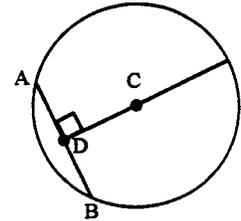


Unité H
Géométrie

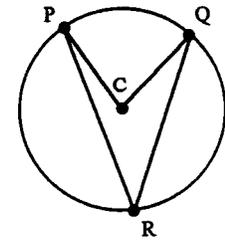
Exercice 1 : Exploration des cercles et des polygones

Les activités ci-dessous explorent les propriétés des cercles et des polygones, et ils devraient être effectués à l'aide d'un logiciel de géométrie.

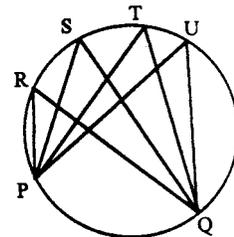
1. a) Trace un cercle avec un centre C.
- b) Trace 2 points sur le cercle et nomme-les A et B.
- c) Relie les points pour former la corde AB.
- d) Trace la perpendiculaire en passant par le centre C, jusqu'à la corde AB.
- e) Trace le point d'intersection D.
- f) Trace AD et BD. (Remarque : cette étape est requise pour *Cabri-géomètre* mais non pour *Cybergéomètre*.)
- g) Mesure AD et BD. Que remarques-tu?
- h) Choisis le point A et déplace-le sur la circonférence. Que remarques-tu à propos de AD et de BD?



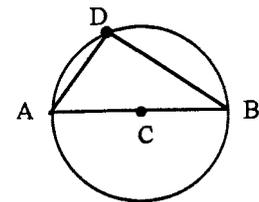
2. a) Trace un cercle avec un centre C.
- b) Trace 3 points sur le cercle et nomme-les P, Q et R.
- c) Trace les cordes PR et QR et les rayons PC et QC.
- d) Marque et mesure les angles $\angle PRQ$ et $\angle PCQ$.
- e) Que remarques-tu à propos des mesures des deux angles?
- f) Choisis le point P et déplace-le sur la circonférence. Que remarques-tu à propos des angles?



3. a) Trace un cercle et deux points sur le cercle, P et Q.
- b) Trace 4 points et nomme-les R, S, T et U sur l'arc majeur PQ.
- c) Trace les segments de ligne à partir de P et Q jusqu'au point R pour former $\angle PRQ$. Trace les angles $\angle PSQ$, $\angle PTQ$ et $\angle PUQ$ de la même manière.
- d) Ces angles inscrits sont tous sous-tendus par le même arc, PQ. Trace chaque angle d'une couleur différente. Marque et mesure chaque angle.
- e) Examine la mesure de chaque angle. Que remarques-tu?

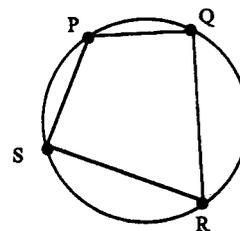


4. a) Trace un cercle avec un centre C.
- b) Trace le diamètre AB. (Le diamètre doit croiser le centre C.)
- c) Trace le point D sur le cercle.
- d) Trace les segments de droite AD et BD.
- e) Marque et mesure $\angle ADB$. Que remarques-tu?
- f) Choisis le point D et déplace-le sur la circonférence. Que remarques-tu?

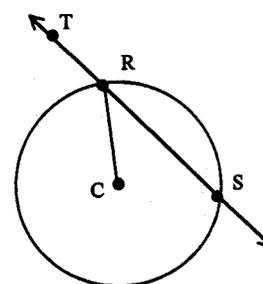


Exercice 1 : Exploration des cercles et des polygones (suite)

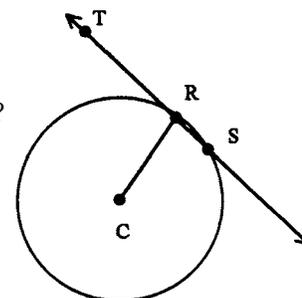
5. a) Trace un cercle et 4 points sur le cercle, P, Q, R et S.
- b) Trace les cordes PQ, QR, RS et SP pour former le quadrilatère PQRS.
- c) Marque et mesure chaque angle du quadrilatère.
- d) Détermine les sommes des angles P et R, des angles Q et S. Que remarques-tu?
- e) Déplace les sommets autour de la circonférence pour former des quadrilatères de différentes formes. Détermine les sommes des paires d'angles opposés. Que remarques-tu?



6. a) Trace un cercle et son centre C.
- b) Trace une droite sécante qui traverse le cercle.
- c) Trace les points d'intersection R et S de la droite sécante avec le cercle et colore-les en rouge.
- d) Trace le rayon CR.
- e) Trace le point T sur la droite à l'extérieur du cercle.
- f) Marque et mesure $\angle CRT$.

