI
RPC/RRQ AE

29 Employment Code
Code d'emploi

17 Employee's QPP contributions – line 308
Cotisations de l'employé au RRQ – ligne 308

26 CPP/QPP pensionable earnings
Gains donnant droit à pension - RPC/RRQ

Employee's name and address – Nom et adresse de l'employé

18 Employee's EI premiums – line 312
Cotisations de l'employé à l'AE – ligne 312

44 Union dues – line 212
Cotisations syndicales – ligne 212

20 RPP contributions – line 207
Cotisations à un RPA – ligne 207

46 Charitable donations – Schedule 9
Dons de bienfaisance – Annexe 9

52 Pension adjustment – line 206
Facteur d'équivalence – ligne 206

50 RPP or DPSP registration number
N° d'agrément d'un RPA ou d'un RPDB

Other Information (see the back)
Autres renseignements (voir au verso)

Box / Case Amount / Montant Box / Case Amount / Montant

Box / Case Amount / Montant Box / Case Amount / Montant Box / Case Amount / Montant Box / Case Amount / Montant

T4 (98)

Revenue Canada Revenu Canada

STATEMENT OF PENSION, RETIREMENT, ANNUITY, AND OTHER INCOME
ÉTAT DU REVENU DE PENSION, DE RETRAITE, DE RENTE OU D'AUTRES SOURCES

T4A - 1998

16 Pension or superannuation / Prestations de retraite ou autres pensions	18 Lump-sum payments / Paiements forfaitaires	20 Self-employed commissions / Commissions d'un travail indépendant	22 Income tax deducted / Impôt sur le revenu retenu	24 Annuities / Rentes	26 Eligible retiring allowances / Allocations de retraite admissibles	27 Non-eligible retiring allowances / Allocations de retraite non admissibles
28 Other income / Autres revenus	30 Patronage allocations / Répartitions selon l'apport commercial	32 Registered pension plan contributions (past service) / Cotisations à un régime de pension agréé (services passés)	34 Pension adjustment / Facteur d'équivalence	36 Pension plan registration number / Numéro d'agrément du régime de pension	40 RESP accumulated income payments / Paiements de revenu accumulé d'un REEE	42 RESP educational assistance payments / Paiements d'aide aux études d'un REEE
46 Charitable donations / Dons de bienfaisance	12 Social insurance number / Numéro d'assurance sociale	38 Footnote codes / Codes de notes		14 Recipient's number / Numéro du bénéficiaire	61 Business Number – Numéro d'entreprise	

Employee's surname (in capital letters)
Nom de famille de l'employée (en lettres majuscules)

First name
Prénom

Initials
Initiales

Employer's or payer's name – Nom de l'employeur ou du payeur

Footnote codes and explanation – Explication des codes de notes

Revenue Canada Revenu Canada

For departmental use
Réservé au Ministère

T5

STATEMENT OF INVESTMENT INCOME
ÉTAT DES REVENUS DE PLACEMENTS

Dividends from Canadian corporations – Dividendes de sociétés canadiennes

10 Actual amount of dividends / Montant réel des dividendes	11 Taxable amount of dividends / Montant imposable des dividendes	12 Federal dividend tax credit / Crédit d'impôt fédéral pour dividendes	13 Interest from Canadian sources / Intérêts de source canadienne	14 Other income from Canadian sources / Autres revenus de source canadienne
15 Foreign income / Revenus étrangers	16 Foreign tax paid / Impôt étranger payé	17 Royalties from Canadian sources / Redevances de source canadienne	18 Capital gains dividends / Dividendes sur gains en capital	19 Accrued income: Annuities / Revenus accumulés : Rentes

YEAR – ANNÉE

Recipient – Bénéficiaire

VOID X ANNULÉ	20 Amount eligible for resource allowance deduction / Montant donnant droit à la déduction relative aux ressources	21 Report code / Code du feuillet	22 Recipient identification number / Numéro d'identification du bénéficiaire	23 Recipient type / Type de bénéficiaire

Name (last name first) – Nom et prénom

Payer's name and address – Nom et adresse du payeur

Address – Adresse

Postal code – Code postal

Currency and identification codes
Codes de devise et d'identification ▶ 27 Foreign currency / Devises étrangères 28 Transit – Succursale 29 Recipient account / Numéro de compte du bénéficiaire

Revenue Canada Revenu Canada

STATEMENT OF EMPLOYMENT INSURANCE BENEFITS
ÉTAT DES PRESTATIONS D'ASSURANCE-EMPLOI

T4E

Year / Année	Report code / Code du feuillet	7 Repayment rate / Taux de remboursement	14 Total benefits paid / Prestations totales versées	15 Regular and other benefits paid / Prestations régulières et autres prestations versées	16 Special benefits paid / Prestations spéciales versées	17 Employment benefits & support measures paid / Prestations d'emploi et mesures de soutien versées	18 Tax exempt benefits / Prestations exemptes d'impôt

20 Non-taxable benefits / Prestations non imposables	22 Federal income tax deducted / Impôt fédéral sur le revenu retenu	23 Quebec income tax deducted / Impôt du Québec sur le revenu retenu	24 Non-resident tax deducted / Impôt des non-résidents retenu	12 Social insurance number / Numéro d'assurance sociale	

Repayment of an overpayment → **Remboursement d'un paiement en trop**	30 Total / Total
26 Paid to issuer / Payé à l'émetteur	27 Reversal of federal tax deducted / Annulation de l'impôt fédéral retenu

You may have to repay all or part of the benefits shown in boxes 15 and 16 if the amount on line 234 of your return is more than $39,000. See line 235 in your tax guide for details.

Vous pourriez devoir rembourser la totalité ou une partie des prestations indiquées aux cases 15 et 16 si le montant à la ligne 234 de votre déclaration dépasse 39 000 $. Lisez votre guide d'impôt à la ligne 235 pour plus de précisions.

Issued by
Émis par

T4E (98)

Attach this copy to your return
Joignez cette copie à votre déclaration **2**

Revenue Canada Revenu Canada

T5007
STATEMENT OF BENEFITS
ÉTAT DES PRESTATIONS

Year / Année	10 Workers' compensation benefits / Indemnités pour accidents du travail	11 Social assistance payments or provincial supplements / Prestations d'assistance sociale ou supplément provincial	12 Social insurance number / Numéro d'assurance sociale	13 Report code / Code de genre de feuillet

Recipient's name and address – Nom et adresse du bénéficiaire
Last name (in capital letters) / Nom de famille (en lettres majuscules) — First name / Prénom — Initials / Initiales

Payer's name and address
Nom et adresse du payeur

For tax services office
Return with T5007 Summary
Pour le bureau des services fiscaux
À retourner avec le formulaire T5007 Sommaire

T5007 (98) 2951 **1**

Revenue Canada Revenu Canada

TUITION AND EDUCATION AMOUNTS CERTIFICATE
CERTIFICAT POUR LES FRAIS DE SCOLARITÉ ET LE MONTANT RELATIF AUX ÉTUDES

T2202A (98)
For student / Pour l'étudiant **1**

- Issue this certificate to a student who was enrolled in a qualifying educational program or a specified educational program at a post-secondary institution, such as a college or university, or at an institution certified by the Minister of Human Resources Development. The student must have been enrolled at the institution during the calendar year.
- Tuition fees paid to any one institution have to be more than $100 in a calendar year. Fees paid to a post-secondary institution have to be for courses taken at the post-secondary level. Fees paid to a certified institution have to be for courses taken to obtain or improve skills in an occupation, and the student has to be 16 years of age or older before the end of the year.
- Délivrez ce certificat à un étudiant qui était inscrit à un programme de formation admissible ou à un programme de formation spécifique dans un établissement postsecondaire, comme un collège ou une université, ou dans un établissement reconnu par le ministre du Développement des ressources humaines. L'étudiant doit avoir fréquenté cet établissement au cours de l'année civile.
- Les frais de scolarité payés à un établissement quelconque dans une année civile doivent dépasser 100 $. Les frais payés à un établissement postsecondaire doivent viser des cours de niveau postsecondaire. Les frais payés à un établissement reconnu doivent viser des cours suivis en vue d'acquérir ou d'améliorer des compétences professionnelles, et l'étudiant doit avoir 16 ans ou plus avant la fin de l'année.

Program or course name – Nom du programme ou du cours	Student number – Numéro d'étudiant

Session periods part-time and full-time / Périodes d'études à temps partiel et à temps plein — From – De: M	Y – A	To – À: M	Y – A	A Eligible tuition fees part-time and full-time / Frais de scolarité admissibles pour études à temps partiel et à temps plein	Number of months for: / Nombre de mois pour : B Part-time / Temps partiel	C Full-time / Temps plein
			Totals / Totaux			

Name and address of educational institution – Nom et adresse de l'établissement d'enseignement

Solution au profil 1 : Sam G. Montais

Annexe C-2

SOMMAIRE DU CONTRIBUABLE

Nom du fichier : Sam.911
Date de préparation : 04/05/2000
Téléphone :
Date de naissance : 25/12/1959
NAS du conjoint :
Nom du conjoint : Manon

Revenu total	1999	1998	1997	1996	1995
Revenus d'emplois net	37 120 00				
SV (pension de sécurité de la vieillesse)					
RPC / RRQ					
Autres pensions					
Prestations d'A-E					
Dividendes, Intérêt et placements					
Société en commandite					
Revenus de location					
Gains en capital imposable					
Pension alimentaire / autres revenus					
Revenus de REER					
Revenus d'un travail indépendant					
Indemnités pour accident au travail / autres paiements fédéraux					
Revenu total	37 120,00				

Revenu net / imposable	1999	1998	1997	1996	1995
RPA / RPS	786 00				
REER	1 200 00				
Frais de garde d'enfants					
Frais de déménagement / PDTPE					
Frais financiers et frais d'intérêts					
Autres dépenses d'emplois / cotisations syndicales	145 00				
Pension alimentaires / autrs déduction					
Remboursement des prestations de programmes sociaux					
Revenu net	34 989,00				
Prêt à la réinstallation / déductions pour options d'achat					
Pertes d'autres années					
Déduction pour gains en capital					
Déduction pour les habitants de régions éloignées					
Déductions supplémentaires					
Revenu imposable	34 989,00				

Totale de la taxe	1999	1998	1997	1996	1995
Tax fédéral avant crédit d'impôt non-remboursable	6 433 74				
Exemption personelle de base / d'âge / supplémentaire	6 794 00				
RPC	965 12				
A-E	946 56				
Revenu de pension / aidants naturels / personnes handicappées					
Frais de scolarité / études / intérêt	375 00				
Frais médicaux	148 33				
Transfert de votre conjoint					
Dons	45 60				
Total des crédits d'impôts non-remboursables	1 614 53				
Min. d'impôt reporté / CIEE					
Impôt fédéral de base	4 819 21				
moins : crédits d'impôt fédéral					
plus : surtaxe fédérale des particuliers					
Impôt provinciaux / surtaxe des non-résident	3 136 88				
RPC / REEE / Remboursement des prestations de programme sociaux					
Total d'impôt à payer avant crédits	7 956 09				

Solde / Versements

	1999	1998	1997	1996	1995
Impôt total retenu	6 490 00				
Versements					
Paiement en trop au RPC					
Paiement en trop d'A-E	167 04				
Remboursement de la TPS à l'intention des salariés et des associés					
Crédit d'impôt provincial	306 36				
Crédits divers					
Solde à payer (remboursement)	992 69				

Autres informations

	1999	1998	1997	1996	1995
Crédit pour TPS					
Taux marginal d'imposiiton	43				
Taux d'imposition réel	22,73				
Versements : 15 mars					
15 juin					
15 sept.					
*15 déc.					

*31 déc. pour les fermiers/pêcheurs

Sommaire des reports

	jusqu'à 2000	de 1998
Frais médicaux inutilisés		
Dons de bienfaisances inutilisés		
Frais de déménagement		
Frais de bureau à domicile		
Perte nette cumulative sur placement - frais de gestion de placements		
- revenu de placements		
Réserve pour gains en capital		
Déduction pour gains en capital ☐	375 000 00	
Solde des gains en capital exonérés		
Crédit d'impôt à l'investissement		
Impôt minimum		
Intérêt inutilisé du prêt étudiant		
Montant relatif aux études / frais de scolarité inutilisé		
Solde du régime d'accession à la propriété		
Solde du régime d'encouragement à l'éducation permanente		
Maximum déductible au titre de REER	10 675 50	
Contribution au REER pour atteindre le plafond des cotisations REER	10 675 50	
Cotisation au REER non-déduite		
Cotisation au RPA non-déduite		
Perte agricole restreinte		
Perte agricole / de la pêche		
Perte autre que perte en capital non appliquée		
Perte de biens personnels designés		
Perte comme commanditaire		
Pertes en capital nette d'autres années : pré-1988		
1988 - 1989		
post 1989		
Valeur d'option du stock agricole		
Rajustement obligatoire pour inventaire		
Crédit pour impôt étranger d'entreprise		
Ressources - FEC		
-FAC		
- FBCPG		
Montant de réserve de travail indépendant		
Revenu supplémentaire tiré d'une entreprise de travail indépendant		

Formule pour déterminer le prix maximal abordable d'une maison Annexe C-3

La formule		**Les calculs**
Revenu familial mensuel brut		________
Multiplier par 32 % (CSBD)		x 0,32
Dépenses abordables totales du ménage	=	________
Soustraire		
Taxes foncières mensuelles	–	________
Coûts de chauffage mensuels	–	________
La moitié des frais de condo (s'il y a lieu)	–	________
Paiement hypothécaire mensuel que le ménage peut se permettre :	=	________
Pour calculer le montant total du prêt hypothécaire, diviser par le facteur de taux d'intérêt estimé correspondant à ton taux d'intérêt (voir tableau ci-dessous)	÷	________
Montant maximal hypothécaire	=	________
Ajouter le versement initial	+	________
Prix maximal abordable	=	________
Paiement hypothécaire = taux d'intérêt x hypothèque totale réelle	=	________
Coefficient de service de la dette brute		
$= \dfrac{\text{paiement hypothécaire mensuel + taxes foncières + chauffage}}{\text{revenu mensuel brut}}$		________

Tableau des coefficients de taux d'intérêt*

Taux	Coefficient	Taux	Coefficient	Taux	Coefficient
6,0 %	0,006 40	8,0 %	0,007 63	10,0 %	0,008 94
6,5 %	0,006 70	8,5 %	0,007 95	10,5 %	0,009 28
7,0 %	0,007 00	9,0 %	0,008 28	11,0 %	0,009 63
7,5 %	0,007 32	9,5 %	0,008 61	11,5 %	0,009 97

* Ces calculs sont fondés sur une période d'amortissement de 25 ans. ***Nota :*** Les données du tableau ne correspondent pas nécessairement aux taux courants.

État de la valeur nette Annexe C-4

			ÉTAT DE LA VALEUR NETTE			
ACTIF (L'AVOIR)						
1. LIQUIDITÉS COURT TERME						
i) Comptes bancaires						$
ii) Quasi-espèces						$
Actif liquide TOTAL						$
2. ACTIF SEMI-LIQUIDE						
i) Fonds de placement						$
ii) Actions/obligations						$
iii) REER						$
iv) RPA						$
Actif semi-liquide TOTAL						$
3. ACTIF NON LIQUIDE						
i) Résidence principale						$
ii) Véhicules						$
iii) Autres						$
Actif non liquide TOTAL						$
ACTIF TOTAL						$
PASSIF (LES DETTES)						
4. DETTES À COURT TERME						
i) Solde de carte de crédit						$
ii) Prêts à court terme						$
Passif à court terme TOTAL						$
5. DETTES À LONG TERME						
i) Prêt hypothécaire						$
ii) Autres						$
Passif à long terme TOTAL						$
PASSIF TOTAL						$
VALEUR NETTE						$
RATIO D'ENDETTEMENT (en %)						$

Nota : Pour calculer le ratio d'endettement, soustrayez le prêt hypothécaire du passif total, puis divisez le résultat par la valeur nette pour déterminer le pourcentage

Unité D
Probabilité

PROBABILITÉ

Introduction

Cette unité met l'accent sur la résolution de problèmes reliés au dénombrement d'ensembles à l'aide de techniques comme le principe fondamental du dénombrement, les permutations et les combinaisons. Cette unité explique aussi comment créer le modèle de probabilité d'un événement composé et comment résoudre des problèmes d'après la combinaison de probabilités plus simples.

Pratiques d'enseignement

De nombreuses situations complexes comme le codage de systèmes de sécurité et la structure de l'ADN sont reliées aux probabilités. Cette unité est conçue pour permettre aux élèves de résoudre des problèmes à l'aide du principe fondamental du dénombrement, avant la formalisation de la situation à l'aide des concepts des permutations et des combinaisons. Toutefois, l'unité n'étudie pas en profondeur les permutations et les combinaisons. Les élèves peuvent aussi comprendre les concepts des événements qui s'excluent mutuellement et des événements complémentaires, ainsi que des événements indépendants et dépendants, afin de déterminer leurs probabilités respectives.

Projets

Les projets peuvent être pensés afin d'illustrer la différence entre la probabilité expérimentale et la probabilité théorique. Des simulations d'événements peuvent être effectuées sur les calculatrices et les ordinateurs.

Matériel d'enseignement

- Calculatrice graphique comprenant des fonctions relatives aux permutations, aux combinaisons et aux probabilités

Durée

14 heures

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE

Résultat général

Résoudre des problèmes reliés au dénombrement d'ensembles, à l'utilisation de techniques comme le principe fondamental du dénombrement (PFD), les permutations et les combinaisons.

Résultats spécifiques

D-1 Résoudre des problèmes reliés à des chemins en interprétant et en appliquant des contraintes.

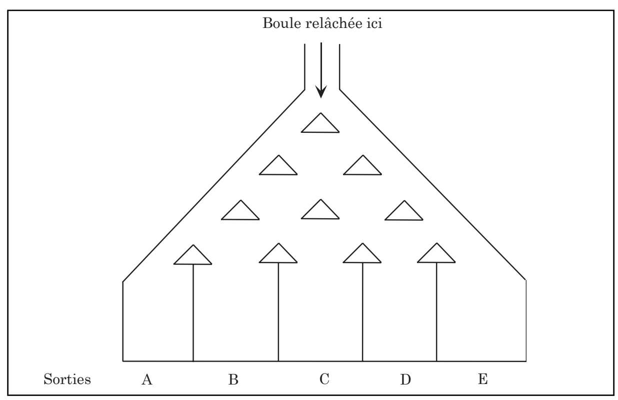
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Interpréter et appliquer des contraintes pour résoudre des problèmes reliés à des chemins.**

Dans chaque situation, les routes ou façons d'exécuter les directives sont indiquées, comptées, ou les deux. Une méthode de description des routes est fréquemment requise, ainsi qu'un processus de comptabilisation de toutes les possibilités.

Exemple 1

Le diagramme ci-dessous représente une machine à boules. Lorsqu'une boule est relâchée dans la machine à boules, les probabilités qu'elle descende à gauche (G) sont aussi grandes que celles qu'elle descende à droite (D) à chaque tige jusqu'à ce qu'elle atteigne une des sorties A, B, C, D et E.



Discutez de cette situation et choisissez une méthode pour décrire les routes et pour faire en sorte que toutes les possibilités soient couvertes.

Déterminez toutes les routes possibles dans la machine. Indiquez le nombre de routes jusqu'aux sorties et le nombre total de routes.

— *suite*

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

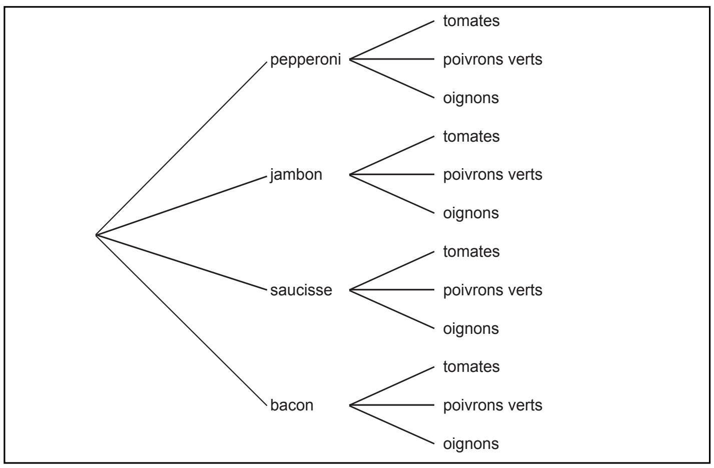
Problèmes

Utilisez le diagramme approprié pour répondre aux questions ci-dessous.

1. Une pizzeria offre quatre garnitures de viande (pepperoni, jambon, saucisse et bacon) et trois garnitures de légumes (tomates, poivrons verts et oignons). Combien de combinaisons de garnitures cette pizzeria peut-elle offrir en utilisant une sorte de viande et une sorte de légume seulement.

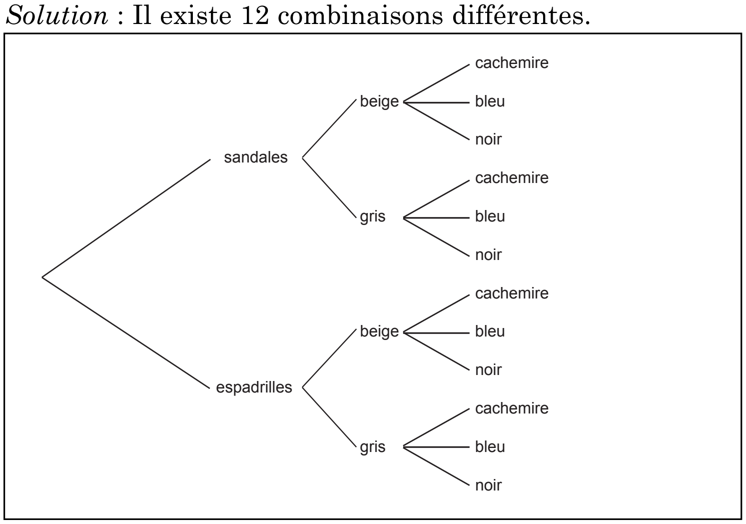
   Solution

   Il existe 12 combinaisons différentes.



2. Arlette a récemment acheté une nouvelle garde-robe de vêtements d'été comprenant deux pantalons (beige et gris), trois chandails (cachemire, bleu pâle et noir) et deux paires de chaussures (sandales et espadrilles). Quel est le nombre d'ensembles qu'Arlette peut porter?

   Solution : Il existe 12 combinaisons différentes.



NOTES

Ressources

Mathématiques appliquées, Secondaire 4 – Exercices – Supplément au programme d'études, Éducation et Formation professionnelle Manitoba, 2000

Mathématiques appliquées, Secondaire 4 – Cours destiné à l'enseignement à distance, Winnipeg, MB : Éducation et Formation professionnelle Manitoba, 2000.

— Module 4, Leçons 1 et 2

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

D-1 Résoudre des problèmes reliés à des chemins en interprétant et en appliquant des contraintes.

– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Interpréter et appliquer des contraintes pour résoudre des problèmes reliés à des chemins. (suite)**

Exemple 1 - suite

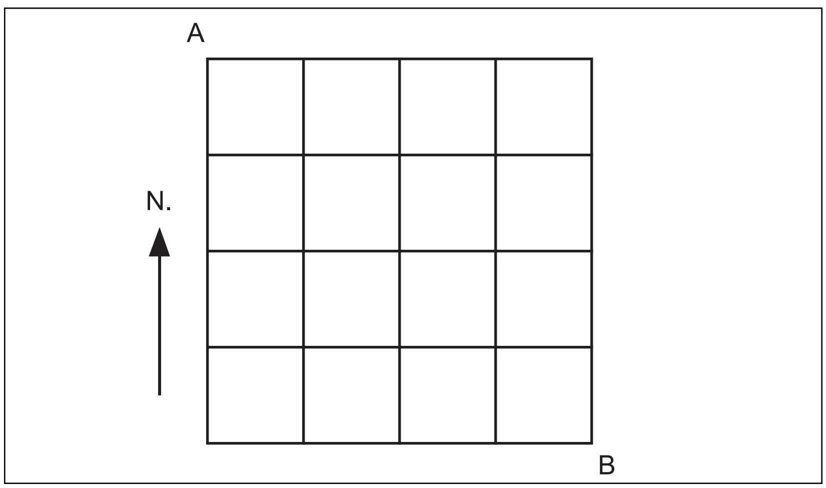
Une des solutions possibles

A	1 route	G à chaque tige	GGGG		
B	4 routes	G à trois tiges	GGGD	GGDG	
		D à une tige	GDGG	DGGG	
C	6 routes	G à deux tiges	GGDD	GDDG	DDGG
		D à deux tiges	GDGD	DGDG	DGGD
D	4 routes	G à une tige	DDDG	DDGD	
		D à trois tiges	DGDD	GDDD	
E	1 route	D à chaque tige	DDDD		

Nombre total de routes = 1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 16

Exemple 2

Le diagramme représente des rues. Si vous désirez partir de A pour vous rendre à B, vous ne pouvez vous diriger que vers l'est ou le sud à chaque intersection. Combien existe-t-il de routes de A à B?



— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Le problème ci-dessous n'est pas seulement un problème de route; il s'agit aussi d'un problème pour lequel un diagramme de possibilités peut être créé pour faire en sorte que tous les cas soient couverts. Ce type de diagramme se nomme un schéma en arbre.

Une personne joue à un jeu de chance cinq fois au plus. Chaque fois, elle gagne ou elle perd 1 $ et elle s'arrêtera avant d'avoir joué cinq fois si elle perd tout son argent ou si elle gagne 3 $, c'est-à-dire si elle a 4 $ en mains. Déterminez le nombre de fois que la personne peut jouer.

Le schéma en arbre ci-dessous décrit la façon dont le jeu se déroule. Chaque nombre dans le diagramme correspond au nombre de dollars que la personne a en mains à un moment donné. Vous remarquerez que le jeu peut se dérouler de 11 façons différentes.

Le jeu se terminera avant que la personne ait joué cinq fois dans trois situations seulement :

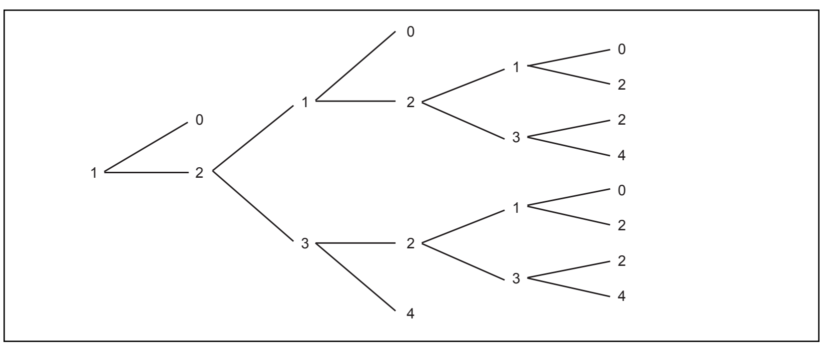
a) Quel est le nombre de façons dont la personne peut terminer le jeu avec 4 $ en mains?

b) Quel est le nombre de façons dont la personne peut terminer le jeu avec 0 $ en mains?

c) Quel est le nombre de façons dont la personne peut terminer le jeu avec plus d'argent qu'au départ?

d) Quel est le nombre de façons dont la personne peut terminer le jeu avec la même quantité d'argent qu'au départ?

Solution



a) Montant final de 4 $ = 3 façons

b) Montant final de 0 $ = 4 façons

c) Montant final supérieur à 1 $ = 7 façons

d) Montant final de 1 $ = aucune façon

Expliquez pourquoi ce jeu intéressant n'est pas offert à Las Vegas.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

D-1 Résoudre des problèmes reliés à des chemins en interprétant et en appliquant des contraintes.

– suite

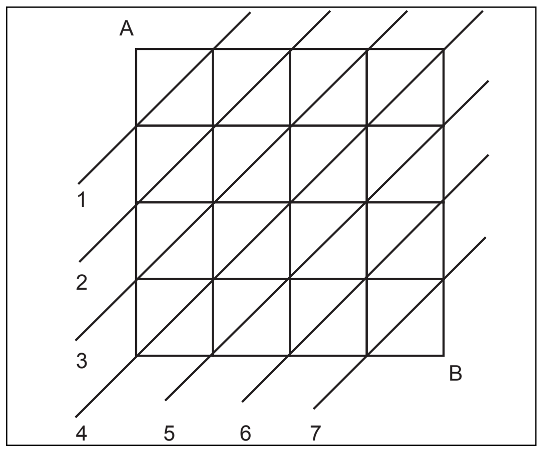
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Interpréter et appliquer des contraintes pour résoudre des problèmes reliés à des chemins. (suite)**

Exemple 2 – suite

Solution

Déterminez le nombre de routes à chaque point d'intersection de A à B en faisant le total de ces routes au fur et à mesure. Dans cette question, le nombre de routes est trop grand pour qu'elles soient toutes identifiées et indiquées de manière distincte.



Examinez le nombre de routes à partir de A jusqu'à chaque point sur chaque ligne.

Ligne 1	1,	1			
Ligne 2	1,	2,	1		
Ligne 3	1,	3,	3,	1	
Ligne 4	1,	4,	6,	4,	1
Ligne 5	5,	10,	10,	5	
Ligne 6	15,	20,	15		
Ligne 7	35,	35			

Par conséquent, le nombre de routes jusqu'au point B à partir du point A = 35 + 35 = 70

— *suite*

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

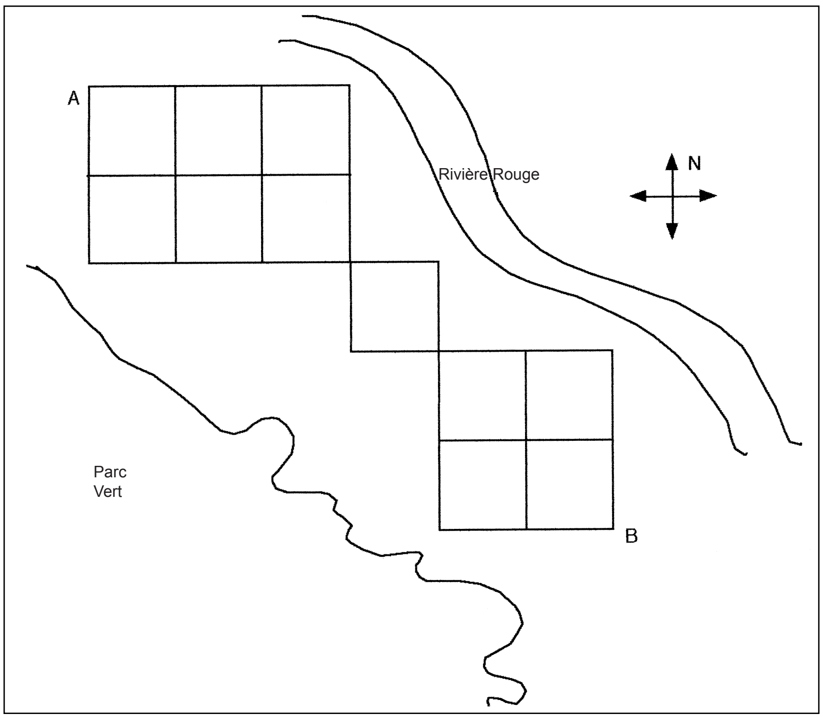
NOTES

Problème

Le diagramme ci-dessous représente la carte de la ville de Belleville. Les routes sont délimitées par la rivière d'un côté et par le parc de l'autre côté. André demeure au point A et Bernard demeure au point B. Quel est le nombre de routes qu'André peut emprunter pour rendre visite à son ami Bernard? Les restrictions sont les suivantes :

a) Il ne peut se diriger que vers le sud et l'est.

b) Il doit demeurer sur les routes.



— suite

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

D-1 Résoudre des problèmes reliés à des chemins en interprétant et en appliquant des contraintes.

– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Interpréter et appliquer des contraintes pour résoudre des problèmes reliés à des chemins. (suite)**

Exemple 3

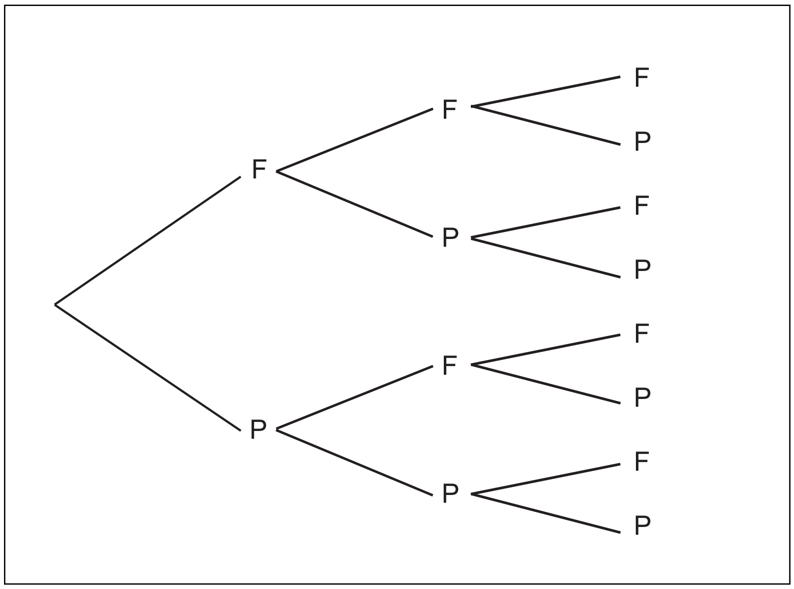
Lorsqu'on lance trois pièces de monnaie, combien existe-t-il de façons d'obtenir :

a) deux faces seulement?

b) deux piles ou plus?

Solution

Schéma en arbre



a) FFP
FPF
PFF 3 façons

b) FPP
PFP
PPF
PPP 4 façons

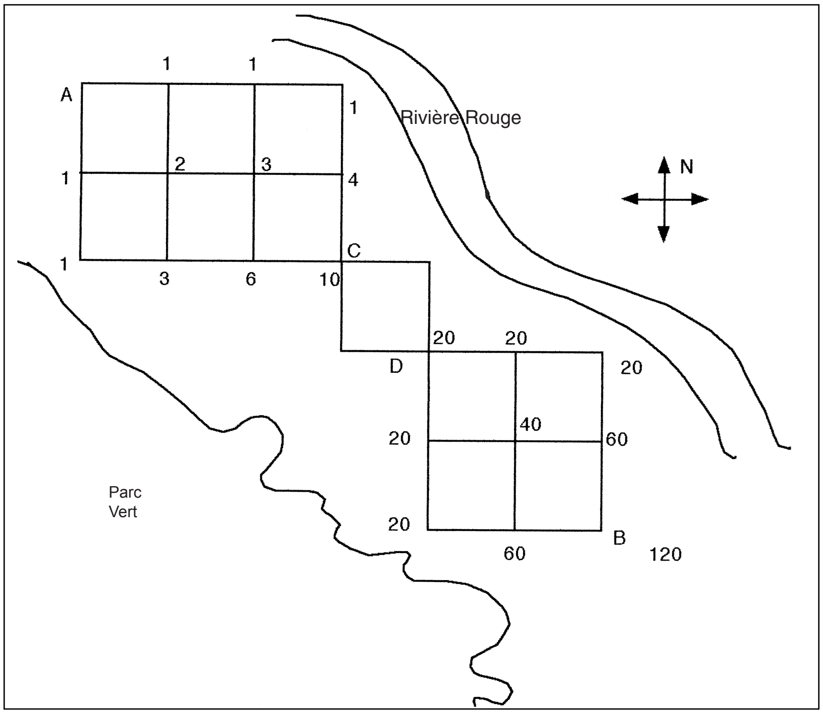
STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème (*suite*)

Solution

Le nombre de routes est trop grand pour qu'elles puissent être identifiées de manière distincte. Indiquez deux autres points, les points C et D.



Les nombres indiquent le nombre de routes jusqu'à chaque point d'intersection.

Il existe 120 routes en tout.

Nombre de routes de A à C = 10

Nombre de routes de C à D = 2

Nombre de routes de D à B = 6

Total = 10 x 2 x 6 = 120

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

D-2 Utiliser le principe fondamental du dénombrement pour déterminer le nombre de façons différentes d'exécuter des opérations à plusieurs étapes.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Utiliser le principe fondamental du dénombrement.**

Cette section contient des techniques servant à déterminer le nombre de façons d'exécuter une série de directives.

***Méthode 1* :**

Combien de façons existe-t-il de former des codes à deux lettres à partir des lettres P, Q, R et S?

Scénario 1 : les lettres peuvent se répéter.

Scénario 2 : aucune répétition n'est permise.

Ce problème peut facilement être résolu en créant un tableau des résultats possibles et en répondant aux questions en utilisant le tableau.

Deux opérations doivent être effectuées.

Opération 1 : choisir la première lettre.

Opération 2 : choisir la deuxième lettre.

		PremiËrelettre			
		P	Q	R	S
DeuxiËme lettre	P	PP	PQ	PR	PS
	Q	QP	QQ	QR	QS
	R	RP	RQ	RR	RS
	S	SP	SQ	SR	SS

Solution

Scénario 1 : les 16 codes du tableau répondent à cette exigence.
Scénario 2 : les lettres ne peuvent pas se répéter; seulement 12 codes du tableau peuvent être utilisés.

