Mathématiques appliquées Secondaire 3

Programme d'études : document de mise en œuvre

Manitoba Education, Training and Youth
Éducation, Formation professionnelle et Jeunesse Manitoba

MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES
SECONDAIRE 3

PROGRAMME D'ÉTUDES

Document de mise en œuvre

2001
Éducation, Formation professionnelle et Jeunesse Manitoba

Données de catalogage avant publication (Éducation, Formation professionnelle et Jeunesse Manitoba)

510.0712 Mathématiques appliquées, Secondaire 3 – Programme d'études : document de mise en œuvre

ISBN 0-7711-2910-6

1. Mathématiques – Étude et enseignement (Secondaire) – Manitoba. 2. Programmes d'études – Manitoba. I. Manitoba. Éducation, Formation professionnelle et Jeunesse.

Afin d'éviter la lourdeur qu'entraînerait la répétition systématique des termes masculins et féminins, le présent document a été rédigé en utilisant le masculin pour désigner les personnes. Les lectrices et les lecteurs sont invités à en tenir compte.

REMERCIEMENTS

Le Bureau de l'éducation française du ministère de l'Éducation, de la Formation professionnelle et de la Jeunesse est reconnaissant envers les personnes suivantes qui ont travaillé à l'élaboration de ce document.

Normand Châtel
Collège Béliveau
Division scolaire de Saint-Boniface n° 4

Abdou Daoudi
Bureau de l'éducation française
Éducation, Formation professionnelle et Jeunesse Manitoba

Marcel Druwé
Bureau de l'éducation française
Éducation, Formation professionnelle et Jeunesse Manitoba

Guylaine Hamel
École communautaire Aurèle-Lemoine
Division scolaire franco-manitobaine n° 49

Monique Jègues
École secondaire Oak Park
Division scolaire Assiniboine sud n° 3

Joey Lafrance
Institut collégial Silver Heights
Division scolaire St. James-Assiniboia n° 2

Philippe Leclercq
Institut collégial Vincent-Massey
Division scolaire Fort Garry n° 5

Monica Lemoine
Institut collégial Saint-Norbert
Division scolaire de la rivière Seine n° 14

Denise McLaren
Collège Louis-Riel
Division scolaire franco-manitobaine n° 49

Gilbert Raineault
Collège Jeanne-Sauvé
Division scolaire Saint-Vital n° 6

Dave Rondeau
Collège Louis-Riel
Division scolaire franco-manitobaine n° 49

Roger Rouire
Collège Saint-Jean-Baptiste
Division scolaire franco-manitobaine n° 49

Laura Sims
École secondaire Kelvin
Division scolaire Winnipeg n° 1

Nous tenons à remercier nos collègues anglophones pour leurs contributions à la production de ce document.

Merci à Gisèle Côté, Kathleen Rummerfield et Ginette Tétrault pour la qualité de leur travail de mise en page, leur patience et leur constante disponibilité.

TABLE DES MATIÈRES

Introduction

INTRODUCTION

Raisonnement

Le document de mise en œuvre des *Mathématiques appliquées, secondaire 3*, a été conçu pour répondre aux exigences changeantes dans le domaine des mathématiques. On y fait un examen détaillé de l'utilisation croissante des technologies de l'information, de la façon dont l'information est communiquée et de la façon dont les jeunes gens traitent l'information. La technologie offre les outils et l'information dont les élèves ont besoin pour explorer les liens mathématiques dans leur vie de tous les jours.

Le cours *Mathématiques appliquées, secondaire 3*, porte sur le traitement des données, les feuilles de calcul, les modèles linéaires et les systèmes d'équations, la programmation linéaire, les finances personnelles, les fonctions non linéaires, la métrologie, la géométrie non formelle et la gestion des données. L'accent est mis sur les explorations collaboratives, sur la tolérance des solutions alternatives, sur les déductions probables et sur le contrôle des spéculations. Les élèves doivent exécuter des projets, des exercices et des devoirs complets et intégrés. Tous les efforts possibles doivent être faits en vue d'assurer la pertinence des concepts présentés par l'utilisation maximale de la résolution de pratiques appliquées et par l'utilisation minimale d'exercices répétitifs ainsi que de la mémorisation traditionelle de formules, d'algorithmes et de théorèmes.

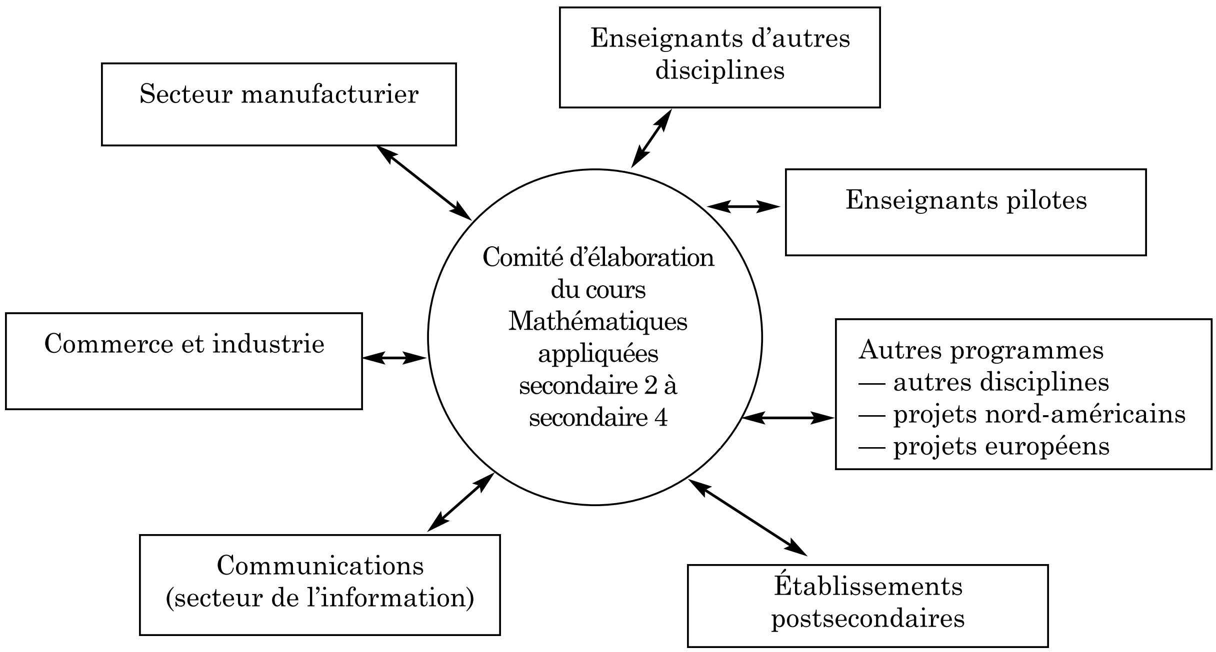
Au début de chaque unité, les élèves découvriront un nouveau concept en exécutant des enquêtes pratiques et en discutant des questions intéressantes et reliées à la vie courante. Grâce à ces explorations, les élèves étudient les concepts et procédés algébriques pertinents. Éventuellement, les formules et les représentations symboliques seront présentées. Par exemple, dans le cadre de l'unité sur les fonctions non linéaires, les élèves doivent exécuter des enquêtes en faisant correspondre un graphique donné, à un autre graphique produit lors d'un laboratoire assisté par calculatrice ou d'un laboratoire assisté par micro-ordinateur. La technologie aide les élèves à établir des liens interdisciplinaires en leur donnant accès à des données valables. Les tableurs et les calculatrices graphique facilitent l'analyse des données et permettent les simulations de cas de mathématiques appliquées.

Ces enquêtes encouragent les élèves à exposer leurs idées sous forme d'hypothèses, d'expériences, d'études, d'analyses, d'évaluations, de discussions, de textes écrits, d'explications et de justifications. La communication des idées et des informations techniques constitue un élément clé de ce programme. Les professeurs doivent établir un environnement d'apprentissage qui encourage les élèves à communiquer les uns avec les autres au sujet des mathématiques sous-jacentes à ces recherches.

Le cours *Mathématiques appliquées, secondaire 3*, peut nécessiter des changements au niveau de la disposition et de l'organisation de la classe. Les séances de remue-méninges, les recherches en groupes d'apprentissage coopératif et l'utilisation d'outils techniques sont facilitées lorsque les meubles peuvent être déplacés et lorsque les élèves ont facilement accès au matériel technique.

Historique

Le Comité d'élaboration des cours Mathématiques appliquées, secondaire 2 à secondaire 4, a été formé en 1995. Le but du comité était de rendre le programme de mathématiques pertinent à la vie de tous les jours. Les membres du comité ont recueilli les commentaires des différents intervenants comme l'illustre le diagramme ci-dessous.

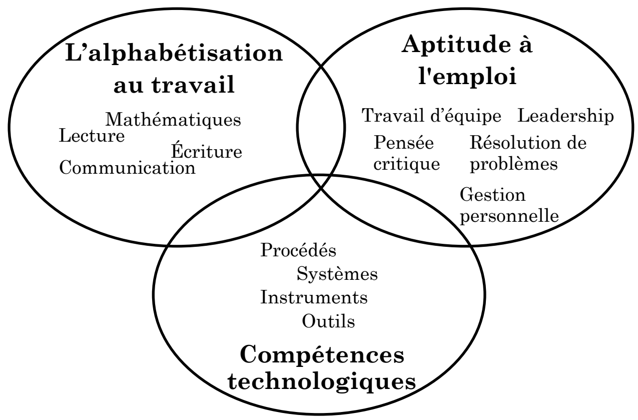


En majorité, les différents intervenants ont fait ressortir les aptitudes clés suivantes : l'autonomie, la souplesse, le travail d'équipe, la connaissance des ordinateurs et des outils techniques et la connaissance générale de diverses techniques de résolution de problèmes. De plus, ils ont précisé que les diplômés du secondaire devaient pouvoir communiquer des idées et des solutions permettant à leur auditoire de bien comprendre les idées mathématiques et techniques communiquées.

Liens entre les différentes compétences

Les employés de l'avenir devront fréquemment perfectionner leurs compétences et acquérir de nouvelles compétences pour suivre les progrès technologiques. En 1992, Clairborne a démontré les liens qui existent entre l'alphabétisation au travail, l'aptitude à l'emploi et les compétences technologiques.

Liens entre les différentes compétences



Objectifs de l'élève

Les objectifs de l'élève du cours *Mathématiques appliquées, secondaire 3*, ont été influencés par :

- les données ci-dessus;
- les normes d'évaluation et du programme *(Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics)* du National Council of Teachers of Mathematics;
- le document du Western Canadian Protocol, la structure du programme (*Cadre commun des programmes d'études – Mathématiques 10-12 du Protocole de l'Ouest canadien, 1996*) préparés par les représentants de la Colombie-Britannique, de l'Alberta, de la Saskatchewan, du Yukon, des Territoires du Nord-Ouest et du Manitoba.

Les objectifs du cours *Mathématiques appliquées, secondaire 3*, permettent aux élèves :

- d'accorder de l'importance aux mathématiques dans une vaste gamme de situations;
- de faire des recherches sur des situations mathématiques et de présenter les résultats de ces recherches en termes mathématiques;
- de résoudre des problèmes en utilisant différentes techniques et pour qu'ils puissent communiquer les solutions de ces problèmes sous forme verbale ou écrite;
- d'utiliser la technologie pour apprendre de nouveaux concepts mathématiques;
- de prendre personnellement en charge la maîtrise des concepts et compétences;
- d'utiliser les unités métriques et impériales de mesure linéaire;
- de démontrer une facilité en communication technique.

En général, les diplômés du secondaire doivent être prêts à entrer sur le marché du travail ou à entreprendre des études supérieures en ayant confiance en leur capacité d'adaptation et d'autonomie et en connaissant l'étendue et l'importance des mathématiques dans divers secteurs. Dans le cadre du programme d'études des mathématiques appliquées, les élèves acquièrent et perfectionnent des compétences essentielles dans des secteurs importants de la vie de tous les jours, ainsi que dans le commerce et l'industrie. Par exemple, la capacité de travailler avec les mesures métriques et impériales est nécessaire en raison de l'utilisation répandue de ces deux systèmes et des échanges commerciaux entre le Canada et les États-Unis.

Les diplômés du secondaire qui auront terminé le programme d'études des mathématiques appliquées pourront :

- travailler en interface avec la technologie et les mathématiques;
- comprendre le contexte de leur apprentissage;
- communiquer des idées mathématiques à d'autres personnes de niveaux de connaissances mathématiques variés.

Fondations du programme des mathé-matiques appliquées

Pour que les objectifs de l'élève présentés ci-dessus puissent être atteints, le programme d'études de mathématiques appliquées doit mettre l'accent sur les compétences fondamentales ci-dessous.

Utilisation des technologies de l'information

Les calculatrices et les ordinateurs permettent aux élèves d'explorer d'importantes idées mathématiques. Ils encouragent l'exploration et la résolution de problèmes ouverts en limitant les calculs effectués par écrit.

Pour acquérir cette compétence, les élèves du cours *Mathématiques appliquées, secondaire 3* :

- utiliseront les technologies de l'information pour structurer des recherches, résoudre des problèmes et recueillir, organiser, valider et communiquer de l'information;
- maîtriseront les technologies de l'information en faisant des choix technologiques créatifs, productifs et efficaces ayant trait aux tâches à exécuter;
- comprendront les technologies de l'information et étudieront l'éthique et l'impact de son utilisation, feront des synthèses sur les nouveaux enjeux et prendront des décisions réfléchies au fur et à mesure que les technologies de l'information évaluera.

Résolution de problèmes

Dans le plan d'action (*An Agenda for Action*) de 1980 du National Council of Teachers of Mathematics, la première recommandation stipule que « la résolution de problèmes doit être le point central des mathématiques à l'école ». Dans le cours *Mathématiques appliquées, secondaire 3*, certains problèmes peuvent être résolus de façon autonome, tandis que d'autres problèmes doivent être résolus en petits groupes ou en classe entière. Certains problèmes sont ouverts et n'ont aucune réponse finale, tandis que d'autres problèmes requièrent des décisions ou des hypothèses procédurales avant qu'on puisse définir une solution.

Applications et liens

Les *Mathématiques appliquées, secondaire 3*, mettent l'apprentissage des mathématiques dans le contexte de leur utilisation dans la société. Il ne s'agit pas simplement de rendre ces mathématiques pertinentes; un contexte est fourni pour les idées mathématiques, et on encourage les élèves à établir des liens à l'intérieur des mathématiques ainsi qu'entre les mathématiques et d'autres disciplines.

Communication technique

« La communication technique peut être définie comme étant le transfert de l'information d'une situation, d'un procédé, d'un produit, d'un concept ou d'un service technique par des moyens écrits, verbaux ou visuels à un auditoire de niveaux différents de connaissance technique pour que chaque membre de l'auditoire comprenne clairement le message. » (Éducation et Formation professionnelle Manitoba, 1994)

L'enseignement de la communication technique est plus efficace lorsque les élèves étudient des situations problématiques pour lesquelles ils doivent lire, écrire et discuter des idées en utilisant le langage des mathématiques selon le contexte. Lorsque les élèves communiquent leurs idées, ils apprennent à préciser, à raffiner et à consolider leur pensée. Voici pourquoi les élèves doivent compléter leurs expériences d'apprentissage de façon autonome ou en petits groupes, les enseignants et parents ne fournissant qu'une aide minimale. Cette expérience peut s'avérer difficile pour certains élèves, mais il s'agit d'une excellente préparation pour le travail à venir et pour les études postsecondaires.

De nombreuses **coupures de presse** ont été incluses dans ce document. Ces coupures de presse proviennent de journaux ou d'articles et sont accompagnées d'une série de questions mathématiques pour les élèves. Les réponses de la plupart de ces questions sont aussi fournies. Les coupures de presse sont placées à l'intérieur de l'unité ou à la fin de cette unité. Ces coupures de presse ont été tirées du document « *Mathematics Teacher »* publié par le National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). Par conséquent, de nombreux exemples proviennent des États-Unis. Nous vous encourageons toutefois à trouver des exemples supplémentaires canadiens, y compris des exemples provenant de communautés locales. Aussi, vous devez demander aux élèves d'utiliser des coupures de presse provenant de leur région.

Méthode d'apprentissage de l'élève

La pensée autonome, l'enregistrement des pensées et l'apprentissage au travail coopératif sont tous des éléments importants. Le cours *Mathématiques appliquées, secondaire 3*, encourage les élèves à apprendre de façon autonome et en collaboration avec les autres. Il prévoit aussi un enseignement théorique moins intense et un apprentissage plus intense que les cours traditionnels de mathématiques. Nous vous encourageons à créer des environnements d'apprentissage dans lesquels les élèves deviennent responsables de leur propre apprentissage. Ces environnements d'apprentissage n'encouragent pas les élèves à travailler seuls, mais plutôt avec les autres élèves. Au sein d'un groupe, chaque élève est personnellement responsable de son propre apprentissage. « Les élèves qui font partie d'un groupe d'apprentissage coopératif sont habituellement plus actifs, participent mieux au processus d'apprentissage et sont donc moins aptes à s'ennuyer dans le cours. Grâce aux groupes d'apprentissage coopératif, vous pouvez établir un environnement de classe plus détendu et plus agréable qui permettra de réduire l'anxiété des élèves, un phénomène très fréquent dans les cours de mathématiques. » (Murdock, 1997, p. 16)

Les projets des élèves constituent un élément clé du développement des concepts mathématiques dans ce programme. Les situations de vie réelle dans lesquelles les mathématiques sont utilisées pour résoudre des problèmes ou créer différents produits ou outils peuvent être utilisées pour placer l'apprentissage des mathématiques dans un contexte adéquat. Grâce aux projets réalisés par les élèves, l'apprentissage des mathématiques va au-delà de la mémorisation de faits et favorise un apprentissage significatif.

Évaluation

Le professeur devrait évaluer l'apprentissage de l'élève de différentes façons par rapport aux résultats d'apprentissage spécifiques pour le cours *Mathématiques appliquées, secondaire 3.* Chacune des méthodes d'évaluation suivantes est valable, mais il n'est pas essentiel de toutes les utiliser. Les professeurs devraient examiner attentivement la stratégie d'évaluation pour déterminer laquelle est appropriée à l'expérience et au contexte d'apprentissage.

Journal d'apprentissage

Le journal d'apprentissage doit être utilisé par l'élève pour inscrire ses réflexions sur son apprentissage des mathématiques. Il peut y inscrire ses propres expériences, ses sentiments et ses émotions tout au long de son apprentissage des mathématiques. Pour que les élèves expriment leurs pensées avec honnêteté, il est préférable de ne pas attribuer une note au journal, il suffit de le lire et de fournir à l'élève des commentaires appropriés.

Activités de communication technique

Comme il a été défini plus tôt, la communication technique consiste du transfert de l'information sur une situation, un processus, un produit, un concept ou un service technique par des moyens écrits, verbaux ou visuels à un auditoire de niveaux différents en connaissances techniques pour que chaque membre de l'auditoire comprenne clairement le message.

Calcul mental

Les élèves devraient être encouragés à faire les calculs dans leur tête le plus souvent possible. Cela les aidera à estimer les réponses et à déterminer plus facilement la vraisemblance des réponses données par les outils techniques comme les calculatrices graphiques et les tableurs.

Projets

« Un projet consiste en un travail à plusieurs étapes que doivent réaliser les élèves au cours d'une certaine période, pendant et à l'extérieur des cours. Un projet permet aux élèves de se renseigner sur des idées mathématiques dans un nouveau contexte, et comprend souvent une série de recherches connexes, de situations de résolution de problèmes, de recherches à la bibliothèque, de démonstrations et de présentations. » (Murdock 1997).

Portfolio

Le portfolio est réservé aux travaux les plus importants ou les mieux réussis de l'élève puisqu'il doit démontrer ce que l'élève est capable d'accomplir. Le portfolio peut aussi illustrer comment le travail de l'élève a évolué avec le temps. Il peut s'avérer un outil utile lors de la discussion des résultats de l'élève avec les parents.*

Cahiers et devoirs

Le bloc-notes doit contenir des travaux terminés, et il sert à organiser des idées mathématiques importantes. Il n'est pas nécessaire d'attribuer une note à tous les travaux du cahier et aux travaux à la maison, mais une vérification devrait être effectuée pour voir s'ils sont complets et organisés.

Tests sur l'unité, tests cumulatifs et jeux-questionnaires

Il est essentiel que les professeurs utilisent diverses techniques d'évaluation. Les tests sur l'unité, les jeux-questionnaires et les examens écrits ne suffisent pas, seuls, à mesurer de façon précise le rendement de l'élève en mathématiques appliquées. Les tests cumulatifs servent à renforcer les concepts mathématiques déjà étudiés et ils contribuent à perfectionner l'apprentissage général des mathématiques de l'élève.

« L'utilisation de diverses stratégies d'évaluation permet l'amélioration de la qualité de l'information obtenue, ce qui facilite l'établissement de jugements appropriés sur l'apprentissage des élèves. » (Murdock, 1997.)

*Dans ce document, le terme « parents » s'entend des deux parents et tuteurs, et il est utilisé sous réserve que, dans certains cas, seulement un parent peut participer à l'éducation de l'enfant.

Évaluation à l'aide de la calculatrice graphique

Certains enseignants peuvent préférer que les élèves n'utilisent pas de calculatrice graphique pour les tests ou les jeux-questionnaires parce qu'ils croient que les élèves ne comprennent pas les concepts sous-jacents lorsque la calculatrice fait partie du travail. L'utilisation d'une calculatrice graphique pendant les tests ou les jeux-questionnaires ne présente aucun problème puisque les pratiques et les problèmes des évaluations sont différents de la forme et du thème traditionnel. L'évaluation du cours *Mathématiques appliquées, secondaire 3*, devrait contenir un moins grand nombre de questions que les tests et jeux-questionnaires traditionnels. Vous devez accorder plus de temps aux évaluations non traditionnelles comme les activités, les projets et l'écriture du journal. Parfois, les heures de cours ne suffisent pas et vous pouvez offrir un devoir ou un test à faire à la maison, ou vous pouvez permettre qu'une partie de l'évaluation soit effectuée en dehors des heures de cours.

Description du programme

Le cours *Mathématiques appliquées, secondaire 3*, est divisé en 8 unités. L'accent doit être placé sur les liens qui existent entre les différentes unités. Les concepts étudiés dans une unité devraient être appliqués aux situations de problèmes d'autres unités. Pour que les élèves comprennent et utilisent les unités de mesure des systèmes métrique et impérial, les exemples fournis ont trait aux deux systèmes de mesure. La plupart des projets et des activités intègrent des concepts et des compétences de secteurs multiples.

Le cours *Mathématiques appliquées, secondaire 3*, ne comprend pas de module d'enseignement sur la communication technique. Toutefois, le prologue correspond à une copie du module du cours *Mathématiques appliquées, secondaire 2*. Ce module peut être utilisé comme source de référence par les enseignants qui désirent intégrer la communication technique au cours *Mathématiques appliquées, secondaire 3.*

Ce document est composé des unités suivantes :

Unité A : Fonctions non linéaires	15 h
Unité B : Finances personnelles	15 h
Unité C : Systèmes d'équations	13 h
Unité D : Programmation linéaire	14 h
Unité E : Budgets et placements	15 h
Unité F : Gestion des données	15 h
Unité G : Métrologie	13 h
Unité H : Géométrie	10 h
	110 h

Comme nous l'avons mentionné plus tôt, les concepts présentés dans une unité doivent être étudiés et appliqués à tout le cours *Mathématiques appliquées, secondaire 3*. Les unités ne sont pas présentées dans un ordre précis. Toutefois, certains concepts et certaines compétences des unités A et C doivent être présentés au début du processus d'enseignement et d'apprentissage puisqu'ils s'appliquent à tout le cours.

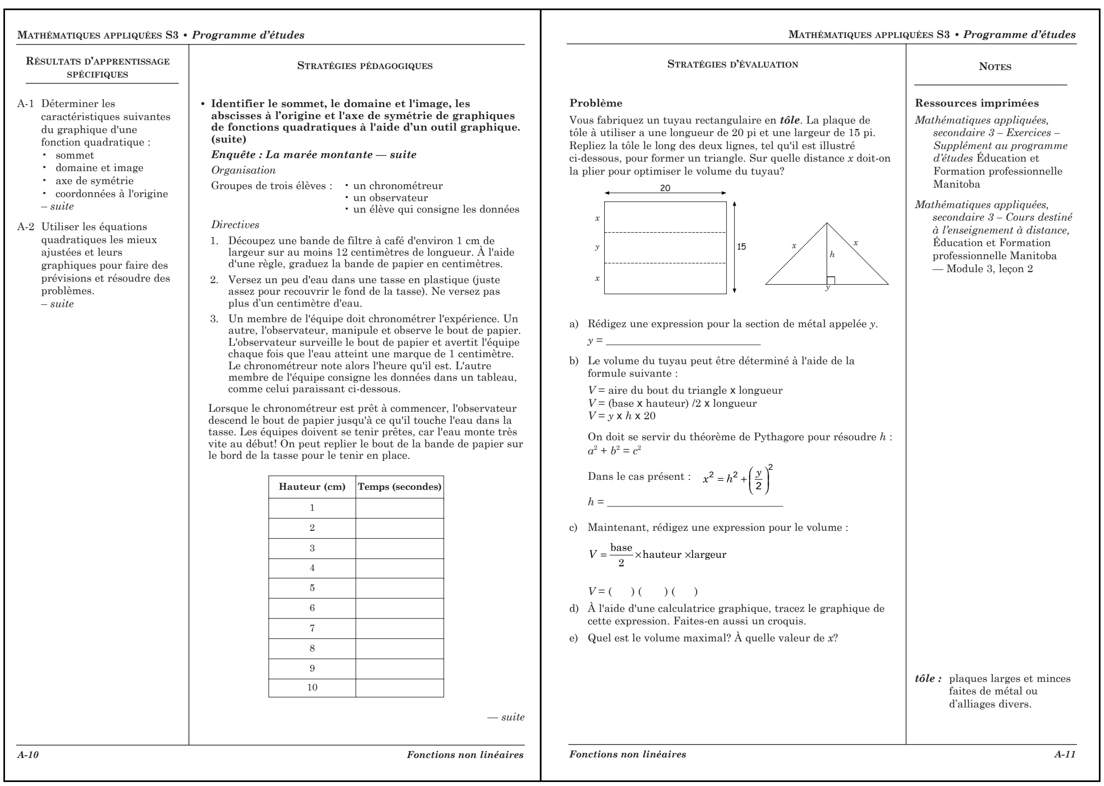
Chaque unité de ce document est disposée et paginée individuellement. Chaque unité comprend une page d'introduction qui souligne des points importants et des concepts majeurs.

Note de prudence

Certaines des expériences et certains des problèmes que l'on retrouve dans ces documents peuvent avoir recours au hasard et à la probabilité. Dans certaines familles et collectivités, les liens qui existent entre la probabilité et les jeux d'argent peuvent être problématiques. Par exemple, certains parents/tuteurs peuvent ne pas accepter que leurs enfants jouent aux cartes, aux dés ou pour des prix en argent. Vous pouvez alors modifier les activités ou les problèmes d'apprentissage de sorte à utiliser des cartes numérotées, des cubes numérotés, des points ou des crédits.

Présentation du document

Dans chaque unité, les informations sont présentées sur deux pages et en quatre colonnes. La page de gauche contient les **Résultats d'apprentissage spécifiques** et les **Stratégies pédagogiques**, tandis que la page de droite contient des **Stratégies d'évaluation** et des **Notes**.



MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES S3 • *Programme d'études*

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

A-1 Déterminer les caractéristiques suivantes du graphique d'une fonction quadratique :
- sommet
- domaine et image
- axe de symétrie
- coordonnées à l'origine

– suite

A-2 Utiliser les équations quadratiques les mieux ajustées et leurs graphiques pour faire des prévisions et résoudre des problèmes.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Identifier le sommet, le domaine et l'image, les abscisses à l'origine et l'axe de symétrie de graphiques de fonctions quadratiques à l'aide d'un outil graphique. (suite)**

Enquête : La marée montante — suite

Organisation

Groupes de trois élèves :
- un chronométreur
- un observateur
- un élève qui consigne les données

Directives

1. Découpez une bande de filtre à café d'environ 1 cm de largeur sur au moins 12 centimètres de longueur. À l'aide d'une règle, graduez la bande de papier en centimètres.
2. Versez un peu d'eau dans une tasse en plastique (juste assez pour recouvrir le fond de la tasse). Ne versez pas plus d'un centimètre d'eau.
3. Un membre de l'équipe doit chronométrer l'expérience. Un autre, l'observateur, manipule et observe le bout de papier. L'observateur surveille le bout de papier et avertit l'équipe chaque fois que l'eau atteint une marque de 1 centimètre. Le chronométreur note alors l'heure qu'il est. L'autre membre de l'équipe consigne les données dans un tableau, comme celui paraissant ci-dessous.

Lorsque le chronométreur est prêt à commencer, l'observateur descend le bout de papier jusqu'à ce qu'il touche l'eau dans la tasse. Les équipes doivent se tenir prêtes, car l'eau monte très vite au début! On peut replier le bout de la bande de papier sur le bord de la tasse pour le tenir en place.

Hauteur (cm)	Temps (secondes)
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

— suite

A-10 *Fonctions non linéaires*

MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES S3 • *Programme d'études*

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Problème

Vous fabriquez un tuyau rectangulaire en ***tôle***. La plaque de tôle à utiliser a une longueur de 20 pi et une largeur de 15 pi. Repliez la tôle le long des deux lignes, tel qu'il est illustré ci-dessous, pour former un triangle. Sur quelle distance x doit-on la plier pour optimiser le volume du tuyau?

a) Rédigez une expression pour la section de métal appelée y.

$y =$ ________________

b) Le volume du tuyau peut être déterminé à l'aide de la formule suivante :

$V =$ aire du bout du triangle x longueur
$V =$ (base x hauteur) /2 x longueur
$V = y \times h \times 20$

On doit se servir du théorème de Pythagore pour résoudre h :
$a^2 + b^2 = c^2$

Dans le cas présent : $x^2 = h^2 + \left(\frac{y}{2}\right)^2$

$h =$ ________________

c) Maintenant, rédigez une expression pour le volume :

$$V = \frac{\text{base}}{2} \times \text{hauteur} \times \text{largeur}$$

$V = (\quad)(\quad)(\quad)$

d) À l'aide d'une calculatrice graphique, tracez le graphique de cette expression. Faites-en aussi un croquis.

e) Quel est le volume maximal? À quelle valeur de x?

NOTES

Ressources imprimées

Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Exercices – Supplément au programme d'études Éducation et Formation professionnelle Manitoba

Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Cours destiné à l'enseignement à distance, Éducation et Formation professionnelle Manitoba — Module 3, leçon 2

tôle : plaques larges et minces faites de métal ou d'alliages divers.

Fonctions non linéaires *A-11*

La colonne des **Résultats d'apprentissage spécifiques** contient les résultats généraux et les résultats spécifiques. Les résultats d'apprentissage de l'élève sont tirés de la structure des programmes *(Common Curriculum Framework for K-12 Mathematics : Grade 10 to Grade 12,1996)* préparée par les territoires et les provinces de l'Ouest canadien en vertu du protocole de l'Ouest (Western Canadian Protocol). Les résultats d'apprentissage de l'élève ont été adaptés à chaque unité. Les résultats spécifiques sont identifiés à l'aide d'une lettre qui correspond à l'unité et à un numéro qui indique l'ordre des résultats d'apprentissage de l'élève dans le cadre de l'unité. Par exemple, « résoudre des équations non linéaires à l'aide d'un outil graphique » correspond au troisième résultat spécifique de l'unité A : Fonctions non linéaires. Lorsqu'un résultat spécifique est complexe, il peut y avoir plusieurs pages de suggestions d'enseignement, et le ou les résultats spécifiques et les procédés connexes sont répétés sur chacune des pages.

La colonne des **Stratégies pédagogiques** explique les résultats spécifiques. Cette colonne comprend les sous-titres et les symboles suivants :

• Les puces correspondent à des résultats ou à des tâches secondaires qui doivent être réalisés avant que le résultat spécifique ne puisse être atteint.

Exemples Des exemples fournis à titre indicatif (et certaines réponses) appuient le développement du résultat ou de la tâche secondaire.

Un cadrage est utilisé pour les notes à l'intention de l'enseignant. Ce cadrage peut inclure des stratégies d'enseignement, des renseignements de base, des activités et des enquêtes.

La colonne des **Stratégies d'évaluation** contient des exemples et des tâches qui représentent diverses stratégies d'évaluation. Ces idées d'évaluation sont placées directement vis-à-vis des suggestions d'enseignement semblables ou connexes.

La colonne des **Notes** comprend des ressources pédagogiques, des définitions et des commentaires destinés à l'enseignant.

Unité A
Fonctions non linéaires

FONCTIONS NON LINÉAIRES

Le présent module propose une méthode « pratique » de développement du concept des fonctions non linéaires au moyen de nombreuses expériences et enquêtes. Les expériences permettent de compiler des données non linéaires. L'utilisation des fonctions de régression des calculatrices graphiques ou des ordinateurs facilite grandement l'atteinte des objectifs du module.

Voici les sujets abordés au cours du module :

- identification de fonctions quadratiques et d'autres fonctions non linéaires
- analyse des caractéristiques du graphique d'une fonction quadratique
- expérimentation avec
  - la régression quadratique
  - les fonctions cubiques
  - les fonctions exponentielles
  - la régression exponentielle
  - la croissance et décroissance exponentielles

Méthode pédagogique

Ce module donne aux élèves l'occasion de travailler en petits groupes et de tenir des discussions générales en classe. Il permet aussi aux élèves d'utiliser des technologies comme les LAC (**l**aboratoires **a**ssistés par **c**alculatrice) et diverses méthodes de recueil de données. L'analyse peut être faite au moyen de calculatrices graphiques ou d'ordinateurs et de graphiciels.

Projets

L'enseignant devrait se servir des projets tirés du présent document, du document *Mathématiques appliquées, secondaire 3 - Exercices* ou d'autres ressources textuelles.

Outils pédagogiques

- calculatrice graphique
- LAC avec sonde de température et détecteur de mouvement
- ordinateur
- logiciel de graphisme
- logiciel de régression

Durée

15 heures

Nota **:** Dans le présent document, l'acronyme LAC (Laboratoire assisté par la calculatrice) est l'équivalent de l'acronyme CBL (Calculator based laboratory).

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE

Résultat général

Représenter et analyser les fonctions quadratiques et polynomiales à l'aide de la technologie au besoin.

Résultats spécifiques

A-1 Déterminer les caractéristiques suivantes du graphique d'une fonction quadratique :
- sommet
- domaine et image
- axe de symétrie
- coordonnées à l'origine

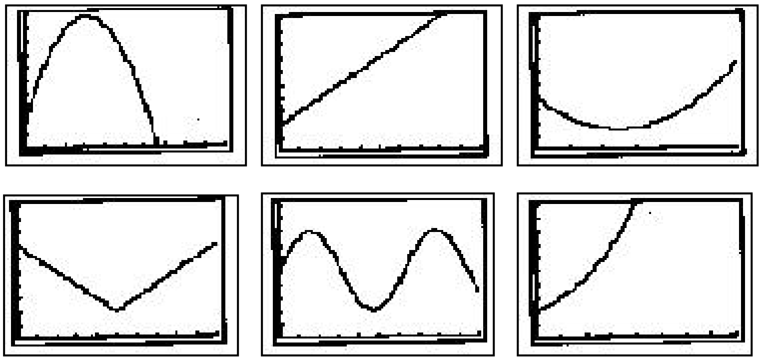
A-2 Utiliser les équations quadratiques les mieux ajustées et leurs graphiques pour faire des prévisions et résoudre des problèmes.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Relier un mouvement à une forme de graphique.**

  Enquête

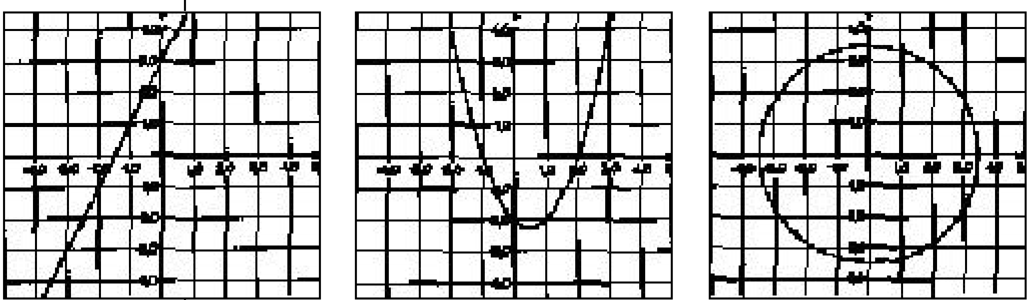
  Divisez la classe en 6 groupes et donnez à chaque groupe une copie d'un des graphiques ci-dessous. Demandez aux élèves de produire un graphique semblable avec le mouvement de leur corps, à l'aide d'un LAC et d'un détecteur de mouvement. Demandez aux élèves d'expliquer à la classe l'activité qu'ils pensent exécuter pour qu'elle soit reliée à la forme du graphique. Ils doivent exécuter l'activité à l'aide d'un logiciel de correspondance de distance du LAC. Si l'activité ne produit pas le bon graphique, discutez avec la classe la raison pour laquelle cela n'a pas fonctionné et quel mouvement pourrait produire le résultat recherché.



- **Introduire des équations quadratiques**

  Exemple

  Remettez aux élèves une série de graphiques et demandez-leur d'identifier le graphique représentant une fonction linéaire, une fonction quadratique, ou une autre fonction. Présentez-leur différents graphiques, comme ceux ci-dessous.



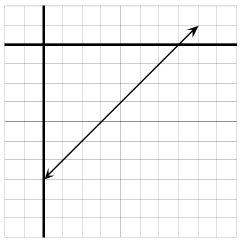
STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Les élèves doivent lire les coupures de presse et répondre aux questions présentées à la fin de cette unité (voir les annexes A-2 et A-3 aux pages A-49 et A-53 respectivement).

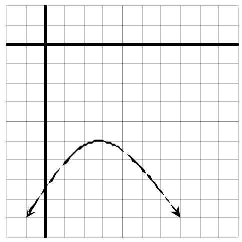
Calcul mental

1. Déterminez si la relation correspond à une fonction linéaire, une fonction quadratique ou autre.

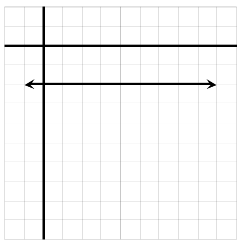
a)



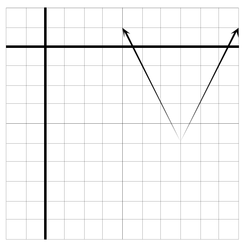
b)



c)



d)



2. Déterminez si la relation correspond à une fonction linéaire, une fonction quadratique ou autre.

a) $y = x^2 + x$

b) $y = 5x + 3$

c) $x^2 + y^2 = 16$

d) $y = x^3 - 2x^2 + 6x - 5$

NOTES

Ressources imprimées

Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Exercices – Supplément au programme d'études, Éducation et Formation professionnelle Manitoba

Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Cours destiné à l'enseignement à distance, Éducation et Formation professionnelle Manitoba — Module 3, Leçon 1

***Nota* :** Vous trouverez dans la colonne **Notes** des définitions pour certains termes qui risquent d'être inconnus par vos élèves.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

A-1 Déterminer les caractéristiques suivantes du graphique d'une fonction quadratique :
- sommet
- domaine et image
- axe de symétrie
- coordonnées à l'origine

– suite

A-2 Utiliser les équations quadratiques les mieux ajustées et leurs graphiques pour faire des prévisions et résoudre des problèmes.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Déterminer si l'équation correspond à une fonction linéaire, une fonction quadratique ou autre.**

  Exemple

  Linéaire : $y = 3x + 2$

  Quadratique : $y = x^2 - x - 2$

  Autre : $x^2 + y^2 = 4$

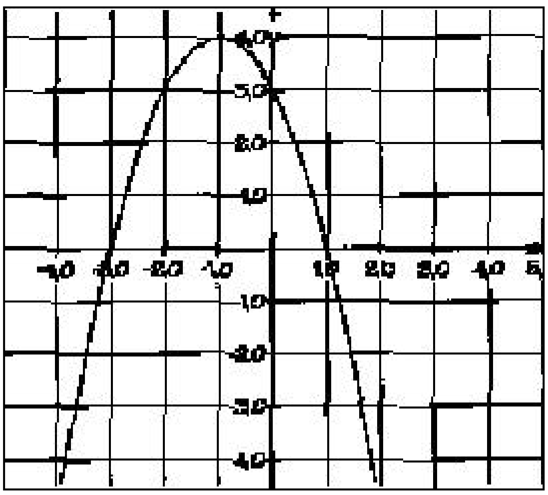
- **Identifier le sommet, le domaine et l'image, les abscisses à l'origine et l'axe de symétrie des graphiques des fonctions quadratiques à l'aide d'un outil graphique.**

  Exemple 1

  Identifiez les coordonnées du sommet et de les abscisses à l'origine, l'axe de symétrie, le domaine et l'image d'une équation quadratique à partir d'un graphique ou d'une équation (à l'aide d'un outil graphique, comme celui ci-dessous).

  Solution

  Dans le graphique ci-dessous, les coordonnées du sommet sont (–1, 4), les abscisses à l'origine sont –3 et 1, le domaine est (les nombres réels) et l'image est (les nombres réels ≤4}. L'axe de symétrie est la droite x = –1.



  Exemple 2

  Si la fonction quadratique est $y = 2x^2 - 3x + 5$, identifiez les données ci-dessous à l'aide d'un outil graphique.

  a) les coordonnées du sommet

  b) les abscisses à l'origine (s'il y a lieu)

  c) le domaine et l'image

  d) l'axe de symétrie

— suite

Stratégies d'évaluation

Problème

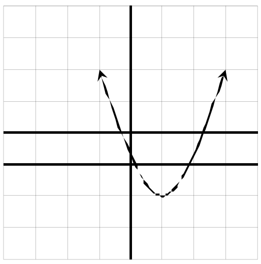
1. Utilisez un outil graphique pour déterminer les coordonnées du sommet de chaque équation. Arrondissez toutes les réponses à une décimale près.

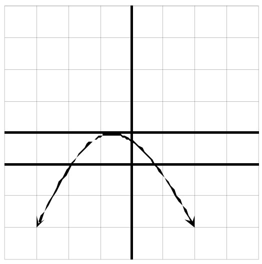
   a) $y = 2x^2$ b) $y = x^2 - 7x - 12$

   c) $y = -2x^2 + 3x$ d) $y = (x+2)(x-2)$

   e) $y = x(x-4)$ f) $y = \frac{1}{2}x - 3x + 5$

2. Identifiez (a) les coordonnées du sommet, (b) les abscisses à l'origine, (c) l'équation de l'axe de symétrie, (d) le domaine et (e) l'image de chaque fonction quadratique. Arrondissez toutes les réponses à une décimale près.

   a) 

   b) 

   c) $y = x^2 + 6x + 4$ d) $y = 4 - x^2$

Notes

***Nota* :** Parmi les outils graphiques, nous retrouvons les ordinateurs et les logiciels graphiques ainsi que les calculatrices graphiques.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

A-1 Déterminer les caractéristiques suivantes du graphique d'une fonction quadratique :
- sommet
- domaine et image
- axe de symétrie
- coordonnées à l'origine

– suite

A-2 Utiliser les équations quadratiques les mieux ajustées et leurs graphiques pour faire des prévisions et résoudre des problèmes.
– suite

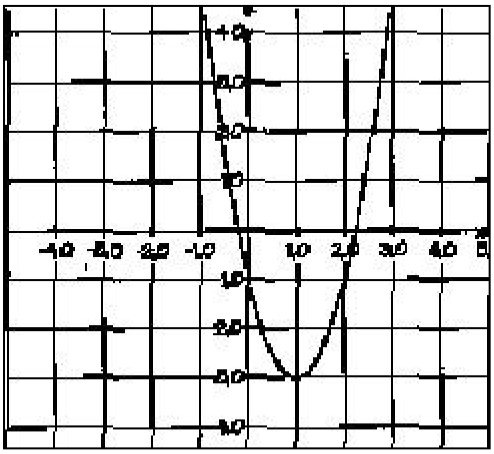
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Identifier le sommet, le domaine et l'image, les abscisses à l'origine et l'axe de symétrie de graphiques de fonctions quadratiques à l'aide d'un outil graphique. (suite)**

Exemple 2 — suite

Solution

Utilisez un outil graphique, par exemple *Winplot*, pour produire un graphique de la fonction :



Dans *Winplot*, choisissez [One]. Puis choisissez [Trace]. Cette fonction permet de suivre la courbe et d'obtenir les valeurs approximatives du sommet et les abscisses à l'origine.
Pour obtenir une valeur du sommet plus précise, choisissez encore [One], puis [Extreme]. Cette fonction donne les coordonnées du sommet directement : (1, –3).

Nota **:** Winplot sera disponible en français en automne 2001. Ce logiciel est gratuit.

L'équation de l'axe de symétrie est $x = 1$.

De même, on peut obtenir avec plus de précision la valeur des abscisses à l'origine en choisissant encore [One] puis [Zeros]. Cette fonction donne les zéros : –0,224 74 et 2,224 74

Enquête : La marée montante

Des fonctions non linéaires s'observent couramment dans la vie quotidienne. Pour cette activité, on recueillera des données sur l'absorption d'eau d'un filtre à café et on utilisera ces données pour tracer un graphique et une fonction la mieux ajustée.

Matériel

- une bande de filtre à café d'environ 12 cm de longueur
- une tasse en plastique
- de l'eau
- une règle
- un chronomètre
- une calculatrice graphique

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Une balle de base-ball est lancée à une vitesse de 88 pieds/seconde. La balle décrit une trajectoire représentée par la fonction $h = -16t^2 + 88t$, où t désigne le temps en secondes. Complétez le tableau ci-dessous et tracez le graphique correspondant à l'aide d'une calculatrice graphique ou d'un tableur.

a) À quel moment (temps en secondes) la balle atteint-elle le point le plus haut dans les airs?

b) Au bout de combien de secondes la balle touche-t-elle le sol?

c) Quelle hauteur maximale la balle atteint-elle?

d) Au bout de combien de secondes la balle atteint-elle une hauteur de 112 pieds?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

A-1 Déterminer les caractéristiques suivantes du graphique d'une fonction quadratique :
- sommet
- domaine et image
- axe de symétrie
- coordonnées à l'origine

– suite

A-2 Utiliser les équations quadratiques les mieux ajustées et leurs graphiques pour faire des prévisions et résoudre des problèmes.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Identifier le sommet, le domaine et l'image, les abscisses à l'origine et l'axe de symétrie de graphiques de fonctions quadratiques à l'aide d'un outil graphique. (suite)**

Enquête : La marée montante — suite

Organisation

Groupes de trois élèves :
- un chronométreur
- un observateur
- un élève qui consigne les données

Directives

1. Découpez une bande de filtre à café d'environ 1 cm de largeur sur au moins 12 centimètres de longueur. À l'aide d'une règle, graduez la bande de papier en centimètres.
2. Versez un peu d'eau dans une tasse en plastique (juste assez pour recouvrir le fond de la tasse). Ne versez pas plus d'un centimètre d'eau.
3. Un membre de l'équipe doit chronométrer l'expérience. Un autre, l'observateur, manipule et observe le bout de papier. L'observateur surveille le bout de papier et avertit l'équipe chaque fois que l'eau atteint une marque de 1 centimètre. Le chronométreur note alors l'heure qu'il est. L'autre membre de l'équipe consigne les données dans un tableau, comme celui paraissant ci-dessous.

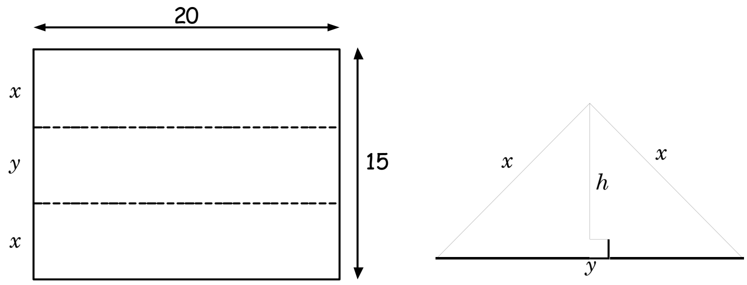
Lorsque le chronométreur est prêt à commencer, l'observateur descend le bout de papier jusqu'à ce qu'il touche l'eau dans la tasse. Les équipes doivent se tenir prêtes, car l'eau monte très vite au début! On peut replier le bout de la bande de papier sur le bord de la tasse pour le tenir en place.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Problème

Vous fabriquez un tuyau rectangulaire en ***tôle***. La plaque de tôle à utiliser a une longueur de 20 pi et une largeur de 15 pi. Repliez la tôle le long des deux lignes, tel qu'il est illustré ci-dessous, pour former un triangle. Sur quelle distance x doit-on la plier pour optimiser le volume du tuyau?



a) Rédigez une expression pour la section de métal appelée y.

y = ______________________________

b) Le volume du tuyau peut être déterminé à l'aide de la formule suivante :

V = aire du bout du triangle x longueur
V = (base x hauteur) /2 x longueur
$V = y \times h \times 20$

On doit se servir du théorème de Pythagore pour résoudre h :
$a^2 + b^2 = c^2$

Dans le cas présent : $x^2 = h^2 + \left(\frac{y}{2}\right)^2$

h = __________________________________

c) Maintenant, rédigez une expression pour le volume :

$$V = \frac{\text{base}}{2} \times \text{hauteur} \times \text{largeur}$$

$V = (\quad)(\quad)(\quad)$

d) À l'aide d'une calculatrice graphique, tracez le graphique de cette expression. Faites-en aussi un croquis.

e) Quel est le volume maximal? À quelle valeur de x?

NOTES

Ressources imprimées

Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Exercices – Supplément au programme d'études Éducation et Formation professionnelle Manitoba

Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Cours destiné à l'enseignement à distance, Éducation et Formation professionnelle Manitoba — Module 3, leçon 2

tôle : plaques larges et minces faites de métal ou d'alliages divers.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

A-1 Déterminer les caractéristiques suivantes du graphique d'une fonction quadratique :
- sommet
- domaine et image
- axe de symétrie
- coordonnées à l'origine

– suite

A-2 Utiliser les équations quadratiques les mieux ajustées et leurs graphiques pour faire des prévisions et résoudre des problèmes.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Identifier le sommet, le domaine et l'image, les abscisses à l'origine et l'axe de symétrie de graphiques de fonctions quadratiques à l'aide d'un outil graphique. (suite)**

Enquête : La marée montante — suite

Analyse

1. Entrez les données dans les listes L1 et L2 de la calculatrice graphique (voir l'annexe A-1 pour des directives).
2. Transposez les données sur un diagramme de dispersion (voir l'annexe A-1 pour des directives).
3. Tracez le croquis du graphique.
   a) Utilisez la régression quadratique pour trouver la fonction quadratique la mieux ajustée dans la formule : $ax^2 + bx + c$.

   Sur une calculatrice TI-83, appuyez sur : [STAT] [■] [CALC], selectionnez [5:QuadReg], et appuyez [ENTER] [ENTER] pour obtenir l'équation de régression.

   b) Afin de copier-coller l'équation dans le registre des fonctions, appuyez sur [Y=] pour sélectionner la première fonction disponible. Puis, appuyez sur [VARS], selectionnez [5:Statistics], appuyez [■] [■] et selectionnez [1:RegEQ]. L'équation de régression sera collée dans la catégorie de fonction choisie.

   c) Appuyez sur [GRAPH] pour visualiser le diagramme de dispersion et le graphique simultanément.

Notes aux enseignants

Vous pouvez formuler des questions au sujet :

a) du domaine, de l'image et de la vitesse variable à laquelle l'eau monte le long du papier;

b) des réponses dérivées (y) provenant de données (x) sur un graphique, à l'aide des formules appropriées.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

A-1 Déterminer les caractéristiques suivantes du graphique d'une fonction quadratique :
- sommet
- domaine et image
- axe de symétrie
- coordonnées à l'origine

– suite

A-2 Utiliser les équations quadratiques les mieux ajustées et leurs graphiques pour faire des prévisions et résoudre des problèmes.

– suite

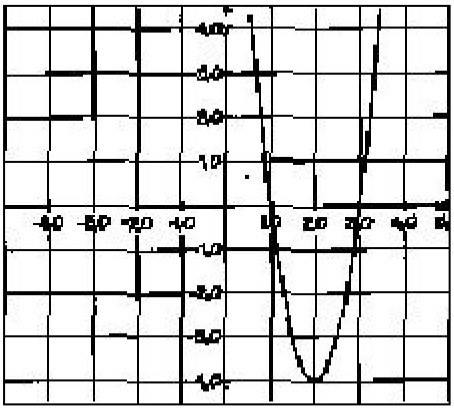
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Tracer le diagramme d'une fonction quadratique en fonction d'une valeur maximale ou minimale et des abscisses à l'origine.**

  Exemple

  Tracez le graphique d'une fonction quadratique dont les abscisses à l'origine sont 1 et 3 et dont la valeur minimale est –4.

  Solution



- **Exécuter l'activité suivante et transposer les données en utilisant les échelles appropriées.**

  Activité

  François utilise 30 m de clôture pour clôturer tous les côtés de son jardin rectangulaire. Utilisez du papier quadrillé pour dessiner des formes possibles de rectangles. Quelle pourrait être la superficie maximale du jardin?

  À l'aide d'une calculatrice graphique ou d'une feuille de calcul, produisez un tableau de valeurs qui permettra d'évaluer les dimensions possibles. On doit se servir du tableau pour évaluer les dimensions donnant la plus grande Aire.

Largeur	Longueur	Périmètre	Aire
1	14	30	14
2	13	30	26
3		30	
4		30	
↓	↓	↓	↓
14		30	14

— *suite*

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Tracez les graphiques des équations quadratiques suivantes :
   a) abscisses à l'origine de –3 et +3 et valeur maximale de 6
   b) abscisses à l'origine de –3 et -2 et valeur minimale de 4
   c) abscisses à l'origine de 0 et 6 et valeur maximale de 8
   d) abscisses à l'origine de −5 et +7 et valeur minimale de 12

   Pour chacun des graphiques ci-dessus, précisez :
   - le domaine
   - l'image
   - l'équation de l'axe de symétrie
   - les coordonnées du sommet

2. Tracez le graphique des fonctions quadratiques suivantes :
   a) valeur maximale $y = 8$ et abscisses à l'origine $x = 2$ et $x = 6$
   b) valeur minimale $y = –4$ et abscisses à l'origine $x = 3$ et $x = 1$
   c) Quelles sont les coordonnées du sommet en a)? En b)?

Résultats d'apprentissage spécifiques

A-1 Déterminer les caractéristiques suivantes du graphique d'une fonction quadratique :
- sommet
- domaine et image
- axe de symétrie
- coordonnées à l'origine

– *suite*

A-2 Utiliser les équations quadratiques les mieux ajustées et leurs graphiques pour faire des prévisions et résoudre des problèmes.
– *suite*

Stratégies pédagogiques

- **Réaliser l'activité suivante et transposer les données sur un graphique en utilisant des échelles appropriées. (suite)**

Activité — suite

a) Quand on dessine la largeur par rapport à l'aire, quelle forme de graphique obtient-on?

b) Nommez le type de fonction illustrée par le graphique.

c) D'après le graphique, quelles sont les coordonnées du point ayant la surface la plus grande?

d) À mesure que la valeur x change de chaque côté du sommet, qu'arrive-t-il aux valeurs y?

e) Quelle est la plus petite et la plus grande des valeurs x (domaine)?

f) Quelle est la plus petite et la plus grande des valeurs y (image)?

g) Quelle est l'équation de la ligne verticale qui traverse le point du sommet (axe de symétrie)?

h) Quelles sont les dimensions du jardin donnant l'aire plus grande?

i) Quelles sont les coordonnées des points où le graphique croise l'axe des x (les abscisses à l'origine)?

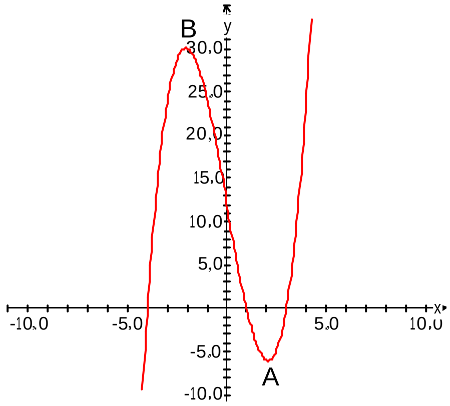
j) Quelles sont les coordonnées du point où le graphique croise l'axe des y (ordonnée à l'origine)?

A-3 Résoudre des équations non linéaires à l'aide d'un outil graphique.

- **Présenter les concepts des valeurs minimales et maximales relatives.**

Le point A est un ***minimum relatif*** parce qu'il est le point le plus bas de tous les points à proximité.

Le point B est un point ***maximum relatif*** parce qu'il est le point le plus élevé de tous les points à proximité.



— *suite*

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Ressources imprimées

Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Cours destiné à l'enseignement à distance, Éducation et Formation professionnelle Manitoba — Module 3, leçons 3, 4 et 5

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

A-3 Résoudre des équations non linéaires à l'aide d'un outil graphique.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Présenter les concepts des valeurs minimales et maximales relatives. (suite)**

  Enquête

  Une équation cubique a la forme générale suivante : $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Tracez les graphiques de plusieurs équations cubiques à l'aide d'outils graphiques. Utilisez différentes valeurs pour les coefficients a, b, c et d, notamment des valeurs positives, négatives et des zéros. On peut utiliser une plus grande fenêtre de visualisation pour voir l'ensemble de l'information puis faire un zoom pour déterminer des détails précis.

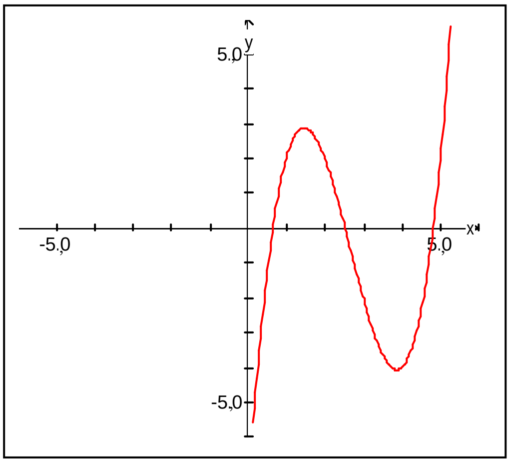
  Tirez une conclusion au sujet du nombre de points représentant les valeurs maximales et minimales relatives d'un graphique d'une équation.

  Extension : Ajoutez des équations de quatrième puissance, soit $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$.

- **Utiliser un outil graphique pour déterminer les valeurs minimales ou maximales relatives d'après l'équation d'une fonction cubique.**

  Exemple

  Quelles sont les valeurs maximales et minimales relatives de $y = x^3 - 8x^2 + 17x - 8$.



  Solution

  À l'aide d'un graphiciel comme *Winplot*, représentez l'équation par un diagramme.

  Utilisez la fonction [Trace] ou la fonction [Extremes] pour localiser les points représentant les valeurs maximales et minimales relatives.

  Le maximum relatif est $y = 2{,}88$

  Le minimum relatif est $y = -4{,}07$

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Problèmes

1. Tracez le graphique de l'équation suivante :
   $y = 5x^3 - 3x^2 - 4x - 7$

   Utilisez une fenêtre appropriée pour que les points des valeurs maximales et minimales relatives soient visibles.

   Quelles sont les coordonnées des points des valeurs maximales et minimales relatives?

   (Arrondissez la réponse à une décimale près.)

2. Tracez le graphique de l'équation suivante :
   $y = -3x^3 + 4x^2 + 6x + 5$

   Utilisez une fenêtre appropriée pour que les points des valeurs maximales et minimales relatives soient visibles.

   Quelles sont les coordonnées des points des valeurs maximales et minimales relatives?

   (Arrondissez la réponse à une décimale près.)

NOTES

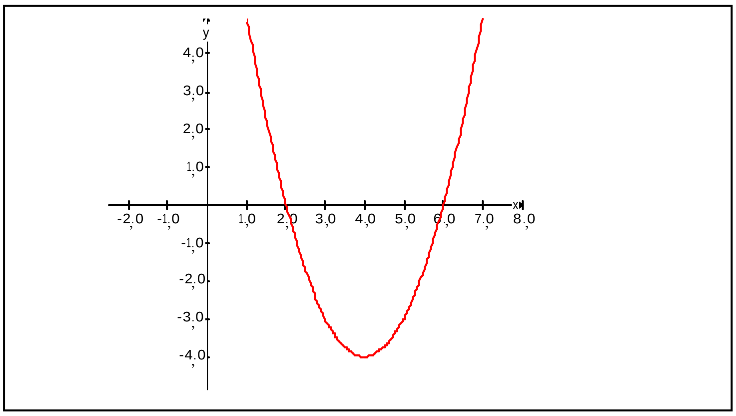
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

A-3 Résoudre des équations non linéaires à l'aide d'outils graphiques.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Présenter les concepts des abscisses à l'origine, des zéros et des racines d'une équation.**

Le graphique ci-dessous illustre l'équation quadratique $y = x^2 - 8x + 12$.



Les abscisses à l'origine sont (2, 0) et (6, 0). Puisque chacun des points situés le long de l'axe des x a une coordonnée y de zéro, la coordonnée y de chaque abscisse à l'origine est de zéro. Ces deux points sont les ***zéros*** ou les ***racines*** de l'équation et représentent les valeurs x qui produiraient une valeur y de zéro.

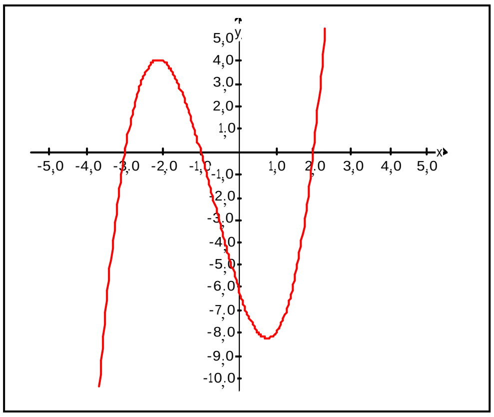
Lorsqu'on trouve les zéros (quand la valeur y est égale à zéro), on dit parfois que l'on ***résout l'équation***.

Exemple

Tracez le graphique de l'équation $y = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ et déterminez quelles en sont les racines.

Solution

À l'aide d'un graphiciel, représentez la fonction sous forme graphique comme ci-dessous.



— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

A-3 Résoudre des équations non linéaires à l'aide d'outils graphiques.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Présenter les concepts des abscisses à l'origine, des zéros et des racines d'une équation.**

Exemple — suite

Solution — suite

Utilisez la fonction [Trace] pour obtenir les racines –3, –1 et 2.

OU

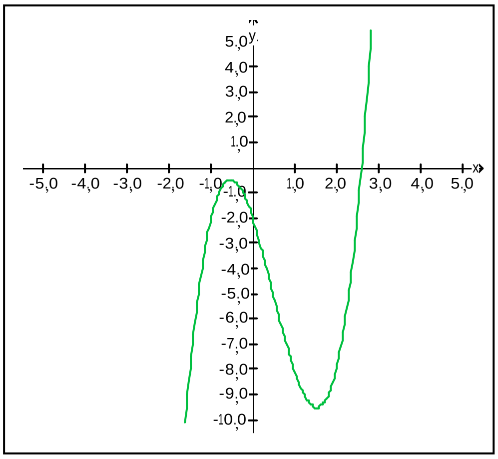
Utilisez la fonction [Zero] pour obtenir directement les abscisses à l'origine.

Exemple

Trouvez les racines de l'équation $y = 2x^3 - 3x^2 - 5x - 2$.

Solution

Utilisez un graphiciel pour représenter la fonction sous forme graphique comme ci-dessous.



On voit que le graphique ne croise l'axe des y qu'une seule fois. Il n'y a donc qu'une seule vraie racine. Utilisez la fonction [Trace] pour obtenir une racine d'environ 2,60.

OU

Utilisez la fonction [Zero] pour obtenir une abscisse à l'origine de 2,606 39.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Tracez le graphique de $y = 2x^2 + x - 15$.
   a) Quelles sont les abscisses à l'origine?
   b) Quels sont les zéros de l'équation?
   c) Quelle est l'équation de l'axe de symétrie?
   d) Quelle est la valeur minimale du graphique?
   e) Quelle est la valeur minimale x?

2. Tracez le graphique de $y = -(x - 4)(x + 2)$.
   a) Quelles sont les abscisses à l'origine?
   b) Quels sont les zéros de l'équation?
   c) Quelle est l'équation de l'axe de symétrie?
   d) Quelle est la valeur maximale du graphique?
   e) Quelle est la valeur maximale x?

3. Tracez le graphique de $y = x^3 + x^2 - 5x - 10$.
   a) Quelles sont les abscisses à l'origine?
   b) Quels sont les zéros de l'équation?
   c) Quelles sont les coordonnées des points représentant les valeurs minimales et maximales relatives du graphique?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

A-3 Résoudre des équations non linéaires à l'aide d'outils graphiques.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Résoudre des problèmes mettant en cause des équations cubiques.**

Problème de boîte

Matériel : feuille de papier de 17 cm x 22 cm et ciseaux.

Problème

Découpez des carrés aux quatre coins d'une feuille de papier de 17 cm x 22 cm et faites une boîte en repliant les rabats. Quelle est la relation entre la longueur des faces des carrés découpés et le volume de la boîte?

Directives

Découpez des carrés dans chaque coin en commençant par un carré de 1 cm x 1 cm. Repliez les côtés pour former une boîte. Calculez le volume de la boîte ainsi formée. Recueillez et consignez les données pour des carrés de toutes les dimensions possibles dans un tableau comme celui ci-dessous.

Longueur d'une face du carré	Longueur de la boîte	Largeur de la boîte	Volume de la boîte
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			

À l'aide d'outils graphiques, tracez le graphique des longueurs des faces des carrés découpés par rapport au volume de la boîte.

1. À l'aide du graphique, répondez aux questions suivantes :
   a) Quelle peut être la valeur maximale de la face du ou des carré(s)?
   b) Quelle peut être la valeur minimale de la face du ou des carré(s)?
   c) Quel est le volume maximal de la boîte?
   d) Utilisez la régression cubique pour trouver une équation qui exprime la situation et transposer l'équation sur le diagramme de dispersion.
   e) Utilisez la fonction [Trace] pour déterminer le volume maximal de la boîte et la longueur de la face du carré correspondant.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES
A-3 Résoudre des équations non linéaires à l'aide d'outils graphiques. *– suite*	• **Résoudre des problèmes mettant en cause des équations cubiques. (suite)** ***Problème de boîte — suite*** *Directives — suite* f) Quand le volume est-il égal à 300 cm^3? g) Nommez une valeur pour la longueur des arêtes du carré qui donne un volume de zéro. 2. a) Formulez une expression algébrique qui décrit la longueur de la boîte et une expression algébrique pour la largeur de la boîte en termes de *x*. b) Formulez une expression algébrique pour le volume de la boîte en termes de *x*. c) Comparez cette équation pour le volume au résultat de la régression cubique. d) Utilisez l'expression algébrique pour le volume $V = x(17 - 2x)(22 - 2x)$ et tracez le graphique de cette fonction. Vous remarquerez que le graphique ne représente pas une fonction quadratique, car la variable *x* est à la troisième puissance. e) Utilisez la fonction [Trace] pour découvrir le maximum relatif et le minimum relatif du graphique. En quoi le maximum relatif ainsi trouvé se compare-t-il à celui trouvé à la question précédente 1(e)?
A-4 Transposer sur un graphique les données d'une forme exponentielle en utilisant les échelles appropriées. A-5 Utiliser les équations exponentielles les mieux ajustées et leurs graphiques pour faire des prévisions et pour résoudre des problèmes.	• **Tracer un graphique de type exponentiel pour les données expérimentales ci-dessous.** ***Enquête 1 : le refroidissement d'objets*** *Contexte* Tous les jours, nous remarquons que les objets « chauds » refroidissent plus rapidement que les objets qui sont simplement « tièdes ». Les objets « froids » réchauffent beaucoup plus rapidement que ceux qui sont simplement « frais ». Ces observations communes confirment une règle bien connue de la thermodynamique, à savoir, que le taux de transfert thermique est proportionnel à la différence de température entre deux objets. C'est là l'essence de la loi du refroidissement de Newton. Pour commencer la leçon, décrivez l'expérience aux élèves et incitez-les à deviner le type de courbe qu'ils peuvent s'attendre à voir. Est-ce que le thermomètre descendra à une vitesse constante (figure 1)? D'innombrables exemples concrets peuvent servir de comparaison : • le refroidissement des automobiles l'hiver; • la tasse de café brûlant que l'on a oublié de boire et qui est restée sur le bureau; Posez la question suivante : Le thermomètre conservera-t-il la majeure partie de sa chaleur au début pour la perdre plus rapidement vers la fin (figure 2) ou perdra-t-il beaucoup de chaleur rapidement pour ensuite refroidir plus lentement vers la fin de l'expérience (figure 3)? *— suite*

Stratégies d'évaluation

Notes

Ressources imprimées

Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Cours destiné à l'enseignement à distance, Éducation et Formation professionnelle Manitoba — Module 3, Leçon 5

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

A-4 Transposer sur un graphique les données d'une forme exponentielle en utilisant les échelles appropriées.
– suite

A-5 Utiliser les équations exponentielles les mieux ajustées et leurs graphiques pour faire des prévisions et pour résoudre des problèmes.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Tracer un graphique de type exponentiel pour les données expérimentales ci-dessous. (suite)**

Enquête 1 : le refroidissement d'objets — suite

Contexte — suite

Figure 1

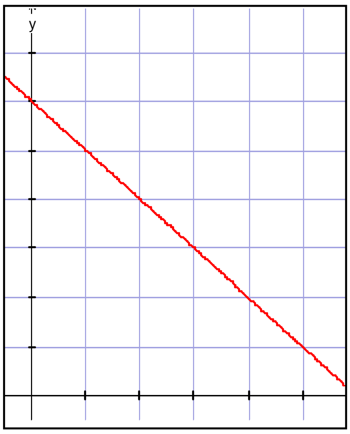


Figure 2

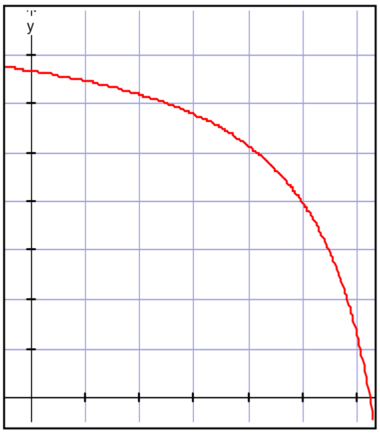
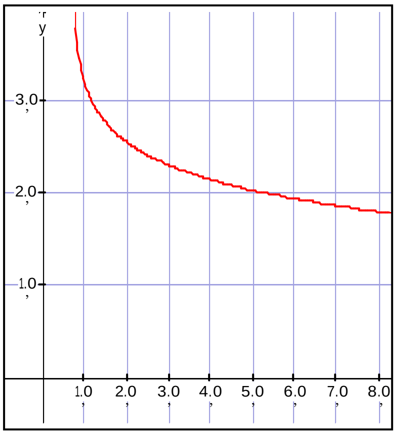


Figure 3



Sans préciser si les réponses sont correctes ou erronées, demandez aux élèves de commencer l'expérience. Une fois l'expérience terminée, chaque élève du groupe devrait avoir rentré les données dans sa calculatrice afin de pouvoir commencer sa propre analyse.

La loi du refroidissement de Newton prévoit que la vitesse du changement de température sera proportionnelle à la différence entre la température de l'objet et la température ambiante.

— suite

Stratégies d'évaluation

Notes

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

A-4 Transposer sur un graphique les données d'une forme exponentielle en utilisant les échelles appropriées.
– suite

A-5 Utiliser les équations exponentielles les mieux ajustées et leurs graphiques pour faire des prévisions et pour résoudre des problèmes.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Tracer un graphique de type exponentiel pour les données expérimentales ci-dessous. (suite)**

Enquête 2 : refroidissement

Contexte

Dans le cadre de cette expérience, les élèves étudieront une équation exponentielle, $y = A \times B^x$, produite par le refroidissement d'un thermomètre sorti de l'eau bouillante. L'équation $y = A \times B^x$ correspond assez bien à l'expérience lorsque la température ambiante est d'environ 0°C. Toutefois, la plupart des salles de cours ont une température ambiante de 23°C. Par conséquent, les élèves doivent déterminer la température ambiante et la soustraire des données qu'ils recueillent.
Les élèves peuvent déterminer les valeurs de A et B correspondant au modèle $y = A \times B^x$, en utilisant par exemple la fonction ExpReg de la TI-83.