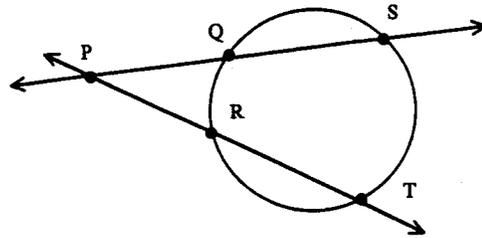


- g) Déplace la droite lentement vers le côté du cercle jusqu'à ce que R et S convergent en un seul point. Tu obtiens la droite tangente.
- h) Examine CRT. Quelle est la mesure? Quelle conclusion peux-tu faire?

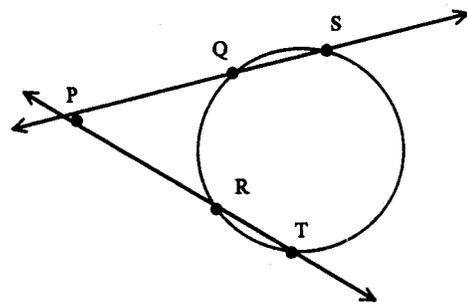


Exercice 1 : Exploration des cercles et des polygones (suite)

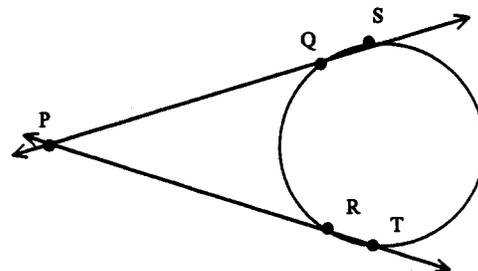
7. a) Trace un cercle.
- b) Trace le point P sur l'extérieur du cercle.
- c) Trace 2 droites sécantes passant par P.
- d) Trace les points d'intersection des droites sécantes avec le cercle. Nomme-les Q, R, S et T, tel qu'indiqué.
- e) Trace et mesure les segments de droite PQ et PR.



- f) Déplace chaque droite sécante vers le côté du cercle jusqu'à ce que Q et S convergent, que R et T convergent, pour devenir des droites tangentes.
- g) Que remarques-tu à propos de PQ et de PR?



- h) Déplace le point P à une autre position à l'extérieur du cercle. Répète l'étape (f) pour former des droites tangentes. Les droites PQ et PR sont-elles toujours congruentes?

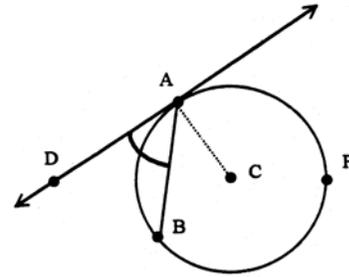


Autre méthode possible

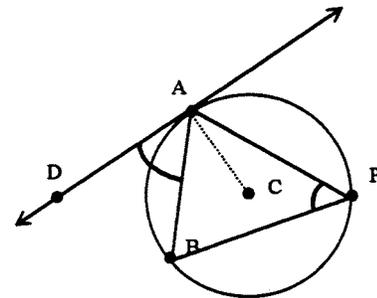
- a) Trace un cercle et son centre C et les rayons CR et CQ.
- b) Trace des droites perpendiculaires à CR au point R, et à CQ au point Q. Ces droites sont des tangentes.
- c) Trace le point d'intersection des 2 droites tangentes. Nomme ce point P.
- d) Construis et mesure les segments PQ et PR. Que remarques-tu?
- e) Déplace le point Q ou le point R le long du cercle. Que remarques-tu à propos de PQ et de PR?

Exercice 1 : Exploration des cercles et des polygones (suite)

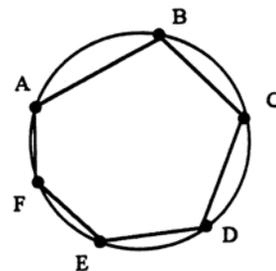
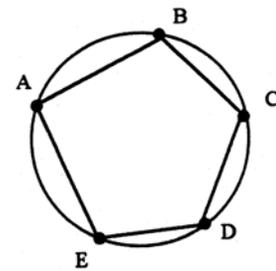
8. a) Trace un cercle et son centre C et le rayon AC.
- b) Trace la perpendiculaire à AC au point A. Il s'agit de la droite tangente.
- c) Trace le point B sur le cercle.
- d) Trace la corde AB.
- e) Trace le point D sur la tangente.
- f) Marque et mesure $\angle DAB$.
- g) Trace un autre point P sur le cercle, sur l'extérieur de $\angle DAB$.



- h) Trace les cordes AP et PB.
- i) Marque et mesure l'angle inscrit $\angle APB$.
- j) Compare les mesures de $\angle DAB$ et de $\angle APB$. Que remarques-tu?
- k) Déplace le point B le long de la circonférence. Compare les mesures de $\angle DAB$ et de $\angle APB$. Ces angles sont-ils toujours égaux?