***Méthode 2* :**

Le principe fondamental du dénombrement vous permet de déterminer les résultats sans devoir dresser la liste de tous ces résultats.

Si l'opération 1 peut être exécutée de « a » façons et que l'opération 2 peut être exécutée de « b » façons, donc le nombre de façons d'exécuter l'opération 1 suivie de l'opération 2 est de « a » x « b ».

Dans l'exemple ci-dessus, pour le scénario 1, le nombre de façons de choisir la première lettre = 4 et le nombre de façons de choisir la deuxième lettre = 4.
$\underline{\quad 4 \quad} \times \underline{\quad 4 \quad} = 16$

Pour le scénario 2, le nombre de façons de choisir la première lettre = 4, mais le nombre de façons de choisir la deuxième lettre est seulement de
$\underline{\quad 4 \quad} \times \underline{\quad 3 \quad} = 12$

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Problèmes

1. Une pièce de 25 ¢ et une pièce de 1 $ sont lancées sur une table. Quel est le nombre de façons dont elles peuvent retomber?
2. Si on répond à toutes les questions d'un test de 10 questions « vrai ou faux », de combien de façons peut-on répondre?
3. Il existe cinq routes principales entre Albany et Bank et sept routes principales entre Bank et Colworth. De combien de façons différentes une personne peut-elle se rendre de A à C en passant par B et revenir à A en passant par B sans utiliser la même route deux fois?
4. Combien de nombres à trois chiffres peuvent être formés en utilisant les nombres entiers 1, 2, 3, 4 et 5?
5. Combien de nombres à trois chiffres peuvent être formés en utilisant les nombres entiers 1, 2, 3, 4 et 5 si aucune répétition n'est permise?
6. Combien de nombres à trois chiffres peuvent être formés en utilisant les nombres entiers 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 et 8 si le nombre formé doit être inférieur à 600?
7. Combien de nombres peuvent être formés en utilisant au plus trois nombres différents parmi les nombres entiers 1, 2, 3, 4 et 5?
8. Trois personnes d'un groupe de quatre personnes doivent être choisies pour former un comité. La première personne choisie sera le président ou la présidente, la deuxième personne sera le ou la secrétaire et la troisième sera le trésorier ou la trésorière. Quel est le nombre de comités différents qui peuvent être formés?

Solutions

1. $\underline{\ \ 2\ \ } \times \underline{\ \ 2\ \ } = 4$
2. $\underline{\ 2\ } \times \underline{\ 2\ } \times \underline{\ 2\ } \times \underline{\ 2\ } \times \underline{\ 2\ } \times \underline{\ 2\ } \times \underline{\ 2\ } \times \underline{\ 2\ } \times \underline{\ 2\ } \times \underline{\ 2\ } =$
   $2^{10} = 1024$
3. $\underline{\ \ 5\ \ } \times \underline{\ \ 7\ \ } \times \underline{\ \ 6\ \ } \times \underline{\ \ 4\ \ } = 840$
4. $\underline{\ \ 5\ \ } \times \underline{\ \ 5\ \ } \times \underline{\ \ 5\ \ } = 125$
5. $\underline{\ \ 5\ \ } \times \underline{\ \ 4\ \ } \times \underline{\ \ 3\ \ } = 60$
6. $\underline{\ \ 5\ \ } \times \underline{\ \ 8\ \ } \times \underline{\ \ 6\ \ } = 320$
7. $5 + 5 \times 4 + 5 \times 4 \times 3 = 85$
8. $4 \times 3 \times 2 = 24$

NOTES

***Principe fondamental du dénombrement* :** Si une décision peut être pise de m façons différentes et qu'une deuxième peut être prise de n façons différentes, alors les deux décisions peuvent être prises dans cet ordre, de mn façons différentes.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

D-2 Utiliser le principe fondamental du dénombrement pour déterminer le nombre de façons différentes d'exécuter des opérations à plusieurs étapes.

– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Utiliser le principe fondamental du dénombrement (PFD). (suite)**

Exemple 1

Ce processus peut être appliqué à plus de deux opérations et il est plus efficace que de dresser la liste des résultats lorsque de grands nombres et des opérations nombreuses doivent être utilisés.

Des codes d'identifications doivent être attribués à chacun des citoyens de la Tyrannie occidentale. Ces codes doivent être formés de trois lettres en alternance avec deux chiffres, choisis parmi 0, 1, 2 ,3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, et les répétitions sont permises (par exemple, A1B5M ou A3A3H).

Chaque lettre peut être choisie de 26 façons différentes et chaque nombre peut être choisi de 10 façons différentes.

Nombre requis = 26 x 10 x 26 x 10 x 26 = 1 757 600

Exemple 2

Au buffet du restaurant Super Souper, les légumes offerts sont des pommes de terre, des carottes, des courgettes et des navets. Combien de combinaisons différentes de légumes peuvent être choisies si au moins un légume doit être choisi?

Solution

Il existe deux façons de décider ce qu'on doit faire avec chaque légume : en prendre ou ne pas en prendre. Donc, le nombre de façons = 2 x 2 x 2 x 2 = 16. Mais cette opération inclut l'option de ne choisir aucun légume. Donc, le nombre de combinaisons différentes incluant au moins un légume = 16 – 1 = 15.

Exemple 3

Lorsque les nombres qui doivent être comptés sont élevés, il est préférable d'utiliser la notation factorielle.

Examinez le problème suivant : combien de nombres à cinq chiffres peuvent être formés à partir des nombres entiers 4, 5, 6, 7 et 8 si aucune répétition n'est permise?

Le premier chiffre peut être choisi de cinq façons. Le deuxième chiffre peut être choisi de quatre façons; le troisième chiffre peut être choisi de trois façons; le quatrième chiffre peut être choisi de deux façons; le dernier chiffre peut être choisi d'une seule façon. Pour déterminer le nombre total de façons, nous devons utiliser le PFD pour obtenir 5 x 4 x 3 x 2 x 1 = 120.

Dans les problèmes de dénombrement, les produits comme 5 x 4 x 3 x 2 x 1 surviennent souvent. Le symbole factoriel (!) est utilisé pour raccourcir le produit.

5! Signifie 5 x 4 x 3 x 2 x 1.

De même, 12! = 12 x 11 x 10 x 9 … x 3 x 2 x 1.

En général, n factoriel = $n! = n\,(n-1)\,(n-2)\,(n-3)\ldots \times 3 \times 2 \times 1$, et n correspond à un entier naturel. Donc, 0! serait égal à 1.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Combien de nombres comprenant trois chiffres différents peuvent être formés à partir des nombres entiers 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2?
2. Combien d'arrangements de huit lettres peuvent être créés avec les lettres du mot « AVERSION »?
3. Combien d'arrangements différents peuvent être créés avec les lettres du mot « varices » si la première lettre doit être un « a » et si la dernière lettre doit être un « s »?
4. De combien de façons différentes les lettres du mot « MESS » peuvent être disposées?
5. De combien de façons différentes une classe de 80 élèves peut-elle élire un président, un vice-président, un secrétaire et un trésorier?
6. Combien de nombres supérieurs à 400 formés de trois chiffres différents peuvent être formés à partir des nombres entiers 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ,8, et 9? Combien de nombres impairs à trois chiffres peuvent être formés en utilisant les chiffres 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9?
7. Le groupe rock Les Boules de gomme prévoit donner un spectacle au Citidome de Musiville. Le répertoire du groupe est formé de sept chansons. Quatre chansons ont été écrites par Rock Guitare et trois ont été écrites par Dorémi Piano. De combien de façons les chansons peuvent-elles être présentées si…
   a) les chansons écrites par Rock doivent être présentées en alternance avec les chansons écrites par Dorémi?
   b) toutes les chansons écrites par Rock doivent être jouées avant celles écrites par Dorémi?

Solutions

1. 7 x 6 x 5 = 210
2. 8! = 40 320
3. $\underline{\quad 1 \quad}$ x 5 x 4 x 3 x 2 x $\underline{\quad 1 \quad}$ = 120
4. $\frac{4!}{2!} = 12$
5. 80 x 79 x 78 x 77 = 37 957 920
6. a) 6 x 9 x 8 = 432
   b) 9 x 10 x 5 = 450
7. a) 4 x 3 x 3 x 2 x 2 x 1 x 1 = 144
   b) 4 x 3 x 2 x 1 x 3 x 2 x 1 = 144

$n! = n(n-1)(n-2)(n-3)...\times 3 \times 2 \times 1$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

D-2 Utiliser le principe fondamental du dénombrement pour déterminer le nombre de façons différentes d'exécuter des opérations à plusieurs étapes.

— *suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Utiliser le principe fondamental du dénombrement (PFD). (suite)**

Une étude formelle des permutations n'est pas requise dans ce cours, mais les problèmes connexes constituent de bons exemples pour l'utilisation du principe fondamental du dénombrement, que vous décidiez d'utiliser ou non la notation formelle.

L'***arrangement*** d'objets dans lequel l'***ordre*** a une importance se nomme une ***permutation***. Voici l'exemple d'un problème comprenant des permutations.

Exemple 4

Combien de codes de trois lettres peuvent être formés à partir des lettres de l'alphabet si aucune répétition n'est permise?

Solution

Imaginez que vous devez remplir trois espaces : ____ ____ ____

Le premier espace peut être rempli de 26 façons différentes; le deuxième espace peut être rempli de 25 façons différentes et le troisième espace peut être rempli de 24 façons différentes. En utilisant le PFD, vous déterminerez que le nombre total de codes est le suivant :

$$\underline{26} \times \underline{25} \times \underline{24} = \frac{26 \times 25 \times 24 \times 23!}{23!} = \frac{26!}{23!} = 15\,600$$

La formule ci-dessous peut être utilisée lorsque vous utilisez une calculatrice scientifique ou graphique.

Le symbole pour le nombre de permutations de n objets calculées par groupe de r est

$${}_nP_r \text{ et } {}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

n et r correspondent à des entiers naturels et $n \geq r$.

Une étude formelle des combinaisons n'est pas requise dans ce cours, mais ce genre de problème constitue de bons exemples de problèmes de dénombrement.

Une ***combinaison*** correspond à un ensemble d'objets choisis sans égard à l'ordre de sélection. (ABC correspond à la même combinaison que BAC, BCA, etc.).

Exemple 5

Voici un exemple portant sur les combinaisons. Il y a cinq livres, A, B, C, D et E sur une tablette. De combien de façons un groupe de trois livres peut-il être choisi sans égard à l'ordre de sélection?

Les ensembles possibles sont ABC, ABD, ABE, ACE, ADE, BDC, BDE, BCE, CDE, ACD. Il y a dix sélections.

$$\frac{5}{3} \times \frac{4}{2} \times \frac{3}{1} = \frac{5!}{2!3!}$$

— *suite*

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Combien de parties sont jouées si chacune des neuf équipes d'une conférence joue contre chacune des autres équipes une fois seulement?
2. Si dix points sont marqués sur une feuille et si aucun alignement de trois points n'est possible, combien de triangles peuvent être tracés en utilisant ces dix points comme sommets?
3. Combien de combinaisons sont possibles à partir de 49 nombres si ces combinaisons doivent être formées de six nombres? Vous avez choisi les nombres 7, 34, 23, 16, 10 et 41. Quelles sont vos chances de gagner si le tirage est effectué de manière équitable?
4. Jacob désire organiser une fête chez lui. Il a neuf amis.
   a) Combien de groupes de cinq amis peut-il choisir à partir de ses neuf amis?
   b) Si ses amis Philippe et Marc ne peuvent pas venir à la fête en même temps, combien de groupes différents peut-il former?
   c) S'il veut absolument inviter Gino, combien de groupes peut-il former?
5. Prenons l'exemple du mot « ROCHE ».
   a) Combien d'arrangements peuvent être formés avec ces lettres?
   b) Combien d'arrangements commencent par des voyelles?
   c) Combien d'arrangements de trois lettres peuvent être formés en utilisant des lettres différentes si la lettre « h » ne peut pas être utilisée?
6. Prenons l'exemple du mot « OASIS ».
   a) Combien d'arrangements peuvent être formés avec ces lettres?
   b) Pourquoi la réponse est-elle différente de la réponse de la question 5 ci-dessus?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

D-2 Utiliser le principe fondamental du dénombrement pour déterminer le nombre de façons différentes d'exécuter des opérations à plusieurs étapes.

– *suite*

• **Utiliser le principe fondamental du dénombrement. (suite)**

Exemple 6 – suite

Le symbole ${}_nC_r$ est utilisé pour indiquer le nombre de combinaisons de n objets par groupes de r lorsque n et r sont des entiers naturels.

$${}_nC_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

Lorsque n et r sont des entiers naturels et $n \geq r$. Nous obtenons

$${}_5C_3 = \frac{5!}{(5-3)!3!}$$

Exemple 7

Deux garçons et trois filles d'une classe de 15 garçons et de 18 filles doivent être choisis pour former un comité. De combien de façons ce comité peut-il être formé?

Solution

L'ordre de sélection n'a aucune importance.

Les garçons peuvent être choisis de ${}_{15}C_2$ façons = $\frac{15!}{(15-2)!\,2!}$ = 105 façons.

Les filles peuvent être choisies de ${}_{18}C_3$ façons = $\frac{18!}{(18-3)!\,3!}$ = 816 façons.

Le nombre de façons = 105 x 816 = 85 680.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Solutions

1. $_9C_2 = \dfrac{9!}{7!2!} = 36$

2. $_{10}C_3 = \dfrac{10!}{7!3!} = 120$

3. $_{49}C_6 = \dfrac{49!}{43!6!} = 13\,983\,816$

4. a) $_9C_5 = \dfrac{9!}{4!\,5!} = 126$

   b) Choisir Philippe ou choisir Marc ou aucun

   $$_7C_4 = \frac{7!}{3!\,4!} \quad + \quad _7C_4 = \frac{7!}{3!\,4!} \quad + \quad _7C_5 = \frac{7!}{2!\,5!}$$

   $$35 \quad + \quad 35 \quad + \quad 21$$

   $$= 91$$

   c) $_8C_4 = \dfrac{8!}{4!\,4!}$

5. a) $_5P_5 = 5! = 120$

   b) $\underline{\;2\;} \times \underline{\;4\;} \times \underline{\;3\;} \times \underline{\;2\;} \times \underline{\;1\;}$

   c) $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$

6. a) $\dfrac{5!}{2!} = 60$

   b) La lettre « s » est répétée.

$$_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$_nC_r = \frac{n!}{(n-r)!\,r!}$$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE

Résultat général

Établir le modèle de probabilité d'un événement composé et résoudre des problèmes fondés sur la combinaison de probabilités plus simples.

Résultats spécifiques

D-3 Construire et interpréter un espace échantillonnal pour deux ou trois événements.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Construire un espace échantillonnal pour deux ou trois événements.**

Définitions

Une ***expérience*** consiste en un procédé utilisé pour obtenir de l'information. Elle comprend une ***action*** et une ***observation***. Par exemple, on peut lancer un dé et enregistrer les résultats.

Les ***résultats*** sont les données obtenues à la suite de l'expérience. L'ensemble de tous les résultats possibles d'une expérience se nomme ***l'espace échantillonnal***. Par exemple, le dé retombe sur 1, 2, 3, 4, 5 ou 6. L'espace échantillonnal est E = {1, 2, 3, 4, 5, 6}.

Un ***événement*** correspond à une situation particulière qui peut survenir pendant une expérience, que le dé retombe sur un multiple de trois par exemple. L'ensemble de résultats pour cet événement est {3, 6}.

Un événement ou une expérience est ***aléatoire*** lorsque chaque résultat a une chance égale de survenir.

Terminologie

P(A) correspond à la probabilité de l'événement A. Pour tout événement A, $0 \leq P(A) \leq 1$

Si P(A) = 0, l'événement est impossible. Si P(A) = 1, l'événement est une certitude.

n(E) correspond au nombre de résultats possibles de E, et n(A) correspond au nombre de résultats de A.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(E)}$$

L'événement A' est le complément de A, c'est-à-dire que A ne survient pas.
P(A') = 1 – P(A).

$$P(A) = \frac{\text{No. de façons que « A » peut se produire}}{\text{No. total de résultats possibles}}$$

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Un sac contient un jeton de bingo rouge et un jeton de bingo vert. Un autre sac contient un jeton de bingo rouge, un jeton de bingo vert et un jeton de bingo bleu. Un jeton est pigé dans chaque sac. Déterminez l'espace échantillonnal. Indiquez la probabilité qu'un seul jeton rouge soit pigé.
2. Les as d'un jeu de cartes sont utilisés pour le problème suivant. L'expérience consiste à piger deux cartes de ces quatre cartes et à enregistrer la sorte de chacune des cartes. Indiquez l'espace échantillonnal pour chacun des procédés ci-dessous (l'ordre n'a aucune importance).
   a) Deux cartes sont pigées en même temps.
   b) Une carte est pigée et mise de côté. Puis, une carte est pigée parmi les trois autres cartes.
   c) Une carte est pigée puis remise avec les trois autres cartes. Ensuite, une deuxième carte est pigée.
3. Un dé spécial comporte trois côtés affichant le nombre 3, deux côtés affichant le nombre 2 et un côté affichant le nombre 1. Indiquez l'espace d'échantillon pour les résultats obtenus si ce dé est lancé deux fois.
   a) Déterminez le nombre de façons d'obtenir chacun des résultats ci-dessous :
      i) deux fois sur le 3;
      ii) une fois sur le 3 et une fois sur le 2;
      iii) sur le même nombre chaque fois;
      iv) aucune fois sur le nombre 3.
   b) Déterminez la probabilité de chacun des événements en a).
4. Une pièce est lancée quatre fois. Construisez un schéma en arbre et déterminez les probabilités ci-dessous.
   a) P(chaque fois sur face)
   b) P(deux fois sur face)
   c) P(au moins deux fois sur pile)
   d) P(nombre de fois sur face ≤ 3)
   e) P(au moins une fois sur pile)

— *suite*

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

D-3 Construire et interpréter un espace échantillonnal pour deux ou trois événements.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Construire un espace échantillonnal pour deux ou trois événements. (suite)**

Exemple 1

a) Lors d'une expérience, on lance une pièce non truquée et on enregistre les résultats. Indiquez l'espace échantillonnal.

b) Lors d'une expérience, on lance une pièce de 5 ¢ et une pièce de 10 ¢ et on enregistre les résultats. Indiquez l'espace échantillonnal.

c) Lors d'une expérience, on lance une pièce de 5 ¢, une pièce de 10 ¢ et une pièce de 25 ¢, et on enregistre les résultats. Indiquez l'espace échantillonnal.

Solution

a) Les seuls résultats obtenus peuvent être pile et face. L'espace échantillonnal est {F, P}.
b) Chaque pièce peut retomber sur pile ou sur face. L'espace échantillonnal est {FF, FP, PF, PP}.
c) Chaque pièce peut retomber sur pile ou sur face. L'espace échantillonnal est {FFF, FFP, FPF, PFF, PPF, PFP, FPP, PPP}.

Exemple 2

Lors d'une expérience, on lance deux dés réguliers non truqués et on enregistre les résultats.
a) Indiquez l'espace échantillonnal.
b) Événement A = au moins un dé retombe sur le 6. Dressez la liste des résultats et calculez P (A).
c) Événement B = la somme des scores est 1.
d) Événement C = la somme des scores est inférieure à 20.
e) Événement D = le chiffre du premier dé est inférieur de 1 au nombre du deuxième dé.

Solution

a) Cette fois, les résultats sont indiqués dans un tableau.

		Deuxième dé					
		1	2	3	4	5	6
Premier dé	1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
	2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
	3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
	4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
	5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
	6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

À partir de cet espace échantillonnal, les résultats de tout événement de l'expérience peuvent être indiqués ou comptés.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes (suite)

Solutions

1. {RR, RV, RB, VR, VV, VB}
   P (un jeton rouge seulement) = 3/6 = 0,5
2. a) {coeur-trèfle, coeur-carreau, coeur-pique, pique-carreau, pique-trèfle, carreau-trèfle}
   b) {coeur-trèfle, coeur-carreau, coeur-pique, pique-carreau, pique-trèfle, carreau-trèfle}
   c) {coeur-trèfle, coeur-carreau, coeur-pique, pique-carreau, pique-trèfle, carreau-trèfle, coeur-coeur, trèfle-trèfle, carreau-carreau, pique-pique}
3.

		Deuxième dé					
		3	3	3	2	2	1
Premier dé	3	(3, 3)	(3, 3)	(3, 3)	(3, 2)	(3, 2)	(3, 1)
	3	(3, 3)	(3, 3)	(3, 3)	(3, 2)	(3, 2)	(3, 1)
	3	(3, 3)	(3, 3)	(3, 3)	(3, 2)	(3, 2)	(3, 1)
	2	(2, 3)	(2, 3)	(2, 3)	(2, 2)	(2, 2)	(2, 1)
	2	(2, 3)	(2, 3)	(2, 3)	(2, 2)	(2, 2)	(2, 1)
	1	(1, 3)	(1, 3)	(1, 3)	(1, 2)	(1, 2)	(1, 1)

a) i) 9
   ii) 12
   iii) 9 + 4 + 1 = 14
   iv) 9

b) i) $\frac{9}{36} = \frac{1}{4} = 0{,}25$
   ii) $\frac{12}{36} = \frac{1}{3} = 0{,}33$
   iii) $\frac{14}{36} = \frac{7}{18} = 0{,}39$
   iv) $\frac{9}{36} = \frac{1}{4} = 0{,}25$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

D-3 Construire et interpréter un espace échantillonnal pour deux ou trois événements.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• **Construire un espace échantillonnal pour deux ou trois événements. (suite)**

Exemple 2 – suite

Solution – suite

b) Les résultats pour l'événement A sont {(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6), (5, 6), (4, 6), (3, 6), (2, 6), (1, 6)}.

$$n(A) = 11,\ n(E) = 36,\ P(A) = \frac{n(A)}{n(E)} = \frac{11}{36}$$

c) Il n'existe aucun résultat possible. P(B) = 0.
d) Cela est vrai pour tous les résultats. P (C) = 1.
e) Les résultats pour D sont {(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6)}.

$$n(D) = 5,\ n(E) = 36,\ P(D) = \frac{n(D)}{n(E)} = \frac{5}{36}$$

Exemple 3

Trois pièces sont lancées. Déterminez la probabilité qu'une pièce seulement retombe sur le côté face.

Événement A : un côté face seulement = {FPP, PFP, PPF}.
n(A) = 3

Espace échantillonnal, E = {FFF, FFP, FPF, PPF, PFP, FPP, PPP}.

n (E) = 8

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(E)} = \frac{3}{8}$$

Exemple 4

Deux dés sont lancés. Déterminez la probabilité que la valeur absolue de la différence entre les nombres soit de 1.
Événement B = la valeur absolue de la différence entre les nombres est 1.

B = {(1, 2), (2, 1), (2, 3), (3, 2), (3, 4), (4, 3), (5, 4), (4, 5), (5, 6), (6, 5)}

n(B) = 10

Dans l'exemple 2, n(E) = 36.

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(E)} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

— suite

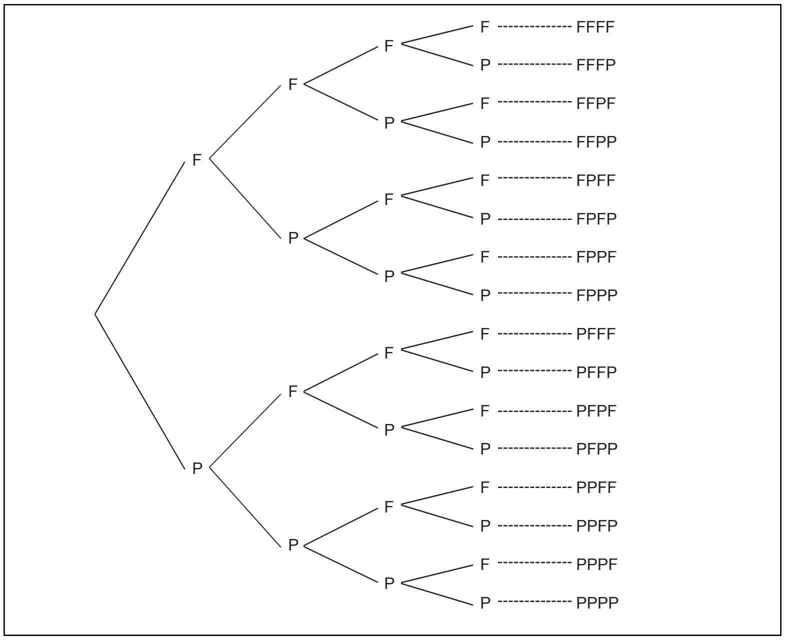
STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes (*suite*)

Solutions – suite

4.



a) 1/16
b) 3/8
c) 11/16
d) 15/16
e) 1 – 1/16 = 15/16

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

D-4 Résoudre des problèmes en utilisant les probabilités d'événements exclusifs et complémentaires.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Résoudre des problèmes en utilisant les probabilités d'événements exclusifs et complémentaires.**

Événements combinés

Dans une expérience, il est souvent nécessaire de combiner des événements.

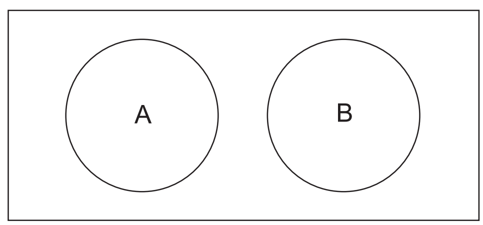
a) A ou B correspond à l'événement qui survient si A survient ***ou*** si B survient (ou les deux). (Il s'agit de la ***réunion*** de deux ensembles.)

b) A et B correspond à l'événement qui survient si A survient ***et*** si B survient. (Il s'agit de l'***intersection*** de deux ensembles.)

c) A', qui est le ***complément*** de A, correspond à l'événement qui survient si A ***ne survient pas***.

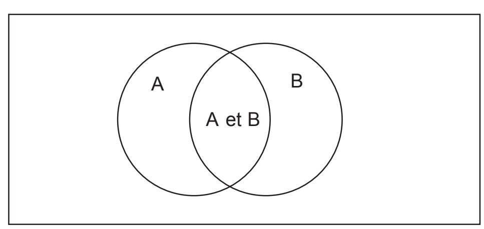
Définition

Deux événements ***s'excluent mutuellement*** si leurs ensembles de résultats n'ont aucun élément en commun. Autrement dit, il s'agit d'ensembles disjoints. Si A et B sont des événements qui s'excluent mutuellement, le diagramme ci-dessous les représente.



Dans le cas d'événements qui s'excluent mutuellement, n(A ou B) = n (A) + n (B).

Deux événements ***ne s'excluent pas mutuellement*** si leurs ensembles de résultats ont au moins un élément en commun. Si P et Q sont des événements qui ne s'excluent pas mutuellement, le diagramme ci-dessous les représente.



Dans le cas d'événements qui ne s'excluent pas mutuellement,
= n (A ou B)
= n (A) + n (B) – n (A et B)

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Définissez les expressions ci-dessous et donnez un exemple pour chacune :
   a) événements qui s'excluent mutuellement
   b) événements complémentaires
2. Lorsqu'on pige des cartes dans un jeu de cartes ordinaire de 52 cartes, quelle est la paire d'événements qui s'excluent mutuellement? Pour la paire d'événements qui ne s'excluent pas mutuellement, indiquez le résultat pouvant être obtenu pour les deux événements.
   a) une carte de coeur et une carte de trèfle sont pigées
   b) une carte de coeur et un roi sont pigés
3. Si on choisit des nombres parmi les entiers naturels, quelles sont les paires d'événements qui s'excluent mutuellement? Pour les paires d'événements qui ne s'excluent pas mutuellement, indiquez le résultat pouvant être obtenu pour les deux événements.
   a) nombres carrés et nombres cubes
   b) multiples de 5 et multiples de 7
   c) nombres ayant une forme 2^x et 3^y, dans lesquels x et y sont des entiers naturels.
4. Lors d'une expérience, on choisit une saveur de crème glacée parmi les saveurs suivantes : vanille, fraise, chocolat, café, orange et amande. Événement A = choisir vanille ou fraise.
   a) quel est l'événement A'
   b) créez un événement B pour que A et B s'excluent mutuellement, mais pour que B soit différent de A'
5. Lors d'une expérience, on pige une carte dans un jeu de cartes ordinaire de 52 cartes. Indiquez les probabilités suivantes.
   a) P (un as est pigé)
   b) P (une carte de coeur est pigée)
   c) P (une carte de coeur ou une carte de pique est pigée)
   d) P (le roi de coeur est pigé)
   e) P (une carte de coeur ou un roi est pigé)
   f) P (un roi n'est pas pigé)
6. Un nombre est choisi au hasard parmi les 50 premiers nombres entiers positifs. Quelle est la probabilité que :
   a) ce nombre soit un nombre premier ou un carré parfait
   b) ce nombre soit un nombre pair et un carré parfait
   c) ce nombre soit un nombre premier et un carré parfait
   d) ce nombre soit un nombre impair et un carré parfait
7. La probabilité que Jamal vote aux élections de l'école est de 0,62 et la probabilité que Surrinder vote est de 0,34. Si la probabilité que Jamal ou Surrinder vote est de 0,83, déterminez la probabilité que les deux votent.

— *suite*

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

D-4 Résoudre des problèmes en utilisant les probabilités d'événements exclusifs et complémentaires.
– suite

- **Résoudre des problèmes en utilisant les probabilités d'événements exclusifs et complémentaires. (suite)**

Exemple 1

Si ***une*** carte est pigée dans un jeu de cartes ordinaire de 52 cartes, déterminez le nombre de façons dont une carte de coeur ***ou*** un as noir peut être pigé.

Solution

Événement A = une carte de coeur est pigée
Événement B = un as noir est pigé

n (A) et n (B) correspondent aux nombres de façons dont l'événement A et l'événement B peuvent survenir.

n(A) = 13, n(B) = 2. A et B sont des événements qui **s'excluent mutuellement** et ils correspondent à des façons différentes d'obtenir le résultat désiré.

Puis, n (A ou B) = n(A) + n(B) = 13 + 2 = 15

Aussi, P (A ou B) = P(A) + P(B) = 13/52 + 2/52 = 15/52

Dans le cas d'événements qui s'excluent mutuellement,
P(A ou B) = P(A) + P(B)

Exemple 2

Si ***une*** carte est pigée dans un jeu de cartes ordinaire de 52 cartes, déterminez le nombre de façons dont une carte de coeur ***ou*** un as peut être pigé.

Solution

Événement A = une carte de coeur est pigée
Événement B = un as est pigé

Cette fois, n (A) = 13, n (B) = 4, mais ces événements **ne s'excluent pas mutuellement** parce que l'as de coeur fait partie de A et de B.

n (A ou B) = n (A) + n (B) – n (A et B)

n (A ou B) = 13 + 4 – 1 = 16

P (A ou B) = P(A) + P(B) – P(A et B) = 13/52 + 4/52 – 1/52 =

16/52 = 4/13

Dans le cas d'événements qui ne s'excluent pas mutuellement,

$P(A \cap B)$
= P(A ou B)
= P(A) + P(B) – P(A et B)

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes (suite)

Solution

1. a) Les événements qui s'excluent mutuellement sont ceux qui n'ont aucun résultat en commun. Par exemple, une carte pigée dans un jeu de cartes ordinaire peut être rouge ou noir, pas les deux.
   b) Le complément de A correspond à tous les résultats de l'espace échantillonnal qui ne font pas partie de A.
   Si E = {1, 2, 3, 4, 5}, A = {1, 2}, donc A' = {3, 4, 5}.
2. a) s'excluent mutuellement
   b) ne s'excluent pas mutuellement : roi de coeur
3. a) ne s'excluent pas mutuellement : $64 = 8^2 = 4^3$
   b) ne s'excluent pas mutuellement : 35
   c) s'excluent mutuellement (les entiers naturels à la puissance 2 sont tous des nombres pairs et les entiers naturels à la puissance 3 sont tous des nombres impairs)
4. a) Événement A' : choisir chocolat, café, orange ou amande
   b) Événement B : choisir chocolat. Les réponses peuvent varier.
5. a) $\frac{4}{52} = \frac{1}{13}$
   b) $\frac{13}{52} = \frac{1}{4}$
   c) $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$
   d) $\frac{1}{52}$

e) P (coeur) + (P (roi) – P (roi de coeur) = $\frac{13}{52} + \frac{4}{52} - \frac{1}{52} = \frac{6}{52} = \frac{4}{13}$

f) 1 – P (roi) = $1 - \frac{4}{52} = \frac{48}{52} = \frac{12}{13}$

6. L'espace échantillonnal pour les nombres premiers ≤ 50 = {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47}

   L'espace échantillonnal pour les nombres carrés ≤ 50 = {1, 4, 9, 16, 25, 36, 49}

   a) n (nombres premiers ≤ 50) = 15; n (nombres carrés ≤ 50) = 7

   P (nombre premier ou carré) = $\frac{15}{50} + \frac{7}{50} = \frac{22}{50} = \frac{11}{25}$

   b) P (nombre pair et carré parfait) = $\frac{3}{50}$

   Ensemble de carrés parfaits pairs ≤ 50 = {4, 16, 36}

   c) P (nombre premier et carré parfait) = 0 (événements qui s'excluent mutuellement)

   d) P (nombre impair et carré parfait) = $\frac{4}{50} = \frac{2}{25}$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

D-4 Résoudre des problèmes en utilisant les probabilités d'événements exclusifs et complémentaires.
– *suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Résoudre des problèmes en utilisant les probabilités d'événements exclusifs et complémentaires. (suite)**

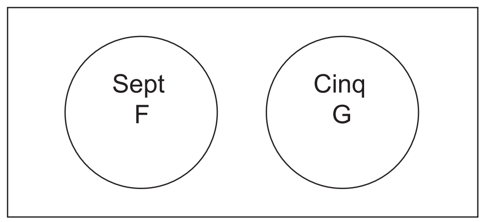
Exemple 3

Événement F = un 7 est pigé.
Événement G = un 5 est pigé.
Déterminez P (carte pigée est un 7 et un 5 à la fois) ou P (F et G).

Solution

Donc, F et G = la carte pigée est un 7 et un 5 à la fois.
Évidemment, cela est impossible.

Donc, F et G = ϕ et P(F et G) = ϕ.



STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes (suite)

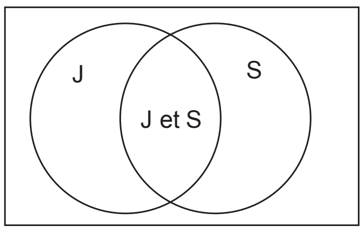
Solution

7. Ces événements ne s'excluent pas mutuellement.

   P (Jamal ou Surrinder vote) = P (Jamal vote) + P (Surrinder vote) – P (les deux votent)

   0,83 = 0,62 + 0,34 – P (les deux votent)

   P (les deux votent) = 0,62 + 0,34 – 0,83 = 0,13



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

D-5 Classer les événements dans des classes d'événements indépendants et d'événements dépendants, et résoudre des problèmes reliés aux probabilités.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Classer les événements dans les catégories des événements indépendants et des événements dépendants.**

Définition : Deux événements (A et B) sont **indépendants** lorsque les résultats de l'un n'influencent d'aucune façon les résultats de l'autre. Deux événements (P et Q) sont **dépendants** si les résultats de l'un influencent les résultats de l'autre.

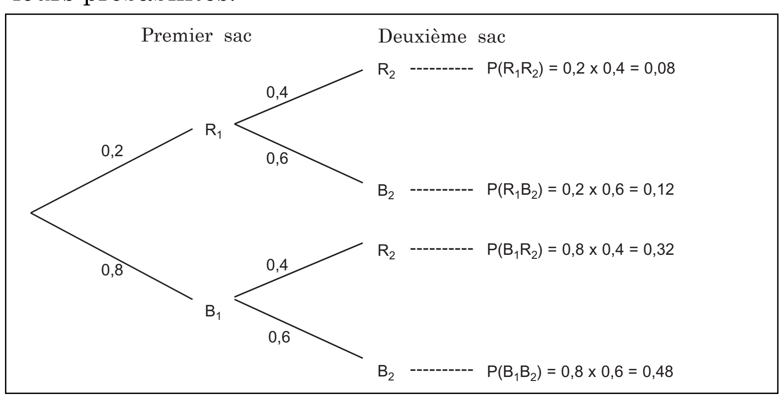
Exemple 1

Dans un jeu de chance à la Super Ex, vous devez piger des billes dans deux sacs différents. Le premier sac contient deux billes rouges et huit billes bleues. Le deuxième sac contient quatre billes rouges et six billes bleues.

Lorsque vous pigez des billes dans le premier sac et ensuite dans le deuxième sac, deux événements indépendants surviennent.

a) Déterminez P (bille rouge pigée dans le premier sac)
   P (R1) = 0,2
b) Déterminez P (bille bleue pigée dans le premier sac)
   P (B1) = 0,8
c) Déterminez P (bille rouge pigée dans le deuxième sac)
   P (R2) = 0,4
d) Déterminez P (bille bleue pigée dans le deuxième sac)
   P (B2) = 0,6

Construisez un schéma en arbre pour illustrer les résultats et leurs probabilités.



STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Problèmes

1. Quelle est la différence entre des événements indépendants et des événements dépendants? Donnez un exemple de chacun.
2. Quelle est la probabilité que…
   a) une carte rouge soit pigée puis qu'une figure soit pigée si la première carte est replacée dans le paquet après avoir été pigée? Ces événements sont-ils indépendants ou dépendants?
   b) une carte rouge soit pigée puis qu'une carte noire soit pigée si la première carte n'est pas replacée dans le paquet après avoir été pigée? Ces événements sont-ils indépendants ou dépendants?
3. Quelle est la probabilité d'obtenir deux fois un 6 lorsqu'un dé est lancé deux fois?
4. Le 15 décembre, les Aigles doivent jouer une partie. S'il neige, la probabilité qu'ils gagnent est de 0,8, mais s'il ne neige pas, la probabilité qu'ils gagnent est de 0,5. La probabilité qu'il neige est de 0,3. Construisez un schéma en arbre pour illustrer les résultats possibles et utilisez ce schéma pour calculer :
   a) P (il neige et les Aigles gagnent)
   b) P (il ne neige pas et les Aigles gagnent)
   c) P (les Aigles gagnent)
5. Vous avez acheté des billets pour deux tirages. La probabilité de gagner dans le premier tirage est de 0,002 et la probabilité de gagner dans le deuxième tirage est de 0,015. Déterminez la probabilité de gagner au moins un prix.
6. Une personne reçoit cinq cartes d'un jeu de cartes ordinaire de 52 cartes. Quelle est la probabilité que ces cartes soient toutes des trèfles? Quelle est la probabilité qu'elles soient toutes de la même ***couleur***?
7. Dans la ville de Lac Bleu, 30 % des personnes possèdent une calculatrice graphique, 50 % des personnes possèdent des téléphones cellulaires et 25 % des personnes possèdent des calculatrices graphiques et des téléphones cellulaires. Une personne est choisie au hasard. Quelle est la probabilité que cette personne possède ni de calculatrice graphique ni de téléphone cellulaire?

— *suite*

NOTES

couleur **:** l'un des quatre symboles qui distingue les cartes.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

D-5 Classer les événements dans des classes d'événements indépendants et d'événements dépendants, et résoudre des problèmes reliés aux probabilités.

– suite

- **Classer les événements dans les catégories des événements indépendants et des événements dépendants. (suite)**

Vous devez maintenant répondre aux questions ci-dessous.

a) Quelle est la probabilité de piger deux billes rouges ?
b) Quelle est la probabilité de piger une bille rouge et une bille bleue ?
c) Quelle est la probabilité de piger au moins une bille rouge?

Solution

a) Prenez la « branche » supérieur pour calculer :
$P(R_1R_2) = 0{,}2 \times 0{,}4 = 0{,}08$

b) Prenez la somme des deux prochaines branches pour calculer :
$P(R_1B_2) + P(B_1R_2) =$
$0{,}2 \times 0{,}6 + 0{,}8 \times 0{,}4 = 0{,}12 + 0{,}32 = 0{,}44$

c) Ceci est égal à $1 – P(B_1B_2) = 1 – 0{,}8 \times 0{,}6 = 1 – 0{,}48 = 0{,}52$

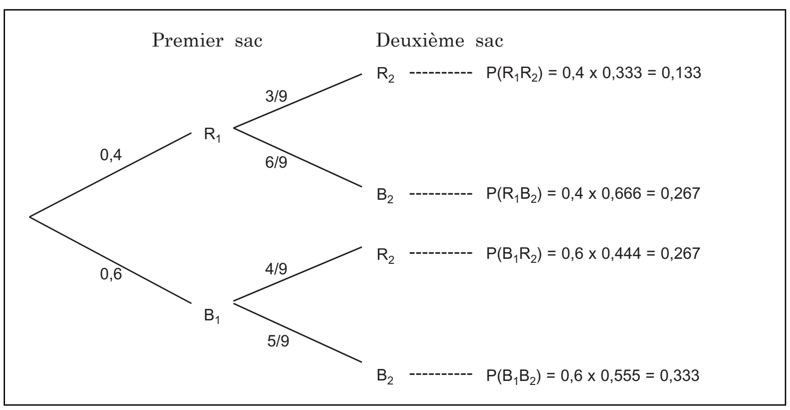
Exemple 2

Dans un deuxième jeu les règles varient un peu. Cette fois-ci vous avez seulement un sac de billes qui contient quatre billes rouges et six billes bleues. Vous pigez deux billes d'affilées ***sans*** replacer la première bille dans le sac. Cette fois-ci, piger la première bille et piger la deuxième bille ***ne sont pas*** des événements indépendants.

a) Trouvez P(Bille rouge pigée en premier) $P(R_1) = 0{,}4$
b) Trouvez P(Bille bleue pigée en premier) $P(B_1) = 0{,}6$

La probabilité de piger une bille rouge au deuxième tour dépend de la première bille pigée. Évidemment, il en est de même pour la bille bleue.

Le schéma en arbre ci-dessous illustre les probabilités.

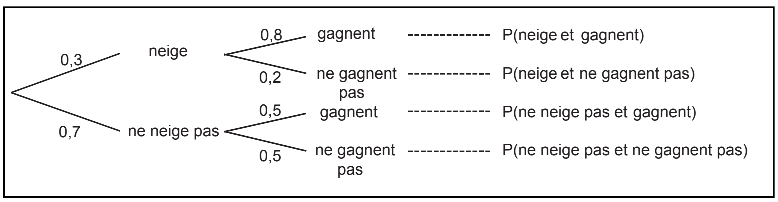


STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes (suite)

Solution

1. Des événements dépendants sont des événements pour lesquels la probabilité qu'un des événements survienne influe sur la probabilité que l'autre événement survienne.
2. a) 26/52 x 12/52 = 3/26 (indépendants)
   b) 26/52 x 6/51 = 1/17 (dépendants)
3. 1/6 x 1/6 = 1/36
4. 

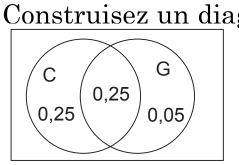
   a) P (neige et gagnent) = 0,3 x 0,8 = 0,24

   b) P (ne neige pas et gagnent) = 0,7 x 0,5 = 0,35

   c) P (gagnent) = 0,24 + 0,35 = 0,59

5. P (gagne au moins un prix)
   = 1 – P (ne gagne aucun prix)
   = 1 – P (ne gagne pas le premier prix) x P (ne gagne pas le deuxième prix)
   = 1 – (0,998)(0,985)
   = 1 – 0,983
   = 0,017
6. P (toutes des cartes de trèfle) $\frac{13}{52} \times \frac{12}{51} \times \frac{11}{50} \times \frac{10}{49} \times \frac{9}{48}$
   = 0,0004952

   Une autre façon : $\frac{{}_{13}C_5}{{}_{52}C_5} = 0{,}000\ 495\ 2$
7. Construisez un diagramme de Venn.



C = téléphones cellulaires

G = calculatrices graphiques

P (possède un téléphone cellulaire mais pas de calculatrice graphique)
= 0,5 – 0,25 = 0,25

P (possède une calculatrice graphique mais pas de téléphone cellulaire)
= 0,3 – 0,25 = 0,05

P (ne possède aucun des deux)
= 1 – (0,25 + 0,25 + 0,05)
(***Nota*** : = P (possède au moins un des deux)
= 1 – (0,55)
= 0,45

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

D-5 Classer les événements dans des classes d'événements indépendants et d'événements dépendants, et résoudre des problèmes reliés aux probabilités.
– suite

- **Classer les événements dans les catégories des événements indépendants et des événements dépendants. (suite)**

Vous devez maintenant répondre aux questions ci-dessous.

a) Quelle est la probabilité que deux billes rouges soient pigées?

b) Quelle est la probabilité qu'une bille rouge et une bille bleue soient pigées?

c) Quelle est la probabilité qu'au moins une bille rouge soit pigée?

Solution

a) Utilisez les « branches » supérieures pour calculer :
$P(R_1R_2) = 0{,}4 \times 0{,}333 = 0{,}133$

b) Utilisez la somme des deux « branches » suivantes pour calculer :
$P(R_1B_2) + P(B_1R_2) =$
$0{,}4 \times 0{,}667 + 0{,}6 \times 0{,}444 = 0{,}267 + 0{,}267 = 0{,}533$

c) Le résultat obtenu est $1 - P(B_1B_2) = 1 - 0{,}6 \times 0{,}555 =$
$1 - 0{,}333 = 0{,}667$

Exemple 3

Indiquez si les événements ci-dessous sont des événements indépendants ou dépendants.

a) Une bille rouge est pigée dans un sac et une bille bleue est pigée dans l'autre sac.

b) Deux 6 sont obtenus lorsque deux dés sont lancés.

c) Sept chiffres sont choisis pour un numéro de téléphone.

d) La première carte pigée est un as et la deuxième carte pigée est un roi si la première carte est replacée dans le paquet.

e) La première carte pigée est une dame, la deuxième carte pigée est un roi et la troisième carte pigée est un valet si les cartes ne sont pas replacées dans le paquet.

Solution

a) indépendants

b) dépendants

c) indépendants

d) indépendants

e) dépendants

Stratégies d'évaluation

Notes

Unité E
Variation et analyse statistique

VARIATION ET ANALYSE STATISTIQUE

Introduction

Ce module présente aux élèves deux méthodes d'utilisation des statistiques pour décrire des données et tirer des conclusions dans des situations de la vie de tous les jours. On y met l'accent sur les distributions normale et quasi normale, sur les inférences qui peuvent être établies à partir d'échantillons et sur les échantillons des populations ciblées. Certains concepts de l'Unité D, Probabilité, sont requis avant que l'élève puisse entreprendre l'Unité E.

Pratiques d'enseignement

Les élèves utiliseront la technologie pour effectuer des calculs à propos d'ensembles de données. Certaines théories doivent être enseignées, mais, à ce niveau, l'enseignement théorique rigoureux n'est ni prévu ni requis. L'interprétation des résultats est importante, mais l'analyse approfondie de ces données sera effectuée lors de cours subséquents.

Matériel d'enseignement

- calculatrices graphiques
- tableurs informatiques, *WinStat (gratuiciel, version française)*

Le matériel d'apprentissage de l'élève fourni dans le cours *Mathématiques appliquées S4 – Exercices* a été classé dans des **activités** ou **exercices d'apprentissage**. Dans le cadre des **activités d'apprentissage**, l'élève doit utiliser la technologie pour résoudre un problème plus important, plus global. Les **exercices** contiennent habituellement un plus grand nombre de questions que les élèves peuvent choisir de résoudre à l'aide de la technologie ou de méthodes plus traditionnelles. Les élèves doivent effectuer des **activités** et des **exercices d'apprentissage**. Le matériel de l'élève a été réparti comme il est illustré ci-dessous.

Résultat	Activité	Exercice
E-1	1, 2, 3, 4	1
E-2/3	5	2, 3
E-3	6	4, 5, 6

Durée

14 heures

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE

Résultat général

Utiliser les distributions normale et binomiale pour résoudre des problèmes comprenant des incertitudes.

Résultats spécifiques

E-1 Déterminer l'écart type de la population à partir d'un ensemble de données et à l'aide de la technologie.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Dans cette section, les élèves apprendront de quelle manière des conclusions sont tirées de données obtenues à partir d'enquêtes, d'échantillons et de populations primaires. Le processus de résolution des problèmes doit comprendre des discussions et évaluations à propos de différents procédés.

Les élèves doivent se familiariser avec les termes techniques associés aux enquêtes et aux échantillons. Veuillez consulter l'annexe E-1, page E-40, pour obtenir la liste des termes et définitions, ainsi que l'annexe E-2, page E-42, pour obtenir des informations sur l'utilisation d'une calculatrice graphique.

Cette unité met l'accent sur les concepts généraux élaborés à partir des exemples et applications.

Une étude théorique de l'utilisation des distributions de la probabilité sera effectuée une fois que les concepts auront été élaborés et une fois que les élèves auront acquis une compréhension intuitive des possibilités et des limites des méthodes statistiques grâce à une enquête sur les intervalles de confiance.

Pour certains problèmes, des données réelles devront être obtenues de sources telles que Statistique Canada. Le site web de Statistique Canada permet à l'élève d'avoir accès à une vaste gamme de sources de données au Canada et partout dans le monde (voir l'annexe E-4, page E-45).

- **Déterminer l'écart type de la population à partir d'un ensemble de données et à l'aide de la technologie.**

  Examinez les termes suivants : population, échantillon, moyenne, médiane, mode, données discrètes et données continues. Veuillez consulter l'annexe E-1 pour obtenir les définitions de ces termes.

  Exemple 1

  Le vendeur d'une boutique de vêtements tient à jour un registre du nombre de pantalons vendus pendant la semaine. Vous trouverez ci-dessous son registre pour deux semaines. Vous devez calculer la moyenne, la médiane et le mode pour ces données en utilisant une calculatrice graphique pour confirmer la moyenne et la médiane de cet ensemble de données.

	lundi	mardi	mercredi	jeudi	vendredi	samedi
semaine 1	34	40	36	36	38	38
semaine 2	32	36	36	42	34	34

— *suite*

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Voir l'annexe E-4, page E-45, pour obtenir la liste des ressources Internet. Ces ressources peuvent être utilisées pour effectuer l'activité 1.

Ressources imprimées

Mathématiques appliquées, Secondaire 4 – Exercices – Supplément au programme d'études, Éducation et Formation professionnelle Manitoba, 2000.

Mathématiques appliquées, Secondaire 4 – Cours destiné à l'enseignement à distance, Éducation et Formation professionnelle Manitoba, 2000.
— Module 8, Leçons 1, 2 et 3

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

E-1 Déterminer l'écart type de la population à partir d'un ensemble de données et à l'aide de la technologie.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Déterminer l'écart type de la population à partir d'un ensemble de données et à l'aide de la technologie. (suite)**

Exemple 1 — suite

Solution

Moyenne : $\bar{x} = \dfrac{436}{12} = 36{,}33$

Puisque $\bar{x}$ correspond à l'estimation la plus exacte de μ, la moyenne de la population, le matériel utilise parfois μ plutôt que $\bar{x}$

Médiane : Ces données, présentées en ordre croissant sont :

32, 34, 34, 34, 36, 36, 36, 36, 38, 38, 40, 42

Médiane : $\dfrac{(36+36)}{2} = 36$

Mode : Le mode correspond à 36.

Nous vous encourageons à utiliser un tableur ou une calculatrice graphique. Veuillez consulter l'annexe E-2(a) pour connaître les étapes requises pour déterminer la moyenne et la médiane à l'aide de la calculatrice graphique TI-83.

La liste de droite ci-dessous fournit les renseignements indiqués à propos de vos données. (Vous pouvez faire défiler la liste en utilisant les touches fléchées vers le haut et vers le bas.)

Moyenne	$\bar{x} = 36{,}33$
Somme	$\sum x = 436$
Somme des carrés	$\sum x^2 = 15\,928$
Écart type de l'échantillon	$s_x = 2{,}81$
Écart type de la population	$\sigma_x = 2{,}69$
Nombre d'éléments de données	$n = 12$
Minimum	min $x = 32$
Premier quartile	$Q_1 = 34$
Médiane	Méd = 36
Troisième quartile	$Q_3 = 38$
Maximum	max $x = 42$

Vous remarquerez que deux écarts types différents sont indiqués. La différence entre ces deux écarts types est expliquée ci-dessous.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

E-1 Déterminer l'écart type de la population à partir d'un ensemble de données et à l'aide de la technologie.

– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Déterminer l'écart type de données.**

  L'écart type d'un ensemble de scores indique la manière dont ces scores sont répartis par rapport à la moyenne.

  La formule ci-dessous est utilisée pour calculer σ, l'écart type d'une population de taille n.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma(x - \bar{x})^2}{n}}$$

  Exemple

  Supposons que la population correspond à 2, 5, 8, 8, 9, 12, 13, 15 et 18. Déterminez l'écart type.

  Solution

  La moyenne de ces scores est de $\frac{\sum x}{n} = \frac{90}{9} = 10$.

  La somme des carrés des écarts est la suivante :
  $8^2 + 5^2 + 2^2 + 2^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 5^2 + 8^2 = 200$

  Donc, $\sigma = \sqrt{\frac{200}{9}} \approx 4{,}7$.

  Bien que certaines formules permettent une réduction des opérations arithmétiques qui doivent être effectuées, les populations plus grandes et les moyennes qui ne sont pas exprimées en nombres entiers entraîneront des calculs arithmétiques considérables. Les logiciels informatiques et les calculatrices comportant des touches σ sont maintenant fréquemment utilisés pour déterminer les écarts types.

- **Estimer l'écart type d'une population à partir d'un échantillon.**

  Parfois, nous disposons d'un ***échantillon*** d'une population, et nous désirons estimer l'écart type de cette population. Si, pour ce faire, nous utilisons la formule ci-dessus, l'estimation que nous obtenons est petite. Mais si nous utilisons $(n - 1)$ plutôt que n dans la formule, nous obtenons la meilleure estimation possible de l'écart type de la population.

$$s = \sqrt{\frac{\Sigma(x - \bar{x})^2}{(n - 1)}}$$

La plupart des calculatrices comportent des touches σ et s (comme dans l'exemple fourni ci-dessus). Sauf avis contraire, l'écart type correspond à σ.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Problèmes

1. Les 30 élèves d'une classe reçoivent les notes ci-dessous à un examen de mathématiques. Utilisez la technologie pour déterminer la moyenne et l'écart type de cet ensemble de notes.

78	92	62	52	65	59
53	63	68	73	71	63
69	74	73	81	55	71
75	81	84	77	80	75
41	57	91	62	65	49

2. Les supermarchés E et S vendent des sacs de 5 kg de pommes de terre. Dix sacs sont choisis au hasard pour obtenir une estimation de la moyenne et de l'écart type de tous les sacs vendus dans ces supermarchés. Les poids des dix sacs choisis étaient les suivants (en kg) : 5,4, 5,4, 5,3, 5,2, 5,3, 5,3, 5,1, 5,0, 4,9 et 5,1. Donnez des estimations de la moyenne et de l'écart type obtenus.

Solutions

1. Moyenne = 69; σ_x = 12
2. Moyenne = 5,2 kg

Estimation de l'écart type de tous les sacs = S_x = 0,17 kg

NOTES

Ressources technologiques

Calculatrice graphique, telle que la calculatrice TI-83

Guide pour la calculatrice graphique

WinStat. Ce logiciel exécutera les mêmes opérations statistiques que la calculatrice graphique. Le logiciel est gratuit et peut être téléchargé à partir de l'adresse suivante : http://meth.exeter.edu/rparris/. Une version française sera disponible sous peu.

Tableur tel que *Excel* ou *Works*

L'écart-type de données est représenté par la lettre grecque minuscule σ, qui se vit sigma. La lettre majuscule sigma (Σ) désigne une sommation.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

E-1 Déterminer l'écart type de la population à partir d'un ensemble de données et à l'aide de la technologie.
– suite

- **Utiliser des données groupées.**

Nous pouvons déterminer la moyenne, la médiane et le mode de données groupées en faisant des calculs manuels ou en utilisant la technologie. (Voir l'annexe E-2.)

Exemple 1

On a demandé à 400 personnes combien de cassettes vidéo elles avaient louées au cours du dernier mois. Utilisez une calculatrice graphique pour déterminer la moyenne et la médiane de la distribution statistique indiquée ci-dessous et tracez un histogramme. Aussi, déterminez le mode à l'aide de la distribution statistique. (La calculatrice graphique peut ne pas afficher le mode.)

N^bre^ de cassettes vidéo louées	N^bre^ de personnes
1	28
2	102
3	160
4	70
5	25
6	13
7	0
8	2

Solution

Calculs manuels :

Nombre de cassettes vidéo louées :

$(1 \times 28) + (2 \times 102) + (3 \times 160) + (4 \times 70) + (5 \times 25) + (6 \times 13) +$

$(7 \times 0) + (8 \times 2) = 1\,211$

Le nombre moyen de cassettes louées par 400 personnes est de $\frac{1\,211}{400} = 3{,}027\,5$.

La médiane se situera dans l'intervalle contenant la 200^e personne (en commençant par le début ou par la fin). Puisque 28 + 102 = 130 et que 28 + 102 + 160 = 290, la médiane correspond à 3.

Le tableau indique que le mode correspond à 3.

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Une expérience est effectuée pour déterminer la masse approximative d'une pièce d'un cent. Pour ce faire, on pèse 300 pièces et on enregistre les masses dans le tableau de la distribution statistique ci-dessous.

Masse (grammes)	2,7	2,8	2,9	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4
Fréquence	2	4	34	71	94	74	17	4

Utilisez la technologie pour déterminer la moyenne, la médiane, le mode et l'écart type des données. Créez un histogramme qui illustre les fréquences des différentes masses de cet ensemble de pièces d'un cent.

Solution

Enregistrez les valeurs ci-dessous.

$X_{min} = 2{,}5$

$X_{max} = 3{,}5$

$X_{scl} = 0{,}1$

$Y_{min} = -10$

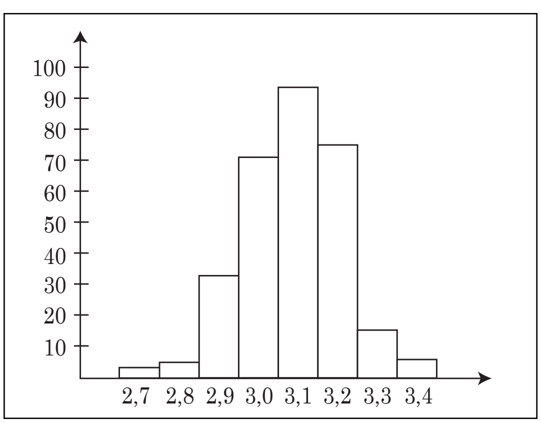
$Y_{max} = 100$

Moyenne = μ = 3,087 g

Médiane = 3,1 g

Mode = 3,1 g

Écart type = 0,12 g



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

E-1 Déterminer l'écart type de la population à partir d'un ensemble de données et à l'aide de la technologie.

– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Utiliser des données groupées. (suite)**

Exemple 1 — suite

Solution — suite

À l'aide d'une calculatrice graphique :

Consultez l'annexe E-2 pour connaître les étapes requises pour enregistrer les données d'une distribution statistique.

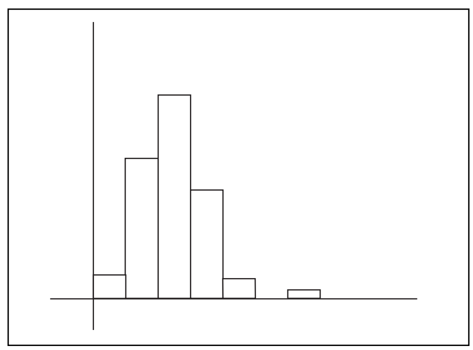
Sélectionnez $\bar{x}$ et la médiane à partir de la liste de résultats.

a) $\bar{x}$ = 3,027 5

b) Médiane = 3

c) Mode = 3

L'histogramme produit par la calculatrice ressemble à celui ci-dessous. Consultez l'annexe E-2(c) pour connaître les étapes requises pour produire un histogramme à l'aide de la calculatrice graphique TI-83.



À l'aide d'un tableur :

La moyenne peut aussi être calculée à l'aide d'un tableur. Enregistrez les formules ci-dessous dans le tableur.

	A	B	C
1	N^bre^ de vidéos = x	N^bre^ de personnes = f	Total = x*f
2	1		=A2*B2
3	2		=A3*B3
4	3		=A4*B4
9	8		=A9*B9
10		=Somme(B2:B9)	=Somme(C2:C9)
11		Moyenne =	=C10/B10

Solution

La moyenne correspond à 3,027 5.

L'option de création de graphiques du tableur peut être utilisée pour produire l'histogramme.

– suite

Stratégies d'évaluation

Notes

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

E-1 Déterminer l'écart type de la population à partir d'un ensemble de données et à l'aide de la technologie.

– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Utiliser des données groupées. (suite)**

Exemple 2

On croit qu'une machine à emballer des bonbons est défectueuse. Les paquets doivent être de 90 grammes, mais en choisissant dix paquets au hasard, on s'est rendu compte que les masses réelles, en grammes, étaient les suivantes :

86, 91, 89, 92, 90, 93, 90, 90, 91, 88

Si l'écart des masses est trop grand, on considère que la machine est défectueuse. L'écart type est utilisé pour juger si la machine est défectueuse sur le plan statistique. Ainsi, si l'écart type de l'ensemble de scores est supérieur à 1,3, on considère que la machine est défectueuse et qu'elle requiert un ajustement ou une réparation. La machine est-elle défectueuse?

Solution

Le tableau ci-dessous illustre les différentes étapes à effectuer pour le calcul de la moyenne et de l'écart type.

n	**Masses**	**Écart avec la moyenne**	**Carré de l'écart**
1	86	–4	16
2	88	–2	4
3	89	–1	1
4	90	0	0
5	90	0	0
6	90	0	0
7	91	1	1
8	91	1	1
9	92	2	4
10	93	3	9
	$\Sigma x = 900$		$\Sigma (x - x)^2 = 36$

$$\text{Moyenne} = \bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{900}{10} = 90$$

$$\text{Écart type} = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{36}{10}} \approx 1{,}9$$

Cet écart est supérieur à 1,3, ce qui signifie que la machine est défectueuse.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

E-2 Utiliser les cotes z et les tableaux de cotes z pour résoudre des problèmes.

- **Présenter les scores standardisés.**

Lorsque vous devez comparer deux distributions ou plus ayant des moyennes ou des écarts types différents, il peut être utile de ***standardiser*** les scores. Le score standardisé se nomme ***cote z*** ou et est calculé à l'aide de la formule ci-dessous :

$$z = \frac{(x - \bar{x})}{\sigma}$$

Dans cette formule, $\bar{x}$ correspond à la moyenne et σ correspond à l'écart type. Cette formule indique à combien d'écarts types un score, x, se situe de la moyenne et la position d'un score individuel dans la distribution.

Exemple 1

Si la moyenne = 21 et les écarts type = 4, calculez les cotes z des scores suivants : 25, 17, 26,5 et 16,5.

Solution

a) $z = \frac{(x - \bar{x})}{\sigma} = \frac{(25 - 21)}{4} = 1$

b) $z = \frac{(17 - 21)}{4} = -1$

c) $\frac{(26{,}5 - 21)}{4} = 1{,}375$

d) $\frac{(16{,}5 - 21)}{4} = -1{,}125$

Exemple 2

Si deux candidats qui ont présenté une demande de bourse ont effectué des examens différents mais aussi valables l'un que l'autre et ayant des moyennes et des écarts types différents, leurs résultats peuvent être comparés à l'aide des cotes z. Jean a obtenu une note de 206 à un examen dont la moyenne est de 190 et dont l'écart type est de 8. Jacques a obtenu une note de 91 à un examen dont la moyenne est de 81 et dont l'écart type est de 4. Qui a obtenu la meilleure note?

Solution

La cote z pour Jean est de : $(206 - 190) \div 8 = 16 \div 8 = 2$

La cote z pour Jacques est de : $(91 - 81) \div 4 = 10 \div 4 = 2{,}5$

Donc, on peut considérer que la note de Jacques est meilleure.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Problèmes

1. Deux élèves ont obtenu les notes suivantes dans des cours de mathématiques comparables. Joanne a obtenu une note de 82 % à un examen dont la moyenne est de 78 % et dont l'écart type est de 5 %. Hélène a obtenu une note de 73 % à un examen dont la moyenne est de 62 % et dont l'écart type est de 8 %. Utilisez les cotes *z* pour comparer ces notes.
2. Le directeur et les enseignants d'une école décident d'utiliser les cotes *z* pour indiquer les notes obtenues à des examens à l'aide de lettres. Ils conviennent de ce qui suit :

   F = moins de –1

   D = de –1 à moins de 0,5

   C = de –0,5 à moins de 0,5

   B = de 0,5 à moins de 1

   A = de 1 et plus

   Les notes d'examens pour une classe de 36 élèves sont les suivantes :

   23, 34, 36, 39, 42, 44, 48, 50, 52, 54, 54, 55, 62, 62, 63, 64, 64, 65, 66, 67, 70, 71, 71, 75, 80, 81, 83, 85, 87, 88, 89, 94, 96, 98, 100, 100

   Déterminez les secteurs des notes qui s'appliquent aux lettres utilisées.

   Solutions

1. $z_J = (82 - 78)/5 = 0,8$

   $z_H = (73 - 62)/8 = 1,38$

   Donc, la note d'Hélène est relativement plus élevée.

2. $\overline{x} = \dfrac{2412}{36} = 67,\ \sigma = 20$

   Les secteurs applicables aux lettres utilisées sont indiqués ci-dessous.

Écart réduit	Note réelle
-1	67 - 20 = 47
-0,5	67 - 10 = 57
0,5	67 + 10 = 77
1	67 + 20 = 87

Note en lettre	Secteur
F	0 - 46
D	47 - 56
C	57 - 76
B	77 - 86
A	87 -

NOTES

Ressources imprimées

Mathématiques appliquées, Secondaire 4 – Cours destiné à l'enseignement à distance, Winnipeg, MB : Éducation et Formation professionnelle Manitoba, 2000.

— Module 8, Leçon 4

Nota **:** Les termes ***écart réduit*** et ***cote z*** peuvent être utilisés de façon interchangeable.

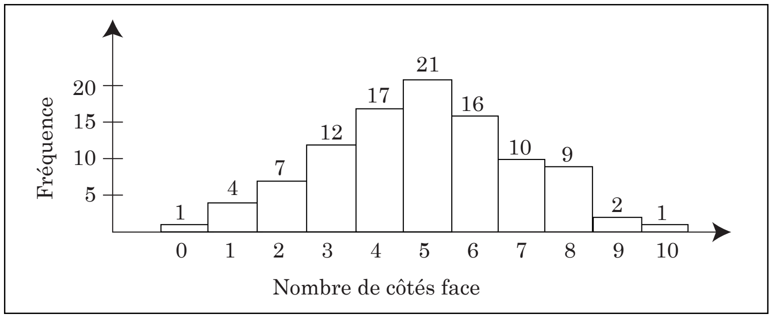
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

E-3 Utiliser la distribution normale et l'approximation normale de la distribution binomiale pour résoudre des problèmes reliés à des intervalles de confiance d'échantillons de grande taille.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• **Présenter les distributions binomiales.**

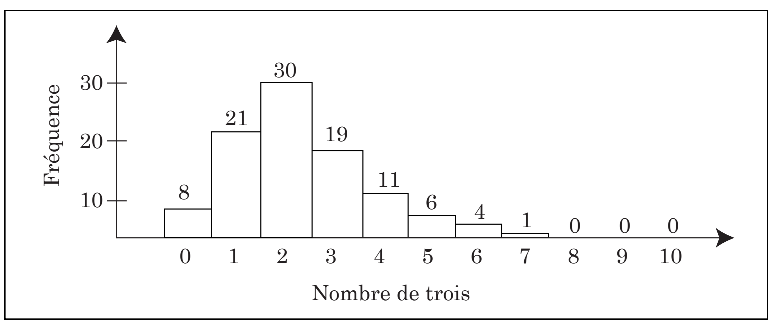
Si nous lancions dix pièces de dix sous 100 fois dans les airs et si nous inscrivions le nombre de côtés face obtenu à chaque lancer, notre graphique de données pourrait ressembler au graphique ci-dessous.



Nous obtiendrions souvent quatre, cinq ou six côtés face et rarement zéro ou dix côtés face.

Puisque chaque pièce offre deux résultats possibles, la distribution globale se nomme une ***distribution binomiale***. Lorsque les deux résultats sont aussi probable l'un que l'autre, comme dans l'exemple ci-dessus, la distribution binomiale sera ***symétrique***.

Parfois, un des résultats n'est pas aussi probable que l'autre. Par exemple, si nous devions inscrire le nombre de trois obtenus lorsque nous lançons dix dés 100 fois, la distribution pourrait ressembler à celle illustrée ci-dessous.



Dans ce cas, la distribution binomiale n'est pas symétrique.

La moyenne, la médiane et le mode des données de toute distribution binomiale peuvent être déterminés à l'aide de calculs manuels ou à l'aide de la technologie, à l'instar de toutes les données illustrées dans un tableau.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Ressources imprimées

Mathématiques appliquées, Secondaire 4 – Cours destiné à l'enseignement à distance, Winnipeg, MB : Éducation et Formation professionnelle Manitoba, 2000.

— Module 8, Leçons 5, 6, 7 et 8

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

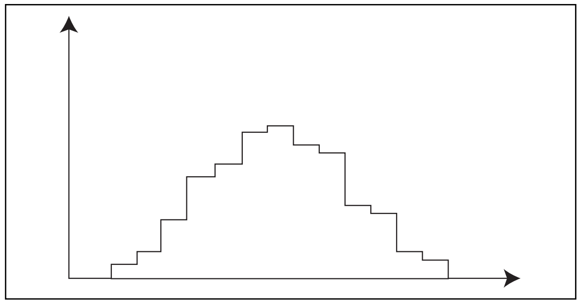
E-3 Utiliser la distribution normale et l'approximation normale de la distribution binomiale pour résoudre des problèmes reliés à des intervalles de confiance d'échantillons de grande taille.

– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

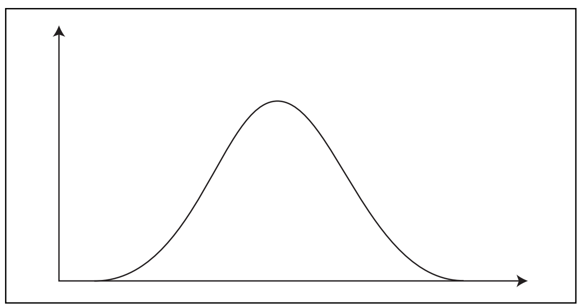
- **Présenter la distribution normale.**

  Lorsque les événements sont aussi probables l'un que l'autre, la distribution binomiale ressemble au graphique ci-dessous.



On remarque une élévation au centre et deux secteurs peu élevés aux limites.

Plus le nombre d'événements et d'essais est grand, plus le contour du graphique de la distribution est adouci. Par exemple, si nous lançons 1 000 pièces d'argent 1 000 000 de fois dans les airs, le contour du graphique de la distribution ressemblerait au contour ci-dessous.



Ainsi, notre distribution s'approcherait de la distribution théorique que l'on nomme la ***distribution normale***.

Lorsque nous effectuons des mesures, nous accumulons des erreurs mineures, et ces erreurs sont souvent réparties également d'un côté et de l'autre. C'est pourquoi les résultats des mesures effectuées ressemblent souvent à des distributions normales.

Vous trouverez ci-dessous des exemples de mesures qui produisent des distributions quasi normales.

- Si chaque élève d'une classe mesure la longueur de sa classe en utilisant une règle de 10 cm et s'il enregistre la longueur mesurée à un demi-centimètre près, le contour du graphique des mesures devrait se rapprocher d'une distribution normale puisque les erreurs mineures sont inévitables lorsqu'une règle est utilisée et qu'il est probable que les erreurs faites d'un côté et de l'autre soient réparties de manière égale.

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

E-3 Utiliser la distribution normale et l'approximation normale de la distribution binomiale pour résoudre des problèmes reliés à des intervalles de confiance d'échantillons de grande taille.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Présenter la distribution normale. (suite)**
  - Les tests de QI (quotient intellectuel) pour tous les âges comprennent habituellement des questions auxquelles la personne moyenne de cet âge a 50 % des chances de répondre correctement. Les scores de QI obtenus dans la population générale à l'aide de ces tests sont habituellement répartis selon une distribution normale.

    Cela ***ne signifie pas*** que l'intelligence (peu importe comment elle est définie) est normalement distribuée. Cela signifie plutôt que le test a été prévu de cette façon. Par exemple, si nous utilisions des questions auxquelles les personnes répondraient correctement dans 80 % des cas, ou si nous combinions des questions auxquelles des réponses exactes sont fournies dans 80 % et dans 20 % des cas, nous pourrions obtenir presque toutes les distributions possibles.
  - Votre grandeur dépend de plusieurs facteurs, dont l'alimentation, mais le principal facteur demeure la combinaison des gènes dont vous héritez de vos parents. Certains gènes favorisent votre croissance, d'autres non. Vous avez environ 50 % des chances d'hériter des gènes de chacun de vos parents.

    Évidemment, les parents qui sont grands ont plus de chances d'avoir de grands enfants et les parents qui sont courts ont plus de chances d'avoir des enfants courts, mais pour les raisons expliquées ci-dessus, la distribution des grandeurs dans la population semble normale.

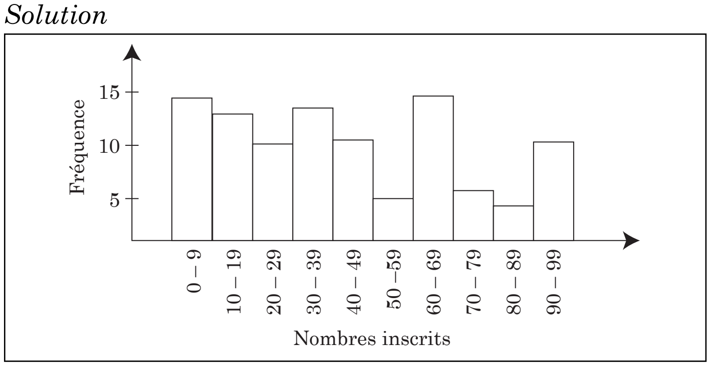
Distributions anormales

Les distributions normales obtenues lorsque des mesures sont effectuées ne sont pas le fruit de la magie. Il existe toujours une raison. Lorsque ces raisons ne s'appliquent pas, nous obtenons d'autres types de distribution.