Matériel

- une calculatrice programmable et le programme « CHILL »
- un appareil LAC avec prise pour sonde de température
- une calculatrice TI-83 et câble de transmission
- contenant d'eau chaude

Directives

1. Branchez l'unité LAC à la TI-83.
2. Branchez la sonde de température dans la prise CH1 du LAC. Tenez la sonde de façon à ce que le thermomètre soit exposé à l'air.
   Appuyez le bouton MODE du LAC. Le LAC devrait indiquer la température ambiante. Consignez le résultat. Éteignez l'unité LAC.
   Nota : Il est aussi possible d'exécuter le programme « CHILL » et d'exposer simplement la sonde de température à l'air pour obtenir une lecture de la température ambiante.
3. Mettez en marche le programme « CHILL » de la calculatrice graphique TI-83 et suivez les instructions sur l'écran TI-83 pour réaliser l'activité.
4. Dès que le thermomètre est sorti de l'eau et qu'il est exposé à l'air, l'unité LAC indique les températures du thermomètre qui se refroidit pendant environ une minute. Le thermomètre ne doit être exposé à aucun courant d'air pendant son refroidissement.
5. Un graphique devrait s'afficher sur l'écran de la calculatrice. Si le graphique ne semble pas approprié, exécutez le programme de nouveau.
6. Lorsque les résultats sont satisfaisants, transmettez les données aux autres membres du groupe au moyen du câble de transmission.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

A-4 Transposer sur un graphique les données d'une forme exponentielle en utilisant les échelles appropriées.
– suite

A-5 Utiliser les équations exponentielles les mieux ajustées et leurs graphiques pour faire des prévisions et pour résoudre des problèmes.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Tracer un graphique de type exponentiel pour les données expérimentales ci-dessous. (suite)**

Enquête 2 : refroidissement — suite

Analyse

1. Quel type de graphique représente le mieux les données (exponentiel, quadratique, linéaire, trigonométrique, etc.)?
2. Que représentent les valeurs du domaine?
3. Que représentent les valeurs de l'image?
4. Y a-t-il une valeur minimale pour le domaine? Que représente-t-elle?
5. À l'aide de la calculatrice, effectuez une régression exponentielle pour trouver l'équation qui correspond le mieux aux données. Transposez l'équation dans le registre de fonction et tracez le graphique.
6. Comparez le graphique à ceux des autres élèves. Quels pourraient être les facteurs à l'origine des différences constatées entre les graphiques des différents groupes?

Extension

Analyse supplémentaire

Le modèle théorique de la courbe de refroidissement est exponentiel : $y = A \times B^x + C$, où C désigne la température ambiante. Le temps est représenté par x et la température, par y. Selon ce modèle, C représente la valeur de la température dont la fonction s'approche lorsque la courbe s'aplatit.

Une façon d'améliorer le résultat consiste à faire en sorte que la valeur de C soit zéro. Pour ce faire, il faut soustraire la valeur de la température ambiante des températures enregistrées.

Les températures enregistrées sont entrées dans la liste L2. Dressez une nouvelle liste L3 pour les températures ajustées.

Placez le curseur au haut de la liste L3 (sur le symbole L3) et tapez [L2 - 23]. Au lieu de 23°, utilisez la valeur déjà obtenue pour la température ambiante. Appuyez ensuite sur $\boxed{\text{ENTER}}$. Vous créerez ainsi la nouvelle liste L3.

Répétez les étapes de dessin et d'analyse en utilisant L1 et L3 au lieu de L1 et L2.

Transposez l'équation dans le registre de fonctions et tracez le graphique.

Comment cette équation se compare-t-elle à la première équation?

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

A-4 Transposer sur un graphique les données d'une forme exponentielle en utilisant les échelles appropriées.
– suite

A-5 Utiliser les équations exponentielles les mieux ajustées et leurs graphiques pour faire des prévisions et pour résoudre des problèmes.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Expliquer textuellement comment la forme du graphique $y = a\ (b)^x$ change lorsque les valeurs a et b changent.**

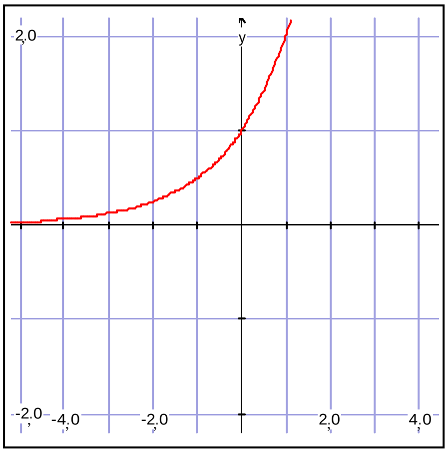
Les fonctions ayant la forme $y = a\ (b)^x$ sont appelées ***fonctions exponentielles.***

Exemple

Tracez le graphique de la fonction $y = (1)(2)^x$. Décrivez le graphique.

Solution

La courbe monte continuellement. Elle semble s'approcher de plus en plus de l'axe des x, sans le toucher. Cette droite – la droite dont la courbe s'approche sans jamais la toucher – s'appelle une ***asymptote***.



La valeur minimale s'approche de zéro et l'image contient tous les nombres réels supérieurs à zéro. Le domaine englobe tous les nombres réels.

Il n'y a pas de racine, car la courbe ne croise jamais l'axe des x.

C'est un exemple de croissance exponentielle.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème : problème de croissance des M&M

Matériel 40 M&M par groupe d'élèves, une tasse en papier

Problème Quelle est la corrélation entre le nombre de M&M se trouvant dans la tasse et le nombre d'essais?

Directives

Chaque élève/groupe dépose 4 M&M dans la tasse. C'est l'essai n° 0.

Après avoir vidé la tasse sur la table, comptez le nombre de bonbons sur lesquels le « M » est visible. Pour chaque « M » visible, ajoutez un bonbon de plus dans la tasse. Tous les M & M renversés sur la table sont remis dans la tasse avec ceux qui viennent d'y être ajoutés. C'est l'essai n° 1.

Après avoir vidé la tasse une deuxième fois sur la table, répétez le décompte et l'addition pour produire les données de l'essai n° 2.

On répète l'expérience jusqu'à ce qu'il ne reste plus de bonbons.

Consignez les données des autres groupes de la classe ou répétez l'expérience plusieurs fois.

Données :

1. Tracez un dessin montrant la corrélation entre le nombre de bonbons (sur l'axe des y) et le nombre d'essais (sur l'axe des x). Le graphique devrait être réalisé au moyen d'outils graphiques. Il montre la courbe de croissance exponentielle que peut représenter la fonction $y = a(b)^x$.
2. Utilisez la régression exponentielle pour déterminer la valeur de a et celle de b dans la fonction $y = a(b)^x$.
3. Que signifie (à la question n° 2) la valeur de b? La valeur de a?
4. Comment peut-on modifier l'expérience pour que la relation devienne $y = 2(b)^x$?
5. Comment peut-on modifier l'expérience pour que la relation devienne $y = a(2)^x$?
6. En quoi l'équation et la forme du graphique seraient-elles différentes si la moitié des bonbons avaient un M sur l'une de leurs faces et l'autre moitié des bonbons n'avaient pas de M?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

A-4 Transposer sur un graphique les données d'une forme exponentielle en utilisant les échelles appropriées.
– suite

A-5 Utiliser les équations exponentielles les mieux ajustées et leurs graphiques pour faire des prévisions et pour résoudre des problèmes.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

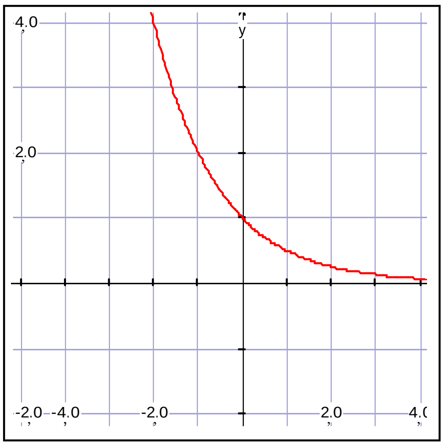
- **Expliquer textuellement comment la forme du graphique $y = a\ (b)^x$ change lorsque les valeurs a et b changent. (suite)**

Exemple

Tracez le graphique de la fonction $y = (1)\left(\frac{1}{2}\right)^x$. Décrivez le graphique.

Solution

La courbe descend constamment. Elle semble s'approcher de plus en plus de l'axe des x sans jamais le toucher. L'asymptote est encore une fois l'axe des x.



La valeur minimale s'approche de zéro et l'image englobe tous les nombres réels supérieurs à zéro. Le domaine englobe tous les nombres réels.

De même, il n'y a pas de racine, car la courbe ne croise jamais l'axe des x.

C'est un exemple de dégénérescence exponentielle.

Exemple

Tracez et décrivez le graphique de la fonction $y = (–1)(2)^x$.

Solution

La courbe descend constamment. Elle semble s'approcher de plus en plus de l'axe des x sans jamais le toucher. L'asymptote est encore une fois l'axe des x.

— suite

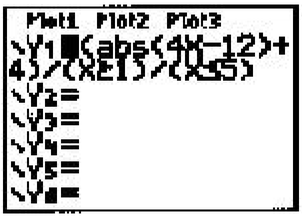
STRATÉGIES D'ÉVALUATION

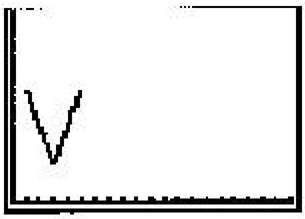
NOTES

Projet

Dans le cadre de ce projet, les élèves doivent créer des graphiques de différentes formes sur la calculatrice TI-83 en entrant des fonctions et des limites dans le registre des fonctions.

Par exemple, dans le registre des fonctions illustré ci-dessous, le domaine de la fonction de la valeur absolue $|4x + 12| + 4$ a été limité à $1 \le x \le 5$. Cette limite est établie en divisant l'expression par $x \ge 1$. Ainsi, le graphique disparaît lorsque x est inférieur à 1 parce que cette valeur rendra l'expression fausse en étant égale à 0. La calculatrice ne peut pas diviser par 0; elle ne tient donc pas compte de cette partie du graphique. Il en est de même lorsqu'on divise par $x \le 5$. Le graphique disparaît au-delà de 5.





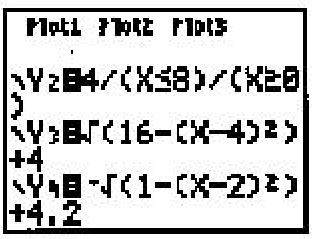
De même, on peut établir une limite pour toutes les fonctions, qu'elle soient reliés à une droite, un demi-cercle, une parabole, une valeur absolue, une racine carrée ou une exponentielle.

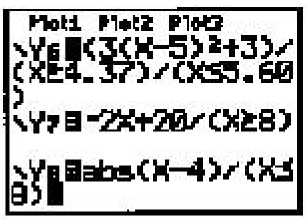
- À l'aide de ces fonctions, créez une image sur la calculatrice.
- Vous devez inclure au moins 5 fonctions différentes lorsque vous créez votre image.
- Expliquez quelle partie de l'image a été créée par chacune des fonctions.

Extension

Essayez des images ayant la forme d'un cornet de crème glacée, de R2D2 (robot de La Guerre des étoiles), d'un engin spatial (soucoupe volante).

Voici un exemple. Ces 6 fonctions ont été utilisées pour créer une forme abstraite comme celle illustrée à la page suivante.





— *suite*

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

A-4 Transposer sur un graphique les données d'une forme exponentielle en utilisant les échelles appropriées.
– suite

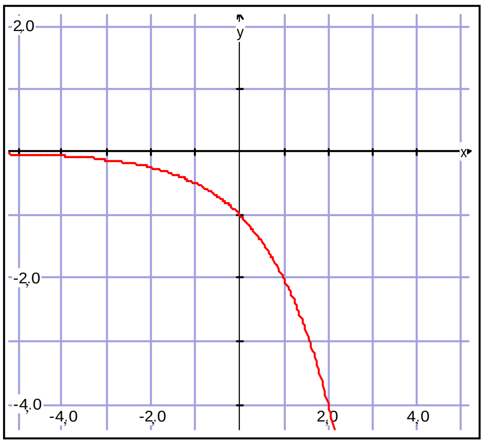
A-5 Utiliser les équations exponentielles les mieux ajustées et leurs graphiques pour faire des prévisions et pour résoudre des problèmes.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Expliquer textuellement comment la forme du graphique $y = a\,(b)^x$ change lorsque les valeurs a et b changent. (suite)**

Exemple — suite

Solution — suite



La valeur maximale s'approche de zéro et l'image contient tous les nombres réels inférieurs à zéro. Le domaine englobe tous les nombres réels.

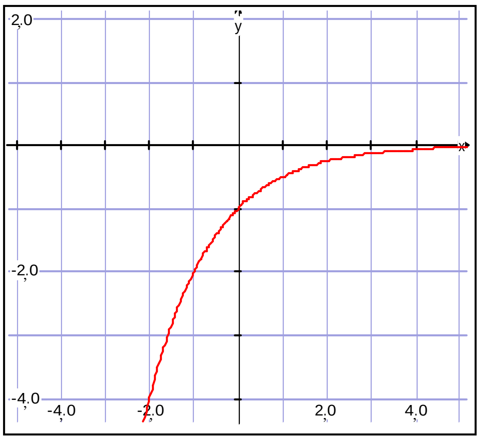
Il n'y a pas de racine, car la courbe ne croise jamais l'axe des x.

Exemple

Tracez le graphique de $y = (-1)\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$. Décrivez ce graphique.

Solution

La courbe monte constamment. Elle semble s'approcher de plus en plus de l'axe des x sans jamais le toucher. L'asymptote est encore une fois l'axe des x.

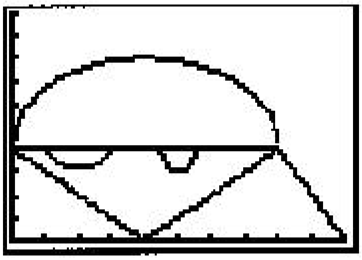


— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Projet (suite)



Dressez la liste des fonctions utilisées dans le registre des fonctions, ainsi que les restrictions applicables.

Y1 = ______________________________

Y2 = ______________________________

Y3 = ______________________________

Y4 = ______________________________

Y5 = ______________________________

Y6 = ______________________________

Y7 = ______________________________

Y8 = ______________________________

Y9 = ______________________________

Y10 = ______________________________

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

A-4 Transposer sur un graphique les données d'une forme exponentielle en utilisant les échelles appropriées.
– suite

A-5 Utiliser les équations exponentielles les mieux ajustées et leurs graphiques pour faire des prévisions et pour résoudre des problèmes.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Expliquer textuellement comment la forme du graphique $y = a\,(b)^x$ change lorsque les valeurs a et b changent. (suite)**

  Exemple — suite

  Solution — suite

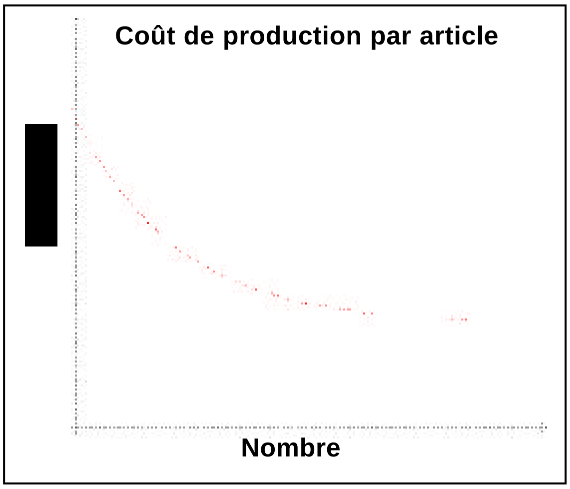
  La valeur maximale s'approche de zéro et l'image contient tous les nombres réels inférieurs à zéro. Le domaine englobe tous les nombres réels.

  Il n'y a pas de racine, car la courbe ne croise jamais l'axe des x.

- **Résoudre des problèmes mettant en cause des fonctions exponentielles.**

  Exemple

  Dans les entreprises qui fabriquent des produits, il y a un facteur de coût appelé courbe d'apprentissage. Selon ce concept, à force de produire le même produit, l'entreprise devient plus compétente et ses coûts de production par article diminuent. À une étape donnée, le coût s'approche d'un minimum.



1. D'après la forme du graphique, comment les coûts de production changent-ils à mesure que l'entreprise devient plus compétente?
2. Imaginez une situation différente qui illustre une limite maximale au lieu d'une limite minimale.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

En général, les automobiles perdent de leur valeur (déprécient) en vieillissant. Supposons qu'une automobile achetée au coût de 30 000 $ perd un cinquième de sa valeur chaque année.

a) Concevez un tableau qui montre la valeur de l'automobile après 1 an, 2 ans, et ainsi de suite jusqu'à 5 ans. (***Indice*** : il pourrait être utile d'utiliser une feuille de calcul.)

b) À l'aide de la régression exponentielle, trouvez une formule permettant de déterminer la valeur de l'automobile quelle que soit son âge.

c) Combien vaudra l'automobile au bout de 8 ans? Au bout de 3,5 ans?

Annexe A-1

Calculatrice graphique TI-83

Fonctions de la calculatrice TI-83

La touche $\boxed{\text{2nd}}$ active les fonctions au-dessus des touches, lesquelles sont indiquées entre parenthèses ( ).

$\boxed{\text{ON}}$ Appuyez sur $\boxed{\text{ON}}$, situé dans le coin inférieur gauche.

OFF Appuyez sur $\boxed{\text{2nd}}$ (OFF).

$\boxed{\text{CLEAR}}$ Appuyez sur $\boxed{\text{CLEAR}}$ pour supprimer les données sur l'écran et retourner à l'écran précédent.

QUIT Appuyez sur $\boxed{\text{2nd}}$ (QUIT) pour retourner à l'écran principal.

INS/DEL Appuyez sur $\boxed{\text{2nd}}$ (INS) pour insérer un caractère *avant* le curseur.

Appuyez sur $\boxed{\text{DEL}}$ pour supprimer un caractère à l'emplacement du curseur.

FUNCTION REGISTER Appuyez sur $\boxed{\text{Y=}}$ pour afficher le registre des fonctions. Jusqu'à 10 fonctions peuvent être sauvegardées. Elles peuvent être mises sur graphique seules ou plusieurs à la fois.

Appuyez sur $\boxed{\blacktriangledown}$ pour déplacer le curseur à la première fonction. Cette fonction peut être supprimée, modifiée ou définie.

Pour supprimer la fonction, appuyez sur $\boxed{\text{CLEAR}}$.

Pour définir une nouvelle fonction, par exemple, $x^2 - x - 2$, appuyez sur $\boxed{\text{X,T,}\theta\text{,}n}$ $\boxed{x^2}$ $\boxed{-}$ $\boxed{\text{X,T,}\theta\text{,}n}$ $\boxed{-}$ $\boxed{2}$

Utilisez le curseur pour passer à la fonction suivante, qui est Y_2. Entrez $x + 5$.

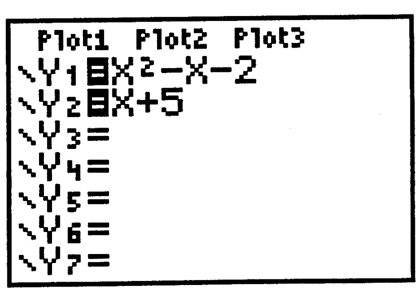


TABLE Cette fonction sert à attribuer un tableau de valeurs à la fonction.

Pour visionner un tableau, appuyez sur $\boxed{\text{2nd}}$ (TABLE).

TRACE

Appuyez sur [TRACE]. Le curseur est placé directement sur la graphique. Utilisez la flèche droite [▶] ou gauche [◀] pour déplacer le curseur d'un point à l'autre dans une fonction graphique.

Les élèves peuvent utiliser le curseur pour déterminer les valeurs *x* et *y* correspondantes, qui sont affichées au bas de l'écran.

ZOOM

Appuyez sur [ZOOM]. Certaines des fonctions de cette fenêtre sont les suivantes :

- 2 : Zoom In - pour agrandir une partie du graphique. Appuyez sur [TRACE] pour placer le curseur sur un point du graphique en particulier. Choisissez Zoom In pour cette partie soit agrandie. C'est comme si on regardait un point particulier sur le plancher et qu'on se penchait pour le mieux voir.
- 3 : Zoom Out - pour voir une plus grande partie du graphique. Appuyez sur [TRACE] pour placer le curseur sur un point du graphique en particulier. Choisissez Zoom Out. C'est comme si on s'éloignait du sol en avion et que notre champ de vision s'élargissait pour montrer un paysage de plus en plus large.
- 6 : Zoom Standard - pour rétablir le format standard du graphique.

REMETTRE LA MÉMOIRE À ZÉRO

Permet de supprimer toute la mémoire ou de rétablir la configuration d'origine. Appuyez sur [2nd], (MEM) et [5].

CONTRASTE

Il est possible d'ajuster le contraste de l'écran selon les conditions d'éclairage; soit de 0 (écran clair) à 9 (écran foncé). Pour modifier le contraste, appuyez sur [2nd] et relâchez. Puis,

1. appuyez sur la touche [▲] et tenir cette touche enfoncée pour éclaircir l'écran ou
2. appuyez sur la touche [▼] et tenir cette touche enfoncée pour assombrir l'écran.

[ALPHA] VERROUILLAGE

Les fonctions alphabétiques de chaque touche sont indiquées en vert au-dessus de chaque touche. Lorsqu'on appuie sur la touche verte [ALPHA], la fonction alphabétique est activée pour la prochaine touche. Par exemple, si on appuie sur [ALPHA] et sur [TAN], la lettre G est entrée. Le touche A-LOCK verrouille la fonction alphabétique.

GRAPH

Appuyez sur [Y=], entrez l'équation et appuyez sur [GRAPH]. Puis, appuyer sur [ZOOM] ou [TRACE].

WINDOW

Pour établir l'image des valeurs pour les fenêtres de visualisation. X_{SCL} (échelle des X) et Y_{SCL} (échelle des Y) définissent la distance entre les marques sur chaque axe. X_{res} définit la résolution des pixels (1 à 8) des graphiques de fonctions. La valeur par défaut est 1. Pour modifier une valeur :

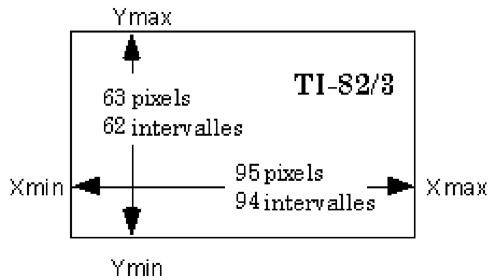
1. utilisez [▶] ou [▼] pour déplacer le curseur jusqu'à la variable à modifier;
2. modifiez la valeur;
3. appuyez sur [ENTER]

FENÊTRE CONVIVIALE

La fenêtre de visualisation de la calculatrice TI-83 contient 94 intervalles de gauche à droite; 94 est donc le chiffre magique. Choisir Xmin et Xmax pour que

$$x = \frac{\text{Xmax} - \text{Xmin}}{94}$$

soit une décimale entière, comme 0,1, 0,2, 0,25, et ainsi de suite. C'est ce qui se produit lorsque Xmax – Xmin est un facteur ou un multiple de 94 (les facteurs décimaux sont inclus). Par exemple, si Xmax – Xmin équivaut à 94, 188, 47, 23,5, 9,4, 18,8 4,7 ou 0,47, la fenêtre sera « conviviale ».



GRAPHIQUE DE CORRÉLATION

Les diagrammes de dispersion constituent des nuages de points des données statistiques provenant de listes. Pour créer un graphique de corrélation, on doit suivre les directives suivantes.

1. **Supprimez les données précédentes des listes.**

   Appuyez sur STAT 1 pour modifier les listes. Les données déjà enregistrées dans les listes devraient être supprimées. Pour supprimer les données d'une liste, placez le curseur au haut de la liste sur le symbole L_1. Appuyez sur CLEAR et sur ▼. Les données de la liste L_1 seront supprimées. Répétez ce procédé pour la liste L_2 (voir la figure 1).

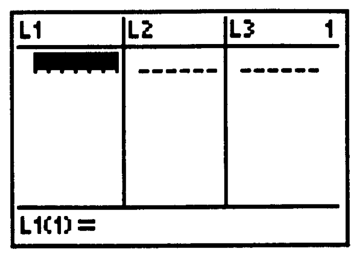


Figure 1

2. **Entrez des données.**

   Déplacez le curseur jusqu'à la première cellule de L_1. Entrez une valeur, par exemple 2,5, et appuyez sur ENTER pour déplacer le curseur vers le bas jusqu'à la cellule suivante. Continuez à entrer le reste des données de L_1 (voir la figure 2). Une fois la dernière entrée faite, utilisez la flèche de droite ▶ pour déplacer le curseur jusqu'à la première cellule de L_2. Entrez les données de L_2 .

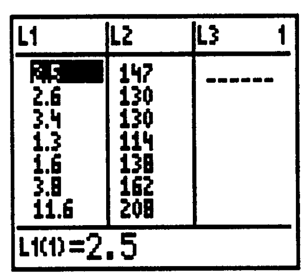


Figure 2

3. **Illustrez le graphique de corrélation.**

   Appuyez sur [2nd] [Y=] [ENTER] pour avoir accès au menu des diagrammes de dispersion. Utilisez les touches de flèche au besoin pour que l'écran ressemble à la figure 3. Cette figure illustre les diagrammes de dispersion désirés Xlist pour L_1 et Ylist pour L_2 . Le marqueur de chaque point sera un carré. Pour que toutes les données puissent être affichées dans la fenêtre, appuyez sur [ZOOM] [9] pour définir la fenêtre appropriée à ces données. Appuyez sur [GRAPH] pour visionner le diagramme de dispersion (voir la figure 4).

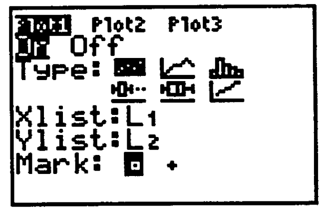


Figure 3

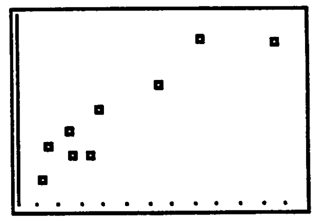
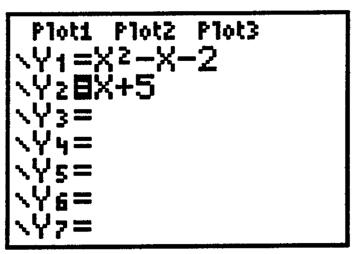


Figure 4

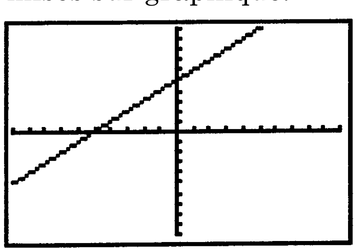
SÉLECTIONNER OU ANNULER LA SÉLECTION D'UNE FONCTION

Cette fonction permet d'activer ou de désactiver une fonction dans le registre. Une fonction est sélectionnée lorsque le signe = est mis en évidence. Pour activer/désactiver une fonction, déplacez le curseur jusqu'à la fonction, puis utilisez [◄] pour déplacer le curseur jusqu'au signe = de la fonction. Appuyez sur [ENTER] pour mettre la fonction en évidence ou pour supprimer la mise en évidence. Tel qu'illustré ci-dessous, la sélection de Y_1 est annulée et Y_2 est sélectionné.



METTRE UNE FONCTION SUR GRAPHIQUE

Lorsqu'une fonction, par exemple Y_2, est *activée*, elle peut être mise sur graphique. Appuyez sur [ZOOM] [6] pour définir la configuration standard de l'écran. Toutes les fonctions mises en évidence seront mises sur graphique.



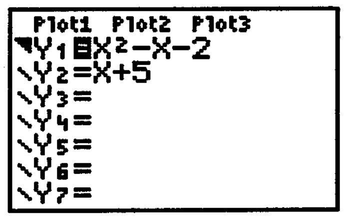
STYLES DE GRAPHIQUES DANS LE REGISTRE

Il existe 7 styles de graphiques disponibles. Ils peuvent être utilisés pour établir une distinction entre les différentes fonctions ou pour créer un ombrage au-dessus ou au-dessous du graphique.

Appuyez sur ▲ ou sur ▼ pour déplacer le curseur jusqu'à la fonction.

Appuyez sur ▶ ou sur ◀ pour déplacer le curseur vers la gauche, au-delà du signe =, jusqu'à l'icône du style de graphique. La valeur par défaut est \.

Appuyez sur ENTER plusieurs fois pour faire une rotation à travers les 7 différents styles de graphiques. Définissez l'écran pour qu'il ressemble à celui ci-dessous et appuyez sur GRAPH.



ÉQUATION DE LA DROITE DE RÉGRESSION

La calculatrice peut calculer l'équation de la droite de régression linéaire.

Appuyez sur STAT ▶ pour obtenir le menu et la liste des techniques de régression.

Sélectionnez la régression désirée, par exemple 4:LinReg(ax=b) et appuyez sur ENTER (voir la figure 1).

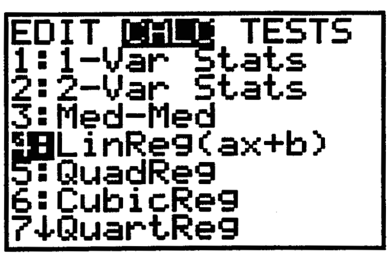


Figure 1

Un autre écran affichant LinReg(ax+b) apparaît. Si vous désirez faire une régression des listes L_1 et L_2,tapez (L_1 , L_2) à l'emplacement du curseur (n'oubliez pas la virgule).

Appuyez sur ENTER pour exécuter le calcul.

L'équation paraîtra.

La pente correspond à « a » et l'ordonnée à l'origine correspond à « b ».

Pour faire apparaître cette équation sur le diagramme de dispersion, appuyez sur Y= pour obtenir le registre des fonctions.

L'équation devrait être collée au premier emplacement disponible, par exemple (Y_2).

Déplacez le curseur vers le bas jusqu'à l'espace après le signe = sur la ligne Y_2.

Appuyez sur VARS 5 ▶ ▶ ENTER pour coller l'équation des moindres carrés dans le registre de fonctions (voir la figure 2).

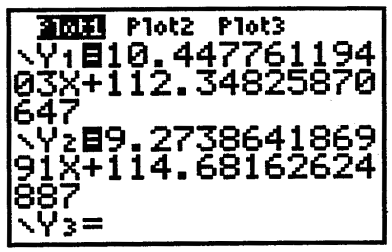


Figure 2

Appuyez sur GRAPH pour faire apparaître la droite des moindres carrés et le graphique de corrélation en même temps (voir la figure 3).

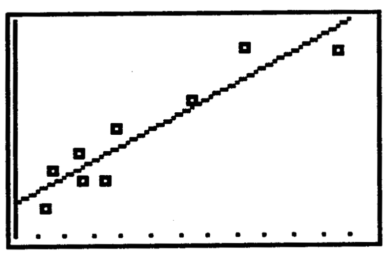


Figure 3

LINK

La fonction LINK permet le transfert d'information d'une calculatrice TI-83 à une autre. Une calculatrice est l'*unité d'envoi* et l'autre calculatrice est l'*unité de réception*. Branchez les deux calculatrices TI-83 à l'aide du câble de transmission.

Sur l'*unité de réception*, appuyez sur 2nd (LINK) ▶ pour obtenir le menu RECEIVE, puis sélectionnez 1 : Receive.
Attendez.

Sur l'*unité d'envoi*, appuyez sur 2nd (LINK) pour obtenir le menu SEND. Sélectionnez 2 : All pour obtenir l'écran SELECT (voir la figure 1).

La sélection All affiche toutes les entrées possibles.
Utilisez ▼ pour se rendre à L_1, et appuyez sur ENTER pour la sélectionner.
Utilisez ▲ pour se rendre à L_2, et appuyez sur ENTER pour la sélectionner.

Un **point carré** près de chaque entrée indique que chaque entrée a été sélectionnée en vue d'être transmise (voir la figure 2).

Appuyez sur ▶ pour obtenir le menu TRANSMIT.

Appuyez sur 1 : Transmit

Si le message Duplicate Name apparaît, choisissez une des options suivantes :

1. Rename
2. Overwrite

Figure 1

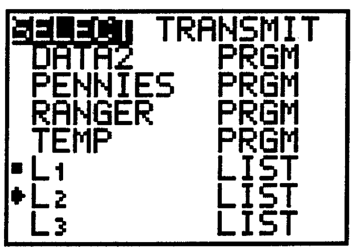


Figure 2

Coupures de presse

Annexe A-2

Des millions de personnes sont soudainement obèses sans qu'elles n'aient pris un kilo de plus.

San Francisco Chronicle, 16 octobre 1996

Pendant des années, le gouvernement a maintenu qu'un Américain sur trois avait un surplus de poids. Hier, au Colorado, lors d'une conférence sur l'obésité, un statisticien du National Center for Health Statistics a affirmé qu'en réalité, c'était un Américain sur deux qui avait un surplus de poids.

Bien que cela semble un changement important, il reflète en réalité, la dispute qui oppose les experts en obésité en ce qui concerne la définition d'une personne obèse.

Les États-Unis définissent une personne obèse comme une personne qui a un indice de masse corporelle, ou IMC, de 27,6 ou plus. L'Organisation mondiale de la santé définit une personne obèse comme une personne qui a un IMC de 25 ou plus.

Selon les dernières statistiques, les Américains ne sont pas soudainement plus pesants. Mais, conformément au seuil international de l'obésité, un plus grand nombre d'entre eux sont obèses.

Un IMC de 26 ou de 27 ne semble comporter que des risques peu élevés sur la santé. Mais, selon certaines estimations, un IMC de 30 augmente les risques de décès de toute cause de 50 à 150 pour cent.

Les Américains qui ont un surplus de poids auront un nouvel objectif : perdre 10 pour cent de leur poids total. Mais quelles sont les personnes qui devraient viser cet objectif? Un total de 97 millions d'adultes américains qui ont un IMC de 25 et plus, affirme le NIH.*

L'IMC est l'indicateur moderne de l'obésité. Il est défini par le poids en kilogrammes divisé par la taille en mètres carrés. Une personne de 5 pieds 4 pouces qui pèse 145 livres a un IMC de 25.

Votre poids est-il trop élevé?

Voici comment calculer votre IMC. D'abord, vous multipliez votre poids en livres par 0,45 pour obtenir votre poids en kilogrammes. Puis, vous multipliez votre taille en pouces par 0,0254 pour obtenir votre taille en mètres. Ensuite, vous multipliez ce nombre par lui-même. Enfin, vous divisez votre poids en kilogrammes par ce nombre. Vous obtiendrez probablement une réponse dans les 20 ou les 30. Il s'agit de votre IMC.

Les autres règles servant à déterminer l'IMC sont les suivantes :

Règle 2 : Pour déterminer les valeurs de l'IMC, le poids en **kilogrammes** peut être divisé par la taille en mètres, au carré. Un kilogramme équivaut à 2,2 livres. Un mètre équivaut à 3,28 pieds, ou à environ 39 pouces.

Règle 3 : Pour déterminer l'indice de masse corporelle, on peut aussi multiplier le poids en **livres** par 703. Puis, on divise ce résultat par la taille en pouces carrés.

*National Institute of Health

Questions sur les coupures de presse

Des millions de personnes sont soudainement obèses sans qu'elles n'aient pris un kilo de plus.

1. Utilisez chacune des trois règles pour calculer l'IMC au dixième près pour une personne qui mesure 5 pieds 10 pouces et qui pèse 185 livres.
2. L'IMC varie-t-il selon la règle utilisée? S'il varie, quel est le pourcentage de cette variation?
3. Si une personne de 5 pieds 10 pouces et de 185 livres veut obtenir un IMC de 25, quelle quantité de poids devra-t-elle prendre ou perdre pour y arriver?
4. Utilisez la règle 3 pour calculer l'IMC pour chacun des élèves ci-dessous.
   a) 5 pieds 2 pouces, 120 livres
   b) 5 pieds 4 pouces, 165 livres
   c) 5 pieds 7 pouces, 210 livres
   d) 6 pieds 1 pouce, 175 livres
5. Une personne de 5 pieds 1 pouce pèse 158 livres. À l'aide de la règle 3, déterminez le pourcentage de son poids qu'elle devrait perdre pour obtenir un IMC de 25?
6. Utilisez la règle 3 pour déterminer le poids d'une personne de 5 pieds 6 pouces si son IMC est le suivant.
   a) 25
   b) 30
7. Peut-on s'attendre à ce que les membres d'une même famille aient le même IMC? Vérifiez votre hypothèse.
8. Les trois formules d'IMC sont semblables.
   a) Exprimez chaque règle en remplaçant le poids en livres par p et la taille en pouces par t.
   b) Simplifiez chaque règle pour que l'IMC soit exprimé, en unités hors système, sous forme de constante multipliée par le rapport entre le poids et la taille au carré.
   c) Selon vous, pourquoi les règles ne sont pas tout à fait les mêmes?
   d) Quelle règle donne l'IMC le moins élevé? Pourquoi?
9. Combien de personnes ont soudainement un surplus de poids conformément à la nouvelle définition proposée par l'article en ce qui concerne l'obésité?

Questions sur les coupures de presse : extraites de Media Clips, publié par Dorothy Wood, *Mathematics Teacher* (92.3), National Council of Teachers of Mathematics, mars 1999. Utilisation autorisée.

Réponses aux questions sur les coupures de presse

Des millions de personnes sont soudainement obèses sans qu'elles n'aient pris un kilo de plus.

1. Règle 1 : $\dfrac{185 \times 0{,}45}{(70 \times 0{,}025\ 4)^2} \approx 26{,}3$ Règle 2 : $\dfrac{185}{2{,}2} \div \left(\dfrac{70}{39}\right)^2 \approx 26{,}1$ Règle 3 : $703 \times \dfrac{185}{70^2} \approx 26{,}5$

2. Elles varient quelque peu : 26,5 - 26,1 = 0,4, ce qui représente environ 1,5 pour cent de 26,1. Toutefois, le poids est indiqué à l'aide de trois chiffres, la taille est indiquée seulement à l'aide de deux chiffres. L'IMC ne devrait donc pas être indiqué avec plus d'exactitude. Les trois règles produisent les résultats suivants : 26, 26 et 27.

3. Règle 1 : $\dfrac{p(0{,}45)}{(70 \times 0{,}025\ 4)^2} = 25$ Règle 2 : $\dfrac{p}{2{,}2} \div \left(\dfrac{70}{39}\right)^2 = 25$ Règle 3 : $703 \times \dfrac{p}{70^2} = 25$

   $p \approx 176$ $p \approx 177$ $p \approx 174$

   La personne devrait perdre de 8 à 11 livres, ou environ 10 livres, pour obtenir un IMC de 25. La perte de poids ne pourrait être que de 5 livres si on veut obtenir un IMC de 25,4.

4. a) $703\left(\dfrac{120}{62^2}\right) \approx 22$

   b) $703\left(\dfrac{165}{64^2}\right) \approx 28$

   c) $703\left(\dfrac{210}{67^2}\right) \approx 33$

   d) $703\left(\dfrac{175}{73^2}\right) \approx 23$

   Question de recherche : L'article ne mentionne pas les effets potentiellement néfastes d'un IMC trop bas. D'autres articles indiquent qu'un IMC trop bas peut entraîner de graves problèmes, surtout chez les adolescentes. Quelles sont les limites inférieures acceptables?

5. Le poids, p, pour cette taille et un IMC de 25 :

   $$703 \times \frac{p}{61^2} = 25$$

   Le poids réel est de 158 livres, la personne doit donc perdre 26 livres, ou environ 16,5 pour cent de son poids actuel; p = 134 si on veut obtenir un IMC de 25,4.

Questions sur les coupures de presse : extraites de Media Clips, publié par Dorothy Wood, *Mathematics Teacher* (92.3), National Council of Teachers of Mathematics, mars 1999. Utilisation autorisée.

6. a) $703 \times \frac{p}{66^2} = 25$; $p \approx 155$, pour un IMC de 25.

   b) $703 \times \frac{p}{66^2} = 30$; $p \approx 186$, pour un IMC de 30.

7. Les réponses peuvent varier.

8. a) et b)

   Règle 1 : $\frac{p(0,45)}{(t \cdot 0,025\,4)^2} = IMC$

   $697,5\frac{p}{t^2} = IMC$

   Règle 2 : $\frac{p}{2,2} \div \left(\frac{t}{39}\right)^2 = IMC$

   $691,4\frac{p}{t^2} = IMC$

   Règle 3 : $703 \times \frac{p}{t^2} = IMC$

   $703 \times \frac{p}{t^2} = IMC$

   c) Les facteurs de conversion sont probablement arrondis. Le poids est rarement indiqué à l'aide des décimales, et les trois règles sont assez précises pour fournir l'IMC à l'unité près.

   d) La règle 2 fournit l'IMC le plus bas. La constante qui est multipliée par le rapport est la moins élevée.

9. Selon l'article, un sur deux représente 97 millions. La population totale est donc de 194 millions. Un sur trois est environ 55 millions. Par conséquent, environ 32 millions des personnes deviennent obèses conformément à la nouvelle définition.

Annexe A-3

Coupures de presse

Les recettes du *Titanic* engloutissent le record détenu par *La Guerre des étoiles*

par
Danny Guillory
École secondaire Mandeville
Mandeville, LA 70471
(Résumé de M. Guillory d'un article plus long)

Le *Times Picayune* du dimanche 15 mars 1998 annonce que le film *Titanic* a surpassé *La Guerre des étoiles* et est devenu le film ayant rapporté les recettes les plus élevées de tous les temps. Le 21 mars, le *Titanic* aura rapporté plus de 465 millions de dollars, brisant ainsi le record de 461 millions de dollars établi par La *Guerre des étoiles*. Bien entendu, *La Guerre des étoiles*, paru en 1977, aurait rapporté 812 millions si les recettes étaient converties en dollars actuels. Le film *Autant en emporte le vent*, paru en 1939, aurait toutefois battu tous les records puisque si les recettes de 1939 étaient converties en dollars de 1998, ce film aurait rapporté 1,29 milliard de dollars.

Par Guillory, Danny « *Titanic* Receipts Sink Record Held by *Star Wars* ». *The Mathematics Teacher* (91.9). The National Council of Teachers of Mathematics, décembre 1998. Utilisation autorisée.

Le Titanic vogue à nouveau sur les flots

(Données Internet fournies par M. Guillory)

Lancement du film *Titanic* aux États-Unis pendant la semaine du 21 décembre 1997.

Semaine	Recettes brutes totales (en millions $)
21/12	28,638
28/12	88,425
4/1	157,467
11/1	197,881
18/1	242,748
25/1	274,599
1/2	308,1
8/2	337,355
15/2	376,27
22/2	402,561
1/3	426,983
8/3	449,157

Par Guillory, Danny « *Titanic Revisited* ». *The Mathematics Teacher* (91.9). The National Council of Teachers of Mathematics, décembre 1998. Utilisation autorisée.

Questions sur les coupures de presse

Les recettes du *Titanic* engloutissent le record détenu par *La Guerre des étoiles*

1. Supposez que le prix moyen des billets en 1998 est de six dollars. Estimez le nombre de billets vendus pour chaque film.
2. Estimez le prix du billet pour voir le film *La Guerre des étoiles* lorsqu'il a paru en 1977.
3. Si Twentieth Century Fox a dépensé 200 millions de dollars pour produire *Titanic*, à quel pourcentage des recettes brutes, dès le 21 mars 1998, ces dépenses correspondent-elles? À qui sont versés les profits?
4. Tracez un graphique des recettes totales brutes pour le *Titanic* en fonction du temps, c'est-à-dire du nombre de semaines en salle.
5. Utilisez une calculatrice graphique pour produire un diagramme de dispersion pour les données. Quelle courbe de régression correspond le mieux aux données? Expliquez pourquoi.
6. Identifiez la signification de la pente de la fonction en utilisant la régression linéaire.
7. Peut-on prédire que la vente des billets pour le *Titanic* atteindra les 600 millions de dollars? Si c'est le cas, quand cela devrait-il se produire?

Questions sur les coupures de presse : extraites de Media Clips, publié par Dorothy Wood, *Mathematics Teacher* (91.9), National Council of Teachers of Mathematics, décembre 1998. Utilisation autorisée.

Réponses aux questions sur les coupures de presse

Les recettes du *Titanic* engloutissent le record détenu par *La Guerre des étoiles*

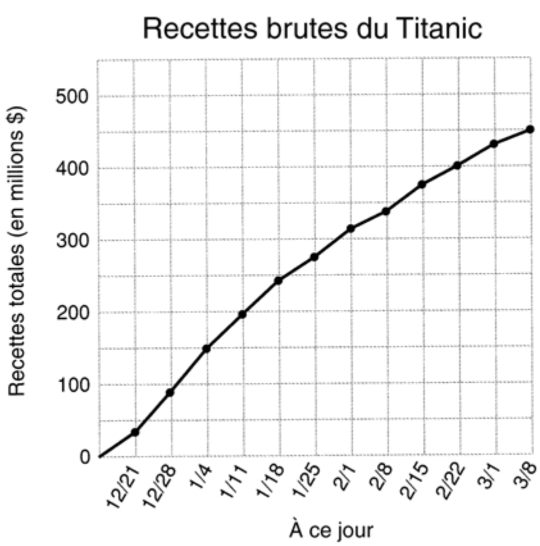
1. Pour maintenir une certaine uniformité, les recettes de chaque film devraient être calculées en dollars bruts équivalents pour la même année. Puisque les équivalents de 1998 sont fournis pour les deux autres films et puisque les données du *Titanic* s'appliquent à l'année 1998, l'année 1998 semble être un choix raisonnable.

Film	*Autant en emporte le vent*	*Titanic*	*La Guerre des étoiles*
Billets vendus (Prix de 1998)	1,29 milliards $	0,465 milliard $	0,812 milliard $
Assistance (6 $ / personne)	215 millions $	77,5 millions $	135,3 millions $

2. En supposant que les prix étaient constants lors de la parution de chaque film, $461/x = 812/6$, et que x correspond au prix de 1977, le prix du billet de 1977 pourrait être d'environ 3,40 $. Toutefois, il n'est peut-être pas juste de supposer que les prix ont été constants pendant toute la période de présentation d'un film. Des recherches approfondies sont donc requises.

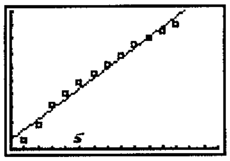
3. $\dfrac{200}{465} \approx 43\ \%$

   Les acteurs, les réalisateurs, les producteurs, d'autres membres du personnel, Twentieth Century Fox, les actionnaires, les propriétaires de cinémas, et autres, se partagent les profits.

4. 

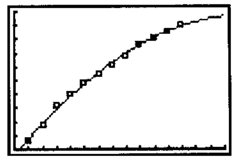
Questions sur les coupures de presse : extraites de Media Clips, publié par Dorothy Wood, *Mathematics Teacher* (92.3), National Council of Teachers of Mathematics, mars 1999. Utilisation autorisée.

5.



21/12 correspond à la semaine 1

Linéaire : $y = 37{,}054\,7x + 33{,}326\,2$.



Quadratique :

$y = -1{,}811\,7x^2 + 60{,}606\,9x - 21{,}629$.

La régression linéaire correspond bien. Toutefois, les données se trouvent au-dessous de la droite aux deux extrémités et au-dessus de la droite au centre, ce qui suppose un ajustement quadratique. Avec un ajustement quadratique, le revenu brut total illustré sera parfois en baisse. Une telle baisse, bien entendu, ne peut pas survenir. Un cas peut être présenté pour chacun des modèles.

6. La pente représente les recettes moyennes pour la semaine.
7. Oui, vers le 1er mai 1998.

Un poids, une mesure
Comment prédire le poids d'un poisson au moyen de sa longueur

Annexe A-4

Rédigé par Charles Vonder Embse et Arne Engebretsen

Étant donné l'importance grandissante accordée à la mise en place de normes nationales et régionales dans les écoles, les enseignants recherchent sans cesse de nouvelles tâches d'apprentissage et de nouvelles stratégies d'évaluation authentiques. Le programme éducatif et les normes d'évaluation du NCTM *(Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics, NCTM 1989)* encouragent les enseignants à présenter aux élèves des problèmes et des enquêtes mathématiques associés à la vie de tous les jours. Un de ces problèmes, présenté dans une revue de pêche sportive, consiste à établir des formules permettant de prédire le poids (P) en livres d'un poisson en utilisant sa longueur (L) en pouces. Puisqu'il est plus facile d'évaluer la longueur, ou la mesure, que le poids, la longueur du poisson correspondra à la variable indépendante, et le poids correspondra à la variable dépendante. Sternber (1996, 58-59) et Giordano et Weir (1985, 59-62) suggèrent la formule ci-dessous.

$$P = \frac{L^3}{2\ 700}.$$

De telles formules ont un intérêt scientifique puisqu'elles établissent un lien entre deux caractéristiques physiques d'un poisson. Aussi, elles peuvent être utilisées pour déterminer l'état d'une pêcherie ou pour établir des mesures de facteurs environnementaux, comme la disponibilité de la nourriture. Ces formules semblent aussi être utilisées lorsque les pêcheurs sportifs veulent évaluer le poids d'un poisson sans trop de manipulation. Cet aspect est particulièrement important si le poisson doit être relâché après avoir été capturé.

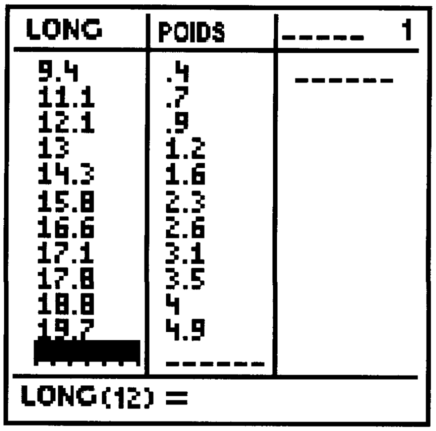
Dans cet article, nous explorons l'efficacité de ces formules en utilisant les données reliées à l'achigan à grande bouche du lac Opinicon dans l'ensemble hydrographique du Saint-Laurent et de la rivière des Outaouais au Canada. Ces données proviennent de Scott et Crossman (1973, 737) et elles paraissent dans le **tableau 1**. En demandant aux élèves de trouver eux-mêmes leurs données, on peut ajouter de l'authenticité à ce problème et permettre des extensions intéressants.

TABLEAU 1	
Longueur par rapport au poids d'un achigan à grande bouche du lac Opinicon	
Longueur (po)	Poids (lb)
9,4	0,4
11,1	0,7
12,1	0,9
13,0	1,2
14,3	1,6
15,8	2,3
16,6	2,6
17,1	3,1
17,8	3,5
18,8	4,0
19,7	4,9

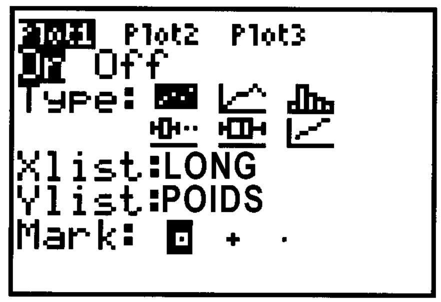
Questions sur les coupures de presse : extraites de « Technology Tips: Fishy Formulas: Predict the Weight of a Fish Given Its Length », Ed. Charles Vonder Embse et Arne Engebretson. *Mathematics Teacher* (90.8), National Council of Teachers of Mathematics, novembre 1997. Utilisation autorisée.

L'exploration

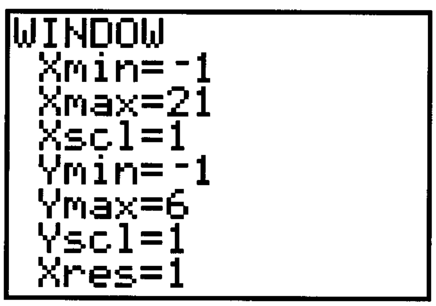
Tout logiciel ou toute calculatrice graphique qui permet de mettre une fonction sur un diagramme de dispersion peut être utilisé pour ce genre d'exploration. Les exemples de ce document seront exécutés à l'aide d'une calculatrice graphique TI-83. La liste de données enregistrées sur la calculatrice TI-83 peut être identifiée à l'aide d'un nom approprié. Pour ce problème, les listes **LONG** et **POIDS** seront créées et utilisées pour enregistrer les données relatives à la longueur et au poids. D'autres calculatrices ou graphiciels utilisent différentes conventions d'enregistrement et de désignation des données.



(a)
Données des listes LONG et POIDS

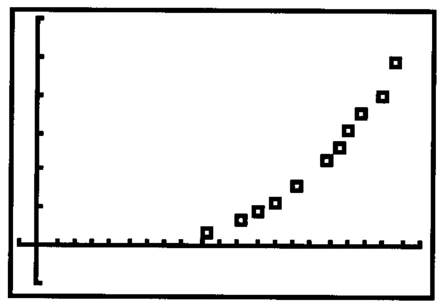


(b)
Création du graphique de dispersion



(c) Fenêtre d'affichage pour le diagramme de dispersion

Fig. 1



(d)
diagramme de dispersion des données

On doit débuter l'exploration en enregistrant les données relatives à la longueur du **tableau 1** (valeur *x*) dans la liste **LONG** et celles relatives au poids (valeur *y*) dans la liste **POIDS** (**Fig. 1a**). Il faut ensuite tracer le diagramme de dispersion des données paraissant à la **figure 1b**. Puis, il faut examiner l'étendue des données du **tableau 1** et établir une fenêtre d'affichage qui présentera le diagramme de dispersion de manière adéquate. La fenêtre de la **figure 1c** a été choisie pour que les deux axes (*x* et *y)* soient visibles. La **figure 1d** illustre le diagramme de dispersion des données. On peut aussi établir la fenêtre d'affichage en utilisant l'option **ZoomStat** de la touche ZOOM pour que la fenêtre d'affichage des données soit établie automatiquement. Au besoin, il faut ajuster cette fenêtre automatique pour qu'elle comprenne les axes.

Ensuite, il faut enregistrer la formule

$$y = \frac{x^3}{2\ 700}$$

au menu $\boxed{\text{Y=}}$ et tracer le diagramme de dispersion et la fonction tel qu'indiqué à la **figure 2**. La formule ne semble pas être bien ajustée à l'ensemble de données. La formule sous-estime le poid du poisson pour chaque longueur. Par exemple, un poisson de 19,7 pouces de long pèse 4,9 livres. Selon la formule, le poids d'un poisson de 19,7 pouces serait de 2,8 livres. La valeur sous-estime le poids réel de ce poisson d'environ 43 pour cent.

$$\frac{4{,}9 - \frac{19{,}7^3}{2\ 700}}{4{,}9} \approx \frac{4{,}9 - 2{,}8}{4{,}9} \approx \frac{2{,}1}{4{,}9} \approx 0{,}43$$

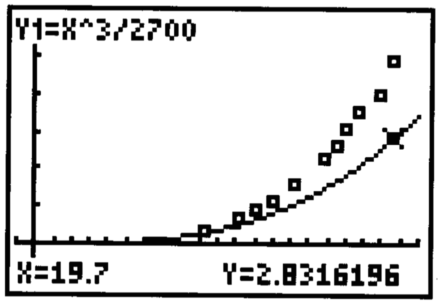


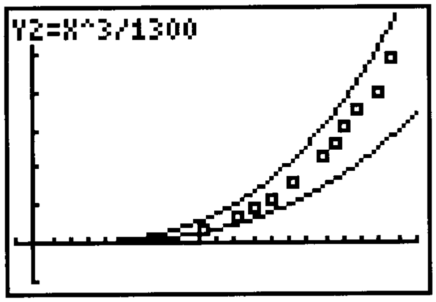
Fig. 2
Formule publiée représentée graphiquement sur le diagramme de dispersion de l'ensemble des données.

Pour obtenir une meilleure évaluation des données réelles, faites des expériences avec la formule en changeant le dénominateur, qui est de 2700, pour une valeur moins élevée, telle que 1300, afin de modifier la position de la courbe. Ce changement produit la surestimation illustrée à la **figure 3a**.

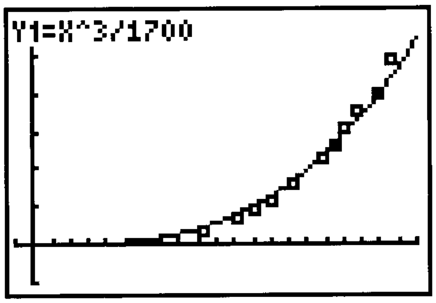
En faisant d'autres suppositions et une vérification visuelle, on peut établir que la formule approximative ci-dessous

$$y = \frac{x^3}{1\ 700}$$

est raisonnablement ajustée aux données, comme l'illustre la **figure 3b**. Demandez aux élèves pourquoi des différences peuvent survenir entre les données réelles et les prédictions fondées sur la formule. Quels facteurs influencent le poids et la longueur des différents types de poissons?



(a)
Une nouvelle formule représentée par le diagranne de dispersion des données.



(b)
La formule $P = \frac{L^3}{1700}$ représentée sur les données

Fig. 3

Si les élèves recherchent un modèle pour la formule

$$y = \frac{x^3}{a}$$

mais qu'ils ne connaissent pas la valeur de a avec laquelle ils peuvent commencer, comme nous le faisons avec la formule, ils pourront avoir de la difficulté à tracer un graphique sur l'écran le long des points de données. Pour obtenir une estimation simple de a, ils peuvent choisir toute paire de données, comme (9,4 et 0,4) à partir du **tableau 1** et remplacer x et y par ces valeurs pour obtenir l'équation ci-dessous :

$$0{,}4 = \frac{(9{,}4)^3}{a}$$

La solution fournit une valeur de départ qui correspond à $a \approx 2076$ comme première estimation raisonnable.

Quel est le degré d'ajustement du modèle?

Il existe plusieurs façons de déterminer le degré d'ajustement d'une formule ou d'une fonction par rapport à un ensemble de données. On peut vérifier la dimension et le modèle des valeurs résiduelles. Les valeurs résiduelles correspondent aux différences positives et négatives entre les valeurs y d'un ensemble de données et les valeurs y correspondantes produites par la formule à chaque valeur x de l'ensemble de données. Habituellement, l'analyse résiduelle est effectuée à l'aide d'une équation de régression produite par un algorithme numérique comme la méthode des moindres carrés. Dans cet exemple, la formule utilisée pour évaluer les données a été produite par une expérimentation. Pour calculer les valeurs résiduelles d'après la formule expérimentale, il suffit d'exécuter la commande **LPOIDS - Y1 (LLONG)→RES** à l'écran **HOME SCREEN** de la calculatrice TI-83 (**Fig. 4a**). La commande Y_1 **(LLONG)** évalue la valeur y prédite d'après le modèle enregistré à la fonction Y_1 pour chaque valeur x enregistrée dans la liste **LONG**. Mathématiquement, cette commande équivaut à l'évaluation de $y = f(x)$. La commande exécutée en entier suppose que la fonction d'approximation est enregistrée dans **Yz**; si la fonction est située ailleurs, il faudra modifier la commande en conséquence.

La liste **RES**, qui contient les valeurs résiduelles, peut être affichée dans le List Editor comme l'illustre la **figure 4b**. L'examen de ces valeurs révèle que la valeur résiduelle négative la plus élevée est -0,14 livre pour un achigan de 0,9 livre et que la valeur résiduelle positive la plus élevée est 0,4 livre pour une achigan de 4,9 livres. Si ces différences sont évaluées sur une base de pourcentage, nous obtenons une surestimation d'environ

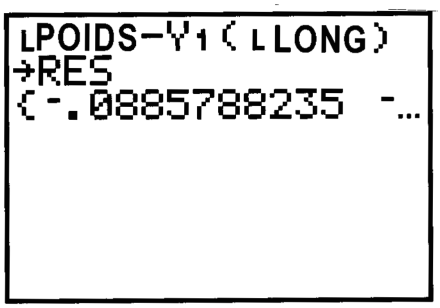
$$\frac{0{,}14}{0{,}9} \times 100 \approx 16\ \%$$

et une sous-estimation d'environ

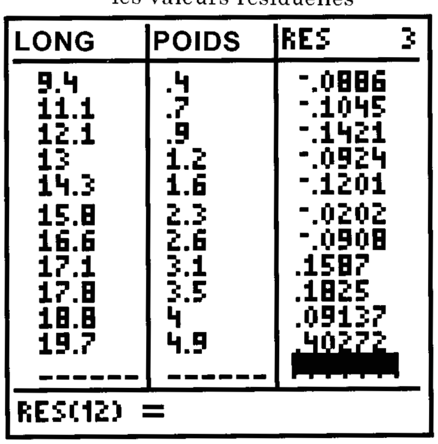
$$\frac{0{,}4}{4{,}9} \times 100 \approx 8\ \%\ .$$

Ces estimations semblent être raisonnables pour ce qui est de la dimension étant donné le type de données analysées.

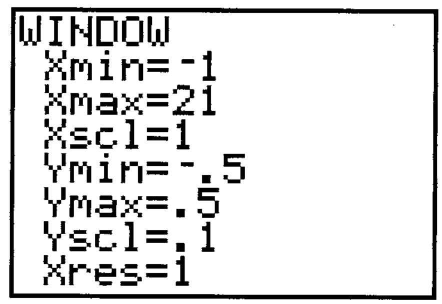
On peut aussi analyser l'ajustement d'un modèle à un ensemble de données en vérifiant les valeurs résiduelles de manière graphique. La disposition visuelle des valeurs résiduelles ne devrait pas présenter de tendance commune. Le graphique des valeurs résiduelles, illustré au **figures 5a** et **5b**, démontre que notre modèle surestime, de façon constante, le poids d'un petit achigan et sous-estime le poids d'un gross achigan. Cette tendance est l'une des nombreuses tendances qui peuvent être découvertes par les valeurs résiduelles. Elle est aussi illustrée par la liste numérique des valeurs résiduelles de la **figure 4b**. D'autres tendances peuvent aussi être observées en ce qui concerne les valeurs résiduelles, par exemple des valeurs approximativement situées le long d'une droite ou le long d'une courbe parabolique. Par conséquent, bien que notre monôme cubique puisse être un modèle pratique et compétent, il n'est peut-être pas aussi exact que nous le voudrions du point de vue mathématique.



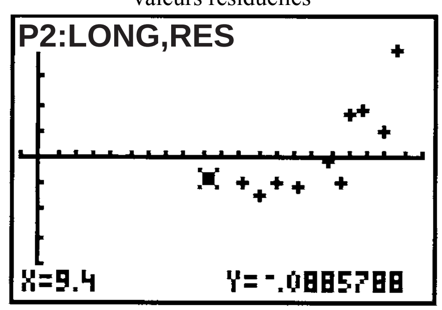
(a)
Commande utilisée pour calculer et sauvegarder les valeurs résiduelles



(b)
Liste des valeurs résiduelles RES affichées dans le List Editor



(a)
Fenêtre d'affichage pour le graphique des valeurs résiduelles



(b)
Diagramme de dispersion des valeurs résiduelles
Fig. 5

Le dénominateur, 1700, de notre formule expérimentale, obtenu par des approximations visuelles successives, est bien différent du dénominateur 2700 suggéré par Sternberg (1996, 58-59). Cet écart n'est pas surprenant. Une expérience avec d'autres ensembles de données démontre que ce coefficient constant varie grandement d'une espèce de poisson à l'autre et même d'un lac à l'autre pour la même espèce de poisson. Sparano (1996, 101) suggère d'utiliser

$$P = \frac{L^3}{1600}$$

pour les achigans et les poissons de forme semblablement arrondie;

$$P = \frac{L^3}{3\ 500}$$

pour les brochets, les maskinongés et d'autres poissons de forme allongée

$$P = \frac{L^3}{1\ 200}$$

pour les crapets; et

$$P = \frac{L^3}{2\ 700}$$

pour les dorés jaunes.

Application de cette expérience à d'autres modèles

Lorsqu'on cherche un bon modèle pour ces données, il est raisonnable de commencer avec un monôme cubique parce qu'on peut s'attendre à ce que le poids soit environ proportionnel au volume et à ce que le volume soit proportionnel à une caractéristique linéaire, comme la longueur, au cube. Par conséquent, lorsqu'on cherche un autre modèle approprié nous demeurons « près » d'une fonction cubique en essayant une fonction puissance et un polynôme cubique. Toutefois, un modèle exponentiel peut aussi bien fonctionner.

La commande **PwrReg LLONG, LPOIDS,** Y_2 exécutée sur la calculatrice TI-83 (voir la **figure 6a**) produit les résultats illustrés à la **figure 6b** et enregistre l'équation de régression puissance résultant de la fonction Y_2. Le graphique des données d'origine et de cette fonction puissance est illustré à la **figure 6c**, et le diagramme de dispersion des valeurs résiduelles est illustré à la **figure 6d**. Lorsqu'un modèle de régression est calculé sur la calculatrice TI-83, les valeurs résiduelles sont automatiquement calculées et enregistrées dans la liste de réserve nommée **RESID**. On peut effectuer le calcul des valeurs résiduelles sur d'autres calculatrices graphiques en utilisant la méthode décrite pour le mode expérimental. Par exemple, si on utilise une calculatrice TI-82 et que les données sont enregistrées dans les listes L_1 et L_2 et que le modèle est enregistré dans la fonction Y_1, la commande L_2 - $Y_1(L_1) \rightarrow L_3$ calculera les valeurs résiduelles et les enregistrera dans la liste L_3. En faisant un examen numérique et graphique des valeurs résiduelles, on s'aperçoit qu'elles sont peu élevées et qu'elles n'affichent aucune tendance commune. Ce modèle est donc très bien ajusté aux données, mais il peut ne pas être aussi pratique pour les pêcheurs que

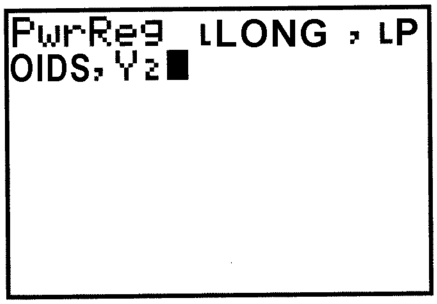
$$y = \frac{x^3}{1\ 700}$$

Le modèle puissance illustré à la **figure 6b** peut être simplifié en arrondissant l'exposant *b* à 3,38, ce qui inverse la valeur de *a* et l'arrondit à 4900 parce que $0{,}000\ 202\ 854\ 1^{-1} = 4\ 929{,}741\ 084$. Le graphique de la fonction qui en résulte,

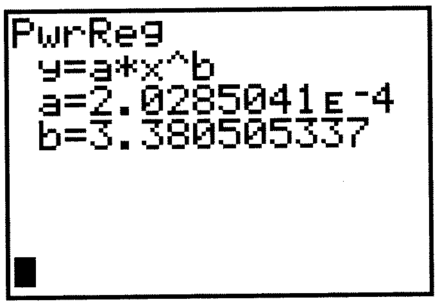
$$y = \frac{x^{3{,}38}}{4\ 900},$$

est illustré à la **figure 7**.

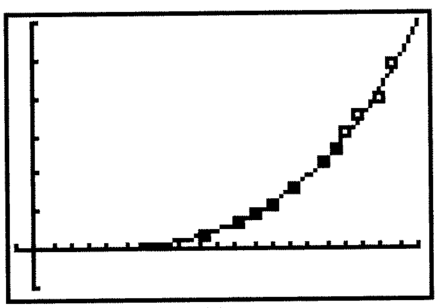
Pour établir un modèle cubique complet, on doit exécuter la commande **CubicReg LLONG, LPOIDS,**Y_3. Les coefficients de régression, le diagramme de dispersion des données et le graphique du modèle, ainsi que le diagramme de dispersion des valeurs résiduelles, sont illustrés aux **figures 8a**, **8b** et **8c**. Étant donné que les valeurs résiduelles sont peu élevées et qu'elles sont réparties sur l'axe des *x*, nous croyons que ce résultat est d'un bon ajustement et qu'il indique un bon modèle. Toutefois, comme dans le cas du modèle de régression puissance, la complexité de ce modèle polynôme cubique entier rend son utilisation pratique impossible ou presque, sans une calculatrice graphique en tant qu'équipement standard du coffret de pêche.



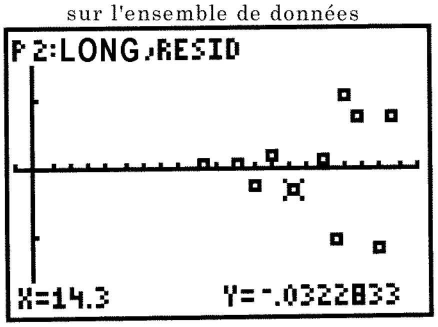
(a)
Commande de régression-puissance enregistrée



(b)
Modèle de régression-puissance calculé



(c)
Graphique du modèle de régression-puissance sur l'ensemble de données



(d)
Graphique de dispersion des valeurs résiduelles pour le modèle de régression-puissance
Fig. 6

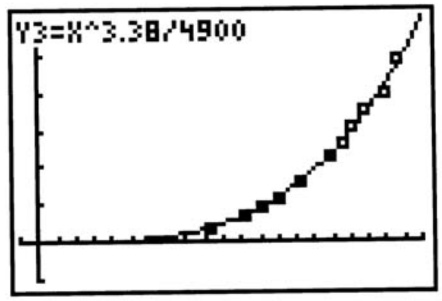
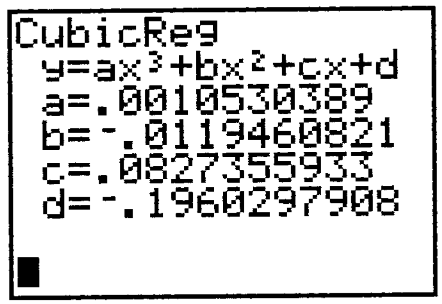
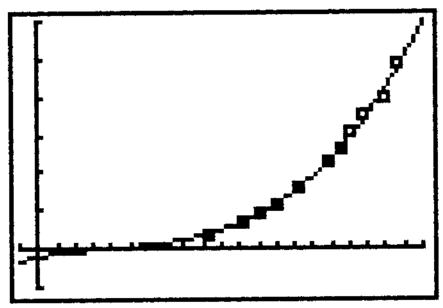


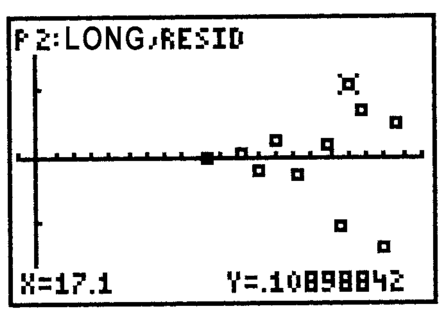
Fig. 7
Graphique de modèle de puissance $y = \frac{x^{3,38}}{4\,900}$



(a)
Modèle de régression cubique calculé



(b)
Graphique du modèle cubique sur les données



(c)
Graphique de corrélation des valeurs résiduelles pour le modèle cubique
Fig. 8

Application de la méthode de résolution de problèmes à d'autres cas

Les données du **tableau 2** sont aussi extraites de Scott et Crossman (1973, 747). Le tableau indique la longueur en pouces et le poids en livres d'une perche argentée provenant du Lac des bois, Ontario. Les élèves doivent établir des modèles pour cette espèce en utilisant les mêmes méthodes que celles utilisées pour l'achigan à grande bouche. Les élèves doivent ensuite comparer leurs résultats avec ceux obtenus pour les modèles suggérés par Sparano pour les différents types de poissons. Devrions-nous avoir un modèle distinct pour les perches argentées?

TABLEAU 2	
Longueur et poids de perches argentées au Lac des bois, Ontario	
Longueur (po)	Poids (lb)
4,4	0,1
6,6	0,2
8,4	0,4
10,0	0,7
10,5	0,7
11,1	0,9
11,4	1,0
12,0	1,1
12,5	1,3

Conclusion

Nous rencontrons souvent des modèles mathématiques qui tentent de décrire des relations réalistes comme le poids des poissons de sport d'après leur longueur. Devrions-nous utiliser ces modèles d'après leur apparence? Ou devrions-nous faire des enquêtes pour confirmer leur exactitude? La technologie permet à tous les élèves de faire des enquêtes et de vérifier des relations qui étaient autrefois dictées «d'en haut» et qui semblaient inébranlables parce qu'elles étaient publiées dans un livre. La technique expérimentale utilisée pour vérifier l'exactitude des formules utilisées pour les poissons est en elle-même un modèle que les élèves peuvent utiliser en tout temps s'ils désirent vérifier l'exactitude d'un modèle fondé sur les données réelles. De plus, lorsque les élèves participent à ces enquêtes, ils apprennent des leçons importantes en matière de modélisation, d'analyse et de résolution de problèmes. Donc, la prochaine fois qu'une formule vous semble un peu douteuse, prenez le temps de la vérifier.

Unité B
Finances personnelles

FINANCES PERSONNELLES

Introduction

Le module Finances personnelles est le premier de deux modules du cours *Mathématiques appliquées, secondaire 3*, et il traite de sujets touchant les finances personnelles (l'autre module est l'Unité E : Budgets et placements). Pour atteindre l'indépendance et la sécurité financière, on doit connaître les enjeux complexes qui entourent les finances personnelles.

Les efforts d'apprentissage des élèves seront concentrés sur les sujets suivants :

- gains provenant de différentes sources;
- impôts fonciers;
- taux de change;
- prix unitaires;
- rapprochement du registre des chèques et du relevé mensuel de la banque.

Pratiques d'enseignement

L'apprentissage des principes des finances personnelles est plus efficace lorsque les élèves travaillent de façon autonome ou en petits groupes. Vous devriez remettre aux élèves le matériel qu'ils doivent compléter de façon individuelle. Ensuite, vous pouvez servir de personne ressource auprès des élèves au besoin.

De plus, ce module donne aux élèves l'occasion de rechercher et de rassembler des données sur des sujets comme ceux ci-dessous :

- plans de rémunération des entreprises de leur région;
- taux d'impôt foncier et questions reliées aux gouvernements municipaux;
- taux de change courants des institutions financières;
- achat par comparaison dans des magasins de la région;
- pratiques financières des institutions financières de la région.

Un ou plusieurs de ces sujets peuvent être enseignés sous forme de projets de recherche plutôt que dans leur intégrité à l'intérieur d'un module. Les résultats d'apprentissage visés par cette unité seront plus facilement réalisés si les élèves utilisent un tableur pour exécuter des calculs instantanés et précis.

Projets

L'enseignant devrait se servir des projets tirés de ce document, du document intitulé *Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Exercices* ou d'autres ressources textuelles.