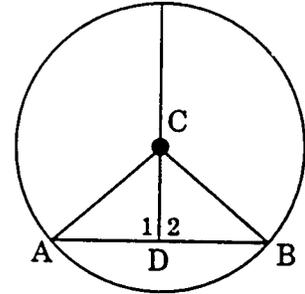
9. a) Trace un cercle.
- b) Trace les cinq points A, B, C, D et E sur le cercle.
- c) Trace cinq cordes, en reliant les points consécutifs pour former le pentagone ABCDE.
- d) Marque et mesure chacun des cinq angles.
- e) Détermine la somme des cinq angles.
- f) Compare ta réponse à l'expression $180(n-2)^\circ$ si n équivaut à 5, le nombre de côtés du pentagone. Les deux valeurs sont-elles égales?
- g) Ajoute un sixième point F sur le cercle et trace un hexagone. Répète les étapes ci-dessus pour l'hexagone. L'expression est-elle exacte pour un hexagone?
- h) Ajoute des points pour créer d'autres n -gones.



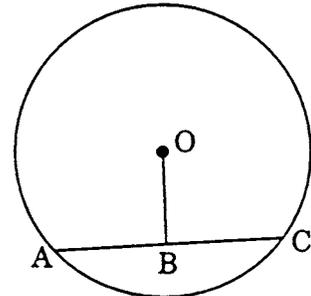
Exercice 2 : Recherches sur les cercles et les polygones

Effectue les problèmes suivants une fois que tu connais les propriétés des cercles et des polygones.

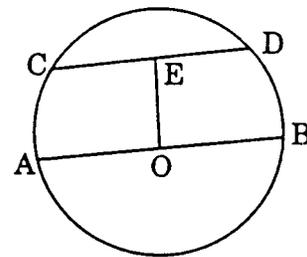
1. a) Au centre C du cercle, D est le point central de toute corde AB. Quelle est ta conclusion à propos de AC et de BC?
- b) Que peux-tu conclure à propos de $\triangle ADC$ et de $\triangle BDC$?
- c) Pourquoi DC est-elle perpendiculaire à AB?
- d) Le centre d'un cercle sera-t-il toujours sur la bissectrice perpendiculaire d'une corde? Explique pourquoi?



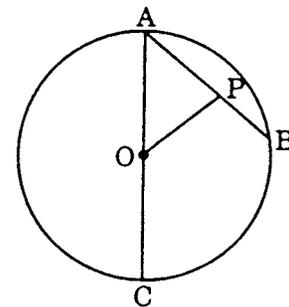
2. Le centre de ce cercle est O, et $OB \perp AC$, $OB = 4$ et $BC = 3$.
 - a) Détermine la longueur de AB.
 - b) Détermine la longueur de AC.
 - c) Détermine la longueur du rayon du cercle.
 - d) Détermine la longueur du diamètre du cercle.



3. Le centre de ce cercle est O, et $AB = 12$, $OE \perp CD$ et $CD = 8$.
 - a) Détermine la longueur de OD.
 - b) Détermine la longueur de CE.
 - c) Détermine la longueur de OE.



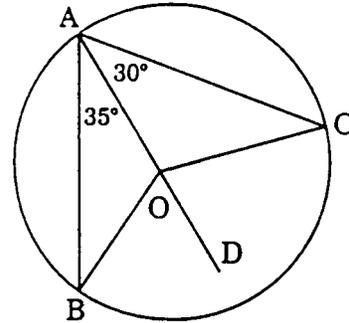
4. Le centre de ce cercle est O, et $OP \perp AB$ et $AC = 16$ et $AP = OP$.
 - a) Détermine la longueur de OP.
 - b) Détermine la longueur de OC.
 - c) Détermine la longueur de AB.
 - d) Détermine la longueur de AP.



Exercice 2 : Recherches sur les cercles et les polygones (suite)

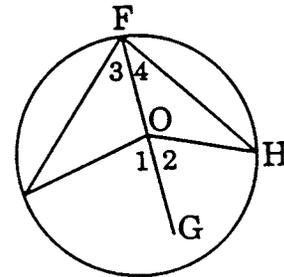
5. Le centre de ce cercle est O.

- a) Détermine la mesure de $\angle BOD$.
- b) Détermine la mesure de $\angle COD$.
- c) Quelle est la relation entre les mesures de $\angle BAC$ et de $\angle BOC$?



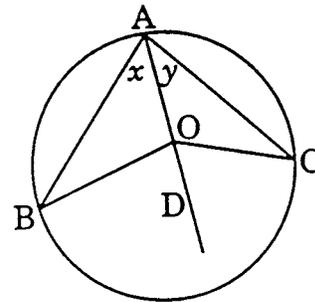
6. Le centre de ce cercle est O, $\angle 1 = 44^\circ$ et $\angle 2 = 98^\circ$.

- a) Détermine la mesure de $\angle 3$ et de $\angle 4$.
- b) Quelle est la relation entre les mesures de $\angle GFH$ and $\angle GOH$?



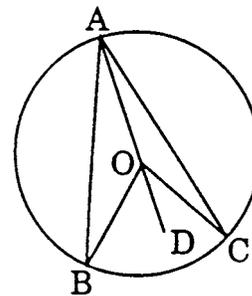
7. Le centre de ce cercle est O.