Exemple

Si chaque élève d'une classe inscrit un nombre de 0 à 99 sur un bout de papier et si les nombres sont représentés dans un graphique (probablement en groupes de 10, soit de 0 à 9, de 10 à 19, de 20 à 29, et ainsi de suite), le graphique sera probablement de forme rectangulaire.

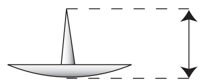
Solution



STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Problèmes

1 a) Laissez chaque élève mesurer les hauteurs de dix punaises à 0,1 mm près à l'aide d'un pied à coulisse ou d'un micromètre.



b) Combinez les résultats de tous les élèves. Sélectionnez des intervalles et établissez la distribution des fréquences.

c) Construisez le graphique des résultats et donnez des commentaires sur la forme du graphique.

2. a) Recueillez des données sur les grandeurs des hommes et des femmes. Établissez la distribution des fréquences et construisez le graphique des résultats obtenus.

b) Séparez les scores obtenus pour les hommes et les femmes. Établissez des distributions de fréquences distinctes et construisez le graphique des résultats.

c) Donnez des commentaires sur la forme des trois graphiques.

3. Créez 500 nombres aléatoires de deux chiffres en utilisant la méthode ci-dessous.

Ouvrez l'annuaire téléphonique à une page quelconque. Dans chaque numéro de téléphone paraissant l'un à la suite de l'autre, choisissez les deux chiffres situés à la position suivante : 487-0***93***5. Dans cet exemple, les chiffres choisis seraient 93.

Remplissez le tableau ci-dessous et tracez le graphique des résultats. Donnez des commentaires sur les résultats.

Nombres inscrits	Fréquence	Nombres inscrits	Fréquence
00 – 09		50 – 59	
10 – 19		60 – 69	
20 – 29		70 – 79	
30 – 39		80 – 89	
40 – 49		90 – 99	

Commentaires possibles sur les résultats :

a) Le graphique a une forme environ normale parce que les erreurs de mesurage sont habituellement réparties de manière égale au-dessus et en dessous des mesures réelles.

b) La distribution complète sera bimodale. Chaque distribution sera environ normale.

c) Le graphique est donc habituellement rectangulaire.

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

E-3 Utiliser la distribution normale et l'approximation normale de la distribution binomiale pour résoudre des problèmes reliés à des intervalles de confiance d'échantillons de grande taille.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Examiner les écarts réduits ou cotes *z* dans les distributions normales.**

Examinons maintenant les cotes *z* dans les distributions normales. Vous trouverez ci-dessous la reproduction d'une partie de deux des lignes d'un graphique d'une cote *z*. (Voir l'annexe E-3, page E-44, pour obtenir un graphique de cotes *z*.)

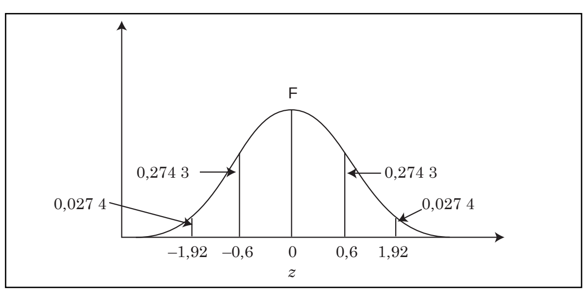
z	0,00	0,01	0,02
⋮			
0,6	0,225 7	0,229 1	0,232 4
⋮			
1,9	0,471 3	0,471 9	0,472 6
⋮			

La première entrée, 0,225 7, nous indique que, dans une distribution normale, 0,225 7 ou 22,57 % des scores se situent entre $z = 0$ et $z = 0{,}6$.

Cela signifie aussi que 0,225 7 ou 22,57 % des scores se situent entre $z = 0$ et $z = –0{,}6$. Nous pouvons calculer que 0,5 – 0,225 7 = 0,274 3 ou 27,43 % des scores se situent à la limite et ont des cotes *z* supérieures à 0,6. De même, 27,43 % des scores se situent à la limite gauche de $z = –0{,}6$ et ont des cotes *z* inférieures à –0,6.

L'entrée encerclée, 0,472 6, nous indique que 47,26 % des scores d'une distribution normale ont des cotes *z* situées entre $z = 0$ et $z = 1{,}92$, de sorte que 50 % = 47,26 % = 2,74 % des scores se situent à la limite droite de $z = 1{,}92$. Si nous choisissions un score au hasard, nous aurions 2,74 % des chances que la cote *z* soit supérieure à 1,92.

Veuillez prendre note que les calculatrices graphiques comportent des fonctions qui vous permettent de calculer les probabilités à partir des cotes *z* dans une distribution normale.



– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Problèmes

1. Dans une distribution normale, déterminez le pourcentage des scores qui se situent :
   a) au-dessus de la moyenne à moins de 1,5 écart type;
   b) au-dessus de la moyenne à plus de 1,5 écart type (secteur unilatéral);
   c) sous la moyenne à plus de 1,5 écart type;
   d) à plus de 1,5 écart type de la moyenne (secteur bilatéral);
   e) à l'intérieur de 1,5 écart type de la moyenne.

2. a) Le secteur unilatéral se situant sous la moyenne contient 1,79 % des scores dans une distribution normale. Déterminez la cote z qui délimite ce secteur.
   b) Le secteur bilatéral contient 15 % des scores dans une distribution normale. Déterminez les cotes z qui délimitent les deux parties de ce secteur.

Solutions

1. a) $z = 1{,}5$; 43,32 % des scores
   b) 50 % – 43,32 % = 6,68 % des scores
   c) symétrie; donc, 6,68 % des scores
   d) total des deux parties = 2(6,68 %) = 13,36 % des scores
   e) total entre $z = -1{,}5$ et $z = 1{,}5$ = 2(43,32 %) = 86,64 %

2. a) 50 % – 1,79 % = 48,21 % des scores se situent à z écart type ou moins de la moyenne. Déterminez où se situe l'entrée 0,482 1, soit à une cote z de 2,1. Toutefois, le secteur en question se situe sous la moyenne. Donc, la cote z exacte est de –2,1.
   b) Il s'agit d'un secteur bilatéral puisque 7,5 % des scores se situent à chaque limite. Déterminez où se situe l'entrée 0,425, soit à une cote z de 1,44. Il s'agit de la limite droite, tandis que la cote z de –1,44 délimite la limite gauche.

NOTES

La lettre grecque mu (μ) symbolise la moyenne d'une population.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

E-3 Utiliser la distribution normale et l'approximation normale de la distribution binomiale pour résoudre des problèmes reliés à des intervalles de confiance d'échantillons de grande taille.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Examiner les cotes *z* dans les distributions normales. (suite)**

  Exemple 1

  Utilisez un tableau de cotes z ou une calculatrice graphique pour déterminer le pourcentage des scores se situant sous la courbe de chacune des valeurs ci-dessous.

  a) $0 < z < 1$ b) $0 < z < 2$

  c) $-2 < z < 1$ d) $z < 1,5$

  Solution

  a) 34,13 % b) 47,72 %

  c) 81,85 % d) 93,32 %

  Exemple 2

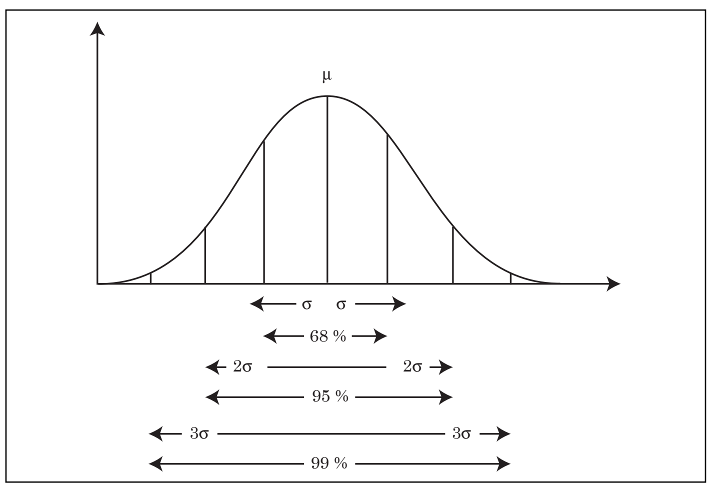
  Déterminez la cote z qui délimite la tranche supérieure de 10 % des scores.

  Solution

  $z = 1,28$

- **Reconnaître des faits importants.**

  Utilisez un tableau de cotes z pour confirmer que dans une distribution normale, 68 % des scores se situent à 1σ ou moins de μ, que 95 % des scores se situent à 2σ ou moins de μ et que près de 99 % des scores de situent à 3σ ou moins de μ.



  Ces faits sont importants et vous devez ne pas les oublier puisqu'ils sont utilisés très souvent.

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

E-3 Utiliser la distribution normale et l'approximation normale de la distribution binomiale pour résoudre des problèmes reliés à des intervalles de confiance d'échantillons de grande taille.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Reconnaître des faits importants. (suite)**

Exemple 1

Supposons que les grandeurs des femmes en Amérique du Nord sont distribuées normalement. Pour être admises dans le « Club des grandes dames », les femmes doivent avoir une grandeur minimale de 5 pi 10 po. En Amérique du Nord, les femmes ont une grandeur moyenne de 5 pi 5,5 po, et l'écart type est de 2,5 po. Quel pourcentage de femmes sera admis dans ce club?

Solution

Calculs en pouces :

$$z = \frac{(5 \text{ pi } 10 \text{ po } - 5 \text{ pi } 5{,}5 \text{ po})}{2{,}5 \text{ po}} = 1{,}80$$

Le secteur situé sous la courbe normale des grandeurs supérieures à 5 pi 10 po = 0,5 – 0,464 1 = 0,035 9. Donc, 3,59 % des femmes peuvent être admises dans ce club.

Calculs en pieds :

$$z = \frac{(5{,}833\,3 - 5{,}453\,3)}{0{,}208\,3} = 1{,}80$$

Le secteur situé sous la courbe normale des grandeurs supérieures à 5 pi 10 po = 0,5 – 0,464 1 = 0,035 9. Donc, 3,59 % des femmes peuvent être admises dans ce club.

Exemple 2

Vous trouverez ci-dessous les grandeurs des pantalons (tours de taille en pouces) vendus en une seule matinée à la Mercerie Mercier :

34, 38, 36, 38, 38, 34, 36, 36, 34, 34, 36, 40

32, 36, 36, 34, 36, 34, 40, 38 ,32, 36, 34, 34

La distribution de ces grandeurs est habituellement normale. Vous devez effectuer le calculs ci-dessous et indiquer si les résultats obtenus confirment l'énoncé.

a) Utilisez une calculatrice graphique ou un tableur pour déterminer la moyenne et l'écart type de cet ensemble de scores.

b) Quelle grandeur se situe à un écart type au-dessus de la moyenne?

   Quelle grandeur se situe à un écart type sous la moyenne?

c) Déterminez le nombre de scores qui se situent entre les deux valeurs de (b). Exprimez votre réponse sous forme de pourcentage par rapport au nombre total de scores.

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Les registres à propos d'un avion de type airbus indiquent que les vols effectués entre Frankfurt et Montréal arrivent, en moyenne, 5,4 minutes en retard et que l'écart type est de 1,4 minute. Utilisez le tableau de la distribution normale pour estimer le pourcentage des vols qui arrivent :

a) plus de 8,2 minutes en retard;

b) moins de 4,00 minutes en retard;

c) entre 2,6 et 6,8 minutes en retard.

Solution

a) Cote z pour 8,20 min = $\dfrac{(8{,}20 - 5{,}40)}{1{,}4} = \dfrac{2{,}8}{1{,}4} = 2$

Secteur à la droite de $z = 2$ dans un tableau de distribution normale = 0,5 – 0,477 2 = 0,022 8

Pourcentage requis de 2,28 %

b) Cote z pour 4,00 min = $\dfrac{(4 - 5{,}4)}{1{,}4} = \dfrac{-1{,}4}{1{,}4} = -1$

Secteur à la gauche de $z = -1$ = 0,5 – 0,341 3 = 0,158 7

Pourcentage requis de 1,59 %

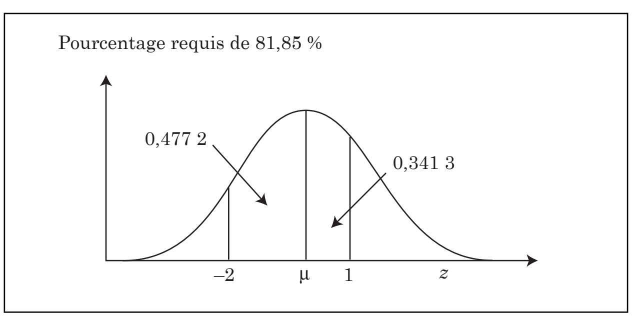
c) Cote z pour 2,6 min = $\dfrac{(2{,}6 - 5{,}4)}{1{,}4} = \dfrac{-2{,}8}{1{,}4} = -2$

Cote z pour 6,8 min = $\dfrac{(6{,}8 - 5{,}4)}{1{,}4} = \dfrac{1{,}4}{1{,}4} = 1$

Le secteur entre $z = -2$ et $z = 1$ correspond au secteur entre $z = -2$ et $z = 0$, ***plus*** le secteur entre $z = 0$ et $z = 1$.

Secteur = 0,477 2 + 0,341 3 = 0,818 5

Pourcentage requis de 81,85 %



Résultats d'apprentissage spécifiques

E-3 Utiliser la distribution normale et l'approximation normale de la distribution binomiale pour résoudre des problèmes reliés à des intervalles de confiance d'échantillons de grande taille.
– suite

Stratégies pédagogiques

- **Reconnaître des faits importants. (suite)**

  Exemple 2 — suite

  Solution

  a) Moyenne = 35,67.

  b) Moyenne + σ = 35,67 + 2,18 = 37,85.

  Moyenne – σ = 35,67 – 2,18 = 33,49.

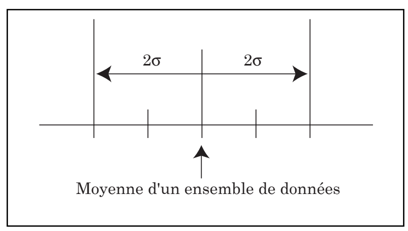
  c) Nombre de scores situés entre 33,44 et 37,80 = 16

  Pourcentage du total = 67 %

  Ces résultats se rapprochent de ceux d'une distribution normale. Nous pouvons confirmer que cet échantillon provient probablement d'une distribution normale.

- **Utiliser la distribution normale pour résoudre des problèmes reliés à des intervalles de confiance.**

  L'***intervalle de confiance*** pour la moyenne de la ***population*** peut être déterminé à l'aide des valeurs de la moyenne et de l'écart type de la population. Examinez l'intervalle illustré dans le diagramme ci-dessous.



Nous pouvons prouver que si nous étudions un très grand nombre d'ensembles de données de la même taille provenant de la population, les moyennes de 95 % de ces ensembles de données se situeraient dans l'intervalle (moyenne des données – 1,96σ, moyenne des données + 1,96σ).

Cet intervalle correspond à un ***intervalle de confiance de 95 % pour la moyenne de la population.***

Puisque 1,96 se rapproche de 2, nous utilisons souvent une approximation pour la règle ci-dessus en indiquant que l'intervalle de confiance de 95 % pour la moyenne de la population correspond à la moyenne des données de – 2σ jusqu'a la moyenne des données de + 2σ. Toutefois, les calculatrices graphiques utilisent habituellement 1,96σ et les élèves peuvent remarquer une légère différence entre une estimation calculée à l'aide de 2σ et le résultat de la calculatrice graphique.

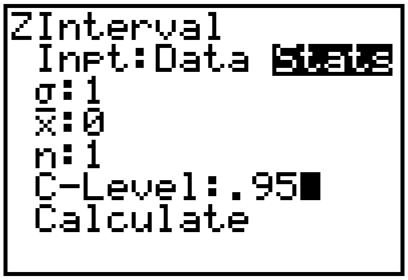
– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

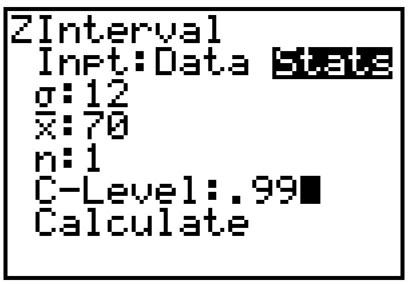
Problèmes

1. a) Interprétez l'écran ci-dessous de la calculatrice TI-83 :



   b) Quel résultat obtenez-vous lorsque vous appuyez sur Calculate?

2. a) Interprétez l'écran ci-dessous de la calculatrice TI-83 :



   b) Quel résultat obtenez-vous lorsque vous appuyez sur Calculate?

Solutions

1. a) Cet écran illustre les données que vous devez enregistrer dans la calculatrice pour obtenir un intervalle de confiance de 95 % pour la moyenne de la population lorsque vous savez ou que vous estimez que la valeur de la moyenne est de 0 et que l'écart type est de 1. Vous devez appuyer sur STAT, sélectionner TESTS, puis 7:ZInterval. Vous devez ensuite sélectionner STATS pour avoir accès à cet écran.

   b) (–1,96 , 1,96)

2. a) Cet écran illustre les données que vous devez enregistrer dans la calculatrice pour obtenir un intervalle de confiance de 99 % pour la moyenne de la population lorsque vous savez ou que vous estimez que la valeur de la moyenne est de 70 et que l'écart type est de 12. Vous devez appuyer sur STAT, sélectionner TESTS, puis 7:ZInterval. Vous devez ensuite sélectionner STATS pour avoir accès à cet écran.

   b) (39, 101)

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

E-3 Utiliser la distribution normale et l'approximation normale de la distribution binomiale pour résoudre des problèmes reliés à des intervalles de confiance d'échantillons de grande taille.
– *suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Utiliser la distribution normale pour résoudre des problèmes reliés à des intervalles de confiance. (suite)**

Lorsque l'intervalle de confiance est de 95 %, nous pouvons dire qu'il existe 19 chances sur 20 que la moyenne se situe dans cet intervalle.

Si la moyenne d'une population = 101 et que l'écart type = σ = 10, les moyennes d'environ 95 % d'ensembles supplémentaires de données de la même taille se situeraient dans les limites approximatives 101 ± 2(σ) = 101 ± 20 ou (81, 121). Vous remarquerez que l'intervalle de confiance de 95 % fourni par la calculatrice en utilisant 101 ± 1,96σ serait (81,4, 120,6)

Nous n'avons aucune information à propos de l'endroit où se situe la moyenne de la population dans cet intervalle.

De même, un intervalle de confiance de 99 % pour la moyenne de la population est fourni en utilisant la moyenne et l'écart type (σ) d'un ensemble de données et en construisant l'intervalle (la moyenne de l'ensemble de données – 2,57σ, la moyenne de l'ensemble de données + 2,57σ). Les limites de l'intervalle de confiance de 99 % de la moyenne pour la moyenne de la population sont 101 ± 2,575(10) ce qui produit l'intervalle (75, 127)

Une estimation approximative de l'intervalle dont les limites sont 101 ± 3(10) est souvent utilisée, ce qui produit l'intervalle (71, 131). Cet intervalle contient plus que 99 % des scores.

Exemple 1

La distribution du temps requis pour se rendre de Angleton à Bertrand est normale, la moyenne est de 1 h 32 min et l'écart type est de 14 min. Vous devez établir un intervalle de confiance symétrique de 95 % pour la moyenne du temps requis pour ce voyage.

Solution

Pour résoudre ce problème à l'aide de la calculatrice graphique TI-83, vous devez suivre les étapes suivantes :

- Appuyez sur STAT et sélectionnez TESTS au haut de l'écran, puis sélectionnez 7:ZInterval.
- Choisissez STATS en mettant cette option en surbrillance et en appuyant sur ENTER.
- Entrez les données pour que l'écran ressemble à l'écran ci-dessous. (Vous remarquerez que la valeur n = 1 fait en sorte que la calculatrice traite l'information en tant que population et non en tant qu'échantillon.)

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

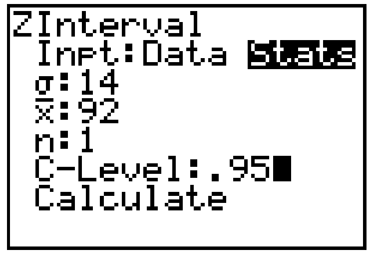
NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

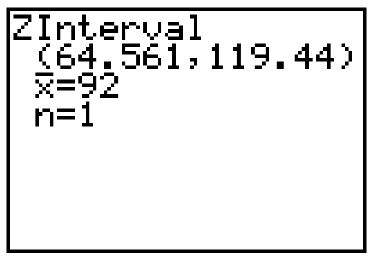
E-3 Utiliser la distribution normale et l'approximation normale de la distribution binomiale pour résoudre des problèmes reliés à des intervalles de confiance d'échantillons de grande taille.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Utiliser la distribution normale pour résoudre des problèmes reliés à des intervalles de confiance. (suite)**
  - Enregistrez l'écart type donné pour *s*.



  - Mettez en surbrillance le mot Calculate et appuyez sur ENTER.
  - L'écran ci-dessous devrait s'afficher et vous indiquer l'intervalle de confiance de 64,561 à 119,44.



La réponse pourrait être présentée comme suit :
64,56 minutes $< \bar{x} <$ 119,44 minutes.

Ce résultat est interprété comme suit : Si nous devions choisir des échantillons d'une population donnée (pour mesurer le temps requis) et déterminer les moyennes correspondantes, 95 % de ces moyennes se situeraient dans l'intervalle.

Exemple 2

Un élève enregistre 30 fois le temps qu'il met pour se rendre à l'école. Les temps enregistrés sont les suivants (en minutes) :

21, 18, 18, 16, 15, 21, 17, 15, 20, 14, 17, 18, 20, 19, 16
19, 18, 16, 21, 17, 15, 20, 14, 18, 17, 15, 16, 21, 18, 20

a) Utilisez la technologie pour déterminer la moyenne et l'écart type de cet ensemble de données (qui doit être traité en tant que population).

b) Si nous supposons que les scores obtenus proviennent d'une distribution normale, utilisez ces résultats pour produire un intervalle de confiance dans lequel se situent les moyennes d'ensembles supplémentaires de données contenant chacun 30 temps, 19 fois sur 20. Déterminez un intervalle de confiance de 95 % pour la moyenne de cette distribution.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Une usine de matériel électronique produit des cartes de circuits imprimés dont les durées de vie sont normalement distribuées et dont l'écart-type est de 80 heures. Deux cent cinquante cartes de circuits imprimés sont choisies au hasard et vérifiées, et on constate que la durée de vie moyenne est de 360 heures.
   a) Déterminez un intervalle de confiance de 95 % pour la durée de vie des cartes de circuits imprimés.
   b) Déterminez un intervalle de confiance de 99 % pour la durée de vie des cartes de circuits imprimés.

2. Le revenu hebdomadaire moyen des élèves de secondaire 4 qui travaillent à temps partiel doit être estimé. Un échantillon de 35 élèves est questionné, et on constate que le revenu moyen est de 75 $ par semaine et que l'écart-type est de 15 $. Si la distribution est normale, déterminez un intervalle de confiance de 95 % pour le revenu hebdomadaire moyen des élèves de secondaire 4.

Solutions

1 a) $203,2 < \bar{x} < 516,8$ heures

   Ainsi, la durée de vie d'une carte de circuits imprimés se situera dans l'intervalle indiqué dans 95 % des cas.

   b) $153,93 < \bar{x} < 566,07$ heures

2. $45,60\ \$ < \bar{x} < 104,40\ \$$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

E-3 Utiliser la distribution normale et l'approximation normale de la distribution binomiale pour résoudre des problèmes reliés à des intervalles de confiance d'échantillons de grande taille.
– suite

- **Utiliser la distribution normale pour résoudre des problèmes reliés à des intervalles de confiance. (suite)**

Solution

a) $\bar{x} \approx$ 17,67 minutes
σ = 2,15 minutes

b) En utilisant la méthode expliquée plus haut ou un tableur, vous déterminez que l'intervalle requis est de 13,46 minutes à 21,88 minutes.

L'intervalle de confiance de 95 % pour la moyenne est de (13,46, 21,88). Cet intervalle peut aussi être présenté comme suit : 13,46 < $\bar{x}$ < 21,88 minutes.

- **Utiliser l'approximation normale de la distribution binomiale pour résoudre des problèmes reliés à des intervalles de confiance.**

L'étude théorique des distributions binomiales n'est pas requise dans ce cours. Les élèves devraient toutefois pouvoir reconnaître les situations binomiales et mettre en pratique les formules requises pour obtenir la moyenne et l'écart type afin de prédire les résultats des situations binomiales. Les calculs à l'aide des formules ne font pas partie de ce cours.

Exemple 1

Une compagnie de vêtements sait que 80 % de tous les clients utilisent une carte de crédit pour faire leurs achats. La compagnie désire estimer le nombre de clients sur les 400 prochains clients qui utiliseront une carte de crédit. Déterminez l'intervalle de confiance de 95 % pour le nombre de clients sur les 400 prochains clients qui utiliseront une carte de crédit.

Solution

Il s'agit d'une situation binomiale puisque chaque client peut utiliser ou non une carte de crédit. Il n'existe que deux possibilités pour chaque personne.

La probabilité qu'une personne utilise une carte de crédit = p = 0,8.
La probabilité qu'une personne n'utilise pas une carte de crédit = q = 1 – 0,8 = 0,2.
Le nombre de clients = n = 400.

Le nombre moyen de clients qui utilisent une carte de crédit sur 400 clients est obtenu par la formule suivante : $\bar{x} = np$.

Il s'agit du nombre de clients qui devraient utiliser une carte de crédit.

L'écart type est obtenu par la formule suivante : $\sigma = \sqrt{npq}$.

Moyenne = $\bar{x}$ = 400(0,8) = 320.

Écart type = $\sigma = \sqrt{400(0{,}8)(0{,}2)}$ = 8.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Fred décide de faire un voyage de chasse. La probabilité qu'il atteigne le canard sur lequel il tire est de 0,4. Il pense faire 30 tirs. Déterminez l'intervalle de confiance pour le nombre de canards qu'il devrait atteindre et qui serait valide 19 fois sur 20.
2. Si 15 % de toutes les puces informatiques fabriquées sont défectueuses, déterminez un intervalle de confiance de 90 % pour le nombre moyen de puces défectueuses en paquets de 100 puces.

Solutions

1. Nombre de tirs = n = 30.

   Probabilité d'atteindre un canard = p = 0,4.

   Probabilité de ne pas atteindre un canard = q = 0,6.

   Moyenne = $\bar{x}$ = 30(0,4) = 12.

   Écart type = $\sigma = \sqrt{30(0,4)(0,6)} \approx 2,68$.

   Puisque nous devons obtenir un intervalle valide 19 fois sur 20, nous devons utiliser un intervalle de confiance de 95 % pour la moyenne. À l'aide de la technologie, nous obtenons (6,74, 17,25).

2. Moyenne = $\bar{x}$ = 100(0,15) = 15.

   Écart type = $\sigma = \sqrt{100(0,15)(0,85)} \approx 3,57$.

   Intervalle de confiance de 90 % pour la moyenne = (9,13, 20,87).

   Vous pourriez vous attendre à obtenir de 9 à 21 puces informatiques défectueuses dans chaque paquet de 100 puces informatiques.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

E-3 Utiliser la distribution normale et l'approximation normale de la distribution binomiale pour résoudre des problèmes reliés à des intervalles de confiance d'échantillons de grande taille.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Utiliser l'approximation normale de la distribution binomiale pour résoudre des problèmes reliés à des intervalles de confiance. (suite)**

Pour obtenir un intervalle de confiance pour les moyennes de groupes de 400 clients utilisant des cartes de crédit, il faut utiliser une distribution normale ayant une moyenne de 320 et un écart type de 8 et utiliser la technologie comme dans les cas précédents.

Cette procédure produit l'intervalle (304, 336).

Ainsi, sur 400 clients, le nombre de clients utilisant des cartes de crédit se situera entre 304 personnes et 336 personnes, 19 fois sur 20.

Exemple 2

Le directeur médical d'un camp de vacances établit qu'environ 3 % des enfants sont gravement malades pendant la saison. Si 600 enfants se sont inscrits au camp de vacances cet été :

a) déterminez, à un niveau de confiance de 95 %, combien d'enfants seront probablement gravement malades pendant la saison;

b) déterminez, à un niveau de confiance de 99 %, combien d'enfants seront probablement gravement malades pendant la saison.

Solution

Il s'agit d'une situation binomiale typique. Les deux résultats possibles sont « malades » et « non malades ».

a) $\bar{x} = np$

$\bar{x} = 600(3/100)$

$\bar{x} = 18$ enfants

$$\sigma = \sqrt{npq}$$

$$\sigma = \sqrt{600\left(\frac{3}{100}\right)\left(\frac{97}{100}\right)} = \sqrt{600(0{,}03)(0{,}97)}$$

$\sigma = 4{,}18$

Le niveau de confiance de 95 % (utilisez la calculatrice comme dans la question précédente) est de 9,81 à 26,19. Cela signifie que 19 fois sur 20, le nombre d'enfants malades sera supérieur à 9,81 mais inférieur à 26,19.

b) Le niveau de confiance de 99 % (utilisez la calculatrice comme dans la question précédente) est de 7,23 à 28,77 et peut être exprimé de la manière suivante :
$7{,}23 < \bar{x} < 28{,}77$.

Pour de plus amples renseignements, veuillez consulter l'annexe E-5 à la page E-46.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème
Les policiers patrouillant une autoroute déterminent qu'à un endroit en particulier, la probabilité qu'un automobiliste excède la limite de vitesse est de 60 %. Si 3 500 automobiles empruntent cette route chaque jour, déterminez l'intervalle de confiance de 90 % pour la moyenne du nombre d'automobilistes qui excèdent la limite de vitesse chaque jour.

Solution

$\bar{x} = np = (3\ 500)(0{,}60) = 2\ 100$

$\sigma = \sqrt{(3\ 500)(0{,}60)(0{,}40)} = 28{,}98$

Intervalle de confiance de 90 % : $2\ 052{,}3 < \bar{x} < 2\ 147{,}7$ ou

$2\ 052 < \bar{x} < 2\ 148$ automobiles

Ce résultat peut aussi être exprimé de la manière suivante : à chaque jour, le nombre d'automobiles excédant la limite de vitesse se situe entre 2 052 et 2 148, neuf fois sur dix.

Annexe E-1

Définition des termes fréquemment utilisés en statistique

Courbe normale : Courbe en forme de cloche (élévation au centre et limites symétriques). Il s'agit du contour de la distribution des fréquences d'une distribution binomiale ayant une grande quantité de données et dont la probabilité de chaque événement est de 0,5.

Distribution : Voir « Distribution des fréquences ».

Distribution binomiale : Données créées par des événements qui ne comportent que deux résultats possibles. Lorsque la probabilité de chaque résultat est de 0,5, on parle de courbe normale.

Distribution des fréquences : Lorsque les données sont recueillies en classes, le nombre de scores dans chaque classe se nomme la distribution des fréquences.

Distribution normale : Voir « Courbe normale ».

Données : Scores ou mesures relatives à une population.

Données continues : Scores ou mesures qui pourraient, du moins en théorie, correspondre à une valeur quelconque. Les scores obtenus aux tests correspondent habituellement à des données continues, même s'ils sont tous exprimés en nombres entiers. Un score de 65,5 pourrait être obtenu et avoir une signification.

Données discrètes : Données pour lesquelles les scores situés entre les scores obtenus n'ont aucune signification. Si on établissait une liste des températures maximales quotidiennes, les nombres entre les points de données n'auraient aucune signification.

Écart type : Mesure de la répartition des scores d'une population ou d'un échantillon par rapport à la moyenne.

Échantillon : Tout ensemble de données choisi à partir d'une population.

Échantillon aléatoire : Échantillon d'une population choisi de sorte que (a) chaque élément de données de la population a une chance égale d'être choisi et (b) qu'aucune sélection n'ait un effet sur toute autre sélection.

Erreur quadratique moyenne ($\sigma_{\overline{X}}$) : Mesure de la répartition des moyennes d'échantillons d'une population.

Intervalle de confiance : Intervalle de confiance pour la moyenne d'une population. Cet intervalle est établi à partir d'un échantillon d'une population, de sa moyenne et de son écart type, et il correspond à l'intervalle entourant la moyenne d'un échantillon dans lequel se situe μ, la moyenne de la population. Un intervalle de confiance de 95 % comprendra μ dans 95 % des cas (19 fois sur 20).

Médiane : Lorsqu'un ensemble de scores est présenté dans un ordre précis, il s'agit du score du centre.

Mode : Lorsque les scores sont recueillis en classes, le mode correspond au score du centre de la classe contenant le nombre le plus élevé de scores.

Moyenne : Somme d'un ensemble de scores divisée par le nombre de scores.

Population : Ensemble de tous les scores ou de toutes les mesures qui sont étudiés.

s : Voir « Écart type ». Symbole qui représente une estimation de l'écart type d'une population calculée à partir des données d'un échantillon de cette population.

Sigma (σ) : Symbole qui représente l'écart type d'une population.

Erreur quadratique moyenne d'une proportion : Mesure de la répartition des proportions des échantillons d'une population.

Cote z ou ***Écart réduit :*** Distance entre le score d'une distribution et la moyenne, mesurée en écarts types.

Symboles utilisés dans l'unité sur les statistiques

x correspond à un élément d'une population.

$\bar{x}$ correspond à la moyenne d'un ensemble de données.

n correspond au nombre de scores d'un ensemble de données.

μ correspond à la moyenne d'une population.

Σ est un symbole de sommation. Σx correspond à la somme de tous les éléments indiqués en tant que x.

σ ou « sigma » correspond à l'écart type d'un ensemble de données.

La formule utilisée pour calculer σ est la suivante : $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{n}}$

Nota : La formule $s = \sqrt{\frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n-1}}$ est utilisée lorsque nous voulons estimer l'écart type d'une population à l'aide d'un échantillon de cette population.

Annexe E-2

Opérations avec la calculatrice graphique TI-83

a) Enregistrement de données dans la liste de la TI-83
- Appuyez sur le bouton STAT de la calculatrice et vérifiez si l'option EDIT au haut de l'écran est en surbrillance. (Utilisez les touches fléchées vers la gauche et vers la droite pour déplacer la barre de surbrillance.)
- À partir de la liste sur l'écran, sélectionnez l'option 1:Edit, en tapant 1 ou en mettant cette option en surbrillance en utilisant les touches fléchées vers le haut et vers le bas et en appuyant sur ENTER.
- Vous devez ensuite placer le curseur à la colonne intitulée L1. Si cette liste n'est pas vide, appuyez sur la touche fléchée vers le haut pour mettre L1 en surbrillance, sur CLEAR, puis sur ENTER.
- Enregistrez les données de la liste L1 en appuyant sur ENTER après chaque enregistrement.
- Une fois tous les renseignements enregistrés, la calculatrice peut déterminer la moyenne et la médiane.
- Appuyez sur STAT et sélectionnez l'option CALC au haut de l'écran.
- Sélectionnez l'option 1:1-Var Stats. La ligne 1-Var Stats s'affichera à l'écran suivie d'un curseur clignotant. La calculatrice attend que vous lui disiez où sont sauvegardées les données que vous désirez utiliser.
- Appuyez sur 2nd et sur 1. L1 s'affichera à la fin de la ligne. (N'oubliez pas que vous avez enregistré vos données dans la liste L1.)
- Appuyez sur ENTER et attendez.

b) Enregistrement de données dans la liste de la TI-83 à partir d'une liste des fréquences
- Appuyez sur le bouton STAT de la calculatrice et vérifiez si l'option EDIT au haut de l'écran est en surbrillance. (Utilisez les touches fléchées vers la gauche et vers la droite pour déplacer la barre de surbrillance.)
- À partir de la liste sur l'écran, sélectionnez l'option1:Edit, en tapant 1 ou en mettant cette option en surbrillance en utilisant les touches fléchées vers le haut et vers le bas et en appuyant sur ENTER.
- Vous devez ensuite placer le curseur à la colonne intitulée L1. Si cette liste n'est pas vide, appuyez sur la touche fléchée vers le haut pour mettre L1 en surbrillance, sur CLEAR, puis sur ENTER.
- Enregistrez les scores de la première colonne L1 en appuyant sur ENTER après chaque enregistrement.
- Placez le curseur dans la colonne intitulée L2. Si cette liste n'est pas vide, appuyez sur la touche fléchée vers le haut pour mettre L2 en surbrillance, sur CLEAR, puis sur ENTER.
- Enregistrez les nombres de la colonne des fréquences dans la liste L2 en appuyant sur ENTER après chaque enregistrement. Ces nombres doivent être alignés avec les nombres correspondants de L1.
- Une fois tous les renseignements enregistrés, la calculatrice peut déterminer la moyenne et la médiane.