Matériel d'enseignement

- ordinateur
- logiciel de tableur

Durée

15 heures

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE

Résultat général

Résoudre des problèmes relatifs à la consommation à l'aide d'opérations arithmétiques.

Résultats spécifiques

B-1 Résoudre des problèmes relatifs à la consommation, y compris ceux traitant des sujets suivants :
- les gains provenant de différentes sources;
- l'impôt foncier ;
- les taux de change
- les prix unitaires.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Discuter des différents types de revenus.**

Types de revenus

1. ***Rémunération :*** fondée sur les heures travaillées et distribuée chaque jour, une fois par semaine ou une fois par deux semaines.
2. ***Salaire :*** fondé sur un montant annuel.
3. ***Salaire à la pièce :*** montant remis pour chaque pièce produite.
4. ***Rémunération à l'acte :*** fondée sur le service fourni, par exemple une conférence.
5. ***Commissions :*** fondées sur un pourcentage de la valeur des articles vendus :
   — commissions seulement : la rémunération est fondée sur un pourcentage des ventes seulement;
   — salaire plus commissions;
   — commissions progressives :le taux des commissions est progressif ou plus élevé lorsque les ventes augmentent;
   — salaire plus commissions sous réserve d'un quota : les commissions sur les ventes sont versées seulement après qu'un montant de vente préalablement fixé soit atteint.
6. ***Contrat :*** rémunération versée à la fin d'un projet en particulier.
7. ***Pourboires :*** rémunération fondée sur un pourcentage de la facture (par exemple, de 10 % à 15 %) et versée aux travailleurs de l'industrie des services (par exemple, les serveurs).
8. ***Travail autonome***

- **Résoudre des problèmes reliés à différents types de revenus**

***Exemple 1* (Pourboires)**

Deux restaurants offrent à Jade un poste de serveuse.
Le restaurant Chez Mario lui offre 8 $/heure, et elle peut s'attendre à gagner 24 $ de pourboires chaque jour.
Le restaurant Teppan lui offre 5,50 $/heure, et elle peut s'attendre à gagner 35 $ de pourboires par jour. Si Jade travaille 30 heures par semaine réparties sur 4 jours, quels seraient ses revenus dans chacun des restaurants?

Solution

Chez Mario		Teppan	
Salaire :	30 x 8 = 240 $	Salaire :	30 x 5,50 = 165 $
Pourboires :	4 x 24 = 96 $	Pourboires	4 x 35 = 140 $
Paie brute :	240 + 96 = 336 $	Paie brute :	165 + 140 = 305 $

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Problème

Discutez de la façon dont les gens d'affaires ou les entrepreneurs gagnent des revenus. Quelles sont les différences entre les revenus touchés par un employé à rémunération fixe et ceux des gens d'affaires?

NOTES

Ressources imprimées

Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Exercices – Supplément au programme d'études, Éducation et Formation professionnelle Manitoba

Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Cours destiné à l'enseignement à distance, Éducation et Formation professionnelle Manitoba — Module 4, leçons 1 à 5

***Nota* :** Vous trouverez dans la colonne **Notes** des définitions pour certains termes qui risquent d'être inconnus par vos élèves.

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

B-1 Résoudre des problèmes relatifs à la consommation, y compris ceux traitant des sujets suivants :
- les gains provenant de différentes sources;
- l'impôt foncier;
- les taux de change
- les prix unitaires.

– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Résoudre des problèmes reliés à différents types de revenus. (suite)**

Exemple 2 **(commissions progressives)**

Une personne reçoit une commission de 8 % sur la première tranche de 1 000 $ de ventes et une commission de 14 % sur toutes les ventes excédant 1 000 $. Si les ventes de la semaine précédente étaient de 5 000 $, déterminez les revenus bruts du vendeur.

Solution

Commission de 8 % : 1 000 $ x 8 % = 80,00 $

Commission de 14 % : 4 000 $ x 14 % = 560,00 $

(5 000 $ - 1 000 $ = 4 000 $)

Revenus bruts : 640,00 $

Certaines compagnies versent à leurs vendeurs un salaire, plus des commissions. Le salaire est souvent établi à un niveau plutôt bas pour encourager les employés à vendre. L'employé reçoit le salaire même s'il ne vend aucun produit.

Exemple 3 **(Rémunération à la pièce)**

Antoine assemble des paquets de coutellerie pour l'industrie de l'aviation. Il touche 5 cents pour chaque paquet acceptable assemblé. S'il assemble 3 870 paquets par semaine, mais que 14 de ces paquets ne sont pas acceptés, calculez son revenu brut pour la semaine.

Solution

Nombre de paquets acceptables : 3 870 – 14 = 3 856

Revenu brut : 3 856 x 0,05 $ = 192,80 $

Certaines entreprises versent aux employés un revenu différencié à la pièce. Un employé est rémunéré selon une échelle en vertu de laquelle le montant versé par pièce augmente lorsque la production de l'employé augmente. Il faut multiplier le nombre de pièces acceptables par le montant applicable.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Déterminez la commission d'un vendeur si le taux de commission est de 6 % et que ses ventes sont de 3 000 $.
2. Jean travaille pendant 25 heures, il est payé 6,80 $ de l'heure et il touche des pourboires équivalant à 15 % des factures des clients. Si la valeur des repas servis est de 2 000 $, déterminez le revenu brut de Jean.
3. Joanna touche un salaire mensuel de 1 000 $ et une commission équivalant à 10 % de toutes les ventes excédant un quota mensuel de 15 000 $. Calculez son revenu brut pour le mois de novembre si elle fait des ventes totales de 35 600 $ de meubles.
4. Carlos vend des meubles et touche un salaire garanti de 900 $ par mois, ainsi qu'une commission de 6 % sur le total des ventes. Si, au cours du mois de novembre, le total des ventes qu'il a faites est de 35 600 $, déterminez son revenu brut.
5. Jacques reçoit une rémunération à la pièce. Pendant une semaine de travail, il produit 405 unités. Sept de ces unités ont été rejetées. Sa rémunération est fondée sur l'échelle suivante :

Nombre d'unités	Taux par unité
1 – 90	0,55 $
91 – 180	0,75 $
181 et plus	0,95 $

Calculez son revenu brut pour la semaine en question.

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

B-1 Résoudre des problèmes relatifs à la consommation, y compris ceux traitant des sujets suivants :
- les gains provenant de différentes sources;
- l'impôt foncier;
- les taux de change;
- les prix unitaires.

– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Résoudre des problèmes reliés à la consommation.**

Exemple 1

Jean Lebrun a travaillé 40 heures normales en une semaine à un taux de 10,20 $ l'heure. Quels sont ses revenus bruts pour la semaine si le surtemps est payé après 40 heures de travail?

***Nota* :** aucun surtemps payé

Revenus bruts = taux de paie x le nombre d'heures accomplies
= 10,20 $ x 40
= 408,00 $

Exemple 2

Suzanne Lafleur a travaillé 50 heures en une semaine à un taux de 14,50 $ l'heure. Calculez ses revenus bruts de la semaine si le surtemps est payé après 40 heures et que le taux de paie du surtemps est de 1,5 fois le taux de paie normal.

Revenus normaux = 14,50 $ x 40 = 580,00 $

Surtemps = 50 – 40 = 10 heures

Paie de surtemps = 14,50 $ x 10 x 1,5 = 217,50 $

Revenus bruts = 580 $ + 217,50 $ = 797,50 $

Exemple 3

À l'usine Mat et Matique, la rémunération des employés est fondée sur une journée de travail de 8 heures. Toute heure supplémentaire est rémunérée à raison de 1,5 fois le salaire. Calculez les gains bruts pour un employé qui a accompli les heures suivantes pendant la semaine et qui est normalement rémunéré à raison de 18,60 $ l'heure.

lundi	mardi	mercredi	jeudi	vendredi
10	7	8	11	9

Total des heures normales : 8 + 7 + 8 + 8 + 8 = 39

Total des heures supplémentaires : 2 + 3 + 1 = 6

Revenus normaux = 18,60 $ x 39 = 725,40 $

Paie de surtemps = 18,60 $ x 6 x 1,5 = 167,40 $

Revenus bruts = 725,40 $ + 167,40 $ = 892,80 $

***Nota* :** On ne doit pas utiliser les heures de surtemps pour compenser pour les heures normales non accomplies pendant une journée en particulier. Faites ressortir que la plupart des gens préféreraient recevoir 27,90 $ l'heure (taux du surtemps) plutôt que 18,60 $ l'heure (taux normal).

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

Les élèves devraient pouvoir répondre aux questions qui exigent une analyse ainsi que des calculs.

1. Pendant une semaine, un travailleur à la chaîne travaille 52 heures (40 heures normales, 6 heures de surtemps à 1,5 fois le salaire, et le reste des heures à 2 fois le salaire). Déterminez la paie brute du travailleur si le taux normal est de 12,60 $ l'heure.

2. Deux amis comparent les échelles de rémunération des deux entreprises pour lesquelles ils travaillent.

   Entreprise A : surtemps payé aux employés après 40 heures par semaine.

   Entreprise B : surtemps payé aux employés après 8 heures par jour.

   Supposons que les deux employés ont accompli les heures ci-dessous chaque jour de la semaine. Comparez les paies totales des entreprises A et B si les employés touchent tous les deux 13 $ de l'heure.

lundi	mardi	mercredi	jeudi	vendredi
10	6	12	7	11

3. Les élèves devraient préparer un rapport de recherche sur le plan de rémunération d'une entreprise locale. Ils doivent examiner tous les enjeux comme les échelles de rémunération, le calcul du surtemps, les retenues à la source (volontaires et obligatoires) et les avantages sociaux offerts. Ensuite, ils devraient tirer des conclusions de leurs recherches.

4. Les élèves devraient préparer une feuille de calcul type qui peut calculer la paie brute d'une personne selon le nombre d'heures accomplies et le taux de rémunération.

   Exemple

   Calculez la paie brute d'une personne qui a accompli 52 heures en une semaine à un taux de 16 $ l'heure. Le surtemps est payé après 40 heures de travail par semaine et le taux de rémunération du surtemps est de 1,5 fois le taux de rémunération normal.

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

B-1 Résoudre des problèmes relatifs à la consommation, y compris ceux traitant des sujets suivants :
- les gains provenant de différentes sources;
- l'impôt foncier;
- les taux de change;
- les prix unitaires.

– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Discuter du revenu brut et du revenu net.**

Les enseignants peuvent demander aux élèves d'utiliser un logiciel (par exemple, *Quicken*) pour une partie de cette unité ou les services bancaires électroniques (par exemple, un guichet automatique bancaire, les services bancaires sur Internet ou par téléphone).

Vous pouvez discuter ensemble du revenu brut et du revenu net. Demandez aux élèves de calculer le revenu net fondé sur les retenus prévues, notamment l'impôt sur le revenu, l'assurance-emploi, le RPC, l'assurance salaire, les régimes dentaires/médicaux, l'assurance-vie, les cotisations syndicales ou professionnelles.

Les trois retenues principales effectuées sur le revenu brut sont les suivantes :

1. Impôt sur le revenu

   Le montant de l'impôt sur le revenu payé correspond à la somme de l'impôt fédéral et de l'impôt provincial, ce dernier équivalant à environ 50 % de l'impôt fédéral. L'impôt canadien sur le revenu constitue un impôt progressif puisque le taux d'imposition augmente chaque fois que le revenu augmente. Des tables d'imposition sont fournies pour le calcul de l'impôt sur le revenu des contribuables touchant une rémunération hebdomadaire, une fois par deux semaine et mensuelle.

   Vous trouverez ci-dessous un extrait de cette table.

Manitoba Federal and Provincial Tax Deductions Weekly (52 pay periods a year)							Manitoba Retenues d'impôt féderal et provincial Hebdomadaire (52 périodes de paie per année)					
Pay Rémunération		If the employee's claim code from the TD1(E) form is Si le code de demande de l'employé selon le formulaire TD1(E) est										
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
From De	Less than Moins de	Deduct from each pay Retenez sur chaque paie										
457 –	465 –	124,15	91,40	78,35	70,35	62,35	53,35	36,70	28,70	20,65	14,70	9,35
465 –	473 –	126,30	93,55	80,65	72,65	64,65	55,65	39,00	31,00	22,95	16,00	10,65
473 –	481 –	128,45	95,70	83,00	74,95	66,95	57,95	41,30	33,30	25,25	17,30	12,00
481 –	489 –	130,55	97,85	85,30	77,25	69,25	60,25	43,60	35,60	27,60	19,55	13,30
489 –	497 –	132,70	100,00	87,40	79,55	71,55	62,60	45,90	37,90	29,90	21,85	14,65
497 –	505 –	134,85	102,15	89,90	81,90	73,85	64,90	48,20	40,20	32,20	24,15	15,95
505 –	513 –	137,00	104,30	92,20	84,20	76,15	67,20	50,50	42,50	34,50	26,50	17,50
513 –	521 –	139,15	106,45	94,50	86,50	78,45	69,50	52,85	44,80	36,80	28,80	19,80
521 –	529 –	141,30	108,60	96,80	88,80	80,80	71,80	55,15	47,10	39,10	31,10	22,10
529 –	537 –	143,45	110,75	99,10	91,10	83,10	74,10	57,45	49,40	41,40	33,40	24,40

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Les élèves doivent utiliser la technologie lorsque cela est approprié.

Problèmes

1. La rémunération brute d'un serveur est de 431,25 $. Il paie des cotisations syndicales de 12,50 $ par semaine et verse 18,20 $ dans un régime enregistré d'épargne-retraite. Déterminez sa paie nette si son code de demande est 3.
2. Le revenu brut de Gina est de 489,70 $. Elle verse 42 $ par semaine de cotisations syndicales et son code de demande est 2. Déterminez sa paie nette.
3. Le revenu brut versé à Richard par la compagnie A est de 626,20 $, et son code de demande est 1. Le revenu brut versé à Simon par la compagnie B est de 638,60 $, et son code de demande est 2. Lequel ou quel est celui qui touche le revenu net le plus élevé, et quelle est la différence entre ces revenus?
4. Le revenu de Thomas est de 475 $. Son code de demande est 4, et ses cotisations hebdomadaires au régime enregistré d'épargne-retraite sont de 100 $. Calculez son revenu net par semaine.

NOTES

Multimédia

Logiciel sur l'impôt

Logiciel de gestion financière, par exemple *Quicken*

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

B-1 Résoudre des problèmes relatifs à la consommation, y compris ceux traitant des sujets suivants :
- les gains provenant de différentes sources;
- l'impôt foncier;
- les taux de change
- les prix unitaires.

– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• Discuter du revenu brut et du revenu net. (suite)

Le montant payé par les employés à l'égard de l'impôt sur le revenu dépend de leur âge, du nombre de personnes à charge qu'ils ont, du montant de leur revenu, et ainsi de suite. Ces différences servent à établir différentes catégories nommées des codes de demande. Le code de demande d'un employé est déterminé grâce au formulaire de code de demande rempli par l'employé. La table des codes de demande la plus récente peut être consultée sur le site de Revenu Canada : www.rc.gc.ca.

La table ci-dessous fournit un aperçu du pourcentage du revenu imposable versé sous forme d'impôt sur le revenu en 1998.

Revenu imposable	Pourcentage
0 $ - 569 $	25,5 %
569 $ - 1 138 $	39 %
Plus de 1 138 $	43,5 %

2. Régime de pensions du Canada (RPC)
   Pour 1999, le taux a été établi à 3,9 % de la paie brute, jusqu'à une cotisation maximale de 1 186,50 $ par année. Le même montant est aussi versé par l'employeur.

3. Primes de l'assurance-emploi (AE)
   Pour 1999, le taux a été établi à 2,55 % de la paie brute, jusqu'à une cotisation salariale maximale de 994,50 $. L'employé doit travailler au moins 15 heures par semaine ou toucher des revenus bruts d'au moins 156 $ pour cotiser. L'employeur verse un montant égal à celui versé par l'employé.

Le revenu net est calculé de la manière suivante :

1. Paie brute – régime(s) de pensions – REÉR – cotisation(s) syndicales(s) = revenu imposable
2. Revenu imposable x taux d'imposition = impôt sur le revenu
3. Paie brute x taux de l'AE = primes d'AE
4. Paie brute x taux du RPC = cotisations au RPC
5. Paie nette = revenu imposable – impôt sur le revenu – primes d'AE – cotisations au RPC – autres retenues

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Problèmes

1. Jean Côté touche un revenu hebdomadaire brut de 210 $. À l'aide des tableaux fournis, déterminez ses cotisations à l'AE, au RPC et ses retenues d'impôt sur le revenu (code de demande 3), et calculez sa paie nette.
2. La paie brute d'un travailleur d'une chaîne de montage est de 1 083,60 $. Il verse 56,40 $ en cotisations syndicales et des cotisations de 61,20 $ à un REÉR chaque semaine. Déterminez son revenu net si son code de demande est 2.
3. La paie brute de Josiane est de 815 $. Son code de demande est 3. Déterminez sa paie nette.
4. La paie brute de Thérèse est de 1 004,05 $. Ses cotisations syndicales pour la semaine sont de 51,20 $ et ses cotisations à un REÉR sont de 75 $. Si son code de demande est le code 3, quel est son revenu net?
5. Les revenus bruts de Paul sont de 602,60 $ par semaine. Il verse des cotisations syndicales de 46,87 $. Si son code de demande est le code 1, quelle est sa paie nette?

NOTES

Multimédia

Revenu Canada, logiciel *Tables sur disquette (TSD)* disponible à l'adresse www.rc.gc.ca.

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

B-1 Résoudre des problèmes relatifs à la consommation, y compris ceux traitant des sujets suivants :
- les gains provenant de différentes sources;
- l'impôt foncier;
- les taux de change;
- les prix unitaires.

– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Exemple

Jacques travaille 40 heures et gagne de 11,62 $ l'heure. Il verse 10,40 $ par semaine en cotisations syndicales et 25,40 $ par semaine à un REÉR. Si son code de demande est le code 1, déterminez

a) son revenu brut

b) ses cotisations au RPC

c) ses cotisations à l'AE

d) son revenu imposable

e) ses retenues d'impôt sur le revenu

f) son revenu net

Solution (selon les tables de retenues de 1998)

a) Revenu hebdomadaire brut : 40 heures x 13,30 $ = 532 $

b) Cotisations au RPC : (531,75 $ à 532,08 $) = 13,59 $

c) Cotisations à l'AE : (531,90 $ à 532,24 $) = 15,43 $

d) Revenu imposable : = revenu brut – cotisations à un REÉR – cotisations syndicales
= 532 $ – 25,40 $ – 10,40 $
= 496,20 $

e) Lorsqu'on utilise les tables d'impôt sur le revenu, on doit utiliser le **revenu imposable** et non le revenu hebdomadaire brut.

Impôt sur le revenu = (489 – 497); code de demande 1 = 100 $

f) Revenu net := revenu brut – RPC – AE – cotisations syndicales – cotisations à un REÉR – impôt sur le revenu
= 532 $ – 13,59 $ – 15,43 $ – 10,40 $ – 25,40 $ – 100 $
= 367,18 $

- **Discuter du taux d'impôt foncier et de la valeur évaluée.**

> Un impôt foncier est appliqué aux terrains, aux résidences, aux édifices et aux autres biens immobiliers détenus par les individus et les sociétés. Le montant de l'impôt foncier est déterminé à l'aide de deux facteurs :
>
> a) la valeur évaluée de la propriété;
>
> b) le taux d'imposition.
>
> ***Nota*** **:** La « valeur évaluée » N'EST PAS la même que la « valeur marchande ». Il s'agit simplement d'une évaluation artificielle établie par un évaluateur foncier provincial aux fins de l'imposition.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Enquêtes

1. Vérifiez le taux par mille de différents types de propriétés dans votre localité (par exemple, des entreprises, des résidences, des fermes).
2. Comparez les valeurs évaluées aux valeurs marchandes de différents types de propriétés dans votre communauté.
3. La différence entre la valeur évaluée et la valeur réelle des propriétés est-elle grande?
4. Déterminez quels sont les types de propriétés sujets à l'impôt foncier.

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

B-1 Résoudre des problèmes relatifs à la consommation, y compris ceux traitant des sujets suivants :
- les gains provenant de différentes sources;
- l'impôt foncier;
- les taux de change;
- les prix unitaires.

– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Résoudre des problèmes reliés à l'impôt foncier.**

Le taux d'impôt foncier peut être exprimé de trois façons.

1. Cents par dollar, par exemple, 0,05 $ pour chaque dollar de la valeur évaluée.
2. Pourcentage, par exemple, 5 % de chaque dollar de la valeur évaluée.
3. Millièmes, par exemple, 50 millièmes par dollar de la valeur évaluée. Un dollar comprend 1000 millièmes. Donc, si le taux est de 0,05, le taux par mille serait de 1000 x 0,05 = 50 millièmes. Il s'agit de la méthode la plus fréquemment utilisée pour exprimer les impôts fonciers.

$$\text{Taux d'impôt foncier} = \frac{\text{Taxe totale à percevoir}}{\text{Valeur évaluée totale des propriétés}}$$

***Nota* :** Les millièmes constituent la méthode standard utilisée pour exprimer les taxes foncières au Manitoba. De plus, au Manitoba, la taxe résidentielle est fondée sur un taux de 45 % de la valeur évaluée.

Exemple 1

La valeur imposable totale des propriétés d'une municipalité est fixée à 425 000 000 $. La municipalité a préparé son budget pour l'année et a déterminé que le montant des revenus qu'elle doit toucher sous forme d'impôt fonciers s'élève à 21 250 000 $. On doit maintenant déterminer le taux d'imposition que la municipalité doit fixer pour toucher les revenus requis exprimé en

a) cents par dollar

b) pourcentage

c) millièmes

Solution

a) $$\text{Taux d'impôt foncier} = \frac{\text{Total des taxes à percevoir}}{\text{Valeur évaluée totale des propriétés}}$$
$$= \frac{21\,250\,000}{425\,000\,000}$$
$$= 0{,}05$$

On doit donc percevoir 0,05 $ pour chaque dollar de l'évaluation.

b) Sous forme de pourcentage, 0,05 correspond à $\frac{5}{100} \times 5\ \%$ de chaque dollar de l'évaluation.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

Les élèves peuvent procéder avec des questions du genre suivants :

a) Les Côté possèdent une maison évaluée à 80 000 $. Le taux d'évaluation est de 45 %, le taux de la taxe municipale est de 60 millièmes, et une taxe pour amélioration locale de 210 $ doit aussi être payée pour la reconstruction du trottoir. Quelle est la facture totale d'impôt foncier qui doit être payée par la famille?

b) Les Martin ont acheté une maison de 100 000 $. À la date de l'achat, la maison était évaluée à 70 000 $ et le taux d'évaluation était de 45 %. Un évaluateur a toutefois réévalué la maison à 80 000 $. Le taux d'évaluation est demeuré le même. En supposant que le taux de la taxe municipale est de 55 millièmes, déterminez le montant de la hausse de taxe générale résultant de la réévaluation.

c) Remettez aux élèves une facture d'impôt foncier (voir l'annexe B-3 pour obtenir un formulaire en blanc). Les élèves devraient pouvoir remplir le formulaire à l'aide de l'évaluation et du taux par mille fournis.

d) Créez une feuille de calcul type qui pourrait faire les opérations suivantes :

   i) calculer la facture d'impôt foncier totale;

   ii) répondre à des questions hypothétiques comme celles suivantes.

      - Quel effet une hausse ou une baisse du taux par mille a-t-elle sur la facture d'impôt foncier?
      - Quel effet une hausse de la valeur évaluée et une baisse du taux par mille ont-elles sur la facture d'impôt foncier (c'est-à-dire si la valeur évaluée change)?
      - Quel effet le paiement de la taxe pour amélioration locale et l'élimination de cette taxe ont-ils sur la facture d'impôt foncier?
      - Qu'arrive-t-il à la facture d'impôt foncier, si la municipalité fait paver les rues?
      - Quel effet une hausse de 5 millièmes a-t-elle sur la facture d'impôt foncier totale?

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

B-1 Résoudre des problèmes relatifs à la consommation, y compris ceux traitant des sujets suivants :
- les gains provenant de différentes sources;
- l'impôt foncier;
- les taux de change;
- les prix unitaires.

– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Résoudre des problèmes reliés à l'impôt foncier. (suite)**

Exemple — suite

Solution — suite

c) En millièmes, 0,05 x 1 000 = 50 millièmes par dollar de la valeur évaluée. On peut utiliser la formule suivante pour déterminer le taux par mille.

$$\text{Taux d'impôt foncier} = \frac{\text{Total des taxes à percevoir}}{\text{Valeur évaluée totale des propriétés}}$$

Dans l'exemple ci-dessus,

$$\begin{aligned}\text{Taux par milles} &= \frac{21\ 250\ 000}{425\ 000\ 000} \times 100 \\ &= 50 \text{ millièmes}\end{aligned}$$

Exemple 2

Thomas possède une maison évaluée à 30 500 $. Le taux d'impôt foncier actuel de sa municipalité est de 43 millièmes par dollar. Quel est le montant qu'il doit payer en taxes foncières?

Solution

$$\begin{aligned}\text{Taxe payable} &= \text{valeur évaluée} \times \text{taux par mille} \\ &= 30\ 500 \times \frac{43}{1\ 000} \\ &= 1\ 311{,}50\ \$\end{aligned}$$

- **Résoudre des problèmes d'impôt foncier comprenant d'autres genres de prélèvements.**

D'autres genres de taxes peuvent être prélevées auprès du contribuable, par exemple, les taxes scolaires, les taxes destinées aux hôpitaux, les taxes destinées aux bibliothèques et les taxes pour **améliorations locales**. Lorsque des trottoirs, des routes asphaltées, des lampadaires, des égouts et des canalisations maîtresses sont mises en place, les coûts sont habituellement adoptés par les contribuables qui en profitent directement. Ces installations sont des améliorations locales. Leurs coûts sont habituellement facturés aux propriétaires des terrains en bordure sous forme de montant en dollars par mètre de façade ou sous forme de montant distinct établi en millième. Habituellement, le contribuable peut acquitter les coûts des améliorations locales en un ***montant forfaitaire*** ou en versements sur une période de quelques années. S'il choisit de faire des versements, des intérêts seront facturés.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

Utilisez une feuille de calcul pour résoudre les problèmes suivants.

1. Les Pinson possèdent une maison évaluée à 90 000 $. Au moment de l'achat, la maison était évaluée à 56 000 $, et le taux d'évaluation était de 100 %. En supposant que le taux par mille est de 50 millièmes, que les taxes scolaires sont de 16,2 millièmes et que les taxes destinées aux hôpitaux sont de 6,3 millièmes, quel est le montant de la taxe payable?

2. Un contribuable possède une maison évaluée à 36 000 $. Le taux d'évaluation est de 30 %. Le terrain a une façade de 25,6 m. Des améliorations locales sont facturées à un taux annuel pour chaque mètre de façade comme suit : 2,83 $/m pour les égouts et 1,35 $/m pour les trottoirs. Déterminez la facture d'impôt foncier du contribuable avant les taxes scolaires si le taux par mille de la municipalité est de 57,9 millièmes.

3. La famille Verdun possède une maison évaluée à 70 000 $. Le taux d'évaluation est de 35 %. La taxe scolaire fondée sur le montant évalué est de 19,5 millièmes. La taxe pour améliorations locales est de 8,3 millièmes pour 19 000 $. Si le taux de la taxe municipale générale est de 54,6 millièmes et que la famille reçoit un crédit d'impôt provincial de 250 $, quelle sera leur facture d'impôt foncier?

montant forfaitaire **:** somme fixée à l'avance dont le montant est invariable.

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

B-1 Résoudre des problèmes relatifs à la consommation, y compris ceux traitant des sujets suivants :
- les gains provenant de différentes sources;
- l'impôt foncier;
- les taux de change;
- les prix unitaires.

– *suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Résoudre des problèmes d'impôt foncier comprenant d'autres genres de prélèvements. (suite)**

Examinons maintenant ensemble une facture et une sommation d'impôt foncier d'un gouvernement municipal en particulier (voir les annexes B-1 à B-3). Comme l'illustre l'annexe B-1, certaines municipalités accompagnent leur facture de taxe d'une lettre d'explication pour les différentes catégories d'imposition.

Les annexes B-2 et B-3 comportent un exemple d'une facture d'impôt foncier. Vous pouvez utiliser ce formulaire ou le formulaire transmis par votre localité pour discuter des points suivants avec les élèves :

- évaluation totale;
- taux d'évaluation (en pourcentage);
- valeur évaluée;
- prélèvement municipal général;
- taxe pour améliorations locales (voir le règlement n° 793, annexe B-1);
- taxes scolaires (prélèvement de la taxe provinciale par rapport au prélèvement de taxe de la commission scolaire de la localité);
- total des taxes payables.

***Nota* :** Vous pourriez demander à un responsable municipal de venir expliquer ce formulaire en classe.

Exemple 1

Un contribuable possède une maison évaluée à 36 000 $. Le taux d'évaluation est de 30 %. Le terrain a une façade de 25,6 m. Des améliorations locales sont facturées à un taux annuel pour chaque mètre de façade comme suit : 2,83 $/m pour les égouts et 1,35 $/m pour les trottoirs. Déterminez la facture d'impôt foncier du contribuable avant les taxes scolaires si le taux par mille de la municipalité est de 57,9 millièmes.

Solution

$$\text{Taxe générale : } 36\,000\ \$ \times 30\ \% = 10\,800\ \$ \times \frac{57,9}{1000} = 625,32\ \$$$

$$\text{Égouts : } 25,6 \times 2,83\ \$ = 72,45\ \$$$

$$\text{Trottoirs : } 25,6 \times 1,35\ \$ = 34,56\ \$$$

$$\text{Taxe totale : } 625,32\ \$ + 72,45\ \$ + 34,56\ \$ = 732,33\ \$$$

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

B-1 Résoudre des problèmes relatifs à la consommation, y compris ceux traitant des sujets suivants :
- les gains provenant de différentes sources;
- l'impôt foncier;
- les taux de change;
- les prix unitaires.

– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Résoudre des problèmes relatifs aux taux de change.**

Demandez aux élèves de vérifier sur Internet les taux de change quotidiens. On peut se servir des sites Internet pour obtenir des taux à jour.

Si une personne part en voyage dans un pays étranger ou si elle achète de la marchandise d'une compagnie étrangère, elle devra peut-être acheter de la monnaie étrangère. Les banques sont les sources les plus importantes de monnaie étrangère.

Lorsque nous changeons de l'argent à la banque, celle-ci utilise le bulletin des taux de change publié pour la journée en question (voir l'annexe B-4). Ces bulletins sont habituellement publiés dans les journaux quotidiens. L'annexe B-4 correspond à un tableau tiré d'un bulletin de taux de change publié chaque jour par une banque à charte canadienne. La différence entre le prix d'achat et le prix de vente des devises étrangères par la banque correspond aux frais que facturent la banque pour ses services.

Exemple 1

Une personne désire se rendre aux États-Unis, et elle pense avoir besoin de 200 $ en argent américain pour ses vacances. Utilisez le bulletin des taux de change pour calculer le coût d'achat en argent canadien de 200 $ en argent américain. (N'oubliez pas que la personne doit acheter des devises américaines.)

***Nota* :** Lorsqu'on achète de l'argent, on doit utiliser le taux indiqué au comptoir pour déterminer le taux payé.

Solution

1 $ US = 1,378 4 dollars canadiens
200 $ US = 200 x 1,378 4
200 $ US = 275,68 dollars canadiens

Exemple 2

Votre grand-mère qui demeure à Hong Kong vous a fait parvenir un mandat de 500 $ en dollars de Hong Kong. Calculez le montant en argent canadien que vous recevrez en utilisant le bulletin des taux de change.

***Nota* :** Lorsque vous vendez de l'argent à la banque, vous recevez le taux indiqué au comptoir.

Solution

0,162 0 dollars de Hong Kong = 1 dollars canadiens
500 $ x 0,162 0 = 81 dollars canadiens

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Problèmes

1. Le Club de l'annuaire a commandé un livre non disponible au Canada d'un éditeur des États-Unis. Le livre coûte 21,95 $. Quel sera son coût en argent canadien?
2. Lors d'un voyage récent en Finlande, un élève a acheté un chandail de 200 Markkas et a utilisé sa carte de crédit pour payer cet achat. Quel sera le montant facturé par la banque à l'élève sur le relevé mensuel de sa carte de crédit lorsque la banque convertira cet achat en dollars canadiens?
3. Un professeur de science a commandé une pièce d'équipement requise pour un projet de science auprès d'une compagnie en Angleterre. Le prix indiqué dans le catalogue anglais est 10 livres. Quel sera le montant en dollars canadiens que le professeur devra indiquer sur son mandat?
4. Avant de partir aux États-Unis, vous avez acheté 600 $ en argent américain dans une banque de votre région. À la fin du voyage, vous retournez à la banque pour changer 300 dollars américains en dollars canadiens. Le caissier vous informe que vous ne devriez peut-être pas faire cela si vous pensez retourner bientôt aux États-Unis. Expliquez pourquoi ce conseil peut être précieux. Justifiez votre argument avec des calculs numériques.
5. Deux amis se demandent où ils doivent acheter leurs dollars américains pour leur voyage à Walt Disney World. Un des amis est d'avis qu'il est ridicule de gaspiller 35 % de leur argent pour acheter de l'argent américain dans une banque canadienne alors que les banques américaines ne déduisent souvent que 28 % de l'argent canadien converti en argent américain. L'autre ami est un peu sceptique face à l'argument de son copain, et il vous demande de faire des recherches pour répondre à la question suivante : « où puis-je faire la meilleure affaire si je veux acheter de l'argent américain? ». Expliquez les conseils que vous donneriez à cette personne en justifiant vos conclusions par des calculs numériques.

Enquêtes

1. Une enseignante qui voyage beaucoup désire visiter 5 îles différentes lors d'une croisière. Elle dispose de 1 000 $ en argent de poche. Sur chaque île, elle pense dépenser 200 $. Les élèves doivent téléphoner à une institution financière pour obtenir les taux de change courants (achat et vente) pour les devises des îles en question. Un montant de 1 000 $ sera-t-il suffisant pour ce voyage?
2. Planifiez un voyage qui nécessite plusieurs devises.

NOTES

Multimédia

Le Convertisseur universel de devises, www.xe.net/ucc/fr/

Sites Internet des banques canadiennes/coopératives de crédit

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

B-1 Résoudre des problèmes relatifs à la consommation, y compris ceux traitant des sujets suivants :
- les gains provenant de différentes sources;
- l'impôt foncier;
- les taux de change;
- les prix unitaires.

– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Déterminer le prix unitaire et le meilleur achat.**

Le prix unitaire constitue une source importante d'information pour le consommateur. Il indique le coût d'une unité d'un produit. Par exemple, quel est le prix au gramme ou au litre d'un produit particulier? Ce système facilite et accélère les comparaisons entre les dimensions, les marques et les commerces.

Exemple

Supposons que vous désiriez acheter du papier de qualité supérieure. Trois possibilités s'offrent à vous.

20 feuilles pour 2,79 \$ est 2,79 \$ ÷ 20 = 0,139 5 \$ la feuille
40 feuilles pour 4,99 \$ est 4,99 \$ ÷ 40 = 0,124 7 \$ la feuille
60 feuilles pour 7,09 \$ est 7,09 \$ ÷ 60 = 0,118 2 \$ la feuille

Solution

Par conséquent, si vous désirez obtenir le meilleur prix, le paquet de 60 feuilles à 7,09 \$ représente le meilleur achat.

Vous devez toutefois souligner aux élèves que bien que les quantités les plus grandes sont souvent plus économiques, cela n'est pas toujours le cas. Par exemple, les grandes marques de boissons gazeuses vendent souvent à rabais un de leurs formats de bouteilles en laissant un autre format au prix régulier.

Les élèves doivent aussi savoir que de plus en plus de consommateurs apportent leur calculatrice au supermarché pour pouvoir comparer les prix unitaires. Leur calculatrice leur est particulièrement utile lorsqu'un produit est vendu en quantité de 400 g et qu'un produit semblable d'un concurrent est vendu en quantité de 375 g.

$$\text{Coût unitaire} = \frac{\text{Prix d'un article}}{\text{Nombre d'unités dans l'article}}$$

***Nota* :** Les unités peuvent être calculées en mL, L, g, kg, 100 mL, 100 g.

Lorsqu'il faut déterminer l'achat le plus avantageux, il faut analyser les points suivants :
- le prix unitaire — quel produit est le moins coûteux?
- la dimension du packet — si la dimension est supérieure à celle requise, pourrez-vous conserver l'excédent?
- votre préférence — si vous achetez une marque que vous n'aimez pas, vous en gaspillerez peut-être une partie.
- la qualité — un produit de qualité supérieure durera peut-être plus longtemps ou sera peut-être plus efficace qu'un produit de moindre qualité.
- la quantité — quelle quantité du produit désirez-vous acheter?

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Demandez aux élèves de répondre à des questions qui exigent une analyse, ainsi que des calculs. Par exemple :

   a) Vous pouvez acheter les boîtes de céréales dans les trois quantités ci-dessous. Déterminez le prix unitaire pour chacune des boîtes.

350 g	2,39 $	______________ par 100 g
575 g	3,89 $	______________ par 100 g
725 g	4,49 $	______________ par 100 g

   b) Donnez des raisons pour lesquelles vous achèteriez peut-être la plus petite quantité d'un produit, comme du lait, même si le prix unitaire de la plus grande quantité est moins élevé.

   c) Supposons que vous désiriez acheter du détergent à lessive. Les choix qui s'offrent à vous sont les suivants :

      i) détergent à lessive régulier à 5,20 $ pour 500 mL

      ii) détergent à lessive industriel à 11,15 $ pour 1 L

      Calculez le prix unitaire de chacun de ces détergents.

      Pour quelles raisons une personne peut-elle acheter le détergent dont le prix unitaire est le plus élevé?

      Selon vous, quel détergent à lessive convient le mieux aux besoins de votre maison?

   d) Quels facteurs entrent en ligne de compte lorsque vous achetez des boissons gazeuses de formats différents? Existe-t-il des exceptions à vos habitudes normales d'achat?

2. Joseph a acheté une pizza de 10 cm pour 9,99 $, et Jean a acheté une pizza de 20 cm pour 19,99 $. Qui a fait le meilleur achat?

3. Le magasin A vend deux boîtes de jus de tomates de 1 litre chacune à 4,99 $. Le magasin B vend trois boîtes de jus de tomates de 750 mL chacune à 4,99 $. Quel est le meilleur achat?

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

B-2 Rapprochement du registre de chèques et du relevé mensuel de la banque

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Faire le rapprochement du registre de chèques et du relevé mensuel de la banque.**

Demandez aux élèves de faire le rapprochement d'un compte chèque. D'abord, remettez-leur un registre de chèques semblable à celui paraissant ci-dessous. (Voir l'Annexe B-5 pour obtenir une copie en blanc d'un registre.)

DATE	No chèque	CHÈQUE ÉMIS OU DESCRIPTION DÉPÔT	MONTANT CHÈQUE		□	MONTANT DÉPÔT		Soustraire chèques/ additionner dépôt	SOLDE	
		À						CHÈQUE – DÉPÔT +		
		POUR						BALANCE □		
		À						CHÈQUE – DÉPÔT +		
		POUR						BALANCE □		
		À						CHÈQUE – DÉPÔT +		
		POUR						BALANCE □		
		À						CHÈQUE – DÉPÔT +		
		POUR						BALANCE □		
		À						CHÈQUE – DÉPÔT +		
		POUR						BALANCE □		
		À						CHÈQUE – DÉPÔT +		
		POUR						BALANCE □		

Soulignez aux élèves que le rapprochement bancaire mensuel est essentiel à la tenue de dossiers à jour. Les formulaires de rapprochement bancaire sont utilisés pour vérifier l'argent disponible dans le compte chèque. On doit remplir ce formulaire parce que le solde indiqué par la banque correspond rarement au solde du registre de chèques.

Les raisons de cet écart peuvent être les suivantes :

- chèques non encaissés que vous avez faits mais que la banque n'a pas encore traités;
- dépôts effectués le dernier jour de la période couverte par le relevé bancaire;
- frais de services de tout genre;
- intérêt reçu ou payé;
- insuffisance de fonds pour les chèques que vous avez déposés.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Problèmes

Les élèves devraient pouvoir répondre à une question qui exige qu'ils inscrivent les données exactes dans un registre de chèques. (Voir l'annexe B-5 pour obtenir un registre de chèques en blanc qui peut être photocopié à l'intention des élèves.) Des exemples de problèmes sont fournis ci-dessous.

1. Jean Houle détient un compte chèque personnel dont le solde précédent est de 1 800 $. À l'aide des renseignements suivants, remplissez le registre de chèques pour déterminer le solde à la fin du mois pour le compte chèque personnel de Jean.

   3 juin : Chèque nº 36 de 150 $ à la Co-op du Manitoba pour de l'essence

   12 juin : Chèque nº 37 de 200 $ à Visa pour le compte de crédit

   20 juin : Chèque nº 38 de 500 $ aux Propriétés Lemieux pour le loyer

   26 juin : Dépôt de 400 $ au compte

   30 juin : Chèque nº 39 de 230 $ au Ministre des finances pour la prime trimestrielle d'assurance Autopac

   30 juin : Frais mensuels pour services bancaires de 20 $

2. Stéphane Cormier détient un compte chèque personnel dont le solde précédent est de 1 200 $. À l'aide des renseignements suivants, remplissez le registre de chèques pour déterminer le solde à la fin du mois pour le compte chèque personnel de Stéphane.

   3 mai: Chèque nº 511 de 50 $ au Nettoyeur Extranet pour le nettoyage à sec de vêtements.

   10 mai : Chèque nº 512 de 200 $ au Supermarché ABC pour l'épicerie

   20 mai : Chèque nº 513 de 600 $ à M. Proprio pour le loyer

   25 mai : Dépôt de 250 $ au compte

   28 mai : Chèque nº 514 de 30 $ au Ministre des finances pour le permis de conduire

   30 mai : Frais mensuels pour services bancaires de 10 $

   ***Note aux enseignants* :** Vous devez mettre l'accent sur l'importance d'inscrire les chèques, les dépôts et les frais pour services bancaires dans le registre de chèques au fur et à mesure que ces opérations sont effectuées. Demandez aussi aux élèves de remplir à la main le formulaire de rapprochement pour obtenir un aperçu des différents logiciels.

NOTES

Ressources imprimées

Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Cours destiné à l'enseignement à distance
Éducation et Formation professionnelle Manitoba
— Module 5, leçon 2

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

B-2 Rapprochement du registre de chèques et du relevé mensuel de la banque *– suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Faire le rapprochement du registre de chèques et du relevé mensuel de la banque. (suite)**

Vous trouverez ci-dessous un modèle de formulaire de rapprochement qui paraissait au verso d'un relevé fourni par une banque ou une coopérative de crédit. (Voir l'Annexe B-6 pour une copie en blanc.)

RELEVÉ DE RAPPROCHEMENT	
SOLDE FINAL (relevé de compte bancaire)	SOLDE FINAL (registre des opérations)
AJOUTER LES DÉPÔTS (depuis le dernier relevé)	AJOUTER TOUS LES RETRAITS et CHÈQUES
TOTAL :	TOTAL :

Demandez aux élèves de se rendre à leur institution financière pour obtenir une copie du formulaire utilisé dans leur région.

Exemple

Chaque mois, Carole Bouchard fait le ***rapprochement*** de son relevé de compte bancaire et de son registre de chèques. Ainsi, elle détermine si les entrées du livret de chèques correspondent à celles du relevé bancaire. ***Nota* :** ce rapprochement n'est pas effectué en vertu des valeurs monétaires réelles.

Relevé bancaire

CAROLE BOUCHARD CANA-BANQUE PCA COMPTE #43921
136 4e RUE
LA BROQUERIE, MANITOBA

Date	Description	Débits	Crédits	Solde
1er novembre	Solde précédent			142,18
1er novembre	Dépôt		203,14	345,32
8 novembre	Chèque - 253	63,10		282,22
9 novembre	Dépôt		203,14	485,36
10 novembre	Dépôt		80,89	566,25
13 novembre	Chèque - 254	12,38		553,87
14 novembre	Chèque - 255	25,00		528,87
16 novembre	Dépôt		203,14	732,01
19 novembre	Chèque - 256	33,56		698,45
20 novembre	Chèque - 257	36,15		662,30
23 novembre	Chèque - 258	27,96		634,34
26 novembre	Chèque - 259	57,66		576,68
28 novembre	Chèque - 260	144,34		432,34
29 novembre	Chèque - 262	18,48		413,86
30 novembre	Frais de service	4,75		409,11

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Effectuez le rapprochement des comptes à l'aide des données ci-dessous. (Voir l'annexe B-6 pour obtenir un formulaire de rapprochement en blanc qui peut être photocopié à l'intention des élèves.)

Nous supposerons que le relevé de compte bancaire daté du 30 juin, préparé pour vous, indique un solde final de 596,12 $.

Le solde indiqué dans votre registre de chèques est de 1 765,42 $. Après un examen attentif du relevé bancaire et de votre registre, vous déterminez ce qui suit :

a) Les chèques suivants n'ont pas été traités : nº 45, 35,80 $; nº 47, 76,10 $; nº 50, 225,80 $.
b) Le dépôt de nuit effectué le 30 juin était de 1 485,00 $.
c) Le relevé bancaire indique un débit de 12 $ pour la location d'un coffret de sûreté.
d) Les frais de service pour le mois de juin sont de 10 $.

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

B-2 Rapprochement du registre de chèques et du relevé mensuel de la banque
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Faire le rapprochement du registre de chèques et du relevé mensuel de la banque. (suite)**

Exemple — suite

Le solde indiqué dans le registre de chèques de Carole est de 384,24 $. Elle a déterminé qu'un dépôt de 203,14 $ n'était pas indiqué sur le relevé bancaire, ainsi que les chèques n° 261 de 109,20 $, n° 263 de 50 $ et n° 264 de 73,56 $. Son registre de chèques correspond-il à son relevé bancaire? Déterminez le solde réel de son compte de chèques.

Vous devez comparer votre relevé bancaire à votre registre de chèques pour vous assurer que ni la banque ni vous n'avez fait d'erreur.

Discutez des points suivants avec les élèves :

a) Remplir le formulaire au verso du relevé bancaire afin de faire le rapprochement entre le relevé de la banque/caisse populaire et le registre de chèques du livret de chèques.

b) Soustraire les frais de service du solde indiqué dans le registre de chèques de Carole.

RELEVÉ DE RAPPROCHEMENT			
SOLDE FINAL (relevé de compte bancaire)		SOLDE FINAL (registre des opérations)	
	409,11		384,24
AJOUTER LES DÉPÔTS (depuis le dernier relevé)		AJOUTER TOUS LES RETRAITS et CHÈQUES	
16 nov.	203,11	Frais de service	4,75
		#261	109,20
		#263	50,00
		#264	73,56
TOTAL :	612,25	**TOTAL :**	612,25

Solution

Puisque les montants indiqués au bas du formulaire correspondent, le rapprochement du relevé est terminé.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Faites le rapprochement entre le relevé bancaire mensuel et le registre de chèques. Le registre de chèques comporte trois erreurs ou omissions. Avant de remplir le formulaire de rapprochement, apportez les changements nécessaires au registre de chèques. Les débits correspondent à des retraits. Les crédits correspondent à des dépôts.

Date	Description	Débits	Crédits	Solde
3/5	Solde précédent			825,43
4/5	Dépôt		85,00	910,43
4/5	Espèces	100,00		810,43
9/5	A. Tremblay	139,09		671,34
15/5	Dépôt		450,00	1121,34
21/5	Garage Auto Plus	217,87		903,47
23/5	Loyer	450,00		453,47
30/5	Épicerie	48,93		404,54
31/5	Frais de service	5,00		399,54

DATE	N°	PARTICULIERS	✓	CHÈQUES		DÉPÔTS		SOLDE	
3/5		Solde						825	43
4/5		Dépôt				85	00	910	43
4/5	237	Espèces		100	00			810	43
8/5	239	Institution charitable		75	00			735	43
15/5		Dépôt				400	00	1135	43
16/5	240	Garage Auto Plus		217	87			917	56
21/5	241	L. Bisson		25	00			892	56
23/5	242	Loyer		450	00			442	56
30/5	243	Épiceries		48	39			394	17
1/6		Dépôt				400	00	794	17

Annexe B-1

Bureau du secrétaire-trésorier

Règlement n° 793 relatif au taux par millième pour 1999

Les taux par millième suivants se rapportent à ceux paraissant sur votre facture d'impôt foncier pour 1999.

Les taxes relatives au fonds d'éducation **ne s'appliquent pas** aux propriétés agricoles.

	1997 Taux par mille	1998 Taux par mille	1999 Taux par mille
ÉDUCATION			
Fonds d'éducation — résidentiel	7,96	7,96	7,96
— commercial	18,12	18,12	18,10
Spécial —	19,10	20,50	22,00
TAXE MUNICIPALE			
Taxe municipale générale	21,20	19,80	21,12
Amélioration des trottoirs	2,63	2,61	2,44
Amélioration des rues	3,26	3,23	3,02
Réserve d'incendie	0,49	0,49	0,46
Réserve pour hôtel de ville	2,00	3,00	0,00
SERVICES PUBLICS			
Façade (eau et égouts)	0,60 pi	0,60 pi	0,60 pi
Amélioration	0,06	0,06	0,05

RABAIS

Un rabais de un demi de 1 % sera accordé sur les taxes courantes payées avant le 1er octobre 1999.

Par exemple : juin – 2 %, juillet – 1,5 %, août – 1 %, septembre – 0,5 de 1 %.

LES TAXES COURANTES SONT PAYABLES AU PAIR DU 1er AU 31 OCTOBRE 1999.

PÉNALITÉS

Une pénalité de 1 % sera ajoutée le 1er novembre 1999 et à chaque mois subséquent.

ARRÉRAGES

Si votre facture d'impôt comporte des arrérages, le montant indiqué est celui en date du 31 décembre 1998.

Si vous avez vendu votre propriété et avez reçu un avis d'impôt, veuillez transmettre cet avis au nouveau propriétaire.

Annexe B-2

FACTURE D'IMPÔT FONCIER

Propriétaires multiples   Bien immobilier   Nº de rôle : 39800

Page 1 de 1

DESCRIPTION DE LA PROPRIÉTÉ

NO. DE RÔLE	QUARTIER	LOT/SECTION	BLK/TWP	PLAN/RANG	FAÇADE/AIRE	UNITÉS LOG.
39800		2	2	1447	78,18 pi	1

ADRESSE CIVIQUE

TITRE OU NO D'ACTE	ÉVALUATION COURANTE TERRAIN	ÉVALUATION COURANTE BÂTIMENT	INDICATIF D'ÉTAT	ÉVALUATION TOTALE	CATÉG. PROPR.	TAUX D'ÉVAL. (%)	MONTANT ÉVALUÉ
A30954	8 900	61 200	T	70 100	10	45,00	31 550

* SAUF ERREURS ET OMISSIONS
* TOUS LES TERRAINS DONT LES ARRÉRAGES SONT DE PLUS D'UN AN SERONT VENDUS AUX FINS DE PAIEMENT DES TAXES.
* TOUS LES CHÈQUES DOIVENT ÊTRE FAITS EN FONDS CANADIENS.
* LES REÇUS BANCAIRES CONSTITUENT LES REÇUS OFFICIELS.
* CONSERVER UNE COPIE AUX FINS DE L'IMPÔT SUR LE REVENU.

ÉVALUATION ASSUJETTIE AUX TAXES POUR AMÉLIORATION LOCALES.
31 550

TAXES MUNICIPALES

DESCRIPTION			ÉVALUATION	TAUX EN MILLIÈMES	MONTANT TAXES
TAXES MUN. GÉNÉRALES			31 550	21 580	680,85
NO. RÈGLEMENT	DURÉE	TYPE	PRÉLÈVEMENT	TAUX EN MILLIÈMES	MONTANT TAXES
398	96	ÉGOUTS & EAU	66,00	0,050	67,58
685/89	98	TROTTOIR		2,440	76,98
762/93	98	RUE		3,020	95,28

TAXES SCOLAIRES

DESCRIPTION	ÉVALUATION	TAUX EN MILLIÈMES	MONTANT TAXES
ÉDUCATION PROVINCIALE 1	31 550	7,960	251,14
ÉDUCATION PROVINCIALE 2	31 550	22,000	694,10

CRÉDITS D'IMPÔTS PROVINCIAUX

(Voir la p.j. sur le Manitoba pour de plus amples renseignements.)	DESCRIPTION	CRÉDIT
	AIDE FISCALE POUR LES PROPRIÉTAIRES FONCIERS RÉSIDANT AU MANITOBA	250,00

TAXE TOTALE PAYABLE

Taxe municipale	Taxe scolaire	Taxe totale	Crédits prov.	Taxe nette	*Arrérages/crédits	Taxe ajoutée	Taxe payable
920,69	945,24	1 865,93	(250,00)	1 615,93			1 615,93

Annexe B-3

FACTURE D'IMPÔT FONCIER

Bien immobilier N⁰ de rôle

Page 1 de 1

DESCRIPTION DE LA PROPRIÉTÉ

NO. DE RÔLE	QUARTIER	LOT/SECTION	BLK/TWP	PLAN/RANG	FAÇADE/AIRE	UNITÉS LOG.

ADRESSE CIVIQUE

TITRE OU NO D'ACTE	ÉVALUATION COURANTE TERRAIN	BÂTIMENT	INDICATIF D'ÉTAT	ÉVALUATION TOTALE	CATÉG. PROPR.	TAUX D'ÉVAL. (%)	MONTANT ÉVALUÉ

- * SAUF ERREURS ET OMISSIONS
- * TOUS LES TERRAINS DONT LES ARRÉRAGES SONT DE PLUS D'UN AN SERONT VENDUS AUX FINS DE PAIEMENT DES TAXES.
- * TOUS LES CHÈQUES DOIVENT ÊTRE FAITS EN FONDS CANADIENS.
- * LES REÇUS BANCAIRES CONSTITUENT LES REÇUS OFFICIELS.
- * CONSERVER UNE COPIE AUX FINS DE L'IMPÔT SUR LE REVENU.

ÉVALUATION ASSUJETTIE AUX TAXES POUR AMÉLIORATION LOCALES.

TAXES MUNICIPALES

DESCRIPTION			ÉVALUATION	TAUX EN MILLIÈMES	MONTANT TAXES
TAXES MUN. GÉNÉRALES					
NO. RÈGLEMENT	DURÉE	TYPE	PRÉLÈVEMENT	TAUX EN MILLIÈMES	MONTANT TAXES

TAXES SCOLAIRES

DESCRIPTION	ÉVALUATION	TAUX EN MILLIÈMES	MONTANT TAXES
ÉDUCATION PROVINCIALE 1 ÉDUCATION PROVINCIALE 2			

CRÉDITS D'IMPÔTS PROVINCIAUX

(Voir la p.j. sur le Manitoba pour de plus amples renseignements.)	DESCRIPTION	CRÉDIT
	AIDE FISCALE POUR LES PROPRIÉTAIRES FONCIERS RÉSIDANT AU MANITOBA	

TAXE TOTALE PAYABLE

Taxe municipale	Taxe scolaire	Taxe totale	Crédits prov.	Taxe nette	*Arrérages/crédits	Taxe ajoutée	Taxe payable

Annexe B-4

Bulletin des taux de change - mai 1996

Cours acheteur au comptoir	Citation exprimée en dollars canadiens Devise étrangère	Cours vendeur au comptoir
1,342 4	ÉTATS-UNIS ....EFFETS	1,378 4
1,331 9	ÉTATS-UNIS ....PIÈCES	1,388 9
2,047 3	BANQUE D'ANGLETERRE ......EFFETS	2,157 3
2,047 3	ÉCOSSE.......................................LIVRE	2,157 3
2,047 3	IRLANDE DU NORD ....LIVRE	2,157 3
2,083 9	IRLANDE.....................................LIVRE	2,217 2
1,030 9	AUSTRALIE ....DOLLAR	1,155 7
0,218 9	DANEMARK.......................COURONNE	0,242 1
0,424 5	E. CARIBBÉAN..........................DOLLAR	0,587 0
0,265 2	FINLANDE...............................MARKKA	0,362 7
0,250 7	FRANCE.......................................FRANC	0,274 4
0,857 2	ALLEMAGNE..........DEUTSCHE MARK	0,937 5
0,162 0	HONG KONG ....DOLLAR	0,185 6
0,764 4	PAYS-BAS ....FLORIN	0,828 3
0,197 5	NORVÈGE...........................COURONNE	0,218 4

***Nota* :** Ce bulletin ne contient pas des renseignements à jour. Vous pouvez obtenir les taux courants auprès d'une banque/caisse populaire ou sur Internet.

Annexe B-5

DATE	N^{O} CHÈQUE	CHÈQUE ÉMIS OU DESCRIPTION DÉPÔT	MONTANT CHÈQUE		✓	MONTANT DÉPÔT		Soustraire chèques/additionner dépôt	SOLDE	
		À						CHÈQUE – DÉPÔT +		
		POUR						BALANCE ➜		
		À						CHÈQUE – DÉPÔT +		
		POUR						BALANCE ➜		
		À						CHÈQUE – DÉPÔT +		
		POUR						BALANCE ➜		
		À						CHÈQUE – DÉPÔT +		
		POUR						BALANCE ➜		
		À						CHÈQUE – DÉPÔT +		
		POUR						BALANCE ➜		
		À						CHÈQUE – DÉPÔT +		
		POUR						BALANCE ➜		
		À						CHÈQUE – DÉPÔT +		
		POUR						BALANCE ➜		
		À						CHÈQUE – DÉPÔT +		
		POUR						BALANCE ➜		
		À						CHÈQUE – DÉPÔT +		
		POUR						BALANCE ➜		
		À						CHÈQUE – DÉPÔT +		
		POUR						BALANCE ➜		
		À						CHÈQUE – DÉPÔT +		
		POUR						BALANCE ➜		
		À						CHÈQUE – DÉPÔT +		
		POUR						BALANCE ➜		
		À						CHÈQUE – DÉPÔT +		
		POUR						BALANCE ➜		

Attachment B-6

Unité C
Systèmes d’équation linéaires

SYSTÈMES D'ÉQUATIONS LINÉAIRES

Les résultats d'apprentissage généraux et spécifiques suivants sont décrits dans cette unité :

Présenter et analyser des situations reliées à des expressions, à des équations et à des inégalités (résultat général).

- résoudre des systèmes d'équations linéaires pour deux variables (résultat spécifique)
- concevoir et résoudre des systèmes d'équations linéaires pour illustrer des problèmes (résultat spécifique)

Pratiques d'enseignement

Cette unité est conçue pour fournir aux élèves des occasions de résoudre des systèmes d'équations linéaires de diverses façons et de mettre en pratique leurs compétences en ce qui concerne la résolution de problèmes. Les enseignants devraient permettre aux élèves de travailler de façon autonome, et ils devraient leur fournir les ressources requises, telles que les manuels sur les outils graphiques, les logiciels et les cahiers nécessaires. Bien que les méthodes algébriques de résolution de ces systèmes sont incluses, l'accent devrait être mis sur l'utilisation des calculatrices graphiques ou d'un graphiciel dans toute l'unité. Vous devriez aussi discuter ensemble des solutions précises.

Projets

L'enseignant devrait se servir de projets tirés du document présent, du document *Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Exercises* ou d'autres ressources textuelles.

Matériel d'enseignement

- calculatrices graphiques
- graphiciel comme *Zap-a-graph* ou *Winplot*

Durée

13 heures

RÉSULTATS D’APPRENTISSAGE

Résultat général

Présenter et analyser des situations reliées à des expressions, des équations et des inégalités.

Résultats spécifiques

C-1 Résoudre des systèmes d'équations linéaires pour deux variables.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Note aux enseignants

1. Vous devriez mettre l'accent sur l'utilisation d'outils graphiques dans toute l'unité.
2. Les élèves devraient avoir l'occasion d'explorer la résolution de systèmes en utilisant des méthodes algébriques. Seuls les systèmes dont la solution est un nombre entier relatif devraient être étudiés.
3. Lorsque les élèves vérifient les solutions algébriques, ils devraient utiliser leur calculatrice graphique plutôt qu'une méthode de substitution.
4. Les élèves devraient pouvoir expliquer les étapes requises pour la résolution de systèmes à l'aide d'outil graphique.

- **Résoudre des systèmes d'équations linéaires.**

Un ***système d'équations linéaires*** est une série de deux équations linéaires ou plus ayant les mêmes variables. La solution du système correspond à la série de toutes les paires ordonnées satisfaisant aux équations.

On peut déterminer la solution d'un système d'équations en traçant le graphique des équations et en identifiant les points où les équations se rencontrent. Les coordonnées des points d'intersection sont la solution du système.

L'unité suivante décrit trois types de systèmes d'équations linéaires. Pour chacun des types d'équations, demandez aux élèves de tracer le graphique de la paire d'équations linéaires sur le même plan de coordonnées à l'aide d'une calculatrice graphique. Ils peuvent aussi tracer le graphique des équations à partir d'une table de valeurs ou en utilisant la forme pente – ordonnée à l’origine.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Les élèves doivent lire les coupures de presse et répondre aux questions présentées à la fin de cette unité (voir les Annexes C-1 et C-2).

Problème

Mettez sur graphique les systèmes ci-dessous en utilisant des paires ordonnées et trouvez la solution du système : $3x + 2y = 12$ et $2x + y = 7$

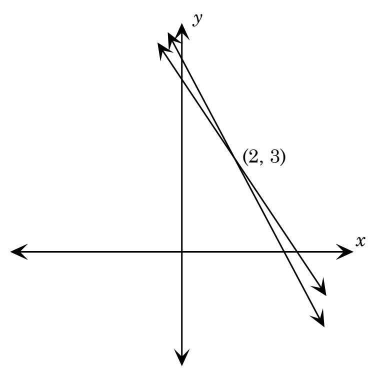
Solution

$3x + 2y = 12$ $\qquad$ $2x + y = 7$

$y = -\frac{3}{2}x + 6$ $\qquad$ $y = -2x + 7$

x	y
–6	15
–4	12
–2	9
0	6
$\boxed{2}$	$\boxed{3}$
4	0
6	–3

x	y
–3	13
–2	11
–1	9
0	7
1	5
$\boxed{2}$	$\boxed{3}$
3	1



Réponse (2, 3)

NOTES

Ressources imprimées

Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Exercices – Supplément au programme d'études Éducation et Formation professionnelle Manitoba

Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Cours destiné à l'enseignement à distance, Éducation et Formation professionnelle Manitoba
— Module 1, Leçons 3 et 4

Multimédia

Zap-a-Graph (partagiciel, français)
Winplot (gratuiciel, français)

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

C-1 Résoudre des systèmes d'équations linéaires à deux variables.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Utilisation de la technologie

- **Explorer des systèmes indépendants**

Exemple

Utilisez un tableau de valeurs pour les graphiques $y = 3x + 2$ et $2y = x - 6$. Déterminez le point d'intersection.

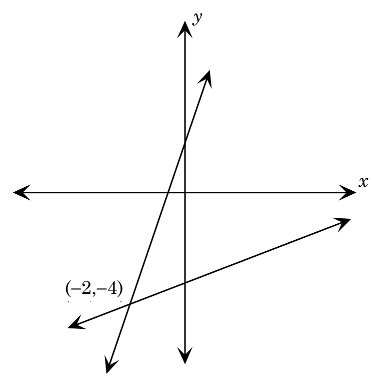
Solution

$y = 3x + 2$

$$2y = x - 6$$
$$y = \frac{1}{2}x - 3$$

x	y
–3	–7
$\boxed{-2}$	$\boxed{-4}$
–1	–1
0	2
1	5
2	8
3	11

x	y
–3	–4,5
$\boxed{-2}$	$\boxed{-4}$
–1	–3,5
0	–3
1	–2,5
2	–2
3	–1,5



Réponse (–2, –4)

Type 1 : Systèmes indépendants : Les droites du système ont des pentes différentes, des ordonnées à l'origine différentes et elles se croisent en un point.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Utilisez une table de valeurs pour déterminer :

a) quel point les droites $y = x$ et $y = -x$ ont en commun;

b) où les droites $x = 2$ et $y = 2x$ se croisent.

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

C-1 Résoudre des systèmes d'équations linéaires à deux variables.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Explorer des systèmes incompatibles.**

Exemple

Utilisez une table de valeurs pour tracer les graphiques $y = 2x + 2$ et $y = 2x – 4$. Décrivez vos résultats.

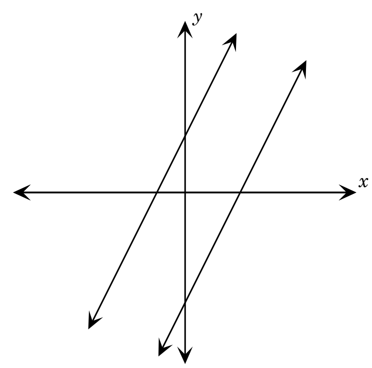
Solution

$y = 2x + 2$

x	y
–3	–4
–2	–2
–1	0
0	2
1	4
2	6
3	8

$y = 2x - 4$

x	y
–3	–10
–2	–8
–1	–6
0	–4
1	–2
2	0
3	2



Les droites sont parallèles; elles ne se croisent pas.

> ***Type 2 : Systèmes incompatibles*** **:** Les droites sont parallèles. Donc, elles ont la même pente et des ordonnées à l'origine différentes. Puisque les droites ne se croisent pas, elles n'ont aucune solution, ou l'ensemble de solutions est vide.

Stratégies d'évaluation

Notes

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

C-1 Résoudre des systèmes d'équations linéaires à deux variables.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Explorer des systèmes dépendants.**

Les élèves devraient aussi explorer des systèmes d'équations qui produisent la même droite. Les coefficients d'une équation sont les multiples des coefficients correspondants de l'autre équation.

Exemple

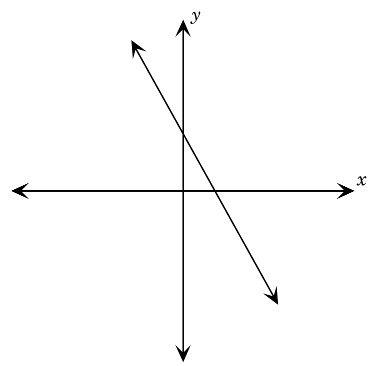
Tracez les droites de $2y = -4x + 2$ et de $3y = -6x + 3$ et décrivez les résultats obtenus.

Solution

$2y = -4x + 2 \qquad 3y = -6x + 3$

$y = -2x + 1 \qquad y = -2x + 1$

x	y
–3	7
–2	5
–1	3
0	1
1	–1
2	–3
3	–5



Les droites sont les mêmes.

Type 3 : Systèmes dépendants **:** Les équations du système représentent la même droite. Les droites ont la même pente, les mêmes ordonnées à l'origine, et elles correspondent à la même droite.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

C-1 Résoudre des systèmes d'équations linéaires à deux variables.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Résoudre des systèmes d'équations.**

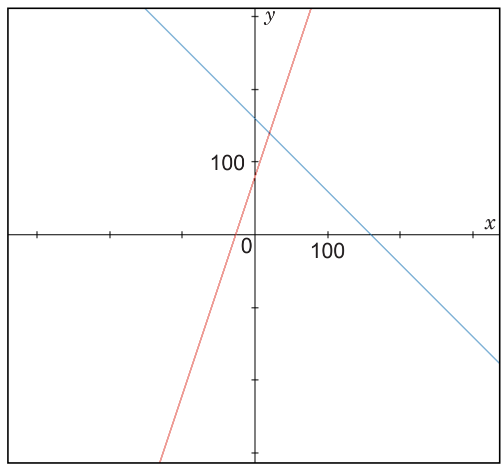
Exemple 1

Utilisez un outil de graphisme (une calculatrice, une feuille de calcul ou un autre logiciel) pour résoudre les systèmes d'équations ci-dessous.

$y = 3x + 80 \qquad x + y = 160$

$\qquad\qquad\qquad\;\; y = -x + 160$

Solution



(20, 140)

Exemple 2

Utilisez une calculatrice graphique pour résoudre le système d'équations ci-dessous.

$2x - 5y = 7$

$3x + 7y = -8$

Solution

Étape 1 : Vous devez résoudre chaque équation et définir la valeur de y.

$$y = \frac{2}{5}x - \frac{7}{5} \text{ et } y = -\frac{3}{7}x - \frac{8}{7}$$

Étape 2 : Appuyez sur [Y=] et entrez la première équation dans Y_1.

[Y=] [(] [2] [/] [5] [)] [X, t, θ, n] [–] [7] [/] [5] [ENTER]

Étape 3 : Appuyez sur [Y=] et entrez la deuxième équation dans Y_2.

[Y=] [(] [(–)] [3] [/] [7] [)] [X, t, θ, n] [–] [8] [/] [7] [ENTER]

Étape 4 : Appuyez sur [2nd] (CALC) [5] [ENTER] [ENTER] [ENTER]

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Utilisez un outil graphique (une calculatrice, une feuille de calcul ou un graphiciel) pour résoudre les systèmes d'équations ci-dessous.

a) $$\begin{aligned} 5x + 4y &= 6 \\ -3y - 2x &= -1 \end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned} 4x + y &= 1 \\ 2x - 3y &= 4 \end{aligned}$$

c) $$\begin{aligned} x - 2y &= 3 \\ -2x + 4y &= 1 \end{aligned}$$

d) $$\begin{aligned} -\frac{1}{2}x + y &= 4 \\ x + 2y &= 8 \end{aligned}$$

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

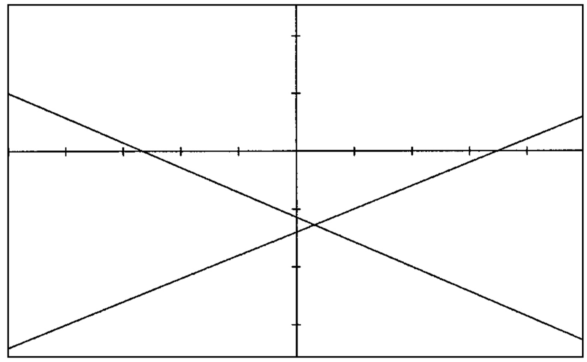
C-1 Résoudre des systèmes d'équations linéaires à deux variables.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Résoudre des systèmes d'équations. (suite)**

Exemple 2 — suite

Solution — suite



(0,310 344 83 , –1,275 862)

Ces trois types de systèmes peuvent être résumés comme suit :

1. Les systèmes d'équations consistants ont au moins une solution :
   a) les systèmes indépendants ont une solution unique;
   b) les systèmes dépendants ont un nombre infini de solutions.
2. Les systèmes d'équations incompatibles n'ont aucune solution.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

C-1 Résoudre des systèmes d'équations linéaires à deux variables.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Utilisation de l'algèbre

- **Résolution de systèmes d'équations.**

Il est difficile de déterminer un point d'intersection précis dans les graphiques tracés à la main. La solution peut être approximative lorsque vous utilisez une calculatrice graphique. Les deux méthodes algébriques suivantes vous fourniront une solution exacte à un système d'équations linéaires.

1. Élimination par l'addition ou la soustraction
2. Élimination par la substitution

- **Élimination par l'addition ou la soustraction.**

Appliquez chacune des étapes ci-dessous pour résoudre le système de l'exemple ci-dessous.

1. Disposez les équations en plaçant les termes semblables dans des colonnes.
2. Rendez les coefficients de x **ou** y les mêmes en multipliant chaque terme d'une équation ou des deux équations par un nombre approprié.
3. Additionnez ou soustrayez les équations et déterminez la valeur de la dernière variable.
4. Substituez la valeur obtenue à l'étape 3 dans l'une ou l'autre des équations d'origine et solutionnez l'autre variable.
5. Vérifiez la solution dans chacune des équations d'origine.

Exemple 1

Solutionnez le système d'équations en utilisant la méthode de l'addition ou de la soustraction.

$$x + 2y = 10$$
$$2x + 3y = 14$$

Solution

Étape 1 : Multipliez la première équation par 2.

$$2(x + 2y) = 10$$
$$2x + 4y = 20$$

Étape 2 : Soustrayez les deux équations.

$$2x + 4y = 20$$
$$2x + 3y = 14$$
$$y = 6$$

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Solutionnez le système d'équations suivant en utilisant la méthode d'addition ou de soustraction.

a) $2x + 3y = -1$
$x - 3y = 4$

b) $5x - 9y = -3$
$4x - 3y = 6$

c) $2,4 = 0,3x + 0,4y$
$5x = 2 + 6y$

Solution

a) (1, –1)

b) (3, 2)

c) (4, 3)

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

C-1 Résoudre des systèmes d'équations linéaires à deux variables.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Élimination par l'addition ou la soustraction. (suite)**

Exemple — suite

Solution — suite

Étape 3 : Insérez $y = 6$ dans une des deux équations et déterminez la valeur de x.

$$x + 2(6) = 10$$
$$x + 12 = 10$$
$$x = -2$$

Réponse : (–2, 6)

- **Élimination par la substitution.**

> Suivez les étapes ci-dessous pour résoudre un système en utilisant l'élimination par la substitution.
> 1. Solutionnez une des équations pour définir une des variables.
> 2. Insérez cette expression dans l'autre équation et définissez l'autre variable.
> 3. Insérez cette valeur dans l'une ou l'autre des équations et solutionnez.
> 4. Vérifiez la solution dans chacune des équations d'origine.