- a) Détermine la valeur de $\angle BOD$ en termes de x .
- b) Détermine la valeur de $\angle COD$ en termes de y .
- c) Quelle est la mesure de $\angle BAC$?
- d) Quelle est la mesure de $\angle BOC$?



8. Le centre de ce cercle est O, $\angle BAO = 20^\circ$ et $\angle CAO = 15^\circ$.

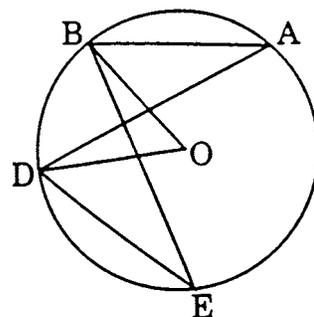
- a) Détermine la mesure de $\angle BOD$.



Exercice 2 : Recherches sur les cercles et les polygones (suite)

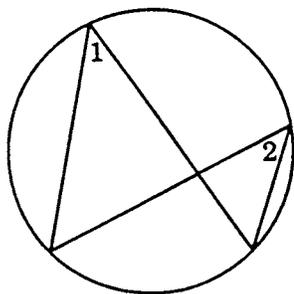
9. Le centre de ce cercle est O, et $\angle A = 27^\circ$.

a) Quelle est la mesure de $\angle BOD$ et pourquoi?

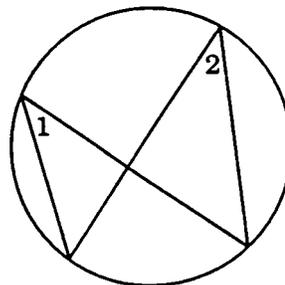


10. À l'aide d'un rapporteur, mesure $\angle 1$ et $\angle 2$ pour chacun des cercles ci-dessous. Quelle est ta conclusion?

a)



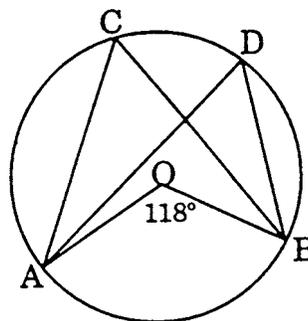
b)



11. Le centre de ce cercle est O.

a) Quelle est la mesure de $\angle C$? Pourquoi?

b) Quelle est la mesure de $\angle D$?



12. Trace un cercle au point O. Trace le diamètre de AB. Place un point C quelque part sur le cercle. Trace les segments de droite AC et BC.

a) Quelle est la mesure de l'angle au point C?

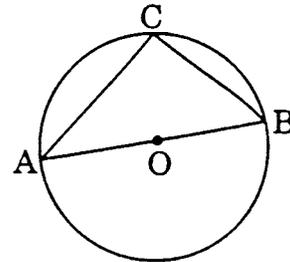
b) Si $AC = 5$ et $BC = 12$, détermine la longueur de AB.

c) Quelle est la longueur de OC?

Exercice 2 : Recherches sur les cercles et les polygones (suite)

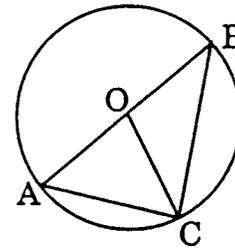
13. Le centre de ce cercle est O, $OB = 5$ et $BC = 6$.

- Détermine la longueur de AB.
- Détermine la longueur de AC.



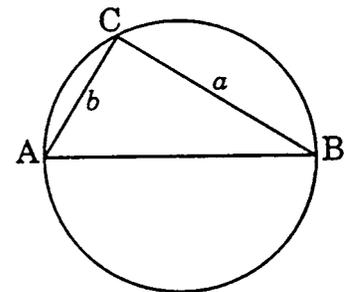
14. Le centre de ce cercle est O, $AC = 5$ et $OC = 6,5$.

- Détermine la longueur de AB.
- Détermine la longueur de BC.
- Détermine l'aire de $\triangle ABC$.
- Détermine l'aire du cercle.



15. Si AB correspond au diamètre du cercle, prouve que l'aire du cercle est calculée par

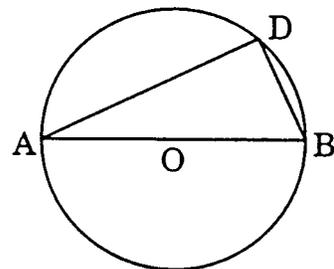
$$\text{Aire} = \pi \left(\frac{a^2 + b^2}{4} \right).$$



- Trace un cercle dont le rayon est d'environ 4 cm.
- Trace le diamètre du cercle et nomme les points des extrémités A et B.
- Trace un point C quelque part sur la circonférence du cercle.
- Complète le triangle ACB.
- Détermine la mesure de $\angle ACB$.