Calcul de la moyenne et de la médiane
- Appuyez sur le bouton STAT et sélectionnez l'option CALC au haut de l'écran.
- Sélectionnez l'option 1.1-Var Stats. Une ligne affichant 1-Var Stats s'affichera à l'écran et sera suivie par un curseur clignotant. La calculatrice attend que vous lui disiez où sont sauvegardées les données que vous désirez utiliser.
- Appuyez sur 2nd et sur 1. Appuyez sur « , », sur 2nd et sur 2. La ligne 1-Var Stats L1,L2 devrait s'afficher à l'écran.
- Appuyez sur ENTER pour obtenir l'information.

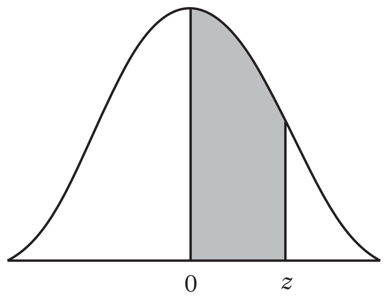
c) Comment tracer un histogramme représentant les données d'une distribution des fréquences.

- Enregistrez les données dans L1 et L2 de la manière indiquée à l'annexe E-2(b).
- Pour sélectionner STAT PLOT, appuyez sur 2nd et sur Y=.
- Sélectionnez 1:Plot1, et appuyez sur ENTER.
- Sélectionnez On et ENTER.
- Utilisez les touches fléchées pour sélectionner le troisième type, celui qui ressemble à un histogramme, et appuyez sur ENTER.
- Utilisez les touches fléchées pour mettre Xlist en surbrillance et sélectionnez L1 en appuyant sur 2nd et sur 1.
- Utilisez les touches fléchées pour mettre Freq: en surbrillance et sélectionnez L2 en appuyant sur 2nd et sur 2.
- Maintenant, enregistrez les valeurs ci-dessous.
- $X_{min} = 0$
- $X_{max} = 10$
- $X_{scl} = 1$
- $Y_{min} = -10$
- $Y_{max} = 180$
- $Y_{scl} = 20$

***Nota* :** Si vous utilisez ZOOM et 9:ZoomStat pour enregistrer les valeurs de manière automatique, la valeur 0,7 sera automatiquement enregistrée pour X_{scl}, et le graphique ne sera pas exact. Modifiez la valeur de X_{scl} à 1.

Annexe E-3

Distribution normale centrée réduite



Remarques :

1. Lorsque la valeur de *z* est supérieure à 3,09, utilisez 0,499 9 pour l'aire.
2. Utilisez ces valeurs communes qui résultent de l'interpolation :

Cotes z	*Aire*
1,645	0,450 0
2,575	0,495 0

Tableau des cotes z

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,000 0	0,004 0	0,008 0	0,012 0	0,016 0	0,019 9	0,023 9	0,027 9	0,031 9	0,035 9
0,1	0,039 8	0,043 8	0,047 8	0,051 7	0,055 7	0,059 6	0,063 6	0,067 5	0,071 4	0,075 3
0,2	0,079 3	0,083 2	0,087 1	0,091 0	0,094 8	0,098 7	0,102 6	0,106 4	0,110 3	0,114 1
0,3	0,117 9	0,121 7	0,125 5	0,129 3	0,133 1	0,136 8	0,140 6	0,144 3	0,148 0	0,151 7
0,4	0,155 4	0,159 1	0,162 8	0,166 4	0,170 0	0,173 6	0,177 2	0,180 8	0,184 4	0,187 9
0,5	0,191 5	0,195 0	0,198 5	0,201 9	0,205 4	0,208 8	0,212 3	0,215 7	0,219 0	0,222 4
0,6	0,225 7	0,229 1	0,232 4	0,235 7	0,238 9	0,242 2	0,245 4	0,248 6	0,251 7	0,254 9
0,7	0,258 0	0,261 1	0,264 2	0,267 3	0,270 4	0,273 4	0,276 4	0,279 4	0,282 3	0,285 2
0,8	0,288 1	0,291 0	0,293 9	0,296 7	0,299 5	0,302 3	0,305 1	0,307 8	0,310 6	0,313 3
0,9	0,315 9	0,318 6	0,321 2	0,323 8	0,326 4	0,328 9	0,331 5	0,334 0	0,336 5	0,338 9
1,0	0,341 3	0,343 8	0,346 1	0,348 5	0,350 8	0,353 1	0,355 4	0,357 7	0,359 9	0,362 1
1,1	0,364 3	0,366 5	0,368 6	0,370 8	0,372 9	0,374 9	0,377 0	0,379 0	0,381 0	0,383 0
1,2	0,384 9	0,386 9	0,388 8	0,390 7	0,392 5	0,394 4	0,396 2	0,398 0	0,399 7	0,401 5
1,3	0,403 2	0,404 9	0,406 6	0,408 2	0,409 9	0,411 5	0,413 1	0,414 7	0,416 2	0,417 7
1,4	0,419 2	0,420 7	0,422 2	0,423 6	0,425 1	0,426 5	0,427 9	0,429 2	0,430 6	0,431 9
1,5	0,433 2	0,434 5	0,435 7	0,437 0	0,438 2	0,439 4	0,440 6	0,441 8	0,442 9	0,444 1
1,6	0,445 2	0,446 3	0,447 4	0,448 4	0,449 5	0,450 5	0,451 5	0,452 5	0,453 5	0,454 5
1,7	0,455 4	0,456 4	0,457 3	0,458 2	0,459 1	0,459 9	0,460 8	0,461 6	0,462 5	0,463 3
1,8	0,464 1	0,464 9	0,465 6	0,466 4	0,467 1	0,467 8	0,468 6	0,469 3	0,469 9	0,470 6
1,9	0,471 3	0,471 9	0,472 6	0,473 2	0,473 8	0,474 4	0,475 0	0,475 6	0,476 1	0,476 7
2,0	0,477 2	0,477 8	0,478 3	0,478 8	0,479 3	0,479 8	0,480 3	0,480 8	0,481 2	0,481 7
2,1	0,482 1	0,482 6	0,483 0	0,483 4	0,483 8	0,484 2	0,484 6	0,485 0	0,485 4	0,485 7
2,2	0,486 1	0,486 4	0,486 8	0,487 1	0,487 5	0,487 8	0,488 1	0,488 4	0,488 7	0,489 0
2,3	0,489 3	0,489 6	0,489 8	0,490 1	0,490 4	0,490 6	0,490 9	0,491 1	0,491 3	0,491 6
2,4	0,491 8	0,492 0	0,492 2	0,492 5	0,492 7	0,492 9	0,493 1	0,493 2	0,493 4	0,493 6
2,5	0,493 8	0,494 0	0,494 1	0,494 3	0,494 5	0,494 6	0,494 8	0,494 9	0,495 1	0,495 2
2,6	0,495 3	0,495 5	0,495 6	0,495 7	0,495 9	0,496 0	0,496 1	0,496 2	0,496 3	0,496 4
2,7	0,496 5	0,496 6	0,496 7	0,496 8	0,496 9	0,497 0	0,497 1	0,497 2	0,497 3	0,497 4
2,8	0,497 4	0,497 5	0,497 6	0,497 7	0,497 7	0,497 8	0,497 9	0,497 9	0,498 0	0,498 1
2,9	0,498 1	0,498 2	0,498 2	0,498 3	0,498 4	0,498 4	0,498 5	0,498 5	0,498 6	0,498 6
3,0	0,498 7	0,498 7	0,498 7	0,498 8	0,498 8	0,498 9	0,498 9	0,498 9	0,499 0	0,499 0

Annexe E-4

Ressources Internet

Adresses Internet pratiques :

Statistique Canada

http://www.statcan.ca

Le site de Statistique Canada indique les adresses des sites connexes pour toutes les provinces et de nombreux sites web du monde.

Gouvernement du Manitoba

http://www.gov.mb.ca

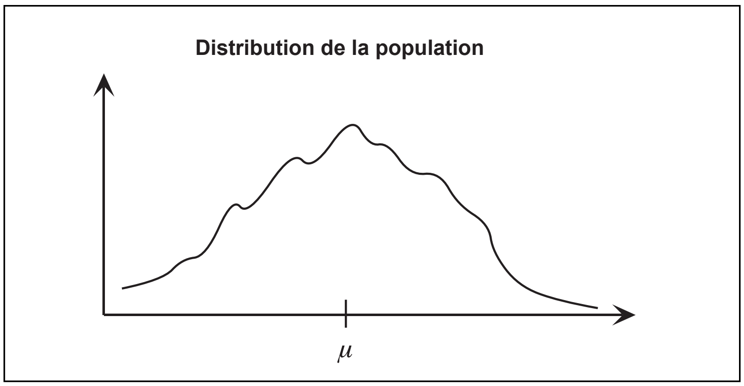
Institut canadien d'information sur la santé

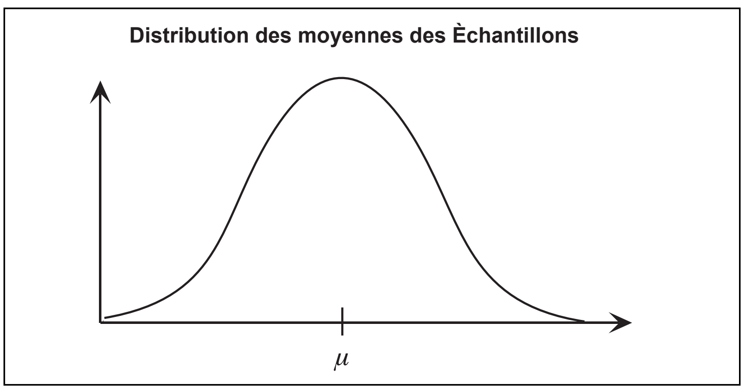
http://www.cihi.ca

Autres éléments théoriques

- **Connaître l'erreur quadratique moyenne ($\sigma_{\overline{X}}$).**
  Supposons que la moyenne d'une population est μ et que l'écart type est σ.

  Nous pouvons prouver que si nous prenons un grand nombre d'échantillons de taille n d'une population ayant une distribution raisonnable quelconque, les moyennes des échantillons seront regroupées autour de μ dans une distribution normale.





De plus, la distribution des moyennes des échantillons aura son propre écart type, que l'on nomme l'***erreur quadratique moyenne* ($\sigma_{\overline{X}}$).**

$$\sigma_{\overline{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

> Si dans la distribution, la moyenne = μ et l'écart type = σ, l'ensemble de tous les échantillons de taille n de la distribution forme une distribution normale dont la moyenne = μ et l'écart type = σ.

Exemple 1

Si les valeurs d'une distribution sont les suivantes : $\mu = 75$ et $\sigma = 20$,

a) où devraient se situer 95 % des moyennes des échantillons aléatoires de taille 25?

b) où devraient se situer 95 % des moyennes des échantillons aléatoires de taille 100?

Solutions

a) $\sigma_{\overline{X}} = \dfrac{20}{\sqrt{25}} = \dfrac{20}{5} = 4$

Nous devons nous attendre à ce que 95 % des moyennes se situent à $2\,\sigma_{\overline{X}}$ ou moins de 75. L'intervalle est de 75 – 2 x 4 à 75 + 2 x 4 ou (67, 83).

b) $\sigma_{\overline{X}} = \dfrac{20}{\sqrt{100}} = \dfrac{20}{10} = 2$

Nous devons nous attendre à ce que 95 % des moyennes se situent à $2\sigma_{\overline{X}}$ ou moins de 75. L'intervalle est de 75 – 2 x 2 à 75 + 2 x 2 ou (71, 79).

- **Construire des intervalles de confiance.**

Dans la plupart des cas, nous ne disposons que d'un échantillon, et nous aimerions savoir où se situe μ.

Si nous avons un échantillon, sa moyenne et l'écart type de la population, nous pouvons construire un intervalle de confiance autour de la moyenne de l'échantillon dans lequel μ, la moyenne de la population, se situera.

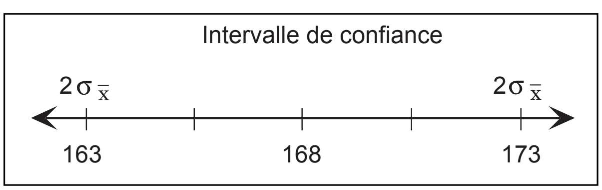
Puisque nous désirerons utiliser une estimation de l'écart type de la population, nous utiliserons la formule relative à l'écart type de la population (s). Sur la calculatrice, nous utiliserons la touche s plutôt que la touche σ.

Si un échantillon aléatoire a les valeurs suivantes : taille = 36, $\overline{x}$ = 168 et s = 15, nous pouvons calculer l'erreur quadratique moyenne comme nous l'avons fait ci-dessus.

$$\sigma_{\overline{X}} = \frac{15}{\sqrt{36}} = \frac{15}{6} = 2{,}5$$

Nous ne savons pas où se situe μ, mais peu importe son emplacement, il existe une probabilité de 95 % que la moyenne de tout échantillon, y compris la nôtre, se situe à (2 x 2,5 =) 5 de μ. Ainsi, il existe une probabilité de 95 % que μ et que la moyenne de notre échantillon, 168, se situent à une distance maximale de 5.

Par conséquent, nous pouvons construire un intervalle de confiance de 95 % autour de 168.



Il existe une probabilité de 95 % que μ se situe quelque part dans cet intervalle.

Nota : μ se situe probablement dans cet intervalle, mais cela ne nous indique pas où se situeront les moyennes des autres échantillons. Il existe une probabilité de 95 % qu'elles se situeront à une distance maximale de 5 de μ, mais nous ne savons pas où se situe μ. Si μ se situe près de l'une des limites de l'intervalle de confiance, les moyennes de nombreux échantillons futurs seraient situées loin de 168.

L'intervalle de confiance nous indique où se situe probablement μ. Il ne nous indique pas où se situeront probablement les moyennes des échantillons futurs.

Exemple 1

Les vitesses d'un échantillon aléatoire de 100 automobiles circulant devant un parc sont enregistrées par un radar. Dans cet échantillon, $\bar{x} = 39$ et $s = 6$.

a) Déterminez l'intervalle de confiance de 95 % dans lequel sera probablement située la vitesse moyenne de toutes les automobiles circulant devant le parc.

b) Pour les données ci-dessus, déterminez l'intervalle de confiance de 99 %.

Solution

a) $\sigma_{\bar{x}} = \dfrac{6}{\sqrt{100}} = 0{,}6$

L'intervalle de confiance de 95 % se situe de (39 – 2 x 0,6) à (39 + 2 x 0,6) = (37,8, 40,2).

b) L'intervalle de confiance de 99 % se situe de (39 – 3 x 0,6) à (39 + 3 x 0,6) = (37,2, 40,8).

Exemple 2

Un échantillon de 40 élèves de 6e année dans une ville effectue un examen de 20 questions de multiplications de base. Pour cet échantillon, $\bar{x} = 15$ et $s = 3$.

a) Déterminez l'intervalle de confiance de 95 % pour μ, le score moyen de la ville.

b) Quel serait le risque couru en faisant ce calcul si l'échantillon était en fait une classe complète de 40 élèves?

c) S'il était important de calculer μ le mieux possible, que pourriez-vous faire?

Solution

a) $\sigma_{\bar{x}} = \dfrac{3}{\sqrt{40}} = 0{,}474 = 0{,}5$

L'intervalle de confiance est 15 ± 1 = (14, 16).

b) Il ne s'agirait probablement pas d'un échantillon aléatoire.

c) Les réponses peuvent varier. Voici quelques réponses possibles :
   - Utiliser un échantillon plus grand.
   - Combiner plusieurs classes.
   - Faire une sélection aléatoire parmi tous les élèves de la ville.

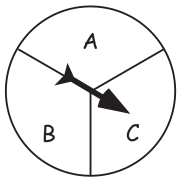
- **Déterminer les niveaux de confiance et les proportions.**

Nous utilisons l'erreur quadratique moyenne des scores de deux façons :

a) Si nous connaissons la moyenne d'une population, nous pouvons estimer où les moyennes des échantillons de taille n se situeront probablement.

b) Si nous ne disposons que d'un seul échantillon, nous pouvons construire un intervalle de confiance dans lequel la moyenne de la population se situera probablement.

Nous pouvons faire ces deux mêmes choses avec les ***proportions***. S'il existe un tiers des chances que la flèche ci-dessous s'arrête sur A, nous pouvons nous attendre à ce qu'elle s'arrête sur A dans un tiers des cas si elle est tournée un grand nombre de fois.



Pour en savoir plus, nous devons avoir l'erreur quadratique moyenne d'une proportion. Si p correspond à la probabilité qui nous intéresse et si nous pensons enregistrer N événements, donc

$$\sigma_{\overline{X}} = \sqrt{\frac{p\,(1 - p)}{N}}$$

Cette formule devient suspecte lorsque p est trop éloigné de 0,5. Il est préférable de ne pas l'utiliser lorsque $p < 0{,}2$ ou $p > 0{,}8$.

Exemple 1

Lorsque nous connaissons la proportion d'une population.

On sait que 30 % des personnes d'une population auront probablement un rhume en novembre ou en décembre. Les données seront recueillies dans un échantillon aléatoire de 100 personnes. Déterminez l'intervalle dans lequel il existe 95 % des chances que les rhumes de l'échantillon se situent.

Solution

$$\sigma_{\overline{X}} = \sqrt{\frac{(0{,}3)\,(0{,}7)}{100}} = 0{,}045$$

Nous pouvons nous attendre à ce que la proportion des rhumes de l'échantillon se situe dans l'intervalle de 0,3 – (2 x 0,045) à 0,3 + (2 x 0,045) ou (0,21, 0,39) dans 95 % des cas. Nous pouvons affirmer que dans un échantillon de 100 personnes, nous pouvons nous attendre à ce que les personnes qui ont un rhume soient dans l'intervalle (21, 39) 19 fois sur 20.

Exemple 2

Lorsque nous ne disposons que d'une proportion de l'échantillon.

Le directeur d'un supermarché détermine qu'un samedi en particulier, 25 % des 200 adultes qui sont entrés dans le magasin étaient accompagnés par des enfants. Déterminez l'intervalle de confiance de 95 % pour le pourcentage des adultes qui seront accompagnés par des enfants sur une longue période.

Solution

$$\sigma_{\overline{X}} = \sqrt{\frac{(0{,}25)\,(0{,}75)}{200}} = 0{,}03$$

L'intervalle de confiance de 95 % se situe de 0,25 – (2 x 0,03) à 0,25 + (2 x 0,03) ou à (0,19, 0,31) La proportion de la population se situe probablement dans cet intervalle.

Nous pouvons affirmer que, d'après cet échantillon de 200 adultes, la proportion accompagnée par des enfants à long terme se situe entre 19 % et 31 %, 19 fois sur 20.

- **Comprendre et interpréter les sondages d'opinions.**

  Les politiciens, les gouvernements et les journalistes veulent souvent savoir ce que les électeurs pensent d'une question ou pour qui ils voteront.

  Par exemple, une maison de sondage peut demander à un échantillon aléatoire de 100° personnes si elles voteraient ou non pour le parti R si une élection avait lieu aujourd'hui.

  Si 47 % des personnes répondaient le parti R, $\sigma_{\overline{X}} = \sqrt{\dfrac{0{,}47 \times 0{,}53}{1000}} = 0{,}016$.

  L'intervalle de confiance de 95 % pour la proportion votant pour le parti R est de 0,47 ± (2 x 0,016) = (0,438, 0,502). Puisque 0,032 est près de 3 %, on pourrait indiquer que le parti R est appuyé par 47 % de la population. Ce pourcentage serait exact à 3 % près, dans 95 % des cas (ou 19 fois sur 20).

  Il faut noter que :

  a) les sondages n'offrent aucune certitude, non en raison des statistiques (s'ils sont correctement effectués), mais pour les raisons suivantes :
     - — il est difficile d'obtenir de bons échantillons aléatoires d'électeurs;
     - — certaines personnes ne disent pas la vérité afin d'envoyer un message aux candidats;
     - — certaines personnes ne disent pas la vérité parce qu'elles n'aiment pas les sondages;
     - — les opinions des gens peuvent changer rapidement.

  b) la ***population*** peut être d'une taille quelconque. Si l'échantillon est aléatoire, l'intervalle de confiance est le même peu importe si la population est de 5 000 ou de 20 000 000;

  c) la largeur de l'intervalle de confiance dépend de la taille de l'échantillon. L'étendue de l'échantillon ci-dessus est de 6 %. L'intervalle de confiance pour un échantillon de 10 000 personnes (si la maison de sondage peut se le permettre) aurait une erreur quadratique moyenne $\sigma_{\overline{X}} \cong 0{,}005$ et l'intervalle de confiance serait (0,46, 0,48).

  Exemple 1

  Une maison de sondage questionne 200 personnes, choisies au hasard, et détermine que 130 de ces personnes préfèrent la marque A à la marque B. Calculez l'intervalle de confiance de 95 % pour ce résultat et rédigez un communiqué de presse à ce sujet.

  Solution

  Probabilité de choisir la marque A = 130 ÷ 200 = 0,65.

  $$\sigma_{\overline{X}} = \sqrt{\frac{(0{,}65)(1 - 0{,}65)}{200}} \approx 0{,}034$$

  Intervalle requis = 0,65 ± 2(0,034) = 0,65 ± 0,068 = (0,582, 0,718).

  Exemple de communiqué de presse : Le pourcentage de personnes ayant choisi la marque A est exact à 65 % à 7 points de pourcentage près, 19 fois sur 20.

  Autre exemple de communiqué de presse : Entre 58 % et 72 % de la population choisissent la marque A.

  Exemple 2

  Une maison de sondage signale que 36 % des clients d'un supermarché préfèrent la marque A, et elle affirme que cette estimation est exacte à 7 % près, dans 95 % des cas. Quelle est la taille de l'échantillon?

Solution

L'erreur quadratique moyenne ($\sigma_{\overline{X}}$) doit être de $\frac{0{,}07}{2} = 0{,}035$

Ce qui correspond à $\sqrt{\frac{0{,}36 \times 0{,}64}{n}} = 0{,}035$.

Au carré, $\frac{0{,}36 \times 0{,}64}{n} = 0{,}001\,2$

$$n = \frac{0{,}36 \times 0{,}64}{0{,}001\,2} = 192$$

La maison a probablement utilisé un échantillon de 200 personnes.

Unité F
Design et mesure

DESIGN ET MESURE

Introduction

Cette unité met l'accent sur l'acquisition des aptitudes nécessaires aux élèves pour analyser des objets, des formes et des procédés afin de résoudre des problèmes reliés aux coûts et à la conception.

Pratiques d'enseignement

Les enseignants peuvent présenter les résultats d'apprentissage de cette unité en périodes successives ou il peuvent les répartir sur une période donnée.

Dans cette unité, l'accent doit être mis sur la communication technique. De plus, les élèves doivent acquérir de bonnes aptitudes organisationnelles afin d'intégrer les nombreux aspects associés à chaque enquête ou à chaque projet.

L'enseignement doit encourager les élèves à faire des recherches sur les diverses approches reliées aux problèmes et à établir des liens entre les différents concepts des résultats d'apprentissage. À la fin de cette unité, les élèves doivent être en mesure d'effectuer un projet comprenant ces concepts.

Projets

La plupart des résultats d'apprentissage de cette unité peuvent être étudiés si les élèves entreprennent des projets appropriés. Les élèves peuvent travailler individuellement ou en petits groupes.

Matériel d'enseignement

- calculatrice graphique
- ordinateur comprenant un logiciel de tableur

Durée

14 heures

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE

Résultat général

Analyser les objets, les figures et les procédés de manière à résoudre des problèmes portant sur les coûts et le design.

Résultats spécifiques

F-1 Utiliser les dimensions et les prix de certaines unités pour résoudre des problèmes relatifs au périmètre, à l'aire et au volume.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

***Nota* :** Les enseignants peuvent transmettre la matière de cette unité en un bloc de temps ou l'étalonner sur une plus longue période de temps. Ils devraient encourager les élèves à examiner différentes approches aux problèmes et à relier les divers concepts tirés des résultats obtenus de manière à entreprendre un projet comportant ces divers concepts. Parmi ces concepts on compte notamment le périmètre, l'aire, l'aire totale, le volume, la trigonométrie d'angles droits et obliques, ainsi que l'analyse des coûts et l'analyse budgétaire. Il faut aussi traiter les concepts d'estimation pour ce qui est des questions portant sur les mesures de figures irrégulières.

Dans cette unité, il faut mettre l'accent sur le thème de la communication technique. Les élèves doivent aussi apprendre à développer de très bonnes aptitudes organisationnelles puisque plusieurs facettes sont liées à chaque étude ou projet. L'information qui suit est une liste des critères possibles pouvant être utilisés par l'élève lorsque celui-ci effectue des projets de conception et d'analyse de coûts.

Critères de projet

Supposez que vous êtes chargé du design de projets d'une entreprise de construction et que vous devez donner certaines directives générales à vos employés. Examinez ce qui suit :

- Créez une construction de quelque type. Il peut s'agir d'un objet fait à partir de tout matériel. La seule restriction est que la construction doit comprendre l'un ou plusieurs des facteurs suivants, soit le périmètre, l'aire, l'aire totale ou le volume.
- Tracez un diagramme à l'échelle de l'objet. Indiquez l'échelle utilisée.
- Effectuez une analyse des coûts du projet en tenant compte de toutes les pièces nécessaires et en allouant une somme pour les articles divers. Supposez que la TPS et la TVP s'élèvent à 7 % chacune. Indiquez le coût total de la construction. Il serait pratique d'obtenir la soumission provenant de plus d'un fournisseur.
- Vous pouvez comparer la possibilité d'effectuer les travaux de plus d'une façon.
- Vous pouvez établir un budget avant le début du projet et vous assurer que les limites budgétaires ne sont pas dépassées.
- Vous devriez décrire toute estimation faite au sujet de la forme de certaines parties ou de l'ensemble du projet.
- Vous pouvez utiliser tout logiciel pratique. Vous pouvez également avoir recours à un tableur pour effectuer les calculs nécessaires dans le cadre du projet.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Ressources

Secondaire 4 – Exercices de mathématiques appliquées, Éducation et Formation professionnelle Manitoba

Mathématiques appliquées, Secondaire 4 – Cours destiné à l'enseignement à distance, Winnipeg, MB : Éducation et Formation professionnelle Manitoba, 2000.

— Module 3, Leçons 1

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES
F-1 Utiliser les dimensions et les prix de certaines unités pour résoudre des problèmes relatifs au périmètre, à l'aire et au volume. *– suite*	• **Utiliser les dimensions et les prix de certaines unités pour résoudre des problèmes relatifs au périmètre, à l'aire et au volume** Demandez aux élèves de produire une feuille de formules comprenant des figures auxquelles ils pourront se rapporter lors d'exercices et de projets. Ou bien, vous pouvez suggérer aux élèves de produire une feuille de calcul comportant les formules pour obtenir le périmètre, l'aire et le volume. La feuille de calcul ci-dessous est un exemple pouvant servir aux élèves.

	A	B	C	D	E	F
1	FORME					
2	**Triangle**		**Trapézoïde**		**Rectangle**	
3	Côté a		Côté a		Longueur l	
4	Côté b		Côté b		Largeur L	
5	Côté c		Côté c		Profondeur p	
6	Hauteur h		Côté d		Périmètre	=2*F3+2*F4
7	Profondeur p		Hauteur h		Aire	=F3*F4
8	Hauteur d'inclinaison /		Profondeur p		Al_{prisme}	=F6*F5
9	Périmètre	=SOMME(B3:B5)	Périmètre	=SUM(D3:D6)	At_{prisme}	=F8+2*F7
10	Aire	=0,5*B4*B6	Aire	=0,5*(D3+D4)*D7	V_{prisme}	=F7*F5
11	Al_{prisme}	=B9*B7	Al_{prisme}	=D9*D8	$V_{pyramide}$	=1/3*F10
12	At_{prisme}	=B11+2*B10	At_{prisme}	=D11+2*D10		
13	$Al_{pyramide}$	=SI(B3=B4=B5,0.5*B9*B8,N/A)	V_{prisme}	=D10*D8		
14	$At_{pyramide}$	=SI(B3=B4=B5,B13+B10,N/A)	$V_{pyramide}$	=1/3*D13		
15	V_{prisme}	=B10*B7				
16	$V_{pyramide}$	=1/3*B15				
17						
18	FORME					
19	**Carré**		**Cercle**		**Figure irrégulière**	
20	Côte s		Rayon r		Périmètre	
21	Profondeur p		Profondeur p		Aire	
22	Hauteur d'inclinaison /		Hauteur d'inclinaison /		Profondeur p	
23	Périmètre	=4*B20	Circonférence	=2*3,14*D20	Al_{prisme}	=F20*F22
24	Aire	=B20^2	Aire	=3,14*D20^2	At_{prisme}	=F23+2*F21
25	Al_{prisme}	=B24*B21	$Al_{cylindre}$	=D23*D21	V_{prisme}	=F21*F22
26	At_{prisme}	=B25+2*B24	$At_{cylindre}$	=D25+2*D24	$V_{pyramide}$	=1/3*F25
27	$Al_{pyramide}$	=0,5*B23*B22	Al_{cone}	=0,5*D23*D22		
28	$At_{pyramide}$	=B27+B24	At_{cone}	=D27+D24		
29	V_{prisme}	=B24*B21	$V_{cylindre}$	=D24*D21		
30	$V_{pyramide}$	=1/3*B29	V_{cone}	=1/3*D29		
31						

– suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

F-1 Utiliser les dimensions et les prix de certaines unités pour résoudre des problèmes relatifs au périmètre, à l'aire et au volume.
– suite

- **Utiliser les dimensions et les prix de certaines unités pour résoudre des problèmes relatifs au périmètre, à l'aire et au volume *(*suite*)***

Les élèves peuvent aussi se servir de certains programmes qui utilisent la technologie graphique avec calculatrices.

Vous pouvez fournir aux élèves des tables de conversion pour faciliter les diverses conversions.

Les élèves ne devraient pas se préoccuper d'obtenir les réponses exactes, mais ils devraient savoir que dans le cadre de ces exercices, la réponse approximative est toute aussi importante.

Exemple 1

Une boîte rectangulaire CLOSE a une base carrée dont les côtés mesurent 21 cm et une hauteur de 42 cm. La boîte est faite d'acier titane.

a) Calculez le volume de la boîte en centimètres cubes et convertissez le résultat en mètres cubes.
b) Tracez un schéma éclaté de la boîte. Indiquez l'échelle utilisée.
c) Calculez en centimètres carrés l'aire des matériaux nécessaires pour fabriquer la boîte.
d) Si chaque joint doit être soudé, déterminez le nombre minimum de joints requis pour fabriquer la boîte, ainsi que la longueur totale des joints.
e) Calculez le coût des matériaux si le prix à l'unité est de 36,85 $/m² et la soudure coûte 4,00 $/mètre linéaire.
f) Trouvez le coût total, comprenant la TVP et la TPS, de la fabrication de 25 boîtes.

Solution

a) Volume = aire de base x hauteur
= 21 x 21 x 42
= 18 522 cm³ ou 0,018 522 m³

b)

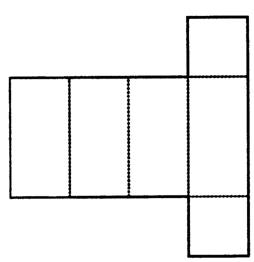


Schéma éclaté le plus commun

Échelle : 1 mm = 2,625 cm

c) aire des côtés = 4(21 x 42) = 3 528 cm²
aire du dessus et du dessous = 2(21 x 21) = 882 cm²
aire totale = 4 410 cm²
aire totale = 0,441 m²

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

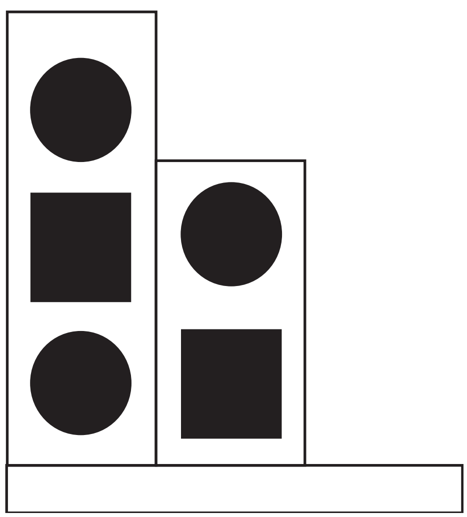
L'entreprise Animaux plus fabrique et vend des structures de jeux pour chats. La vue avant est présentée ci-dessous. Le diamètre des cercles est de 30 cm et les côtés des carrés sont de 30 cm. Le diagramme ci-dessous présente les espaces découpés dans lesquels les chats peuvent jouer ou sommeiller.

La base de la structure a une largeur de 1,5 m et une hauteur de 10 cm. Les deux tours ont 50 cm de largeur et 1,5 m et 1 m de hauteur respectivement. L'intérieur de l'espace découpé doit être muni de tapis. Il faut peinturer le reste de la structure de jeux avec de la peinture au coût de 7,95 $ le litre; chaque litre couvre 4 m^2.

a) Estimez la quantité totale de tapis nécessaire pour ce projet.

b) Le tapis est disponible en largeur de 365 cm. Préparez un modèle de découpage pour le tapis. Quelle longueur de tapis faut-il? Quelle quantité de tapis est perdue?

c) Combien en coûtera-t-il pour peinturer la structure si vous appliquez 3 couches de peinture?



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

F-1 Utiliser les dimensions et les prix de certaines unités pour résoudre des problèmes relatifs au périmètre, à l'aire et au volume.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Utiliser les dimensions et les prix de certaines unités pour résoudre des problèmes relatifs au périmètre, à l'aire et au volume *(*suite*)***

Exemple 1 – suite

Solution – suite

d) nombre minimum de joints :

1 joint pour la hauteur : longueur = 42 cm
3 joints pour le dessus : longueur = 63 cm
3 joints pour le dessous : longueur = 63 cm
longueur totale de la soudure : = 168 cm ou 1,68 m

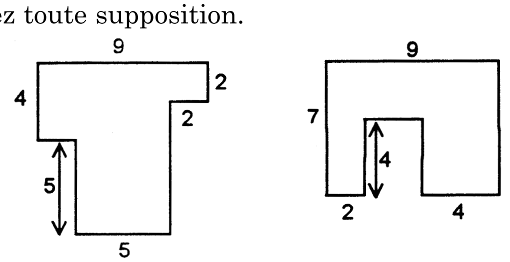
e) coût du métal = 0,441 x 36,85 $ = 16,25 $
coût de la soudure = 1,68 x 4,00 $ = 6,72 $
sous-total = 16,25 $ + 6,72 $ = 22,97 $

f) coût total comprenant la TPS et la TVP = 22,97 $ x 1,14 = 26,19 $
ou si la TVP et la TPS sont indiquées séparément

22,97 $ + 1,61 $ + 1,61 $ = 26,19 $

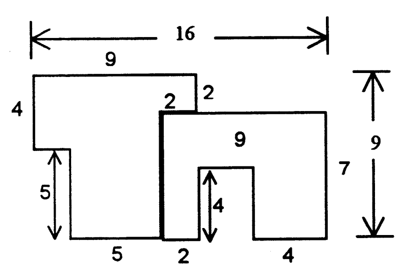
Exemple 2

Une couturière découpe les formes suivantes en paires pour faire des vêtements pour poupée à partir d'un morceau de tissu de coton qui mesure 1 m par 0,5 m. Déterminez le nombre maximum de paires qu'il est possible de découper à partir du tissu. (Toutes les mesures sont données en cm.) Indiquez toute supposition.



Solution

Supposez que le tissu doit être taillé dans le même sens. Disposez la paire de formes comme ci-dessous.



Largeur totale = 9 + 7 = 16 cm
Hauteur totale = 7 + 2 = 9 cm
Il faut 48 cm pour disposer 3 paires sur la largeur du tissu.
Il faut 99 cm pour disposer 11 rangées sur le tissu.
Paires totales = 3 x 11 = 33 paires

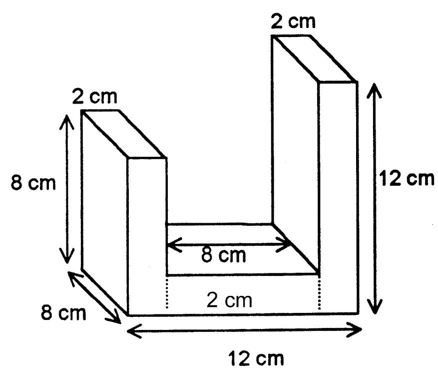
Nota : Indiquez aux élèves que la manière de tailler le tissu est un facteur dans l'analyse des coûts.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Déterminez le volume de l'appui-livres en plastique ci-dessous.



Si l'appui-livres est fabriqué à l'aide d'un moule à préforme, trouvez le coût de fabrication si le matériau de plastique coûte 0,06 $ le centimètre cube.