Exemple

Solutionnez le système d'équations ci-dessous en utilisant la méthode de substitution.

$$3x + 4y = 15$$
$$x - y = 5$$

Solution

Étape 1 : Isolez x dans la deuxième équation, $x = y + 5$

Étape 2 : Insérez dans la deuxième équation :
$3(y + 5) = 15$

Étape 3 : Déterminez la valeur de y :

$$3y + 15 = 15$$
$$y = 0$$

Étape 4 : Insérez $y = 0$ dans une des deux équations et déterminez la valeur de l'autre variable :

$$x - 0 = 5$$
$$x = 5$$

Réponse : (5, 0)

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Solutionnez le système d'équations suivant en utilisant la méthode de substitution.

a) $x + y = 8$
$x - 3y = 4$

b) $0{,}04x - 0{,}06y = 40$
$x + y = 6000$

c) $3x + 2y = 4$
$\dfrac{2x + y}{3} = 1$

Solution

a) (7, 1)

b) (4000, 2000)

c) (2, –1)

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

C-2 Concevoir et résoudre des systèmes d'équations linéaires pour illustrer des situations de problèmes.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Concevoir et résoudre des systèmes d'équations linéaires.**

  Les solutions des problèmes peuvent être obtenues à l'aide d'outils graphiques ou de l'algèbre.

Exemple 1

M. et Mme Francoeur doivent acheter une nouvelle fournaise. Ils en ont vu une à 1 200 $ dont les frais mensuels d'utilisation sont de 160 $. Mais, ils en ont vu une autre à 900 $ dont les frais mensuels d'utilisation sont de 210 $.

a) Déterminez le nombre de mois après lequel le coût total des deux fournaises sera le même.

b) Quelles seraient les économies réalisées par les Francoeur après un an s'ils achetaient la fournaise la plus économique?

Solution

a) Si x = nombre de mois; y = coût total d'utilisation

Pour la première fournaise, $y = 160x + 1\,200$
Pour la deuxième fournaise, $y = 210x + 900$

Mettez les équations sur graphique en utilisant un outil graphique. Le point d'intersection est (6, 2 160).

Donc, il faudrait 6 mois pour que le coût des deux fournaises soit le même, soit 2 160 $. Après cette période, la fournaise qui a coûté plus cher à l'achat deviendrait plus économique.

b) L'équation de la partie (a) peut être rédigée en notation fonctionnelle.

$$f(x) = 160x + 1\,200$$
$$f(12) = 160(12) + 1\,200$$
$$= 3\,120$$

$$g(x) = 210x + 90$$
$$g(12) = 210(12) + 900$$
$$= 3\,420$$

3 420 $ – 3 120 $ = 300 $

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Problèmes

1. Utilisez la technologie graphique pour résoudre le problème suivant :

   La compagnie de services téléphoniques A facture un taux fixe de 2,50 $, plus 0,50 $ par minute ou fraction de minute pour les appels interurbains. La compagnie de services téléphoniques B facture un taux fixe de 1,00 $, plus 0,75 $ par minute ou fraction de minute pour les appels interurbains. Quelle compagnie offre les services les moins coûteux?

2. Une somme de 42 000 $ est en partie investie à 7 % et en parti investie à 9,5 %. Si les intérêts sont de 3 700 $ pour la première année, quelle somme a été investie à chacun des taux d'intérêt?

   (***Note aux enseignants* :** ce problème se rapporte à l'Unité E : Budgets et placements.)

NOTES

Ressources imprimés

Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Cours destiné à l'enseignement à distance Éducation et Formation professionnelle Manitoba — Module 1, Leçon 5

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

C-2 Concevoir et résoudre des systèmes d'équations linéaires pour illustrer des situations de problèmes.
– *suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Concevoir et résoudre des systèmes d'équations linéaires. (suite)**

Exemple 2

Mme Sirois a créé sa propre entreprise de confection de costumes de patinage. Le lancement de son entreprise lui a coûté 800 $ et le matériel pour chaque costume coûte 10 $. Elle vend chaque costume 60 $.

a) Combien de costumes devra-t-elle vendre pour récupérer sa mise de fonds?

b) Combien de costumes a-t-elle vendus si elle a fait des bénéfices de 700 $?

Solution

a) Si x = nombre de costumes et y = coût des costumes

$y = 10x + 800$
$y = 60x$

Mettez les solutions sur graphique en utilisant un outil graphique. Le point d'intersection est (16, 960).

Mme Sirois devra donc vendre 16 costumes pour récupérer sa mise de fonds.

b) Elle a vendu 30 robes. Les élèves peuvent utiliser la fonctions de tableaux et les paires ordonnées pour résoudre ce problème. Si $x = 30$, la différence entre les deux coordonnées y est 700.

Exemple 3

Pendant un match de basket-ball, une joueuse marque 2 lancers de 3 points chacun, mais elle a oublié combien de coups francs (1 point chacun) et de paniers marqués (2 points chacun) elle a marqué. Le marqueur dit qu'elle a marqué 20 fois, pour un total de 34 points. Combien de paniers a-t-elle marqués? Combien de coups francs a-t-elle marqués?

Solution

Nombre de coups francs + nombres de paniers marqués + nombre de lancers de 3 points = 20

∴ Nombre de coups francs + nombre de paniers marqués = 18

Si x = nombre de coups francs

Si y = nombre de paniers marqués

∴ $x + y = 18$

1 (nombre de coups francs) + 2 (nombre de paniers marqués) + 3 (nombre de lancers de 3 points) = 34

∴ $1x + 2y = 28$, puisqu'il y a eu 3 (2) ou 6 points pour des lancers de 3 points.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Deux familles s'en vont en voyage. Elles se sont donné rendez-vous à un poste d'essence. Une famille suit le chemin $y = 2x - 50$ et l'autre famille suit le chemin $y = -3x + 20$. Utilisez un outil graphique pour déterminer les coordonnées du poste d'essence.

   Réponse (14, –22)

2. Une entreprise de taxi facture un tarif fixe de 2,50 $ à ses clients, plus 0,75 $ pour chaque kilomètre parcouru. Cette entreprise a aussi des coûts à payer. Elle évalue ses coûts fixes à 3,80 $, plus 0,10 $ le kilomètre.
   a) Inscrivez un système d'équations qui décrit les coûts du client et de l'entreprise de taxi.
   b) À quelle distance l'entreprise doit-elle conduire les clients pour récupérer ses coûts?
   c) Quel serait le revenu de l'entreprise si un client devait se rendre à 20 km?

   Solution
   a) Si x = le nombre de kilomètres et y = coût total

      $y = 0{,}75x + 2{,}5$
      $y = 0{,}1x + 3{,}80$
   b) Le point de rentabilité se situe à (2, 4). Ceci signifie que pour une course de 2 km, les coûts au client et à l'entreprise sont tous deux de 4 $.
   c) $y = 0{,}75(20) + 2{,}5$
      $= 17{,}5$
      $y = 0{,}1(20) + 3{,}85$
      $= 5{,}6$

      $17{,}5 - 5{,}8 = 11{,}7 \therefore$ L'entreprise de taxi ferait un profit de 11,70 $.

3. Le lièvre lance un autre défi à la tortue. Cette fois, la course se fera sur 100 m. Puisque le lièvre court 50 m en 7 secondes et que la tortue court 20 m en 5 secondes, le lièvre accepte de donner une avance de 30 m à la tortue.
   a) Tracez le graphique de la distance par rapport aux temps mis par les deux animaux sur le même système de coordonnées.
   b) Déterminez qui est le gagnant de la course.
   c) Quelle information le point d'intersection fournit-il?

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

C-2 Concevoir et résoudre des systèmes d'équations linéaires pour illustrer des situations de problèmes.
– *suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Concevoir et résoudre des systèmes d'équations linéaires. (suite)**

Exemple 3 — suite

Solution — suite

Système d'équations : $x + y = 18$

$x + 2y = 28$

Solutionnez le système en utilisant la calculatrice graphique et vérifiez la réponse à l'aide de l'algèbre.

$y_1 = -x + 18$

$y_2 = \dfrac{-x + 28}{2}$

Utilisez une calculatrice graphique.

1. Appuyez sur $\boxed{\text{Y=}}$ et entrez les équations vis-à-vis Y_1 et Y_2.
2. Tracez le graphique.
3. Vérifiez l'équation en utilisant : $\boxed{\text{2nd}}$ (CALC) 5: Intersect

Sur le graphique : $x = 8$ coups francs

$y = 10$ paniers marqués

Vérifiez : $x + y = 18$ $\qquad$ $x + 2 = 28$

$8 + 10 = 18$ $\qquad$ $8 + 2(10) = 28$

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Jeanne a conduit son automobile en direction ouest pendant 3 heures tandis qu'Annie a conduit son automobile en direction est pendant 2 heures. Jeanne a conduit à 20 km/h de plus qu'Annie. Si à la fin du trajet, elles étaient à une distance de 400 km, déterminez leurs vitesses respectives.

Solution

	Distance (km)	Vitesse (km/h)	Durée (h)
Jeanne	3j	j	3
Annie	2a	a	2

$$3j + 2a = 400$$
$$j = a + 20$$

La vitesse de Jeanne est de 88 km/h et celle d'Annie est de 68 km/h.

2. Le nettoyant A contenant 20 % d'ammoniac, est mélangé au nettoyant B contenant 10 % d'ammoniac. Si on obtient 100 L de ce mélange à 17 % d'ammoniac, quelle est la quantité de chaque nettoyant utilisée?

Solution

	Nettoyant A Solution à 20 %	**Nettoyant B Solution à 0 %**	**Mélange**
Montant de liquide	x L	y L	100 L
Concentration	20 %	10 %	17 %
Montant d'ammoniac	0,20x L	0,10y L	0,17(100) = 17 L

$$x + y = 100$$
$$0{,}20x + 0{,}10y = 17$$

70 L @ 20 % et 30 L @ 10 %

3. Un hôtel compte 160 chambres, certaines chambres à un lit et d'autres à deux lits. Le prix des chambres à un lit est de 45 $ chacune, et celui des chambres à deux lits est de 60 $ chacune. En raison d'un tournoi de curling, toutes les chambres sont occupées. Le total des ventes pour la nuit est de 8 700 $. Combien de chambres à un lit et combien de chambres à deux lits l'hôtel compte-t-il?

Coupures de presse

Annexe C-1

On recueille 255 900 livres de déchets dans un projet.

The Index Journal, Greenwood, SC, 26 octobre 1997
Article soumis par Susan R. Patterson
Erskine College, Due West, SC 29639

Le personnel d'entretien du Ministère des transports a recueilli 255 900 livres de déchets pendant le mois des terres publiques nationales, au mois de septembre.

Plus de 1 300 employés d'entretien des autoroutes ont recueilli ces déchets le long de 1 700 milles d'autoroutes à travers l'État. Ils ont rempli 400 sacs de 191 500 livres de déchets et ont transporté dans des remorques 64 400 livres de déchets et autres débris de trop grande dimension pour être placés dans les sacs.

Le 9 septembre, dans le comté de Greenwood, 10 employés de l'entretien on recueilli 1 610 livres de déchets le long de 11 milles de routes dans le comté.

Questions sur les coupures de presse

On recueille 255 900 livres de déchets dans un projet.

1. Combien de livres un sac de déchets peut-il contenir sans se briser?
   a) Utilisez une estimation pour calculer le nombre de sacs requis pour contenir 191 500 livres de déchets.
   b) Selon l'article, combien de livres contenait chaque sac en moyenne?
   c) La réponse à la question b) est-elle raisonnable?

2. Considère les moyennes pour chaque préposé à l'entretien de la Caroline du Sud.
   a) Combien de livres de déchets chaque préposé a-t-il recueillies approximativement?
   b) Combien de déchets chaque préposé a-t-il pu mettre en sac?
   c) Combien de milles d'autoroute chaque préposé a-t-il nettoyés?
   d) Combien de livres de déchets chaque mille d'autoroute contenait-il approximativement?

Questions sur les coupures de presse : extraites de Media Clips, publié par Dorothy Wood, *Mathematics Teacher* (91,8), National Council of Teachers of Mathematics, novembre 1998. Utilisation autorisée.

3. Considère les moyennes pour chaque préposé à l'entretien du comté de Greenwood.
   a) Combien de livres de déchets chaque préposé a-t-il recueillies approximativement?
   b) Combien de milles d'autoroute chaque préposé a-t-il nettoyés?
   c) Comparez ces réponses aux réponses de la question 2.
4. Combien de livres de déchets chaque mille d'autoroute du comté de Greenwood contenait-il approximativement? Comparez cette réponse à la réponse de la question 2 (d).
5. a) Utilisez l'estimation du nombre de livres que peut contenir un sac de déchets sans se briser pour déterminer le nombre de sacs utilisés dans le comté de Greenwood.
   b) Si le comté de Greenwood utilise un nombre de sacs proportionnel à la partie de déchets recueillis dans ce comté par rapport aux déchets totaux de l'État, de combien de sacs le comté a-t-il besoin pour ses déchets?
   c) Discutez des discordances entre vos réponses aux parties a) et b).

Réponses aux questions sur les coupures de presse

On recueille 255 900 livres de déchets dans un projet.

1. a) Les réponses varient.
   b) S'ils n'ont utilisé que 400 sacs pour 191 500 livres de déchets, chaque sac contenait en moyenne 478,75 livres de déchets.
   c) Non. Même si on multipliait ce nombre par 10, et si on avait 4 000 sacs au lieu de 400, la quantité contenue dans chaque sac demeurerait trop élevée.
2. a) $255\ 900 \div 1\ 300 \approx 197$ livres, ou environ 200 livres par préposé.
   b) $191\ 500 \div 1\ 300 \approx 147$ livres, ou environ 150 livres par préposé.
   c) $1\ 700 \div 1\ 300 \approx 1{,}3$ milles chacun
   d) $255\ 900 \div 1\ 700 \approx 150{,}5$ livres par mille
3. a) $1\ 610 \div 10 \approx 161$ livres par préposé
   b) $11/10 \approx 1{,}1$ mille chacun
   c) Les déchets recueillis par un préposé du comté de Greenwood équivalent à 82 % des déchets recueillis par un préposé de l'État et la distance parcourue par un préposé du comté de Greenwood équivaut à 85 % de la distance parcourue par un préposé de l'État en trente jours.
4. À travers l'État, les préposés ont recueilli environ 150 livres de déchets par mille. Les 1 610 livres de déchets recueillis sur les 11 milles du comté de Greenwood correspondent à environ 146,4 livres par mille. Ces chiffres sont rapprochés. En ce qui concerne les déchets, les données du comté de Greenwood sont relativement typiques pour la Caroline du Sud.
5. a) Les réponses varient.
   b) Le total de 1 610 représente environ 0,6 % des 255 900 livres de déchets recueillis au total et 0,6 % de 400 correspond à environ 2 sacs et demi.
   c) Comme à la question 1, il y a certainement une erreur quant au nombre de sacs utilisés à travers l'État.

Réponses sur les coupures de presse : extraites de Media Clips, publié par Dorothy Wood, *Mathematics Teacher* (91,8), National Council of Teachers of Mathematics, novembre 1999. Utilisation autorisée.

Coupures de presse

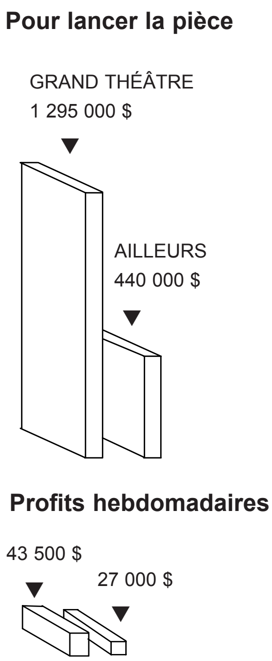
Annexe C-2

Pourquoi Neil Simon a-t-il décidé de tourner le dos à Broadway?

Extrait du *New York Times* du 21 novembre 1994
Soumis par Albert Goetz,
The Rabbi Joseph H. Lookstein Upper School, New York, NY 10021-0279

Économie de base : des calculs pouvant éviter un désastre théâtral

Neil Simon pense lancer sa nouvelle pièce, *London Suite*, ailleurs que dans les grands théâtres de la rue Broadway. Son réalisateur Emanuel Azenberg, explique les raisons financières de cette décision.



FONDS REQUIS POUR LANCER LA PIÈCE		GRAND THÉÂTRE 1 000 places / Prix des meilleurs billets : 55 $	AILLEURS 500 places / Prix des meilleurs billets : 40 $
Dépenses du réalisateur	Décor, costumes, éclairage	357 000 $	87 000 $
	Montage	175 000 $	8 000 $
	Salaires des répétitions	102 000 $	63 000 $
	Honoraires du directeur et du décorateur	126 000 $	61 000 $
	Publicité	300 000 $	121 000 $
	Administration	235 000 $	100 000 $
		1 295 000 $	**440 000 $**
BUDGET HEBDOMADAIRE			
Revenus	Recettes hebdomadaires à une capacité de 75 %	**250 000 $**	**109 000 $**
Moins les dépenses	Location du théâtre, salaires de l'équipe	45 000	12 000
	Salaires	54 000	20 000
	Publicité	30 000	15 000
	Éclairage, location d'appareils audio	6 000	3 500
	Administration	32 000	11 000
	Droits d'auteur	23 500	14 000
	Autres frais de location, salaires fondés sur les billets vendus	16 000	6 500
		–206 500	**–82 000**
Profits hebdomadaires		**= 43 500**	**= 27 000**

Questions sur les coupures de presse

Pourquoi Neil Simon a-t-il décidé de tourner le dos à Broadway?

1. En utilisant les calculs du tableau, vérifiez si les résultats donnés sont exacts.

2. Remplissez le tableau suivant et rédigez un bref rapport sur vos résultats.

Nombre de semaines depuis la première	Profits ou pertes pour la réalisation dans le grand théâtre	Profits ou pertes pour la réalisation ailleurs
0		
1		
2		
3		
4		
5		

3. Un élément important de toutes les réalisations constitue le point de rentabilité, qui correspond à la période après laquelle le total des profits équivaut aux dépenses d'origine. Déterminez le point de rentabilité pour les deux mises en scène.

4. En faisant les calculs relatifs à cet article, l'auteur a supposé que les deux réalisations vendraient 75 % de leurs billets chaque semaine.
   a) Quel serait le seuil de rentabilité des deux mises en scène si 100 % des billets étaient vendus chaque semaine?
   b) En supposant que les deux mises en scène vendent C % de leurs billets chaque semaine, déterminez les équations des seuils de rentabilité des deux réalisations en termes de C. Rédigez un bref rapport qui décrit les liens entre les points de rentabilité et C.

5. Si P_1 correspond au profit ou à la perte de la réalisation dans le grand théâtre de la rue Broadway X semaines après l'ouverture exprimé sous forme de pourcentage des dépenses d'origine; si P_2 correspond au pourçentage pour la réalisation ailleurs, établissez les équations pour P_1 et P_2 en termes de X. Utilisez ces équations pour répondre aux questions suivantes :
   a) Tracez les graphiques de P_1 par rapport à X et de P_2 par rapport à X. Discutez ensemble de ce qui arrive aux valeurs P_1 et P_2 lorsque la valeur X est augmentée de façon constante de 0 à 52.
   b) P_1 sera-t-il supérieur à P_2 à un moment donné?

Questions sur les coupures de presse : extraites de Media Clips, publié par Ron Lancaster, *Mathematics Teacher* (89,1). National Council of Teachers of Mathematics, janvier 1996. Utilisation autorisée.

Réponses aux questions sur les coupures de presse

Pourquoi Neil Simon a-t-il décidé de tourner le dos à Broadway?

1. Tous les calculs sont exacts.
2. Les calculs peuvent être effectués à la main ou à l'aide d'une feuille de calcul ou d'une calculatrice graphique. Vous trouverez ci-dessous des observations possibles à propos des résultats :
   - Les deux réalisations sont toujours « dans le rouge » après cinq semaines.
   - Comparativement à la réalisation ailleurs, la réalisation du grand théâtre débute avec une immense perte. Toutefois, les chiffres de la mise en scène dans le grand théâtre augmentent rapidement, et il n'est pas immédiatement clair quelle des deux réalisations sera rentable en premier.

Nombre de semaines depuis la première	Profits ou pertes pour la réalisation dans le grand théâtre	Profits ou pertes pour la réalistion ailleurs
0	– 1 295 000 $	–440 000 $
1	–1 251 500 $	–413 000 $
2	–1 208 000 $	–386 000 $
3	–1 164 500 $	–359 000 $
4	–1 121 000 $	–332 000 $
5	–1 077 500 $	–305 000 $

3. Le seuil de rentabilité des deux mises en scène peut être déterminé en prolongeant le tableau. L'approche algébrique peut aussi être utilisée. Si Y_1 représente le profit ou la perte de la réalisation dans le grand théâtre après X semaines et si Y_2 représente le profit ou la perte de la réalisation ailleurs après X semaines, nous remarquons que

$$Y_1 = -1\ 295\ 000 + 43\ 500X$$

et

$$Y_2 = -440\ 000 + 27\ 000X$$

Pour calculer le seuil de rentabilité de la réalisation dans le grand tréâtre, supposons que

$$\begin{aligned} Y_1 &= 0 \\ -1\ 295\ 000 + 43\ 500X &= 0 \\ X &= \frac{1\ 295\ 000}{43\ 500} \\ &\approx 29{,}8 \end{aligned}$$

Cette mise en scène commencera à faire des profits après environ 30 semaines.

Réponses sur les coupures de presse : extraites de Media Clips, publié par Ron Lancaster, *Mathematics Teacher* (89,1). National Council of Teachers of Mathematics, janvier 1996. Utilisation autorisée.

Pour calculer le point de rentabilité de la réalisation ailleurs, supposons que

$$\begin{aligned} Y_2 &= 0 \\ -440\,000 + 27\,000X &= 0 \\ X &= \frac{440\,000}{27\,000} \\ &\approx 16{,}3 \end{aligned}$$

Cette mise en scène commencera à faire des profits après environ 16 semaines.

4. Si R_1 équivaut aux recettes hebdomadaires à une capacité de 100 % pour la réalisation du grand théâtre,

a)

$$\frac{R_1}{250\,000} = \frac{100}{75}$$

$$R_1 \approx 333\,333{,}33$$

Les profits hebdomadaires

$$\begin{aligned} &= 333\,333{,}33 - 206\,500\ \$ \\ &= 126\,833{,}33 \\ Y_1 &= 1\,295\,000 + 126\,833{,}33X \\ Y_1 &= 0 \\ -1\,295\,000 + 126\,833{,}33X &= 0 \\ X &= \frac{1\,295\,000}{126\,833{,}33} \\ &\approx 10{,}2 \end{aligned}$$

À une capacité de 100 %, le point de rentabilité pour la réalisation du grand théâtre excéderait quelque peu 10 semaines, tandis que celui de la réalisation ailleurs serait d'environ 7 semaines.

b) L'analyse suivante s'applique à la réalisation du grand théâtre; l'analyse de la production ailleurs est principalement la même.

$$R_1 = \frac{250\,000C}{75}$$

Les profits hebdomadaires

$$= \frac{250\,000C}{75} - 206\,500$$

$$Y_1 = -1\,295\,000 + \left(\frac{250\,000C}{75} - 206\,500\right)X$$

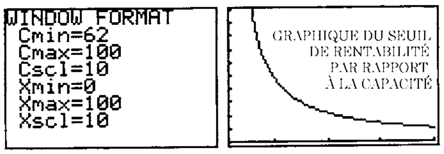
$$Y_1 = 0$$

$$-1\,295\,000 + \left(\frac{250\,000C}{75} - 206\,500\right)X = 0$$

$$X = \frac{1\,295\,000}{\dfrac{250\,000C}{75} - 206\,500}$$

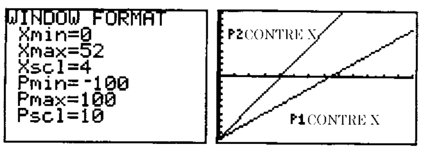
Vous trouverez ci-dessous des observations possibles sur les liens entre le point de rentabilité et *C*.

- Vous remarquerez que $C > 61{,}95$ parce que la valeur de *X* doit être positive.
- Le graphique de *X* par rapport à *C* est présenté ci-dessous. Vous remarquerez qu'au fur et à mesure que la valeur de *C* augmente, la valeur de *X* diminue. Ce résultat est logique puisqu'une hausse de la capacité raccourcira la période précédant le point de rentabilité.



5. $$P_1 = \frac{43\,500X - 1\,295\,000}{1\,295\,000}$$

$$P_2 = \frac{27\,000X - 440\,000}{440\,000}$$

a) 

Vous remarquerez que les deux graphiques débutent au point (0, –100), ce qui est logique puisqu'avant la première, les deux mises en scène ont perdu 100 % de leurs investissements. Les deux graphiques augmentent de gauche à droite, ce qui est logique, puisque les deux mises en scène récupèrent une partie, et avec le temps le total, de leurs pertes au cours de l'année.

b) Vous remarquerez que $P_1 < P_2$ pour toutes les valeurs de $X \geq 0$. Ce résultat signifie qu'en comparaison avec la réalisation du grand théâtre, les investisseurs de la réalisation ailleurs récupéreront leurs pertes à un taux plus rapide.

Unité D
Programmation linéaire

PROGRAMMATION LINÉAIRE

La programmation linéaire traite de la compréhension des concepts de l'unité C : systèmes d'équations linéaires. L'unité C devrait donc être effectuée avant l'unité D.

On doit entreprendre cette unité par l'analyse de l'exemple de feuille de calcul à la page D-4. Ainsi, les élèves pourront développer un sens d'intuition pour la résolution de problèmes qui ont de nombreuses solutions. Encouragez les élèves à réfléchir à la façon dont ils pourront définir la meilleure solution pour un problème particulier.

La résolution des inégalités en une seule dimension, telle que $2x + 1 \leq 4$ et l'établissement d'un graphique pour leurs solutions permettent aux élèves d'apprécier les enjeux de la programmation linéaire. Les élèves devraient apprendre à mettre sur graphique des inégalités de deux dimensions, telle que $y < 2x + 1$ et ensuite à enquêter les solutions des systèmes d'inégalités de deux dimensions telles que $3x + 4y > 12$ et $5x - 2y \leq 10$. Vous devez utiliser quelques graphiques préparés « à la main » pour débuter, puis vous pouvez ensuite utiliser une calculatrice graphique ou un graphiciel.

Dans cette unité, les élèves détermineront comment la programmation linéaire est utilisée pour définir la meilleure solution. Encouragez les élèves à consigner tous les sommets de la zone réalisable pour chaque problème qu'ils rencontrent. Vous devez rappeler aux élèves que cette méthode graphique n'est pas celle habituellement utilisée pour résoudre les problèmes qui utilisent la programmation linéaire dans la vie réelle. Une méthode utilisant les matrices, connue sous le nom de la méthode du simplexe, est habituellement appliquée.

Pratiques d'enseignement

Après avoir étudié le problème des chandails (page D-4) à l'aide d'une feuille de calcul, les élèves devraient apprendre à tracer les graphiques d'inégalités linéaires à une variable et d'inégalités linéaires à deux variables. Limitez l'utilisation de graphiques préparés « à la main » pour résoudre les inégalités, et mettez l'accent sur l'utilisation de la technologie, y compris les calculatrices graphiques, les feuilles de calcul ou les graphiciels tels que *Winplot*.

Projets

Vous devriez encourager les élèves à faire des enquêtes sur une variété de sujets, entre autres, sur la nutrition, en comparant deux genres de collations qu'ils mangent régulièrement. De plus, les enseignants devraient se servir des projets tirés du document *Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Supplément au programme d'études* ainsi que d'autres ressources textuelles.

Matériel d'enseignement

- calculatrice graphique
- graphiciel tel que *Winplot* ou *Zap-a-graph*

Durée

14 heures

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE

Résultat général

Utiliser la programmation linéaire pour résoudre des problèmes d'optimisation.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Les enseignants peuvent donner aux élèves un aperçu de la programmation linéaire en leur demandant de répondre à la question suivante en utilisant une feuille de calcul, ainsi que la méthode de tâtonnement.

Cette méthode peut aider l'élève à justifier l'utilité de mettre sur graphique les inégalités linéaires.

Activité d'introduction

Pour l'exemple suivant, l'enseignant doit préparer la feuille de calcul au préalable.

Un manufacturier fabrique des chandails à manches longues et des chandails à manches courtes. Chaque chandail à manches longues demande 4 minutes à la machine à découper et 3 minutes à la machine à coudre. Chaque chandail à manches courtes demande 3 minutes à la machine à découper et 1 minute à la machine à coudre. La machine à découper n'est disponible que 2 heures par jour, et la machine à coudre n'est disponible qu'une heure par jour. Si les profits réalisés pour chaque chandail à manches courtes sont de 0,60 $ et s'ils sont de 1,10 $ pour les chandails à manches longues, combien de chandails devraient être fabriqués chaque jour?

L'enseignant doit fournir la feuille de calcul suivante aux élèves.

Formules

	A	B	C	D	E
1		Nombre	Temps de coupe	Temps de couture	Profits
2	Manches longues	10	=4*B2	=3*B2	=1,1*B2
3	Manches courtes	20	=3*B3	=B3	=0,6*B3
4	Total	=B2+B3	=C2+C3	=D2+D3	=E2+E3

Données

	A	B	C	D	E
1		Nombre	Temps de coupe	Temps de couture	Profits
2	Manches longues	10	40	30	11,60 $
3	Manches courtes	20	60	20	6,00 $
4	Total		100	50	17,00 $

Comme vous pouvez le constater, dans cet exemple, 10 chandails à manches longues et 20 chandails à manches courtes produisent des profits de 17 $. Toutefois, les machines ne sont pas utilisées à leur pleine capacité. Modifiez les valeurs des colonnes B2 et B3 pour déterminer le nombre de chandails de chaque type qui peuvent être fabriqués en utilisant le temps maximum disponible. N'oubliez pas de maintenir le temps d'utilisation des machines sous les limites permises.

Manches longues____________ Manches courtes _______________

Solution

12 chandails à manches longues et 24 chandails à manches courtes produisent des profits de 27,60 $.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Les élèves doivent lire les coupures de presse et répondre aux questions présentées à la fin de cette unité (voir les annexes D-3 et D-4).

NOTES

Ressources imprimées

Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Exercices – Supplément au programme d'études Éducation et Formation professionnelle Manitoba

Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Cours destiné à l'enseignement à distance, Éducation et Formation professionnelle Manitoba — Module 1, Leçons 3 et 4

Multimédia

Zap-a-Graph (partagiciel, français)
Winplot (gratuiciel, français)

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

Résultat spécifique

D-1 Mettre sur graphique des inégalités linéaires en une dimension (une variable).

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Résoudre des inégalités linéaires.**

> Les énoncés suivants : « je désire me trouver un emploi dont le salaire est supérieur au salaire minimum » ou « je dois dépenser moins de 10 $ cette semaine » sont des exemples d'énoncés d'inégalités.
>
> Les élèves devraient pouvoir résoudre des inégalités linéaires et illustrer leur solution sur la droite des nombres.
>
> Vous devez revoir la signification de : <, ≤, > et ≥.

Exemple

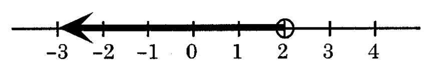
> Solutionnez les équations ci-dessous sans aucune technologie. Il s'agit d'une révision des aptitudes d'algèbre de base.

Solutionnez cette équation et mettez sur graphique la solution sur la droite des nombres :

a) $3x + 6 < 12$

Solution

$x < 2$

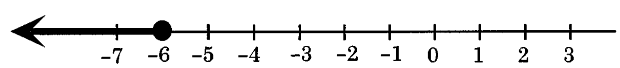


Nota : Rappelez aux élèves que < et > ne comprennent pas l'ombrage dans le cercle à l'extrémité du rayon.

b) $2x + 2 \leq -10$

Solution

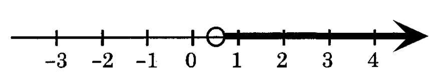
$x \leq -6$



c) $5x + 4(2x - 3) > 3(x - 2) - 1$

Solution

$x > \frac{5}{8}$

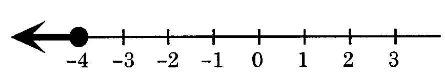


d) $2(x - 4) - 3(x + 2) \geq 7x + 3(2 - x)$

Solution

$x \leq -4$

Nota : L'inégalité change lorsqu'on fait une multiplication ou une division avec un nombre négatif.



STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Problème

Solutionnez l'équation suivante de façon algébrique et mettez la solution sur graphique.

a) $x > 6$

b) $2x \le 8$

c) $2x + 5 > 3x - 1$

d) $\dfrac{2x+3}{5} \le \dfrac{-x+3}{2}$

NOTES

Ressources imprimées

Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Cours destiné à l'enseignement à distance, Éducation et Formation professionnelle Manitoba — Module 2 leçon 1

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

D-2 Mettre sur graphique des inégalités linéaires à deux variables.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Résoudre et mettre sur graphique des inégalités à deux variables à l'aide d'un crayon et d'un papier.**

Vous devez revoir avec les élèves comment mettre sur graphique des fonctions linéaires. Donnez-leur des exemples qu'ils doivent inscrire sous la forme $y = mx + b$ afin qu'ils puissent introduire ces relations dans une calculatrice graphique.

Les deux premiers graphiques d'inégalités linéaires à deux variables devraient être effectués avec un papier et un crayon. Les élèves auront ainsi un meilleur aperçu de la zone ombrée.

N'oubliez pas de mentionner que > ou < requiert une droite pointillée pour démarquer les limites, contrairement à ≤ ou ≥, qui requiert une droite solide.

Étapes pour résoudre les inégalités linéaires :

1. Déterminez la valeur de y.
2. Tracez la droite comme si < ou > correspondait à =.
   Nota **:** Tracez une droite solide si ≥ ou ≤ et une ligne pointillée si > ou <.
3. Si > ou ≥ la partie au-dessus de la droite doit être ombrée.
   Si < ou ≤ la partie au-dessous de la droite doit être ombrée.

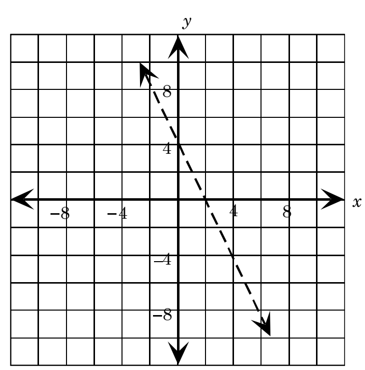
Exemple

Mettez sur graphique l'équation $2x + y < 4$.

Solution

La droite de délimitation est $2x + y = 4$. Vous pouvez mettre la droite sur graphique en la transférant en $y = -2x + 4$. Utilisez l'équation définie par l'intersection avec l'axe y, $b = 4$ et la pente -2.

Utilisez une ligne pointillée pour indiquer que les points **sur** la droite ne représentent pas la solution de $2x + y < 4$.



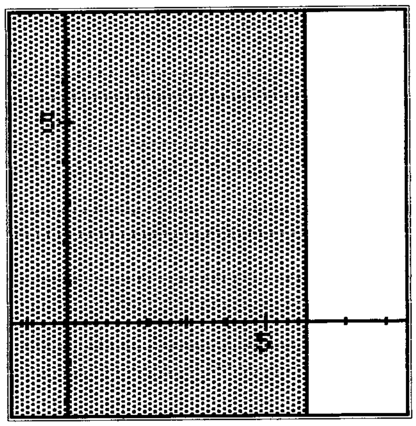
Pour déterminer quel demi-plan correspond à la solution, choisissez un point de chaque demi-plan et déterminez quelle paire ordonnée rend l'inégalité véritable. L'origine (0,0) constitue un point de vérification efficace pourvu que la droite de délimitation ne traverse pas ce point.

— suite

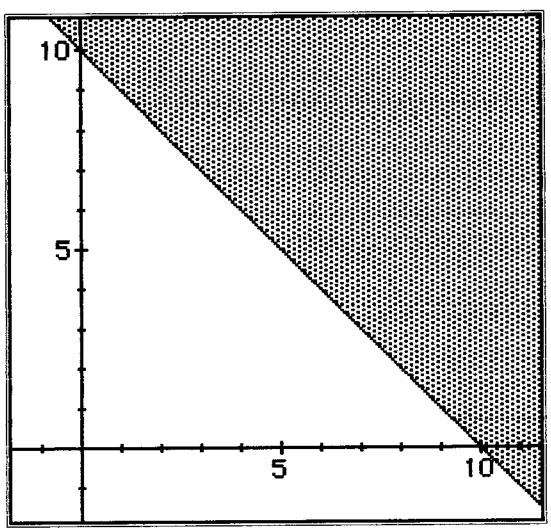
STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Problèmes

1. Mettez sur graphique la zone produite par $x \leq 6$.
   Solution



2. Mettez sur graphique la zone produite par $x + y \geq 10$.
   Solution



NOTES

Multimédia

Winplot
Zap-a-graph

Ressources imprimées

Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Cours destiné à l'enseignement à distance, Éducation et Formation professionnelle Manitoba — Module 1, Leçon 1

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

D-2 Mettre sur graphique des inégalités linéaires à deux variables.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

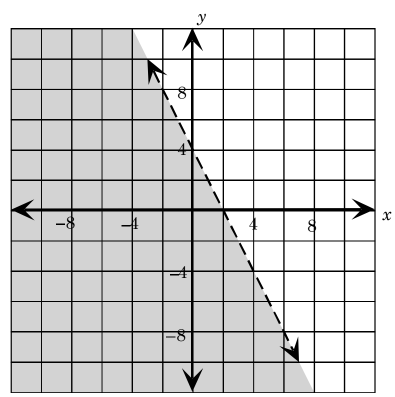
- **Résoudre et mettre sur graphique des inégalités à deux variables à l'aide d'un crayon et d'un papier. (suite)**

Exemple — suite

Solution — suite

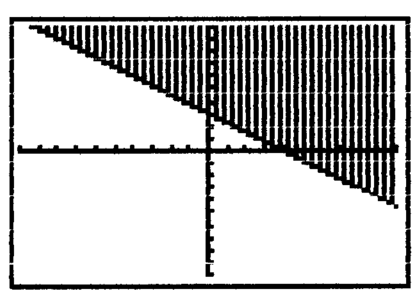
(0, 0) sur le côté gauche	(4, 0) sur le côté droit
$y < -2x + 4$	$y < -2x + 4$
$0 < -2(0) + 4$	$0 < -2(4) + 4$
$0 < 4$ Vrai	$0 < -4$ Faux

Puisque le point de vérification (0, 0) rend l'inégalité véritable, ombrez le demi-plan dans lequel ce point est situé.



- **Résoudre et mettre sur graphique des inégalités à deux variables à l'aide d'outils graphiques.**

Une fois que les élèves peuvent mettre ces inégalités sur graphique à l'aide d'un crayon et d'un papier, ils peuvent commencer à utiliser un outil graphique, tel une calculatrice graphique ou un graphiciel, tel que *Winplot*. Certains graphiciels permettront aux élèves d'introduire directement l'inégalité sous la forme $3x + 4y > 12$. Ceci peut être un avantage pour tous les élèves.



— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

D-2 Mettre sur graphique des inégalités linéaires à deux variables.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Résoudre et mettre sur graphique des inégalités à deux variables à l'aide d'outils graphiques. (suite)**

Vous désirerez peut-être que les élèves répondent à la question suivante sous forme de projet : comment utiliser une calculatrice graphique pour mettre des inégalités sur graphique. Ainsi, ils pourront perfectionner leurs aptitudes de communication technique. Un groupe pourrait même être choisi pour faire une présentation au reste de la classe.

Certains graphiciels qu'on retrouve dans la section des ressources d'apprentissage, ne peuvent peut-être pas mettre directement les inégalités sur graphique. Il sera peut-être nécessaire de couper le graphique et de le coller dans un programme de dessin pour ombrer la partie désirée.

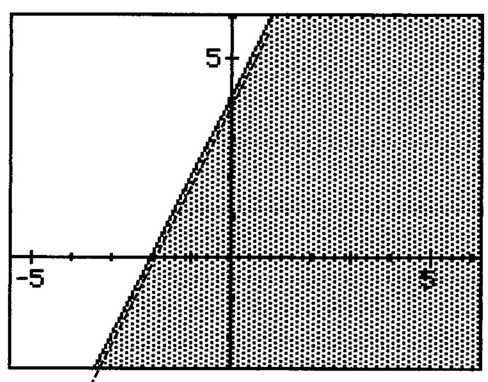
Les élèves qui utilisent une calculatrice TI-83 doivent se rappeler que cette calculatrice ne tracera pas de ligne pointillée pour illustrer les inégalités comme $3x + 4y > 12$.

Exemple 1

Représentez graphiquement $y < 2x + 4$.

Solution

La pente est 2, l'abscisse à l'origine est 4; tracez la droite (pointillée) et ombrez la partie sous la droite correspondant à <.



— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTAT D’APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

D-2 Mettre sur graphique des inégalités linéaires à deux variables.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Résoudre et mettre sur graphique des inégalités à deux variables à l'aide d’outils graphiques. (suite)**

Exemple — suite

Solution — suite

Calculatrice graphique TI-83

Utilisez la calculatrice graphique, la configuration de fenêtre appropriée et la fonction d'ombrage pour répondre à la question.

1. Entrez l'équation à la fenêtre Y=.

   [2] [X, T, θ, *n*] [+] [4]

2. Appuyez sur [WINDOW] .

   Créez une fenêtre conviviale en configurant vos valeurs x comme suit :

   $X_{min} = -9{,}4$

   $X_{max} = 9{,}4$

3. Appuyez sur [GRAPH] .
4. Ombragez le graphique.

   Appuyez sur [Y=] . Surlignez la droite \ à la gauche de Y_1.

   Appuyez sur [ENTER] trois fois jusqu'à ce que le marqueur clignote vers le bas, [◣] , c'est-à-dire en formant un triangle pointant vers le bas.

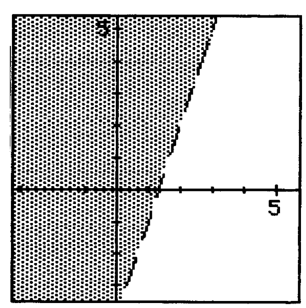
   Appuyez sur [GRAPH] . Le graphique sera ombré si $y < 2x + 4$.

Exemple 2

Mettez sur graphique et ombrez $-6x + 2y > -8$.

Solution

$$\begin{aligned} -6x + 2y &> -8 \\ 2y &> 6x - 8 \\ y &> 3x - 4 \end{aligned}$$



STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

D-3 Résoudre des systèmes d'inégalités linéaires à deux variables de façon graphique, en utilisant la technologie au besoin.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• **Résoudre des systèmes d'inégalités.**

> Les élèves devront résoudre divers systèmes d'inégalités en les mettant sur graphique sur la même série d'axes et en utilisant les mêmes règles que celles prévues dans la section précédente.

Exemple 1

a) Solutionnez le système et le mettre sur graphique. Donnez des exemples de points de solution possibles.

$$x + y > -1$$
$$3x - 2y > 4$$

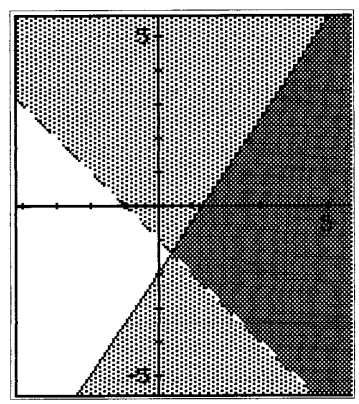
b) Rédigez un processus pour mettre sur graphique et ombragez ce système d'inégalités à l'aide de la calculatrice graphique TI-83, ou rédigez des directives à l'aide du graphiciel *Graphmatica.*

Solution

a)

$$x + y > -1$$
$$y > -x - 1$$
$$m = -1, b = -1$$

$$3x - 2y > 4$$
$$-2y > -3x + 4$$
$$y < \frac{3}{2}x - 2$$
$$m = \frac{3}{2}, b = -2$$



Les points tels (5, 0), (4, -1), ainsi que tous les points à l'intérieur de la zone fortement ombrée sont des points de solution possibles.

b) Calculatrice graphique TI-83

1. Appuyez sur $\boxed{\text{Y=}}$ ·
   Enregistrez dans Y_1, $y = -x - 1$
   Enregistrez dans Y_2, $y = \frac{3}{2}x - 2$
2. Créez une fenêtre conviviale.
3. Si $y > -x - 1$, surlignez la droite \ à la gauche de Y_1. Appuyez sur $\boxed{\text{ENTER}}$ $\boxed{\text{ENTER}}$ jusqu'à ce que le marqueur clignote vers le haut ◥, c'est-à-dire, en formant un triangle pointant vers le haut.

— *suite*

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Problème

1. À l'aide d'un outil graphique, mettez sur graphique les régions qui répondent aux critères suivants :

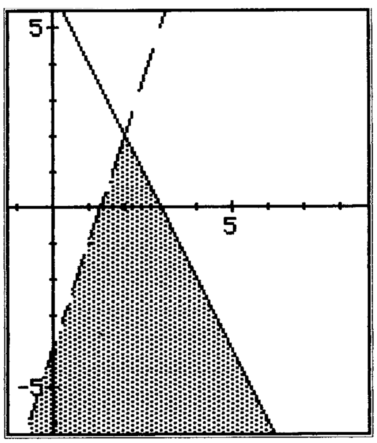
   $2x + y \leq 6$ et $3x - y < 4$

   $2x + 3y \geq 9$ et $-3x + 4y \geq -4$

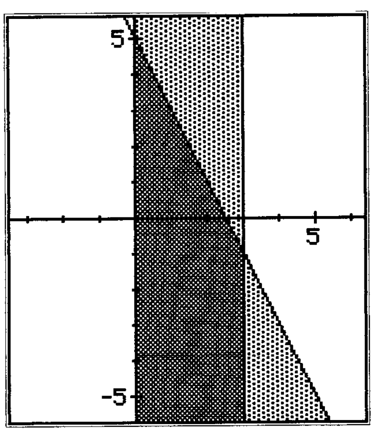
   $x \geq 0$, $y \geq 0$, $3x - 4y \leq 12$ et $3x + 4y \geq 0$

2. Mettez sur graphique la solution du système d'inégalités suivant :
   $3x - y < 4$
   $2x + y \leq 6$

   Solution



3. Écrivez le système d'inégalités qui produirait ce graphique.



   Solution

   $y \leq -2x + 5$
   $x \leq 3$
   $x \geq 0$

NOTES

Ressources imprimées

Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Cours destiné à l'enseignement à distance, Éducation et Formation professionnelle Manitoba — Module 2, Leçon 2

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

D-3 Résoudre des systèmes d'inégalités linéaires à deux variables de façon graphique, en utilisant la technologie au besoin.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Résoudre des systèmes d'inégalités. (suite)**

Exemple 1 — suite

Solution — suite

Si $y < \frac{3}{2}x - 2$, surlignez la droite \ à la gauche de Y_2.

Appuyez sur ENTER une fois jusqu'à ce que le marqueur clignote vers le bas ◣, c'est-à-dire en formant un triangle pointant vers le bas.

4. Appuyez sur GRAPH

***Nota* :** N'oubliez pas que lorsque vous multipliez ou divisez les deux côtés d'une inégalité par un nombre négatif, le signe de l'inégalité est inversé. Par exemple,

$$\begin{aligned} 4x - y &< 6 \\ -y &< -4x + 6 \\ y &> 4x - 6 \end{aligned}$$

Le signe est inversé lorsque chaque côté est multiplié par –1.

L'annexe D-1 explique une autre méthode qui peut être utilisée pour ombrer le graphique. Cette information n'est destinée qu'à l'enseignant et **ne devrait pas** être transmise aux élèves.

Exemple 2

Mettez sur graphique et solutionnez.

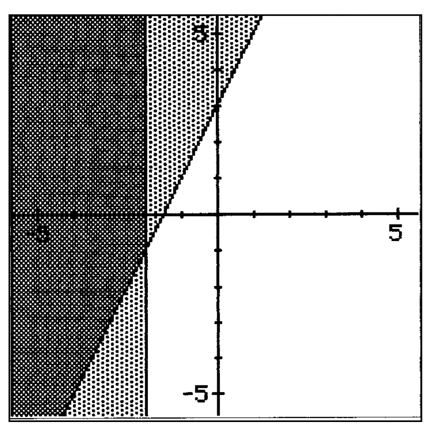
$$\begin{aligned} 2x - y &\le -3 \\ x &\le -2 \end{aligned}$$

Solution

Si $x \le -2$, utilisez la fonction DRAW de la calculatrice graphique TI-83. (Vérifiez le manuel).

$$\begin{aligned} 2x - y &\le -3 \\ -y &\le -2x - 3 \\ y &\ge 2x + 3 \end{aligned}$$

$m = 2, b = 3$



— suite

Stratégies d'évaluation

Notes

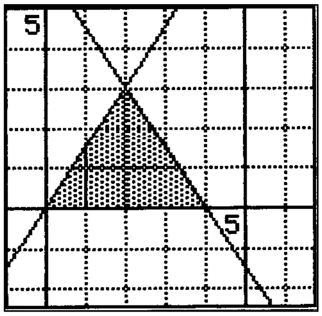
RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

D-3 Résoudre des systèmes d'inégalités linéaires à deux variables de façon graphique, en utilisant la technologie au besoin.
– suite

- **Résoudre des systèmes d'inégalités. (suite)**

Exemple 3

Inscrivez le système d'inégalités qui représente le diagramme suivant :



Solution

droite 1 : $m = \frac{3-0}{2-0} = \frac{3}{2}$ $\quad b = 0 \quad \therefore y = \frac{3}{2}x$

droite 2 : $m = \frac{0-3}{4-2} = \frac{-3}{2}$ $\quad y = mx + b$

$3 = \frac{-3}{2}(2) + b$

$y = \frac{-3}{2}x + 6$

$b = 6$

droite 3 : $y > 0$

D-4 Appliquer la programmation linéaire à la définition de solutions optimales aux problèmes de prise de décision.

- **Utiliser la programmation linéaire pour résoudre des problèmes de la vie de tous les jours.**

Discutez brièvement, ensemble, en quoi consiste la programmation linéaire. La programmation linéaire est une méthode utilisée pour résoudre des problèmes reliés aux relations linéaires et exigeant la **maximisation** ou la **minimisation** d'une situation. Cette méthode est souvent utilisée pour déterminer les profits maximaux, les coûts minimaux, les distances minimales, les poids minimaux et les coûts minimaux pouvant fournir des valeurs alimentaires maximales.

***Nota* :** Cette section offre de nombreuses occasions aux élèves de rédiger des rapports et de pratiquer leur communication technique. Les élèves devraient rédiger tous leurs rapports en utilisant le traitement de textes et les techniques de copier-coller pour incorporer des graphiques à leurs présentations.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Ressources imprimées

Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Cours destiné à l'enseignement à distance, Éducation et Formation professionnelle Manitoba — Module 2, leçons 3, 4 et 5

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

D-4 Appliquer la programmation linéaire à la définition de solutions optimales aux problèmes de prise de décision.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Utiliser la programmation linéaire pour résoudre des problèmes de la vie de tous les jours. (suite)**

  Exemple 1

  Un fabricant de meubles fabrique des fauteuils et des divans. Les étapes de fabrication sont la menuiserie, la finition et le rembourrage. La fabrication d'un divan nécessite trois heures de menuiserie, une heure de finition et six heures de rembourrage. La fabrication d'un fauteuil nécessite six heures de menuiserie, une heure de finition et deux heures de rembourrage. En une journée, 96 heures de main-d'œuvre sont disponibles en menuiserie, 18 heures en finition et 72 heures en rembourrage. Les profits sont de 80 $ pour chaque fauteuil et 70 $ pour chaque divan. Combien de divans et de fauteuils devraient être fabriqués chaque jour pour maximiser les profits?

Solution

Étape 1 : Tableau (facultatif)

	Fauteuil	Divan	Main-d'oeuvre disponible
Menuiserie	6 h	3 h	96 h
Finition	1 h	1 h	18 h
Rembourrage	2 h	6 h	72 h
Profits	80 $	70 $	

Étape 2 : Variables
Supposons que x = nombre de fauteuils et y = nombre de divans.

Étape 3 : Formulez les expressions qui représentent les restrictions $x \geq 0$, $y \geq 0$.

Menuiserie : $6x + 3y \leq 96$ contrainte d'heures disponibles
Finition : $x + y \leq 18$ contrainte d'heures disponibles
Rembourrage : $2x + 6y \leq 72$ contrainte d'heures disponibles
Profits $= 80x + 70y$

Étape 4 : Isolez y et mettez sur graphique les inégalités suivantes en utilisant un outil graphique.

Menuiserie : $y \leq 32 - 2x$
Finition : $y \leq 18 - x$
Rembourrage : $y \leq 12 - (^1/_3)x$
$x \geq 0, y \geq 0$

Si vous utilisez une calculatrice TI-83, appuyez sur $\boxed{\text{Y=}}$ puis entrez $Y_1 = 32 - 2x$, $Y_2 = 18 - x$, et $Y_3 = 12 - (^1/_3)x$. Déplacez le curseur à la gauche de Y_1 et appuyez sur $\boxed{\text{ENTER}}$ trois fois pour que l'icône triangulaire ◣ paraisse. Faites les mêmes opérations pour Y_2 et Y_3.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Un cultivateur de légumes a un terrain de 10 hectares pour la saison. Il a décidé de cultiver de la laitue et des fèves sur ce terrain, et il a prévu un budget de 4 000 $ à cette fin. La laitue coûte 300 $/hectare à cultiver et les fèves 500 $/hectare. Les profits sont de 75 $/hectare pour la laitue et de 150 $/hectare pour les fèves.

a) Inscrivez l'équation qui décrit les profits de la totalité du terrain à cultiver. On parle parfois de la fonction économique.

b) Inscrivez les inégalités qui décrivent la situation.

c) Mettez l'équation sur graphique.

d) Identifiez certaines solutions possibles.

e) Déterminez la meilleure solution.

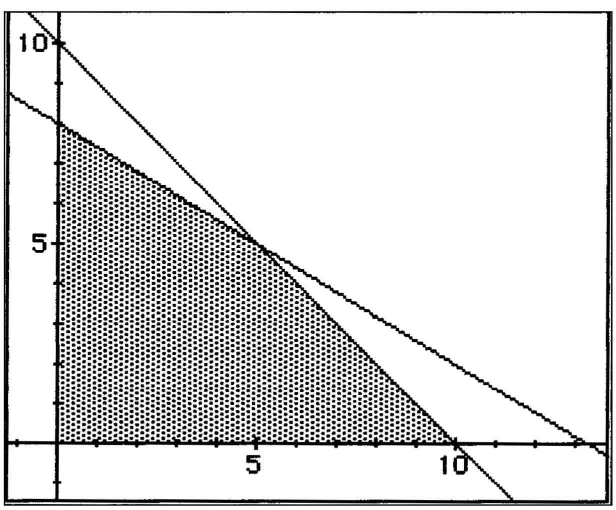
Solution

a) P = $75x + 150y$

b) $x + y \leq 10$

$300x + 500y \leq 4000$

c)



***Nota* :** La zone réalisable est ombrée.

d) Tout point de la zone ombrée.

e) Cinq hectares de chaque culture produisent le profit maximal.

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

D-4 Appliquer la programmation linéaire à la définition de solutions optimales aux problèmes de prise de décision.
– suite

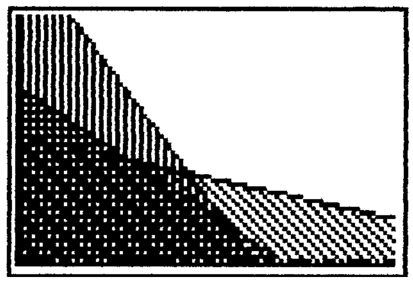
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Utiliser la programmation linéaire pour résoudre des problèmes de la vie de tous les jours. (suite)**

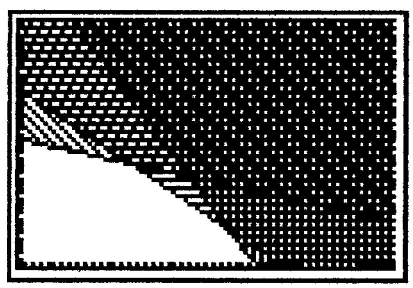
Exemple 1 — suite

Solution — suite

Appuyez sur WINDOW , et modifiez la fenêtre pour que $X_{min} = 0$, $X_{max} = 25$, $Y_{min} = 0$, et $Y_{max} = 25$. Appuyez sur GRAPH . Le graphique suivant sera affiché.



Si vous utilisez les zones opposées, c'est-à-dire les icônes triangulaires supérieurs, ◥ la zone solution (ou la zone réalisable) paraîtra en blanc.



Étape 5 : Déterminez les sommets de la zone réalisable.

Pour ce faire, il est plus facile de retourner au menu des fonctions et d'entrer les trois fonctions en tant que fonctions normales plutôt qu'en tant qu'inégalités. En utilisant la fonction d'intersection d'un outil graphique, déterminez les sommets.

Sommets de la zone réalisable	Profits
(0, 12)	840 $
(16, 0)	1 280 $
(14, 4)	1 400 $
(9, 9)	1 350 $

Par conséquent, 14 fauteuils et 4 divans devraient être fabriqués pour obtenir des profits maximaux de 1 400 $.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

Les solutions de ces problèmes et des problèmes des pages D-27 et D-29 sont fournies à l'annexe D-2, pages D-35 à D-42.

Utilisez un logiciel de graphisme ou une calculatrice graphique pour résoudre les problèmes suivants :

1. Suzanne Robert désire cultiver 100 hectares d'avoine et de blé. Les graines d'avoine coûtent 50 $ à l'hectare et les graines de blé coûtent 80 $ à l'hectare. Les coûts de main-d'œuvre sont de 200 $ à l'hectare pour l'avoine et de 120 $ à l'hectare pour le blé. Suzanne prévoit tirer des revenus de 2 200 $ à l'hectare d'avoine et de 2 500 $ à l'hectare de blé. Combien d'hectares de chaque céréale devrait-elle cultiver pour maximiser ses profits si elle ne veut pas dépenser plus de 6 200 $ en semences et de 18 000 $ en main-d'œuvre?

2. Le Dr Naz affirme pouvoir guérir les migraines grâce à sa pilule révolutionnaire. Cette pilule est offerte en capsules de deux formats différents : la capsule régulière contient 2 grains d'ibuprofène, 5 grains de sucre et 1 grain de caféine, tandis que la capsule extra contient 1 grain d'ibuprofène, 8 grains de sucre et 6 grains de caféine. Les recherches quelque peu douteuses du Dr Naz l'ont convaincu qu'il faut 12 grains d'ibuprofène, 74 grains de sucre et 24 grains de caféine pour que ce traitement miracle soit efficace. Déterminez le nombre minimal de capsules qu'il devrait prescrire pour répondre à ces exigences.

3. Le fabricant de jouets A a deux usines de fabrication qui ne produisent qu'un seul jouet, une petite poupée en plastique. Le coût de production de cette poupée est de 5 $ à l'usine de Belleville et de 6 $ à l'usine de Neuville. L'entreprise dispose de 900 heures employés par semaine de main-d'œuvre et a fixé un coût de production hebdomadaire maximale de 1 500 $. La production d'une poupée à Belleville requiert 4 heures de travail et la production d'une poupée à Neuville requiert 3 heures de travail. Déterminez le nombre maximal de poupées qui peut être produit en une semaine.

— suite

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

D-4 Appliquer la programmation linéaire à la définition de solutions optimales aux problèmes de prise de décision.
– suite

- **Utiliser la programmation linéaire pour résoudre des problèmes de la vie de tous les jours. (suite)**

Exemple 2

Mélissa est directrice de la publicité dans une entreprise de fabrication de fenêtres. La semaine prochaine, l'entreprise tiendra un événement promotionnel, et Mélissa doit préparer une message publicitaire à cette fin pour la radio. Par l'entremise de la publicité à la radio, l'entreprise désire atteindre les gens qui retournent à la maison entre 16 h 30 et 18 h 30.

Mélissa communique avec deux postes de radio pour connaître leurs tarifs de publicité. Le tarif du poste AM CJY 50 est de 60 $ la minute pour un message diffusé pendant la période désirée. Le tarif de l'autre poste, le poste FM CJY 98, est de 160 $ la minute pour un message diffusé pendant la même période. Mélissa dispose d'un budget de 2 400 $ pour cet événement. Elle veut diffuser de 20 à 25 messages sur les deux postes. Le tarif du poste AM est moins élevé que celui du poste FM, mais Mélissa a décidé que le nombre de messages diffusés sur le poste AM serait au maximum 4 fois plus élevé que le nombre de messages diffusés sur le poste FM.

Supposons que x = le nombre de messages au poste AM et que y = le nombre de messages au poste FM. Le tarif du poste FM est plus élevé parce que le nombre d'auditeurs est plus élevé. Le poste FM CJY a 68 000 auditeurs de 16 h 30 à 18 h 30, et le poste AM CJY a 24 500 auditeurs pendant la même période. Mélissa veut que le plus grand nombre possible de personnes entendent le message publicitaire.

Déterminez la zone réalisable pour ce problème. Une fois la zone réalisable déterminée, trouvez les sommets de la zone réalisable et utilisez-les pour déterminer le nombre possible d'auditeurs L.

Solution

Le nombre total possible d'auditeurs correspond à $L = 24\,500x + 68\,000y$.

Les contraintes sont les suivantes :

1. $x \leq 4y$
2. $x > 0$ et $y > 0$
3. $x + y \geq 20$
4. $x + y \leq 25$
5. $60x\ \$ + 160y\ \$ \leq 2\,400\ \$$

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes (suite)

4. Un fabricant produit deux genres de barres de chocolat : Ergies (pleine d'énergie pour les enfants en pleine croissance) et Nergies (sans calorie pour les personnes à la diète qui manquent de volonté). Chaque boîte d'Ergies rapporte des profits de 40 cents et chaque boîte de Nergies rapporte des profits de 50 cents. La barre de chocolat est produite en trois étapes principales : le mélange, la cuisson et l'emballage. Le tableau suivant illustre le temps en minutes requis pour chaque boîte de barres de chocolat et pour chaque opération.

	Mélange	Cuisson	Emballage
Ergies	1 minute	5 minutes	3 minutes
Nergies	2 minutes	4 minutes	1 minute

Pendant chaque cycle de production, l'équipement de mélange est disponible pendant un maximum de 12 heures, l'équipement de cuisson est disponible pendant un maximum de 30 heures et l'équipement d'emballage est disponible pendant un maximum de 15 heures. Si ce temps peut être alloué à la production de l'une ou l'autre des barres de chocolat, déterminez combien de boîtes de chaque genre de barres de chocolat devraient être produites pour maximiser les profits.

5. Guillaume et Élise Renaud ont décidé de produire et de vendre de la nourriture pour chien. Ils fabriqueront deux types de nourriture, X et Y. Ils utilisent 1 lb de viande pour 2 lb de céréales pour produire la marque X et 2 lb de viande pour une livre de céréales pour produire la marque Y. Ils disposent de 10 lb de viande et de 14 lb de céréales pour lancer leur entreprise. Ils vendront chaque boîte de 3 lb de marque X à 2 $ et chaque boîte de 3 lb de marque Y à 3 $. Combien de boîtes de chaque marque devront-ils produire pour maximiser leurs revenus?

— suite

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

D-4 Appliquer la programmation linéaire à la définition de solutions optimales aux problèmes de prise de décision.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

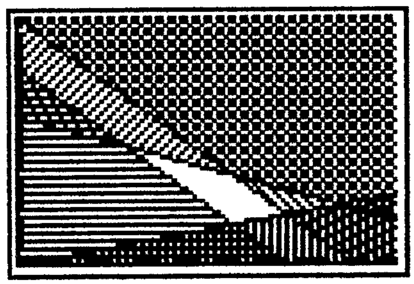
- **Utiliser la programmation linéaire pour résoudre des problèmes de la vie de tous les jours. (suite)**

Exemple 2 — suite

Solution — suite

***Nota* :** Ce graphique illustre la zone réalisable en blanc.

Déterminez la zone réalisable en utilisant un outil graphique.



Pour déterminer les points d'intersection des droites qui représentent les côtés de ces zones, il est plus facile de déplacer le curseur jusqu'aux droites en question sans les zones ombrées et d'utiliser la fonction 2nd (Calc) pour avoir accès au menu Calculate. Ensuite, sélectionnez 5: intersect et déterminez les points d'intersection à l'aide de ce processus. Les élèves devraient savoir comment faire puisque cette méthode a été expliquée dans l'unité C : Systèmes d'équations linéaires.

Les élèves doivent savoir comment déterminer les points d'intersection de ces lignes de référence lorsqu'ils commencent à utiliser la programmation linéaire pour résoudre des problèmes d'optimisation.

Déterminez la solution optimale.

	Nbre de messages AM	Nbre de messages FM	Nbre d'auditeurs $E = 24\,500x + 68\,000y$
(16, 4)	16	4	664 000
(20, 5)	20	5	830 000
(16, 9)	16	9	1 004 000
(8, 12)	8	12	1 012 000

La solution la plus avantageuse pour Mélissa est d'obtenir 8 messages sur le poste AM et 12 messages sur le poste FM afin de joindre 1 012 000 auditeurs.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes (suite)

6. L'hôtel Morin compte 200 chambres et un restaurant de 50 places. Les clients de l'hôtel ne fréquentent pas tous le restaurant, et choisissent d'aller manger ailleurs. Le directeur de l'hôtel sait par expérience que 40 % des clients commerciaux et 20 % des clients réguliers fréquentent le restaurant de l'hôtel. Les profits réalisés sur le prix facturé aux clients commerciaux sont de 4,50 $, et ils sont de 3,50 $ pour les clients réguliers. Quelle combinaison de clients commerciaux et de clients réguliers pourrait maximiser les profits en supposant que chaque chambre peut accueillir 1 personne et que 50 personnes au maximum peuvent prendre place dans le restaurant?

7. Un fabricant de ballons de fantaisie a une capacité maximale de production de 2 000 ballons par jour. Ce fabricant produit deux types de ballons : un éléphant métallique et un canard jaune. Si les profits sont de 3 $ pour chaque éléphant métallique et de 2 $ pour chaque canard jaune et si le fabricant doit produire au moins 300 canards jaunes par jour (le plus populaire), déterminez les profits maximaux par jour.

8. Une petite entreprise de camionnage requiert au moins 650 L d'essence diesel, 48 L d'huile et 324 L d'essence pour faire fonctionner ses camions. L'entreprise a deux fournisseurs, ABC et RCJ, qui fournissent différentes quantités des trois produits requis, à des prix différents. ABC peut fournir 130 L d'essence diesel, 36 L d'essence et 4 L d'huile pour 50 $. RCJ peut fournir 65 L d'essence diesel, 54 L d'essence et 12 L d'huile pour 62,50 $. Quelle quantité l'entreprise de camionnage devrait-elle acheter auprès de chaque fournisseur pour satisfaire ses besoins hebdomadaires et pour minimiser ses coûts?

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

D-4 Appliquer la programmation linéaire à la définition de solutions optimales aux problèmes de prise de décision.
– suite

- **Utiliser la programmation linéaire pour résoudre des problèmes de la vie de tous les jours. (suite)**

Exemple 3

Une étudiante en agriculture élève des chèvres et des porcs pour augmenter son revenu d'études universitaires. Elle a loué un espace qui peut accomoder 100 animaux. Elle peut vendre les chèvres 100 $ chacune et les porcs 300 $ chacun. Afin que son entreprise soit rentable et pour payer les coûts de la nourriture et d'hébergement des animaux, elle doit toucher un revenu de 15 000 $. Quelle combinaison de chèvres et de porcs doit-elle utiliser pour obtenir le revenu le plus élevé possible?

Solution

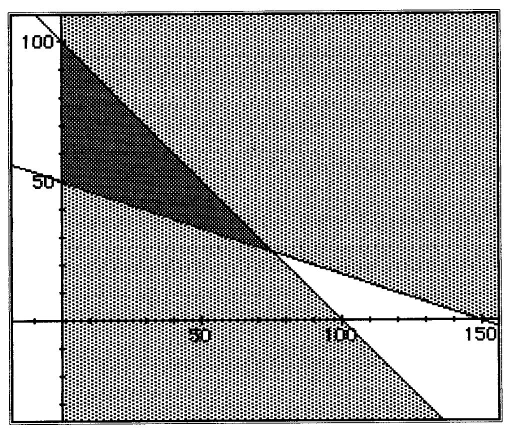
x = N^{bre} de chèvres

y = N^{bre} de porcs

$x + y \leq 100$ restriction d'espace

$100x + 300y \geq 15\ 000$ restriction de revenu

Mettre les deux droites sur graphiques sur la même série d'axes.



Dans ce problème, tout point situé dans la zone fortement ombrée produit un revenu suffisant. Les « coins » du polygone représentent les meilleurs points possibles. Ces points sont les suivants :

(0, 50), (0, 100), (75, 25)

Placez chacun de ces points dans l'équation du revenu :

$1 = 100x + 300y$

S'il existe une autre contrainte, l'étudiante devrait élever uniquement des porcs. Voici d'autres contraintes possibles :

- coûts différents de la nourriture pour les deux types d'animaux;
- exigences spécifiques en matière d'espace pour les deux types d'animaux.

Annexe D-1

Résolution de systèmes d'inégalités linéaires à deux variables de façon graphique en utilisant la technologie au besoin.

Les suggestions ci-dessous ont trait à la calculatrice graphique TI-83.

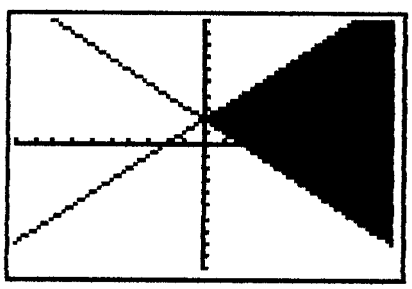
Solutionnez les inégalités de façon graphique. N'oubliez pas que la solution correspond à la série de points qui répond aux deux inégalités et qu'elle est habituellement illustrée par la zone dans laquelle les deux ombrages se chevauchent.

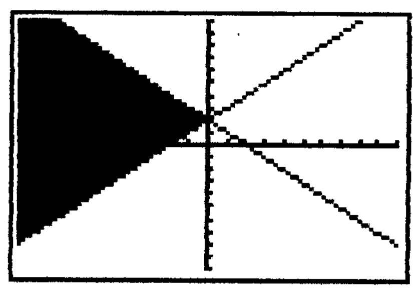
a) $y \leq x + 2$ et $y \geq -x + 2$

Méthode 1

On peut mettre sur graphique les deux fonctions et ombrer la zone située entre les deux. La fonction d'ombrage (Shade) comprend 6 modes d'ombrage. Le premier mode permet d'ombrer la zone au-dessus de la droite, tandis que le deuxième mode permet d'ombrer la zone en-dessous de la droite.

- Appuyez sur $\boxed{\text{Y=}}$ et entrez la fonction $Y_1 = x + 2$ et $Y_2 = -x + 2$.
- Appuyez sur $\boxed{\text{2nd}}$ (DRAW) et sélectionnez 7: Shade.
- Entrez $\boxed{Y_2}$ $\boxed{,}$ $\boxed{Y_1}$ $\boxed{)}$· (N'oubliez pas que Y_2 et Y_1 sont entrés par les touches $\boxed{\text{VARS}}$ $\boxed{\blacktriangleright}$ et en selectionnent 1:Function et la touche Y appropriée.)
- Appuyez sur $\boxed{\text{ENTER}}$.





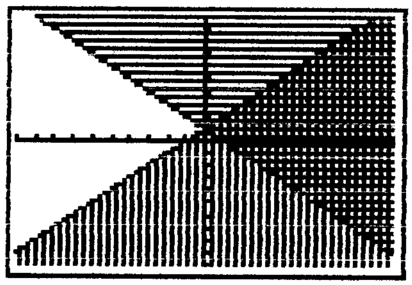
La zone en-dessous de Y_1 et au-dessus Y_2 paraîtra dans la fenêtre.

Si on désire que la zone au-dessus de Y_1 et en-dessous de Y_2, soit ombrée, on doit utiliser la fonction Shade (Y_1, Y_2).

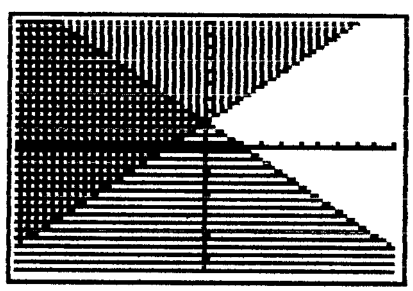
Si aucun style d'ombrage n'est entré, chaque pixel sera ombré. Les troisième et quatrième styles sont les contours de gauche et de droite. Le cinquième style est un nombre de 1 à 4 du modèle – 1 pour vertical, 2 pour horizontal, 3 pour une pente négative de 1 et 4 pour une pente positive de 1. Le sixième style est un nombre entre 1 et 9 pour la résolution du modèle, c'est-à-dire le nombre de pixels entre les ombrages.

Méthode 2

La méthode précédente est complexe et demande beaucoup de temps. Une autre méthode plus pratique consiste à se rendre au menu des fonctions et à déplacer le curseur à la gauche de Y_1 et d'appuyer sur ENTER trois fois pour se rendre jusqu'à l'icône ◣ triangulaire inférieur (c'est-à-dire, ≤ qui ombre la zone au-dessous de la droite). Ensuite, il suffit de déplacer le curseur à la gauche de Y_2 d'appuyer sur ENTER deux fois pour se rendre jusqu'à l'icône triangulaire supérieur ◥ (c'est-à-dire, ≥ qui ombre la zone au-dessus de la droite). La partie ombrée sera celle illustrée ci-dessous.