17. Si AB est un diamètre de ce cercle et O est le centre,

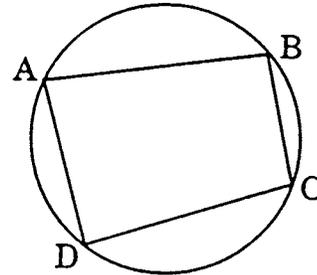
- quelle est la mesure de $\angle AOB$?
- quelle est la mesure de $\angle D$? Explique pourquoi.



Exercice 2 : Recherches sur les cercles et les polygones (suite)

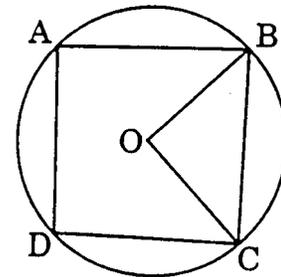
18. Si : $\square ABCD$ inscrit
 $\angle A = 68^\circ$
 $\angle D = 2\angle B$

- Détermine $\angle C$.
- Détermine $\angle B$.
- Détermine $\angle D$.



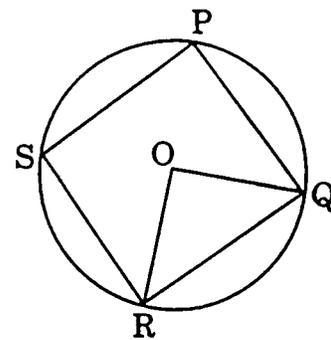
19. Si : le centre du cercle est O
 $\angle DCO = 30^\circ$
 $\angle ABO = 20^\circ$
 $\angle BOC = 100^\circ$

- Détermine $\angle ABC$.
- Détermine $\angle A$.
- Détermine $\angle D$.

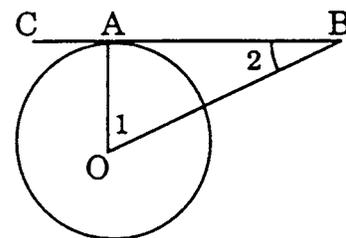


20. Si : le centre du cercle est O
 $\triangle OQR$ est équilatéral
 $\angle ORS = 35^\circ$
 $\angle PQO = 28^\circ$

- Détermine $\angle ORQ$
- Détermine $\angle PQR$
- Détermine $\angle S$.
- Détermine $\angle P$.

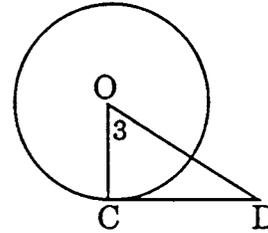


21. Si le centre d'un cercle est O, AB la tangente en A
 et $\angle 1 = 49^\circ$.
 Détermine la valeur de $\angle 2$.

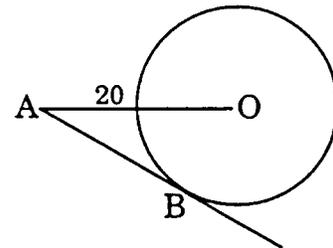


Exercice 2 : Recherches sur les cercles et les polygones (suite)

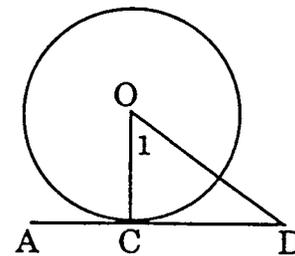
22. Si le centre d'un cercle est O, CD la tangente en C et $OC = DC$.
Détermine $\angle 3$.



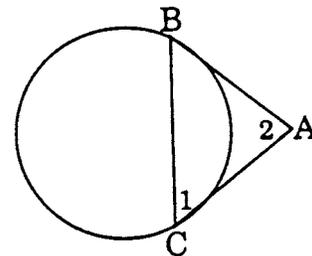
23. Si le centre du cercle à droite est O, le rayon = 5, la distance OA est 20, et la droite croisant A est la tangente en B.
Détermine la distance AB.



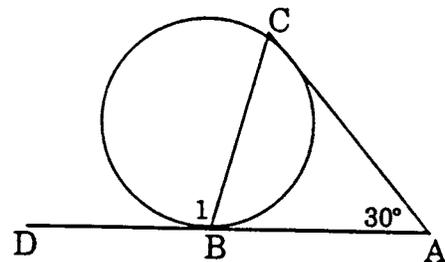
24. Si le centre du cercle à droite est O, AD est la tangente en C et $\angle ODC = 40^\circ$.
Détermine $\angle 1 = 50^\circ$.



25. Si AB et AC sont les tangentes de B et C et $\angle 1 = 40^\circ$.
Détermine $\angle 2$.

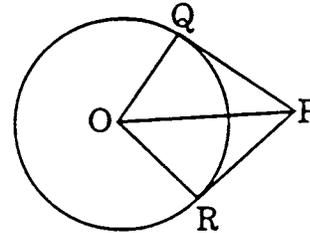


26. Si AD et AC sont les tangentes de B et C et $\angle A = 30^\circ$.
Détermine $\angle 1$.



Exercice 2 : Recherches sur les cercles et les polygones (suite)

27. Si le centre du cercle à droite est O, les segments de tangente sont PQ et R, le rayon = 8 et QP = 15. Détermine les distances OP, OR, and RP.