Solution

Volume = (2 x 8 x 8) + (2 x 12 x 8) + (8 x 8 x 2)

= 128 cm^3 + 192 cm^3 + 128 cm^3

= 448 cm^3

Coût par appui-livres = 832 x 0,06 $ = 26,88 $

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

F-2 Résoudre des problèmes reliés à l'estimation et à l'établissement du coût d'objets, de formes ou de procédés dans un graphique donné.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Résoudre des problèmes reliés à l'estimation**

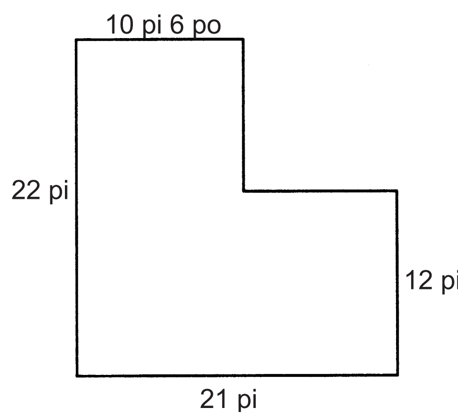
Exemple 1

Il faut étaler du tapis sur le plancher comme ci-dessous. Déterminez comment étaler le tapis de manière à ce qu'il soit posé dans la même direction, ainsi que la meilleure disposition qui comporte le moins de coutures possibles, vu les données suivantes.

a) Le tapis mesure 12 pi 0 po de largeur et coûte 22,95 $/verge carrée.

b) Il faut poser du ruban adhésif autour du périmètre du tapis, et toutes les coutures nécessitent du ruban à double face. Chaque rouleau contient 30 pieds de ruban et coûte 4,85 $.

c) Calculez le coût total du tapis en ajoutant les taxes applicables.



Solution possible

Longueur du tapis requis = 10,5 + 21 = 31,5 pi
= (31,5)/3 = 10,5 verges

Nombre de verges carrées de tapis à acheter = 10,5 x 12/3 = 42 verges carrées

Coût du tapis = 42 x 22,95 $ = 963,90 $

Périmètre de la pièce = 21 + 22 + 10,5 + 10 + 10,5 + 12 = 87 pi

Longueur d'une couture = 10,5 pi

Longueur de ruban requis = 97,5 pi

Nombre de rouleaux de ruban requis = (97,5)/30 = 3,25 (arrondissez à 4)

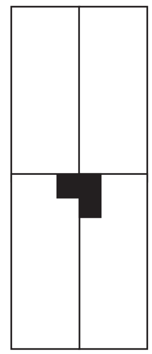
Coût du ruban = 4 x 4,85 $ = 19,40 $

Coût total = 963,90 $ + 19,40 $ = 983,30 $
= 983,30 $ x 1,14
= 1 120,96 $

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème



Des tuiles doivent être installées au plafond d'une pièce mesurant 445 cm sur 350 cm. Chaque tuile mesure 30 cm sur 30 cm. Les tuiles doivent être installées à partir du centre de la pièce.

a) Déterminez le nombre de tuiles complètes qui seront utilisées pour le plafond.

b) Calculez la dimension des tuiles installées sur chaque côté du mur.

c) Calculez la dimension des tuiles de chaque coin.

d) Calculez le nombre minimal de tuiles requises pour ce projet.

e) Si les tuiles sont vendues en paquets de 10 pour 27,95 $ ou en paquets de 25 pour 66,95 $, déterminez le coût des tuiles requises pour ce projet, avant les taxes.

Solution

a) 140 tuiles

b) 30 cm × 12,6 cm et 30 cm × 24,9 cm.

c) Chaque tuile de coin est de 12,6 cm × 24,9 cm.

d) 180 tuiles sont requises.

e) Sept paquets de 25 tuiles et 1 paquet de 10 tuiles pour un coût de : 7 × 66,95 $ + 27,95 $ = 496,60 $

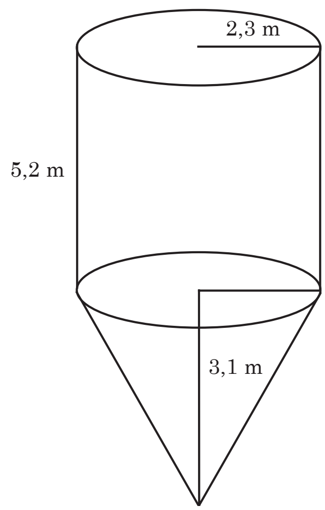
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

F-2 Résoudre des problèmes reliés à l'estimation et à l'établissement du coût d'objets, de formes ou de procédés dans un graphique donné.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Résoudre des problèmes reliés à l'estimation (suite)**

Exemple 2
Le graphique ci-dessous représente une trémie à grains ayant un dessus fermé (pas à l'échelle).



a) Calculez l'aire extérieure.

b) Calculez le volume de la trémie.

c) L'extérieur de la trémie à grains doit être peinturé d'une seule couche de peinture. Calculez le coût de la peinture si un contenant de 4 L coûte 26,85 \$ et couvre 45 m². Ajoutez les taxes.

Solution

a) Dessus circulaire : aire du dessus = $\pi r^2 = \pi(2,3)^2$
$= 16,6 \text{ m}^2$

Côtés du cylindre : aire des côtés du cylindre
= circonférence × hauteur
$= 2\pi r \times h$
$= 2\pi\,(2,3)\,(5,2)$
$= 75,1 \text{ m}^2$

aire du cône

$= \frac{1}{2}$ circonférence × hauteur d'inclinaison

$= \frac{1}{2}\ 2\,(\pi)(2,3)(3,86)$

$= 27,9 \text{ m}^2$

Aire totale = 119,6 m²

Nota : Utilisez le théorème de Pythagore pour trouver la hauteur d'inclinaison, l = 3,86.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème
Le propriétaire d'une grande tour à bureaux demande à un laveur de vitre de présenter une soumission pour le lavage des vitres de l'immeuble. Le laveur de vitre dispose des renseignements suivants :

a) Il y a 24 étages.
b) Il y a 14 vitres par côté à chaque étage.
c) L'immeuble a quatre côtés.

D'après son expérience, le laveur de vitres sait que le temps requis pour le déplacement d'une vitre à l'autre sur le même étage et sur le même côté de l'immeuble est de 60 secondes. Le temps de déplacement entre les côtés de l'immeuble est de 120 secondes, et celui entre les étages est de 30 secondes. Le temps requis pour le lavage d'une vitre est de 120 secondes. Le tarif de base facturé par le laveur de vitres est de 120 $. La durée continue maximale pendant laquelle il travaille est de trois heures, puis il prend une pause de 30 minutes. En plus du taux de 25 $/heure, il désire faire un profit de 25 % afin de réinvestir dans son entreprise. Quelle serait la meilleure soumission qu'il peut présenter?

Solution
On retrouve 14 vitres sur un des côtés de chaque étage. Il faut donc effectuer 13 transferts par étage.

13 × 60 secondes = 780 secondes, ou 13 minutes pour chaque coté d'un étage.

Temps de transfert entre les vitres requis par côté = 24 étages × 13 minutes = 312 minutes.

Il y a 24 étages, donc chaque côté requiert 23 transferts entre les étages, ou 23 × 30 secondes = 690 secondes ou 11,5 minutes.

Temps de transfert requis pour chaque côté de l'immeuble = 323,5 minutes. Temps de transfert total requis pour tous les côtés = 1 294 minutes.

Trois transferts entre les côtés sont requis, ou 3 × 120 = 360 secondes, ou 6 minutes.

Temps de transfert total requis pour tout l'immeuble = 1 300 minutes.

Le nettoyage d'une vitre requiert 120 secondes ou 2 minutes.

Nettoyage de toutes les vitres : 2 minutes × 14 vitres par étage × 24 étages × 4 côtés = 2 688 minutes.

Temps total de travail = 2 688 + 1 300 = 3 988 minutes, ou 66,5 heures.

La période continue maximale de travail est de 3 heures, donc 66,5 heures de travail requiert $\frac{66{,}5}{3}$ = 22,2, ou 23 pauses d'une demi-heure.

Temps total des pauses = 11,5 heures.

Temps total requis pour tout le travail = 78 heures.

Coût total = 78 heures × 25 $ + frais de base de 120 $ = 2 070 $. S'il veut réaliser un profit de 25 %, la soumission serait la suivante : 2 070 $ × 125 % = 2 587,50 $.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES
F-2 Résoudre des problèmes reliés à l'estimation et à l'établissement du coût d'objets, de formes ou de procédés dans un graphique donné. *– suite*	• **Résoudre des problèmes reliés à l'estimation (suite)** ***Exemple 2 - suite*** *Solution – suite* b) Volume : Volume du cylindre : $= \pi r^2 h$ $= \pi(2,3)^2(5,2)$ $= 86,4$ m^3 Volume du cône : $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ $= \frac{1}{3}\pi(2,3)^2(3,1)$ $= 17,2$ m^3 Volume total = 103,6 m^3 c) ***Nota :*** Les élèves ne doivent pas oublier que les parties fractionnelles d'un contenant de peinture doivent être arrondies. Nombre de contenants : $= \frac{119,6}{45}$ $\approx$ 3 contenants Coût : = 3 x 26,85 \$ x 1,14 = 91,83 \$
F-3 Faire le design d'un objet, une forme, un modèle ou un procédé au sein d'un budget précis.	• **Faire le design d'un objet, une forme, un modèle ou un procédé compte tenu d'un budget précis** ***Exemple 1*** Une personne veut construire une patinoire rectangulaire dans sa cour arrière. Pour ce faire, elle doit procéder ainsi : a) Engager un opérateur de matériel de mise à niveau pour mettre le sol à niveau. Cet exercice coûte 2,50 \$ le mètre carré. b) Inonder l'espace d'eau pour créer une glace ayant une épaisseur de 12 cm. La glace s'étend à environ 1,1 fois le volume de l'eau au moment du gel. L'eau coûte 2,00 \$ le mètre cube. c) Peinturer la glace en blanc à l'aide de peinture à glace au coût de 1,05 \$ le mètre carré. d) Allouer 25,00 \$ pour divers articles. e) Ajouter la TPS et la TVP de 7 % chacune à l'eau et aux autres matériaux; ajouter uniquement la TPS à la mise à niveau. Faire le design et dresser le plan d'une patinoire ayant une échelle donnée qui ne coûtera pas plus de 1 000,00 \$.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Ressources

Mathématiques appliquées, Secondaire 4 – Cours destiné à l'enseignement à distance, Winnipeg, MB : Éducation et Formation professionnelle Manitoba, 2000.

— Module 3, Leçons 4

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

F-3 Faire le design d'un objet, une forme, un modèle ou un procédé compte tenu d'un budget précis.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Faire le design d'un objet, une forme, un modèle ou un procédé compte tenu d'un budget précis (suite)**

Exemple 1 – suite

Solution

Budget : 1 000,00 $

Divers : 25 x 1,14 = 28,50 $

Solde : 1 000 $ – 28,50 $ = 971,50 $

Coût par mètre carré :

Mise à niveau : 2,50 $ x 1,07 = 2,68 $

Glace : $\frac{0,12}{1,10}$ x 2,00 $ x 1,14 = 0,24 $

Peinture : 1,05 $ x 1,14 = 1,20 $

Coût total par mètre carré : 2,68 $ + 0,24 $ + 1,20 $ = 4,12 $

Aire de la patinoire : $\frac{971,50}{4,12} = 235\ m^2$

Une possibilité : longueur = 20 m
largeur = 11 m

D'autres solutions sont possibles.

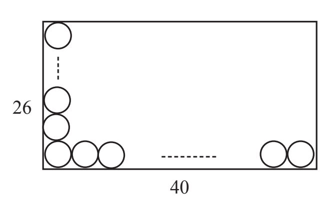
Exemple 2

Le fer blanc qui sert à fabriquer des boîtes de conserves cylindriques est produit en feuilles mesurant 240 cm par 160 cm. Les boîtes ont un diamètre de 6 cm et une hauteur de 11 cm. Une feuille de fer blanc pour les côtés coûte 3,00 $, tandis que les feuilles ayant des bouts plus épais coûtent 5,00 $. (Supposez que ces coûts comprennent les taxes.) Si les matériaux ne doivent pas coûter plus de 500 $ au total, déterminez :

a) le nombre de feuilles requises pour chaque type de fer blanc;
b) le nombre maximum de boîtes pouvant être produites.

Solution

a) Bouts
Disposez les bouts en rangées horizontales de $\left(\frac{240}{6}\right) = 40$ et les colonnes verticales de $\left(\frac{160}{6}\right) = 26,67$ ou approximativement 26.



Nombre de bouts/feuilles
= 40 x 26 = 1 040
Chacune des boîtes requiert 2 bouts, donc

$\frac{1\ 040}{2}$ = 520 boîtes par feuille (pour les bouts)

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

F-3 Faire le design d'un objet, une forme, un modèle ou un procédé compte tenu d'un budget précis. *– suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Faire le design d'un objet, une forme, un modèle ou un procédé compte tenu d'un budget précis (suite)**

Exemple 2 – suite

Solution – suite

Côtés

Largeur d'un côté de la boîte = π x diamètre = 18,85 cm

Hauteur d'un côté de la boîte = 11 cm

Une feuille de fer blanc peut produire 14 x 14 ou 8 x 21, les deux résultats étant égaux à 168 côtés/feuille.

1 feuille de fer blanc épais pour les bouts produira suffisamment de fer pour 520 boîtes

1 feuille de fer blanc mince pour les côtés produira suffisamment de fer pour 168 boîtes

2 feuilles = 336 boîtes

3 feuilles = 504 boîtes

Le rapport 1:3 est une estimation valable.

1 feuille au coût de 5 $ et 3 feuilles au coût de 3 $ chacune produiront 504 boîtes pour 14 $.

$$\frac{500\ \$}{14\ \$} \approx 35 \text{ feuilles}$$

35 feuilles de fer blanc épais et 35(3) = 105 feuilles de fer blanc plus mince

35(5 $) + 105(3 $) = 175 $ + 315 $ = 490 $

b) 35(504) = 17 640 boîtes

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

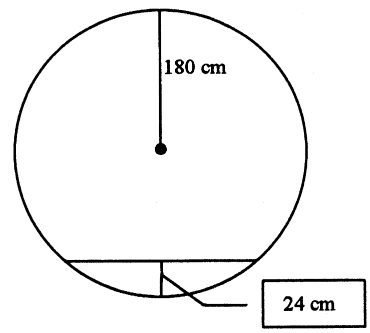
F-4 Utiliser des modèles simplifiés pour estimer les réponses à des problèmes de mesure complexes.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Utiliser des modèles simplifiés pour estimer les réponses à des problèmes de mesure complexes**

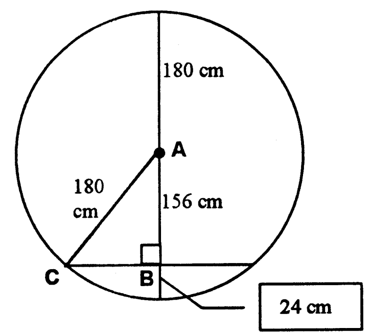
Exemple 1

Un réservoir d'eau est présenté sous forme de sphère ayant un diamètre de 3,6 m. Estimez le volume d'eau dans le réservoir, si la profondeur de l'eau est de 24 cm.



Solution A

Si nous comparons la partie remplie d'eau du réservoir à un cône, il est possible d'obtenir un chiffre approximatif raisonnable. Il faut d'abord trouver le rayon de la surface de l'eau.



À l'aide de la relation de Pythagore du triangle ABC ayant une hypoténuse égale au rayon de la sphère :

$BC^2 = 180^2 - 156^2$
$BC = 89{,}8$ cm

nous estimons le volume d'eau dans le réservoir par la formule suivante :

$V = (1/3)\ \pi\ (89{,}8)^2\ (24)$
$V = 202\ 671{,}43\ \text{cm}^3$

Solution B

Matériel requis :

- demi-sphères de diverses tailles
- cylindres gradués
- tiges à mesurer (mm)
- eau

Comme toutes les sphères se ressemblent, il existe une proportionnalité entre le volume d'eau au réservoir et le volume d'eau dans le modèle (demi-sphère), pourvu que le rapport de la profondeur de l'eau au rayon demeure constant. D'abord, demandez aux élèves de trouver le volume d'eau dans le réservoir ainsi que de la demi-sphère qu'ils ont choisie.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Ressources

Mathématiques appliquées, Secondaire 4 – Cours destiné à l'enseignement à distance, Winnipeg, MB : Éducation et Formation professionnelle Manitoba, 2000.

— Module 3, Leçons 4

Unité G
Fonctions périodiques

FONCTIONS PÉRIODIQUES

Introduction

Cette unité porte sur le concept de la fonction périodique, qui est étudiée à l'aide des données obtenues à la suite de mesures. Tout au long de l'unité, la notion de fonction périodique ou cyclique est reliée à des données obtenues dans divers secteurs, dont la médecine, la géographie et la physique.

Pratiques d'enseignement

Cette unité comporte des exercices pratiques, c'est-à-dire qu'elle est conçue pour aider les élèves à acquérir une bonne compréhension des fonctions périodiques. La technologie est le principal outil utilisé pour cette unité. Vous utiliserez aussi des logiciels informatiques et des calculatrices graphiques pour créer et analyser des graphiques sinusoïdaux. L'unité comprend aussi des expériences nécessitant le recueil de données provenant de divers secteurs. Les élèves exécutent les expériences, font le recueil des données et utilisent la régression sinusoïdale pour déterminer la droite la mieux ajustée. Les fonctions sinusoïdales résultant des données sont utilisées en conjonction avec l'interpolation et l'extrapolation pour explorer de nouvelles situations.

Projets

Les enseignants devraient se référer aux projets et expériences de ce document.

Matériel d'enseignement

- ordinateur
- *logiciel Euklid, Cybergéomètre ou l'équivalent*
- calculatrice graphique
- unité LAC (laboratoire assisté par calculatrice) et sondes appropriées

Durée

14 heures

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE

Résultat général

Créer et analyser des motifs cycliques, récursifs et fractals.

Résultats spécifiques

G-1 Décrire des événements périodiques, y compris ceux représentés par des courbes sinusoïdales, en utilisant les expressions suivantes : amplitude, période, valeurs maximale et minimale, variation verticale et horizontale.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Illustrer diverses composantes d'une courbe sinusoïdale.**

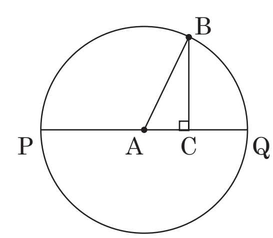
Enquête

Cette enquête permettra aux élèves d'obtenir des données qui se répètent et qui, lorsqu'elles sont mises sur graphique, peuvent être utilisées comme modèle pour définir la terminologie utilisée pour décrire les fonctions périodiques.

Matériel

- ordinateur
- logiciel de géométrie
- logiciel d'analyse de données ou tableur

1. Tracez un cercle dont le centre est A et le rayon est de 5 cm. L'extrémité du rayon est le point B.
2. Tracez une droite horizontale PQ croisant le centre du cercle.
3 Tracez un segment de droite reliant le point B à la droite PQ au point C tel qu'illustré.
4. Déterminez les valeurs de l'angle BCA, de l'angle BAC et du segment BC.
5. Déplacez le point B pour que l'angle BAC soit d'environ 30°.



6. Ajustez le point C pour que BC soit perpendiculaire à AC.
7. Inscrivez la valeur de l'angle BAC et du segment BC. Déplacez le point B pour que l'angle BAC soit d'environ 40° et ajustez le point C pour que le segment BC soit perpendiculaire à AC.
8. Inscrivez les deux valeurs comme ci-dessus.
9. Répétez ce processus en déplaçant le point B et en ajustant le point C pour obtenir au moins 20 paires de données à des positions uniformément espacées sur le cercle. ***Nota :*** lorsque le point C se situe sous la droite PQ, la valeur inscrite pour le segment BC est négative.

- Utilisez une calculatrice graphique pour tracer un diagramme de dispersion des données (*angle*, *longueur du segment*).
- Tracez une ébauche du diagramme de dispersion sur une feuille et tracez la forme approximative de la courbe. La forme obtenue est celle d'une courbe sinusoïdale.

–suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

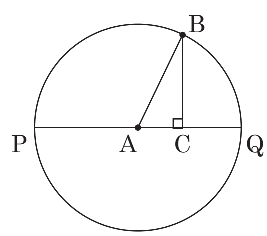
Enquête

Cette enquête est semblable à celle expliquée dans les Stratégies pédagogiques. Toutefois, le segment horizontal doit être mesuré plutôt que le segment vertical.

Matériel

- ordinateur
- logiciel de géométrie
- logiciel d'analyse de données ou tableur

1. Tracez un cercle dont le centre est A et le rayon est de 5 cm. L'extrémité du rayon est le point B.
2. Tracez une droite horizontale PQ croisant le centre du cercle.
3. Tracez un segment de droite reliant le point B à la droite PQ au point C tel qu'illustré.
4. Déterminez les valeurs de l'angle BCA, de l'angle BAC et du segment BC.
5. Déplacez le point B pour que l'angle BAC soit d'environ 30 degrés.
6. Ajustez le point C pour que BC soit perpendiculaire à AC.



7. Inscrivez la valeur de l'angle BAC et du segment AC. Déplacez le point B pour que l'angle BAC soit d'environ 40 degrés et ajustez le point C pour que le segment BC soit perpendiculaire à AC.
8. Inscrivez les deux valeurs comme ci-dessus.
9. Répétez ce processus en déplaçant le point B et en ajustant le point C pour obtenir au moins 20 paires de données à des positions uniformément espacées sur le cercle. ***Note :*** lorsque le point B se situe sous la droite PQ, la valeur inscrite pour le segment BC est négative.

- Utilisez une calculatrice graphique pour tracer un diagramme de dispersion des données (*angle, longueur du segment*).
- Tracez une ébauche du diagramme de dispersion sur une feuille et tracez la forme approximative de la courbe. La forme obtenue est celle d'une courbe sinusoïdale.

Discussion

Permettez aux élèves de discuter des similitudes et des différences qu'ils ont remarquées dans les courbes qu'ils ont tracées.

Pour le moment, l'équation d'aucune de ces deux courbes ne doit être déterminée.

Quel phénomène naturel peut produire une courbe semblable ?

NOTES

Ressources imprimées

Mathématiques appliquées, Secondaire 4 – Exercices, Éducation et Formation professionnelle Manitoba, 2000.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

G-1 Décrire des événements périodiques, y compris ceux représentés par des courbes sinusoïdales, en utilisant les expressions suivantes : amplitude, période, valeurs maximale et minimale, variation verticale et horizontale. *– suite*

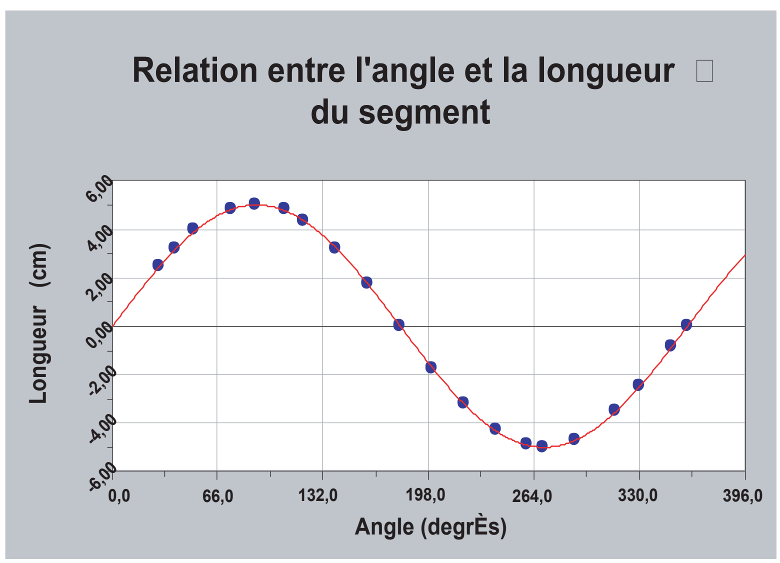
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Illustrer diverses composantes d'une courbe sinusoïdale. (suite)**

  Enquête – suite

  Le tableau ci-dessous indique des résultats possibles :

Angle (degrés)	Longueur du segment (cm)
0	0
30,0	2,5
40,0	3,21
51,2	3,95
75,1	4,83
90,0	5,00
107,5	4,80
120,0	4,36
140,0	3,21
160,0	1,72
180,0	0
200,1	–1,72
220,0	–3,19
240,0	–4,31
260,0	–4,90
270,0	–5,00
290,0	–4,70
315,0	–3,51
330,0	–2,47
350,0	–0,83
360,0	0



STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

G-1 Décrire des événements périodiques, y compris ceux représentés par des courbes sinusoïdales, en utilisant les expressions suivantes : amplitude, période, valeurs maximale et minimale, variation verticale et horizontale.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Illustrer diverses composantes d'une courbe sinusoïdale. (suite)**

  Enquête – suite

  La ***valeur maximale*** est de 5,0 et la ***valeur minimale*** est de −5,0.

  L'amplitude correspond à la hauteur maximale de la courbe au-dessus de l'axe horizontal. Sa valeur est de 5,0.

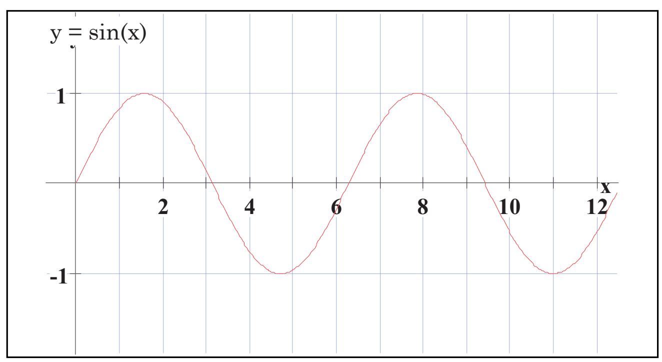
  Demandez aux élèves de prédire la forme finale du graphique si le point B est déplacé une deuxième fois autour du cercle. Si des angles de 360° à 720° sont enregistrés, la forme du graphique serait répétée.

  Cette répétition constitue la principale caractéristique d'un graphique d'une fonction périodique. La ***période*** correspond à l'intervalle le plus court dans lequel la courbe est répétée. La période du graphique est de 360°.

- **Décrire le graphique d'une fonction sinusoïdale.**

  Exemple 1

  Le graphique ci-dessous est celui d'une fonction périodique. L'équation est la suivante : $y = \sin x$.



  - Sa valeur maximale est de + 1, et sa valeur minimale est de – 1.
    L'amplitude est de 1.
  - La période de la fonction est d'environ 6,3.
  - Pour le graphique illustré, les coordonnées à l'origine sont environ 3,1 ; 6,3 ; 9,4 et 12,7.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

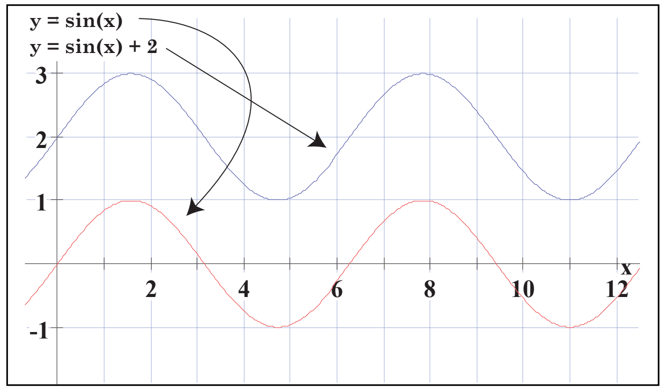
G-1 Décrire des événements périodiques, y compris ceux représentés par des courbes sinusoïdales, en utilisant les expressions suivantes : amplitude, période, valeurs maximale et minimale, variation verticale et horizontale.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Décrire le graphique d'une fonction sinusoïdale. (suite)**

Exemple 2

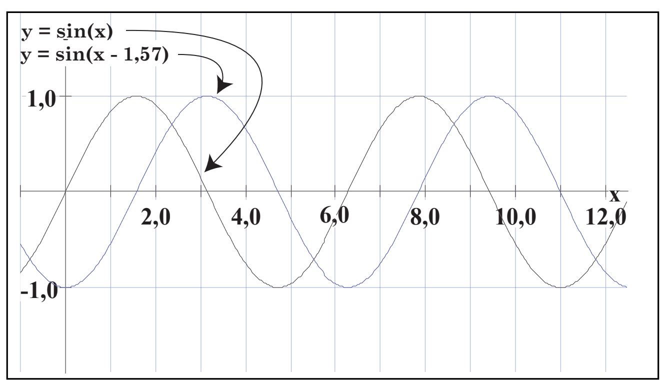
Dans le graphique ci-dessous, y = sin x and y = sin x + 2.



- Le graphique de y = sin x + 2 a été déplacé de 2 unités vers le haut.
- Sa valeur maximale est de +3, et sa valeur minimale est de +1. L'amplitude est de 1.
- La période, y = sin x + 2, demeure la même et est d'environ 6,3.

Exemple 3

Dans le graphique ci-dessous, y = sin x et y = sin (x – 1,57). La variation horizontale du deuxième graphique est de 1,57 unités.



- Le graphique de y = sin (x – 1,57)) a été déplacé de 1,57 unité vers la droite. On parle aussi de ***déphasage***.
- Sa valeur maximale est de +1, et sa valeur minimale est de –1. L'amplitude est de 1.
- La période, y = sin (x – 1,57) demeure la même et est d'environ 6,3.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

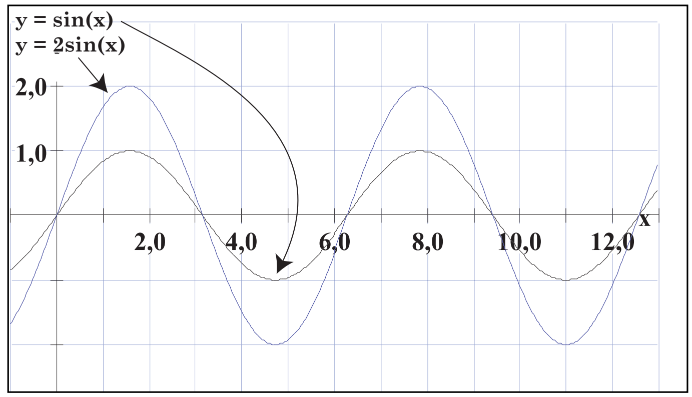
G-1 Décrire des événements périodiques, y compris ceux représentés par des courbes sinusoïdales, en utilisant les expressions suivantes : amplitude, période, valeurs maximale et minimale, variation verticale et horizontale.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Décrire le graphique d'une fonction sinusoïdale. (suite)**

Exemple 4

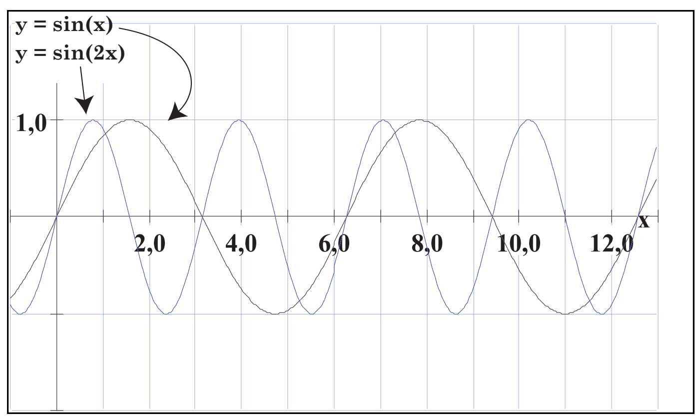
Dans le graphique ci-dessous, $y = \sin x$ et $y = 2\sin x$.



- Le deuxième graphique, $y = 2\sin x$, a une valeur maximale de +2 et une valeur minimale de − 2. L'amplitude est de 2.
- La période demeure la même et est d'environ 6,3.

Exemple 5

Dans le graphique ci-dessous, $y = \sin x$ et $y = \sin 2x$.



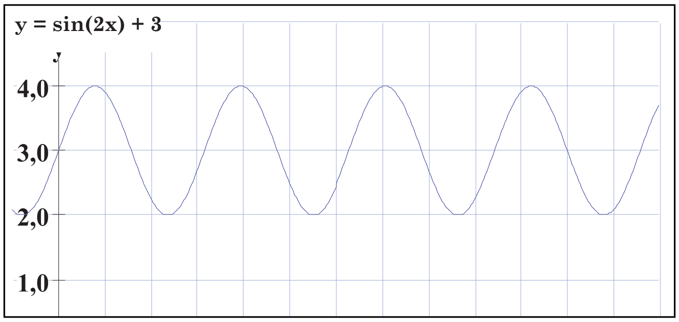
- Les valeurs maximale et minimale demeurent les mêmes pour les deux graphiques.
- La période du deuxième graphique a été modifiée et est d'environ 3,1, ce qui correspond à la moitié de celle du graphique de $y = \sin x$.
- Le chiffre « 2 » dans l'expression « $2x$ » signifie qu'il existe deux cycles complets dans la période d'origine de 6,3. Donc, la nouvelle période est de 6,3/2 = 3,15 (approx.).

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

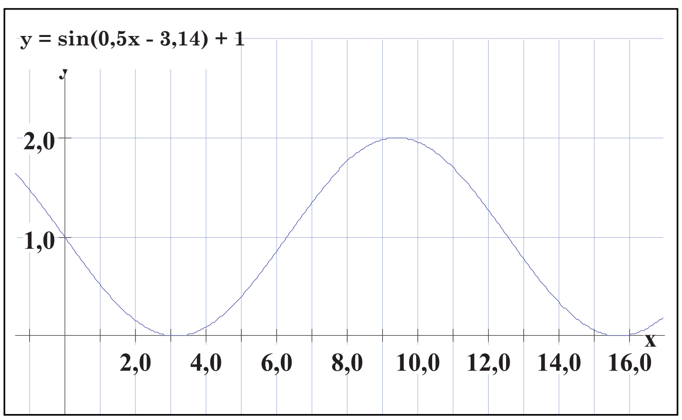
Analyse des graphiques

1. Le graphique ci-dessous est celui d'une fonction périodique.



   a) Quelle est la période du graphique ?
   b) Quelle est l'amplitude du graphique ?
   c) Quelle est la variation verticale du graphique ?
   d) Quelle est la variation horizontale du graphique ?

2. Le graphique ci-dessous est celui d'une fonction périodique.



   a) Quelle est la période du graphique?
   b) Quelle est l'amplitude du graphique?
   c) Quelle est la variation verticale du graphique?
   d) Quelle est la variation horizontale du graphique?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

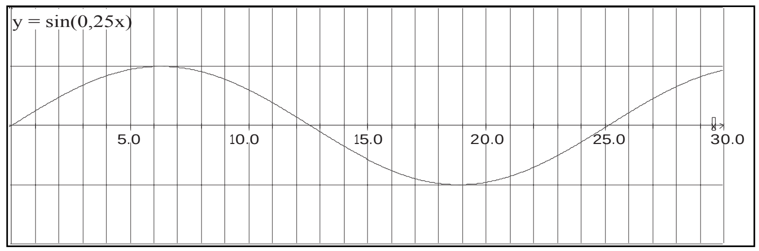
G-1 Décrire des événements périodiques, y compris ceux représentés par des courbes sinusoïdales, en utilisant les expressions suivantes : amplitude, période, valeurs maximale et minimale, variation verticale et horizontale.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Décrire le graphique d'une fonction sinusoïdale (suite)**

  Question

  Estimez la période du graphique de $y = \sin(0{,}25)\,x$. La période d'origine comprend maintenant 0,25 de la nouvelle période. La nouvelle période est de 6,3/0,25 ou 25,2. Le graphique est illustré ci-dessous.

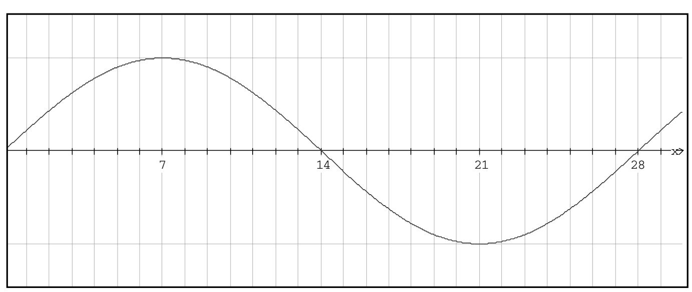


- **Utiliser les biorythmes pour illustrer différentes périodes d'un graphique sinusoïdal.**

  Les cycles et les rythmes sont des éléments naturels du monde qui nous entoure. Les rythmes biologiques sont aussi exprimés par le terme « circadien », qui correspond à une période de 24 heures, et ils sont utilisés par certaines personnes qui désirent savoir ce qu'elles peuvent accomplir en une période donnée.

  Quatre cycles différents sont utilisés dans un graphique de biorythme. Ce sont les cycles physique, affectif, intellectuel et intuitif. Chaque cycle couvre un intervalle défini pendant lequel le niveau de bien-être relié à ce cycle varie selon une courbe sinusoïdale. Ces cycles débutent tous à la naissance (jour 0) et commencent à s'élever pendant la phase active pour ensuite descendre sous le zéro pendant la phase passive.

  Le graphique ci-dessous illustre le cycle affectif, qui a une période de 28 jours.



STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

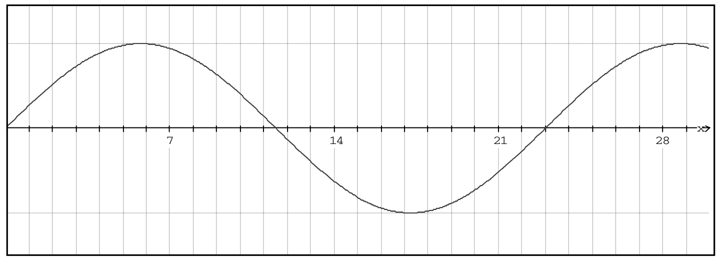
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

G-1 Décrire des événements périodiques, y compris ceux représentés par des courbes sinusoïdales, en utilisant les expressions suivantes : amplitude, période, valeurs maximale et minimale, variation verticale et horizontale.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Utiliser les biorythmes pour illustrer différentes périodes d'un graphique sinusoïdal (suite)**

  Le graphique ci-dessous illustre le *cycle physique*, qui a une période de 23 jours.



La table ci-dessous indique la période et les attributs relatifs à chaque cycle.

Cycle	Period (en jours)	Attributs
Physique	23	force, motivation
Affectif	28	humeur, stabilité mentale, sensibilité
Intellectuel	33	capacité d'étudier les math appliquées, logique, mémoire
Intuitif	38	instincts, perception

Exercice

Demandez aux élèves de tracer sur une feuille un graphique illustrant les quatre cycles des 38 premiers jours de la vie d'une personne.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème relié au biorythme

1. Tracez l'ébauche d'un graphique illustrant les quatre cycles du biorythme des 100 premiers jours de la vie d'une personne. Placez les quatre cycles sur le même ensemble d'axes.
2. Les cycles débutent tous à zéro le jour de la naissance. Après combien de jours les quatre cycles se retrouvent-ils tous ensemble à la position zéro? Quel est le nombre d'années équivalent?
3. Le cycle affectif a dernièrement été ajouté à la table du biorythme. Si vous ne tenez compte que des trois autres cycles, après combien de jours ces trois cycles se retrouvent-ils tous ensemble à la position zéro? Combien d'années cela représente-t-il?
4 Est-il possible que les quatre cycles se retrouvent tous ensemble à la position maximale? Après combien de jours cela surviendrait-il? Quel âge auriez-vous lorsque cela surviendrait? Quels sont les plans que vous devriez faire pour cette journée?
5. Est-il possible que les quatre cycles se retrouvent tous ensemble à la position minimale? Après combien de jours cela surviendrait-il? Quel âge auriez-vous lorsque cela surviendrait? Où pensez-vous vous cacher pendant cette journée?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

G-2 Recueillir des données sinusoïdales; tracer le graphique de ces données en utilisant la technologie et présenter les données sous la forme suivante $y = a \sin(bx - c) + d$

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Recueillir des données et mettre ces données sur graphique; présenter les données en utilisant un modèle mathématique.**

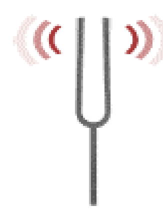
Enquête : Le diapason

Renseignements de base

Lorsqu'on fait vibrer un diapason, il produit des variations de pression dans l'air qui l'entoure. Lorsque la tige de droite se déplace vers la droite, elle produit une zone dans laquelle les molécules d'air sont poussées ensemble. Lorsqu'elle se déplace vers la gauche, une zone de pression réduite est produite. Les zones dans lesquelles la pression est plus élevée que la normale se nomment des compressions et les zones dans lesquelles la pression est moins élevée que la normale se nomment des raréfactions. Ces vibrations se déplacent vers l'extérieur comme des risées (petites vagues) sur un étang. Ce sont des ondes sonores. Lorsqu'elles atteignent le tympan, celui-ci se met à vibrer en petits mouvements vers l'intérieur et vers l'extérieur. Ces vibrations sont ensuite interprétées par les terminaisons nerveuses comme des sons.

La plupart des sons que nous entendons chaque jour sont une combinaison de nombreuses ondes sonores différentes. D'autre part, un diapason produit une seule tonalité qui peut être décrite de manière mathématique en utilisant une fonction sinusoïdale ou cosinusoïdale.

Lorsque les ondes sonores d'un diapason atteignent un microphone, elles sont traduites en impulsions électriques. Ce signal peut ensuite être transféré à une calculatrice graphique et affiché sur son écran.



Dans le cadre de cette activité, vous devez recueillir des données à l'aide d'un diapason en utilisant une unité *LAC* (laboratoire assisté par calculatrice) et un microphone. À l'aide de votre calculatrice TI-83, vous analyserez les données et produirez une équation mathématique servant de modèle pour les données.

Matériel

- 1 unité *LAC*
- calculatrice graphique TI-83 avec un câble de liaison
- programme « Tuned » pour la calculatrice TI-83
- 1 microphone à vernier *LAC*
- 1 diapason : DO central d'environ 256 Hz

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Températures mensuelles moyennes

Les températures mensuelles moyennes pour la ville de Toronto sont indiquées dans la table ci-dessous.

1. Utilisez une fonction graphique pour illustrer les données sous forme de diagramme pour une période de deux ans.
2. Quelle est la période du graphique?
3. Quelle est la variation horizontale du graphique?
4. Quelle est la variation verticale du graphique?
5. Produisez une équation servant de modèle pour ces données.
6. Mettez l'équation sur graphique en utilisant le même écran que le diagramme de dispersion. Si les données ne correspondent pas, modifiez vos variables jusqu'à ce que l'équation et les données correspondent.

Températures mensuelles moyennes pour la ville de Toronto

Mois	jan	fév	mar	avr	mai	juin	juil	août	sept	oct	nov	déc
Temp.(°C)	–6	–5	0	6	12	17	21	20	15	8	3	–2

La ville de Buenos Aires est située dans l'hémisphère sud, en Amérique du Sud. De quelle manière le graphique des températures moyennes de cette ville peut-il être différent de celui de la ville de Toronto?

Les températures mensuelles moyennes de la ville de Buenos Aires sont indiquées dans la table ci-dessous.

1. Utilisez une fonction graphique pour illustrer les données sous forme de diagramme pour une période de deux ans.
2. Quelle est la période du graphique?
3. Quelle est la variation horizontale du graphique?
4. Quelle est la variation verticale du graphique?
5. Produisez une équation servant de modèle pour ces données.
6. Mettez l'équation sur graphique en utilisant le même écran que le diagramme de dispersion. Si les données ne correspondent pas, modifiez vos variables jusqu'à ce que l'équation et les données correspondent.

Températures mensuelles moyennes pour la ville de Buenos Aires

Mois	jan	fév	mar	avr	mai	juin	juil	août	sept	oct	nov	déc
Temp.(°C)	23	22	20	16	13	10	10	11	13	16	18	22

NOTES

Ressources imprimées

Mathématiques appliquées, Secondaire 4 – Cours destiné à l'enseignement à distance, Winnipeg, MB : Éducation et Formation professionnelle Manitoba, 2000.

— Module 5, Leçons 2 et 3

Internet

www.ticalc.org/pub/83/basic/cbl pour obtenir le programme « Tuned »

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

G-2 Recueillir des données sinusoïdales; tracer le graphique de ces données en utilisant la technologie et présenter les données sous la forme suivante : $y = a \sin(bx - c) + d$ – *suite*

- **Recueillir des données et mettre ces données sur graphique; présenter les données en utilisant un modèle mathématique. (suite)**

Enquête : Le diapason – suite

Directives

Dans cette activité, l'unité LAC et le microphone vont être utilisés pour receuillir des données d'un diapason. Les données seront analysées avec la calculatrice TI-83.

1. Sur la calculatrice TI-83, remettez les listes L1 et L2 à zéro, ainsi que les équations dans le registre des fonctions y =.
2. Branchez l'unité LAC à la calculatrice TI-83 avec le câble de liaison en utilisant les ports d'entrée et de sortie au bas de chaque unité. Les prises doivent être solidement en place.
3. Branchez le microphone à vernier à la chaîne 1 (CH1) à la partie supérieure de l'unité LAC.
4. Mettez l'unité LAC et la calculatrice TI-83 en marche.

Démarrage du programme « TUNED »

1. Sur la calculatrice TI-83,appuyez sur [PRGM].
2. Sélectionnez [TUNED].
   « *prgm TUNED* » apparaît à l'écran.
3. Appuyez sur [ENTER].
4. Attendez 10 sec. pour permettre au programme de se charger et appuyez sur [ENTER].
5. Sélectionnez [1 :COLLECT DATA].
6. Sélectionnez [1 :YES] pour obtenir les directives.
7. Suivez les directives paraissant à l'écran pour exécuter l'activité.

Nota **:** Pour recueillir des données, frappez le diapason loin du microphone et rapprochez le centre de la zone de vibration près du microphone.

Données

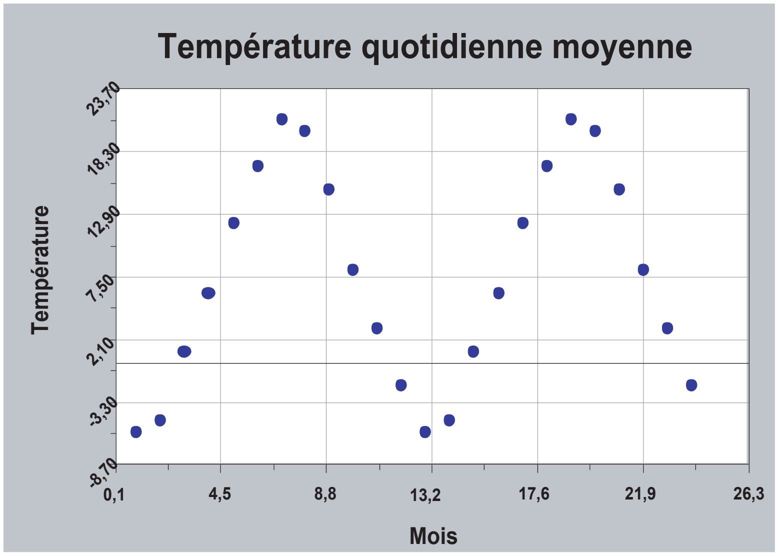
Les données devraient apparaître sous la forme d'une courbe sinusoïdale au centre de l'axe des x.

- Si vous n'êtes pas satisfait des résultats, appuyez sur [CLEAR] [ENTER] pour recommencer et pour obtenir de nouveaux résultats.
- Si vous êtes satisfait des résultats, utilisez le menu de liaison (LINK) et sélectionnez (SELECT) les listes L1 et L2 et pour les transmettre (TRANSMIT) aux autres membres du groupe.
- Sur une feuille, tracez l'ébauche du graphique du son par rapport au temps.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Graphique modèle pour les températures de Toronto



Projet

Procurez-vous les températures mensuelles moyennes de la ville de Winnipeg et créez un diagramme de dispersion des données. Écrivez une équation pouvant servir de modèle pour les données. Faites un graphique de l'équation sur le même écran que le diagramme de dispersion. Si l'équation ne correspond pas aux données, modifiez les variables jusqu'à ce que l'équation et les données correspondent.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

G-2 Recueillir des données sinusoïdales; tracer le graphique de ces données en utilisant la technologie et présenter les données sous la forme suivante : $y = a \sin(bx - c) + d$ – *suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Recueillir des données et mettre ces données sur graphique; présenter les données en utilisant un modèle mathématique. (suite)**

Enquête : Le diapason - suite

Analyse

Nota : Sur la calculatrice TI-83, modifiez le mode pour obtenir des radians.

Sur la calculatrice TI-83, appuyez sur [Y=] et déplacez le curseur au premier registre de fonctions non utilisé.

Tapez l'équation **Y = A sin(B(X – C))**, dans laquelle **X** représente la variable.

Fermez l'équation en déplaçant le curseur sur le signe d'égalité et en appuyant sur [ENTER].

Nous devons maintenant déterminer les valeurs de A, B et C afin de pouvoir produire un modèle mathématique correspondant aux données.

Amplitude

La variable A représente l'amplitude de la courbe sinusoïdale pour cet ensemble de données. Puisque la courbe est au centre de l'axe des x, l'amplitude est la valeur maximale du graphique.

Pour déterminer cette valeur, appuyez sur [TRACE]. Utilisez les touches fléchées pour déplacer le curseur jusqu'à l'une des valeurs maximales de la courbe. Une fois le point sélectionné, déplacez le curseur d'avant en arrière en observant la valeur y pour vous assurer qu'elle correspond à un maximum relatif.

Enregistrez la valeur y de ce point en appuyant sur [ALPHA] [Y] [STO] [ALPHA] [A] [ENTER].

Indiquez la valeur de l'amplitude A ci-dessous.

A = ______________

Période

Pour toutes les ondes, l'intervalle le plus court dans lequel le mouvement est répété se nomme la ***période***. Il s'agit du temps requis pour l'accomplissement d'un cycle complet de la courbe. Nous pouvons déterminer la période en établissant le temps entre deux points maximaux (ou minimaux) consécutifs.

Pour déterminer cette valeur, appuyez sur [TRACE]. Utilisez les touches fléchées pour déplacer le curseur au premier point maximal.

Appuyez sur [X] [ENTER] pour enregistrer la valeur x de ce point à l'écran initial.

Appuyez sur [TRACE] et déplacez le curseur jusqu'au prochain point maximal de la courbe.

Appuyez sur [X] [-] [2nd] [ANS] [ENTER].

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

G-2 Recueillir des données sinusoïdales; tracer le graphique de ces données en utilisant la technologie et présenter les données sous la forme suivante : $y = a \sin(bx - c) + d$ – *suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Recueillir des données et mettre ces données sur graphique; présenter les données en utilisant un modèle mathématique. (suite)**

Enquête : Le diapason - suite

Période – suite

Cette différence entre les valeurs de temps correspond à la période. Inscrivez la valeur ci-dessous.

Période = ___________

Dans ce modèle, la variable B correspond au nombre de cycles que les données accomplissent au cours de la période naturelle de la fonction. La période de la fonction sinusoïdale est de 6,28. Donc, B = 6,28/période.

Calculez la valeur en appuyant sur [X^{-1}] x 6,28.

Lorsque vous avez calculé la valeur, vous pouvez l'enregistrer, en tant que valeur B, en appuyant sur [STO] [ALPHA] [B] [ENTER].

Indiquez la valeur de B ci-dessous.

B = ______________

Variation horizontale

La valeur C correspond à la variation horizontale des données.

Lorsqu'il n'y a aucune variation (C = 0), le graphique sinusoïdal débute à la valeur zéro au temps zéro, puis la valeur augmente.

Pour déterminer la variation dans vos données, appuyez sur [TRACE] et utilisez les touches fléchées pour déplacer le curseur jusqu'à un point sur la courbe où la valeur correspond à zéro et à partir de laquelle elle augmente.

Enregistrez cette valeur x en tant que valeur C en appuyant sur [X] [STO] [ALPHA] [C] [ENTER].

Écrivez la valeur C ci-dessous.

C = ____________

Graphique de la fonction

Appuyez sur [Y=] pour obtenir le registre des fonctions. Replacez le curseur sur le signe d'égalité. Appuyez sur [ENTER] pour activer l'équation.

Appuyer sur [GRAPH] pour faire apparaître les données et votre modèle.

Si votre modèle correspond aux données, inscrivez votre équation ci-dessous.

S'il ne correspond pas aux données, modifiez les valeurs A, B ou C jusqu'à ce que l'équation corresponde aux données.

Écrivez les résultats ci-dessous.

Y = ______________________

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

G-2 Recueillir des données sinusoïdales; tracer le graphique de ces données en utilisant la technologie et présenter les données sous la forme suivante : $y = a \sin(bx - c) + d$ – *suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Recueillir des données et mettre ces données sur graphique; présenter les données en utilisant un modèle mathématique. (suite)**

Enquête : Le diapason - suite

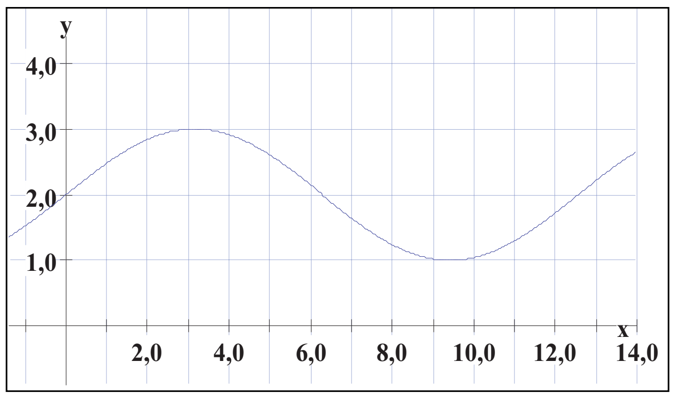
Régression sinusoïdale

En utilisant la régression sinusoïdale sur leur calculatrice, les élèves pourront déterminer l'équation la mieux ajustée. Les élèves peuvent ensuite vérifier si les résultats de la méthode manuelle sont différents de ceux de la méthode automatique en comparant les deux équations.

Graphiques d'équations algébriques

Exemple 1

Écrivez l'équation du graphique ci-dessous :

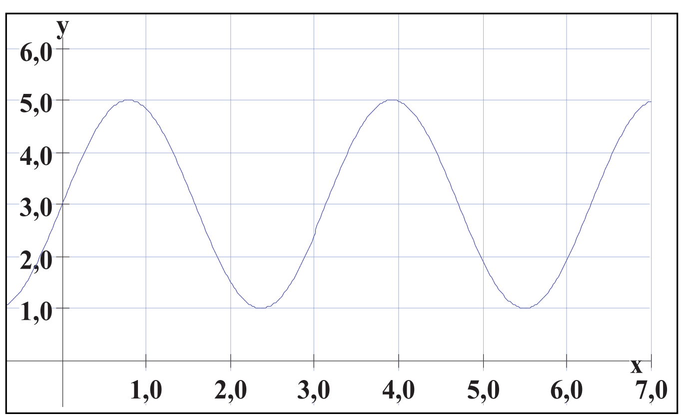


Solution

$y = \sin(0{,}5x) + 2$

Exemple 2

Écrivez l'équation du graphique ci-dessous :



Solution

$y = 2\sin(2x) + 3$

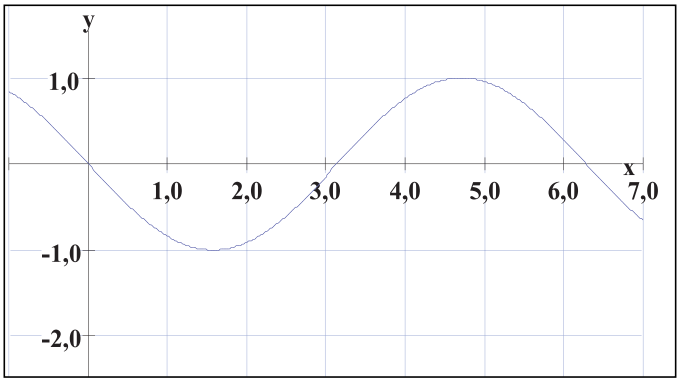
STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Graphiques d'équations algébriques

Écrivez les équations des graphiques ci-dessous.

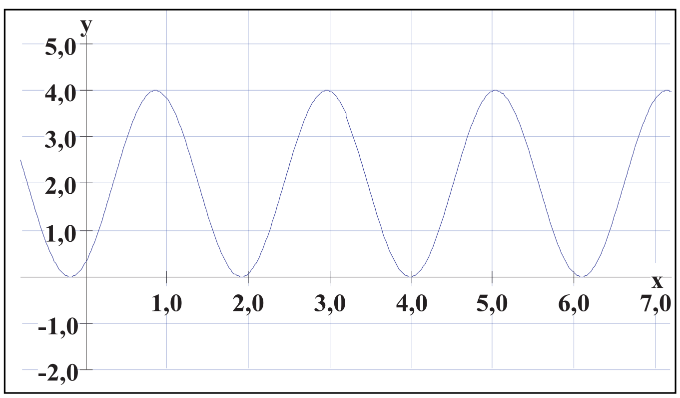
1.



Solution

$y = -\sin x$

2.



Solution

$y = 2 \sin (3x - 1) + 2$

De combien le graphique précédent devrait-il être déplacé vers la droite pour créer un graphique identique? Écrivez une équation différente pour ce nouveau graphique. Combien d'équations de la sorte sont possibles?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

G-2 Recueillir des données sinusoïdales; tracer le graphique de ces données en utilisant la technologie et présenter les données sous la forme suivante : $y = a \sin(bx - c) + d$ – *suite*

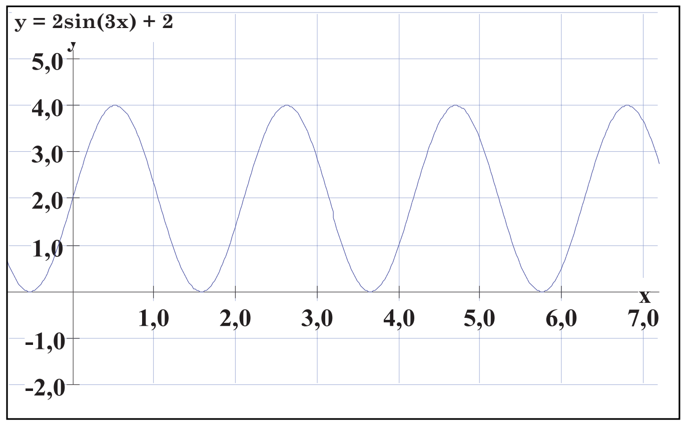
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Recueillir des données et mettre ces données sur graphique; présenter les données en utilisant un modèle mathématique. (suite)**

Exemple 3

Faites l'ébauche du graphique de l'équation suivante : $y = 2\sin(3x) + 2$.

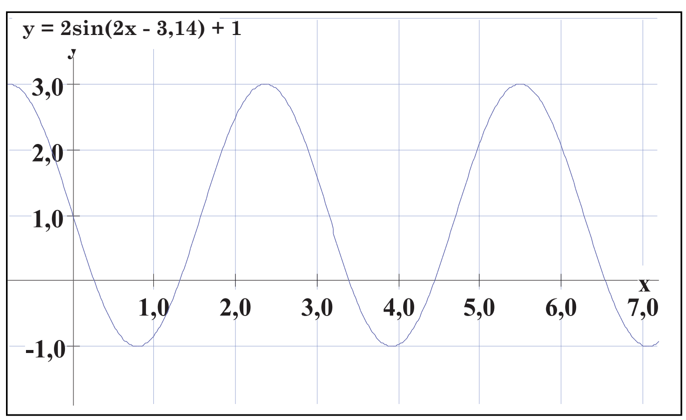
Solution



Exemple 4

Faites l'ébauche du graphique de l'équation suivante : $y = 2\sin(2x - 3{,}14) + 1$

Solution



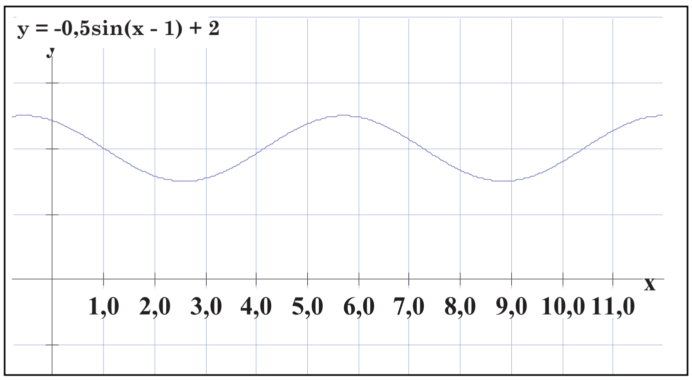
STRATÉGIES D'ÉVALUATION

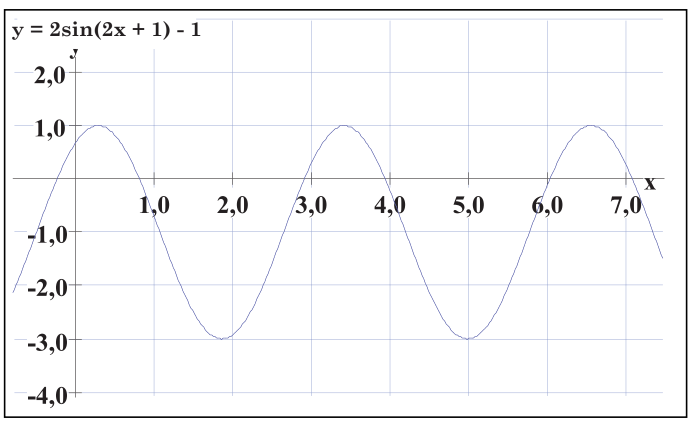
NOTES

Graphiques d'équations algébriques (suite)

3. Mettez les équations ci-dessous sur graphique :
   a) $y = -0{,}5 \sin(x - 1) + 2$
   b) $y = 2 \sin(2x + 1) - 1$

   Solutions





RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

G-3 Utiliser les équations sinusoïdales les mieux ajustées et les graphiques correspondants pour faire des prédictions (interpolations, extrapolations).

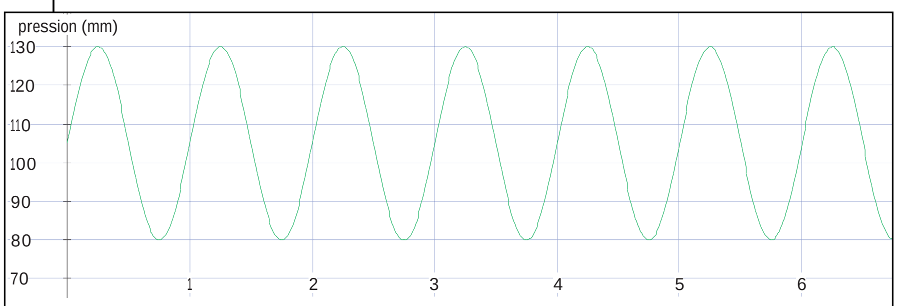
- **Faire des prédictions en utilisant les équations sinusoïdales les mieux ajustées et les graphiques correspondants.**

La pression artérielle

Le coeur et les vaisseaux sanguins alimentent chaque cellule de notre corps en oxygène en pompant le sang dans tout le corps, et le coeur détermine aussi la quantité de sang pompée par minute.

Le coeur suit un cycle de contraction (systole) et de repos (diastole), et il répète ce processus environ 70 fois par minute. C'est pourquoi la pression artérielle augmente et diminue. Lorsque le coeur se contracte, la pression augmente; lorsqu'il est au repos, la pression diminue. Ce processus est typique d'une fonction répétitive ou périodique, et il peut être décrit de manière mathématique en utilisant la fonction sinusoïdale.

L'amplitude correspond au débit sanguin maximal, et la période correspond au temps entre les battements de coeur : environ une seconde.



Le diagramme illustre les changements de la pression artérielle (mesurée en mm de mercure (Hg)) sur une période de six secondes.

La pression maximale (systolique) est de 130 mm et la pression minimale (diastolique) est de 80 mm.

La pression artérielle est mesurée à l'aide d'un appareil gonflable (brassard) placé autour du bras. Cette méthode est beaucoup plus pratique que si un instrument de mesure devait être inséré dans une artère, mais elle requiert certaines connaissances mathématiques.

Le brassard sert à faire une pression sur l'artère du bras. Il est d'abord gonflé pour que la pression extérieure soit supérieure à la pression artérielle. Le débit sanguin est coupé! Ensuite, l'air est lentement relâché et la pression dans le brassard diminue graduellement. Pendant ce temps, le médecin écoute à l'aide d'un stéthoscope quand le sang recommence à circuler dans le bras. Lorsque le sang recommence à circuler, la pression dans le brassard (pression extérieure) est égale à la pression de l'artère. La pression est alors prise en note, et il s'agit de la valeur la plus élevée de la pression artérielle, la pression systolique.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

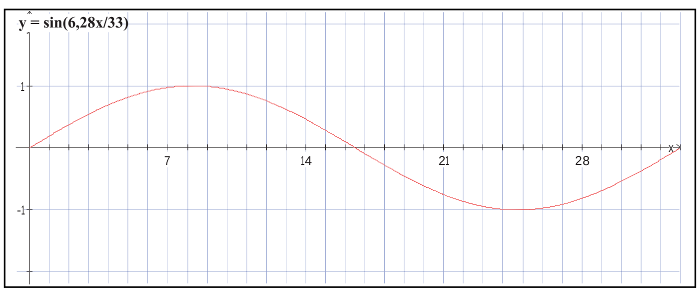
Graphiques de cycles de biorythme

La période du cycle intellectuel du biorythme est de 33 jours et son amplitude est de 1.

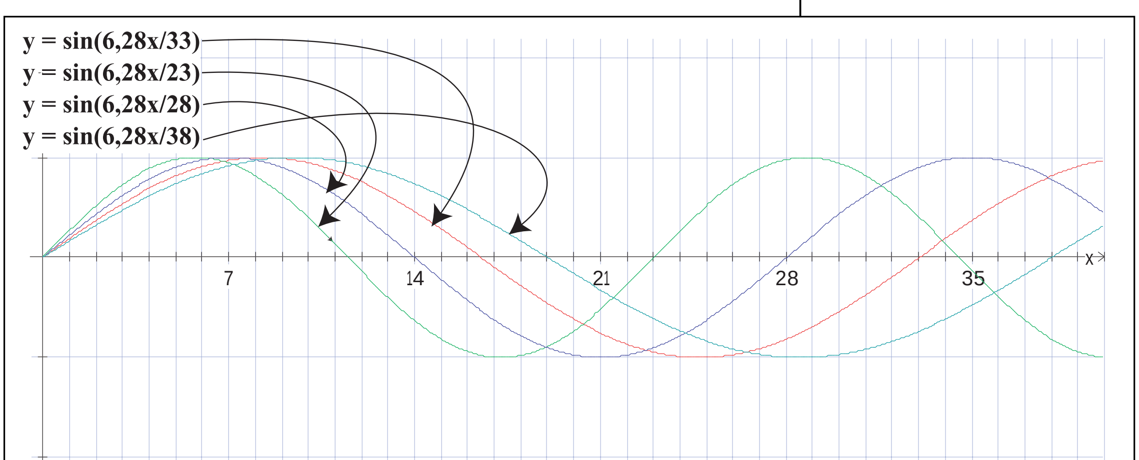
1. Déterminez l'équation applicable à ce cycle du biorythme et mettez cette équation sur graphique en illustrant au moins une courbe complète.
2. Répétez ce processus pour les trois autres cycles du biorythme. Placez tous les cycles sur le même ensemble d'axes.
3. Calculez le nombre de jours écoulés depuis que vous êtes né.
4. Trouvez ce nombre de jours sur le graphique et expliquez la signification de chacun des quatre attributs du biorythme.
5. Comparez vos résultats avec les données d'un site web sur le biorythme comme www.edicom.ch/date/biorythm/index.html.

Solution

1. L'équation du cycle intellectuel du biorythme est la suivante : $y = \sin(6{,}28x/33)$ et le graphique est illustré ci-dessous :



2. Graphique des quatre cycles



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

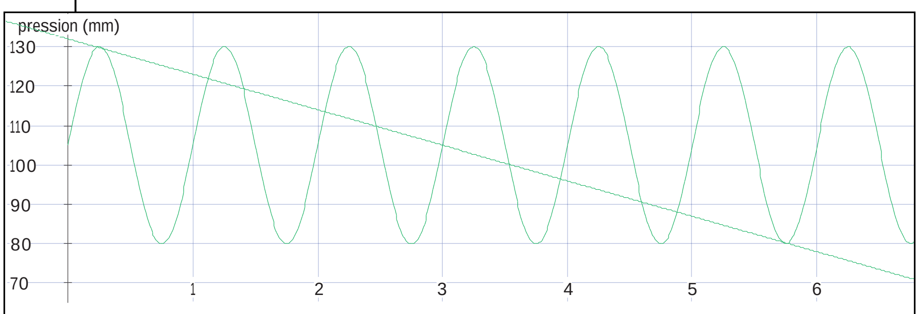
G-3 Utiliser les équations sinusoïdales les mieux ajustées et les graphiques correspondant pour faire des prédictions (interpolations, extrapolations). *– suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Faire des prédictions en utilisant les équations sinusoïdales les mieux ajustées et les graphiques correspondants. (suite)**

La pression artérielle - *suite*

Mais cela n'est qu'une moitié de l'histoire. N'oubliez pas que le sang est distribué dans le corps par poussées et que la pression artérielle augmente et diminue à l'image d'une fonction périodique. La pression la moins élevée doit aussi être mesurée. La pression dans le brassard diminue donc graduellement alors que la pression artérielle augmente et diminue. Le médecin entend donc les poussées et les fluctuations. À un moment précis, le brassard perd tellement de pression que les changements de la pression artérielle demeure supérieurs à la pression du brassard. Le point auquel le battement répétitif disparaît correspond à la pression la moins élevée, ou la pression diastolique.



La ligne droite représente la diminution graduelle de la pression dans le brassard

La pression systolique est de 130 et la pression diastolique est de 80. On dira donc que la pression est de 130/80 ou de 130 sur 80

1. Écrivez une équation représentant les changements de la pression artérielle illustrés dans le diagramme.
2. Écrivez une équation représentant le changement de pression dans le brassard.

Solution

1. $y = 25\sin(6{,}28x) + 105$
2. $y = -9x + 132$

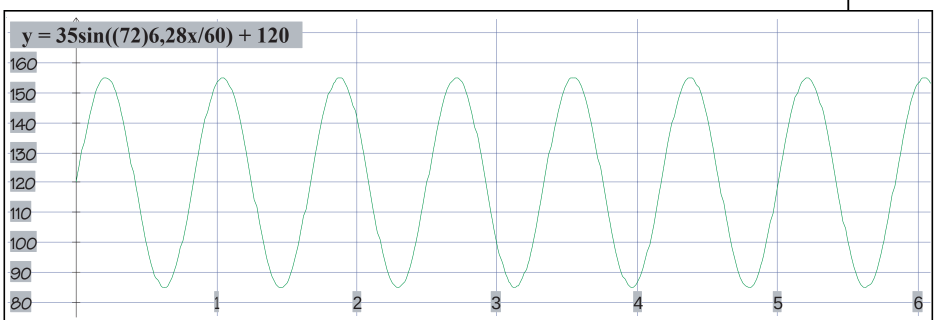
STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

La pression artérielle

Dans une clinique de santé, la pression artérielle d'une personne âgée est de 155/85. Le médecin détermine aussi que le pouls est de 72 battements par minute.

1. Quelle est la période de la fonction mathématique qui représente ces données ?
2. Quelle est l'amplitude de la fonction ?
3. Tracez l'ébauche du graphique illustrant au moins six cycles de changements de pression.
4. Écrivez l'équation représentant ces données.
5. Mettez cette équation sur graphique.



Solution
L'équation est la suivante : $y = 35\sin((72)6{,}28x/60) + 120$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

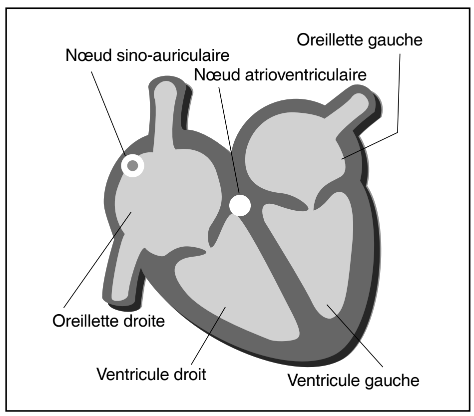
G-3 Utiliser les équations sinusoïdales les mieux ajustées et les graphiques correspondant pour faire des prédictions (interpolations, extrapolations).
– suite

- **Faire des prédictions en utilisant les équations sinusoïdales les mieux ajustées et les graphiques correspondants. (suite)**

Coeur qui bat se porte bien.

En réalité, il bat environ 2,5 millions de fois pendant la durée moyenne d'une vie.

Lorsqu'il fonctionne normalement, le coeur dépend d'impulsions électriques. Chaque battement est stimulé électriquement dans la région supérieure du coeur qui porte le nom d'oreillette. Le battement du coeur ne constitue qu'une excitation périodique du tissu cardiaque qui est engendrée par le noeud sino-auriculaire ou un régulateur cardiaque. Ensuite, ce signal traverse une partie du coeur qui se nomme le noeud atrioventriculaire. Puis, il entre dans la partie inférieure du coeur, les deux ventricules, lesquels pompent le sang dans les poumons et dans le reste du corps. L'activité dans la région ventriculaire produit la contraction et par le fait même le battement du coeur.



Les irrégularités cardiaques sont souvent associées aux causes suivantes :

- production anormale du rythme spontané au niveau du noeud sino-auriculaire;
- diffusion anormale du signal électrique;
- développement d'activité rythmique spontanée à des endroits inhabituels.