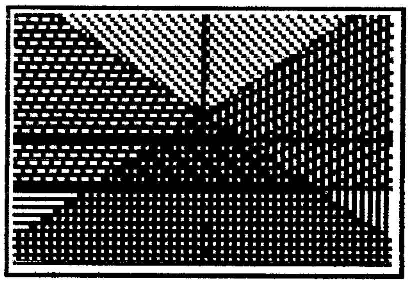


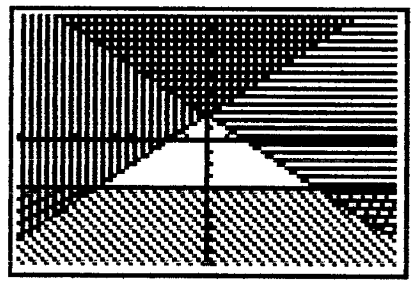
Parfois, il est préférable d'ombrer les parties opposées des droites pour que les zones représentant tous les points qui répondent aux deux inégalités paraissent dans une zone claire. Ainsi, si on trace à nouveau le graphique $Y_1 \leq x + 2$ et $Y_2 \geq -x + 2$, on peut déplacer le curseur à la gauche de Y_1 et appuyer sur ENTER deux fois. Puis, on peut déplacer le curseur à la gauche de Y_2 et appuyer sur ENTER trois fois pour obtenir le graphique ci-dessous dans lequel la solution paraît dans la **zone en blanc**.



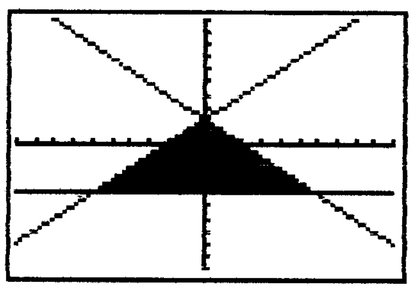
b) $y \le x + 2$ et $y \le -x + 2$ et $y \ge -4$

Si la méthode 2 est utilisée, on doit entrer $Y_1 = x + 2$, $Y_2 = -x + 2$, $Y_3 = -4$, déplacer le curseur à la gauche de Y_1 et appuyer sur ENTER trois fois. On doit ensuite faire les mêmes opérations pour Y_2, et appuyer sur ENTER deux fois pour Y_3, une fois que le curseur est situé à la gauche de Y_3. Puis, il suffit d'appuyer sur GRAPH et la figure apparaît. La figure de droite résulte de l'enregistrement des icônes opposées à celles utilisées pour obtenir la figure de gauche. Il est peut-être plus facile de voir que la zone qui répond aux trois inégalités est la zone en blanc.





Si la méthode 1 est utilisée, on doit introduire des **opérateurs booléens** dans le menu Test. On doit ensuite ajouter une autre fonction $Y_4 = Y_1 * (Y_1 \le Y_2) + Y_2 * (Y_2 < Y_1)$. N'oubliez pas que si une inégalité est **véritable**, la valeur **1** est multipliée par la fonction et que si elle est **fausse**, la valeur **0** est utilisée. Le signe de multiplication (*) est utilisé pour que la fonction ne soit pas calculée comme une composition de fonctions. Ensuite, entrez SHADE (Y_3, Y_4) pour obtenir un ombrage solide.



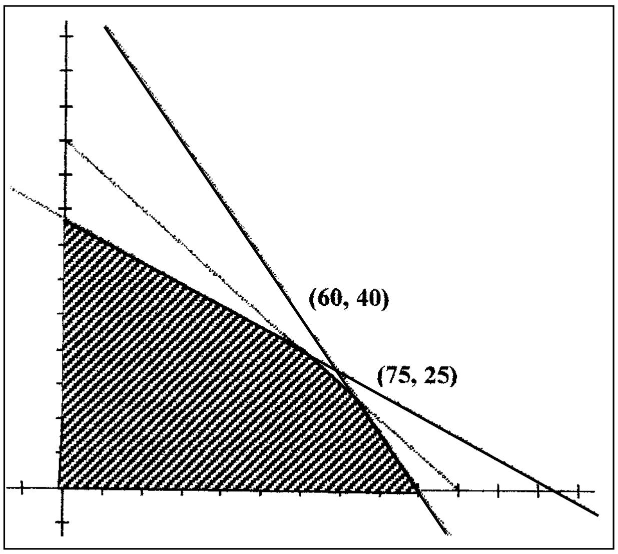
Autre exemple, supposons que $Y_1 \ge x + 2$ et que $Y_2 \ge -x + 2$. Si la fonction d'ombrage est utilisée, des efforts supplémentaires seront requis. N'oubliez pas que Shade (Y_2, Y_1) ombre les points au-dessus de Y_2 et en-dessous de Y_1. Toutefois, les points au-dessus de Y_2 et au-dessus Y_1 doivent être ombrés. Lorsqu'on utilise la fonction d'ombrage pour ce faire, une troisième fonction est créée.
$Y_3 = Y_2 * (Y_1 \le Y_2) + Y_2 * (Y_2 < Y_1)$ et une quatrième fonction, $Y_4 = 10$. Entrez ces quatre fonctions et appuyez sur Shade (Y_3, Y_4) pour obtenir un ombrage plein.

Annexe D-2

Solutions des problèmes supplémentaires de programmation linéaire

Problème 1

Céréale	Surface d'ensemencement	Coût des semences	Main-d'oeuvre	Revenu
Avoine	x	$5x$	$20x$	$220x$
Blé	y	$8y$	$12y$	$250y$



Contraintes : $x + y \leq 100$ $5x + 8y \leq 620$ $20x + 12y \leq 1\ 800$

Revenu $= 220x + 250y$

Sommets de la zone réalisable	Revenu
(0, 77)	19 250
(60, 40)	23 200
(75, 25)	22 750
(90, 0)	19 800

Par conséquent, il est préférable de cultiver 60 hectares d'avoine et 40 hectares de blé pour obtenir des revenus maximaux de 23 200 $.

Problème 2

	Nº	Grains d'ibuprofène	Grains de sucre	Grains de caféine
Capsule régulière	$1x$	$2x$	$5x$	$1x$
Capsule extra	$1y$	$1y$	$8y$	$6y$
		≥ 12	≥ 74	≥ 24

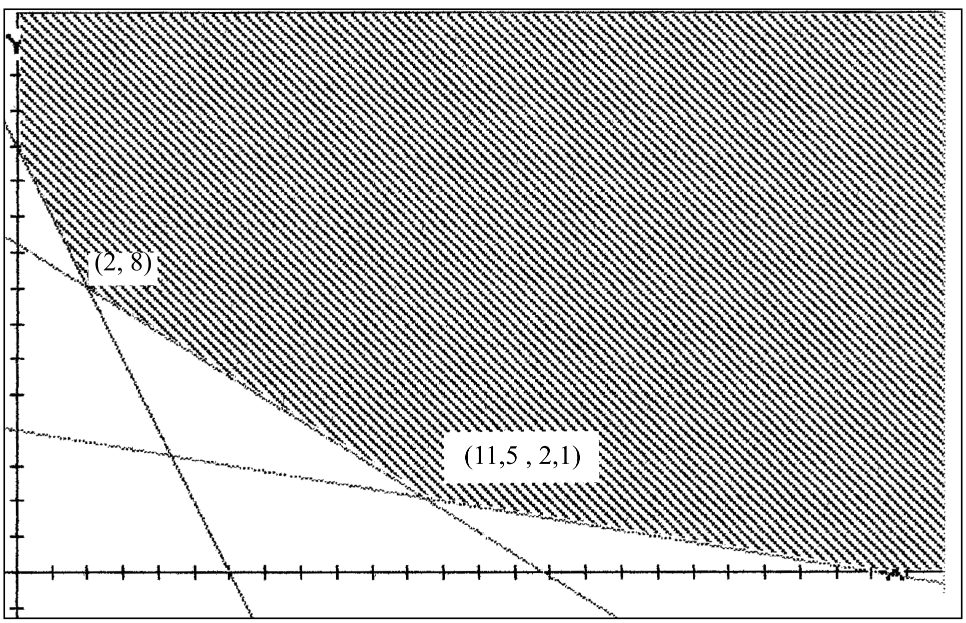
Contraintes

$x \geq 0, \quad y \geq 0$

$2x + y \geq 12 \quad \rightarrow \quad y \geq 12 - 2x$

$5x + 8y \geq 74 \quad \rightarrow \quad y \geq \dfrac{(-5x + 74)}{8}$

$x + 6y \geq 24 \quad \rightarrow \quad y \geq \dfrac{(-x + 24)}{6}$



Sommets	$x + y$	Nombre de capsules
(0, 12)	0 + 12	12
(2, 8)	2 + 8	10
(11,5 , 2,1)	12 + 3	15
(24, 0)	24 + 0	24

Le nombre minimal de capsules requises est de 2 capsules régulières et de 8 capsules extra.

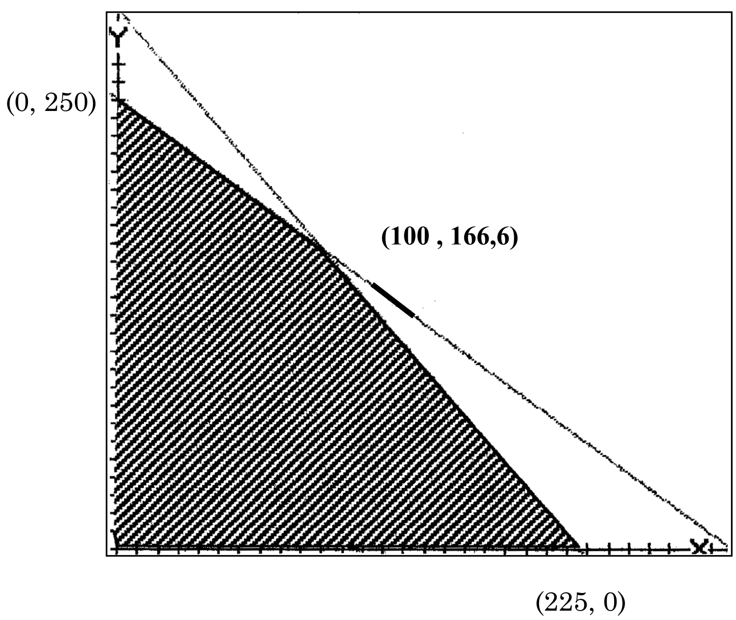
Problème 3

	Nbre de poupées	Coût	Temps de main-d'œuvre
Belleville	x	$5x$	$4x$
Neuville	y	$6y$	$3y$
		$\leq$ 1 500	$\leq$ 900

Contraintes

1. $5x + 6y \leq 1\,500 \quad \rightarrow \quad y \leq \dfrac{(-5x + 1\,500)}{6}$
2. $4x + 3y \leq 900 \quad \rightarrow \quad y \leq \dfrac{(-4x + 900)}{3}$

Sommets de la zone réalisable	$x + y$	Nbre de poupées/semaine
(0, 250)	0 + 250	250
*(100 , 166,7)	100 + 166*	266*
(225, 0)	225 + 0	225



Problème 4

Tablette de chocolat	N^{bre} de boîtes	Temps de mélange	Temps de cuisson	Temps d'emballage	Profit
Ergies	x	$1x$	$5x$	$3x$	$0,4x$
Nergies	y	$2y$	$4y$	$1y$	$0,5y$
Contraintes	$x \geq 0$, $y \geq 0$	$x + 2y \leq 720$	$5x + 4y \leq 1800$	$3x + y \leq 900$	$0,4x + 0,5y$

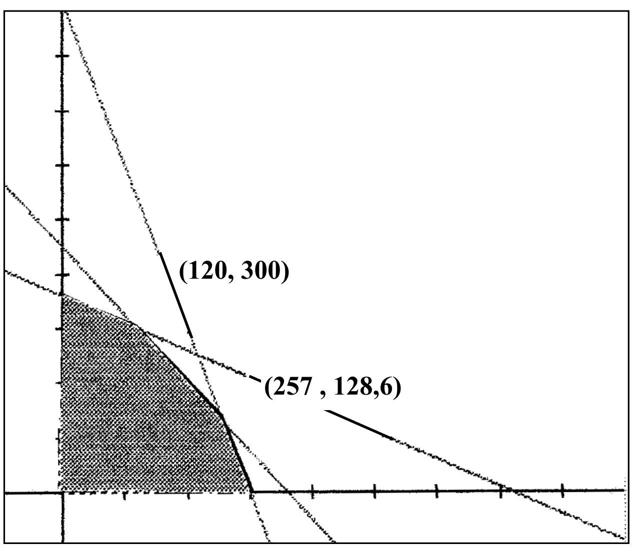
Les coordonnées des sommets de la zone ombrée sont les suivantes :

Sommets de la zone réalisable	Profit
(0, 360)	180 $
(120, 300)	198 $
(257,14 , 128,57)	167,10 $
(300, 0)	120 $
(0, 0)	0 $

Le profit P est défini par l'équation : $P = 0,40x + 0,50y$.

Il semble évident qu'au point (120, 300), on obtient un profit maximal. Donc, 120 boîtes d'Ergies et 300 boîtes de Nergies devraient être vendues.

Vous remarquerez que les inégalités utilisées étaient $x \geq 0$, $y \geq 0$, $x + 2y \leq 720$, $5x + 4y \leq 1\,800$ et $3x + y \leq 900$.



Problème 5

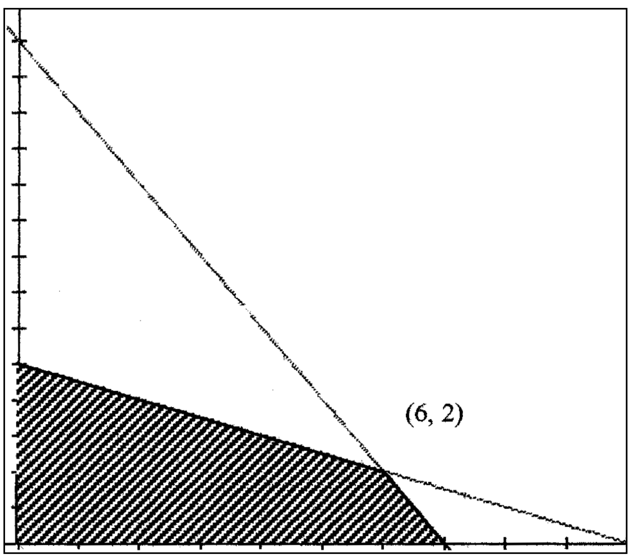
	N^{bre} de boîtes	Viande	Céréales	Revenu
Marque X	x	x	$2x$	$2x$
Marque Y	y	$2y$	y	$3y$
		≤ 10	≤ 14	

Contraintes

$x \geq 0, \; y \geq 0$

$x + 2y \leq 10 \quad \rightarrow \quad y \leq \dfrac{(-x+10)}{2}$

$2x + y \leq 14 \quad \rightarrow \quad y \leq -2x + 14$



Sommets	$2x + 3y$	Profit
(0, 5)	2(0) + 3(5)	15 $
(6, 2)	2(6) + 3(2)	18 $
(7, 0)	2(7) + 3(0)	14 $

Pour maximiser les profits, ils devraient produire 6 boîtes de la marque X et 2 boîtes de la marque Y.

Problème 6

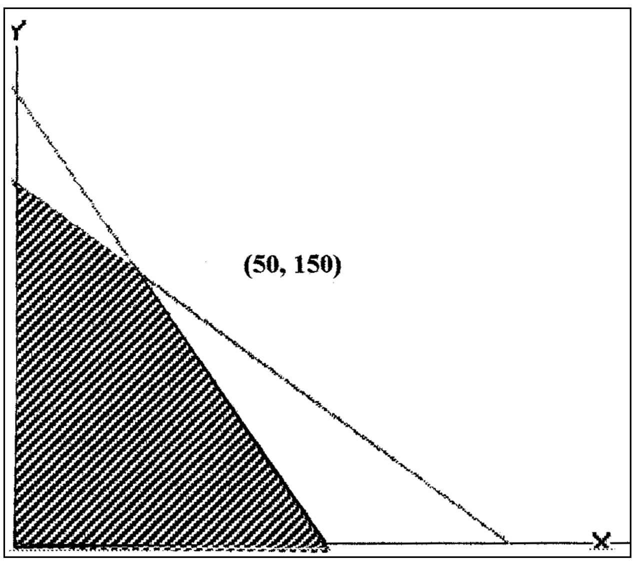
	Nombre	N^{bre} dans le restaurant	Profits
Clients commerciaux	x	$0{,}4x$	$4{,}5x$
Clients réguliers	y	$0{,}2y$	$3{,}5y$
	≤ 200	≤ 50	$4{,}5x + 3{,}5y$

Contraintes

$x \geq 0, \quad y \geq 0$

$x + y \leq 200 \quad \rightarrow \quad y \leq 200 - x$

$0{,}4x + 0{,}2y \leq 50 \quad \rightarrow \quad y \geq \dfrac{(-0{,}4x + 50)}{0{,}2}$



Sommets	$4{,}5x + 3{,}5y$	Profits
(0, 200)	4,5(0) + 3,5(200)	700 $
(50, 150)	4,5(50) + 3,5(150)	750 $
(125, 0)	4,5(125) + 3,5(0)	562,50 $

50 clients commerciaux et 150 clients réguliers produisent des profits maximaux de 750 $.

Problème 7

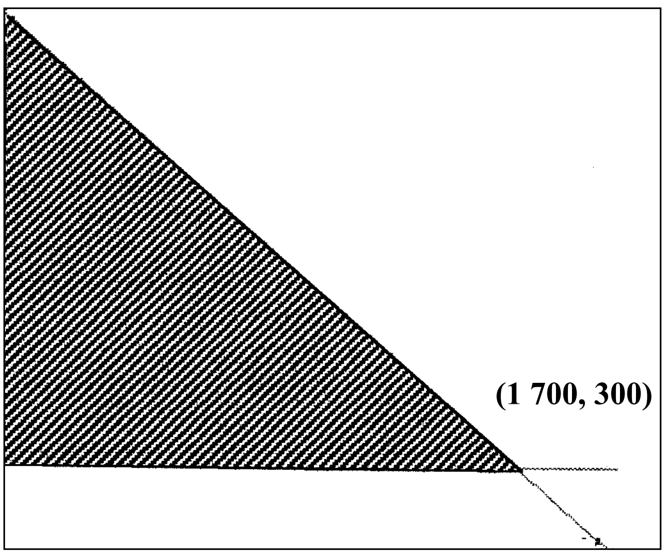
Types de ballons	N^{bre} de chaque ballon	Profits
Éléphant	x	$3x$
Canard	y	$2y$
	$\leq 2\ 000$	$3x + 2y$

Contraintes

$x \geq 0$, $y \geq 0$

$x + y \leq 2\ 000$

$y \geq 300$



Sommets	$3x + 2y$	Profit
(0, 2 000)	3(0) + 2(2 000)	4 000 $
(1 700, 300)	3(1 700) + 2(300)	5 700 $
(0, 300)	3(0) + 2(300)	600 $

Un total de 1 700 éléphants et de 300 canards produira des profits maximaux de 5 700 $.

Problème 8

Fournisseur	N^{bre} de litres	Diesel	Essence	Huile	Coût
ABC	x	$130x$	$36x$	$4x$	$50x$
RCJ	y	$65y$	$54y$	$12y$	$62{,}50y$
		≥ 650	≥ 324	≥ 48	

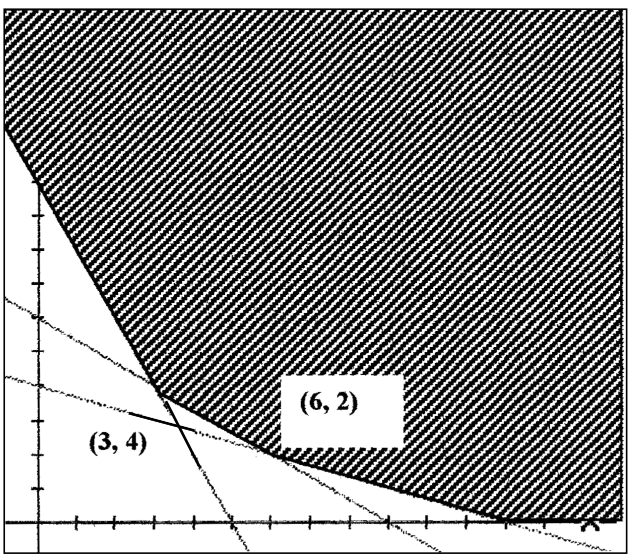
Contraintes

$x \geq 0,\quad y \geq 0$

$130x + 65y \geq 650$

$36x + 54y \geq 480$

$4x + 12y \geq 324$



Sommets	$50x + 62{,}52y$	Profits
(0, 0)	50(0) + 62,5(10)	625 $
(3, 4)	50(3) + 62,5(4)	400 $
(6, 2)	50(6) + 62,5(2)	425 $
(12, 0)	50(12) + 62,5(0)	600 $

Afin de minimiser les coûts, l'entreprise de camionnage devrait commander 3 unités de ABC et 4 unités de RCJ.

Annexe D-3

Coupures de presse

Bande dessinée Garfield

The Index Journal, Greenwood, SC 29646, 18 juin 1997
Article soumis par Susan R. Patterson
Erskine College, Due West, SC 29639

Questions sur les coupures de presse

Garfield

1. Quelle est la fraction de la journée pendant laquelle Garfield dort?
2. Quel est le pourcentage de la journée pendant lequel Garfield dort?
3. Utilisez la bande dessinée pour déterminer l'âge de Garfield.
4. Quel âge aurait Garfield s'il avait dormi pendant 12 ans seulement?
5. Lorsque Garfield avait douze ans, pendant combien de temps avait-il dormi?
6. Combien d'heures par jour dormez-vous? Quel âge aurez-vous lorsque vous aurez dormi pendant 14 ans et trois mois?
7. Si vous aviez 14 ans et trois mois, pendant combien de temps auriez-vous dormi?

Questions sur les coupures de presse : extraites de Media Clips, publié par Dorothy Wood, *Mathematics Teacher* (91,5), National Council of Teachers of Mathematics, mai 1998. Utilisation autorisée.

Réponses aux questions sur les coupures de presse

Garfield

1. $\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$

2. $\frac{18}{24} = 75\%$

3. ***Nota :*** Les élèves peuvent utiliser des pourcentages ou des proportions pour résoudre ce problème. La comparaison des procédés utilisés peut donner lieu à une discussion intéressante.

   Si x équivaut à l'âge de Garfield, 75 % de son âge est 14 ans et trois mois; $0{,}75x = 14{,}25$; et $x = 19$ ans. Assez vieux pour un chat! Une autre solution possible :

$$\frac{18}{24} = \frac{14{,}25}{x}$$

   D'autres procédés sont possibles.

4. Puisque $(3/4)x = 12$, Garfield avait 16 ans.

5. Puisque $(3/4) \cdot 12 = 9$, Garfield avait dormi pendant neuf ans.

6. Les réponses peuvent varier. Si un élève dort en moyenne n heures par nuit et qu'il est âgé de x ans,

$$\frac{n}{24} = \frac{14{,}25}{x},\ nx = 342$$

7. Les réponses peuvent varier. Le nombre d'années de sommeil équivaut à $(n/24)(14{,}25)$.

Réponses sur les coupures de presse : extraites de Media Clips, publié par Dorothy Wood, *Mathematics Teacher* (91,5), National Council of Teachers of Mathematics, mai 1998. Utilisation autorisée.

Coupures de presse

Annexe D-4

Sprague aura encore deux chances de briser le record du lancer du poids

The Register Guard, 6 février 1997
Article soumis par Douglas Hintz
Eugene, OR 97402

Notes préalables : Un athlète junior de South Eugene atteint la marque surprenante de 61-9 à la compétition intérieure de lancer du poids qui se déroulait à Eugene.

Même si on ne lui a pas accordé la distance totale de son lancer lors de la compétition intérieure qui se déroulait à Eugene samedi dernier, Chris Sprague, de South Eugene, aura deux autres chances de briser le record du lancer du poids intérieur cet hiver.

Le lancer du poids de 12 livres de Sprague a atteint le dessus d'une section de contreplaqué de 4 pieds qui protège le mur à l'extrémité de la zone de lancer du poids. La distance maximale est de 61-9.

Sprague lui-même a été surpris par ce lancer.

. . .

Lorsqu'il était élève de deuxième année la saison dernière, Sprague avait lancé le poids à 63-3 ½ aux Olympiques juniors nationaux, brisant ainsi le record 4A de l'État, ainsi que le record des étudiants de deuxième et de première année de l'État.

Ses résultats de l'été le placent aussi au 14e rang de la liste nationale et au troisième rang des athlètes encore en compétition cette année.

Parmi les records que Sprague pourrait briser cet hiver se trouve le record national intérieur des écoles secondaires pour un junior, soit 67-0, établi par Jesse Stewart en 1969.

Le record extérieur de l'État est détenu par Curt Denny, de Burns, qui avait établi la marque de 64-9 ½ en 1975. Le record extérieur national est bien supérieur; il s'agit de la marque de 81-3 ½, qui a été établie par Michael Carter, qui s'est ensuite joint à l'équipe de football des 49ers de San Francisco.

Un article déjà paru indiquait que Chris Sprague mesure 6 pieds 0 pouce et pèse 285 livres.

Au lancer du poids, le pied de l'athlète peut s'appuyer contre la planche au sol, mais le pied ne doit jamais dépasser la planche ni toucher le dessus de la planche.

Questions sur les coupures de presse

Sprague aura encore deux chances de briser le record du lancer du poids.

1. Tracez le trajet dans les airs du lancer de Sprague. Décrivez la forme et expliquez pourquoi vous avez choisi cette forme.

2. Vous savez peut-être que les objets lancés suivent habituellement une trajectoire parabolique conformément à l'équation $h = -16t^2 + v_0t + h_0$, alors que h correspond à la hauteur instantanée, t au temps écoulé en secondes, v_0 à la vélocité d'origine en pieds par seconde et h_0 à la hauteur d'origine en pieds.
   a) Ce modèle représente-t-il un bon choix? Expliquez pourquoi.
   b) L'équation de la parabole générale est $y = ax^2 + bx + c$. Ce modèle représente-t-il un bon choix?
   c) Quelles variables x et y représenteraient-elles?

3. Intégrez un système de coordonnées à votre dessin.
   a) Quel serait votre choix quant aux axes d'abscisse et d'ordonnée à l'origine?
   b) En utilisant les données de l'article, indiquez quelles sont les paires ordonnées pour la distance et la hauteur du lancer.
   c) Identifiez ces points sur le dessin.

4. Utilisez la question $y = ax^2 + bx + c$ pour le modèle choisi.
   a) Si vous avez une calculatrice TI-83 ou une autre calculatrice graphique, entrez les points des données dans une liste de statistiques et choisissez QuadReg du menu $\boxed{\text{STAT}}$ [CALC] ou l'équivalent. Que se passe-t-il?

      Expliquez pourquoi.
   b) Si vous n'avez pas de calculatrice graphique, expliquez ce qui devrait se passer.

5. D'après votre dessin, estimez le point le plus élevé atteint par le lancer.
   a) Quelles sont les coordonnées de ce point?
   b) Ajoutez ce nouveau point aux deux autres points que vous avez déjà et entrez ces données dans la liste des statistiques de votre calculatrice TI-83. Sélectionnez QuadReg. Cette fois, que se passe-t-il? Pourquoi?
   c) Si vous n'avez pas de calculatrice graphique, utilisez vos données pour créer trois équations de trois valeurs inconnues et déterminez les valeurs de a, b, et c dans $y = ax^2 + bx + c$.

6. Utilisez vos équations pour estimer la distance totale du lancer s'il n'avait pas frappé le mur de contreplaqué.
   a) Comparez votre estimation avec celles des autres élèves.
   b) Décrivez des limites raisonnables.

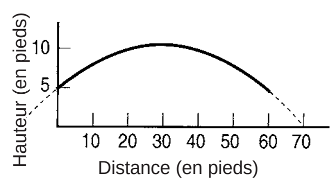
Questions sur les coupures de presse : extraites de Media Clips, publié par Dorothy Wood, *Mathematics Teacher* (91,2), National Council of Teachers of Mathematics, février 1998. Utilisation autorisée.

Réponses aux questions sur les coupures de presse

Sprague aura encore deux chances de briser le record du lancer du poids

1. Les dessins peuvent varier. Ils devraient représenter une parabole : dès la hauteur des épaules, de 5 à 6 pieds du sol pour Sprague, puis frappant le dessus du mur de 4 pieds à une distance de 61 pieds 9 pouces.

Trajet du lancer de Sprague



2. a) Non. Le modèle selon lequel la hauteur est une fonction du temps n'est pas utile parce que les données concernant le temps sont inconnues.
   b) La hauteur en tant que fonction du temps et en tant que fonction de la distance correspond à une fonction quadratique puisque la distance horizontale est proportionnelle au temps écoulé.
   c) La valeur x représente la distance horizontale parcourue par le lancer, et la valeur y représente la hauteur du lancer sur une distance horizontale en particulier.

3. a) L'axe des y peut être représenté par une droite verticale au point de lâcher du poids. L'axe des x peut être représenté par une droite horizontale au niveau du sol. L'axe des x pourrait aussi être représenté par une droite horizontale suivant l'angle du bras tendu de Sprague immédiatement avant le lâcher du poids. Les emplacements choisis pour les axes peuvent donner lieu à une discussion intéressante en classe.
   b) Voici deux des réponses possibles :
      1) L'ordonnée à l'origine correspond au point de lâcher du poids. Sprague mesure 6 pieds 0 pouces, donc (0, 5) pourrait correspondre au point de lâcher du poids au niveau de l'épaule, laissant ainsi une distance d'un pied entre l'épaule et le dessus de la tête. Le poids a parcouru 61 pieds et 9 pouces avant de frapper le dessus du mur de 4 pieds. Le deuxième point de donnée est donc (61,75; 4). Les élèves mentionneront peut-être que les autres nombres sont approximatifs et ils recommanderont peut-être que les chiffres soient arrondis à (62, 4), ce qui est raisonnable.
      2) Si l'axe des x représente le sol et que l'axe des y représente une droite verticale à partir de la planche d'appui, la main de Sprague au lâcher serait placée à environ 2,5 pieds sur l'axe des x. La hauteur pourrait être d'environ 6,5 pieds. Les deux points de données seraient (2,5; 6,5) et (61,75; 4).

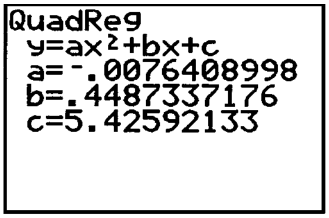
4. La calculatrice affiche un message d'erreur. Dans ce cas, trois points sont requis pour déterminer une parabole. À partir de deux points, un nombre infini de paraboles sont possibles.

5. a) Le point le plus élevé devrait être rapproché du milieu de la parabole, un peu plus près de Sprague que le mur de contreplaqué. La valeur x pourrait être située entre 26 et 30, et la valeur y pourrait être située entre 10 et 14. Sur le dessin présenté, (28, 10) sont les coordonnées du point le plus élevé.

Réponse s sur les coupures de presse : extraites de Media Clips, publié par Dorothy Wood, *Mathematics Teacher* (91,2), National Council of Teachers of Mathematics, février 1998. Utilisation autorisée.

5. b) et c) Deux réponses sont possibles. Une en utilisant la calculatrice graphique, la seconde à l'aide du travail illustré.

   1) Points de données : (2,5; 6,5), (28, 12), (61,75; 4)
      Équation : $y = -0{,}007\ 64x^2 + 0{,}449x + 5{,}42$

   2) Points de données : (0, 5), (28, 10), (62, 4)
      Trois équations de trois valeurs inconnues :

$$5 = a(0) + b(0) + c \quad \therefore c = 5$$

$$10 = a(28)^2 + b(28) + c$$

$$4 = a(62)^2 + b(62) + c$$

$$784a + 28b = 5$$

$$3\ 844a + 62b = -1$$

$$48\ 608a + 1\ 736b = 310$$

$$107\ 632a + 1\ 736b = -28$$

$$59\ 024a = -338$$

$$a = -0{,}005\ 73$$

   En utilisant la substitution,

$$784(-0{,}00573) + 28b = 5$$

$$b = 0{,}339.$$

   l'équation est la suivante :

$$y = -0{,}005\ 73x^2 + 0{,}339x + 5.$$

6. a) La hauteur correspondra à zéro sur le graphique à deux points. Un point est associé à une valeur x négative, ce qui n'a pas de signification dans cette situation. L'autre point correspond à la distance à laquelle le poids frappe le sol. Le zéro significatif de la solution de la calculatrice est environ 69 pieds. En utilisant la formule quadratique pour la deuxième solution, on obtient un résultat de 72 pieds. Les réponses peuvent varier.

   b) Bien entendu, la limite inférieure est supérieure à 61 pieds 9 pouces, et les élèves ont tendance à choisir des nombres près de 65 en raison du lancer précédent de 63-3 ½ de Sprague. Les limites supérieures raisonnables se situent aux environs de 75, même si certains élèves pourraient vouloir utiliser des nombres plus élevés en raison du lancer record de 81-3 ½ de Michael Carter.

      ***Nota* :** On peut aussi établir une fonction en estimant l'endroit où le lancer aurait touché le sol, disons à 65 pieds, si le mur n'avait pas arrêté le poids. L'équation pourrait être rédigée en utilisant trois points. La hauteur maximale pourrait être déterminée pour cette équation. Les deux processus sont fondés sur des estimations.

Unité E
Budgets et placements

BUDGETS ET PLACEMENTS

L'unité Budgets et placements est la deuxième de deux unités du cours *Mathématiques appliquées secondaire 3* traitant de sujets touchant les finances personnelles.

Les résultats d'apprentissage prévus sont les suivants :

- résolution de problèmes budgétaires;
- résolution de problèmes de placement et de crédit reliés à l'intérêt simple et composé;
- graphique et description des données sous forme exponentielle à l'aide des échelles appropriées.

Pratiques d'enseignement

La partie de ce module traitant du budget permet aux élèves de faire seuls des recherches sur le coût de la vie. Les élèves devraient discuter des questions budgétaires avec leur famille afin de mieux comprendre les choix difficiles qu'il faut parfois faire pour « joindre les deux bouts ».

Les enseignants peuvent choisir de tenir une discussion de groupe sur les principes fondamentaux du budget. Ensuite, les élèves devraient établir un modèle de feuille de calcul fondé sur l'exemple. Ce modèle peut être utilisé pour répondre aux questions sur le budget.

Pour l'examen des problèmes de placement et de crédit, les élèves peuvent effectuer des recherches sur des sujets spécifiques, ou des experts de l'extérieur peuvent venir en classe pour donner des renseignements supplémentaires sur le sujet.

Projets

L'enseignant devrait se servir des projets tirés de ce document, du document *Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Exercices* ou d'autres ressources textuelles.

Matériel d'enseignement

- ordinateur
- tableur
- calculatrice graphique

Durée

15 heures

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE

Résultat général

Résoudre des problèmes relatifs à la consommation à l'aide d'opérations arithmétiques.

Résultats spécifiques

E-1 Résoudre des problèmes de budget à l'aide de graphiques et de tableaux servant à communiquer les solutions définies.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Le budget peut être défini comme un plan de dépense pour votre argent. Il s'agit d'un plan financier qui aide les gens et les entreprises à gérer leurs dépenses en tenant compte de leurs revenus totaux.

- **Résoudre des problèmes reliés au budget.**

Exemple 1

Discutez avec les élèves de l'importance d'établir un budget à l'aide des procédés suivants afin de lancer une discussion de groupe sur l'établissement d'un budget.

L'établissement d'un budget est important pour les raisons suivantes :

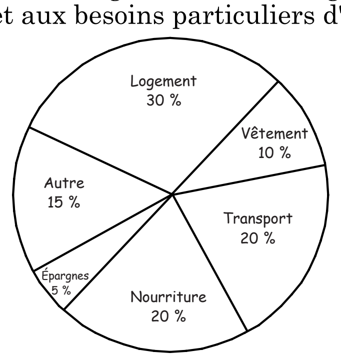
- cela vous permet d'acheter ce dont vous avez besoin et ce que vous désirez en respectant les limites de votre revenu;
- vous saurez où votre argent est dépensé;
- cela diminue vos inquiétudes au sujet de l'argent;
- cela vous permet de contrôler vos dépenses;
- vous serez prêt à affronter les dépenses lorsqu'elles se présenteront;
- cela vous donne de la confiance en vos capacités de gérer votre argent.

Insistez sur le fait que l'établissement d'un budget n'est pas une punition. Si une personne gère ses finances de manière intelligente, elle peut en réalité avoir une plus grande liberté financière.

Exemple 2

Discutez avec les élèves des niveaux de dépense recommandés. Ce qui suit est une des recommandations possibles.

Des experts en budgets ont établi des niveaux recommandés de dépense pour les diverses catégories de dépense des consommateurs. Le graphique circulaire ci-dessous ne fournit que des directives générales. Le budget doit répondre aux objectifs et aux besoins particuliers d'une personne.



— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Les élèves devraient lire les coupures de presse et répondre aux questions présentées à la fin de cette unité (voir les annexes E-3 et E-4).

Entrées dans le journal

Les élèves devraient pouvoir répondre aux questions sur l'importance de l'établissement d'un budget.

Par exemple :

1. Pourquoi votre famille établit-elle ou n'établit-elle pas un budget?
2. Selon vous, quels sont les principaux avantages d'établir un budget?
3. Quels sont les principaux obstacles pour l'établissement d'un budget familial efficace?
4. Après avoir discuté de l'établissement d'un budget avec vos parents, quelles recommandations feriez-vous à une personne qui désire préparer un budget pour la première fois?

Problème

À l'aide du graphique des niveaux de dépense recommandés, déterminez les montants consacrés aux dépenses des différentes catégories pour les consommateurs ayant les revenus suivants :

a) Revenu de 1 000 $ par mois
b) Revenu de 1 500 $ par mois
c) Revenu de 2 000 $ par mois
d) Revenu de 3 000 $ par mois

Cet exercice devrait engendrer une discussion sur les choix qu'il faut parfois faire et sur le fait que nous ne pouvons pas toujours nous procurer ce que nous désirons lorsque nous commençons à voler de nos propres ailes.

Projet

Les élèves doivent examiner le coût de la vie dans leur région. Ils doivent examiner les journaux pour déterminer les coûts de location d'un logement ou les coûts d'achat d'une maison. Ils peuvent aussi vérifier les coûts de la nourriture en se rendant au supermarché.

NOTES

Ressources imprimées

Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Exercices – Supplément au programme d'études, Éducation et Formation professionnelle Manitoba

Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Cours destiné à l'enseignement à distance, Éducation et Formation professionnelle Manitoba.
— Module 5, Leçon 4

Multimédia

Logiciels de gestion financière
Quicken

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

E-1 Résoudre des problèmes de budget à l'aide de graphiques et de tableaux servant à communiquer les solutions définies.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Résoudre des problèmes reliés au budget. (suite)**

Exemple 2 — suite

Les conseillers financiers conseillent aux gens de se payer d'abord, c'est-à-dire de consacrer de 5 à 10 % de leur paie nette ou de leurs revenus nets aux épargnes, que ce soit dans un REÉR ou dans d'autres véhicules de placement comme les fonds mutuels. Une fois qu'ils se sont payés, ils peuvent utiliser le reste de leurs revenus nets pour leurs dépenses.

Remarques sur le graphique :

Logement — 30 %

- On considère que 30 % du revenu net constitue un niveau de dépense raisonnable pour les coûts totaux de logement.
- Les coûts totaux de logement comprennent tous les coûts relatifs à l'hébergement, y compris les frais de location et les paiements hypothécaires, les services publics, les frais d'entretien et de réparation, les impôts, etc.
- Un budget allouant plus de 30 % du revenu aux coûts de logement peut placer une famille en difficulté financière.

> Remettez l'annexe E-1 aux élèves afin de lancer une discussion sur l'établissement d'un budget.
>
> Mettez l'accent sur les aspects positifs de l'établissement d'un budget. Expliquez que les gens qui savent où va leur argent sont plus aptes à prendre des décisions financières qui auront un effet positif à long terme sur leurs finances.
>
> Expliquez aussi aux élèves que lorsqu'une famille ne peut plus respecter son budget, elle cesse habituellement d'épargner et que cela l'empêche d'atteindre ses objectifs. Le budget doit être examiné en entier, et il faut alors déterminer les dépenses qui doivent être réduites. Le modèle de budget permettra aux élèves d'examiner plusieurs scénarios possibles.

Projet

Les élèves devraient préparer une feuille de calcul de budget en utilisant le formulaire de l'Annexe E-2 comme modèle. Ce modèle peut ensuite être utilisé pour répondre aux questions posées sur le budget dans le cours *Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Exercices – Supplément au programme d'études*.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Projets

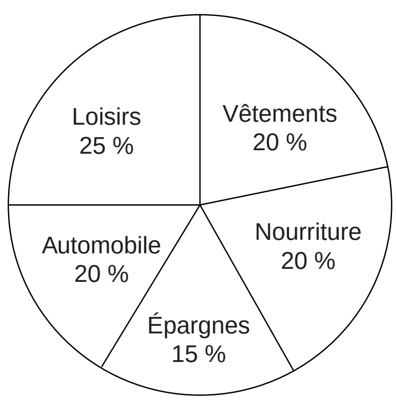
1. Déterminez le coût d'utilisation d'une automobile par année. Vous devez décider de quelle manière les coûts doivent être classés, comment les données doivent être recueillies et comment les résultats doivent être divulgués.

2. En tant que projet, préparez un budget mensuel pour un des choix suivants :
   a) une famille;
   b) une personne en particulier, par exemple Wayne Gretzky;
   c) une école;
   d) des vacances;
   e) un voyage de pêche/de chasse/d'emplettes;
   f) une municipalité.

Problème

Le diagramme ci-dessous illustre le budget mensuel de Julie, qui est de 1 200 $. Elle veut déménager dans son propre logement, qui lui coûtera 450 $ par mois. Établissez un nouveau budget qui comprendra son loyer. Expliquez les choix et les changements que Julie devra faire.

Budget mensuel de Julie



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

E-2 Résoudre des problèmes de placement et de crédit reliés à l'intérêt simple et composé.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Calculer l'intérêt simple au moyen de la formule *I* = *CTD*.**

> Les institutions financières empruntent et prêtent de l'argent. Lorsque vous investissez dans une institution financière, vous lui prêtez de l'argent pour une certaine période. L'institution financière prête votre argent aux personnes qui en ont besoin. Ces personnes doivent payer de l'intérêt sur l'argent qu'elles empruntent. Le taux d'intérêt appliqué à l'argent que ces personnes empruntent est supérieur au taux d'intérêt que vous accorde l'institution pour l'argent que vous investissez.
>
> La formule mathématique de calcul de l'**intérêt simple** est $I = CTD$, alors que
>
> I = intérêt
>
> C = capital ou valeur courante, qui équivaut au montant investi ou emprunté
>
> T = taux d'intérêt annuel
>
> D = durée en années
>
> Nota : La durée doit toujours être indiquée en années. Si la valeur *d* est indiquée en mois, il faudra diviser par 12 et si elle est indiquée en jours, il faudra diviser par 365.
>
> **Valeur = capital + intérêt**
>
> $\therefore V = C + CTD$

Les élèves seront en mesure de calculer l'intérêt, le capital, le taux ou la durée du placement ou du prêt en utilisant la formule d'intérêt simple : $I = CTD$

Exemple 1

Quel intérêt une personne réalisera-t-elle si elle investit 6 000 $ pour une durée de 150 jours à un taux d'intérêt de 9,5 %?

Solution

$I = CTD$

$I = 6\ 000 \times 9{,}5\ \% \times \frac{150}{365}$

$I = 234{,}25\ \$\ \text{(au cent près)}$

— *suite*

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Problèmes

1. Le CPG de Julien produit un intérêt simple de 5 %. Quel sera l'intérêt réalisé par Julien s'il dépose 2 000 $ pour un an dans son compte? Quel sera le solde de ce compte à la fin de l'année?
2. Le compte dans lequel Lina dépose son argent produit un intérêt simple annuel de 5 ¼ %. Quel intérêt réalisera-t-elle si elle dépose 3 000 $ dans le compte pour une période de six mois? Quel sera le solde de ce compte à la fin de cette période?
3. Maurice a réalisé 12 $ d'intérêt sur un montant de 200 $ déposé dans son compte il y a un an. Quel était le taux d'intérêt de ce compte?
4. Une personne pense acheter une téléviseur à écran géant d'un montant de 4 000 $. Le vendeur l'informe que le prix total sera réduit de 100 $ si la facture totale est payée immédiatement plutôt que d'être répartie sur plusieurs paiements. Puisque la personne en question recevra son remboursement d'impôt dans environ 30 jours, calculez le montant qu'elle peut épargner si elle emprunte l'argent pour une période de 30 jours à un taux de 10 % pour payer la totalité de la facture.
5. Une personne a emprunté 9 000 $ d'un associé d'affaires. Trois mois plus tard, le prêt est remboursé par un chèque de 9 337,50 $. Quel était le taux d'intérêt applicable?
6. Un élève du secondaire désire acheter un véhicule usagé. Cet élève contracte un prêt personnel d'une durée de 10 mois pour acheter le véhicule usagé. Le taux d'intérêt du prêt est de 12 % par année. Si l'élève a payé 325 $ en frais d'intérêt sur le prêt, quel était le montant du prêt?
7. En combien de mois un dépôt de 4 000 $ produira-t-il 160 $ d'intérêt à un taux de 16 % par année?

Enquête

Vous pouvez utiliser cette section pour demander aux élèves de produire un rapport financier qui indique l'intérêt. Par exemple, les élèves pourraient faire des recherches sur l'obtention d'un prêt automobile à l'aide des directives suivantes :

- établissez la demande de crédit;
- comparez des taux d'intérêt différents facturés par les diverses agences de prêt;
- recherchez un véhicule dans un journal ou une revue d'automobiles à vendre;
- déterminez les paiements mensuels requis pour les différentes périodes d'amortissement.

NOTES

Ressources imprimées

Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Cours destiné à l'enseignement à distance, Éducation et Formation professionnelle Manitoba — Module 5, Leçon 3

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

E-2 Résoudre des problèmes de placement et de crédit reliés à l'intérêt simple et composé.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Calculer l'intérêt simple au moyen de la formule *I = CTD*. (suite)**

Exemple 2

Une personne réalise 178,50 $ d'intérêt en investissant un montant pour une durée de six mois à un taux d'intérêt de 10,5 % par année. Quel est le montant investi?

Solution

$I = CTD$

$C = \dfrac{I}{TD}$ manipulation algébrique

$C = \dfrac{178,50}{0,105 \times 6/12}$

$C = \dfrac{178,50}{0,052\,5}$

$C = 3\,400,00$ $

Exemple 3

À quel taux annuel un montant de 650 $ produira-t-il des intérêts de 8 $ en 75 jours?

Solution

$I = CTD$

$T = \dfrac{I}{CD}$ manipulation algébrique

$T = \dfrac{8,00}{650 \times 75/365}$

$T = \dfrac{8,00}{133,56}$

$T = 0,599$ ou 6 % (arrondi)

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Suzanne aimerait déposer son remboursement d'impôt dans un compte produisant 6 % d'intérêt composé mensuellement. Elle désire retirer son argent après 5 mois. Si son remboursement est de 389 $, quel sera le solde dans le compte à la fin de cette période?

2. Un déposant avait un dépôt de 10 000 $ dans une banque qui prévoyait un taux d'intérêt annuel et composé semestriellement de 5 %. Quel serait le montant d'intérêt supplémentaire réalisé par le déposant pendant la première année si la banque avait composé l'intérêt trimestriellement plutôt que semestriellement?

3. Le grand-parent d'un nouveau-né décide d'investir 5 000 $ dans un CPG qui produit un taux d'intérêt composé semestriellement de 6 %. Quel montant global l'enfant recevra-t-il à l'âge de 21 ans (en supposant une durée d'investissement totale de 21 ans)?

Enquête

Les élèves doivent faire une recherche sur les options de placement comme les REÉR et examiner des facteurs comme ceux qui suivent :

- accumulation non imposable;
- impact produit par des taux d'intérêt différents sur le montant final;
- comparaison entre un dépôt mensuel de 100 $ et un dépôt annuel de 1 200 $ en début ou en fin d'année.
- versement du REÉR au moyen d'une annuité et au moyen d'un FERR (fonds enregistré de revenu de retraite).

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

E-2 Résoudre des problèmes de placement et de crédit reliés à l'intérêt simple et composé.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Résoudre des problèmes reliés à l'intérêt simple.**

Exemple 1

Une personne a déposé 800 $ dans un compte produisant de l'intérêt simple à un taux de 11 % par année. Calculez le nombre de mois pendant lesquels l'argent était dans le compte si l'intérêt réalisé est de 44 $.

Solution

$I = CTD$

$D = \dfrac{I}{CT}$ manipulation algébrique

$D = \dfrac{44{,}00}{800{,}00 \times 11\,\%}$

$D = \dfrac{44}{88}$

$D = 0{,}5$ d'une année

Donc, le nombre de mois est 12 x 0,5 = **6 mois.**

- **Résoudre des problèmes reliés à l'intérêt composé.**

L'**intérêt composé** correspond à un pourcentage du solde qui est ajouté périodiquement au solde précédent, ce qui produit un nouveau solde total plus élevé. Chaque fois que l'intérêt est composé, le montant de l'intérêt ajouté est fondé sur le dernier solde. Les paiements de l'intérêt composé correspondent à l'intérêt payé sur l'intérêt.

Les élèves pourront calculer l'intérêt composé annuellement, semestriellement, trimestriellement et mensuellement à l'aide de la formule $V = C\left(1 + \dfrac{T}{n}\right)^{nD}$

si V est la valeur finale de l'investissement;
C est le capital investi;
T est le taux d'intérêt annuel;
D est la durée en années de l'investissement;
n est le nombre de fois que l'intérêt est composé.

Exemple

Une famille a déposé 3 000 $ dans un compte à 8 % d'intérêt. La famille laisse l'argent dans le compte pendant 4 ans. Quel sera le montant dans le compte à la fin de cette période si l'intérêt est composé semestriellement?

— suite

NOTES

> Le problème suivant et les problèmes semblables présentés ou suggérés par les élèves pourraient faire l'objet de recherches et de présentations par des groupes de deux ou trois élèves. Les élèves peuvent utiliser des tableurs ou une calculatrice graphique pour créer les tableaux à partir desquels ils pourront tirer des conclusions.

Problème

Paul a commencé à travailler dans un restaurant de sa localité et il désire acheter une automobile de 5 000 $ pour sa famille. Il possède une somme de 2 000 $ en obligations, mais il ne sait pas s'il devrait encaisser ce montant et l'utiliser pour l'achat. Ces obligations lui rapportent 7 ¼ % d'intérêt composé trimestriellement. La banque lui accorde un prêt à 8 % d'intérêt combiné chaque mois. Il pense pouvoir consacrer 200 $ par mois au paiement du prêt automobile. Que devrait-il faire?

Utilisez un tableur ou une calculatrice graphique pour déterminer quelle décision il doit prendre.

Solution

Choix 1

Ne pas toucher aux obligations et emprunter 5 000 $.
Prêt de 5 000 $, paiement mensuel de 300 $, intérêt de 8 % combiné chaque mois.

$$V = C\left(1 + \frac{0,08}{12}\right) - 200$$

n	V
0	5 000
1	4 833,30
2	4 665,60
3	4 496,70
4	4 326,60
⋮	⋮
27	87,439
28	–112,78

Prêt remboursé au 28e paiement.

Choix 2

Prêt de 3 000 $, paiement mensuel de 200 $.

$$V = C\left(1 + \frac{0,08}{12}\right) - 200$$

n	V
0	3 000
1	2 820
2	2 638,80
⋮	⋮
15	170,29
16	–28,58

Prêt remboursé au 16e paiement.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

E-2 Résoudre des problèmes de placement et de crédit reliés à l'intérêt simple et composé.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Résoudre des problèmes reliés à l'intérêt composé. (suite)**

Exemple — suite

Solution

Faites remarquer aux élèves l'importance de déterminer les valeurs de « T » et de « n » pour chaque question. Dans cet exemple,

T = 8 % ÷ 2 = 4 % = 0,04 (en tant que décimale)
n = 4 x 2 = L'intérêt est calculé 8 fois

$$V = C\left(1+\frac{T}{n}\right)^{nD}$$

$$V = 3\ 000\left(1+\frac{0,08}{2}\right)^{(2)(4)}$$

$$V = 3\ 000(1,04)^{8}$$

V = **4 105,71 $**

- **Calculer le coût d'un achat à tempérament.**

> Le prix d'un achat à ***tempérament*** correspond à la somme du versement initial et des versements subséquents. La différence entre le prix de vente au comptant et le prix à tempérament correspond aux ***frais de financement*** ou ***de vente à crédit.*** Ces frais constituent des coûts d'emprunt.

Exemple 1

Le prix de vente au comptant d'une télévision est de 899,99 $, plus les taxes. Les modalité d'achat à tempérament sont de 250 $ de versement initial, plus 125 $ par mois pendant sept mois.

a) Calculez le prix d'achat à tempérament de la télévision.
b) Calculez les frais de financement ou de vente à crédit.
c) Calculez le pourcentage par lequel le prix d'achat à tempérament excède le prix de vente au comptant.

Solution

Lorsque la taxe doit être calculée, on doit inclure la TVP (taxe de vente provinciale) et la TPS (taxe sur les produits et services). Au Manitoba, la TVP est de 7 %, de même que la TPS fédérale.

a) TPS = 899,99 $ x 7 % = 63,00 $
TVP = 899,99 $ x 7 % = 63,00 $
Prix de vente au comptant de la télévision
= 899,99 $ + 63,00 $ + 63,00 $ = 1 025,99 $
Prix d'achat à tempérament = versement initial + paiement mensuel x nombre de mois
= 250 $ + 125 $ x 7
= 250 $ + 875 $
= 1 125 $

— suite

NOTES

Problème (suite)

Solution — suite

Les paiements du choix 2 se terminent 12 mois plus tôt.

Puisque le choix 2 prévoit le remboursement total de la dette au 16e versement, Paul peut placer la somme de 200 $ à la banque chaque mois pendant les 12 autres mois requis pour rembourser la dette totale selon le choix 1.

$$V = C\left(1 + \frac{0{,}05}{12}\right) + 200$$

n	V
0	28,58
	⋮
	2 485,80 $

À la fin de la période de 28 mois, Paul aurait 2 485,80 $ en banque s'il choisit le choix 2 (s'il utilise son obligation).

S'il opte pour le choix 1, il aurait 112,78 $ à la fin de la période de 28 mois, plus son obligation de 2 000 $.

$$V = 2\,000\left(1 + \frac{0{,}072\,5}{4}\right)^{\frac{28}{4}} = 2\,267{,}97\ \$$$

Le total est donc de 2 380,75 $.

Ce montant total représente 105,05 $ de moins que le montant total dont il disposerait s'il utilisait son obligation pour payer une partie de l'automobile.

Les élèves peuvent présenter leurs recherches et leurs conclusions et faire des expériences avec le problème en utilisant différents ratios.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

E-2 Résoudre des problèmes de placement et de crédit reliés à l'intérêt simple et composé.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Calculer le coût d'un achat à tempérament. (suite)**

Exemple 1 — suite

Solution — suite

b) Frais de financement ou de vente à crédit
= prix d'achat à tempérament - prix de vente au comptant
= 1 125 $ – 1 025,99 $
= 99,01 $

c) $\text{Pourcentage} = \dfrac{\text{frais de financement}}{\text{prix de vente au compant}} \times 100$

$$= \frac{99{,}01\ \$}{1\ 025{,}99\ \$} \times 100 = 9{,}7\ \%$$

- **Calculer le coût d'une option « achetez maintenant, payez plus tard ».**

> Les options « **achetez maintenant, payez plus tard** » correspondent à des plans de paiement selon lesquels les consommateurs ne paient pas leur achat avant une période définie. Pendant cette période, ils ne paient pas non plus d'intérêt sur le montant dû. Toutefois, des compagnies peuvent facturer de l'intérêt sur le montant dû après l'écoulement de la période définie. En vertu d'un tel plan, la compagnie exige habituellement que le consommateur paie les taxes sur l'achat, les frais de livraison, ainsi que des frais d'administration, soit un montant facturé par la compagnie au client pour les tâches administratives reliées au plan. Le prix de l'achat immédiat est habituellement plus bas que le prix que le client doit payer plus tard.

Exemple

Le Paradis du meuble offre un plan « achetez maintenant, payez plus tard ». À la date de l'achat, le client doit payer les taxes (TPS et TVP), les frais de livraison et les frais d'administration. Le client dispose d'un an pour payer son achat. S'il paie pendant l'année, aucun intérêt ne sera facturé. Rosemarie a acheté un divan de ce magasin et a profité du plan « achetez maintenant, payez plus tard ». Le prix qu'elle devra payer plus tard équivaut à 899,95 $ (plus les taxes). Si elle payait la totalité du divan à la date d'achat, le prix serait de 814,95 $ (plus les taxes). Les frais d'administration sont de 39,95 $ et les frais de livraison sont de 31,00 $.

a) Quel est le montant que paiera Rosemarie à la date d'achat?

b) Si Rosemarie paie la totalité du divan dans la période d'un an prévue, calculez le prix total à payer plus tard pour le divan.

c) Si Rosemarie paie la totalité du divan à la date d'achat, calculez le prix total à payer pour le divan.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Copiez et remplissez le tableau ci-dessous.

Prix de vente au comptant sans la taxe	TVP	TPS	Prix de vente au comptant avec la taxe	Versement initial	Versement mensuel	Mois	Prix d'achat à tempérament	Frais de financement
a) 760 $	____	____	________	75 $	110 $	8	________	_____
b) 279,98 $	____	____	________	______	45 $	6	355,00 $	_____
c) 850 $	____	____	________	0 $	80 $	13	________	_____
d) 1 195,99 $	____	____	________	130 $	150 $	____	2 000 $	_____

2. Calculez le pourcentage par lequel le prix d'achat à tempérament excède le prix de vente au comptant pour les articles de la question 1.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

E-2 Résoudre des problèmes de placement et de crédit reliés à l'intérêt simple et composé.
– *suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Calculer le coût d'une option « achetez maintenant, payez plus tard ». (suite)**

Exemple — suite

d) Calculez la différence entre le prix total à payer plus tard et le prix total à la date d'achat.

e) Exprimez la différence entre les deux prix de la partie d) en indiquant le prix total à payer à la date d'achat sous forme de pourcentage.

Solution

a) TPS = 899,95 $ x 7 % = 63 $
TVP = 899,95 $ x 7 % = 63 $

Au moment de l'achat, Rosemarie paiera les taxes, les frais de livraison et les frais d'administration.

∴ Le montant payé au moment de l'achat en vertu du plan « achetez maintenant, payez plus tard » est :
63,00 $ + 63,00 $ + 31,00 $ + 39,99 $ = 196,99 $.

b) Prix total à payer plus tard
= 899,95 $ + 63,00 $ + 63,00 + 31,00 $ + 39,99 $ = 1 096,94 $

c) Prix total à payer à la date d'achat
= 814.95 $ + 57,05 $ + 57,05 $ + 31,00 $ = 960,05 $

d) Différence entre le prix total à payer à la date d'achat et le prix total à payer plus tard : 1 096,95 $ – 960,05 $ = 136,89 $.

e) $$\% = \frac{\text{Le prix total ‡ la date d'achat} - \text{le prix total plus tard}}{\text{Prix total ‡ la date d'achat}} \times 100$$

$$= \frac{136{,}89\ \$}{960{,}05\ \$} \times 100 = 14{,}3\ \%$$

- **Calculer le coût d'un achat avec la carte de crédit.**

> Lorsque vous utilisez votre ***carte de crédit***, vous recevez un relevé chaque mois indiquant les transactions effectuées au cours du mois. Ce relevé indique le nouveau solde payable, ainsi que le paiement mensuel minimum requis. Le paiement mensuel minimum requis correspond au montant que vous devez verser à l'institution de crédit pour maintenir un bon dossier de crédit. Si vous ne payez pas la totalité du solde payable à la date d'échéance indiquée et que vous ne payez que le paiement minimum requis, l'institution de crédit vous facturera de l'intérêt sur le solde non payé. Le taux d'intérêt habituellement facturé est relativement élevé. Il peut se situer entre 15 % et 25 % annuellement.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Vision Électronique offre à ses clients un plan « achetez maintenant, payez plus tard ». Le client doit payer les taxes, les frais de livraison et les frais d'administration de l'article acheté. Le client a un délai de six mois pour payer son achat. S'il paie pendant cette période, aucun intérêt ne sera facturé. Après six mois, la compagnie facture au client 2 % d'intérêt par mois sur le solde non payé.

   Le 1er octobre, Michel achète un téléviseur de ce magasin au coût de 798,98 $ (plus les taxes) et profite du plan « achetez maintenant, payez plus tard ». Le prix total à la date d'achat est de 729,98 $ (plus les taxes). Des frais d'administration de 49,99 $ et des frais de livraison de 30 $ doivent être payés.

   a) Calculez le coût total que Michel doit payer s'il paie l'achat le 1er mars de l'année suivante.
   b) Calculez le coût total que Michel doit payer s'il paie l'achat le 1er mai de l'année suivante.
   c) Calculez le coût total que Michel doit payer s'il paie le téléviseur à la date de l'achat.
   d) Exprimez la différence entre les deux prix en indiquant le prix total à payer à la date d'achat sous forme de pourcentage.

2. Meubles Premier Choix offre à ses clients un plan « achetez maintenant, payez plus tard ». Le client doit payer les taxes, les frais de livraison de 25 $ et les frais d'administration de 40 $ à la date de l'achat. Le client a un délai d'un an pour payer son achat. Après douze mois, la compagnie facture au client 2,25 % d'intérêt par mois sur le solde non payé.

   Lucie et Pierre achètent un ensemble de chambre à coucher à 1 995,95 $ (plus les taxes) en vertu d'un plan « achetez maintenant, payez plus tard » le 15 août. Quel montant devront-ils payer s'ils paient la totalité du montant le 15 septembre de l'année suivante?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

E-2 Résoudre des problèmes de placement et de crédit reliés à l'intérêt simple et composé.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Calculer le coût d'un achat avec la carte de crédit. (suite)**

Exemple 1

Le relevé mensuel du mois de juin de Bertrand indique un solde précédent de 874,25 $. Il indique que pendant le mois, Bertrand a effectué un paiement de 450 $ et a acheté des marchandises pour une valeur totale de 462,50 $. Déterminer le solde payable. Les frais de crédit correspondent à 1,4 % du solde payable, et le paiement mensuel minimum correspond à au moins 5 % du nouveau solde ou du solde payable, ou à 10 $, selon le montant le plus élevé.

Solution

Solde payable = solde précédent – paiement effectué + achats effectués
= 874,25 $ – 450 $ + 462,50 $ = 886,75 $

Frais de crédit = solde payable x taux de crédit mensuel

Frais de crédit = 886,75 $ x 1,4 % = 12,41 $

Nouveau solde = solde payable + frais de crédit
= 886,75 $ + 12,41 = 874,34 $

Paiement mensuel minimum = 5 % du nouveau solde
= 5 % de 874,34 $
= 43,72 $

Puisque 43,72 $ est un montant supérieur à 10 $, le paiement mensuel minimum est de 43,72 $.

Pour calculer le nouveau solde, on doit soustraire le paiement mensuel du solde mensuel précédent et y ajouter le montant des achats effectués. Calculez les frais de crédit pour obtenir le nouveau solde. On peut calculer le paiement mensuel minimum en déterminant lequel des deux montants est le plus élevé : 5 % du nouveau solde ou 10 $.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Complétez le tableau ci-dessous et déterminez le coût de crédit applicable au compte de crédit d'un grand magasin pour la période indiquée. Les frais de crédit mensuels sont de 1,4 % du solde payable.

Mois	Solde précédent −	Paiement effectué +	Achats facturés ⇒	Solde payable +	Frais de crédit ⇒	Nouveau solde
février	314,65 $	100,00 $	193,75 $		5,72 $	414,12 $
mars		150,00 $	59,60 $			
avril		140,00 $	421,83 $			618,62 $
mai	618,62 $	200,00 $	39,65 $			
juin		250,00 $	58,11 $			
juillet		150,00 $	77,21 $			
août	206,68 $	120,00 $	163,09 $		3,50 $	253,27 $

Projet

Exécutez un rapport d'enquête sur l'utilisation de l'Internet pour acheter de la marchandise. Vous devriez surtout mettre l'emphase sur l'utilisation de la carte de crédit pour des achats sur Internet.

Sites Internet

Industrie Canada
strategis.ic.gc.ca/frndoc/main.html

Gendarmerie Royale Canadienne
www.rcmp-grc.gc.ca

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

E-2 Résoudre des problèmes de placement et de crédit reliés à l'intérêt simple et composé.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Résoudre des problèmes reliés aux prêts personnels.**

Un **prêt personnel** permet à une personne d'emprunter un montant spécifique d'une institution financière et de rembourser ce montant sur une période donnée.

Le coût d'emprunt auprès d'une institution financière dépend du taux d'intérêt, de la durée du prêt et de la façon dont le prêt est remboursé. L'institution exige habituellement que le produit acheté au moyen du prêt soit utilisé en tant que garantie ou ***nantissement***. Les individus peuvent choisir un prêt prévoyant un taux d'intérêt fixe pour toute la durée ou un prêt prévoyant un taux d'intérêt variable.

La durée du prêt correspond à la période pendant laquelle les modalités du prêt sont en vigueur. Même si une personne peut choisir de rembourser son prêt sur une période plus longue ou à l'aide d'une période d'amortissement, le prêt est négocié pour une durée maximale de 5 ans. À la dernière journée de la durée, le prêt doit être payé en entier ou renouvelé.

Le problème suivant est relié aux prêts personnels prévoyant des taux d'intérêt fixes. Les élèves peuvent utiliser les tables d'amortissement (voir la page suivante) ou une calculatrice graphique pour résoudre le problème.

Exemple

Jean demande un prêt personnel de 10 000 $ pour des rénovations à sa maison. Son institution financière lui offre un prêt de 3 ans à un taux fixe de 8,5 %.

a) Quels seront les paiements mensuels de Jean pour rembourser le prêt?

b) Quel sera l'intérêt payé par Jean à la fin de la période de 3 ans?

Solution

a) Cette table indique les paiements mensuels requis pour rembourser le montant de 10 000 $ à des taux d'intérêt allant de 6 % à 14 % et pour des durées de 1 à 5 ans.

Consultez la première colonne de gauche, sous Taux annuel, jusqu'à ce que 8,5 % soit indiqué. Ensuite, déterminez quel est le montant indiqué pour une durée de 3 ans. Le montant mensuel requis par tranche de 1 000 $ est de 31,57 $. Puisque le prêt de Jean est de 10 000 $, son paiement mensuel est le suivant :

$$\frac{10\ 000}{1\ 000} \times 31{,}57\ \$ = 315{,}70\ \$$$

b) Puisque Jean désire rembourser le prêt en 3 ans et que chaque année compte 12 mois, il versera donc 36 paiements.

∴ Le montant total versé à la fin de la période de 36 mois est

315,70 $ x 36 = 11 365,20 $

L'intérêt payé est de 11 365,20 $ – 10 000 $ = 1 365,20 $.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Problèmes

1. Déterminez le taux d'intérêt annuel réel d'un prêt de 1 000 $ si le taux est de 10 % par année et s'il est composé trimestriellement.
2. Calculez le montant composé après un an d'un dépôt de 1 000 $ si on suppose que l'intérêt annuel nominal courant est composé
   a) annuellement
   b) mensuellement
   c) quotidiennement
3. Une caisse populaire offre un taux d'intérêt annuel de 8 % composé annuellement. Une autre caisse populaire offre un taux d'intérêt annuel de 8 % composé trimestriellement. Si un montant de 2 000 $ est déposé pour une durée de 10 ans dans chaque caisse populaire, quel sera le montant supplémentaire produit par le dépôt effectué dans la deuxième caisse populaire par rapport au dépôt effectué dans la première institution?
4. Calculez l'intérêt payé par différentes formes de crédit, notamment
   a) les cartes de crédit
   b) les prêts
   c) les hypothèques
5. Un prêt de 5 000 $ a un taux d'intérêt de 9 % par année composé mensuellement. Adèle verse un paiement de 350 $ chaque mois. Utilisez une feuille de calcul pour déterminer le montant du solde qu'elle doit toujours après avoir effectué 12 paiements.
6. Comparez deux investissements effectués dans un régime d'épargne-retraite pendant 1 an si les cotisations commencent à être versées le 1er janvier.
   a) 100 $ sont investis chaque mois à un taux de 10 % par année composé mensuellement.
   b) 600 $ sont investis deux fois par année à un taux de 10 % par année composé semestriellement.

NOTES

nantissement : un ou plusieurs biens d'un débiteur garantissant le paiement d'une dette

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

E-2 Résoudre des problèmes de placement et de crédit reliés à l'intérêt simple et composé.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Résoudre des problèmes reliés aux prêts personnels. (suite)**

Exemple — suite

Solution — suite

Période d'amortissement Paiement mensuel par tranche de 1 000 $ d'emprunt					
Taux annuel	**1 an paiement mensuel**	**2 ans paiement mensuel**	**3 ans paiement mensuel**	**4 ans paiement mensuel**	**5 ans paiement mensuel**
6,00 %	86,07 $	44,33 $	30,43 $	23,49 $	19,34 $
6,25 %	86,18 $	44,44 $	30,54 $	23,61 $	19,46 $
6,50 %	86,30 $	44,56 $	30,66 $	23,72 $	19,57 $
6,75 %	86,41 $	44,67 $	30,77 $	23,84 $	19,69 $
7,00 %	86,53 $	44,78 $	30,88 $	23,95 $	19,81 $
7,25 %	86,64 $	44,89 $	31,00 $	24,07 $	19,93 $
7,50 %	86,76 $	45,01 $	31,11 $	24,19 $	20,05 $
7,75 %	86,87 $	45,12 $	31,23 $	24,30 $	20,16 $
8,00 %	86,99 $	45,24 $	31,34 $	24,42 $	20,28 $
8,25 %	87,10 $	45,34 $	31,45 $	24,53 $	20,40 $
8,50 %	87,22 $	45,46 $	31,57 $	24,65 $	20,52 $
8,75 %	87,34 $	45,57 $	31,68 $	24,71 $	20,64 $
9,00 %	87,45 $	45,68 $	31,80 $	24,89 $	20,76 $
9,25 %	87,57 $	45,80 $	31,92 $	25,00 $	20,88 $
9,50 %	87,68 $	45,91 $	32,03 $	25,12 $	21,00 $
9,75 %	87,80 $	46,03 $	32,15 $	25,24 $	21,12 $
10,00 %	87,92 $	46,14 $	32,27 $	25,36 $	21,25 $
10,25 %	88,03 $	46,26 $	32,38 $	25,48 $	21,37 $
10,50 %	88,15 $	46,38 $	32,50 $	25,60 $	21,49 $
10,75 %	88,27 $	46,49 $	32,62 $	25,72 $	21,62 $
11,00 %	88,38 $	46,61 $	32,74 $	25,85 $	21,74 $
11,25 %	88,50 $	46,72 $	32,86 $	25,97 $	21,87 $
11,50 %	88,62 $	46,84 $	32,98 $	26,09 $	21,99 $
11,75 %	88,73 $	46,96 $	33,10 $	26,21 $	22,12 $
12,00 %	88,85 $	47,07 $	33,21 $	26,33 $	22,24 $
12,25 %	88,97 $	47,19 $	33,33 $	26,46 $	22,37 $
12,50 %	89,08 $	47,31 $	33,45 $	26,58 $	22,50 $
12,75 %	89,20 $	47,42 $	33,57 $	26,70 $	22,63 $
13,00 %	89,32 $	47,54 $	33,69 $	26,83 $	22,75 $
13,25 %	89,43 $	47,66 $	33,81 $	26,95 $	22,88 $
13,50 %	89,55 $	47,78 $	33,94 $	27,08 $	23,01 $
13,75 %	89,67 $	47,89 $	34,06 $	27,20 $	23,14 $
14,00 %	89,79 $	48,01 $	34,18 $	27,33 $	23,27 $

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Jean demande un prêt personnel de 5 500 $ pour acheter des meubles et des appareils ménagers. Son institution financière lui offre un prêt à taux fixe de 7 ¾ % pendant 5 ans.
   a) Quel sera le montant de ses paiements mensuels?
   b) Quel sera le montant d'intérêt qu'il paiera pendant la période de 5 ans?
   c) Quel serait le montant d'intérêt qu'il pourrait épargner s'il remboursait son prêt sur une période de 3 ans?

2. Julie désire payer les soldes de ses cartes de crédit, qui sont de 3 500 $, de 6 850 $ et de 1 775 $. La banque A lui offre un taux fixe de 8 % pour une période de 4 ans, et la banque B lui offre un taux fixe de 8 ½ % pour une période de 4 ans. Quelle est la différence en intérêt payé sur la période de 4 ans entre les deux institutions financières?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

E-2 Résoudre des problèmes de placement et de crédit reliés à l'intérêt simple et composé.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Résoudre des problèmes reliés aux prêts personnels. (suite)**

Exemple — suite

Solution — suite

Autre solution possible en utilisant la calculatrice TI-83 :

1. Remettez les valeurs par défaut (vérifiez dans le manuel).
2. Appuyez sur $\boxed{\text{2nd}}$ (Finance), et choisissez 1: TVM Solver.

Entrez N = 36
I % = 8,5
PV = 10 000
PMT = 0
FV = 0
P/Y = 12
C/Y = 12
PMT = choisissez $\boxed{\text{END}}$

End doit être surligné parce que les paiements sont effectués à la fin du mois.

N équivaut à 36 parce qu'il y a 12 paiements par année et que la période prévue est de 3 ans. PV correspond à un nombre positif puisque 10 000 $ est reçu d'une institution financière.

Placez le curseur au 0 de PMT = 0.

Appuyez sur $\boxed{\text{Alpha}}$ et $\boxed{\text{Solve}}$.

Le paiement est de 315,68 $. Il s'agit d'une valeur négative parce que ce montant doit être payé.

Pour déterminer le montant de l'intérêt, retournez à l'écran principal.