28. Deux segments tangents à un cercle forment un angle de 60° à partir d'un point extérieur. Si le diamètre du cercle est 10, de quelle longueur sont les segments tangents?
29. Soit un polygone à 10 côtés. Quelle est la somme des angles intérieurs?
30. Soit un polygone à 14 côtés. Quelle est la somme des angles intérieurs?
31. Soit un polygone à 102 côtés. Quelle est la somme des angles intérieurs?
32. Soit un polygone à n côtés. Quelle est la somme des angles intérieurs?
33. La somme des angles intérieurs d'un polygone est $1\ 080^\circ$. Combien de côtés a-t-il?
34. La somme des angles intérieurs d'un polygone est $4\ 500^\circ$. Combien de côtés a-t-il?
35. La somme des angles intérieurs d'un polygone est S° . En termes de S , combien de côtés a le polygone?

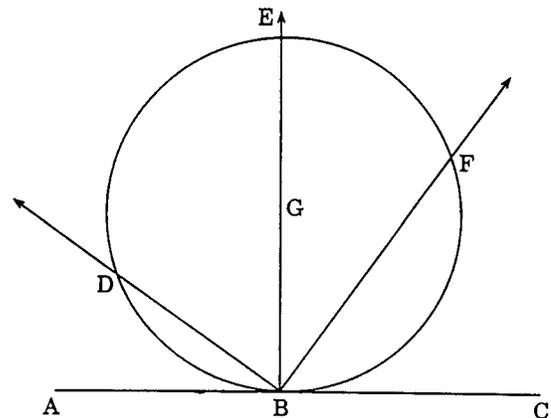
36. Si : AC est la tangente du cercle G au point B

BE est le diamètre

$BD \perp BF$

$\widehat{FE} = 78^\circ$

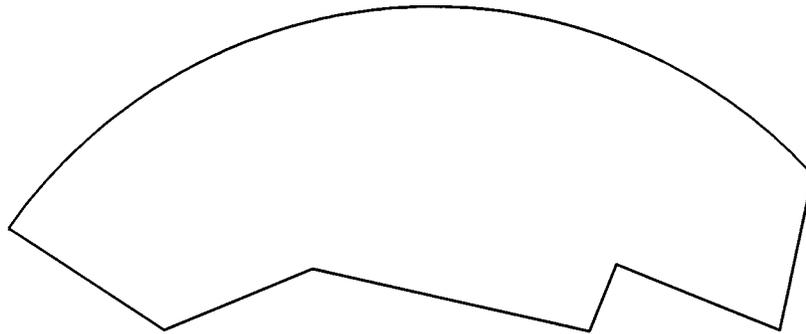
- Détermine $\angle EBF$.
- Détermine \widehat{FB} .
- Détermine $\angle FBC$.
- Détermine \widehat{ED} .
- Détermine \widehat{BD} .
- Détermine $\angle DBE$.
- Détermine $\angle ABD$.



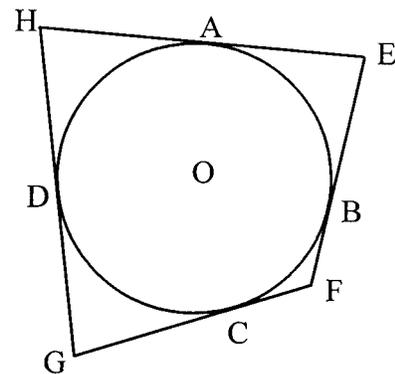
Exercice 3 : Résolution de problèmes à l'aide des propriétés de cercle et de polygones

Dans les exercices suivants, les propriétés des cercles et des polygones sont utilisées pour résoudre différents problèmes, y compris des problèmes de conception et de disposition. Dans certains cas, un logiciel de géométrie est requis pour résoudre le problème.

- Si n points sont situés sur la circonférence d'un cercle, combien de cordes peuvent être formées par les paires de points qui sont reliés du plus grand nombre de manières possibles? Trace des diagrammes pour déterminer le nombre de cordes pour $n = 2, 3, 4, 5, 6, 7$, détermine un modèle et établis une conjecture.
 - Utilise le raisonnement logique pour déterminer le nombre de cordes formées par 100 points.
 - Produis une formule pour n points. Une calculatrice graphique peut être utilisée pour produire la formule.
- Si n points sont situés sur la circonférence d'un cercle et que les cordes sont tracées pour relier les points, détermine le nombre maximum de zones qui peuvent être formées. Tu dois créer un tableau de valeurs illustrant la relation entre le nombre maximum de zones et le nombre de points sur la circonférence. Détermine la relation évidente (formule) de $n = 1, 2, 3, 4$ ou 5 . Tu dois illustrer que la relation évidente ne fonctionne pas pour $n = 6$.
- Le diagramme illustre une partie d'une assiette brisée. Quel était le diamètre de l'assiette? Explique de quelle manière tu peux déterminer le diamètre.