Toutes les personnes qui tentent de comprendre comment le coeur fonctionne et les problèmes reliés à un battement anormal du coeur doivent habituellement utiliser les mathématiques. Un des outils fréquents de diagnostic est l'électrocardiogramme ou ECG. Un ECG correspond à un enregistrement électrique du coeur.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

G-3 Utiliser les équations sinusoïdales les mieux ajustées et les graphiques correspondant pour faire des prédictions (interpolations, extrapolations).
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Faire des prédictions en utilisant les équations sinusoïdales les mieux ajustées et les graphiques correspondants. (suite)**

Activité : Les mesures d'un ECG

Matériel

- 1 unité LAC
- calculatrice TI-83 avec câble de liaison
- programme CHEMBIO pour la calculatrice TI-83
- 1 module à vernier pour ECG avec adaptateur DIN-LAC
- 3 électrodes pour ECG

Directives

Pour cette activité, l'unité LAC et les électrodes pour ECG seront utilisés pour recueillir des données sur le coeur humain. Les données seront analysées avec la calculatrice TI-83.

1. Sur la calculatrice TI-83, remettez les listes L1 et L2 à zéro, ainsi que les équations du registre des fonctions « y = ».
2. Branchez la calculatrice TI-83 à l'unité LAC à l'aide du câble de liaison.
3. Branchez l'électrode d'ECG au port CH1 de l'unité LAC à l'aide d'un adaptateur DIN.
4. Placez l'électrode sur le poignet droit du sujet de manière à ce que la languette sur le côté de l'électrode soit pointée vers le bas. Ainsi, les fils de l'électrode peuvent pendre librement sans déformer l'électrode.
5. Placez un deuxième électrode à l'intérieur du coude droit du sujet.
6. Placez un troisième électrode à l'intérieur du coude gauche du sujet.
7. Branchez la pince crocodile rouge (+) à l'électrode du coude gauche.
8. Branchez la pince crocodile verte (–) à l'électrode du coude droit.
9. Branchez la pince crocodile noire à l'électrode du poignet droit (électrode de référence).
10. Sur la calculatrice TI-83, sélectionnez [PRGM] et [CHEMBIO].
11. Sur le menu principal, sélectionnez [1 :SET UP PROBES] et tapez [3] pour le nombre d'électrodes.
12. Pour sélectionner le type d'électrode, tapez [7], [7] pour faire afficher la liste des autres électrodes et tapez [5 : EKG].
13. Suivez les directives paraissant à l'écran de la calculatrice TI-83 pour obtenir les données.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Internet

Vous pouvez charger le programme CHEMBIO à partir du site de la compagnie Vernier à l'adresse : www.vernier.com.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

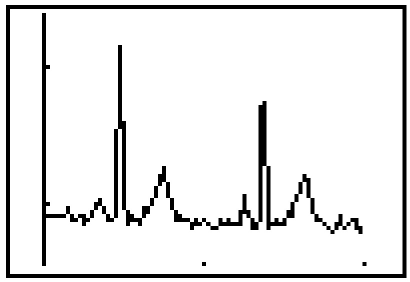
G-3 Utiliser les équations sinusoïdales les mieux ajustées et les graphiques correspondant pour faire des prédictions (interpolations, extrapolations).
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Faire des prédictions en utilisant les équations sinusoïdales les mieux ajustées et les graphiques correspondants. (suite)**

Activité : Les mesures d'un ECG - *suite*

Voici un exemple d'un graphique d'un ECG.



L'axe horizontal représente les secondes et l'axe vertical représente les volts.

Voici un échantillon des données et le graphique d'un autre ECG.

L1	L2	L3 1
.02	.93477	------
.04	.95717	
.06	.97956	
.08	.97956	
.1	.92918	
.12	.95717	
.14	.91798	

L1(1)=.02

— *suite*

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

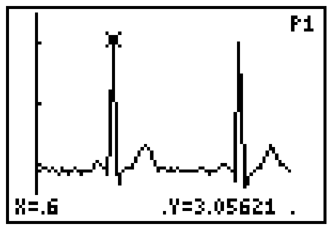
G-3 Utiliser les équations sinusoïdales les mieux ajustées et les graphiques correspondant pour faire des prédictions (interpolations, extrapolations).
– suite

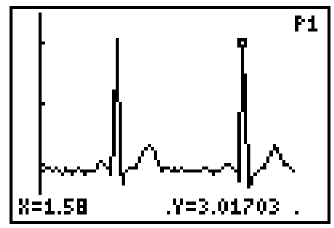
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Faire des prédictions en utilisant les équations sinusoïdales les mieux ajustées et les graphiques correspondants. (suite)**

Activité : Les mesures d'un ECG - *suite*

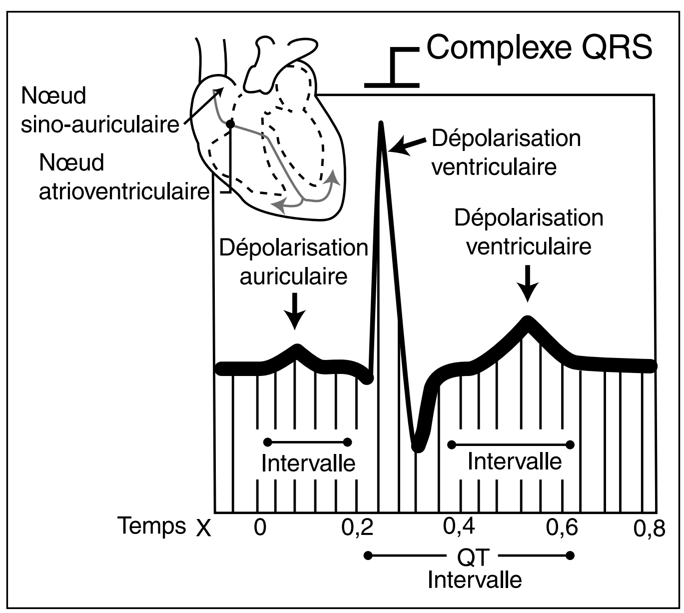
La fonction TRACE de la calculatrice TI-83 peut vous indiquer les coordonnées des deux points R successifs. Le temps applicable au point R est de 0,6 seconde et le temps applicable au deuxième point R est de 1,58 seconde. Cela signifie que le temps écoulé entre les deux points, le temps d'un battement du coeur, est de 0,98 seconde. Le nombre de battements par minute est d'environ 61.





Questions à étudier :

1. Déterminez le temps applicable à différentes portions du modèle d'ECG.
2. Déterminez l'ECG d'une personne au repos.
3. Déterminez l'ECG d'une personne après des exercices légers comparativement à l'ECG précédent.
4. Projet : étudiez différents types d'anomalies reliées à des ECG.



STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Unité H
Suites

SUITES

Introduction

Dans cette unité, une approche pratique est utilisée pour l'étude du concept des suites à l'aide d'expériences et d'enquêtes. Vous effectuerez des expériences afin de recueillir des données linéaires ou exponentielles. Vous pouvez atteindre les objectifs visés par cette unité en utilisant les fonctions de régression des calculatrices graphiques ou des logiciels informatiques.

Les enseignants devraient savoir que la méthode traditionnelle utilisée pour déterminer une expression algébrique pour le $n^{\text{ième}}$ terme d'une suite ne devrait pas être utilisée dans cette unité. Ainsi, des formules telles de $t_n = t_1 r^{n-1}$ ou $t_n = t_1 + (n - 1)d$ ne devraient pas être utilisées. Vous devriez encourager les élèves à utiliser les formules récursives de la feuille de calcul. Les calculatrices graphiques peuvent être utilisées pour créer une équation de régression illustrant une suite en particulier telle qu'une suite arithmétique (régression linéaire) ou une suite géométrique (régression exponentielle).

Pratiques d'enseignement

Nous vous encourageons à faire travailler les élèves en petits groupes et à organiser des discussions en classe. Les élèves peuvent utiliser des outils technologiques tels que les unités LAC ou d'autres méthodes pour recueillir des données. Ensuite, l'analyse des données peut être exécutée à l'aide d'une calculatrice graphique ou d'un logiciel informatique approprié.

Matériel d'enseignement

- calculatrice graphique
- unités LAC avec diverses sondes
- ordinateur comprenant un logiciel approprié
- feuilles de calcul

Durée

12 heures

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE

Résultat général

Produire et analyser des régularités cycliques, récursives et fractales.

Résultats spécifiques

H-1 Utiliser la technologie pour produire et mettre sur graphique des suites représentant des phénomènes de la vie de tous les jours.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Présenter le concept des suites**

Nota : Les enseignants devraient savoir que la méthode traditionnelle utilisée pour déterminer une expression algébrique pour le $n^{\text{ième}}$ terme d'une suite ne devrait pas être utilisée dans cette unité. Ainsi, des formules telles de $t_n = t_1 r^{n-1}$ ou $t_n = t_1 + (n - 1)d$ ne devraient pas être utilisées. Vous devriez encourager les élèves à utiliser les formules récursives de la feuille de calcul telles que **= B2 + 180** pour produire une suite de termes. Des formules explicites telles que **= (A3 – 2)*180** peuvent aussi être utilisées.

Les calculatrices graphiques peuvent être utilisées pour créer une équation de régression illustrant une suite en particulier telle qu'une suite authentique (régression linéaire) ou une suite géométrique (régression exponentielle). Il suffit d'enregistrer des données indépendantes dans la liste L1 et des données dépendantes correspondantes dans la liste L2. Une fois les données sur graphique, vous devriez encourager l'élève à identifier le type de droite de régression qui représente le mieux les données.

Exemple 1

Rappelez-vous de l'expérience faite avec une balle dans le cours *Mathématiques appliquées, Secondaire 2*. Dans cette expérience, la hauteur à laquelle la balle rebondissait était déterminée d'après la hauteur à laquelle vous laissiez tomber la balle, et cette hauteur était ensuite mise sur graphique. Cette expérience devrait être répétée, mais la hauteur à laquelle la balle rebondira doit être déterminée d'après la hauteur à laquelle elle vient tout juste de rebondir.

Directives

1. Utilisez une caméra vidéo et un magnétoscope à cassettes pouvant effectuer une lecture image par image.
2. Construisez une règle de papier sur laquelle vous tracerez des points de repère à tous les 5 cm.
3. Laissez tomber la balle d'une certaine hauteur, de 1 mètre par exemple. Filmez la balle qui rebondit.
4. Construisez une feuille de calcul comme celle ci-dessous.

	A	B	C
1	n° du rebond	hauteur du rebond	varia. de haut. (%)
2	1		
3	2		
4	3		
5	4		
6	5		

— suite

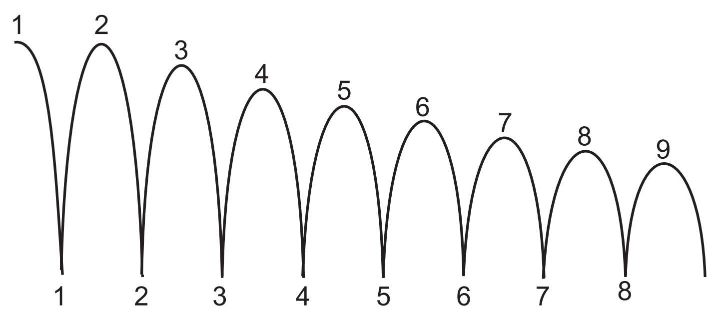
STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Problème

Prenons l'exemple de la balle qui rebondit. Nous supposerons que la balle rebondit à 90 % de la hauteur de laquelle vous la laissez tomber. Remplissez le tableau ci-dessous pour les 15 premiers rebonds. (Cela doit être effectué sur une feuille de calcul ou une calculatrice graphique.)

	A	B	C
1	n° du rebond	hauteur (cm)	hauteur du rebond (cm)
2	1	100	90
3	2	90	81
4	3	81	72,9
5	4	72,9	65,61

a) À quelle hauteur la balle rebondit-elle après le 8^e rebond?



b) Après combien de rebonds la balle rebondit-elle à une hauteur de 72,9 cm?

c) Quand la balle arrête-t-elle de rebondir?

d) Après 8 rebonds, quelle distance la balle a-t-elle parcouru en tout?

e) Construisez un graphique sur les données de la hauteur des rebonds. Décrivez la forme du graphique dans vos propres mots.

Solution

a) Hauteur du 9^e rebond (après le 8^e rebond) = 43,05 cm.

b) Trois rebonds

c) D'après ce modèle, la balle n'arrête jamais de rebondir. Mais, il ne s'agit que d'un modèle mathématique qui reproduit le comportement; il ne le décrit pas avec précision.

d) En supposant que nous tenons compte de la distance parcourue pour le 8^e rebond, cette distance est de 1 082,1 cm. Si on ne tient pas compte du 8^e rebond, la distance est de 1 039,1 cm.

— suite

NOTES

Ressources

Mathématiques appliquées, Secondaire 4 – Exercices, Éducation et Formation professionnelle Manitoba, 2000.

Logiciel de dessin de géométrie comme *Cybergéomètre* ou *Euklid*.

Tableur comme *Microsoft Excel*.

Calculatrice graphique comme la TI-83.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

H-1 Utiliser la technologie pour produire et mettre sur graphique des suites représentant des phénomènes de la vie de tous les jours.
— *suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Présenter le concept des suites (suite)**

Exemple 1 – suite

Directives – suite

5. Visionnez la cassette vidéo et enregistrez les hauteurs des rebonds.
6. Dans la troisième colonne, déterminez le changement en pourcentage de la hauteur des rebonds.
7. Calculez le changement moyen en pourcentage pour les cinq rebonds enregistrés. Utilisez ce pourcentage pour compléter le tableau pour les 20 rebonds. Utilisez le tableau complété pour répondre aux questions ci-dessous :
   a) À quelle hauteur la balle rebondit-elle après le 8^e rebond?
   b) Après combien de rebonds la balle rebondit-elle à une hauteur correspondant seulement à la moitié de la hauteur d'origine?

Notes :

a) Vous pouvez aussi utiliser les méthodes suivantes pour exécuter cette expérience :
   i) vous pouvez utiliser un capteur de mouvement et un système de type LAC;
   ii) vous pouvez laisser tomber la balle d'une hauteur de 1 m, enregistrer la hauteur du rebond; laisser tomber la balle d'une hauteur différente, enregistrer la hauteur du nouveau rebond, répéter ce procédé.

b) Les couleurs de la balle et de la règle en papier devraient être contrastantes. N'utilisez pas une balle de golf blanche et une règle en papier blanc.

c) Les enseignants peuvent exécuter cette expérience plus d'une fois et faire la moyenne des essais.

d) Des balles différentes peuvent être utilisées par les groupes d'élèves.

e) Exemple de données recueillies

	A	B	C
1	Rebond	Hauteur du rebond	Varia. de hauteur
2	1	85	
3	2	75	88,2 %
4	3	68	90,7 %
5	4	60	88,2 %
6	5	56	93,3 %

— *suite*

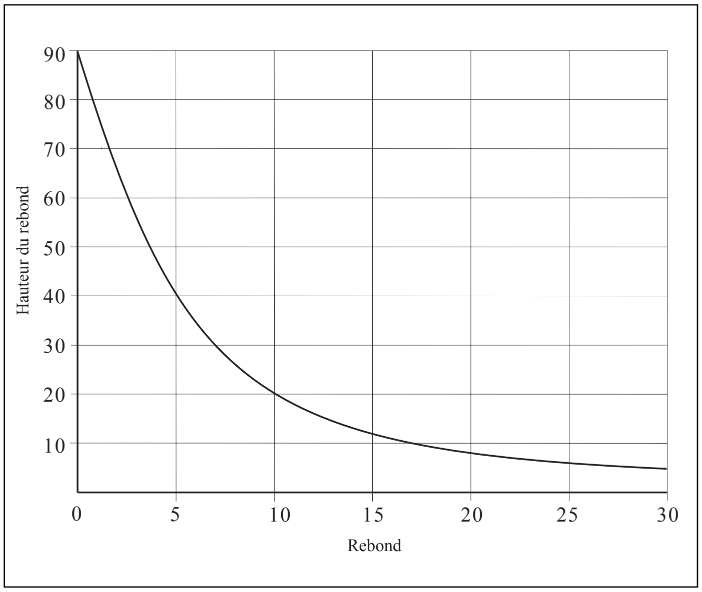
STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème — suite

Solution — suite

e)



La courbe du graphique diminue, et elle semble demeurer stable à partir d'un certain point.

— *suite*

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

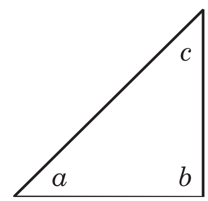
H-1 Utiliser la technologie pour produire et mettre sur graphique des suites représentant des phénomènes de la vie de tous les jours.
— *suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **présenter le concept des suites (suite)**

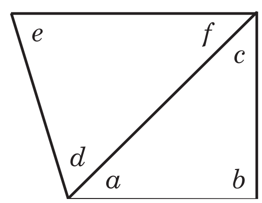
Exemple 2

Demandez aux élèves de tracer un triangle. Quelle est la somme des angles?



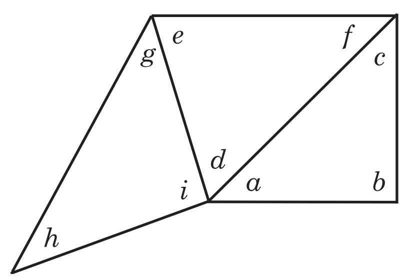
180°

Placez un autre triangle partageant un côté avec le premier triangle et déterminez la somme des angles.



$a + b + c = 180°$
$d + e + f = 180°$
$a + d + b + e + c + f = 360°$
$(a + d) + b + e + (c + f) = 360°$

Ajoutez un autre triangle.



$a + b + c = 180°$
$d + e + f = 180°$
$g + h + i = 180°$
$a + d + g + b + e + h + c + f + i = 540°$
$(a + d + i) + (c + f) + b + (g + e) + h = 540°$

Les élèves doivent remplir le reste du tableau. Quelle formule de la feuille de calcul utilisez-vous?

	A	B
1	nombre de côtés	somme des angles
2	3	180
3	4	360
4	5	540
5		

— *suite*

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

H-1 Utiliser la technologie pour produire et mettre sur graphique des suites représentant des phénomènes de la vie de tous les jours.
— *suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

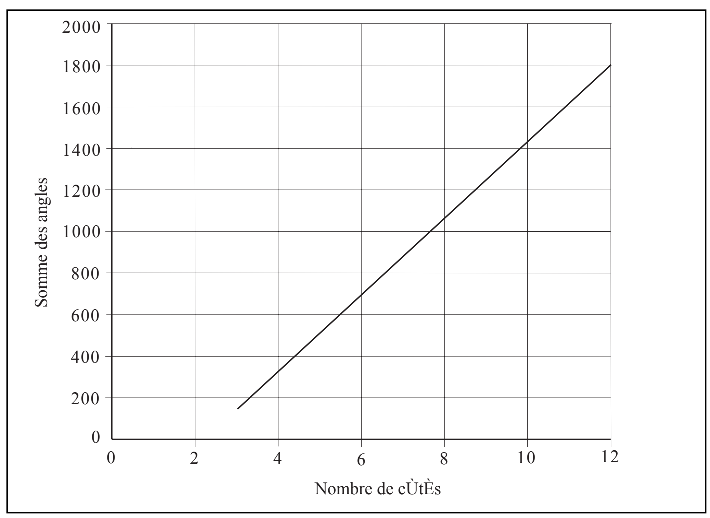
- **Présenter le concept des suites (suite)**

Exemple 2 - suite

Inscrivez la somme de la colonne des angles sous forme de suite, c'est-à-dire 180, 360, 540, …

1. Quelle est la somme des angles d'une figure à huit côtés?
2. Si la somme des angles d'une figure est de 1 980º, combien de côtés cette figure a-t-elle?
3. Construisez un graphique pour ces données et décrivez-le dans vos propres mots.
4. Vous avez probablement utilisé la formule de la feuille de calcul **= B2 + 180** dans la cellule B3. Cette formule ou règle est fondée sur la valeur précédente de la suite. Ce type de règle se nomme une ***formule récursive***. Inscrivez une formule de la feuille de calcul pour la cellule B3 qui utilise la valeur dans A3.

Solution

1. 1 080º. Vous remarquerez que la somme des angles d'une figure à huit côtés se trouve à la cellule B7 et qu'elle est la 6^{e} valeur de la suite.
2. 13 côtés
3. 

   La courbe augmente à un rythme constant.
4. **= (A3 - 2)*180**. Il s'agit d'une ***formule explicite*** parce qu'elle est fondée sur la position de la valeur dans la suite. Vous pouvez utiliser une calculatrice graphique pour trouver des formules explicites simples à l'aide de *Curve Expert* ou d'autres programmes d'ajustement de courbe. Vous devriez encourager les élèves à le faire.

— *suite*

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

H-1 Utiliser la technologie pour produire et mettre sur graphique des suites représentant des phénomènes de la vie de tous les jours.
— suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Présenter le concept des suites (suite)**

Exemple 3

Habituellement, les suites sont représentées en deux colonnes dans une feuille de calcul. La première colonne correspond souvent au temps ou parfois à d'autres variables semblables qui représentent quelles sont les valeurs relatives à la suite dont il est question. La deuxième colonne représente la suite même.

Par exemple, l'allocation de Vincent double chaque année. À 10 ans, il recevait 2 $ par semaine. La feuille de calcul serait donc la suivante :

	A	B
1	âge	allocation
2	10	2 $
3	11	4 $
4	12	8 $
5	13	16 $
6	14	32 $

Pour faciliter les choses, l'allocation à l'âge de 12 ans sera représentée par a_{12}.

Nota : Cette méthode n'est pas celle habituellement utilisée pour nommer les données. L'allocation à l'âge de 12 ans serait plutôt représentée par t_3, parce qu'il s'agit du troisième terme. Vous ne devriez pas utiliser cette méthode de notation des termes et des valeurs des termes. Permettez aux élèves de créer leur propre système de notation.

1. Quelle est la formule récursive de la feuille de calcul dans la cellule B3 pour cette suite?
2. Quelle est la formule explicite de la feuille de calcul dans la cellule B3 pour cette suite?
3. Quelle est la valeur de a_{20} si Vincent reçoit une allocation jusqu'à ce qu'il atteigne l'âge de 21 ans?
4. Produisez le graphique de la suite de l'allocation de Vincent.

Solution

1. :B2*2
2. 2^(A2 – 9) = 2^(A3 – 9)
3. 2 048 $/semaine

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Le fond d'un baril de 100 litres d'eau est troué et la moitié de l'eau du baril se vide en cinq minutes. On retire le bouchon du trou à 14 h 15.

a) Produisez une feuille de calcul qui décrit la situation.

b) Construisez un graphique des données et décrivez-le dans vos propres mots.

c) De quelle manière représenteriez-vous le volume d'eau dans le baril après 20 minutes?

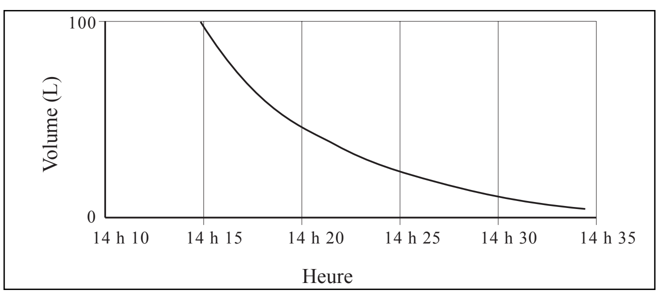
d) Indiquez les formules récursives et explicites pour cette situation.

Solution

a)

	A	B
1	Heure	Volume
2	14 h 15	100
3	14 h 20	50
4	14 h 25	25
5	14 h 30	12,5
6	14 h 35	6,25

b)



La courbe diminue et semble demeurer stable après un certain point.

c) Réponses possibles : V_{20}, E_{20}, $V_{14\text{ h }35}$, $E_{14\text{ h }35}$

d) B3 = B2/2 *B3 = 100/ (2^(A3/ 5))

****Nota :*** Pour écrire la formule explicite, il est nécessaire d'ajouter une colonne à la feuille de calcul en (a) pour illustrer le « temps écoulé en minutes ».

	A	B	C
1	Heure	Temps écoulé	Volume
2	14 h 15	0	100
3	14 h 20	5	50
4	14 h 25	10	25
5	14 h 30	15	12,5
6	14 h 35	20	6,25

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

H-1 Utiliser la technologie pour produire et mettre sur graphique des suites représentant des phénomènes de la vie de tous les jours.
— suite

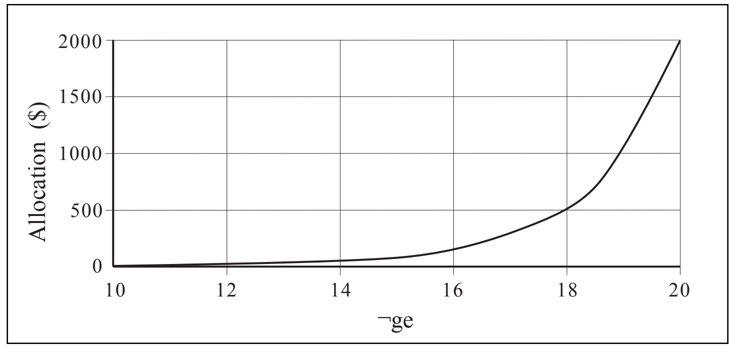
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Présenter le concept des suites. (suite)**

  Exemple 3 – suite

  Solution – suite

  4.



- **Utiliser des feuilles de calcul pour résoudre des problèmes reliés à des suites.**

  Exemple 1

  Chaque année, Victor Généreux offre à sa nièce un cadeau pour son anniversaire. Il lui remet une somme d'argent égale à quatre fois son âge en années. L'argent est déposé dans un compte de banque ne produisant aucun intérêt et elle ne peut en retirer aucune partie avant d'atteindre l'âge de 18 ans.

  a) Construisez une feuille de calcul illustrant son âge dans la colonne A, le montant de l'année dans la colonne B et le montant total dans la colonne C.

  b) Indiquez les formules récursive et explicite pour la cellule B3.

  c) Inscrivez une formule récursive pour la cellule C3.

  d) Combien d'argent a-t-elle dans son compte à son 18^{e} anniversaire?

  e) Quel âge a-t-elle lorsque le montant d'argent dans son compte de banque devient plus élevé que 400 $?

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Supposez que la banque accepte que la nièce de Victor utilise les 684 $ accumulés dans son compte pour ouvrir un autre compte lorsqu'elle atteint 18 ans. La banque accepte de lui verser des intérêts garantis de 8 % si elle accepte de ne pas retirer l'argent avant d'atteindre l'âge de 40 ans. La nièce de Victor doit aussi verser une somme de 500 $ dans son compte à chacun de ses anniversaires. Quelle somme aura-t-elle accumulée à 40 ans si elle verse les premiers 500 $ à son 19e anniversaire de naissance et les derniers 500 $ à son 40e anniversaire de naissance? Quelles sont les formules récursive et explicite pour la cellule D3?

   Solution

   31 446,97 $

   La formule récursive est **D3 = D2 + 500 + (0,08*D2)**
   La formule explicite est très complexe en raison du montant de 500 $ versé chaque année.

2. Du chlore est ajouté à l'eau d'une piscine pour en contrôler le film biologique et les algues. La quantité idéale de chlore se situe entre 1 et 2 ppm (parties par million). Si la concentration de chlore atteint 3 ppm, on peut se baigner dans la piscine mais le chlore excédentaire se combine avec l'azote pour former un produit chimique ayant une forte odeur et irritant les yeux. Si la concentration de chlore est inférieure à 1 ppm, un film biologique se forme dans la piscine. Chaque jour, environ 15 % du chlore est utilisé pour éliminer le film biologique et les algues et s'évapore de manière naturelle. Utilisez une feuille de calcul pour répondre aux questions suivantes. Fournissez une feuille de calcul et un graphique pour chaque réponse.

   a) Si le contenu de chlore est de 3 ppm et aucune quantité supplémentaire de chlore n'est ajoutée, après combien de temps le film biologique commencera-t-il à se former dans la piscine?
   b) Si le contenu de chlore au départ est de 3 ppm et si une quantité de 0,5 ppm est ajoutée chaque jour, la concentration augmentera-t-elle ou diminuera-t-elle? La piscine deviendra-t-elle un jour remplie de chlore pur? Expliquez votre réponse.
   c) En supposant que le contenu de chlore de départ est de 3 ppm, et qu'une quantité de 0,1 ppm de chlore est ajoutée chaque jour, que se passera-t-il?
   d) Quelle quantité de chlore devez-vous ajouter chaque jour (si la quantité de départ est de 3 ppm) pour que la concentration se stabilise à 1,5 ppm? Combien de jours doivent s'écouler pour que vous obteniez une concentration de 1,5 ppm à 0,1 ppm près? Pouvez-vous suggérer une façon de stabiliser la piscine plus rapidement?

      Encouragez les élèves à utiliser une méthode de réponses provisoires de vérification pour résoudre ce problème. Demandez-leur d'ajouter des ppm différentes jusqu'à ce qu'une solution au problème devienne apparente.

— suite

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

H-1 Utiliser la technologie pour produire et mettre sur graphique des suites représentant des phénomènes de la vie de tous les jours.
— *suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Utiliser des feuilles de calcul pour résoudre des problèmes reliés à des suites. (suite)**

Exemple 1 – suite

Solution

a)

	A	B	C
1	Âge	Montant de l'année	Montant total
2	1	4,00 $	4,00 $
3	2	8,00 $	12,00 $
4	3	12,00 $	24,00 $
5	4	16,00 $	40,00 $

b) La formule récursive est **B3 = B2 + 4**.
La formule explicite est **B3 = 4*A3**.

c) **C3 = C2 + B3**

d) 684 $

e) 14 ans

Exemple 2

En supposant qu'une paire de jeans perd 4 % de sa couleur chaque fois qu'on la lave, utilisez un outil de graphisme pour répondre aux questions suivantes :

a) Quel pourcentage de la couleur d'origine restera-t-il après 10 lavages?

b) Combien de fois une paire de jeans neuve doit-elle être lavée pour que sa couleur ne représente que 25 % de la couleur d'origine?

c) Décrivez la forme du graphique. Est-ce qu'il est convergent ou est-ce qu'il se stabilise? À quel point?

	A	B
1	Nombre de lavages	% de la couleur d'origine
2	0	100,0
3	1	96,0
4	2	92,2
5	3	88,5
6	4	84,9
7	…	…

Solution

a) 66,48 %

b) 34 lavages

c) Le graphique diminue et semble converger à la couleur de 0 %.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

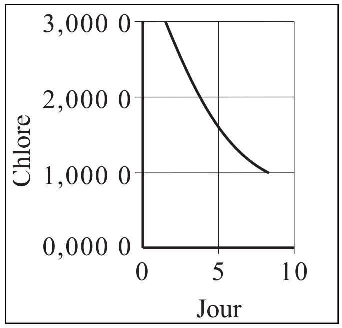
NOTES

Problème – *suite*

Solution

a)

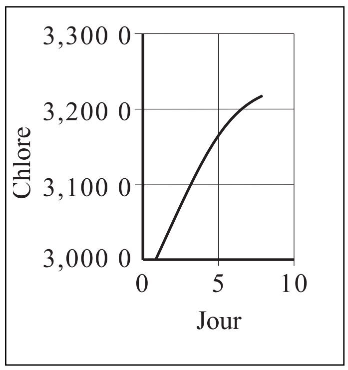
	A	B
1	jour	chlore
2	1	3,000 0
3	2	2,550 0
4	3	2,167 5
5	4	1,842 4
6	5	1,566 0
7	6	1,331 1
8	7	1,131 4
9	8	0,961 7



Entre 7 et 8 jours

b)

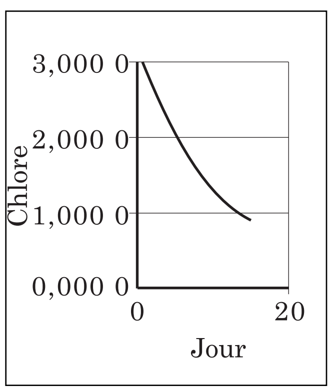
	A	B
1	jour	chlore
2	1	3,000 0
3	2	3,050 0
4	3	3,092 5
5	4	3,128 6
6	5	3,159 3
7	6	3,185 4
8	7	3,207 6
9	8	3,226 5



La concentration de chlore se stabilise à une valeur supérieure à 3 ppm, mais elle est de beaucoup inférieure à la valeur du chlore pur.

c)

	A	B
1	jour	chlore
2	1	3,000 0
3	2	2,650 0
4	3	2,352 5
5	4	2,099 6
6	5	1,884 7
7	6	1,702 0
8	7	1,546 7
9	8	1,414 7
10	9	1,302 5
11	10	1,207 1
12	11	1,126 0
13	12	1,057 1
14	13	0,998 6
15	14	0,948 8



La concentration diminue et se stabilise à une valeur inférieure à 1 ppm.

— *suite*

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

H-2 Utiliser un outil technologique pour construire un motif fractal en appliquant à répétition un procédé à une figure géométrique.

H-3 Utiliser le concept de l'autosimilarité pour comparer et prédire les périmètres, les aires et les volumes de motifs fractals.

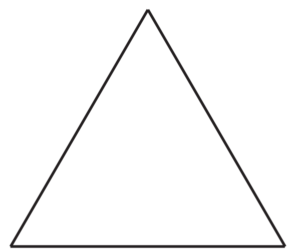
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Suivre les directives pour créer des motifs fractals.**

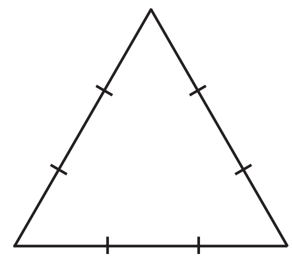
  Le programme *Cybergéomètre* peut être utilisé pour créer des motifs fractals.

Exemple 1

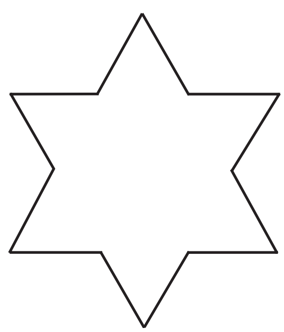
Les élèves devraient suivre les directives pour créer des motifs fractals. Vous trouverez ci-dessous l'exemple du mathématicien Koch : flocon de neige.



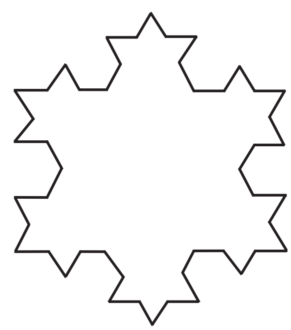
Construisez un triangle équilatéral ayant des côtés de 12 cm.



Divisez chaque côté en trois sections de 4 cm chacune.



Construisez un triangle équilatéral ayant des côtés de 4 cm sur chacune des sections du centre. Effacez la section du centre pour obtenir le diagramme ci-dessus.



Répétez ce procédé. Maintenant, chaque côté a une longueur de $1,\overline{3}$ cm.

Exemple 2

À l'aide d'un motif fractal et de feuilles de calcul, les élèves doivent résoudre des problèmes reliés au périmètre, à l'aire et au volume de la figure fractale. Par exemple, quel est le périmètre de la 10^{e} génération du flocon de neige illustré ci-dessus?

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

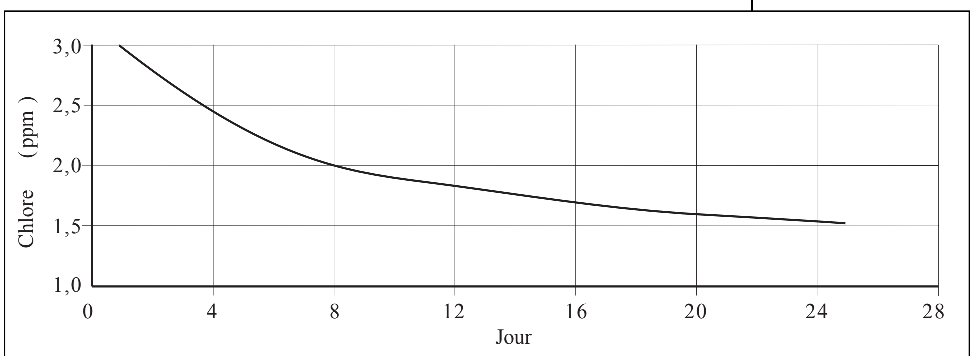
NOTES

Problème – *suite*

Solution

d) On obtiendra 1,5 ppm à 0,1 ppm près à l'aide de 0,225 ppm/ jour pendant 18 jours.

	A	B
1	jour	chlore
2	1	3,00
3	2	2,78
4	3	2,58
5	4	2,42
6	5	2,28
7	6	2,17
8	7	2,07
9	8	1,98
10	9	1,91
11	10	1,85



3. Les élèves peuvent créer leur propre problème en ce qui concerne les suites. Les enseignants des projets pilotes ont indiqué que la méthode d'évaluation ci-dessous s'est avérée très efficace.
   a) Demandez aux élèves de créer leur propre problème. Ils doivent aussi indiquer la solution.
   b) Recueillez tous les problèmes.
   c) Sélectionnez trois problèmes adéquats et modifiez-les au besoin.
   d) Ensuite, distribuez les trois problèmes à tous les élèves. Chaque élève doit choisir un problème parmi les trois problèmes distribués. Ils peuvent ne pas choisir le problème qu'ils ont présenté.
   e) Deux tiers de la note des élèves est fondée sur la note attribuée au test. Un tiers de la note est fondée sur la note qu'ils ont reçue pour le problème qu'ils ont créé.