$\boxed{\text{2nd}}$ Quit

Appuyez sur $\boxed{\text{2nd}}$ (Finance) et faites défiler l'écran pour choisir A: ΣInt ( ).

Entrez $\boxed{1}$ $\boxed{,}$ $\boxed{36}$ $\boxed{)}$. La fonction A: ΣInt (1, 36) calcule l'intérêt total de la période A à la période B.

Appuyez sur $\boxed{\text{Enter}}$.

Intérêt total = 1 364,31 $

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

E-3 Porter sur graphique et décrire des données sous forme exponentielle à l'aide des échelles appropriées.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Porter sur graphique et décrire des données sous forme exponentielle.**

Les élèves peuvent tracer des graphiques manuellement ou utiliser un tableur pour créer un modèle et ensuite créer un graphique à partir du tableur. Nous recommandons l'utilisation d'un tableur parce qu'il est ainsi plus simple de répondre aux questions hypothétiques.

Exemple

La croissance d'une valeur de 7 000 $ dans un REÉR est la suivante :

Durée (années)	Valeur ($)
0	7 000
1	7 630
2	8 316
3	9 065
4	9 881
5	10 770

Mettez ces données sur graphique et estimez la durée requise pour que le REÉR atteigne 14 000 $. Déterminez la valeur estimée du REÉR après 12 ans.

> Dans cette section, vous devez mettre l'accent sur les fonctions exponentielles qui sont de nature financière.

Portez ces données sur graphique en utilisant un outil graphique. Estimez la durée requise pour que le REÉR atteigne 14 000 $ et déterminez la valeur du REÉR après 12 ans.

Solution (calculatrice graphique TI-83)

1. **Remettez les données à zéro.**
   - Pour entrer les données dans les listes, appuyez sur [STAT] [1] pour modifier les listes.
   - Les données déjà entrées dans les listes devraient être remises à zéro. Pour remettre une liste à zéro, placez le curseur au haut de la liste sur le symbole L1. Appuyez sur [CLEAR] et sur [▼]. La valeur L1 est remise à zéro. Répétez ce processus pour remettre L2 à zéro.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Problèmes

1. Les élèves devraient présenter graphiquement les relations de forme exponentielle. Voici quelques exemples de questions possibles.

   a) L'inflation est responsable de la hausse des prix des biens de consommation. Par exemple, un ensemble de bâtons de golf qui coûte un jour 300 $ peut coûter 720 $ 10 ans plus tard. Cette hausse est principalement attribuable à l'inflation. La formule ci-dessous illustre les prix courants des biens en vertu d'un pourcentage d'inflation constant.

   $$C = P(1 + i)^n$$

   si
   - C est le prix courant après n années d'inflation constante
   - P est le prix au début de la période donnée
   - i est le taux d'inflation annuel, en décimale
   - n est le nombre d'années

   Une automobile coûte présentement 15 000 $. Présentez graphiquement le coût estimé du véhicule au cours des 10 prochaines années si le taux d'inflation annuel estimé est de 3 %.

   b) Vous gagnez 10 000 $ à la loterie, et craignant de tout dépenser cet argent, vous décidez de l'investir jusqu'à ce que vous puissiez prendre une décision réfléchie. Un ami vous conseille d'investir l'argent dans un compte produisant un intérêt composé semestriellement de 6 %. Vous déterminez que vous pouvez calculer la valeur finale de votre investissement, y compris l'intérêt composé accumulé, à l'aide de la formule suivante :

   $$V = C\left(1+\frac{T}{n}\right)^{nD}$$

   si
   - V = valeur finale de l'investissement
   - C = capital investi
   - T = taux d'intérêt annuel
   - D = nombre d'années
   - n = nombre de fois par année que l'intérêt est composé.

   En utilisant une calculatrice scientifique ou une feuille de calcul, déterminez le montant d'intérêt composé de votre placement de la première à la dixième année. Portez ces données sur un graphique.

   Plus tard, vous apprenez que vous auriez pu réaliser un taux d'intérêt composé annuellement de 8 % dans un autre véhicule de placement. Mettez le montant de l'intérêt composé de ce placement sur le même graphique que l'intérêt de 6 % de l'autre placement. Quelle est la différence entre les montants d'intérêt composé après 10 ans?

NOTES

Ressources imprimées

Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Cours destiné à l'enseignement à distance, Éducation et Formation professionnelle Manitoba — Module 3, Leçon 5

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

E-3 Porter sur graphique et décrire des données sous forme exponentielle à l'aide des échelles appropriées. *– suite*

- **Porter sur graphique et décrire des données sous forme exponentielle. (suite)**

Exemple — suite

Solution — suite

2. **Entrez les données.**
   - Déplacez le curseur jusqu'à la première cellule de L_1.
   - Entrez 0 et appuyez sur ENTER pour déplacer le curseur jusqu'à la prochaine cellule. Entrez les autres données pour la cellule L_1. Après l'entrée des dernières données, utilisez la flèche droite ▶ pour déplacer le curseur jusqu'à la première cellule de L_2.
   - Entrez les données pour L_2.
3. **Tracez le graphique de corrélation.**
   - Appuyez sur 2nd Y= ENTER pour avoir accès au menu des graphiques de corrélation. Utilisez les touches de flèches et la touche ENTER pour faire une sélection. Activez le premier diagramme (Plot1). Choisissez le premier type de graphique. Xlist : L1 et Ylist : L2 signifient que vous désirez que les listes Xlist et Ylist du graphique de corrélation soient L1 et L2 respectivement. Lorsqu'on choisit la première marque de chaque point, cela signifie que les points paraîtront sous forme de carrés.
   - Pour faire en sorte que toutes les données paraissent dans la fenêtre, appuyez sur ZOOM 9 pour définir la fenêtre appropriée pour ces données.
   - Appuyez sur GRAPH pour visualiser le graphique de corrélation.
4. **Tracez la droite de régression.**
   - Appuyez sur STAT ▶ pour obtenir le menu contenant la liste des techniques de régression.
   - Appuyez sur 0 pour 0: ExpReg et appuyez sur ENTER. Un autre écran affichant ExpReg apparaît.
   - Appuyez sur ENTER pour effectuer le calcul. L'équation ($y = ab^x$) paraîtra et des valeurs seront indiquées pour a et b.
   - L'équation devrait être collée au premier emplacement disponible, par exemple (Y_1).
   - Appuyez sur Y= VARS 5 ▶ ▶ ENTER pour coller l'équation exponentielle au registre des fonctions. Cette équation paraîtra ensuite dans le registre des fonctions.
   - Appuyez sur GRAPH pour visualiser le graphique exponentiel et le graphique de corrélation simultanément.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Modèle de croissance exponentielle

La valeur d'un terrain a augmenté de 8 % par année pendant les 5 dernières années, et on suppose que la valeur continuera a augmenter à ce rythme. La valeur actuelle du terrain est de 50 000 $.

a) À l'aide d'un tableur ou d'une calculatrice graphique, indiquez les points de données pour les 10 prochaines années et portez les résultats sur graphique.

b) Décrivez le graphique et utilisez-le pour produire les estimations ci-dessous :

— la valeur du terrain après 12 ans;

— la durée pendant laquelle le terrain sera évalué à 100 000 $.

Annexe E-1

Vous trouverez ci-dessous l'explication des différents termes utilisés dans le modèle de budget mensuel (voir l'annexe E-33).

Revenu mensuel moyen

La section n°1 vous permet de calculer votre **revenu net**. Le budget doit être fondé sur ce revenu net (après retenues) et non sur le revenu brut (avant retenues). Ainsi, le budget tiendra compte de la somme réelle que vous pouvez dépenser.

Afin de calculer la moyenne du revenu mensuel net, vous devez d'abord déterminer le revenu annuel total et ensuite diviser ce revenu par 12. Aux fins de cet exercice, le **revenu annuel principal** correspondra au revenu net du membre de la famille qui touche le revenu le plus élevé, et le **revenu annuel supplémentaire** correspondra au revenu net du membre de la famille qui touche le revenu le moins élevé. Tout **autre revenu annuel** correspondra à un revenu régulier provenant d'autres sources, y compris :

- les prestations fiscales pour enfants;
- les revenus de retraite;
- les pensions alimentaires pour enfants;
- les paiements d'intérêts.

D'autres revenus occasionnels peuvent être touchés, comme les paies de surtemps ou les bonis de rendement, mais ce genre de revenu ne devrait pas être inclus dans votre budget mensuel sauf s'il est garanti. Les personnes qui se fient à ce genre de revenu peuvent se retrouver en difficulté financière si le revenu en question n'est pas versé.

Épargnes

Les conseillers et planificateurs financiers tels David Chilton, auteur du livre « Un barbier riche », recommandent toujours aux personnes qui désirent atteindre l'indépendance ou la sécurité financière de mettre de côté un minimum de 10 % du revenu net familial.

Il faut d'abord se payer soi-même. Si un montant correspondant à 10 % du revenu net est consacré à l'épargne sur une base régulière, cela deviendra une habitude. L'autre méthode d'épargne qui consiste à consacrer à l'épargne tout montant en trop à la fin du mois s'est avérée inefficace.

L'argent consacré à l'épargne doit être mis de côté pour éviter la tentation de la dépenser. Si vous utilisez ce modèle, vous pourrez faire face à la plupart des situations financières imprévues. On utilise parfois le terme « **fonds de réserve** » pour décrire ces sommes épargnées.

Dépenses budgétaires

Lorsque vous examinez les dépenses de votre budget, vous constaterez que certaines dépenses constituent des montants réguliers fixes. Par exemple, le paiement hypothécaire ou le loyer, le paiement de l'automobile, les coûts mensuels d'électricité ou de gaz naturel, et autres, sont tous des exemples de paiements qui demeurent les mêmes pendant une période prolongée.

Les autres dépenses comme la nourriture, les vêtements, et l'essence peuvent varier d'une période à l'autre. Vous devrez estimer un montant raisonnable pour ces dépenses du budget. Si vous examinez le modèle de budget, vous vous rendrez compte que ces deux types de dépenses doivent être inclus dans la catégorie des **dépenses mensuelles.**

Exemple 1

MODÈLE DE BUDGET MENSUEL

		Montant hebdomadaire	Montant annuel		REVENU MENSUEL MOYEN
1)	***REVENU NET***				
	Revenu principal……………………	600,00 $	31 200,00 $		
	Revenu supplémentaire…………	$			
	Autre revenu………………………	$	627,00 $	**1)**	**2 652,25 $**
	Revenu annuel total………………………………………		31 827,00 $		
2)	***ÉPARGNES*** **(10 % du revenu mensuel moyen)**			**2)**	**265,23 $**
3)	***DÉPENSES MENSUELLES***				
	Hypothèque ou logement…………………………………		675,00 $		
	Prêt automobile……………………………………………		225,00 $		
	Téléphone……………………………………………………		24,00 $		
	Hydroélectricité………………………………………………		110,00 $		
	Autres services publics……………………………………		$		
	Nourriture……………………………………………………		450,00 $		
	Vêtements……………………………………………………		75,00 $		
	Entretien de l'automobile…………………………………		40,00 $		
	Essence………………………………………………………		100,00 $		
	Paiement de carte de crédit………………………………		$		
	Loisirs…………………………………………………………		125,00 $		
	Autres (journal)………………………………………………		25,00 $		***TOTAL***
	Autres…………………………………………………………		$		***MENSUEL***
	TOTAL DES DÉPENSES MENSUELLES			**3)**	**1 849,00 $**
		Montant annuel	**Paiement mensuel**		
4)	***DÉPENSES ANNUELLES***				
	Assurance automobile………….	730,00 $	60, 83 $		
	Assurance-vie……………………	240,00 $	20,00 $		
	Taxes foncières…………………	1920,00$	160,00 $		
	Assurance maison………………	350,00 $	29,17 $		
	Vacances…………………………	2000,00 $	166,67 $		***TOTAL***
	Autres………………………………		0,00 $		***MENSUEL***
	TOTAL DES DÉPENSES MENSUELLES			**4)**	**436,67 $**

SOMMAIRE

1. Revenu mensuel net………………………			**1)**	**2 652,25 $**
2. Épargnes……………………………………	**2)**	265,23 $		
3. Total des dépenses mensuelles…………	**3)**	1 849,00 $		
4. Total des paiements mensuels…………	**4)**	436,67 $		
Total des montants 2 + 3 + 4…………				**2 550,90 $**
5. Montant disponible pour autres épargnes ou dépenses (déficit)			**5)**	**101,35 $**

Remarque : *Si l'individu est en situation de déficit, le budget doit être analysé pour que les ajustements nécessaires soient faits*

Le modèle de budget comporte aussi une catégorie intitulée **Dépenses annuelles : paiement mensuel**. Si une dépense doit être payée seulement une fois par année, ou si vous désirez faire des épargnes pour un but en particulier comme des vacances annuelles, il est recommandé de mettre de côté une somme définie chaque mois. En mettant cet argent de côté dans un compte de banque distinct, vous pourrez payer ces dépenses en temps opportun. Par conséquent, lorsque vous déterminez votre budget mensuel, vous devez diviser le montant annuel en douze pour déterminer le paiement mensuel requis.

Étapes de la préparation d'un budget mensuel

- Déterminez la moyenne de votre revenu mensuel net.
- Déterminez vos épargnes mensuelles.
- Déterminez vos dépenses mensuelles.
- Déterminez le paiement mensuel requis pour vos dépenses annuelles.
- Remplissez le modèle de budget mensuel.

Exemple

Christian Morin touche un salaire brut de 850 $ par semaine. Une fois les retenues déduites par l'employeur, son salaire hebdomadaire net est de 600 $. Son épouse reçoit une prestation fiscale pour enfants de 52,25 $ pour leurs deux enfants.

Les dépenses suivantes sont estimées pour la famille :

a) paiements hypothécaires de de 675 $ par mois;
b) paiements du prêt automobile de 225 $ par mois;
c) facture mensuelle moyenne pour services téléphoniques de 24 $;
d) facture d'électricité mensuelle moyenne de 110 $;
e) dépenses mensuelles moyennes pour la nourriture de 450 $;
f) dépenses moyennes en vêtements de 75 $ par mois;
g) frais moyens d'entretien de l'automobile de 40 $ par mois;
h) dépenses mensuelles d'essence de 100 $;
i) frais d'abonnement au journal de 25 $ par mois;
j) frais mensuels moyens pour loisirs de 125 $.

La famille aimerait faire des épargnes chaque mois pour payer les dépenses mensuelles suivantes :

a) primes annuelles d'assurance automobile de 730 $;
b) primes annuelles d'assurance-vie de 240 $;
c) impôts fonciers sur la maison qui est évaluée à 48 000 $ aux fins de l'imposition foncière à un taux de 40 millièmes;
d) dépenses de 2 000 $ pour les vacances d'été;
e) primes annuelles d'assurance maison sur une maison de 70 000 $ à un taux de prime de 5 $ pour chaque tranche de 10 000 $ d'assurance.

Préparez un budget mensuel pour la famille Morin en utilisant les données ci-dessus.

Solution

a) Par souci d'uniformité, lorsque le revenu net hebdomadaire d'une personne est fourni, vous devez multiplier ce montant par 52 pour déterminer le revenu annuel total.

b) Lorsque vous avez déterminé le revenu annuel total, vous devez diviser ce montant par 12 pour obtenir le revenu mensuel moyen.

c) Toutes les dépenses annuelles devraient être divisées par 12 pour obtenir les dépenses mensuelles moyennes.

Le budget des Morin est illustré à la page suivante. Vous trouverez ci-dessous les explications relatives à ce budget.

Explications

Revenu annuel principal : 600,00 \$ x 52 = 31 200,00 \$

Autre revenu annuel : 52,25 \$ x 12 = 627,00 \$

Revenu annuel total : 31 200,00 \$ + 627,00 \$ = 31 827,00 \$

Revenu mensuel moyen : $\frac{31\ 200{,}00\ \$}{12} = 2\ 652{,}25\ \$$

Les paiements mensuels requis pour les dépenses annuelles sont calculées comme suit :

Assurance automobile : $\frac{730{,}00\ \$}{12} = 60{,}83\ \$$

Assurance-vie : $\frac{240{,}00\ \$}{12} = 20{,}00\ \$$

Assurance maison : $\frac{70\ 000\ \$}{1\ 000} \times 5{,}00\ \$ = \frac{350\ \$}{12}$ par année $= 29{,}17\ \$$

Impôts fonciers : $48\ 000\ \$ \times \frac{40}{1\ 000} = \frac{19{,}20\ \$}{12}$ par année $= 160{,}00\ \$$

Pour calculer les impôts fonciers, vous devez savoir que chaque dollar d'imposition compte 1 000 millièmes. Vous remarquerez la fraction utilisée dans le calcul ci-dessus.

Vacances : $\frac{2\ 000\ \$}{12} = 166{,}67\ \$$

Exemple 2

MODÈLE DE BUDGET MENSUEL					
	Montant hebdomadaire		**Montant annuel**		***REVENU MENSUEL MOYEN***
1) ***REVENU NET***					
Revenu principal	600,00 $		31 200,00 $		
Revenu supplémentaire					
Autre revenu			627,00 $	**1)**	**2 652,25 $**
Revenu annuel total			31 827,00		
2) *ÉPARGNES* (10 % du revenu mensuel moyen)				**2)**	**265,23 $**
3) DÉPENSES MENSUELLES					
Hypothèque ou logement			675,00 $		
Prêt automobile			225,00 $		
Téléphone			24,00 $		
Hydroélectricité			110,00 $		
Autres services publics			$		
Nourriture			450,00 $		
Vêtements			75,00 $		
Entretien de l'automobile			40,00 $		
Essence			100,00 $		
Paiement de carte de crédit			$		
Loisirs			125,00 $		
Autres (journaux)			25,00 $		***TOTAL***
Autres			$		***MENSUEL***
TOTAL DES DÉPENSES MENSUELLES				**3)**	**1 849,00 $**
	Montant		**Paiement**		
4) *DÉPENSES ANNUELLES*	**annuel**		**mensuel**		
Assurance automobile	730,00 $		60,83 $		
Assurance-vie	240,00 $		20,00 $		
Impôts fonciers	1920,00 $		160,00 $		
Assurance maison	350,00 $		29,17 $		
Vacances	2000,00 $		166,67 $		***TOTAL***
Autres			0,00 $		***MENSUEL***
TOTAL DES DÉPENSES MENSUELLES				**4)**	**436,67 $**
SOMMAIRE					
1. Revenu mensuel net				**1)**	**2 652,25 $**
2. Épargnes		**2)**	265,23 $		
3. Total des dépenses mensuelles		**3)**	1 849,00 $		
4. Total des paiements mensuels		**4)**	436,67 $		
Total des montants 2 + 3 + 4					**2 550,90 $**
5. Montant disponible pour autres épargnes ou dépenses (déficit)				**5)**	**101,35 $**

Remarque : *Si l'individu est en situation de déficit, le budget doit être analysé pour que les ajustements nécessaires soient faits.*

Lorsqu'une famille se retrouve en situation de déficit, on doit se demander quelles démarches doivent être prises pour l'éliminer. On peut facilement réduire le montant des sommes épargnées selon le montant qu'il faut récupérer, mais la plupart des planificateurs financiers ne sont pas d'accord avec cette méthode. Si vous décidez de ne pas épargner un minimum de 10 % de votre revenu net, vous n'atteindrez probablement pas vos objectifs financiers. Par conséquent, on suggère plutôt à la famille de réévaluer son budget et d'apporter les réductions requises. Chaque situation est différente, et des choix individuels doivent être faits.

À l'opposé, une famille en situation de surplus doit décider si elle dépensera cet argent ou si elle l'épargnera. N'oubliez pas que le budget représente la voie menant aux objectifs financiers et qu'il ne devrait pas représenter une cage financière de laquelle on voudra s'échapper parce qu'elle est trop petite et qu'elle ne répond pas aux besoins de la famille.

Annexe E-2

MODÈLE DE BUDGET MENSUEL

	Montant hebdomadaire	Montant annuel		*REVENU MENSUEL MOYEN*
1) ***REVENU NET***				
Revenu principal………………….	______ $	______ $		
Revenu supplémentaire…………	______ $			
Autre revenu………………………	______ $	______ $	**1)**	______ **$**
Revenu annuel total………………………………………		______ $		
2) *ÉPARGNES* (10 % du revenu mensuel moyen)			**2)**	______ **$**

3) DÉPENSES MENSUELLES

Hypothèque ou logement…………………………………	______ $		
Prêt automobile……………………………………………	______ $		
Téléphone……………………………………………………	______ $		
Hydroélectricité……………………………………………	______ $		
Autres services publics…………………………………	______ $		
Nourriture……………………………………………………	______ $		
Vêtements……………………………………………………	______ $		
Entretien de l'automobile………………………………	______ $		
Essence………………………………………………………	______ $		
Paiement de carte de crédit……………………………	______ $		
Loisirs…………………………………………………………	______ $		
Autres (journal)……………………………………………	______ $		***TOTAL***
Autres…………………………………………………………	______ $		***MENSUEL***
TOTAL DES DÉPENSES MENSUELLES		**3)**	______ **$**

	Montant annuel	Paiement mensuel		
4) *DÉPENSES ANNUELLES*				
Assurance automobile…………	______ $	______ $		
Assurance-vie……………………	______ $	______ $		
Impôts fonciers…………………	______ $	______ $		
Assurance maison………………	______ $	______ $		
Vacances…………………………	______ $	______ $		***TOTAL***
Autres………………………………		______ $		***MENSUEL***
TOTAL DES DÉPENSES MENSUELLES			**4)**	______ **$**

SOMMAIRE

1. Revenu mensuel net………………………		**1)**	______ **$**
2. Épargnes……………………………………	**2)** ______ $		
3. Total des dépenses mensuelles…………	**3)** ______ $		
4. Total des paiements mensuels……………	**4)** ______ $		
Total des montants 2 + 3 + 4…………			______ **$**
5. Montant disponible pour autres épargnes ou dépenses (déficit)		**5)**	______ **$**

Remarque : *Si l'individu est en situation de déficit, le budget doit être analysé pour que les ajustements nécessaires soient faits*

Coupures de presse

Annexe E-3

Des frites avec votre Big Mac?
La folie du Big Mac; un homme en a mangé 14 837 à date!

Milwaukee Journal Sentinel, le 1er juillet 1997
Présenté par
Gregg Back et Rebecca Neuwirth
University School of Milwaukee
Milwaukee, WI 53217

Don Gorske a eu sa première attaque de Big Mac il y a 25 ans. Elle ne s'est jamais termineé. Depuis 1973, Gorske affirme avoir mangé 14 837 Big Mac.

Gorske a mangé son premier Big Mac à l'âge de 17 ans. Après avoir mangé 3 Big Mac pour le dîner, il en a mangé 3 autres. À la fin de la journée, il en avait mangé 9.

Il a continué à manger ses 9 Big Mac par jour pendant à peu près un mois, prenant soin de conserver l'emballage de chacun sur la banquette arrière de son automobile. À la fin du mois, il compta 265 emballages.

À partir de cette date, il pris la résolution de tenir le compte de tous les Big Mac qu'il mangerait. Pendant 2 mois, il en mangea 5 par jour, puis il a réduit ce nombre à 2 par jour, un rythme qu'il maintient maintenant depuis deux décennies.

Il a rencontré son épouse, Mary, dans les environs de vers son 1 500e Big Mac le 22 septembre 1983. Trois ans plus tard, jour pour jour, il l'a demandée en mariage, dans le stationnement d'un McDonald.

Immédiatement avant la cérémonie de mariage qui avait lieu en décembre, Gorske prit le temps de déguster un bon Big Mac. Pendant leur premier mois de vie commune, Mary lui préparait de bons petits plats, mais un jour il lui dit gentiment qu'il aimerait bien recommencer à manger des Big Mac.

Gorske estime avoir mangé 2 967,6 livres de boeuf haché, ce qui équivaut à un peu plus de 4 vaches et demie si on calcule que chaque vache contient 650 livres de viande. Il a aussi consommé 73 gallons de « sauce spéciale », 6 millions de graines de sésame, 22 257 petits pains, des centaines de laitues, près de 500 livres de fromage et 29 676 tranches de cornichons.

En 1972, le prix d'un Big Mac était de 49 cents. Aujourd'hui, pour en avoir deux, Gorske doit verser 3,97 $, plus les taxes. Selon ses calculs, il aurait dépensé environ 50 000 $ chez McDonald.

Chaque Big Mac contient deux stéquettes de boeuf haché, du fromage, des cornichons, de la laitue, des oignons, de la sauce spéciale et des petits pains recouverts de graines de sésame. Même si chaque sandwich contient 560 calories, Gorske est demeuré « très maigre ».

Au cours de 15 dernières années, seulement 7 jours se sont écoulés sans que Gorske ne mange de Big Mac : un jour de tempête, le jour que sa mère est décédée, lorsqu'il était en vacances au Texas et en Utah, et lorsque deux urgences se sont présentées au travail et qu'il n'a pas pu quitter son poste.

Toutefois, Gorske est maintenant prêt à faire face à de telles urgences. Il achète des Big Mac supplémentaires et il les congèle.

Questions sur les coupures de presse

Des frites avec votre Big Mac?

La folie du Big Mac; un homme en a mangé 14 837 à date!

1. Portez sur graphique la consommation de Big Mac de Don Gorske par mois pour les 6 premiers mois de son attaque de Big Mac. Comment la pente se modifie-t-elle?
2. En supposant que Gorske continue à manger 2 Big Mac par jour,
   a) combien de Big Mac aura-t-il mangés à la fin de 1998?
   b) quand dépasserait-il la marque des 20 000 Big Mac?
3. Selon les calculs effectués par Gorske, déterminez le poids ou le nombre des éléments qui composent chaque Big Mac.
   a) Le poids du boeuf
   b) Le nombre de tranches de cornichons
   c) Le nombre de graines de sésame
4. Combien de contenants ***demiard*** de lait pourrait-il remplir avec la « sauce spéciale » qu'il a mangée.
5. Combien de calories Gorske consomme-t-il lorsqu'il mange 2 Big Mac? Cette consommation de calories permet-elle à un homme adulte moyen de consommer d'autre nourriture?
6. En tenant compte du montant de 50 000 $ qu'il estime avoir dépensé chez McDonald et du nombre de Big Mac qu'il a mangés, croyez-vous qu'il a acheté d'autre nourriture chez McDonald?
7. Croyez-vous qu'il y a des données contradictoires dans cet article?
8. Par quel pourcentage le prix d'un Big Mac a-t-il augmenté de 1972 au 1er juillet 1997? Déterminez l'indice des prix à la consommation de 1972 et de 1997 et faites des comparaisons.
9. Déterminez le prix des Big Mac et d'autres produits de restauration rapide de 1972 à la date actuelle. Présentez ces données sur un graphique.

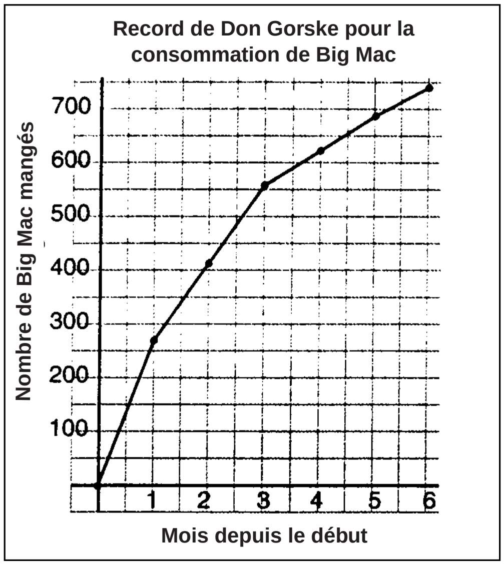
***Demiard* :** (nom m.) mesure de capacité pour les liquides, contenant la moitié d'une chopine ou le quart d'une pinte (0,284 litre)

Questions sur les coupures de presse : extraites de Media Clips, publié par Dorothy Wood, *Mathematics Teacher* (91,8), National Council of Teachers of Mathematics, mars 1999. Utilisation autorisée.

Réponses aux questions sur les coupures de presse

Des frites avec votre Big Mac?
La folie du Big Mac; un homme en a mangé 14 837 à date!

1\.



La pente correspond à 9/1 pour le premier mois, à 5/1 pour les deux mois suivants et à 2/1 pour les trois derniers mois, conformément au nombre de Big Mac mangés chaque jour.

2. a) La période allant du 1er juillet au 31 décembre 1997 comprend 184 jours, et l'année 1998 comprend 365 jours. À raison de 2 Big Mac par jour, il mangerait 1 098 autres Big Mac, pour un total de 15 935 Big Mac.
   b) Il aura mangé 20 000 Big Mac en l'an 2004, plus précisément le 25 juillet 2004.
3. a) Environ 3,2 onces, ce qui semble peu bas pour deux stéquettes de boeuf.
   b) Environ 2 tranches de cornichons.
   c) Environ 404 graines de sésame, ce qui semble plutôt élevé.
4. 73 gallons = 292 pintes = 1 168 demiards.
5. 1 120 calories. Oui. Le total de calories recommandé par jour dépend du niveau d'activité d'une personne, de son poids, de son métabolisme, et autres, mais un homme adulte moyen requiert environ 2 200 calories, ce qui laisse à Don un peu plus de 1 000 calories pour consommer d'autres éléments nutritifs qui ne sont pas présents dans les Big Mac.
6. S'il n'avait acheté que des Big Mac, le prix moyen pour toutes ces années serait de 50 000 $: 14 837 = 3,37 $. Puisque le prix d'un Big Mac en 1972 était de 49 cents et qu'il était de 1,99 $ en 1997. Il a certainement acheté d'autres choses.
7. S'il a commencé à manger des Big Mac au début de 1973, il n'en aurait pas mangés 1 500 lorsqu'il a rencontré son épouse le 22 septembre 1983. D'autres erreurs?
8. $\frac{1{,}99 - 0{,}49}{0{,}49} \approx 3{,}06;$ la hausse du prix est donc d'environ 300 pour cent.
9. Les réponses peuvent varier.

Réponses sur les coupures de presse : extraites de Media Clips, publié par Dorothy Wood, *Mathematics Teacher* (91,8), National Council of Teachers of Mathematics, mars 1999. Utilisation autorisée.

Coupures de presse

Annexe E-4

La Bourse et les fractions

Extrait de *Newsday*, le 8 juin 1997
Présenté par
Doug Salomon
The Browning School
New York, NY 10021

Un projet de loi pourrait obliger les marchés à remplacer le système des fractions par le système décimal.

WASHINGTON - La tradition de 200 ans sur Wall Street selon laquelle le cours des titres est indiqué en fractions - ce qui représente un anachronisme à l'ère des transactions informatisées de milliards de dollars - pourrait bientôt devenir chose du passé, en partie à cause des pressions des membres du congrès.

Les auteurs de la proposition du nouveau projet de loi, affirment que l'adoption du système décimal pour le commerce des actions rendrait le marché boursier plus accessible à la personne ordinaire et ferait épargner de l'argent aux investisseurs en réduisant le montant que les intermédiaires, qui achètent et qui vendent des titres aux cours cités, touchent lorsqu'ils font des transactions avec le public. Ceux qui sont en faveur de ce projet de loi affirment aussi qu'il pourrait faire épargner plus de 1 milliard de dollars aux investisseurs par année.

Bien que le projet de loi se fasse un chemin à travers les obstacles législatifs, les marchés boursiers ont commencé à réévaluer avec prudence la manière dont les affaires sont menées.

La semaine dernière, l'indice boursier de la NASDAQ a commencé à coter les cours en seizièmes plutôt qu'en huitièmes, suivant l'exemple de l'American Stock Exchange, qui avait fait de même le 7 mai. De plus, jeudi, le conseil de la Bourse de New York, la Bourse la plus importante au pays, a voté en faveur de l'utilisation des seizièmes avant la fin du mois et a témoigné son intention d'adopter le système décimal dès que les systèmes requis seraient en place.

Ce projet de loi devra surmonter des obstacles avant de devenir une loi puisque même les législateurs de New York s'y opposent. Selon eux, les marchés transigent en fractions depuis 200 ans et ce système fonctionne très bien, a dit le républicain Thomas Manton (D-Queens).

Le système des fractions remonte à la fondation de la bourse de New York en 1792. À cette époque, l'or espagnol - la devise nord-américaine - était la devise la plus stable dans le Nouveau Monde. Les courtiers en bourse transigeaient en « pièces de huit », ainsi nommées parce que la pièce espagnole pouvait être divisée en huit fragments pour faire de la monnaie.

Habituellement, les transactions du marché boursier sont réalisées par un intermédiaire ou un spécialiste, qui achète le titre à un prix (le cours acheteur) et qui le vend à un autre prix légèrement plus élevé (le cours vendeur). La différence entre le cours acheteur et le cours vendeur, nommé la marge, et qui équivaut à environ 12 ½ cents (un huitième d'un dollar), est touchée par le spécialiste en tant que profit. En adoptant des unités plus petites, soit des décimales, pour fixer le cours des titres, l'écart pourrait être réduit et les investisseurs pourraient épargner de l'argent.

Questions sur les coupures de presse

La Bourse et les fractions

1. Un courtier achète 100 actions de titres Mattel à la Bourse de New York à un cours acheteur de 35 ½ $ par action et il les vend à un cours vendeur de 35 5/8 $.
   a) Quel sera le profit du courtier?
   b) À quel pourcentage de son investissement son profit correspond-il?
2. Désirant réduire la marge, l'American Stock Exchange, le marché boursier NASDAQ (anciennement la National Association of Securities Dealers Automated Quotation System) et la Bourse de New York ont décidé de coter le cours des titres en unités de 1/16 ¢. Quel est l'écart minimum en cents?
3. D'autres unités ont aussi fait l'objet d'un examen : des unités de 1/32, de 1/64, de 1/128 et même de 1/256. Quel serait l'écart minimum d'une action pour chacune de ces unités de fractions en cents?
4. Quel serait la marge pour une action ayant un cours acheteur de 15 3/8 $ et un cours vendeur de 15 25/64 $?
5. À la suite de l'adoption des décimales, la différence minimale entre le cours acheteur et le cours vendeur pour une seule action a été établi à cinq cents. Laquelle des unités de fractions suggérées peut être reliée de plus près à cinq cents?
6. Expliquez les raisons pour lesquelles il serait préférable ou non d'utiliser les fractions et les décimales.
7. Faites des recherches à la bibliothèque sur les raisons de la stabilité de la devise espagnole en 1792.

Questions sur les coupures de presse : extraites de Media Clips, publié par Dorothy Wood, Mathematics Teacher (91,3), National Council of Teachers of Mathematics, mars 1999. Utilisation autorisée.

Réponses aux questions sur les coupures de presse

La Bourse et les fractions

1. a) La marge est de 1/8, ou de 12,5 cents. Pour 100 actions, le profit total est de 12,50 $.
   b) L'investissement du courtier est de 3 550 $, ou 12,50 $ correspond à 0,35 pourcent. Un courtier doit vendre de nombreuses actions pour gagner sa vie.

2. La moitié de 12,5, ou 6,25 cents.

3. Une marge de 1/32 équivaudrait à 3,125 cents, 1/64 à 1,5625 cents, 1/128 à 0,78125 cents et 1/256 à 0,390625 cents.

4. $$\begin{aligned} 15\frac{25}{64}-15\frac{3}{8} &= 15\frac{25}{64}-15\frac{24}{64} \\ &= \frac{1}{64} \\ &= 1{,}562\ 54\ ¢ \end{aligned}$$

5. 1/16

6. Réponse possible : un plus grand nombre de personnes préfèrent les décimales aux fractions, surtout lorsque les dénominateurs sont grands. Les écarts pourraient être plus précis, même si l'écart minimum a été fixé à cinq cents. Ces facteurs semblent plus importants que la tradition. Ce n'est pas parce qu'une chose a toujours été faite de la même manière qu'il n'est pas possible de l'améliorer.

Réponses sur les coupures de presse : extraites de Media Clips, publié par Dorothy Wood, *Mathematics Teacher* (91,3), National Council of Teachers of Mathematics, mars 1999. Utilisation autorisée.

Unité F
Gestion des données

GESTION ET ANALYSE DES DONNÉES

Le résultat général visé par le module Gestion et analyse de données est d'apprendre à analyser des graphiques ou des diagrammes de situations données afin d'en tirer des renseignements précis.

Les résultats d'apprentissage prescrits sont les suivants :

- extraire des renseignements de différents graphiques composés de données discrètes ou continues à l'aide de séries chronologiques, de glyphes, de données continues ou de courbes de niveau;
- tirer et valider des conclusions en interpolant et en extrapolant des données graphiques et tabulaires;
- concevoir différentes façons de présenter et d'analyser des résultats en concentrant sur la justesse et la clarté de la présentation des données.

Méthode pédagogique

Les élèves représenteront des données numériques par l'entremise des graphiques appropriés en se servant de calculatrices graphiques, de feuilles de calcul et des graphiciels. Ils discuteront des mérites ou des limites des diagrammes de dispersion, des graphiques linéaires et des graphiques à barres.

Dans de nombreux domaines d'études comme dans la vie quotidienne, il est indispensable de savoir interpréter des diagrammes, des graphiques et des courbes de niveau. Une interprétation exacte de ces diagrammes améliore la compréhension. Il serait bon de présenter aux élèves des exemples puisés dans différents domaines d'études, dont la météorologie, la médecine et l'astronomie.

Projets

L'enseignant devrait se servir des projets tirés du présent document, du document *Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Exercices* ou d'autres ressources textuelles.

Outils pédagogiques

- calculatrice graphique
- tableur

Durée

15 heures

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE

Résultat général

Analyser des graphiques ou des tableaux de situations données afin d'obtenir des renseignements spécifiques.

Résultats spécifiques

F-1 Extraire des renseignements de graphiques de données discrètes ou continues en utilisant :
- des séries chronologiques;
- des glyphes;
- des données continues;
- des courbes de niveau.

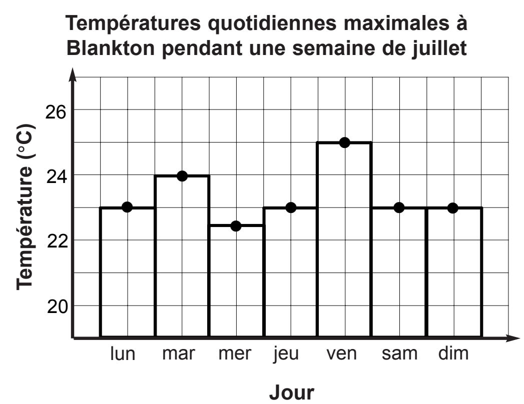
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

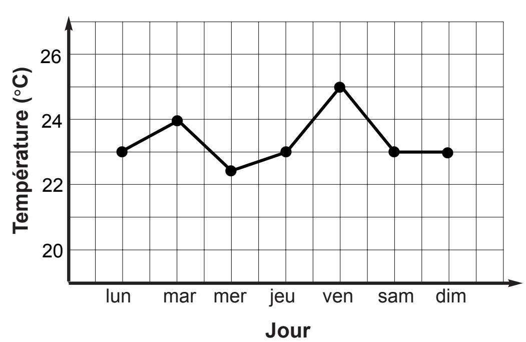
- **Discuter de l'affichage et de l'interprétation des données discrètes.**

> ***Variable discrète :*** variable qui peut adopter seulement des valeurs spécifiques. On peut parfois obtenir des données discrètes en comptant et, dans de telles situations, les seuls nombres obtenus sont des nombres entiers, soit 0, 1, 2, 3, 4, 5… (par exemple, le nombre de fois qu'une personne lave la vaisselle pendant une semaine ou le nombre de chatons dans un panier). Dans d'autres situations, on obtient le maximum ou le minimum d'une quantité pendant une période donnée. Par exemple, la température la plus élevée atteinte chaque jour d'une semaine donnée. (Voir l'exemple ci-dessous.)

Exemples de données discrètes

Examinez les diagrammes ci-dessous illustrant les températures quotidiennes maximales à Blankton pendant une semaine du mois de juillet.





— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Les élèves devraient pouvoir lire les coupures de presse et répondre aux questions fournies à la fin de cette unité. (Voir l'annexe F-2.)

Problème

Pour chacune des questions suivantes, indiquez si les données obtenues sont discrètes ou continues.

a) Le nombre de spectateurs à chacun des 20 matchs de hockey.
b) Les longueurs de 50 épis de maïs en mm.
c) Les poids de 50 épis de maïs en grammes.
d) Le nombre de rangées de grains de maïs dans chacun des 50 épis de maïs.
e) Le nombre de grains de maïs dans chacun des 50 épis de maïs.
f) Le temps pris pour compter le premier but dans chacun des 20 matchs de hockey.
g) Le nombre d'élèves à chacun des 25 cours de mathématiques.
h) Les diamètres de 1 000 ampoules électriques produites par la méthode oxypod en mm.
i) Le nombre d'ampoules électriques classées défectueuses dans chaque lot de 1 000 ampoules.
j) Le nombre d'élèves dans la classe dont l'anniversaire de naissance a lieu chaque mois.

Solutions

a) discrètes
b) continues
c) continues
d) discrètes
e) discrètes
f) continues
g) discrètes
h) continues
i) discrètes
j) discrètes

NOTES

Ressources imprimées

Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Exercices – Supplément au programme d'études, Éducation et Formation professionnelle Manitoba

Mathématiques appliquées, secondaire 3, cours destiné à l'enseignement à distance, Éducation et Formation professionnelle Manitoba — Module 8, Leçons 1, 2 et 3

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

F-1 Extraire des renseignements de graphiques de données discrètes ou continues en utilisant :
- des séries chronologiques;
- des glyphes;
- des données continues;
- des courbes de niveau.

– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Discuter de l'affichage et de l'interprétation des données discrètes. (suite)**

Exemples — suite

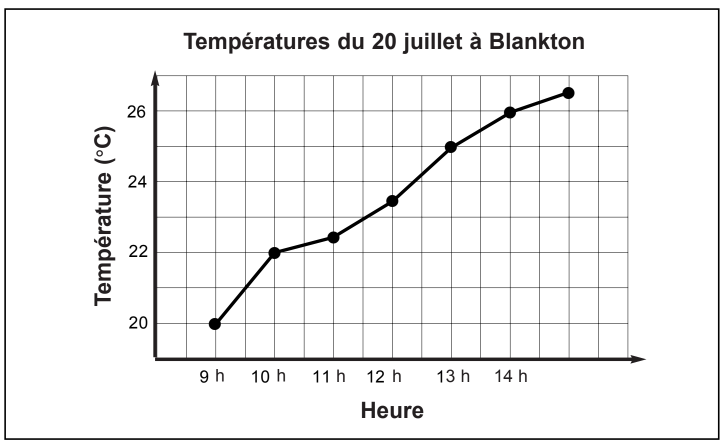
Ces graphiques illustrent les mêmes données discrètes. L'histogramme met l'accent sur la nature discrète des données. Les points du graphique linéaire ne sont reliés que pour illustrer le modèle ou la tendance des données. Les coordonnées des points sur les droites entre les points réels de données peuvent n'avoir aucune signification.

Variable continue : variable qui peut adopter toutes les valeurs entre certaines limites et qui peut être identifiée seulement selon la précision de l'instrument de mesure. Nous identifions une étendue en vertu de laquelle il est raisonnable de supposer que l'attribut mesuré varie continuellement. Le temps nécessaire pour porter une quantité donnée d'eau à ébullition sera mesuré avec une précision identifiable, par exemple, 2,43 minutes, soit un résultat exact à deux décimales près. Les variables telles la hauteur, le poids et la température sont toutes des exemples de données continues.

Lorsque la distribution est continue, de l'information peut être obtenue en effectuant une interpolation à partir du graphique de points représentant les données recueillies (voir l'exemple ci-dessous).

Exemple de données continues

Examinez le graphique ci-dessous qui illustre les températures enregistrées à chaque heure pendant 7 heures le 20 juillet à Blankton.



Ce graphique illustre des données continues. L'interpolation nous permet d'estimer les températures à des heures différentes, par exemple à 11 h 30 alors qu'il a probablement fait 23°C. En réalité, la température n'a peut-être pas changé uniformément pendant chaque intervalle d'une heure. Bien entendu, la mesure plus fréquente produirait une image plus exacte des tendances.

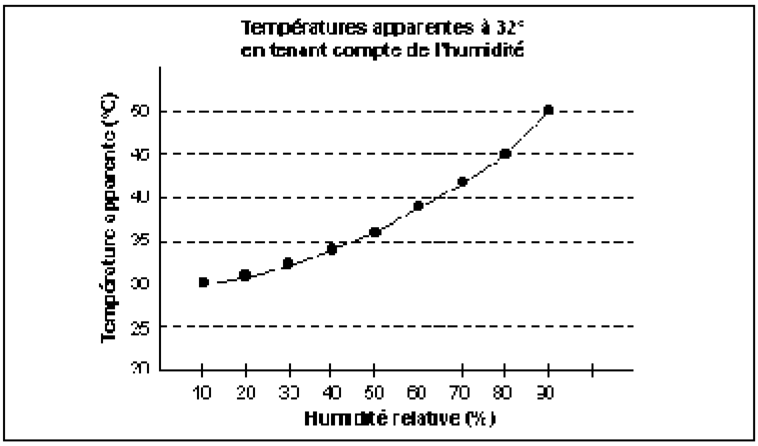
STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Pour les graphiques suivants, déterminez si les données sont discrètes ou continues.

a) L'indice de chaleur – La température de l'air et l'humidité ont toutes deux un effet sur la chaleur que nous ressentons lorsque nous sommes à l'extérieur. Le graphique ci-dessous illustre la température apparente lorsque la température de l'air est en réalité de 32°C.



b) Croissance de la population

Note :

En raison de droits d'auteur, nous sommes dans l'impossibilité d'afficher le contenu suivant :

- Croissance de la population

Prière de vous référer au document imprimé. On peut se procurer ce document au Centre des manuels scolaires du Manitoba.

Centre des manuels scolaires du Manitoba
site : www.edu.gov.mb.ca/metks4/curricul/learnres/mtbb
courrier électronique : mtbb@merlin.mb.ca
téléphone : 1 800 305-5515 télécopieur : (204) 483-3441
n° du catalogue : 91778
coût : 11,35 $

Résultats d'apprentissage spécifiques

Stratégies pédagogiques

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Problème

Utilisez le graphique ci-dessous pour répondre aux questions suivantes.

a) Que représentent les trois droites?

b) Pourquoi la droite du maximum moyen est-elle relativement plate? Pourquoi la pente de cette droite est-elle un peu en hausse à droite?

c) Tracez un graphique illustrant les différences entre le maximum moyen et le maximum de 1996.

Note :

En raison de droits d'auteur, nous sommes dans l'impossibilité d'afficher le contenu suivant :

- Faits réels sur les températures en hiver

Prière de vous référer au document imprimé. On peut se procurer ce document au Centre des manuels scolaires du Manitoba.

Centre des manuels scolaires du Manitoba
site : www.edu.gov.mb.ca/metks4/curricul/learnres/mtbb
courrier électronique : mtbb@merlin.mb.ca
téléphone : 1 800 305-5515 télécopieur : (204) 483-3441
n° du catalogue : 91778
coût : 11,35 $

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Projet

En utilisant les données ci-dessous, examinez le cas suivant. Supposons que vous vouliez acheter une automobile usagée de la catégorie ci-dessous.

Note :

En raison de droits d'auteur, nous sommes dans l'impossibilité d'afficher le contenu suivant :

- Association canadienne des automobilistes/évaluation du guide du consommateur pour les automobles de 1993 de 15 000 $ à 20 000 $

Prière de vous référer au document imprimé. On peut se procurer ce document au Centre des manuels scolaires du Manitoba.

Centre des manuels scolaires du Manitoba
site : www.edu.gov.mb.ca/metks4/curricul/learnres/mtbb
courrier électronique : mtbb@merlin.mb.ca
téléphone : 1 800 305-5515 télécopieur : (204) 483-3441
n° du catalogue : 91778
coût : 11,35 $

a) Vous devez déterminer la façon dont vous utiliseriez ces données pour établir quelle automobile vous convient le mieux. Devriez-vous simplement additionner les cotes et choisir l'automobile qui a la cote totale la plus élevée? Devriez-vous choisir parmi les automobiles qui ont les 5 ou 10 meilleures cotes? Devriez-vous choisir les particularités qui sont les plus importantes pour vous? Devriez-vous ne tenir compte que des automobiles qui ont des cotes 10 ou de celles qui ont des 8, 9 et 10?

b) Choisissez la méthode à utiliser. Expliquez la méthode que vous avez choisie, puis organisez et résumez les informations pour pouvoir présenter des comparaisons claires sous forme de tableau ou de graphique.

c) Supposons que vous êtes chargé des relations publiques chez un concessionnaire Ford (ou dans toute autre compagnie). Sélectionnez et présentez les données qui illustrent les avantages offerts par votre automobile de la façon la plus positive possible.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

F-1 Extraire des renseignements de graphiques de données discrètes ou continues en utilisant :
- des séries chronologiques;
- des glyphes;
- des données continues;
- des courbes de niveau.

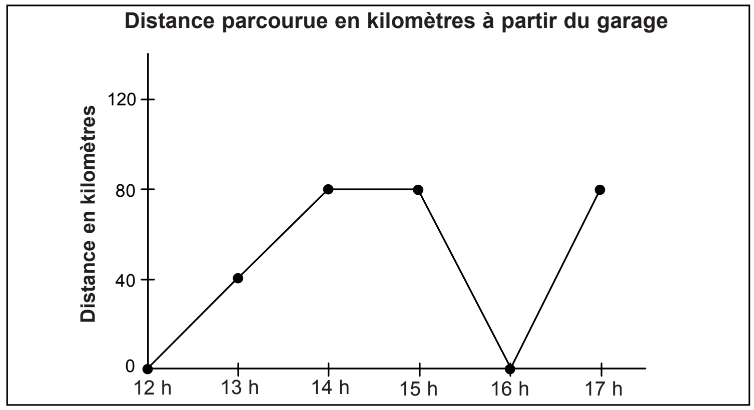
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Examiner des données continues reliées au temps. (suite)**

Exemple 2

Le graphique suivant illustre la distance, en kilomètres, parcourue par un véhicule à partir du garage de la maison au fur et à mesure que le temps avance. Le véhicule quitte le garage à midi.



a) Les points de données enregistrés et inscrits sur le graphique sont indiqués dans le tableau ci-dessous. Vous savez que le véhicule voyage à une vitesse constante lorsqu'il est en mouvement et qu'il est immobile de 14 h à 15 h.

Heure	Distance parcourue en kilomètres à partir du garage
12 h	0
13 h	40
14 h	80
15 h	80
16 h	0
17 h	80

Expliquez pourquoi ces données sont continues.

b) Estimez la distance parcourue à partir du garage à 13 h 30 et à 16 h 45.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

F-1 Extraire des renseignements de graphiques de données discrètes ou continues en utilisant :
- des séries chronologiques;
- des glyphes;
- des données continues;
- des courbes de niveau.

– suite

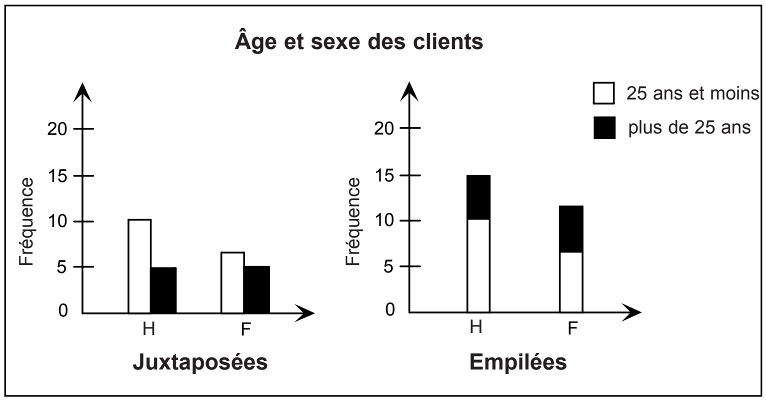
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Afficher des données discrètes à l'aide de graphiques à barres.**

L'information peut être illustrée par des graphiques à barres dans lesquels les barres sont divisées et juxtaposées ou empilées.

Exemple 1

Les graphiques à barres ci-dessous illustrent les mêmes informations sur l'âge et le sexe des clients d'un restaurant.



Utilisez les graphiques pour répondre aux questions suivantes. Indiquez quel graphique fournit les réponses plus facilement.

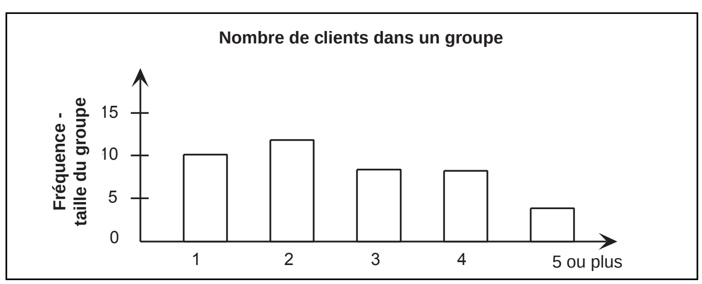
1. Quel est le nombre d'hommes?
2. Quel est le nombre de femmes de plus de 25 ans?

Solution

1. 15; le graphique à barres empilées, addition non requise.
2. 5; le graphique à barres juxtaposées, soustraction non requise

Exemple 2

Les graphiques suivants illustrent comment utiliser un graphique à barres empilées pour fournir des informations plus détaillées.



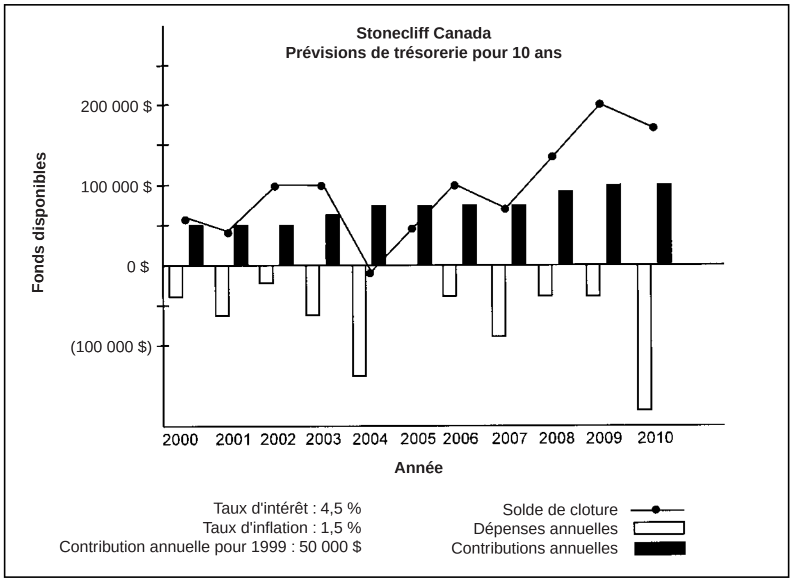
— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Utilisez le graphique pour répondre aux questions.



a) Les données sont-elles discrètes ou continues?

b) La contribution annuelle pour 1999 est de 50 000 $. À quelle année prévoit-on que les contributions auront presque doublé?

c) Pourquoi les dépenses annuelles des années 2004, 2007 et 2010 sont-elles beaucoup plus élevées que celles des autres années?

d) Pourquoi les soldes de clôture des années 2008 et 2009 devraient-ils augmenter aussi rapidement?

e) Pourquoi ces prévisions ne sont-elles probablement pas réalistes? En quoi sont-elles réalistes?

Solution

a) Discrètes

b) En l'an 2008, les contributions auront presque doublé.

c) Parce que la toiture devra être refaite pendant ces années (d'autres dépenses majeures peuvent aussi être suggérées : stationnement, électricité, etc.).

d) Les dépenses pour ces années sont relativement peu élevées et les soldes de clôture augmentent rapidement.

e) Il s'agit d'une projection à long terme. Personne ne sait ce qui se passera, mais on peut s'attendre à des dépenses d'entretien élevées de temps à autre.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

F-1 Extraire des renseignements de graphiques de données discrètes ou continues en utilisant :
- des séries chronologiques;
- des glyphes;
- des données continues;
- des courbes de niveau.

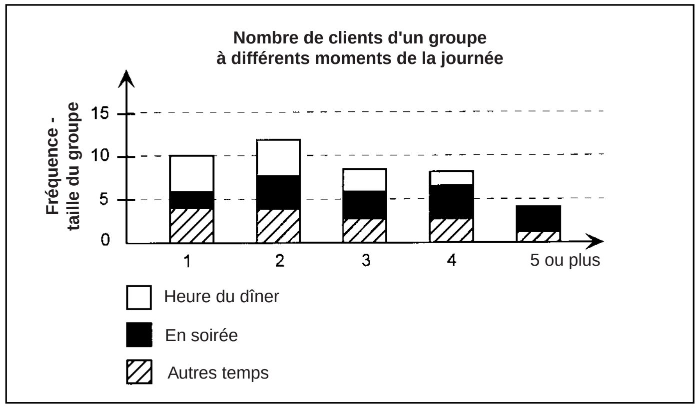
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Afficher des données discrètes à l'aide de graphiques à barres.**

Exemple 2 — suite

Les informations peuvent aussi être divisées selon l'heure qu'il est. Par exemple :



Discutez des questions suivantes avec les élèves :

a) Quel est le nombre total de clients?

b) Quel est le nombre de clients qui mangent seuls à l'heure du dîner?

c) Quel est le nombre de personnes qui mangent le soir?

d) Pourquoi ces renseignements pourraient-ils être utiles au propriétaire d'un restaurant?

Solutions (les réponses peuvent varier)

a) ~110

b) 4

c) 64

d) Le propriétaire du restaurant peut décider comment disposer les tables. À l'heure du dîner, des tables de 1 ou 2 personnes peuvent être requises, tandis qu'en soirée, des tables plus grandes sont requises.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Le graphique à barres juxtaposées illustre les ventes et les coûts pour les premiers six mois d'exploitation d'une nouvelle chaîne de magasins. Les montants sont indiqués en millions de dollars.

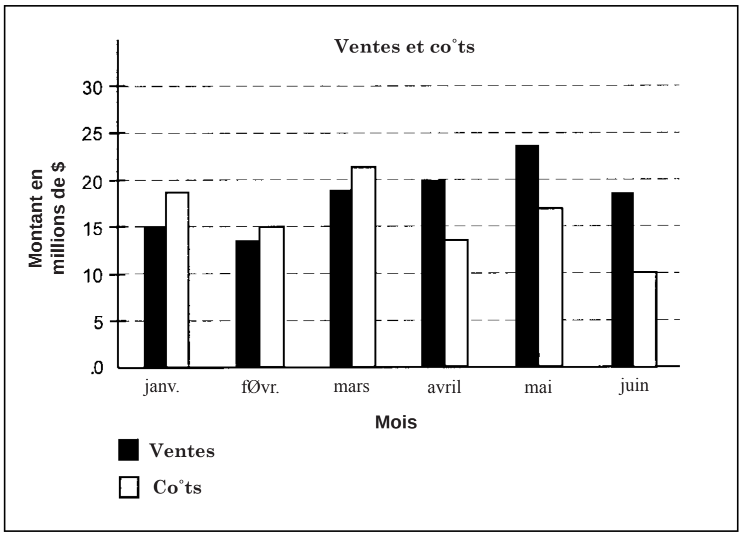
a) Tracez un autre graphique illustrant les profits nets (pertes).

b) Pendant quel mois la chaîne fait-elle le plus de profits?

c) Pendant quel mois la chaîne fait-elle le moins de profits?

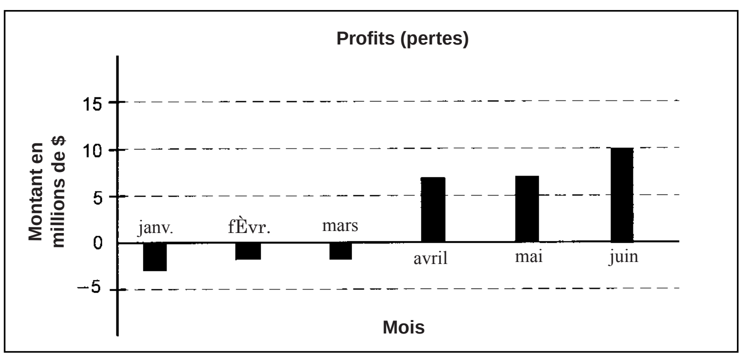
d) Pourquoi les ventes peuvent-elles fluctuer?

e) Pourquoi les coûts peuvent-ils fluctuer?



Solution

a)



b) juin

c) janvier

d) nouveaux magasins, marchandise saisonnière, la météo

e) coûts de démarrage, chauffage

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

F-1 Extraire des renseignements de graphiques de données discrètes ou continues en utilisant :
- des séries chronologiques;
- des glyphes;
- des données continues;
- des courbes de niveau.

– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

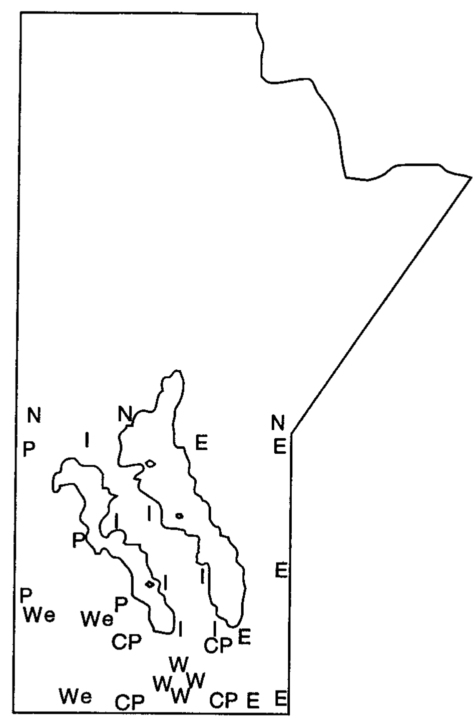
- **Afficher et interpréter des données provenant de cartes de courbes de niveau.**

***Courbe de niveau* :** courbe fondée sur différentes données en matière d'élévation, de météo, de végétation, de ressources naturelles, etc. (p. ex. des cartes atmosphériques ou topographiques).

***Nota* :** Les élèves auront peut-être déjà étudié les courbes de niveau de température dans leurs cours de sciences sociales.

Exemple

La province du Manitoba est divisée en régions d'activités telles que les sports, la politique, les rapports météorologiques et autres. Une carte de courbe de niveau pourrait être produite à partir des données ci-dessous :



Une droite tracée à l'aide de tous les points N produirait la région Norman. De même, des droites tracées à l'aide de tous les points P, E, I, WE, CP et W produiraient les limites approximatives des régions Parkland, Eastman, Interlake, Westman, Central Plains et de Winnipeg respectivement. Tracez les courbes sur la carte.

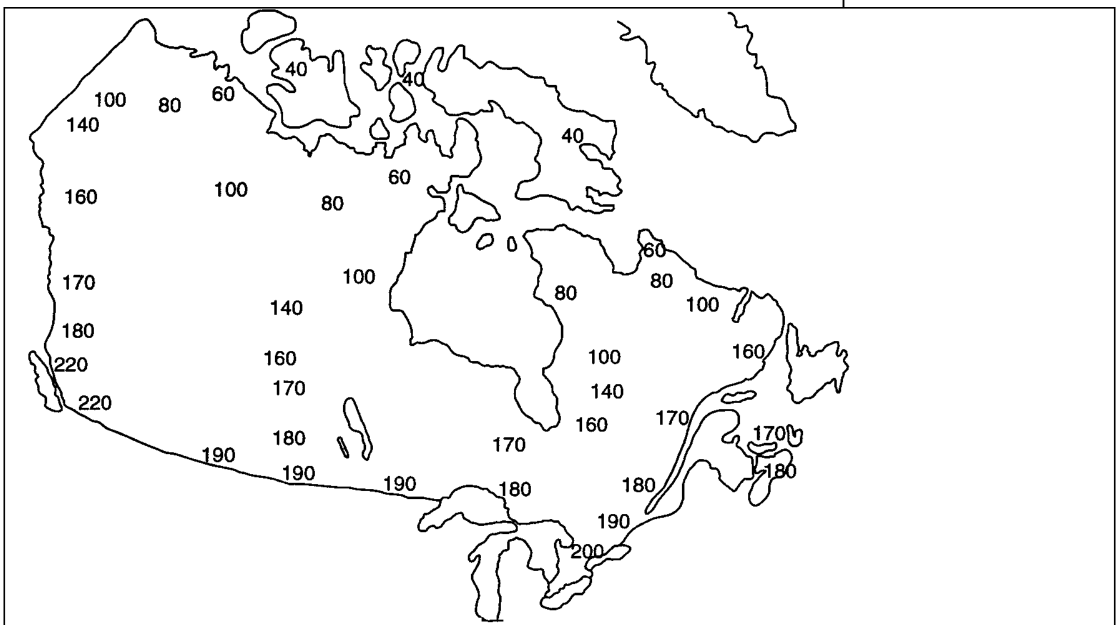
— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

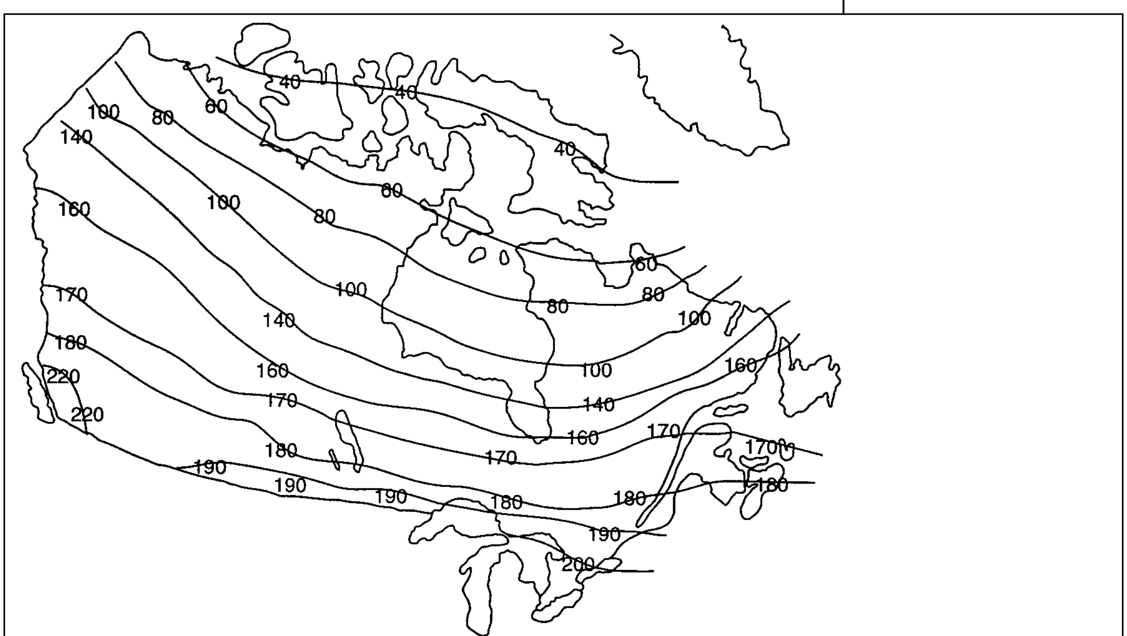
NOTES

Problème

Reliez les nombres identiques entre eux pour créer une carte de courbes de niveau qui représente les saisons de croissance au Canada en termes de jours.



Solution



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

F-1 Extraire des renseignements de graphiques de données discrètes ou continues en utilisant :
- des séries chronologiques;
- des glyphes;
- des données continues;
- des courbes de niveau.

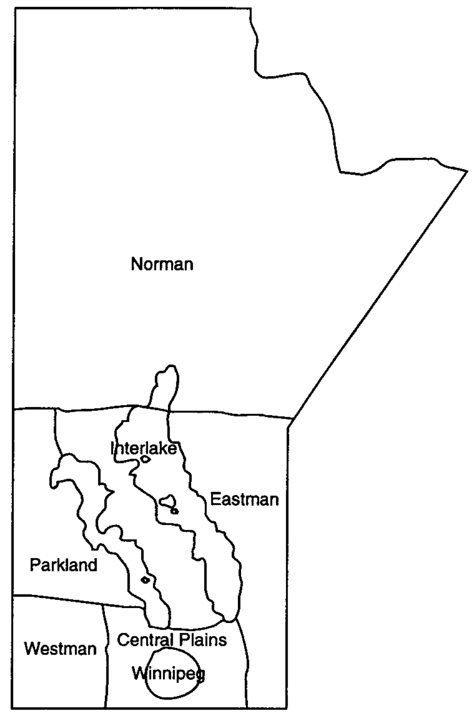
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Afficher et interpréter des données provenant de cartes de courbes de niveau. (suite)**

Exemple — suite

Solution



— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

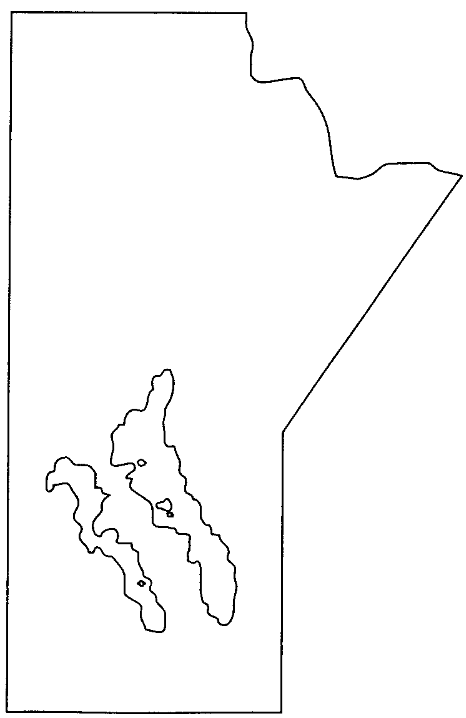
Problème

> ***Isotherme :*** droite tracée sur un diagramme ou une carte météorologique et qui relie tous les points de températures égales ou constantes.

Au Manitoba, au cours d'une journée d'hiver, les températures suivantes ont été consignées :

Ashern	–25°	Norway House	–29°
Boissevain	–19°	Portage	–21°
Brandon	–21°	Sprague	–15°
Carmen	–19°	Steinbach	–19°
Churchill	–34°	Swan River	–25°
Dauphin	–25°	The Pas	–29°
Flin Flon	–32°	Thompson	–29°
Morden	–15°	Winnipeg	–19°

Sur la carte du Manitoba ci-dessous, tracez les points des 16 centres de la liste (utilisez une carte routière ou un atlas pour connaître les emplacements), indiquez la température de la journée vis-à-vis du point et tracez l'isotherme pour représenter les ceintures de température dans la province.



Projet

Tracez les isothermes sur une carte météorologique à partir de données trouvées dans le journal, de la même manière que ci-dessus.

NOTES

Sites Internet

La Voie verte d'Environnement Canada
www.ec.gc.ca

La Voie verte d'Environnement Canada
Région des Prairies et du Nord
www.mb.ec.gc.ca

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

F-1 Extraire des renseignements de graphiques de données discrètes ou continues en utilisant :
- des séries chronologiques;
- des glyphes;
- des données continues;
- des courbes de niveau.

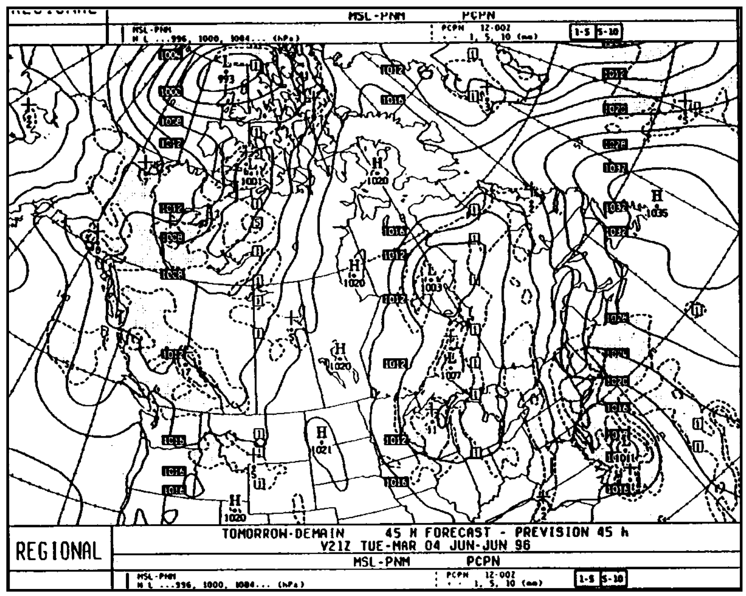
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Afficher et interpréter des données provenant de cartes de courbes de niveau. (suite)**

Enquête

La carte ci-dessous illustre la pression atmosphérique, mesurée en hectopascals, et prévue à différentes stations météo pour le 3 juin 1996. Vous trouverez une carte courante d'Environnement Canada sur le site Web du Centre météo-rologique canadien à l'adresse http://meteo.ec.gc.ca/analysis/index_f.html. Vous devez utiliser cette carte pour répondre aux questions ci-dessous.



a) Estimez la pression atmosphérique prévue où vous vous trouvez.

b) Les zones ombrées représentent les endroits où tombe de la pluie (ou de la neige). Quel lien existe-t-il entre la pression atmosphérique et les averses de pluie (ou de neige)?

c) Tracez un graphique linéaire des pressions pour l'endroit où vous vous trouvez pour une période donnée. Quels liens pouvez-vous établir avec la météo? Vous devrez peut-être vérifier le site Internet pendant plusieurs jours.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Sites Internet

Centre météorologique canadien (CMC)
http://meteo.ec.gc.ca/analysis/index_f.html.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

F-1 Extraire des renseignements de graphiques de données discrètes ou continues en utilisant :
- des séries chronologiques;
- des glyphes;
- des données continues;
- des courbes de niveau.

– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Interpréter et construire des glyphes pour la présentation de données.**

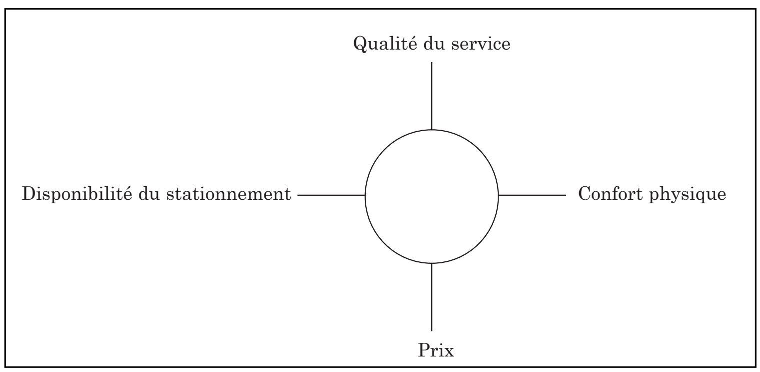
Glyphes: Représentation illustrée/graphique des données.

Dans les temps anciens, l'écriture par signes, ou les hiéroglyphes, était la clé de la communication. Cinq milles ans plus tard, les scientifiques découvrent que l'écriture moderne par signes, ou glyphes, constitue un outil précieux pour rendre des données fondées sur plusieurs variables concrètes. Les représentations graphiques sont utilisées en médecine, en astronomie, en géologie, en météorologie, en sciences sociales et dans d'autres disciplines.

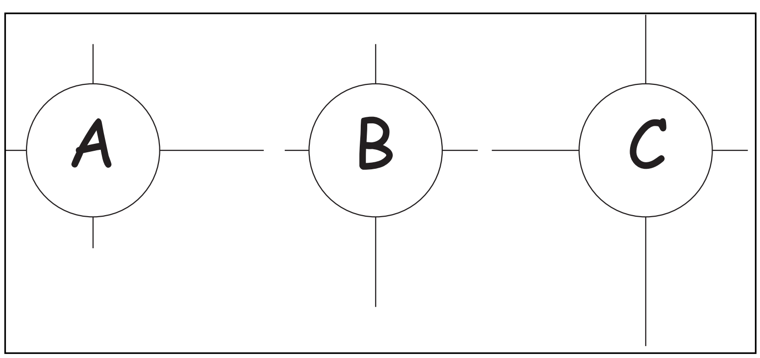
Toute image utilisée pour afficher de l'information peut être considérée comme un glyphe. Les glyphes représentant ***des cercles et des rayons*** sont souvent utilisés pour évaluer des éléments selon certains critères prédéterminés. Un cercle est tracé pour représenter un des éléments à évaluer. Une série de rayons sont ensuite tracés à l'aide d'une échelle donnée à partir du cercle et en s'éloignant du cercle pour illustrer la force ou la faiblesse de chaque qualité examinée.

Exemple 1

Trois restaurants (A, B et C) sont évalués selon les critères ci-dessous :



Les résultats sont les suivants :



— suite

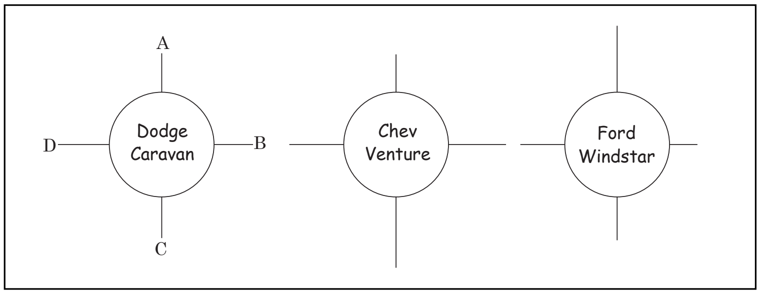
STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Une revue destinée aux consommateurs utilise un glyphe de cercle et de rayon pour comparer les trois mini-fourgonnettes fabriquées par trois principaux fabricants d'automobiles en Amérique du Nord. Quatre qualités sont examinées, et chacune de ces qualités est représentée par un rayon différent :

   A. Confort
   B. PC (Puissance en chevaux)
   C. Kilométrage au litre
   D. Prix



   a) Même si les trois mini-fourgonnettes reçoivent environ la même cote d'appréciation, il existe des faibles différences qui pourraient influencer l'achat d'un consommateur. Laquelle des mini-fourgonnettes est la meilleure dans chacune des quatre catégories présentées?
   b) Laquelle achèteriez-vous? Expliquez pourquoi.

   Solution

   a) Confort — Ford Winstar
   PC (Puissance en chevaux-vapeur) — Chevrolet Venture
   Kilométrage au litre — Chevrolet Venture
   Prix — Dodge Caravan
   b) Les réponses peuvent varier, mais ce pourrait être la Chevrolet Venture parce qu'elle offre la meilleure puissance en chevaux-vapeur et le meilleur kilométrage au litre.

2. Créez un glyphe de cercle et de rayon pour comparer Winnipeg, Saskatoon, Calgary et Vancouver, selon les catégories suivantes. Tracez des rayons précis au moyen d'une échelle et d'une étiquette donnée.

Ville	Population	Température moyenne	Précipitations moyennes	Taux d'emploi
Winnipeg	0,7 million	2,4	504 mm	64,4 %
Saskatoon	0,2 million	2,6	385 mm	67,5 %
Calgary	0,9 million	3,9	399 mm	70,1 %
Vancouver	1,9 million	9,8	1167 mm	60,4 %

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

F-1 Extraire des renseignements de graphiques de données discrètes ou continues en utilisant :
- des séries chronologiques;
- des glyphes;
- des données continues;
- des courbes de niveau.

– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Interpréter et construire des glyphes pour la présentation de données. (suite)**

Exemple 1 — suite

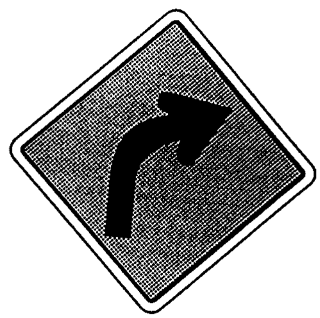
1. Lequel des restaurants obtient la meilleure cote dans chacune des catégories?
2. Quel restaurant se classerait probablement le premier si on tenait compte de toutes les catégories?

Solution

1. Le restaurant A offre les installations les plus confortables et le restaurant C se classe premier dans toutes les autres catégories.
2. Le restaurant C semble obtenir la meilleure cote en général.

Exemple 2

Peu importe le pays dans lequel vous conduisez un véhicule automobile, que représente le signe de la route ci-dessous?



Solution

Le signe ci-dessus indique un virage à droite plus loin sur la route. Il indique aussi que ce virage est assez prononcé puisqu'un angle presque droit y est illustré par rapport à la direction actuelle de la route.

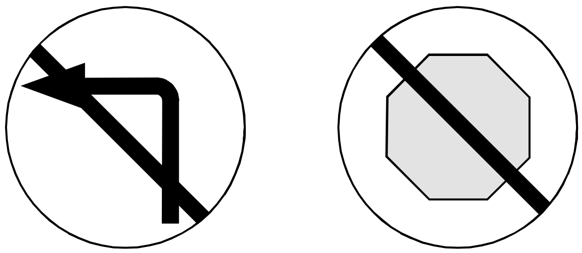
— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Enquête

Des groupes de trois élèves doivent être formés et chaque groupe doit obtenir du Centre des permis et des immatriculations un livret sur la lecture des signes de la route. Ensuite, le groupe doit répondre aux questions suivantes.

a)



Que représente la forme circulaire? (Réponse : action obligatoire)

b) Que représente la barre? (Réponse : action interdite)

c) Quelle est la signification des signes? (Réponse : signe de gauche = défense de tourner à gauche; signe de droite = arrêt interdit)

d) En utilisant les glyphes du livret, rédigez une question semblable à celle-ci, à laquelle un autre groupe doit répondre.

e) Où peut-on trouver d'autres types de glyphes? (Exemples : à l'endos des ordinateurs et des chaînes stéréo, dans les manuels d'instruction, etc.)

NOTES

Ressources imprimées

Guide de l'automobiliste, ministère de la Voirie et du Transport du Manitoba, Permis et immatriculations

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

F-1 Extraire des renseignements de graphiques de données discrètes ou continues en utilisant :
- des séries chronologiques;
- des glyphes;
- des données continues;
- des courbes de niveau.

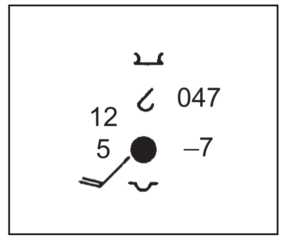
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Interpréter et construire des glyphes pour la présentation de données. (suite)**

Exemple 3

Utilisez les informations de l'annexe F-1 (p. 52) pour interpréter le glyphe météorologique ci-dessous.



a) Type de nuage supérieur ____________

b) Type de nuage moyen ____________

c) Type de nuage inférieur ____________

d) Pression au niveau de la mer ____________

e) Changement de pression dans les 3 dernières heures ______

f) Direction et vitesse du vent ____________

g) Surface du ciel couverte par les nuages ____________

h) Température de l'air en °C ____________

i) Point de rosée de l'air ____________

Solution

a) Cirro-stratus

b) Alto-cumulus en petits groupes

c) Strato-cumulus

d) 1 004,7 mb

e) en baisse de 7 mb dans les trois dernières heures

f) 32 - 41 km/h du sud-ouest

g) ciel couvert

h) température de l'air à 12°C

i) point de rosée à 5°C

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

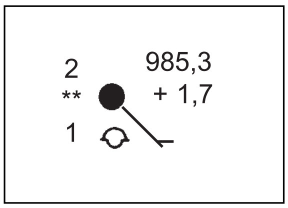
NOTES

Problème

Tracez un glyphe météorologique pour illustrer les informations ci-dessous.

Le vent souffle du sud-est à 8km/h. Le ciel est couvert et une faible neige constante, tombe. La température de l'air est de 2° C et le point de rosée est de 1° C. La pression atmosphérique est de 985,3 mb et a augmenté de 1,7 mb au cours des 3 dernières heures. La couche inférieure de nuages est formée de cumulus, aplatis par des strato-cumulus.

Solution



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

F-2 Établir et valider des déductions, y compris des interpolations et des extrapolations, à partir de données graphiques et tabulaires.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Interpréter des données graphiques et tabulaires au moyen de l'interpolation et de l'extrapolation.**

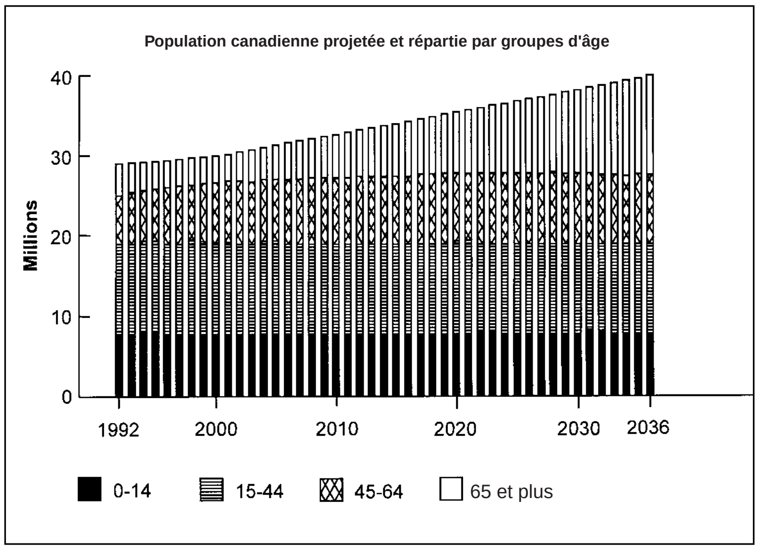
Interpolation **:** définition de valeurs à l'intérieur de la gamme de données.

Extrapolation **:** définition de valeurs à l'extérieur de la gamme de données.

Note aux enseignants **:** Tous les types de graphiques devraient être utilisés pour que les élèves soient exposés à une vaste gamme de représentations.

Exemple 1

Le graphique à barres ci-dessous illustre la population canadienne prévue, selon le groupe d'âge, pour la période allant de 1992 à 2036.



Source : extrait adapté de données non publiées de Statistique Canada, Division de la démographie; projection 3 modifiée pour permettre l'utilisation d'un TFR de 1,84; immigration annuelle de 250 000; émigration annuelle de 86 886.

a) En quelle année la population du Canada devrait-elle atteindre 30 millions d'habitants?

b) Décrivez le taux d'augmentation de la population du Canada, de façon globale et pour chaque groupe d'âge.

c) Estimez l'âge moyen de la population canadienne en 1992 et en 2036.

d) Estimez l'année à laquelle la population canadienne atteindra 44 millions d'habitants.

— *suite*

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

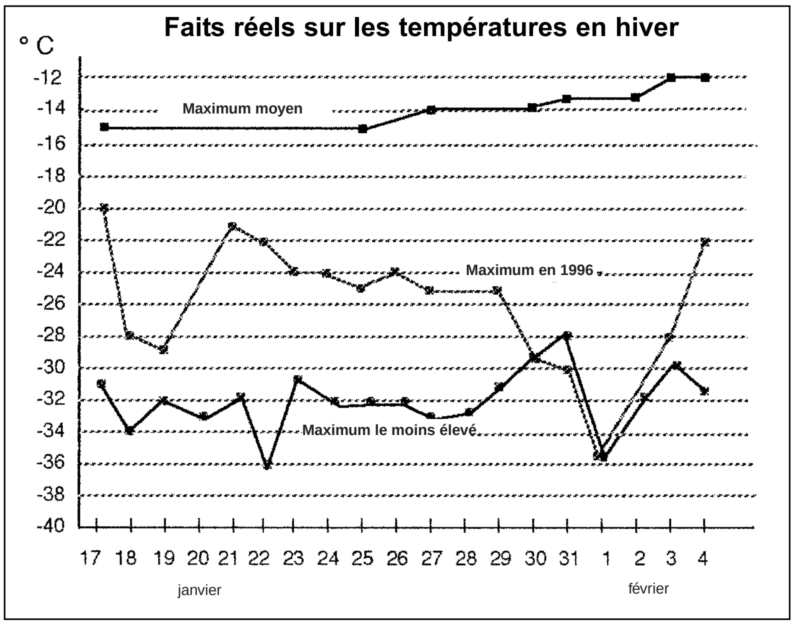
Problème

Utilisez le graphique ci-dessous pour répondre aux questions suivantes.

a) Que représentent les trois droites?

b) Pourquoi la droite du maximum moyen est-elle relativement plate? Pourquoi la pente de cette droite est-elle un peu en hausse à droite?

c) Tracez un graphique illustrant les différences entre le maximum moyen et le maximum de 1996.



Adaptation autorisée du *Winnipeg Free Press*.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

F-2 Établir et valider des déductions, y compris des interpolations et des extrapolations, à partir de données graphiques et tabulaires.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Interpréter des données graphiques et tabulaires au moyen de l'interpolation et de l'extrapolation. (suite)**

Exemple 1 — suite

Solution

a) 2000

b) Globalement, environ 290 000 par année
0-14 — légère augmentation, 20 000 par année
15-44 — légère augmentation, 20 000 par année
45-64 — environ 68 000 par année
plus de 65 ans — environ 180 000 par année

Les réponses peuvent varier.

c) Utilisez le tableau pour les calculs de b) et c). Les nombres donnés dans le graphique à barres sont eux-mêmes des estimations et tous les calculs sont donc approximatifs.

Nombres en millions				
	1996	2036	Différence	Taux
65+	4	12	8	8 000 000 ÷ 44 ≈ 180 000 par année
45–64	5	8	3	3 000 000 ÷ 44 ≈ 68 000 par année
15–44	12	13	1	1 000 000 ÷ 44 ≈ 20 000 par année
0–14	6	7	1	1 000 000 ÷ 44 ≈ 20 000 par année
Global	27	40	13	13 000 000 ÷ 44 ≈ 290 000 par année

En 1992, l'indice moyen est au 13 500 000^{e} rang si les indices sont présentés en ordre. Cet indice se trouve dans l'intervalle 15-44. Supposons que les 12 000 000 d'indices de cet intervalle sont répartis également. Il existe 6 000 000 indices inférieurs à 15. L'indice moyen se trouve à 7 500 000 indices plus loin et est situé à 7 500 000 ÷ 12 000 000 = 0,625 de l'intervalle 15-44. L'estimation est calculée comme suit : 15 + 0,625 x (44–15) ≈ 35. Pour l'an 2036, l'indice moyen est au 20 000 000^{e} rang et se situe à la frontière entre l'intervalle 15-44 et l'intervalle 45-64. Donc, 45 est une estimation raisonnable.

d) 2047

Stratégies d'évaluation

Notes

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

F-2 Établir et valider des déductions, y compris des interpolations et des extrapolations, à partir de données graphiques et tabulaires.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Interpréter des données graphiques et tabulaires au moyen de l'interpolation et de l'extrapolation. (suite)**

Dans l'exemple suivant, les élèves devront « **lisser** » les valeurs. La ***méthode de lissage*** permet l'élimination des grandes fluctuations de données (les points les plus élevés et les moins élevés du graphique) et l'établissement de tendances plus perceptibles.

Pour déterminer la valeur lissée, il suffit de faire la moyenne des données de l'année précédente, de l'année suivante et de l'année en cours. Pour les première et dernière années de données, on utilise les données d'origine.

Exemple 2

Le tableau ci-dessous illustre le nombre d'accidents mortels par 100 000 départs d'avions sur les lignes aériennes américaines pour la période de 15 ans, de 1977 à 1991.

Année	**Accidents mortels par 100 000 départs**
1977	0,061
1978	0,100
1979	0,074
1980	0,000
1981	0,077
1982	0,060
1983	0,079
1984	0,018
1985	0,069
1986	0,016
1987	0,061
1988	0,045
1989	0,166
1990	0,087
1991	0,059

a) Supposons qu'il y ait 5 accidents mortels au cours d'une année pour 5 800 000 départs d'avions. Quel serait le taux d'accidents par 100 000 départs?

b) Supposons qu'une femme d'affaires prenne l'avion chaque semaine pendant 50 semaines dans une année. Chaque voyage compte 4 départs (décollage, atterrissage, transfert, décollage et atterrissage, à l'aller et au retour). Combien d'années mettra-t-elle à atteindre 100 000 départs?

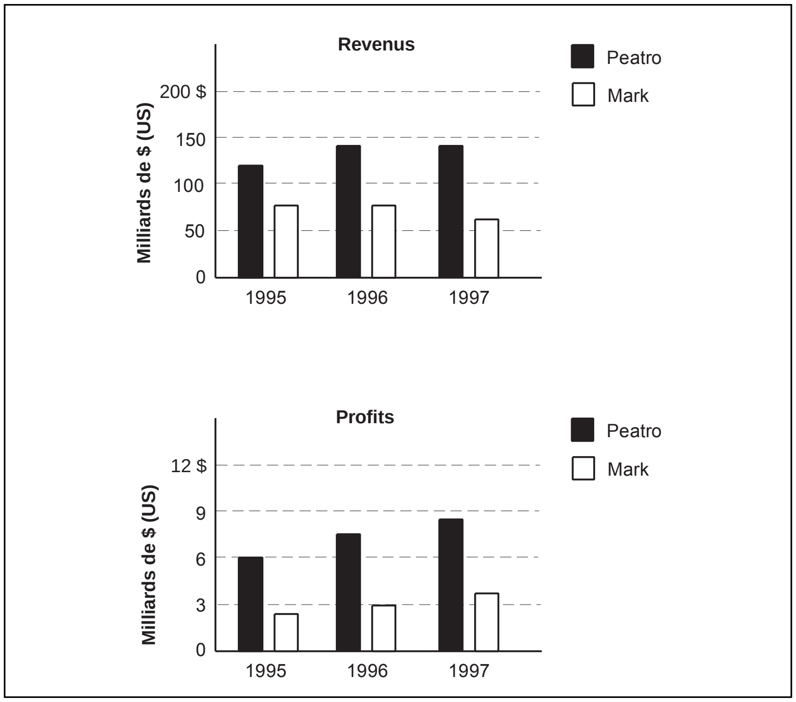
— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Le numéro du 27 novembre d'un journal quotidien contient les graphiques suivants qui comparent les revenus et les profits de deux grandes compagnies pétrolières qui pensent fusionner.



a) Utilisez les données des graphiques pour produire une feuille de calcul vous permettant de calculer les profits sous forme de pourcentage des revenus pour chaque compagnie et pour chaque année.

b) Établissez un histogramme à barres juxtaposées pour illustrer les revenus et les profits réalisés chaque année par Peatro.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

F-2 Établir et valider des déductions, y compris des interpolations et des extrapolations, à partir de données graphiques et tabulaires.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Interpréter des données graphiques et tabulaires au moyen de l'interpolation et de l'extrapolation. (suite)**

Exemple 2 — suite

c) Supposons qu'un homme d'affaires a le même horaire que la femme d'affaires ci-dessus pendant 50 ans. Le taux d'accidents mortels par 100 000 départs demeure constant à 0,07. Dans combien d'accidents devrait-il être impliqué?

d) Vrai ou faux. Un accident a lieu qui fait 50 morts. Un deuxième accident fait 1 mort. Le premier accident engendre une plus grande hausse du taux d'accidents que le deuxième accident.

e) En tenant compte du taux d'accidents de 1991, quel est le nombre de départs pour lequel un accident mortel devrait survenir?

f) Produisez une feuille de calcul à l'aide des données ci-dessus. Créez une colonne de « valeurs lissées ».

g) Créez un graphique pour les données réelles et les valeurs lissées.

h) Rédigez un court sommaire sur les résultats obtenus. Selon vous, la sécurité à bord des avions de la compagnie aérienne s'améliore-t-elle ou se détériore-t-elle? Quelles sont les raisons qui peuvent entraîner des variations pendant une année par rapport à la tendance globale? Cela s'est-il produit? Il existe d'autre façons d'évaluer la sécurité à bord des avions d'une compagnie aérienne. Suggérez une autre méthode.

Solution

a) 0,086 $\quad \dfrac{5}{5\,800\,000} = \dfrac{x}{100\,000}$

b) 500 ans. N$^{\text{bre}}$ par année = 50 x 4 = 200

N$^{\text{bre}}$ d'années = $\dfrac{100\,000}{200}$

c) 0,007 (inférieur à 1)

$$\frac{0{,}07}{100\,000} = \frac{x}{10\,000}$$

d) Non

e) 1 694 915 (environ 1 700 000)

$$\frac{0{,}59}{100\,000} = \frac{1}{x}$$

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

F-2 Établir et valider des déductions, y compris des interpolations et des extrapolations, à partir de données graphiques et tabulaires.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Interpréter des données graphiques et tabulaires au moyen de l'interpolation et de l'extrapolation. (suite)**

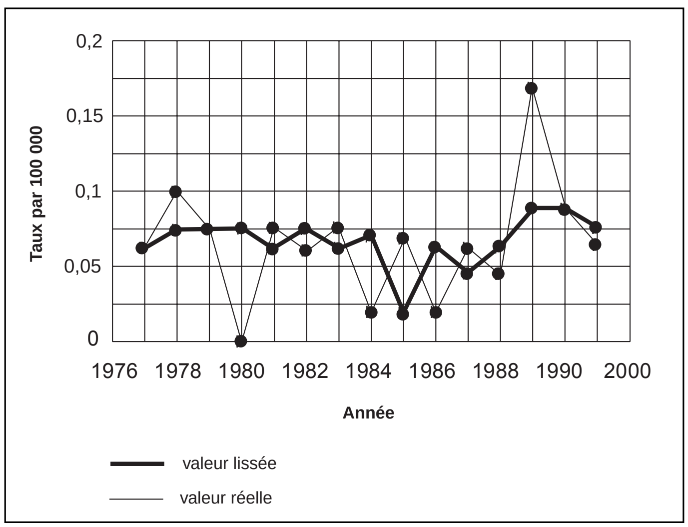
Exemple 2 — suite

Solution — suite

f)

Année	Taux par 100 000 départs	Taux lissé
1977	0,061	0,061
1978	0,100	0,074
1979	0,074	0,074
1980	0,000	0,074
1981	0,077	0,06
1982	0,060	0,077
1983	0,079	0,06
1984	0,018	0,069
1985	0,069	0,018
1986	0,016	0,061
1987	0,061	0,045
1988	0,045	0,061
1989	0,166	0,087
1990	0,087	0,087
1991	0,059	0,073

g)



Pour déterminer la valeur lissée pour 1982, par exemple, on doit comparer le taux de 0,06 pour l'année aux taux de 1981 et de 1983, qui sont de 0,077 et 0,079. La moyenne de ces trois taux, 0,077, est inscrite dans la colonne des valeurs lissées. Pour les première et dernière années, il suffit de copier les données d'origine dans la colonne des valeurs lissées.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

F-3 Définir différentes façons de présenter et d'analyser les résultats en mettant l'accent sur l'affichage de données conformes à la réalité et sur la clarté de la présentation.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

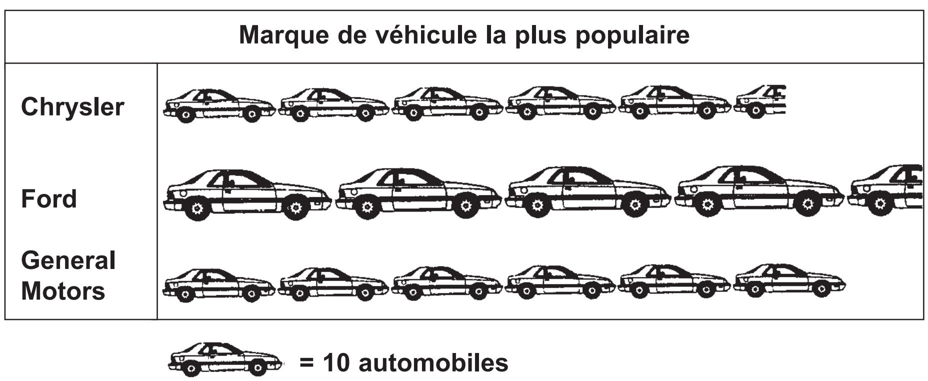
- **Apprendre comment l'affichage graphique de données peut être adapté en vue d'influencer le lecteur.**

Dans le monde de la représentation graphique des données, il est important que les gens sachent que les données ne sont pas toujours représentées de façon juste et qu'elles peuvent servir à produire un effet recherché. Cet effet peut être produit à l'aide de plusieurs méthodes. Les élèves examineront des situations données, et nous espérons qu'ils pourront analyser les représentations de données de façon critique et qu'ils ne se laisseront pas tromper par les effets spéciaux.

Les élèves produiront aussi une représentation exacte de données tabulaires. De plus, ils doivent discuter de la façon de rendre des données plus positives ou plus négatives et de la raison pour laquelle les données sont ainsi manipulées.

Exemple 1

Dans le cadre d'une enquête réalisée auprès de 160 personnes au sujet des véhicules automobiles les plus populaires, le graphique symbolique suivant a été créé :



Pourquoi ce graphique est-il trompeur?

Solution

La première impression produite par ce graphique est que Ford est le véhicule le plus populaire. Toutefois, si chaque véhicule représenté correspond à 10 automobiles, 60 personnes préfèrent les produits GM, 45 préfèrent les produits Ford et 55 personnes préfèrent les produits Chrysler. De quelle manière ces informations ont-elles été représentées pour produire l'effet recherché?

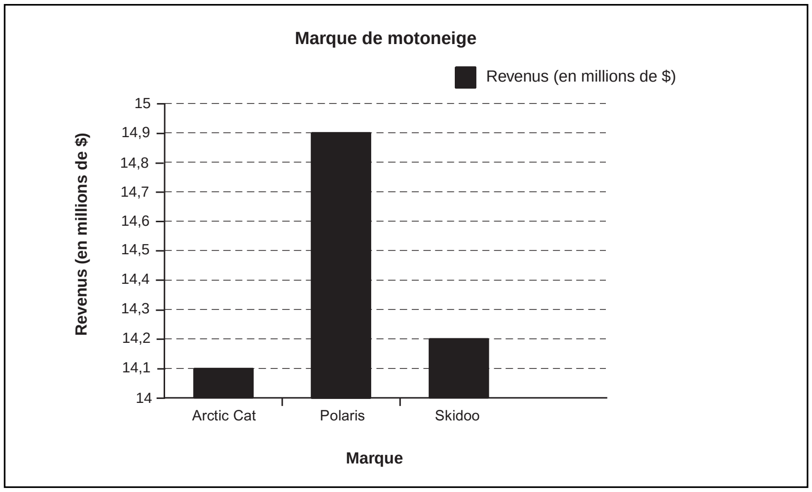
La dimension des véhicules du graphique symbolique donne l'impression que les produits Ford sont les plus populaires auprès de ces 160 personnes.

— *suite*

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Problème

Un fabricant de motoneiges a produit le graphique ci-dessous représentant les revenus totaux de trois fabricants d'une région particulière du pays.



a) Quel fabricant a probablement produit ce graphique?

b) De quelle façon le graphique a-t-il été produit pour être trompeur?

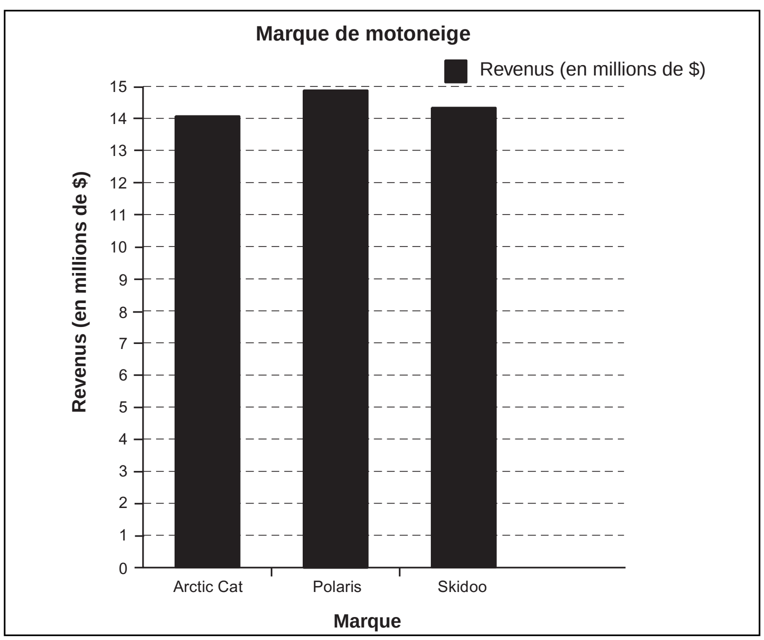
c) À quoi pourrait ressembler le graphique s'il illustrait la situation exacte en termes de ventes de motoneiges?

Solution

a) Polaris, parce que cette marque est mise en évidence par le graphique.

b) L'échelle a été modifiée pour n'illustrer que les ventes se chiffrent entre 14 000 000 $ et 15 000 000 $.

c)



NOTES

Ressources imprimées

Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Exercices – Supplément au programme d'études, Éducation et Formation professionnelle Manitoba

Mathématiques appliquées, secondaire 3, cours destiné à l'enseignement à distance, Éducation et Formation professionnelle Manitoba — Module 8, Leçon 4

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

F-3 Définir différentes façons de présenter et d'analyser les résultats en mettant l'accent sur l'affichage de données conformes à la réalité et sur la clarté de la présentation.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Apprendre comment l'affichage graphique de données peut être adapté en vue d'influencer le lecteur. (suite)**

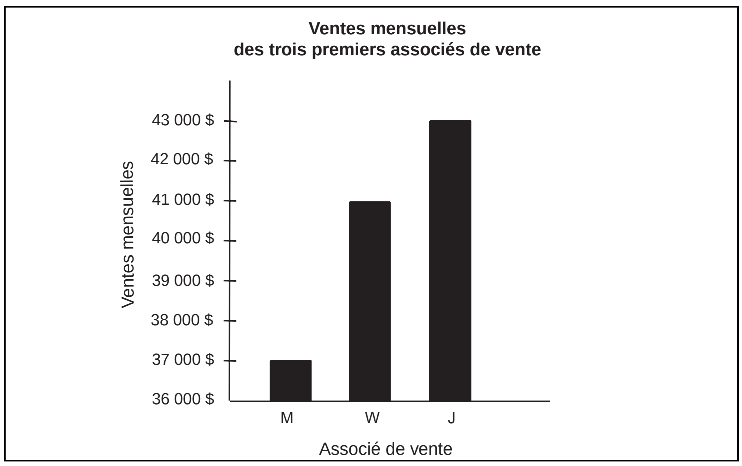
Exemple 2

En utilisant les données ci-dessous, tracez un graphique trompeur pour que le vendeur Jobert paraisse mieux que les autres vendeurs.

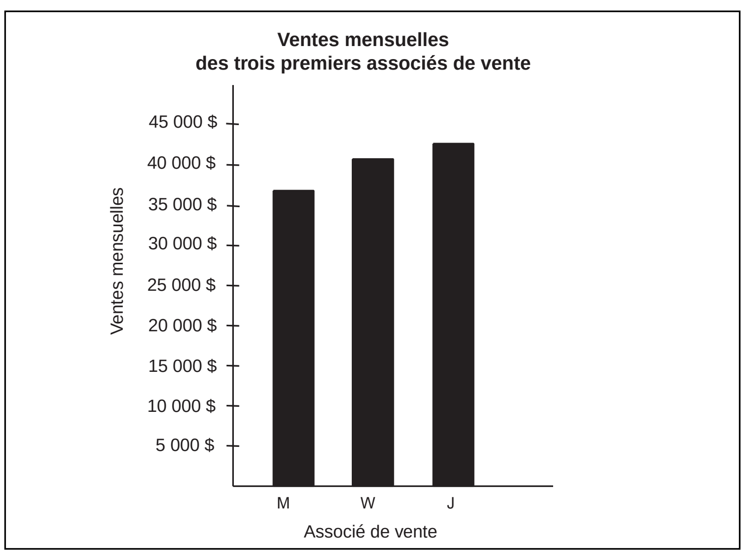
Nom	Ventes mensuelles
Jobert	43 000 $
Williams	41 000 $
Masson	37 000 $

Solution

Voici une façon de faire paraître les ventes de Jobert mieux que les ventes des autres.



Dans ce graphique, l'échelle utilisée permet une meilleure comparaison.



— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Les revenus annuels de six employés travaillant pour une compagnie sont les suivants :

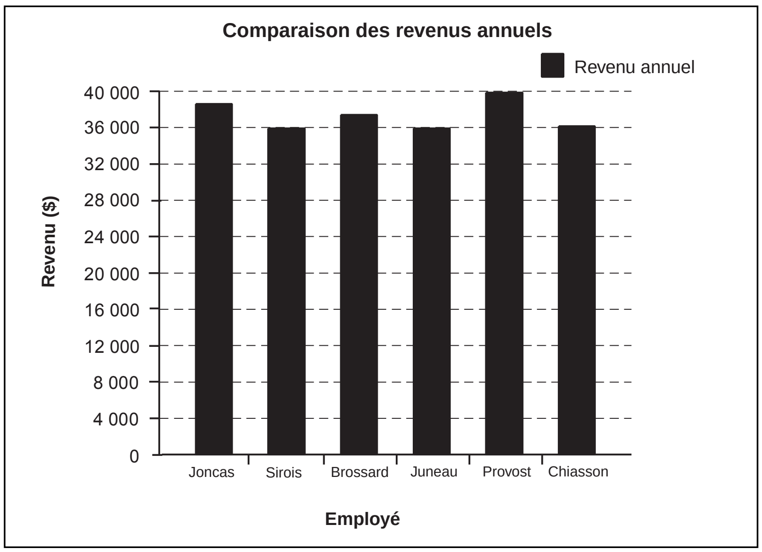
Joncas	38 000 $	Juneau	36 000 $
Sirois	36 000 $	Provost	40 000 $
Brossard	37 500 $	Chiasson	36 500 $

a) Affichez l'information sous forme d'un graphique à barres.

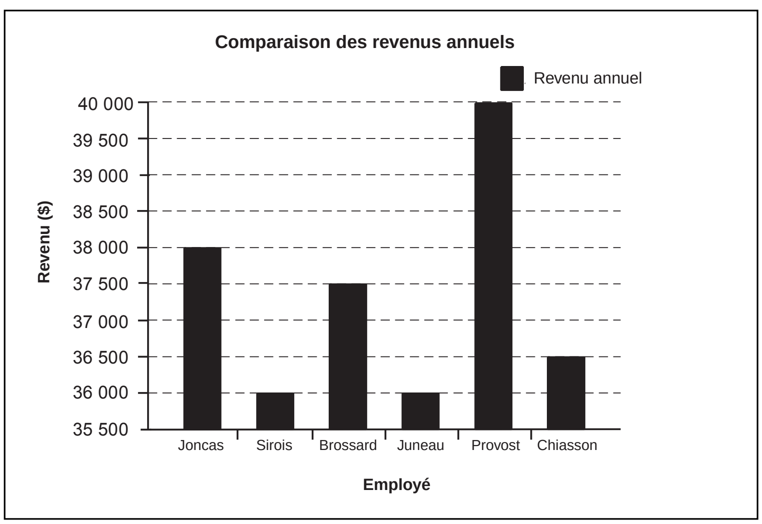
b) Affichez les données afin d'indiquer la plus grande différence possible parmi les revenus des six employés.

Solution

a)



b)



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

F-3 Définir différentes façons de présenter et d'analyser les résultats en mettant l'accent sur l'affichage de données conformes à la réalité et sur la clarté de la présentation.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Apprendre comment l'affichage graphique de données peut être adapté en vue d'influencer le lecteur. (suite)**

Exemple 3

Enregistrez les données suivantes dans une feuille de calcul.

Comparaison des hamburgers					
Restaurant	**Hamburger**	**Nbre de calories**	**Gras (g)**	**Cholestérol (mg)**	**Sodium (mg)**
MacDuff	Hamburger diète	317	11	63	675
Le Burger du coin	Simple régulier	342	16	67	505
MacDuff	Hamburger 125	413	22	87	650
MacDuff	Super Duff	507	27	104	895
Paradis du Burger	Hamburger de luxe	345	18	45	490
Le Burger du coin	Le délice du coin	573	34	92	1 090
Paradis du Burger	Le gigantesque	615	37	93	860
Heartee	Burger de luxe	508	31	72	765
Paradis du Burger	Le gigantesque fromage	932	62	195	1 250

Sélectionnez au moins trois hamburgers semblables, par exemple, le hamburger diète de MacDuff, le simple régulier du Burger du coin et le hamburger de luxe du Paradis du Burger.

Utilisez des feuilles de calcul pour créer les graphiques ci-dessous.

a) À l'aide d'une feuille de calcul, créez un histogramme conforme à la réalité comparant les nombre de grammes de gras dans chaque hamburger. Faites des commentaires sur les résultats obtenus.

b) Créez un histogramme qui met un accent exagéré sur le fait que le hamburger diète de MacDuff contient la quantité de gras la moins élevée et indiquez ce que vous avez fait pour illustrer ce fait.

Solution

Feuille de calcul pour l'histogramme

Restaurant	Grammes de gras
Hamburger diète de MacDuff	11
Simple régulier du Burger du coin	16
Hamburger de luxe du Paradis du Burger	18

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

F-3 Définir différentes façons de présenter et d'analyser les résultats en mettant l'accent sur l'affichage de données conformes à la réalité et sur la clarté de la présentation.
– suite

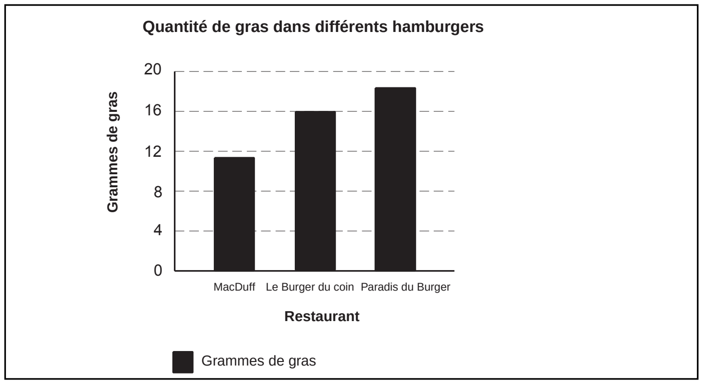
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Apprendre comment l'affichage graphique de données peut être adapté en vue d'influencer le lecteur. (suite)

Exemple 3 — suite

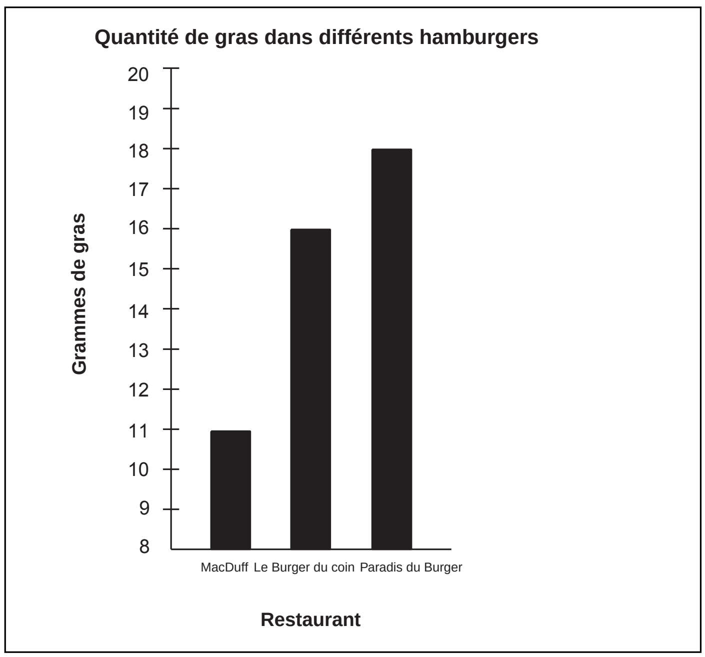
Solution — suite

a) Graphique conforme à la réalité



Les contenus relatifs en gras sont présentés conformément à la réalité.

b) Graphique trompeur



En indiquant la valeur 8 plutôt que 0 au début de l'échelle, il semble que le hamburger de MacDuff contient moins que la moitié du gras contenu dans les autres hamburgers.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Projet

Vous devrez créer un message publicitaire sur un des repas de poulet ci-dessous. Vous devez y inclure une comparaison avec certains des produits des autres restaurants, en utilisant des techniques qui mettent l'accent de façon non conforme à la réalité sur les différences.

Tableau des repas de poulet				
Restaurant	**Type de poulet**	**Calories**	**Gras (g)**	**Sodium (mg)**
Coco rôti	Poulet grillé	320	9	880
Le poulet doré	Poulet à la broche	330	10	790
Coco rôti	Poulet rôti	350	12	810
MacDuff	Repas-poulet	340	14	850
Heartee	Délice de poulet	350	13	900
MacDuff	Poulet suprême	400	15	980
Heartee	Sandwich de poulet	360	12	770

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

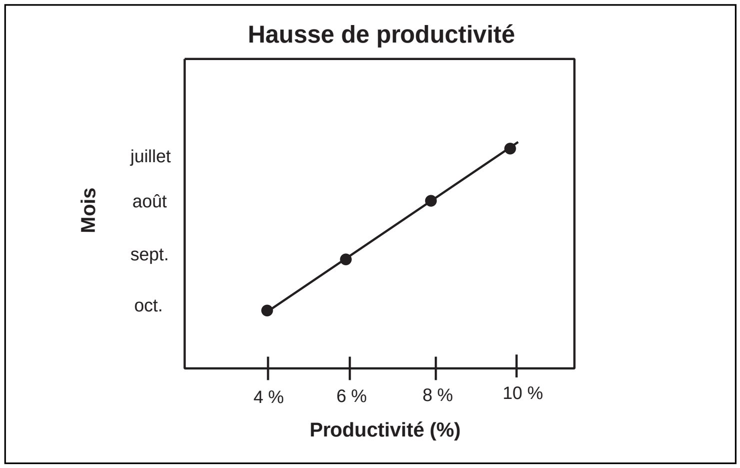
F-3 Définir différentes façons de présenter et d'analyser les résultats en mettant l'accent sur l'affichage de données conformes à la réalité et sur la clarté de la présentation.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Apprendre comment l'affichage graphique de données peut être adapté en vue d'influencer le lecteur. (suite)**

Exemple 4

Le graphique ci-dessous illustre la hausse de productivité comparativement au mois précédent.



Du premier coup d'œil, il semble que la production augmente rapidement. Maintenant, répondez aux questions suivantes à l'aide des données fournies.

a) Supposons que la production en juillet est de 1000 unités. Calculez la production de juillet, d'août et de septembre.
b) La production augmente-t-elle?
c) De quelle façon le graphique confond-il la situation?
d) Tracez un graphique conforme à la réalité.

Solution

a) La production de juillet a augmenté de 10 % par rapport à la production de juin.
∴ production de juillet = 110 % de 1000 = 1100
La production d'août a augmenté de 8 % par rapport à la production de juillet.
∴ production d'août = 108 % de 1100 = 1188
La production de septembre a augmenté de 6 % par rapport à la production d'août.
∴ production de septembre = 106 % de 1188 = 1259
La production d'octobre a augmenté de 4 % par rapport à la production de septembre.
∴ production d'octobre = 104 % de 1259 = 1310

b) Oui elle augmente, mais pas aussi rapidement que le graphique l'indique.

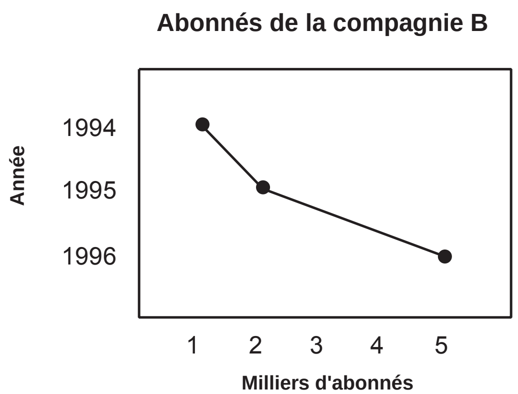
— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

La compagnie A, qui offre des services d'appels interurbains, présente le graphique suivant en ce qui concerne son nombre d'abonnés par rapport à ceux de la compagnie B, sur une période de trois ans.



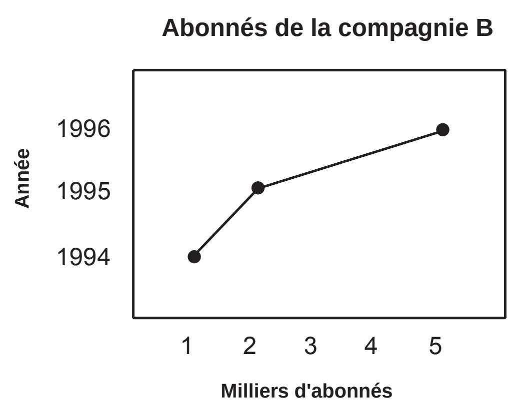
a) De quelle façon ces données sont-elles présentées de manière trompeuse?

b) De quelle façon ce graphique devrait-il être présenté?

Solution

a) L'échelle indiquant les années est inversée afin de créer l'impression que le nombre de milliers d'abonnés diminue, tandis que le graphique conforme à la réalité indique une hausse considérable.

b)



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

F-3 Définir différentes façons de présenter et d'analyser les résultats en mettant l'accent sur l'affichage de données conformes à la réalité et sur la clarté de la présentation.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

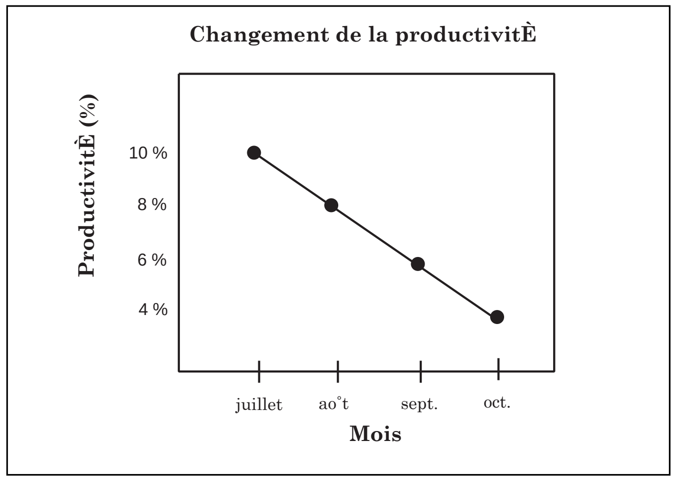
- **Apprendre comment l'affichage graphique de données peut être adapté en vue d'influencer le lecteur. (suite)**

Exemple 4 — suite

Solution — suite

c) Les axes sont mal identifiés. Les mois devraient être sur l'axe horizontal.

d)



Nous pourrions aussi mettre sur graphique la production réelle de chaque mois.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Projet

En utilisant les données ci-dessous, examinez le cas suivant. Supposons que vous vouliez acheter une automobile usagée de la catégorie ci-dessous.

Association canadienne des automobilistes/évaluation du guide du consommateur pour les automobiles de 1993 de 15 000 $ à 20 000 $

Automobile	Accélération	Transmission	Freins	Direction	Roulement	Tenue de route	Conduite	Consommation d'essence	Confort	Agencement intérieur	Position de conduite	Instrumentation	Contrôles	Visibilité	Entrée/sortie	Silence	Espace de chargement	Extérieur	Intérieur	Valeur
Chrysler LeBaron Décapotable GTC	8	7	9	8	6	7	8	7	6	6	8	8	6	6	7	6	4	9	7	7
Chevrolet Camaro	10	8	10	9	6	10	8	5	7	5	8	9	9	5	6	6	6	8	8	8
Chevrolet Lumina	9	9	8	8	7	8	8	5	7	8	8	7	7	8	9	6	7	8	6	8
Chrysler Concorde	8	9	9	9	9	8	9	6	9	10	10	9	8	8	10	7	8	9	9	9
Dodge Intrepid	7	8	10	9	9	9	9	6	9	10	10	9	8	8	10	8	8	9	9	9
Ford Probe	9	9	10	9	6	9	9	7	7	5	8	9	9	7	5	7	7	7	7	7
Ford Taurus	8	7	8	8	8	8	9	6	8	8	8	8	7	7	8	7	8	8	7	9
Honda Accord	8	6	9	9	8	8	8	7	8	8	9	9	9	8	8	8	8	8	9	8
Honda Civic del Sol	8	9	8	9	7	8	8	8	8	7	9	9	9	7	6	6	5	8	8	8
Plymouth Laser	9	6	8	9	6	10	8	6	7	6	8	9	9	5	5	5	4	8	8	8
Mazda Miata	8	9	9	8	5	9	9	8	8	7	8	9	9	7	6	5	2	9	7	9

La cote 1 est la cote la plus basse attribuée. La cote 10 est la cote la plus haute attribuée.

a) Vous devez déterminer la façon dont vous utiliseriez ces données pour établir quelle automobile vous convient le mieux. Devriez-vous simplement additionner les cotes et choisir l'automobile qui a la cote totale la plus élevée? Devriez-vous choisir parmi les automobiles qui ont les 5 ou 10 meilleures cotes? Devriez-vous choisir les particularités qui sont les plus importantes pour vous? Devriez-vous ne tenir compte que des automobiles qui ont des cotes 10 ou de celles qui ont des 8, 9 et 10?

b) Choisissez la méthode à utiliser. Expliquez la méthode que vous avez choisie, puis organisez et résumez les informations pour pouvoir présenter des comparaisons claires sous forme de tableau ou de graphique.

c) Supposons que vous êtes chargé des relations publiques chez un concessionnaire Ford (ou dans toute autre compagnie). Sélectionnez et présentez les données qui illustrent les avantages offerts par votre automobile de la façon la plus positive possible.

Annexe F-1

Modèle simplifié de station météo

Explication des différents symboles et codes des glyphes météorologiques (voir l'exemple ci-dessous) :

Pression : lorsque la pression au niveau de la mer est indiquée, les milliers, les centaines et le point des décimales sont omis. Une pression de 1 012,3 mb est indiquée par 123 et une pression de 996,7 mb est indiquée par 967 dans un graphique.

Température : la température est indiquée en degrés celsius entiers.

Point de rosée : la température est indiquée en degrés Celcius entiers.

Vent : le point sur le cercle de station duquel la flèche de vent émerge indique la direction d'où souffle le vent. La direction du vent sur le modèle de station est nord-ouest.

Vitesse du vent : la vitesse du vent est déterminée par le nombre de plumes sur la flèche (voir le tableau 1).

Conditions du ciel : le tableau II indique comment déterminer la quantité du ciel qui est couverte par les nuages.

Tendance (changement de pression) : les données à la droite du cercle de station indiquent le comportement du baromètre trois heures avant l'observation. Si la pression est plus élevée que celle observée trois heures auparavant, un signe + est utilisé, si elle plus basse, un signe – est utilisé. Le nombre représente les différences de pression en dixièmes de millibar, le point de la décimale étant omis. L'exemple fourni indique que la pression barométrique est de 1,6 mb plus élevée que la pression observée trois heures auparavant.

Nuages : les nuages inférieurs paraissent immédiatement sous le cercle de station, les nuages moyens paraissent immédiatement au-dessus du cercle de station, et les nuages supérieurs paraissent au-dessus des nuages moyens. Si aucun nuage moyen n'est observé, les nuages supérieurs paraissent immédiatement au-dessus du cercle de station. Certains des nuages les plus souvent observés paraissent dans le tableau 3.

Météo : les conditions météorologiques actuelles paraissent immédiatement à gauche du cercle de station. Les symboles paraissant les plus souvent sur les cartes sont illustrés dans le tableau 4.

Exemple de glyphe météorologique

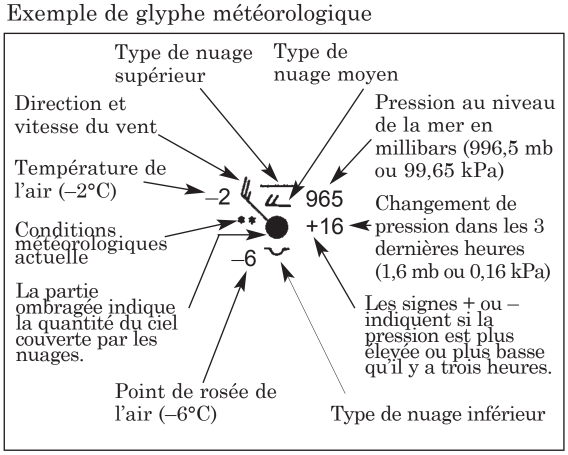


Tableau 1

VITESSE	SYMBOLE	VITESSE	SYMBOLE
(2-4 km/h)		(70-78 km/h)	
(5-13 km/h)		(79-87 km/h)	
(14-22 km/h)		(88-96 km/h)	
(23-31 km/h)		(97-105 km/h)	
(32-41 km/h)		(106-115	
(42-50 km/h)		(181-189 km/h)	
(51-59 km/h)		(190-198 km/h)	
(60-69 km/h)		(199-207 km/h)	

Nota : Lorsque la station est entourée d'un cercle, cela indique un vent calme.

*Pour des vitesses de vent entre 116 et 180 km/h, ajoutez simplement au drapeau, le nombre adéquat de barbules (par exemple, une barbule complète pour 18 km/h et une demi barbule pour 9 km/h)
barbule : trait droit, une plume sur la flèche

Tableau 2 **Conditions du ciel**

0		Aucun nuages	5		5/8
1		1/8 ou moins	6		6/8
2		2/8	7		7/8
3		3/8	8		8/8 (couvert)
4		4/8	9		ciel caché

Tableau 3 **Principaux types de nuages**

NUAGES SUPÉRIEURS base au-dessus de 6000 m	Cirrus minces	Cirrus épais	Cirrus tuftés	Cirro-stratus	Cirro-cumulus	
NUAGES MOYENS base entre 2000 m et 6000 m	Alto-stratus minces	Alto-stratus/ nimbo-stratus épais	Alto-cumulus	Alto-cumulus en petits groupes	Alto-cumulus en bandes	Alto-cumulus avec alto-stratus
NUAGES INFÉRIEURS Base au-dessous de 2000 m	Cumulus de beau temps	Cumulus gonflés	Cumulo-nimbus	Strato-cumulus	Cumulus aplatis par des strato-cumulus	Stratus fractus ou cumulus fractus

Tableau 4 **Conditions météorologiques actuelles**

N.B. Lorsque le symbole est suivi d'une parenthèse, cela signifie que les conditions ont été observées durant la dernière heure, mais non au moment de l'observation.

,	Bruine légère intermittente		Neige modérée intermittente	(≡)	Brouillard à vue
,,	Bruine légère continue	**	Neige légère continue	≡	Brouillard
•	Pluie légère intermittente		Averse de neige légère		Gros orage
	Pluie abondante continue	=	Brume		Orage léger ou modéré avec pluie
	Averse légères de pluie	<	Éclairs		Fumée

Coupures de presse

Annexe F-2

Le service de police estime la foule à 75 000 personnes.

Mais les organisateurs sont d'avis que ce nombre serait plutôt de 150 000 personnes.

Par Nicholaas van Rijn et Theresa Boyle, reporters attachés au journal

Le 28 octobre 1996, *The Toronto Star*

Présenté par Louis Lim
École secondaire Quinte, Toronto, Ontario, M5T 2B2

Le service de police de Toronto estime à 75 000 le nombre de personnes qui ont participé au défilé et au rallye de la journée d'action de samedi, qui avaient lieu à Queen's Park. Selon l'officier qui a développé le système de calcul fondé sur une grille, le sergent d'état-major Stan Belza, il s'agit d'une question de mathématiques simple et pure.

« J'ai appris que certaines personnes pensent que nous avons minimisé ces chiffres de manière volontaire et subjective, et cela me dérange énormément. Nous ne faisons jamais cela. Nous sommes objectifs. Nous ne sommes en guerre contre personne, affirme-t-il. Cet événement, qui a rassemblé 75 000 personnes unissant leurs efforts en vue d'un but commun, a connu un succès remarquable. »

Selon Sid Ryan, du Syndicat canadien de la fonction publique, le service de police ne joue pas franc jeu. Pour sa part, Gord Wilson, président de la Fédération du travail de l'Ontario, le chef de police est une personne qui n'aime pas que l'on défie les autorités.

Le service de police a mesuré la superficie de Queen's Park à la rue College et a inclus chaque parcelle de pelouse dans ses calculs pour en arriver à une superficie totale de 27 000 mètres carrés occupée par la foule, affirme Belza. En tenant compte d'une capacité maximale de quatre personnes au mètre carré, la surface peut donc contenir 108 000 personnes, a-t-il ajouté.

« Ce sont les faits. Lors de cet événement, on ne comptait pas quatre personnes au mètre carré jusqu'à la rue College. Nous disposons des photographies aériennes et des bandes vidéo pour le prouver, poursuit-il. Cette surface ne peut tout simplement pas contenir 250 000 ou 300 000 personnes. »

Belza explique qu'il a l'habitude d'entendre des gens se plaindre à propos des estimations de foules fondées sur la grille. Il ajoute que la ville de Toronto et d'autres villes avancent parfois des chiffres impossibles pour des événements comme les défilés du Père Noël et Caribana, ainsi que les célébrations des Séries mondiales. Selon lui, c'est la raison pour laquelle les gens ne peuvent plus admettre qu'une foule de 75 000 est une foule exceptionnelle, et il ajoute que cet événement a connu un succès immense.

La science des estimations de foules

Étape 1 : L'emplacement où la foule doit se rassembler est mesuré et mis sur une grille.

Étape 2 : La superficie de l'emplacement et la densité de la foule potentielle sont calculées au préalable, en tenant compte des éléments comme les arbres, les éléments d'éclairage, les boîtes aux lettres, etc.).

— *suite*

Le service de police estime la foule à 75 000 personnes. (suite)

Superficie occupée par la foule

Étape 3 : Pendant l'événement, un examen visuel est effectué et la densité de la foule est estimée.

- À une densité de 100 %, quatre personnes au mètre carré se tiennent debout les épaules les unes contre les autres.
- À une densité de 150 %, six personnes au mètre carré sont pressées les unes contre les autres.
- Lorsque les gens sont assis, la densité estimée est de 25 %.
- Lorsque les gens se déplacent facilement en marchant, la densité estimée est de 10 %.

Étape 4 : L'estimation est ensuite confirmée à l'aide d'une bande vidéo de la densité de la foule et de l'étendue de la superficie couverte sur la grille.

On a demandé à d'autres experts de fournir des estimations, lesquelles sont parues dans le Star la journée suivante.

- Phil Coppark, un professeur de géographie à la Ryerson Polytechnic University, qui est un expert en analyse des photographies aériennes, a donné une estimation de 25 000 personnes.
- L'Institute for Space and Terrestrial Science de York University a donné une estimation de 33 000 personnes, mais a aussi tenu compte d'une marge d'erreur qui porte cette estimation à 49 500 personnes.
- Le service de police, à l'aide de sa grille, a estimé la foule à 54 000 personnes. Mais selon ce service, certains facteurs d'erreurs dont il faut tenir compte lui permettent de donner une estimation généreuse de 75 000 personnes.
- Deloitte et Touche, un cabinet de comptables agrées et de conseillers en gestion reconnu, a fourni une estimation de 260 000 personnes.
- La police provinciale de l'Ontario a compté que 63 000 personnes ont franchi un point donné pendant le défilé et un nombre supplémentaire de 12 000 personnes a été alloué pour les gens qui se sont directement rendus à Queen's Park, ce qui donne un total de 75 000 personnes.

Questions sur les coupures de presse

Le service de police estime la foule à 75 000 personnes. (suite)

1. Discutez brièvement de l'importance d'établir une estimation pour la dimension d'un groupe important.
2. Quelles données la police de Toronto a-t-elle utilisées pour faire son estimation?
3. Utilisez du ruban à masquer pour tracer un mètre carré sur le plancher. Demandez à quatre personnes de prendre place dans le carré. Cette estimation de 100 % est-elle raisonnable? Faites la même expérience avec les pourcentages de densités lorsque les personnes se déplacent et lorsqu'elles sont assises.
4. À une densité de 150 %, quel nombre de personnes l'emplacement de l'événement contiendrait-il?
5. Pourquoi les estimations des experts affichent-elles un tel écart, de 25 000 à 260 000? Quelle estimation est selon vous la plus près du nombre réel de personnes ayant participé à cette journée d'action?
6. Pourriez-vous utiliser la méthode du service de police de Toronto pour estimer le nombre de personnes participant à une activité de votre école, comme le nombre de personnes assistant à un match de base-ball? Des changements devraient-ils être apportés à la méthode utilisée pour que l'estimation soit plus juste?

Questions sur les coupures de presse : extraites de Media Clips, publié par Dorothy Wood, *Mathematics Teacher* (91,6), National Council of Teachers of Mathematics, septembre 1998. Utilisation autorisée.

Réponses aux questions sur les coupures de presse

Le service de police estime la foule à 75 000 personnes.

1. Les réponses peuvent varier.
2. Ils ont utilisé la surface disponible, 27 000 mètres carrés, et ont estimé la densité à environ 75 %.
3. Ces estimations sont raisonnables pour des adultes, si l'on tient compte des grandes différences de tailles.
4. 27 000 mètres carrés x 6 personnes au mètre carré donne 162 000 personnes.
5. Les réponses peuvent varier.
6. Les réponses peuvent varier.

Réponses sur les coupures de presse : extraites de Media Clips, publié par Dorothy Wood, *Mathematics Teacher* (91,6), National Council of Teachers of Mathematics, septembre 1998. Utilisation autorisée.

Unité G
Mesurage de précision

MÉTROLOGIE

Cette section, qui traite de métrologie, débute par la présentation de dessins à l'échelle et des propriétés des différentes représentations à l'échelle. Les exercices de cette section mettent l'accent sur une méthode pratique d’enseignement des représentations à l'échelle.

Les exercices et exemples pratiques exécutés par les élèves fournissent à l'enseignant de nombreuses options pour évaluer rapidement la compréhension des élèves et leur capacité de mettre les principes illustrés en pratique. Vous devez encourager les élèves à travailler individuellement ou en groupe pour résoudre des problèmes inclus dans cette section.

Pratiques d'enseignement

Grâce à l'interaction en classe, à l'utilisation de la technologie et aux directives fournies, le groupe bénéficiera d'un point de vue important en matière de résolution de problèmes au moyen de métrologie.

Projets

L'enseignant devrait se servir des projets tirés du présent document et du document *Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Exercices,* ou d'autres ressources textuelles.

Durée

13 heures

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE

Résultat général

Utiliser les outils de mesurage pour faire des estimations et pour exécuter des calculs en vue de la résolution de problèmes.

Résultats spécifiques

G-1 Agrandir ou réduire le diagramme d'un objet dimensionnel.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Voir l'annexe G-1 pour obtenir de plus amples renseignements sur la terminologie applicable à la mesure de précision.

- **Développer le concept des diagrammes à l'échelle.**

Lorsque des objets sont dessinés à leur grandeur réelle, on dit que le dessin est de ***grandeur nature*** et que l'échelle utilisée est 1:1. Toutefois, de nombreux objets sont trop gros pour être dessinés à leur taille réelle, comme les modules lunaires, les stations spatiales, les avions à réaction et les immeubles à bureaux. Aussi, on doit utiliser une ***échelle réduite***.

Par exemple, on peut dessiner une maison à l'échelle 1:50 métrique (1mm = 50 mm), c'est-à-dire que 1 mm du dessin correspond à 50 mm de la mesure réelle de la maison. L'échelle impériale serait 1:48 (1 po = 48 po), c'est-à-dire que 1 po du dessin correspond à 48 po de la dimension réelle de la maison.

Exemples

1. (***Nota :*** en raison l'espace restreint, les dessins ci-dessous ne sont pas à l'échelle.)

La mesure de 12 000 mm de la façade de la maison est représentée par 240 mm à l'échelle 1:50.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Problèmes

1. Si l'échelle est de 1 mm = 25 m, quelle distance réelle est représentée par chacune des dimensions à l'échelle suivantes :
   a) 9 mm
   b) 14 mm
   c) 6 cm
   d) 10 cm
2. L'échelle numérique de 1:800 signifie que :
   1 cm de l'échelle = ________ cm réels = ________ m réels
3. L'échelle numérique de 20:1 signifie que :
   1 mm de l'échelle = ________ mm réels = ________ cm réels
4. L'échelle numérique de 1:1 250 000 signifie que :
   1 mm de l'échelle = ________ mm réels = ________ m réels = _________ km réels
5. L'échelle numérique de 5:1 signifie que :
   90 mm de l'échelle = ________ cm réels = ________ mm réels
6. Indiquez l'échelle numérique de chacune des relations suivantes :
   a) 1 mm = 5 km
   b) 50 mm = 1 m
   c) 1 po = 2 pi
   d) 2 cm = 60 km
   e) 1,8 m = 60 mm
   f) 160 cm = 25 mm

Solution

1. a) 225 m b) 350 m
   c) 1 500 m (1,5 km) d) 2 500 m (2,5 km)
2. 800 cm = 8 m
3. 30 mm = 3 cm
4. 1 250 000 mm = 1 250 m = 1,25 km
5. 1,8 cm = 18 mm
6. a) 1:5 000 000 b) 1:20
   c) 1:24 d) 1:3 000 000
   e) 30:1 f) 64:1

NOTES

Ressources imprimées

Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Exercices – Supplément au programme d'études, Éducation et Formation professionnelle Manitoba

Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Cours destiné à l'enseignement à distance, Éducation et Formation professionnelle Manitoba — Module 6, Leçon 1

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

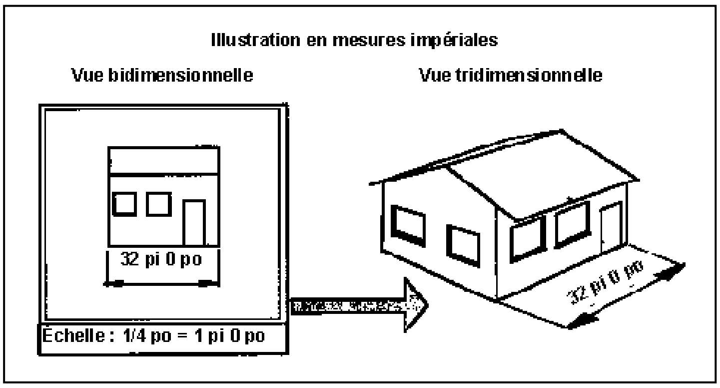
G-1 Agrandir ou réduire le diagramme d'un objet dimensionnel.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Développer le concept des diagrammes à l'échelle. (suite)**

  Exemples — suite

  2.



  Échelle : ¼ po = 1 pi 0 po
  L'échelle : ¼ po = 1 pi 0 po (1:48) signifie que la mesure de 32 pi 0 po de la façade de la maison est représentée par 8 po.

- **Développer le concept des diagrammes à l'échelle.**

  Enquête

  Au Canada, on utilise le système impérial et le système métrique. Pour cette enquête, demandez aux élèves de construire une échelle métrique de 10:1 et une échelle impériale de 1:48. Chaque élève ou chaque groupe aura besoin du matériel suivant :

  - du papier (2 feuilles blanches, 2 feuilles de couleur 8 ½ x 11 ou 216 mm x 292 mm)
  - des ciseaux
  - une règle métrique
  - une règle de 12 po graduée au 1/16 de pouce
  - deux crayons (1-2H et 1-HB)
  - une gomme à effacer
  - un stylo bille

  Étapes de la construction d'une échelle métrique simple pour des mesurages physiques. (échelle de 10:1 pour l'agrandissement des dimensions).

  Échelle métrique 10:1 (1 mm du dessin correspond à 10 mm du projet réel) :

  1. Mesurez et dessinez une bande rectangulaire sur une des feuilles de papier de couleur : 254 mm (10 po) de longueur et 50 mm (2 po) de largeur. Découpez le rectangle.
  2. Mesurez 6 mm à partir d'une extrémité du morceau rectangulaire de papier. Dessinez une ligne le long de la largeur du rectangle à 6 mm de la bordure.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Si l'échelle utilisée est 1:50, quelle est la longueur d'une droite de 7 550 mm? Tracez la droite.
2. Si l'échelle utilisée est ¼ po = 1 pi 0 po, quelle est la longueur d'une droite de 37 po? Tracez la droite.

Enquêtes

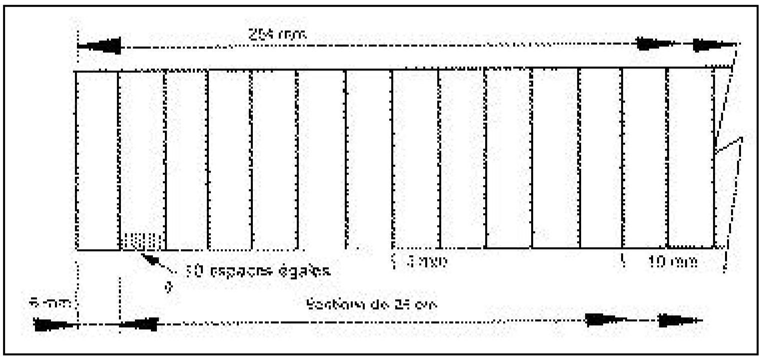
1. En utilisant l'échelle métrique que vous avez construite, mesurez un objet rectangulaire (par exemple, une boîte de céréales, le lecteur de disque dur de votre ordinateur) et indiquez ses dimensions à l'aide de cette échelle (agrandie).
2. En utilisant l'échelle d'architecte que vous avez construite, mesurez un objet rectangulaire (par exemple, une boîte de papiers mouchoirs, un livre) et indiquez ses dimensions à l'aide de cette échelle (réduite).

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

G-1 Agrandir ou réduire le diagramme d'un objet dimensionnel.
– suite

- **Développer le concept des diagrammes à l'échelle. (suite)**

Étapes de la construction d'une échelle métrique simple pour des mesures physiques - suite.

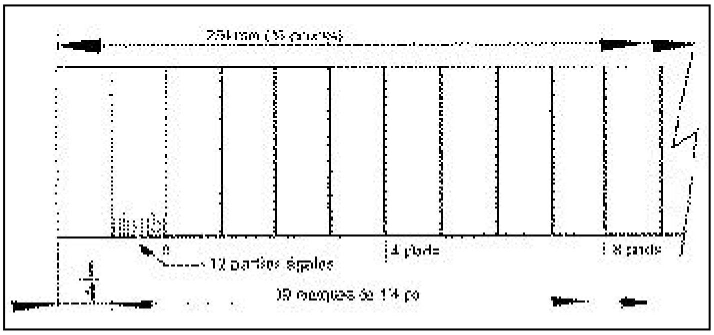


3. Divisez le premier centimètre en 10 parties égales représentant chacune 1/10 de millimètre.

Étapes de la construction d'une échelle d'architecte simple à l'aide du système impérial pour des mesures physiques (échelle de 1:48, pour la réduction des dimensions).

Échelle impériale : 1:48 (1 unité d'échelle représente 48 unités de l'échelle réelle) :

1. Procurez-vous une feuille de couleur, puis dessinez et découpez un rectangle mesurant 254 mm (10 po) de longueur par 50 mm (2 po) de largeur.
2. En utilisant une règle de 12 po, mesurez ¼ de po à partir d'une extrémité et tracez une ligne sur toute la largeur de la bande.



3. Divisez le premier quart de pouce en 12 parties égales représentant chacune un pouce à l'échelle de ¼ po = 1 pi – 0 po. Deux marques de ¼ po de l'échelle représentent 2 pi à l'échelle réelle.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Déterminez la distance réelle lorsque l'échelle d'une carte donnée est de 1 cm = 40 km et que la distance selon l'échelle est de 8,4 cm.
2. Si l'échelle est de 1 po = 24 pi, combien de pouces servent à représenter 120 pieds?
3. Déterminez l'échelle si la distance réelle est de 72 km et que la distance selon l'échelle est de 15 mm.
4. Si l'échelle est de 5:1, quelle dimension réelle est représentée par 160 mm?
5. Si l'échelle est de 10 cm = 1 mm, combien de centimètres représentent 1,4 mm?
6. Déterminez l'échelle si la dimension réelle est de 2 cm et si la dimension selon l'échelle est de 140 mm.