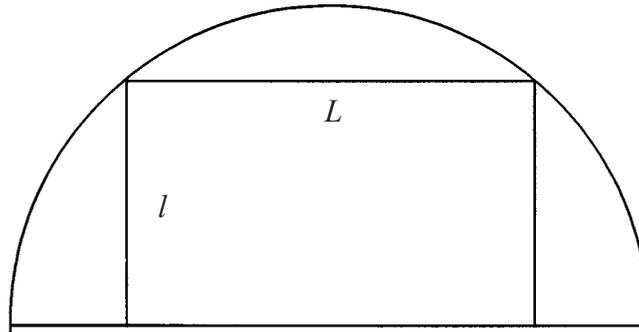


- Trace 3 cercles superposés de sorte qu'il y ait une région commune à l'intérieur des trois cercles. Choisis deux des cercles et dessine la corde commune. Répète cette opération deux fois ou plus jusqu'à ce que les trois cordes communes soient tracées. Quelle propriété à propos de ces trois cordes sera toujours vraie?
- Trace un cercle dont le centre est O . Trace les 4 points A, B, C et D sur le cercle et trace 4 droites tangentes à ces 4 points tel qu'illustré. Nomme les points d'intersection des 4 droites tangentes E, F, G et H . $EFGH$ devrait maintenant être un quadrilatère. Mesure les longueurs des côtés du quadrilatère $EFGH$. Déplace maintenant un ou plusieurs des points A, B, C ou D le long du cercle et mesure une fois de plus la longueur des côtés. La longueur des côtés du quadrilatère tracé de cette manière a une certaine propriété. Laquelle?

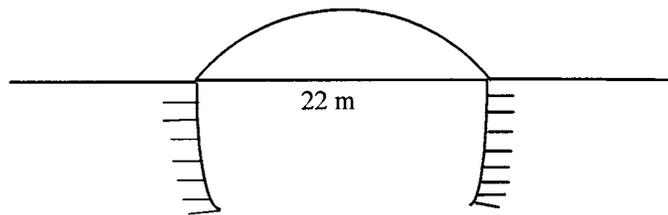


Exercice 3 : Résolution de problèmes à l'aide des propriétés de cercle et de polygones (suite)

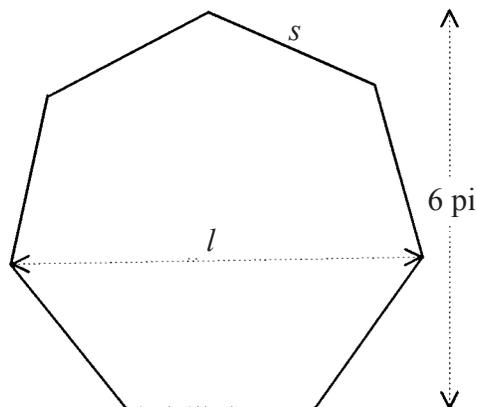
6. Trace un rectangle dans le demi-cercle, tel qu'illustré ci-dessous. Quelles sont les dimensions du rectangle ayant l'aire la plus grande possible si le rayon du cercle est de 5 cm? Quelle est la surface la plus grande possible?



7. Un pont doit être construit d'un côté à l'autre d'un petit canyon comme l'illustre le diagramme ci-dessous. L'arc du pont équivaudra à un arc de 50° d'un cercle et la route (une corde de l'arc de 50°) aura 22 mètres de long. Détermine la longueur de l'arc et la hauteur maximale de l'arc au-dessus de la route.



8. Une fenêtre a la forme d'un heptagone régulier (polygone de 7 côtés), et chaque secteur de la fenêtre représente un jour de la semaine. La fenêtre a une hauteur maximale de 6 pieds. Détermine la ou les longueurs de chaque secteur de la fenêtre, ainsi que la largeur maximale de la fenêtre. Tu dois arrondir tes réponses au 1/16 de pouce près.



Exercice 3 : Résolution de problèmes à l'aide des propriétés de cercle et de polygones (suite)

9. Les tuiles du plancher du palais Guyzoloni doivent avoir la forme d'un pentagone et seront fabriquées en fonte de veredanium. Tu dois dessiner le diagramme principal à partir duquel les tuiles seront moulées. Les tuiles seront ensuite utilisées pour construire le carrelage.

Le dessinateur en chef t'a donné les directives suivantes pour fabriquer le dessin :

Étape 1 : le segment AB doit avoir 10 cm de long et le point milieu doit être identifié par M.

Étape 2 : sur le même côté que AB, trace deux angles de 45° dont le sommet est M; identifie les angles par $\angle AMX$ and $\angle BMY$.

Étape 3 : place le point C le long de MY pour qu'il repose sur le cercle dont le centre est B et le rayon est AB.

Étape 4 : place le point E le long de MX pour qu'il repose sur le cercle dont le centre est A et le rayon est AB.

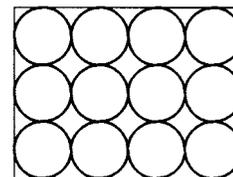
Étape 5 : place le point D, l'intersection du cercle dont le centre est C et le rayon est AB et du cercle dont le centre est E et le rayon est AB.

Étape 6 : le pentagone ABCDE est la forme requise.

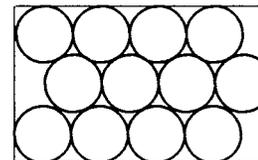
Avant de poursuivre, vérifie si tous les côtés sont de la même longueur et de la même mesure que les angles du pentagone. Tu remarqueras qu'ils ne sont pas tous pareils, il ne s'agit donc pas d'un pentagone régulier.

Fabrique 20 copies de ton pentagone. Découpe-les et utilise-les pour former un carrelage qui sera le plan du plancher requis.

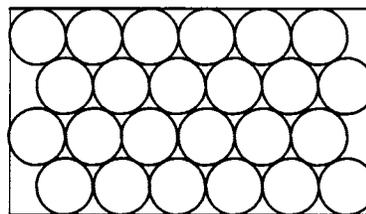
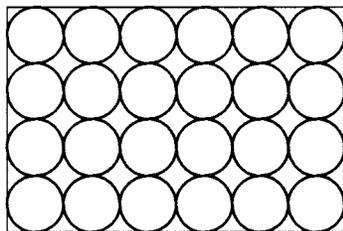
10. a) Les produits en boîtes, comme les boîtes de soupe, sont souvent emballés en cartons de 12, tel qu'illustré. Quelle est l'aire totale du carton si les boîtes ont une hauteur de 10 cm et un diamètre de 7 cm? Le carton est juste assez grand pour contenir les boîtes.



- b) Un fabricant innovateur décide d'essayer de nouveaux modèles d'emballage et il a besoin de ton aide pour déterminer l'aire du nouveau carton qu'il doit fabriquer. Quelle est l'aire totale du carton si 12 boîtes étaient emballées tel qu'illustré.



- c) Répète les opérations des questions a) et b) pour des cartons conçus pour contenir 24 boîtes. Les modèles d'emballage sont illustrés ci-dessous. L'emballage de gauche est un **emballage au carré**, et l'emballage de droite est un **emballage en hexagone**.



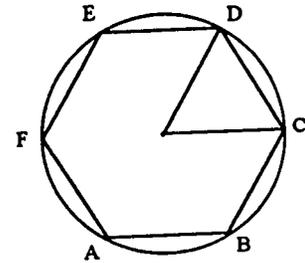
- d) Lequel des emballages est le plus efficace pour 24 boîtes. Quels facteurs autres que la surface du carton peuvent être pris en considération dans le choix d'un modèle approprié? Peux-tu penser à un autre modèle d'emballage qui serait plus efficace que ceux illustrés ci-dessus. Si oui, quel est cet emballage?

Exercice 3 : Résolution de problèmes à l'aide des propriétés de cercle et de polygones (suite)

11. Archimède - Nous savons depuis les temps anciens que la circonférence d'un cercle équivaut à un peu plus de 3 fois son diamètre. La relation exacte se nomme π (pi).

Archimède (225 av. J.-C.) fut le premier à découvrir une façon de calculer π de la manière la plus précise possible. Il a d'abord utilisé un hexagone régulier.

- Si le rayon est 1, quel est son diamètre? (Réponse : 2)
- Quelle est la circonférence de l'hexagone? (Réponse : 6)
- En utilisant ces 2 chiffres (et non la circonférence réelle du cercle), quelle est la première estimation de π ?



Archimède a ensuite concentré ses efforts sur un côté.

Il a tracé un autre rayon passant par M, le point milieu de AB, pour rejoindre le cercle au point K.

Tu remarqueras que $OA = OB = OK = AB = 1$ dans ce cas en particulier.

Plus tard AB sera moins élevé.

Il a ensuite tracé AK et KB.

Utilise le théorème de Pythagore et une calculatrice pour déterminer OM et ensuite MK. Ensuite, utilise MB et MK pour déterminer KB.

AK et KB sont deux des côtés du nouveau polygone.

Combien de côtés ce polygone compte-t-il?

Ce nouveau polygone est-il plus près du cercle que l'hexagone d'origine?

En utilisant ce nouveau polygone, quel est l'estimation de π ?

Archimède s'est ensuite attardé au triangle OKB et a recommencé l'opération.

Puisque tu connais la valeur de KB, quelle est celle de NB?

Détermine NL et LB.

Estime π une fois de plus.

Pendant combien de temps pourrions-nous continuer cela?

Archimède a poursuivi cette opération jusqu'à ce qu'il ait 96 côtés (et il n'avait pas de calculatrice). Rends-toi à une étape plus loin qu'Archimède (jusqu'à 192 côtés). Compare ton estimation de π avec la valeur du manuel.