Solution

1. Échelle : 1cm = 40 km (1 mm = 4 km)
   Distance selon l'échelle = 8,4 cm (84 mm)
   8,4 x 40 = 336,0 km
2. Échelle : 1 po = 24 pi 0 po
   Distance selon l'échelle = DÉ
   Distance réelle =120 pi
   DÉ = 120 ÷ 24 = 5 po
3. 72 km ÷ 15 mm = 4,8 km/mm
   Chaque millimètre de l'échelle représente 4,8 km ou
   4 800 000 millimètres à l'échelle réelle.
   On peut donc écrire :
   1 mm = 4,8 km ou 1 cm = 48 km
4. Échelle = 5:1
   Distance selon l'échelle = 160 mm
   Dimension réelle = 160 ÷ 5 = 32 mm
5. Échelle : 10 cm = 1 mm
   Distance selon l'échelle = DÉ
   Distance réelle = 0,4 mm
   DÉ = 1,4 x 10 cm = 14 cm
6. 140 mm ÷ 2 cm = 70 mm/cm
   Chaque centimètre réel est représenté par 70 mm.
   70 mm = 1 cm ou 7:1

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

G-2 Calculer les valeurs maximales et minimales en utilisant les tolérances pour les longueurs, les aires et les volumes.

G-3 Résoudre des problèmes traitant des erreurs de pourcentage.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Définir la mesure.**

La mesure

Étant donné la nature pratique et l'omniprésence de la mesure dans de nombreux aspects de la vie de tous les jours, il est important que les élèves en comprennent les attributs. Les élèves doivent comprendre que la mesure leur permet de perfectionner leurs connaissances et de mettre en pratique d'autres aspects des mathématiques, y compris les opérations numériques, les idées géométriques, les concepts statistiques, les notions et les fonctions. Les élèves reconnaissent que les particularités physiques ont des attributs qui peuvent être mesurés (par exemple, la longueur, la masse et la superficie). Ils choisissent les unités de mesure appropriées et comprennent les particularités des systèmes de mesure. Ensuite, les élèves peuvent généraliser et approfondir leur apprentissage. La mesure peut être effectué à l'aide de diverses techniques, ainsi qu'à l'aide d'outils, de formules, de mesures indirectes, d'approximations successives et de mesures d'échelle.

La mesure est le processus par lequel chacun des éléments individuels n est attribué à une et seulement une des catégories k.

Exemples

- n = 365 jours sont attribués à k = 4 saisons
- n = 515 personnes sont attribuées à k = 2 sexes
- n = 3560 mm sont attribuées à k = 3 unités de mesure (centimètres, décimètres et mètres)

Dans chacun des cas ci-dessus, n et k représentent des nombres finis (34, 8, 3, 560, etc.). Dans d'autres cas, n et k représentent des nombres infinis théoriques. Par exemple, si des vérifications ponctuelles de la température sont effectuées pendant la journée, il existe un nombre incalculable de moments dans une journée (représentés par $n^{\to\infty}$) et un nombre incalculable de températures possibles (représentées par $k^{\to\infty}$).

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Problème

Le diagramme à l'échelle ci-dessous illustre une motocyclette. Vous devez déterminer la dimension réelle entre le centre des roues et la hauteur de la motocyclette du sol jusqu'au guidon si l'échelle utilisée est 1:32 ou 1 po = 2 pi 8 po.

Solution

Dimension du centre d'une roue au centre de l'autre roue = 3 pi 2 po; hauteur = 2 pi 7 po.

NOTES

Ressources imprimées

Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Cours destiné à l'enseignement à distance, Éducation et Formation professionnelle Manitoba — Module 6, Leçon 2

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

G-2 Calculer les valeurs maximales et minimales en utilisant les tolérances pour les longueurs, les aires et les volumes.
– suite

G-3 Résoudre des problèmes traitant des erreurs de pourcentage.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

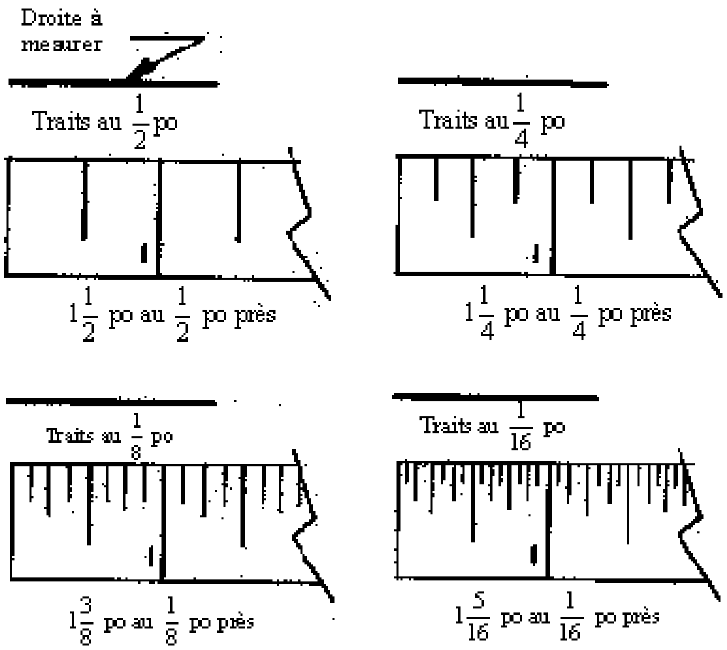
- **Définir la mesure. (suite)**

La mesure est souvent utilisée à des fins de comparaison. Les éléments sont classés dans des catégories pour faciliter la comparaison. Pour illustrer ce point, nous supposerons que nous pouvons classer tous les éléments dans deux catégories : A et B. Ensuite, nous supposerons que tous les éléments de la catégorie A sont semblables et que chacun est différent des éléments de la catégorie B.

Une échelle ou une règle constitue une série de *n* éléments ou d'unités de mesure qui peuvent être définis.

La ***précision*** d'un instrument de mesure est déterminée par les unités de graduation qu'il comporte. Une échelle qui comporte 16 unités au pouce est plus précise qu'une échelle qui comporte 8 unités au pouce.

Nota **:** Le diagramme n'est pas à l'échelle.



Plus l'unité de graduation est petite, plus la mesure est précise. On peut affirmer que 1 5/16 po est la plus précise de toutes les mesures ci-dessus.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Si l'échelle utilisée est 1:50, quelle est la longueur d'une droite de 7 550 mm? Tracez la droite.

Enquête

En utilisant l'échelle métrique que vous avez construite, mesurez un objet rectangulaire (par exemple, une boîte de céréales, le lecteur de disque dur de votre ordinateur) et indiquez ses dimensions à l'aide de cette échelle.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

G-2 Calculer les valeurs maximales et minimales en utilisant les tolérances pour les longueurs, les aires et les volumes.
– suite

G-3 Résoudre des problèmes traitant des erreurs de pourcentage.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Définir la mesure. (suite)**

Lorsque vous utilisez un instrument de mesure, en plus des directives et des procédés fournis, l'instrument comporte deux qualités : la ***fiabilité*** et la ***validité***. La fiabilité s'entend de la reproductibilité de la mesure. Un instrument fiable produit en gros des mesures semblables à des moments différents et à des endroits différents, même s'il est utilisé par des personnes différentes. La précision et la fiabilité d'un instrument de mesure sont inversement reliées : ***plus la précision augmente, plus la fiabilité diminue***. Pour qu'un instrument de mesure soit valide, il doit mesurer avec exactitude l'objet à mesurer. Si la dimension de la quantité physique se termine entre les plus petites unités de précision, il est nécessaire de faire un jugement approximatif, ce qui nuit à la fiabilité de l'instrument. La possibilité d'un certain niveau d'***incertitude*** à la lecture d'une mesure est inhérente à plusieurs instruments comme la règle. Dans de tels cas, et à des fins d'enseignements, la notion de ***confiance*** devient utile.

Pour obtenir un certain niveau de certitude lorsque vous prenez une mesure, vous devez suivre les démarches suivantes :

1. Déterminez la plus petite unité de mesure.
2. Déterminez la fin de la quantité mesurée et si la fin se situe avant ou après l'unité de mesure la plus près.
3. Déterminez la moitié de l'unité de mesure (***la plus grande erreur possible***).
4. Ajoutez ou soustrayez cette moitié à l'unité de mesure la plus près.

Par exemple, pour une droite mesurant 1 5/16 po, ***la plus grande erreur possible***, ne peut être que de 1/32 po puisqu'il s'agit de la moitié de l'unité de mesure. Donc, la droite mesure entre 1 9/32 po et 1 11/32 po.

Les limites de l'instrument de mesure indiquent la plus grande erreur possible sur une dimension et elles peuvent être utilisées pour calculer rapidement l'étendue d'une mesure acceptable. Par exemple, la droite mesure 1 5/16 po ± 1/32 po; donc, ses limites inférieures et supérieures sont 1 5/16 po – 1/32 po = 1 9/32 po à 1 5/16 po + 1/32 po = 1 11/32 po.

Le système des ***limites*** a permis à l'industrie manufacturière de demeurer une industrie économique flexible qui produit des pièces fabriquées avec précision, mais qui permet aussi certaines marges de tolérance.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Les enseignants et les élèves qui désirent créer d'autres questions sur la construction de murs peuvent consulter la terminologie fournie à l'annexe G-2.

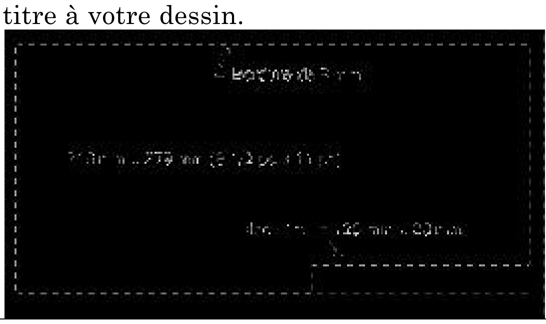
Projet

Créez un diagramme à l'échelle pour l'isolation d'un mur et l'installation d'un mur sec. Une couche d'isolant est placée avant que les panneaux de mur sec soient installés.

1. Procurez-vous une feuille de papier blanc. Placez-la en position horizontale (c'est-à-dire en longueur). Dessinez une bordure de 3/8 po autour de la feuille. Placez un bloc-titre de ¾ po de hauteur et de 4 ¾ po de longueur dans le coin inférieur droit (voir le diagramme ci-dessous).
2. En utilisant une échelle de ¼ po = 1 pi 0 po, dessinez un rectangle d'une longueur de 32 pi 6 po et d'une largeur de 12 pi 9 po. Placez le rectangle pour qu'il y ait suffisamment d'espace pour un autre dessin (étape 4).
3. Supposons que ce rectangle représente un mur de béton de 32 pi 6 po de long et de 12 pi 9 po de haut. Une feuille de polyéthylène est fixée à l'intérieur du mur de béton. Ce mur doit ensuite avoir des pièces de support en bois de 2 x 6 po et de 12 pi 9 po de long, placées à 16 po de distance les unes des autres à partir du centre. Les deux extrémités du mur doivent se terminer par une pièce de bois. Le côté de 6 po des pièces de support est placé comme mesure intercalaire. Un matelas isolant de fibre de verre est placé entre chaque support.

   Disposez ces pièces de support sur votre diagramme et identifiez le matelas isolant de fibre de verre, ainsi que les supports.

   Une autre feuille de polyéthylène est fixée devant les planches de 2 x 6 (ce qui crée un effet sandwich par les deux feuilles de polyéthylène). Ensuite, des panneaux de mur sec d'une épaisseur d'un demi po et mesurant 8 pi sur 4 pi sont fixés à l'intérieur du mur aux supports verticaux, ce qui crée un système de mur isolé.
4. Sur la même feuille de papier, dessinez une coupe transversale du mur en utilisant une échelle de ¼ po = 1 pi 0 po. Identifiez les éléments du dessin.
5. Dans le bloc-titre, indiquez l'échelle utilisée et donnez un titre à votre dessin.



— *suite*

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

G-2 Calculer les valeurs maximales et minimales en utilisant les tolérances pour les longueurs, les aires et les volumes.
– suite

G-3 Résoudre des problèmes traitant des erreurs de pourcentage.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Définir la mesure. (suite)**

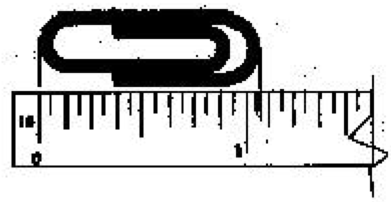
Examinez les outils de mesure ci-dessous :

Les limites de plus et de moins, indiquent la capacité de l'outil de mesure de faire la différence entre deux dimensions qui diffèrent par la quantité indiquée. Cette variation de mesure permise fait que les dimensions des pièces fabriquées peuvent varier en taille, tout en demeurant dans les limites prescrites.

Cette technique permet au lecteur de choisir une unité de mesure appropriée avec une certaine confiance.

Exemple

Lorsqu'on mesure le trombone ci-dessous, on peut s'apercevoir que la mesure se termine devant la dernière unité de mesure. Déterminez la mesure du trombone :



Solution

La règle est graduée en 1/16 po; 1/2 de 1/16 = 1/32

Mesure = 1 + 1/16 + 1/32

= 1 3/32 po

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Projet (suite)

6. Calculez des données suivantes :
   a) La surface de béton requise au pied carré près (pi^2).
   b) Le nombre et la longueur totale des supports de 2 x 6 po, en incluant ceux requis aux extrémités du mur, au pied près (pi).
   c) La résistance thermique totale du mur isolé si 3,5 R correspond à un pied carré de mur.
   d) Au panneau entier près, combien de panneaux de mur sec de 8 pi sur 4 pi sont requis pour ce système?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

G-2 Calculer les valeurs maximales et minimales en utilisant les tolérances pour les longueurs, les aires et les volumes.
– suite

G-3 Résoudre des problèmes traitant des erreurs de pourcentage.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Définir la mesure. (suite)**

La ***précision*** dépend de l'unité choisie et de l'instrument de mesure choisi. L'utilité constitue un autre facteur important. On peut utiliser des trombones pour mesurer la longueur d'un crayon, mais non pour mesurer la longueur d'un terrain de soccer.

Donc, il faut tenir compte des facteurs ci-dessous lorsqu'on utilise un instrument de mesure et lorsqu'un élément d'incertitude existe.

Puisque la plupart des instruments de mesure comprennent des éléments d'incertitude, on doit avoir recours à la notion de ***confiance***. Lorsqu'un processus, quant au choix de l'unité de mesure, est défini, le lecteur est confiant que le choix est fondé sur des concepts de mesure. Les renseignements suivants doivent servir de guide seulement : diviser l'unité de mesure la plus petite par deux, ce qui produit la ***marge de tolérance*** applicable à une mesure se terminant entre deux des unités de mesure les plus petites.

Exemples

Unité de mesure la plus petite	Moitié de l'unité de mesure	Tolérance
1/16 po	1/32 po	± 1/32 po
1/8 po	1/16 po	± 1/16 po
1,0 L	500 mL	± 500 mL
1,0 g	500 mg	± 500 mg
1,0 km	500 m	± 500 m
1,0 cm	5 mm	± 5 mm
1 mm	500 µm	± 500 µm

En tenant compte de la notion de confiance et puisque l'incertitude est inhérente à l'utilisation de tout instrument de mesure, aucune mesure ne peut être exacte. Les mesures sont approximatives; et les machines-outils et les instruments de mesure peuvent produire des dimensions qui peuvent être ***tolérées, c'est-à-dire qui sont permises d'après les limites définies***. Les manufacturiers doivent donc fabriquer des pièces qui peuvent être fixées ensemble sans perdre leur intégrité et leur fonction première. Les pièces peuvent donc faire partie d'un assemblage mais être fabriquées à des emplacements différents, et même dans des pays différents. Les pièces doivent pouvoir être assemblées les unes aux autres et fonctionner conformément aux exigences définies.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Projet

Dites aux groupes d'élèves de préparer des affiches faisant la publicité d'un produit ou d'un événement à l'école ou à l'endroit choisi par le groupe. L'affiche devrait premièrement être conçue à l'aide d'un dessin à l'échelle sur du papier quadrillé. Des échelles devraient être fournies. Encouragez les élèves à planifier attentivement la disposition de l'affiche en leur conseillant de définir le message principal et la façon de le rendre le plus efficace possible en leur faisant expérimenter des polices de différentes dimensions, des méthodes d'impression et l'utilisation économique de l'espace libre. Une fois le dessin à l'échelle terminé, l'affiche de grandeur réelle devrait être conçue.

Problèmes

1. À quelle unité de mesure les mesures suivantes sont-elles précises?

a) 0,06 cm	g) $3\frac{15}{16}$ po	l) 7,32 m
b) 67,4 km	h) $10\frac{3}{5}$ h	m) 0,3 mg
c) 0,000 7 g	i) 5 **:** po	n) 12 kg 5 g
d) 0,045 mm	j) 9**3** lb	o) 13 h 22 min
e) 15,78 kg	k) 18,6 s	p) 16 pi $7\frac{1}{4}$ po
f) 3 008 L		

2. Laquelle des mesures suivantes est la plus précise?
   - a) 10,8 m ou 15,0 m ?
   - b) $8\frac{7}{16}$ po ou 3 $\frac{15}{32}$ po ?
   - c) 4,6 g ou 14,23 kg ?
   - d) $8\frac{3}{4}$ milles ou $6\frac{2}{3}$ verges ?
   - e) $2\frac{5}{6}$ heures ou 11 h 40 min ?

3. Déterminez la plus grande erreur possible dans les mesures suivantes?

a) 72 kg	h) 10 545,7 pi	o) 3 pi 10 po
b) 5,7 L	i) 3 27/32 po	p) 2 lb 4 oz
c) 6,035 cm	j) 580 m	q) 4 h 21 min
d) 0,75 mm	k) 350 000 km	r) 3 030 000 mm
e) 663 km	l) 6 700 000 milles	
f) 5**3** h	m) 0,071 mg	
g) $7\frac{7}{8}$ lb	n) 7 m 3 cm	

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

G-2 Calculer les valeurs maximales et minimales en utilisant les tolérances pour les longueurs, les aires et les volumes.
– suite

G-3 Résoudre des problèmes traitant des erreurs de pourcentage.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Définir la mesure. (suite)**

Exemple

Les deux règles ci-dessous mesurent la même dimension physique.

La règle A est graduée au 1/32 po et donne une dimension physique de 4 po + 10/16 (5/8) + (entre 10 et 11 unités).

La règle B est graduée au 1 mm et donne une dimension physique de 11 cm + 7 mm + (entre 7 et 8 mm).

Déterminez la règle la plus précise.

Solution

La distance réelle mesurée n'est pas pertinente à la question. C'est la plus petite unité de mesure qui déterminera quel est l'instrument de mesure le plus précis.

La plus petite unité de mesure de l'unité A est 1/32 po, ce qui correspond à 0,031 25 po en décimales.

La plus petite unité de mesure de l'unité B est de 1 mm, ou 1/25,4 po, ce qui correspond à 0,0393 7 po en décimales.

Donc, la règle A est plus précise.

- **Définir la tolérance et calculer le pourcentage de tolérance de mesures.**

Lorsqu'ils fabriquent des produits, les manufacturiers doivent tenir compte d'une marge d'erreur, c'est-à-dire de la ***marge de tolérance***, qui fait partie du ***système de tolérances***.

La tolérance et le développement du concept des limites ont modifié la pensée voulant que les mesures soient précises. Les fabricants ne peuvent pas produire des articles n'ayant qu'une seule mesure ou spécification. Les instruments de mesure auparavant considérés précis contiennent en réalité des déviations ou des erreurs. Un produit fabriqué dont les dimensions reposent entre deux limites est donc acceptable. Deux niveaux limites contenus dans une zone d'acceptabilité, ou de tolérance, ont donc remplacé un niveau standard. La fabrication sur chaîne de montage a donc pu être développée à l'aide des concepts de précision et d'exactitude des mesures.

La ***tolérance*** d'une dimension correspond au total des ***variations de dimension permises***. Il s'agit de la différence entre les dimensions maximales et minimales permises, d'une dimension définie.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

G-2 Calculer les valeurs maximales et minimales en utilisant les tolérances pour les longueurs, les aires et les volumes. – *suite*

G-3 Résoudre des problèmes traitant des erreurs de pourcentage. – *suite*

- **Définir la tolérance et calculer le pourcentage de tolérance de mesures. (suite)**

> Une mesure de base ou définie de 8,5 " 0,05 po correspondrait à une mesure de 8,5 po et à une tolérance de 0,05 po dans les deux directions latérales. Toute mesure obtenue après la fabrication se situant de 8,45 à 8,55 po serait tolérée et acceptable.
>
> La marge d'erreur permise correspond donc à la marge de tolérance. Souvent, la tolérance est exprimée sous forme de pourcentage :
>
> $$\text{pourcentagedetolérence} = \frac{\text{tolérenceabsolue}}{\text{dimension de base}} \times 100$$

Exemple 1

Déterminez les limites de la tolérance et le pourcentage de tolérance pour la longueur d'un objet mesurant 25,0 ± 0,1 mm. Indiquez le pourcentage de tolérance de cette mesure.

Solution

Limite supérieure : 25,0 + 0,1 = 25,1

Limite inférieure : 25,0 – 0,1 = 24,9

Pourcentage de tolérance : $\frac{0{,}1}{25{,}0} \times 100 = 0{,}4\ \%$

> Le niveau de précision et d'exactitude qu'il est possible d'obtenir d'un instrument de mesure se nomme la ***tolérance de l'instrument***. La science des mesures (métrologie) applique des tolérances connues ou définies à un instrument de mesure.

Exemple 2

a) Déterminez les limites de tolérance pour la longueur d'un objet mesurant 30,0 ± 0,1 mm.

b) Indiquez la plus grande erreur possible et le pourcentage de tolérance pour cette mesure.

Solution

a) Limite supérieure : 30,0 + 0,1 = 30,1

Limite inférieure : 30 – 0,1 = 29,9

b) Plus grande erreur possible $= \frac{0{,}1 \text{ mm}}{2} = 0{,}05$ mm

Pourcentage de tolérance $= \frac{0{,}1}{30{,}0} \times 100 = 0{,}\overline{3}\ \%$

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Calculez la plus grande erreur possible et le pourcentage de tolérance pour les mesures suivantes, et indiquez leurs limites de tolérance.

a) 3,14 po ± 0,01 po

b) 10 5/16 po ± 1/32 po

c) 23,356 cm ± 0,005 cm

d) 6,20 m ± 0,05 m

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

G-2 Calculer les valeurs maximales et minimales en utilisant les tolérances pour les longueurs, les aires et les volumes.
– suite

G-3 Résoudre des problèmes traitant des erreurs de pourcentage.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Utiliser les valeurs maximale et minimale de la longueur pour calculer les valeurs maximale et minimale d'une surface.**

Exemple 1

Quelles sont les valeurs maximale et minimale de l'aire d'une feuille de métal requise pour découper 17 pièces carrées de métal dont les côtés mesurent chacun 1,3 po ± 0,01 po?

Solution

Aire maximale de la pièce carrée = $(1{,}31)^2$ po^2

17 x $(1{,}31)^2$ = 29,17 po^2 = aire maximale de la feuille de métal requise

Aire minimale de la pièce carrée = $(1{,}29)^2$ po^2

17 x $(1{,}29)^2$ = 28,29 po^2 = aire minimale de la feuille de métal requise

Tolérances d'une aire

De nombreux codes et spécifications de la construction et de nombreux contrôles de l'environnement exigent que les facteurs reliés à la santé et à la sécurité demeurent des priorités dans la conception d'immeubles. Ces exigences sont habituellement définies par différents comités permanents et différentes associations, qui établissent des directives et des règlements faisant la promotion de la sécurité publique par la mise en pratique de normes uniformisées. C'est pourquoi des relations spéciales existent entre certains de ces organismes dirigeants, comme entre le Code national du bâtiment et le Code national de prévention des incendies, en ce qui concerne la sécurité. De nombreux règlements en matière de sécurité doivent être appliqués aux contenus des structures et à la conception des immeubles. Les aires et les volumes tolérés créent des mesures de protection en vue d'une utilisation maximale et minimale, établissant ainsi des limites d'utilisation sécuritaire et des normes appropriées en matière d'environnement.

Exemple 2

Lorsqu'un règlement relatif aux incendies requiert que la dimension d'une ouverture rectangulaire ne surpasse pas 11 m^2 et qu'aucune dimension de cette ouverture ne surpasse 3,7 m, quelles seraient les dimensions maximales de cette ouverture?

Solution

Aire maximale = 11 m^2; ce qui équivaut à la longueur x la largeur de l'ouverture, et une des dimensions ne peut pas surpasser 3,7 m.

Si 3,7 m = longueur du rectangle
x = la largeur

Déterminez x : 3,7 x x = 11
x = 2,972 m

∴ Dimensions maximales de l'ouverture : longueur = 3,7 m
largeur = 2,972 m

— *suite*

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Projet

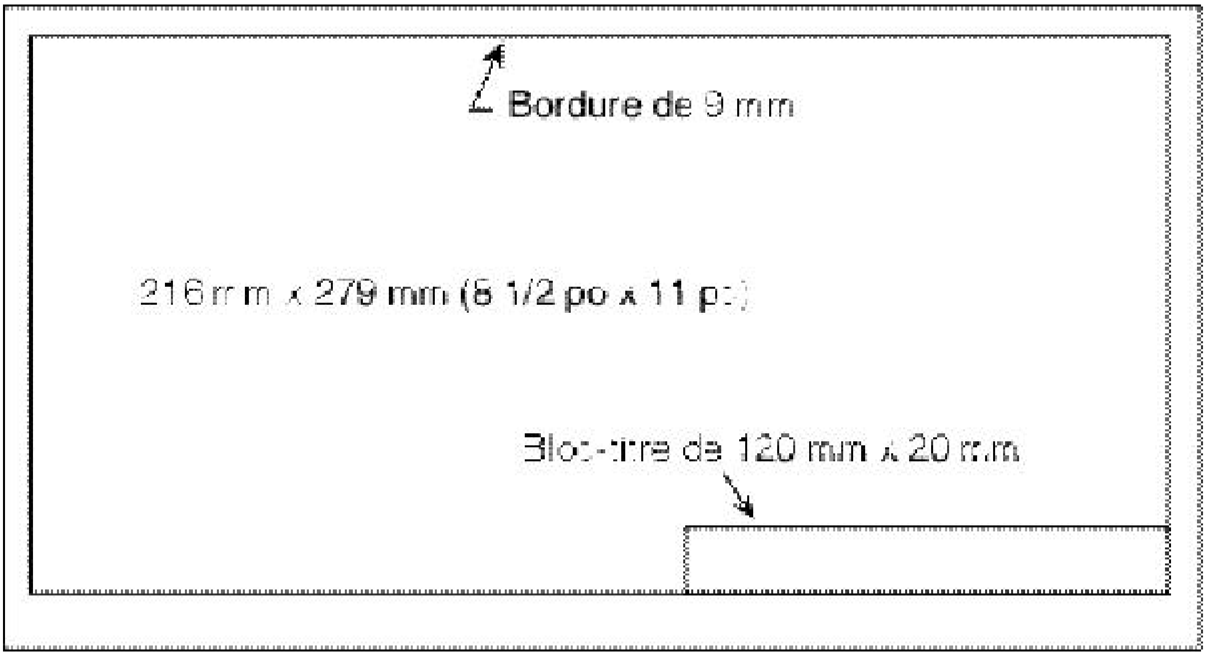
Créez un diagramme à l'échelle pour l'installation d'un tapis dans une salle qui contient une colonne allant du plancher au plafond et qui est située au centre de la pièce.

1. Procurez-vous une feuille de papier blanc. Placez-la en position horizontale (c'est-à-dire en longueur). Dessinez une bordure de 9 mm autour de la feuille. Placez un bloc-titre de 20 mm sur 120 mm dans le coin inférieur droit. (Voir le diagramme ci-dessous.)

2. Dessinez un rectangle d'une longueur de 9 m et d'une largeur de 3,55 m en utilisant une échelle de 1:50 et placez ce rectangle au centre de la feuille de papier. En utilisant la même échelle, dessinez un carré mesurant 1 m de chaque côté. Ce carré doit être situé au centre du rectangle déjà dessiné. Ce carré représente la colonne.

3. Identifiez les éléments du dessin. Dans le bloc-titre, indiquez l'échelle utilisée et donnez un titre à votre dessin

4. Calculez des données suivantes :
   a) L'aire du tapis entourant l'ouverture en mètres carrés (m^2).
   b) Le périmètre de l'ouverture en mètres (m).
   c) Le périmètre du côté extérieur du tapis en mètres (m).
   d) Une bande de champ est requise autour de l'ouverture et sous les côtés extérieurs du tapis. Quelle est la longueur totale de la bande de champ requise au mètre près?



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

G-2 Calculer les valeurs maximales et minimales en utilisant les tolérances pour les longueurs, les aires et les volumes.
– suite

G-3 Résoudre des problèmes traitant des erreurs de pourcentage.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Utiliser les valeurs maximale et minimale de la longueur pour calculer les valeurs maximale et minimale d'une aire.**

Exemple 3

Un code de conduit d'air requiert qu'un conduit rectangulaire ait une section transversale de 60,50 ± 0,5 po^2 pour permettre la circulation d'air essentiel dans une pièce. Si un côté du conduit doit être de 10 po :

a) quelles seraient les dimensions maximale et minimale de l'autre côté du conduit?

b) quelle serait l'aire totale du matériau du conduit, en pouces carrés, par pied de conduit pour un conduit de dimension maximale?

Solution

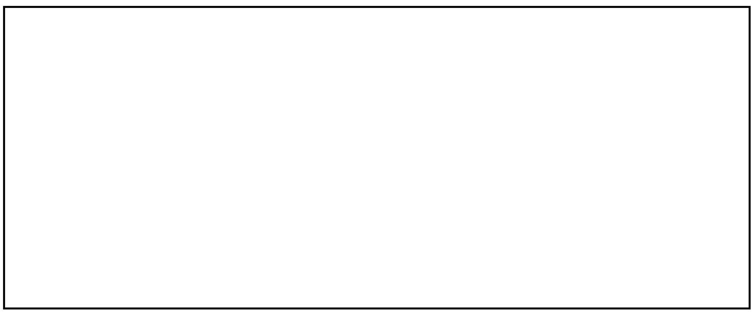
a) Si A_{max} = aire maximale du conduit, 61 po^2
A_{min} = aire minimale du conduit, 60 po^2
l_{max} = dimension maximale du côté inconnu
l_{min} = dimension minimale du côté inconnu

$\therefore\ l_{max} \times 10 = 61$ po^2 $\qquad l_{min} \times 10 = 60$ po^2
$l_{max} = 6{,}1$ po $\qquad l_{min} = 6$ po

b) Si A_t = aire totale en pouces carrés par pied de conduit
$A_t = 2(L + l_{max}) \times 12$ po^2
$= 2(10 + 6{,}1) \times 12$ po^2
$= 2 \times 16{,}1 \times 12$po^2
$= 386{,}4$ po^2/pied linéaire

Exemple 4

La feuille de métal ci-dessous sert à fabriquer un tuyau circulaire.



La circonférence du tuyau est la dimension la plus longue. Déterminez les aires de matériau maximales et minimales en centimètres carrés. Quels sont les diamètres maximaux et minimaux du tuyau (ne pas tenir compte de l'épaisseur du matériau)? Si ce tuyau doit être inséré dans une ouverture dont le diamètre est de 40,1 ± 0,5 cm, lequel des tuyaux, de dimension maximale ou minimale, ou les deux, pourra être inséré dans l'ouverture?

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Un jardin rectangulaire mesure 42 m sur 11 m. Une plate-bande de fleurs de largeur uniforme doit être placée sur deux côtés et à une extrémité (en forme de U), de façon à ce que l'aire maximale de pelouse en surplus équivaille à 85 % de l'aire du jardin entier. Calculez les dimensions maximales de la plate-bande de fleurs.

2. Un code de conduit d'air requiert qu'un conduit rectangulaire ait une section transversale de 85,0 ± 0,5 po^2 pour permettre la circulation d'air essentiel dans une pièce. Si un côté du conduit doit être de 12 po :
   a) quelles seraient les dimensions maximale et minimale de l'autre côté du conduit?
   b) quelle serait l'aire totale du matériau du conduit, en pouces carrés, par pied de conduit pour un conduit de dimension maximale?

Réponses

1. Largeur uniforme de 0,741 m : 2 côtés du U de 42 m chacun; extrémité du U de 9,518 m.

2. Largeur maximale = 7,125 po; largeur minimale = 7,042 po. Superficie maximale de matériel par pied = 459 po^2

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

G-2 Calculer les valeurs maximales et minimales en utilisant les tolérances pour les longueurs, les aires et les volumes.
– suite

G-3 Résoudre des problèmes traitant des erreurs de pourcentage.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Utiliser les valeurs maximale et minimale de la longueur pour calculer les valeurs maximale et minimale d'une aire. (suite)**

Exemple 4 — suite

Solution

Déterminez les aires maximale et minimale du matériel :

Aire maximale = $126,5 \times 70,5$ cm^2
= $8918,25$ cm^2

Aire minimale = $124,9 \times 69,5$ cm^2
= $8\,680,55$ cm^2

Diamètre maximal = $126,5/\pi$
= $40,27$ cm

Diamètre minimal = $124,9/\pi$
= $39,76$ cm

Déterminez les dimensions maximale et minimale de l'ouverture :

Ouverture maximale = $40,1 + 0,5$ cm
= $40,6$ cm de diamètre

Ouverture minimale = $40,1 – 0,5$ cm
= $39,6$ cm de diamètre

Le tuyau de diamètre maximal de 40,47 cm pourra être inséré dans l'ouverture de dimension maximale de 40,6 cm, et le tuyau de diamètre minimal de 39,76 cm ne pourra pas être inséré dans l'ouverture de dimension minimale de 39,6 cm, mais il pourra être inséré dans l'ouverture maximale de 40,6 cm.

- **Utiliser les valeurs maximale et minimale de la longueur pour calculer les valeurs maximale et minimale du volume.**

Tolérances relatives aux volumes

Les tolérances appliquées à un solide ou à une image tridimensionnelle affectent la quantité d'espace occupé dans trois directions. Par exemple, si x correspond à la dimension d'une face d'un cube, et si on augmente x par y, l'espace occupé correspondra à :

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

Par contre, si des limites sont appliquées au volume, telles que $1,0$ m$^3 \pm 0,5$ m^3, le maximum serait de $1,5$ m^3 et le minimum serait de $0,5$ m^3. L'impact de telles limites d'espace sur le contenant sont critiques.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Les côtés et la base d'une boîte ouverte ayant une base carrée doivent avoir une aire maximale de 96 m^2. Si x m correspond au côté de la base et si y m correspond à la hauteur, démontrez que $x^2 + 4xy = 96$ m^2 et que le volume mesure

$$V = x^2 y = \frac{x}{4}\left(96 - x^2\right)$$

Tracez le graphique de l'expression ci-dessus pour V entre $x = 0$ et $x = 8$ m, et déterminez la valeur de x lorsque le volume est le maximum.

Solution

$x = 5{,}66$ m

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

G-2 Calculer les valeurs maximales et minimales en utilisant les tolérances pour les longueurs, les aires et les volumes.
– suite

G-3 Résoudre des problèmes traitant des erreurs de pourcentage.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Utiliser les valeurs maximale et minimale de la longueur pour calculer les valeurs maximale et minimale du volume. (suite)**

Exemple 1

Un bijoutier doit utiliser de l'or pour fabriquer trois pendentifs cylindriques de dimension et de volume égaux. Les pendentifs ont 2,000 ± 0,001 cm de hauteur et 0,500 ± 0,001 cm de diamètre. Calculez les volumes maximal et minimal d'or requis pour les trois pendentifs.

Solution

Hauteur maximale : 2,001 cm

Hauteur minimale : 1,999 cm

Diamètre maximal : 0,501 cm

Diamètre minimal : 0,499 cm

Il est difficile de mesurer le rayon du pendentif, donc la mesure du diamètre est utilisée pour calculer le volume alors que $r = d/2$.

Volume du cylindre : $\pi r^2 h$

Vol_{max}: $\pi(0{,}501/2)^2\ 2{,}001$

Vol_{min}: $\pi(0{,}499/2)^2\ 1{,}999$

Exemple 2

Le volume du béton lorsque l'hydratation est effectuée peut modifier de ± 5 %. En tenant compte de cette observation, calculez les volumes maximaux et minimaux en mètres cubes de béton en hydratation, coulé dans une forme rectangulaire mesurant 8 000 mm sur 3 500 mm sur 150 mm.

Solution

Déterminez le volume en mètres cubes de béton en hydratation :

Volume de béton	= 8 x 2,5 x 0,15 m
	= 3 m^3
Volume maximal	= 3 + (5 % de 3)
	= 3,15 m^3
Volume minimal	= 3 – (5 % de 3)
	= 2,85 m^3

— suite

Stratégies d'évaluation

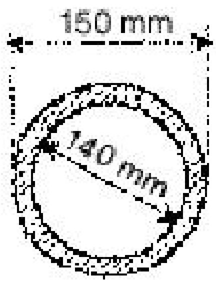
Notes

Problème

Un prototype de conduit en plastique a un diamètre extérieur de 150 mm et un diamètre intérieur de 140 mm. Ce conduit est utilisé pour transporter des câbles de fibre optique. Toutefois, des essais révèlent que la poussée des terres cause une détérioration rapide de la paroi du conduit. Un nouveau conduit a donc été produit : l'épaisseur de la paroi de ce conduit a été augmentée de 30 % pour atteindre la durabilité requise pour le plastique. Toutefois, cela créée un dilemme en ce sens que le diamètre intérieur doit toujours pouvoir contenir la même quantité de câbles de fibre optique. Déterminez le nouveau diamètre extérieur. Calculez aussi le volume en centimètres cubes de plastique pour des longueurs de 1 mètre du conduit d'origine et comparez ce volume avec celui du nouveau conduit amélioré. Effectuez une analyse de rentabilité si un plastique de même qualité est utilisé. Le prix à l'unité du plastique est de 0,5 ¢/cm^3.

Solution

La situation :



Épaisseur de la paroi du conduit $= \frac{150 - 140}{2}$

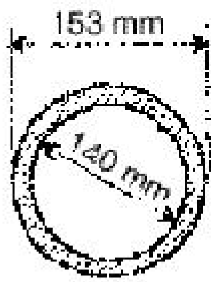
$= 5$ mm

Nouveau conduit

Épaisseur de la paroi + 30 % = 5 + 30 %
= 6,5 mm

Nouveau diamètre extérieur = 140 + (2 x 6,5)
= 153 mm

Nouveau conduit :



Analyse du volume :

Conduit d'origine :

$$\text{Volume} = \frac{\pi}{4}\left(D^2 - d^2\right) \times 100\text{cm}$$

$$= \frac{\pi}{4}\left(15^2 - 14^2\right) \times 100 \text{ cm}$$

$$= 2278\text{cm}^3$$

Coût = 2278 cm^3 x 0,5**4**/cm^3

= 11,38 $/mètre

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

G-2 Calculer les valeurs maximales et minimales en utilisant les tolérances pour les longueurs, les aires et les volumes. *– suite*

G-3 Résoudre des problèmes traitant des erreurs de pourcentage. *– suite*

- **Utiliser les valeurs maximale et minimale de la longueur pour calculer les valeurs maximale et minimale du volume. (suite)**

Exemple 3

Un cylindre a les dimensions suivantes :

Hauteur = 120 ± 0,65 cm ; diamètre = 85,0 ± 0,05 cm

Déterminez les volumes maximal et minimal en centimètres cubes. Si le cylindre contient un liquide qui a une capacité unitaire de 1,0 mL/cm^3, calculez la capacité maximale du réservoir en litres. Aussi, calculez l'aire maximale en mètres carrés de matériau utilisé pour fabriquer le côté latéral du cylindre.

Solution

Déterminez les volumes maximal et minimal du cylindre :

Volume maximal du cylindre $= \pi/4(85{,}05)^2 \times 120{,}65$

$= 685\ 434{,}3\ \text{cm}^3$

Volume minimal du cylindre $= \pi/4(84{,}95)^2 \times 119{,}35$ cm

$= 676\ 455{,}2\ \text{cm}^3$

Déterminez la capacité maximale du cylindre :

Capacité maximale en litres du cylindre

= volume x capacité unitaire

$$= 685434{,}3 \times \frac{1{,}0\ \text{mL}}{\text{cm}^3} \times \frac{1\ \text{L}}{1000\ \text{mL}}$$

$$= 685{,}4\ \text{L} \approx 685\ \text{L}$$

Déterminez l'aire totale maximale du matériau utilisé pour fabriquer le côté latéral du cylindre :

Aire totale maximale $= \pi d \times h$

$= \pi \times 85{,}05 \times 120{,}65$ cm/10 000

$= 3{,}22\ \text{m}^2$

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Rendez-vous à un centre de rénovation et vérifiez quelles sont les dimensions de tuyaux de plastique ou de PVC offertes. Utilisez un ruban à mesurer pour vérifier les diamètres intérieurs et extérieurs des conduits disponibles. Comparez les dimensions mesurées aux étiquettes apposées sur chaque produit. Dressez la liste des dimensions des conduits. Maintenant, rendez-vous à la section du bois de charpente et, à l'aide d'un ruban à mesurer, mesurez les pièces de bois disponibles. Dressez la liste des dimensions offertes et comparez ces dimensions avec les catégories utilisées par le commerçant. Par exemple, mesurez une pièce de bois de la catégorie « 2 sur 4 » pour connaître sa dimension réelle.

2. Le volume du béton lorsque l'hydratation est effectuée (effet chimique du séchage du béton) peut modifier de ± 15 %. En tenant compte de cette observation, calculez les volumes maximal et minimal en mètres cubes de béton en hydratation coulé, dans une forme rectangulaire ayant un diamètre de 4 500 mm et une hauteur de 12 m.

3. Un réservoir de forme conique a les dimensions suivantes :

   hauteur = 175 ± 0,5 cm; diamètre = 88,0 ± 7,5 cm

   Déterminez les volumes maximal et minimal en centimètres cubes. Si le cône contient un liquide, calculez la capacité maximale du réservoir en litres. Aussi, calculez l'aire maximale en mètres carrés de matériau utilisé pour fabriquer le côté latéral du cône.

4. La tolérance quant au volume du tronc d'un cône est de ± 0,5 cm^3. Mais pour une forme cylindrique, la tolérance du volume est de ± 0,25 cm^3. Deux seaux ont chacun 250 mm de profondeur. Le premier a un diamètre uniforme de 200 mm, tandis que le tronc du deuxième a une forme de cône de 178 mm à une extrémité et de 229 mm à l'autre extrémité. Calculez les dimensions maximale et minimale et indiquez lequel des deux seaux peut contenir la plus grande quantité d'eau, ainsi que la quantité supplémentaire qui peut être contenue par ce seau. (Le volume du tronc d'un cône est

   $$\frac{\pi h}{3}\left(R^2 + Rr + r^2\right)$$

   si R et r sont les rayons et h est la hauteur.)

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

G-2 Calculer les valeurs maximales et minimales en utilisant les tolérances pour les longueurs, les aires et les volumes.
– suite

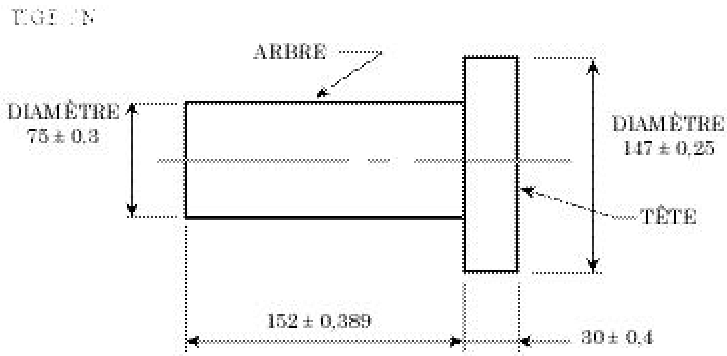
G-3 Résoudre des problèmes traitant des erreurs de pourcentage.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Résoudre des problèmes de vie réelle qui impliquent la précision des mesures.**

Exemple 1

Les dimensions suivantes sont indiquées sur un dessin technique :



Toutes les dimensions sont en millimètres.

À l'aide du dessin ci-dessus d'une tige CN, déterminez les dimensions suivantes :

a) Les limites de tolérance pour :
   i) le diamètre de l'arbre;
   ii) la longueur de l'arbre;
   iii) le diamètre de la tête;
   iv) l'épaisseur de la tête.

b) Déterminez le pourcentage de tolérance pour :
   i) le diamètre de l'arbre;
   ii) la longueur de l'arbre;
   iii) le diamètre de la tête;
   iv) l'épaisseur de la tête.

c) À l'aide du dessin, déterminez l'unité de mesure (dimension de la limite) la plus précise.

d) Déterminez le pourcentage de tolérence pour chacune des dimensions indiquées dans la figure ci-dessus.

e) Si la tige CN est fabriquée à partir d'une barre de métal de 200 mm de diamètre et de 250 mm de longueur, déterminez les volumes maximal et minimal du matériel de rebut à partir de la tige de métal d'origine lorsque la tige CN est fabriquée. Inscrivez les étapes du processus que vous avez choisi pour déterminer le volume de matériel de rebut.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

G-2 Calculer les valeurs maximales et minimales en utilisant les tolérances pour les longueurs, les aires et les volumes.
– suite

G-3 Résoudre des problèmes traitant des erreurs de pourcentage.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Résoudre des problèmes de vie réelle qui impliquent la précision des mesures. (suite)**

Exemple 1 — suite

Solution

a) Déterminez les limites de tolérance pour :

i) le diamètre de l'arbre

75 ± 0,3 mm :	limite supérieure	= 75 + 0,3
		= 75,3 mm
	limite inférieure	= 75 – 0,3
		= 74,7 mm

ii) la longueur de l'arbre

152 ± 0,398 mm :	limite supérieure	= 152 + 0,389
		= 152,389 mm
	limite inférieure	= 151,611 mm

iii) le diamètre de la tête

147 ± 0,25 mm :	limite supérieure	= 147,25 mm
	limite inférieure	= 146,75 mm

iv) l'épaisseur de la tête

30 ± 0,4 mm :	limite supérieure	= 30,4 mm
	limite inférieure	= 29,6 mm

b) Déterminez le pourcentage de tolérance pour :

i) le diamètre de l'arbre

$$\text{pourcentage de tolérence} = \frac{\text{tolérence absolue}}{\text{dimension de base}} \times 100$$

$$= \frac{0{,}3}{75} \times 100$$

$$= 0{,}4\%$$

ii) la longueur de l'arbre = 0,26 %

iii) le diamètre de la tête = 0,17 %

iv) l'épaisseur de la tête = 1,33 %

c) La longueur de l'arbre est la mesure la plus précise. La limite supérieure et la limite inférieure sont précises au millier de millimètre ou au micromètre près.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

G-2 Calculer les valeurs maximales et minimales en utilisant les tolérances pour les longueurs, les aires et les volumes. *– suite*

G-3 Résoudre des problèmes traitant des erreurs de pourcentage. *– suite*

• **Résoudre des problèmes de vie réelle qui impliquent la précision des mesures. (suite)**

Exemple 1 — suite

Solution — suite

d) Déterminez la plus grande erreur possible pour chacune des dimensions limites :

i) le diamètre de l'arbre

75 ± 0,3 mm :	limite supérieure	=	75,3 mm

La plus grande erreur possible correspond à un demi d'une unité utilisée pour mesurer selon la définition.

PGEP	=	2 de un dixième de millimètre
	=	0,05 mm
limite inférieure	=	74,70
PGEP	=	0,05 mm

ii) la longueur de l'arbre

152,000 ± 0,398 mm :	limite supérieure	=	152,389 mm
	PGEP	=	0,000 5 mm
	limite inférieure	=	151,611 mm
	PGEP	=	0,000 5 mm

iii) le diamètre de la tête

147,00 ± 0,25 mm :	limite supérieure	=	147,250 mm
	PGEP	=	0,005 mm
	limite inférieure	=	146,750 mm
	PGEP	=	0,005 mm

iv) l'épaisseur de la tête

30,0 ± 0,4 mm :	limite supérieure	=	30,40 mm
	PGEP	=	0,05 mm
	limite inférieure	=	29,60 mm
	PGEP	=	0,05 mm

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

G-2 Calculer les valeurs maximales et minimales en utilisant les tolérances pour les longueurs, les aires et les volumes. *– suite*

G-3 Résoudre des problèmes traitant des erreurs de pourcentage. *– suite*

- **Résoudre des problèmes de vie réelle qui impliquent la précision des mesures. (suite)**

Exemple 1 — suite

Solution — suite

e) Volume de perte dans la fabrication de la tige CN

i) Identifiez et calculez le volume de la pièce de métal d'origine :

Utilisez la formule de calcul du volume : volume du cylindre = $\frac{p\,d^2 \times L}{4}$

(Utilisez « Pi » de la calculatrice et unités en millimètres.)

Volume de la pièce de métal d'origine = $\frac{\pi\left(200^2 \times 250\right)}{4}$

$= 7853981{,}634 \text{mm}^3$

Modifié en centimètres cubes = 7 854 cm^3

ii) Calculez le volume maximal du matériau de la tige CN en centimètres cubes :

Volume max. = volume max. de l'arbre + volume max. de la tête

Volume max. de l'arbre $= \frac{\pi(7{,}53^2 \times 15{,}2389)}{4}$

$= 678{,}631 \text{cm}^3$

Volume max. de la tête $= \frac{\pi(14{,}725^2 \times 3{,}04)}{4}$

$= 517{,}695 \text{cm}^3$

Volume max. total de la tige CN = 678,631 + 517,695 cm^3

= 1 196,326 cm^3

Nota **:** Le volume maximal de la tige CN signifie un rebut minimal :

Volume minimal de rebut = volume du métal d'origine – volume max. de la tige CN

= 7 854 – 1 196,326 cm^3

= 6 657,674 cm^3

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Les élèves doivent lire les coupures de presse et répondre aux questions présentées à la fin de cette unité (voir l'Annexe G-3).

Enquêtes

1. a) Déterminez s'il existe d'autres méthodes de fabrication pour la tige de métal.
   b) Déterminez si des stocks de métal de diamètre différent existent afin de minimiser la perte.
   c) Créez un système grâce auquel le diamètre maximal et la longueur du métal d'origine peuvent être choisis pour produire un rebut minimal de matériel lors de la fabrication de la tige CN.
   d) À partir du système de « choix du matériau » que vous avez créé, déterminez la dimension standard du matériau qui convient le mieux.
2. Rédigez un rapport sur vos recommandations et suggestions en ce qui concerne les points suivants :
   a) le matériau de dimension standard le plus approprié pour ce projet et les raisons pour lesquelles ce matériau est choisi;
   b) la méthode de fabrication de la tige CN et les raisons pour lesquelles cette méthode est choisie.

***Note aux enseignants* :** Le but de ce rapport est d'aider les élèves à atteindre les objectifs suivants :

- formuler des procédés en vue de l'établissement de solutions satisfaisantes fondées sur les expériences;
- analyser les données fournies et tirer des conclusions satisfaisantes;
- percevoir le processus par lequel un objet est fabriqué;
- connaître l'effet que les tolérances et marges permises ont sur la fabrication, ainsi que donner la chance à l'élève de communiquer sa propre méthodologie dans la recherche de solutions.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

G-2 Calculer les valeurs maximales et minimales en utilisant les tolérances pour les longueurs, les aires et les volumes. – *suite*

G-3 Résoudre des problèmes traitant des erreurs de pourcentage. – *suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Résoudre des problèmes de vie réelle qui impliquent la précision des mesurages. (suite)**

Exemple 1 — suite

Solution — suite

iii) Calculez le volume minimal du matériel de la tige CN en centimètres cubes :

Volume min. = volume min. de l'arbre + volume min. de la tête

Volume min. de l'arbre $= \dfrac{\pi(7,47^2 \times 15,1611)}{4}$

$= 644,449 \text{cm}^3$

Volume min. de la tête $= \dfrac{\pi(14,675^2 \times 2,96)}{4}$

$= 500,654 \text{ cm}^3$

Volume min. total de la tige CN $= 664,449 + 500,654 \text{ cm}^3$

$= 1\,165,103 \text{ cm}^3$

Nota **:** Le volume minimal de la tige CN signifie un rebut maximal.

Rebut maximal = volume du métal d'origine – volume max. de la tige CN

$= 7\,854 - 1\,165,103 \text{ cm}^3$

$= 6\,688,897 \text{ cm}^3$

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Enquête

Formez des groupes de deux ou de trois,et mesurez des armoires suspendues (ou tout autre objet) en utilisant des outils de mesures de précision. Puis, rendez-vous dans un centre de rénovation pour déterminer les dimensions des matériaux disponibles.

a) Indiquez les limites de tolérance du produit final pour chacune de ses dimensions.

b) Calculez le pourcentage de tolérance du produit final pour chacune de ses dimensions.

c) Calculez la plus grande erreur possible pour les dimensions.

d) Déterminez la quantité de matériel requise et les quantités maximales et minimales de matériel de rebut.

e) Comparez la précision de vos mesurages avec celle des deux autres groupes.

Annexe G-1

Terminologie et définitions sur les mesures de précision

Échelles

Tous les dessins techniques nécessitent l'utilisation d'échelles pour mesurer les longueurs et les dimensions. De nombreux genres d'échelles peuvent être utilisés.

Échelle d'architecte

Cette échelle est utilisée pour illustrer les dimensions, agrandir ou réduire des objets ou des détails devant être illustrés par les architectes ou les technologues. Ces objets peuvent comprendre des armoires, de la plomberie, des installations électriques, ainsi que des détails sur la structure d'un projet. Les échelles des architectes sont habituellement triangulaires, et les échelles ci-dessous sont indiquées sur chacun des côtés du triangle.

Grandeur nature : Cette échelle est représentée par l'échelle de 16 po parce que chaque pouce sur cette échelle représente un pouce, et chaque pouce est divisé en 16 parties égales.

1 po = 1 pi 0 po : Cette échelle est l'échelle de 1 po puisque chaque pouce de cette échelle représente 1 pied de l'objet réel. Elle peut mesurer avec exactitude ± ½ po. Cette échelle est utilisée pour reproduire à l'échelle la dimension de formes et de droites à 1/12 de leur dimension réelle.

3/8 po = 1 pi 0 po : Lorsque cette échelle est utilisée, 3/8 po représente un pied. Cette échelle est utilisée pour reproduire à l'échelle la dimension des formes et des droites à 1/32 de leur dimension réelle.

(***Nota :*** Chacune des échelles ci-dessus, à l'exception de l'échelle de 16 po, a une valeur opposée respective. Par exemple, pour l'échelle de ½ po, ½ po = 1 pi 0 po ou 1/24 de la dimension réelle; et pour l'échelle de ¾ po, ¾ po = 1 pi 0 po, ou 1/16 de la dimension réelle.)

Pour les dessins de dimension réduite de moitié, l'échelle de 16 po, ou de 6 pour 12, est utilisée, de sorte que 6 pouces du dessin représentent 12 pouces de l'objet réel.

¼ **po = 1 pi 0 po :** Cette échelle est souvent utilisée pour les plans d'architecture et les élévations. Cette échelle de 1/48 permet une représentation claire des étages, et elle utilise le papier graphique pour illustrer de nombreux détails de construction.

Échelle d'ingénieur

Cette échelle est une échelle décimale sur laquelle chaque échelle est un multiple de 10 unités. Parce qu'elle est utilisée dans les dessins de projets de génie extérieurs - des rues, des structures, des mesurages de terrains et d'autres dimensions topographiques importantes - elle est parfois appelée l'échelle des ingénieurs civils. Voici quelques exemples d'échelles d'ingénieurs.

Échelle	Description
10	1 po = 10 pi ou 1 po = 1 000 pi
20	1 po = 20 pi ou 1 po = 2 000 pi
30	1 po = 0,3 pi ou 1 po = 3 000 pi
40	1 po = 4 pi ou 1 po = 40 pi
50	1 po = 50 pi ou 1 po = 500 pi
60	1 po = 6 pi ou 1 po = 0,6 pi

Échelle d'ingénieur mécanique

Ces échelles sont utilisées pour reproduire à l'échelle de petites pièces en pouces à l'aide des fractions habituelles (1/2, 1/4 et 1/8).

Échelles métriques

Le millimètre est l'unité de mesure linéaire utilisée pour les dessins techniques. Les multiplicateurs numériques de 2, 5 et 10 produisent les échelles ci-dessous.

Échelle	Utilité
100:1	Les dessins sont 100 fois plus grands que la dimension réelle.
50:1	Les dessins sont 50 fois plus grands que la dimension réelle.
20:1	Les dessins sont 20 fois plus grands que la dimension réelle.
10:1	Les dessins sont 10 fois plus grands que la dimension réelle.
5:1	Les dessins sont 5 fois plus grands que la dimension réelle.
2:1	Les dessins sont 2 fois plus grands que la dimension réelle.
1:2	Les dessins sont 2 fois plus petits que la dimension réelle.
1:5	Les dessins sont 5 fois plus petits que la dimension réelle.
1:10	Les dessins sont 10 fois plus petits que la dimension réelle.
1:20	Les dessins sont 20 fois plus petits que la dimension réelle.
1:50	Les dessins sont 50 fois plus petits que la dimension réelle.
1:100	Les dessins sont 100 fois plus petits que la dimension réelle.

Les normes canadiennes pour les dessins architecturaux exigent que les unités de mesure soient exprimées en mètres et en millimètres et non en centimètres.
Les mêmes multiplicateurs numériques sont utilisés sur les plans d'arpentage, les plans topographiques, les dessins structuraux, mécaniques et électriques.

Tolérance variation permise pour une dimension.

Marge de tolérance différence prescrite entre le maximum et le minimum des limites applicables à un objet.

Dimension de base dimension à laquelle les limites des dimensions sont appliquées.

Dimension réelle dimension mesurée.

Limites de la dimension limites maximale et minimale appliquées.

Dimension nominale nom donné aux pièces dimensionnelles aux fins d'identification. (***Nota***: le dimension physique réelle ne doit pas nécessairement être indiquée.)

Annexe G-2

Construction d'un mur

Les matériaux de construction qui forment les murs extérieurs et les cloisons intérieures se nomment la ***charpente***. La charpente est principalement composée de pièces verticales qui se nomment les ***poteaux***, qui eux sont maintenus en ligne droite par des pièces horizontales qui se nomment les ***cales***. La charpente sert de surface de clouage pour les finitions intérieures et extérieures des murs, et elle sert aussi de soutien pour les étages supérieurs, les plafonds et le toit. Lorsque les colombages sont découpés pour permettre l'installation de portes et de fenêtres, des pièces horizontales qui se nomment ***linteau*** sont installées pour transférer la charge supérieure au ***système*** de poteaux restant. Le terme « système » désigne les méthodes et les matériaux de construction. Les murs intérieurs (cloisons) sont essentiellement divisés en deux catégories : les ***poutres porteuses*** et les ***poutres non porteuses***. Les cloisons porteuses peuvent servir à diviser des pièces et à supporter la charge des planchers, des plafonds ou du toit.

Le revêtement mural sert à ajouter de la rigidité et de la force au mur, et il sert aussi d'isolant. Le contreplaqué, les panneaux composés, les panneaux de fibres et les panneaux d'isolant sont beaucoup utilisés pour le revêtement mural. La finition des murs intérieurs est effectuée à l'aide d'un des matériaux suivants : panneaux de placoplâtre, panneaux de gypse, murs secs, panneaux de contreplaqué et de particules, panneaux durs et panneaux de fibres, panneaux de bois solide, plâtre, argile et tuiles, ou laminés de plastique.

Coupures de presse

Annexe G-3

Le roi des monstres — Godzilla

Présenté par Amy Benjamin
École secondaire Terra Linda, San Rafael, Ca 93303

Depuis 1954, ce bon vieux Godzilla a été la vedette de 22 films et est devenu une idole partout sur la planète. À l'origine, Godzilla était le résultat d'essais nucléaires, et c'est la raison pour laquelle il possède un coeur et un souffle atomique, ainsi que des pouvoirs de régénération. « Gojira », est une combinaison des mots « gorille » et « baleine » en japonais. Godzilla a aussi inspiré un dessin animé de Hanna-Barbera et une chanson de Blue Oyster Cult, et il a reçu son propre prix d'excellence de MTV pour l'ensemble de ses réalisations en 1996.

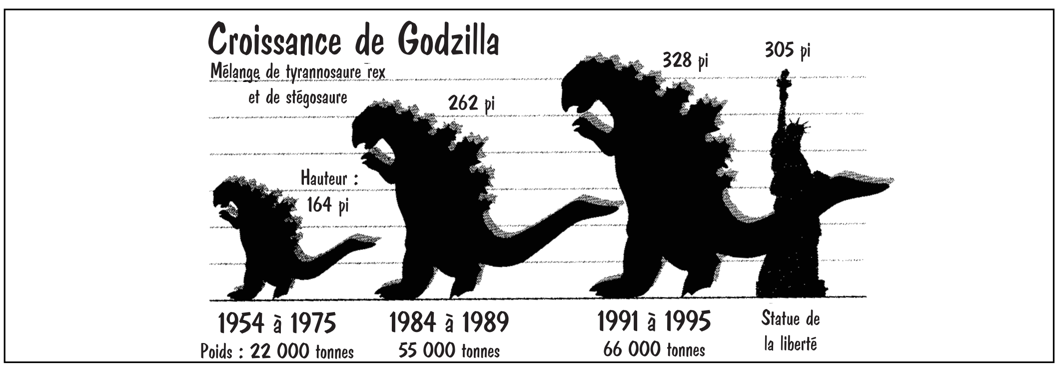
La renaissance d'un dieu

1954

- Costume de 200 livres en latex gris rembourré de bambou et de mousse muni d'une fermeture-éclair au dos et de trous d'aération à la poitrine.
- Contrôles internes pour la mâchoire, câbles extérieurs pour la queue.
- Filmé en séquences de trois minutes.
- Rugissement produit par le frottement d'un gant de cuir sur un violon de laiton, et bruits de pas produits par une corde nouée frappée sur un chaudron.
- Coûts de production de 166 700 $.

Aujourd'hui

- Images produites par ordinateur; modèles animatroniques d'une échelle de 1/6 à 1/24; miniatures.
- Mouvements faciaux et corporels télécommandés et informatisés.
- Les images en hauteur des rues et de 500 personnes en panique provenaient d'une grue de 72 pieds.
- La production a coûté plus de 100 millions de dollars.
- Coût de marketing de 50 millions de dollars.



Questions sur les coupures de presse

Le roi des monstres — Godzilla

1. En supposant que les trois chiffres du tableau de croissance de Godzilla sont semblables, calculez les rapports suivants :
   a) Hauteur en 1984 par rapport à la hauteur en 1954
   b) Poids en 1984 par rapport au poids en 1954
   c) Hauteur en 1991 par rapport à la hauteur en 1984
   d) Poids en 1991 par rapport au poids en 1984
   e) Hauteur en 1991 par rapport à la hauteur en 1954
   f) Poids en 1991 par rapport au poids en 1954
2. Si deux solides sont semblables, de quelle manière peut-on comparer les mesures linéaires, les aires et les volumes? À quoi peut-on s'attendre dans le cas de Godzilla?
3. Les rapports que vous avez calculés pour le poids à la question 1 correspondent-ils aux volumes calculés à la question 2?
4. Si le Godzilla de 1991 était simplement une copie agrandie du Godzilla de 1954, quel serait son poids?
5. Par quel pourcentage les trois dessins indiquent-ils que Godzilla a augmenté…
   a) sa hauteur?
   b) son poids?
6. Quelle est la période moyenne s'écoulant entre les lancements de nouveaux films de Godzilla?
7. Combien de fois la production de 1998 a-t-elle coûté de plus que la production de 1954? Veuillez noter que les *coûts de studio* et les *coûts de production* sont des synonymes.
8. Si les modèles utilisés étaient à une échelle de 1/6 à 1/24 pour le Godzilla de 1991, quelle serait leur hauteur?

Questions sur les coupures de presse : extraites de Media Clips, publié par Dorothy Wood, *Mathematics Teacher* (92,2), National Council of Teachers of Mathematics, février 1999. Utilisation autorisée.

Réponses aux questions sur les coupures de presse

Le roi des monstres — Godzilla

1. a) $\frac{262}{164}$, ou environ $\frac{8}{5}$, ou 8:5
   b) $\frac{55\,000}{22\,000}$, ou $\frac{5}{2}$, ou 5:2
   c) $\frac{328}{262}$, ou environ 1,25:1
   d) $\frac{66\,000}{55\,000}$, ou environ 1,2:1
   e) $\frac{328}{164}$, ou $\frac{2}{1}$, ou 2:1
   f) $\frac{66\,000}{22\,000}$, ou $\frac{3}{1}$, ou 3:1

2. Si les deux rapports de longueur de parties linéaires correspondantes sont a:b, les aires correspondent à a^2:b^2 et les volumes à a^3:b^3. Les mesures correspondantes sont donc les suivantes :

	Rapport des longueurs	Rapport des superficies	Rapport des volumes
1984 et 1954 1991 et 1984 1991 et 1954	environ 8:5 environ 5:4 2:1	64:25, ou environ 5:2 25:16, ou environ 8:5 4:1	512:125, ou environ 4:1 125:64, ou environ 2:1 8:1

3. Non. La masse, ou poids, devrait changer avec le volume. Par exemple, le volume (le poids) au lieu d'avoir augmenté de huit fois depuis 1954 à 1991, n'a augmenté que de trois fois. La classe d'Amy Benjamin a donc décidé que le nouveau Godzilla était anorexique.

4. 22 000 x 8, ou 176 000 tonnes

5. a) La hauteur de 1984 de Godzilla correspond à environ 160 pour cent de la hauteur de 1954; la hauteur de 1991 correspond à 200 pour cent de la hauteur de 1954 et la hauteur de 1991 correspond à 125 pour cent de la hauteur de 1984. Comparez ces pourcentages avec les rapports établis à la question 1. Le pourcentage d'augmentation de 1954 à 1984 est de 60 pour cent; il est de 100 pour cent de 1954 à 1991; et il est de 20 pour cent de 1984 à 1991.

6. 1998 – 1954 = 44 ans et Godzilla a été la vedette de 22 films. Donc, en moyenne, une période de deux ans seulement s'écoulait entre chaque film.

7. $\frac{100\,000\,000}{166\,700} = 599{,}88$ Donc environ 600 fois de plus d'argent a été consacré au film de 1998 qu'au film de 1954.

8. À une échelle de 1/24, Godzilla est 328/24, ou 13,7 pieds de haut. À une échelle de 1/6, Godzilla est environ 54,7 pieds de haut.

Réponses sur les coupures de presse : extraites de Media Clips, publié par Dorothy Wood, *Mathematics Teacher* (92,2), National Council of Teachers of Mathematics, février 1999. Utilisation autorisée.

Unité H
Géométrie

GÉOMÉTRIE

Dans cette unité, les élèves utilisent le raisonnement inductif pour définir les relations qui existent dans les cercles et les polygones. Ils explorent ces relations en faisant des constructions à l'aide d'un logiciel de géométrie et ils décrivent ces relations sous forme écrite. Ensuite, ils utilisent ces relations pour résoudre des problèmes connexes.

Il serait peut-être bénéfique pour certains élèves d'effectuer des expériences avec des constructions de base incluant des segments, des rayons, des droites et des angles à l'aide d'instruments de dessin tels des compas, des rapporteurs et des règles (voir l'annexe H-1). Le but de ces expériences est d'étudier/de revoir les propriétés des segments et des angles, ainsi que le vocabulaire connexe. Ces expériences peuvent servir de base à cette unité.

Pratiques d'enseignement

Au début, les élèves peuvent effectuer des constructions de base (voir l'annexe H-1). Les élèves qui ont un niveau suffisant de connaissance en géométrie peuvent entreprendre immédiatement l'étude des cercles et des polygones à l'aide du logiciel de géométrie.

Cette unité est en grande partie fondée sur l'utilisation d'un logiciel de dessin pour :

- effectuer les constructions nécessaires incluant des cercles et des polygones;
- déterminer les relations à l'aide du raisonnement inductif;
- décrire les relations par écrit en utilisant la terminologie appropriée;
- résoudre des problèmes connexes.

Bien que certains problèmes puissent être résolus sans le logiciel de dessin géométrique une fois que les élèves ont appris les relations, les élèves devraient utiliser l'ordinateur pour résoudre certains des problèmes plus complexes.

Les enseignants doivent enseigner aux élèves comment effectuer les constructions de base avec le logiciel de dessin géométrique. La vidéocassette qui accompagne le logiciel peut être utilisée à cette fin. Les élèves peuvent ensuite poursuivre l'unité en travaillant à l'ordinateur de façon individuelle ou en groupes de deux. L'enseignant doit vérifier si les élèves comprennent les relations et s'ils les écrivent correctement.

Projets

L'enseignant devrait se servir des projets tirés du présent document, du document *Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Exercices* ou d'autres ressources textuelles.

Matériel d'enseignement

- outils de dessin géométrique, comprenant un compas, un rapporteur, une règle et un crayon
- logiciel de géométrie
- magnétoscope (facultatif)

Durée

10 heures

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE

Résultat général

Définir et mettre en pratique les propriétés géométriques des cercles et des polygones afin de résoudre des problèmes.

Résultats spécifiques

H-1 Utiliser la technologie pour confirmer les propriétés suivantes des cercles et des polygones.

- La perpendiculaire du centre d'un cercle jusqu'à une corde divise la corde en deux parties égales.
- La mesure de l'angle central est égale à deux fois la mesure de l'angle inscrit sous-tendu par le même arc.
- Les angles inscrits sous-tendus par le même arc sont congrus.
- L'angle inscrit dans un demi-cercle est un angle droit.
- Les angles opposés d'un quadrilatère cyclique sont supplémentaires.
- La tangente d'un cercle est perpendiculaire au rayon au point de tangence.
- Les segments tangents d'un cercle, de tout point extérieur, sont congrus.
- La somme des angles intérieurs d'un polygone de n côtés est $180°(n–2)$.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

L'annexe H-1 fournit des informations sur les constructions de base, sur certaines propriétés des segments et des angles et sur le vocabulaire connexe. Les élèves devraient utiliser ces informations lorsqu'ils travaillent avec une aide technique, comme *Cabri-Géomètre* ou *Cybergéomètre*, pour explorer certaines propriétés des cercles.

Dans cette section, les élèves utilisent le raisonnement inductif pour définir les relations qui existent dans les cercles et les polygones. Ils explorent ces relations en faisant des constructions à l'aide d'un logiciel de dessin informatique et ils décrivent ces relations sous forme écrite. Ensuite, ils utilisent ces relations pour résoudre des problèmes reliés.

Les élèves doivent comprendre les définitions des termes suivants : cercle, rayon, diamètre, corde, arc, arc mineur, arc majeur, secteur, segment (d'un cercle), droite sécante, angle central, soustendre, polygone convexe et tangente (voir l'annexe H-2).

- **Utiliser la technologie et la mesure pour explorer la géométrie**

  Les élèves doivent savoir comment exécuter les opérations ci-dessous au moyen d'un logiciel informatique comme *Cyber-géomètre* ou *Cabri-Géomètre*. Consultez les documents ou vidéocassettes fournis avec les logiciels.

  - Tracez un segment, un rayon ou une droite à partir de deux points.
  - Tracez un cercle à partir du centre et d'un point de la circonférence.
  - Tracez le point milieu d'un segment.
  - Tracez une droite perpendiculaire à un segment et à un point donnés.
  - Tracez une droite parallèle à un segment et qui traverse un point donné.
  - Mesurez la longueur d'un segment.
  - Mesurez la longueur d'un arc.
  - Mesurez la dimension d'un angle.
  - Utilisez la calculatrice au besoin.

— suite

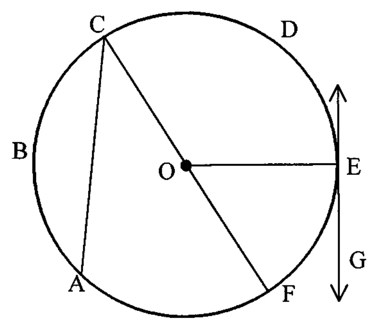
STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Les élèves doivent lire les coupures de presse et répondre aux questions présentées à la fin de cette unité (voir l'annexe H-3).

Mathématiques mentales

Sur le diagramme, identifiez les éléments suivants :

a) rayon
b) diamètre
c) corde
d) nombre de cordes
e) segment du cercle
f) arc mineur
g) arc majeur
h) sécante
i) tangente
j) angle au centre



NOTES

Ressources imprimées

Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Exercices – Supplément au programme d'études, Éducation et Formation professionnelle Manitoba

Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Cours destiné à l'enseignement à distance, Éducation et Formation professionnelle Manitoba — Module 7, leçon 1

Multimédia

Cybergéomètre
Cabri-Géomètre
Euklid

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

H-1 Utiliser la technologie pour confirmer les propriétés suivantes des cercles et des polygones.
— suite

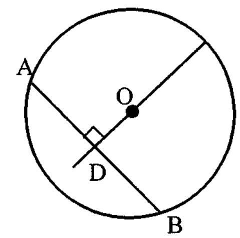
- La perpendiculaire du centre d'un cercle jusqu'à une corde divise la corde en deux parties égales.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Utiliser la technologie et la mesure pour confirmer que la perpendiculaire du centre d'un cercle jusqu'à une corde divise la corde en deux parties égales.**

Exemple

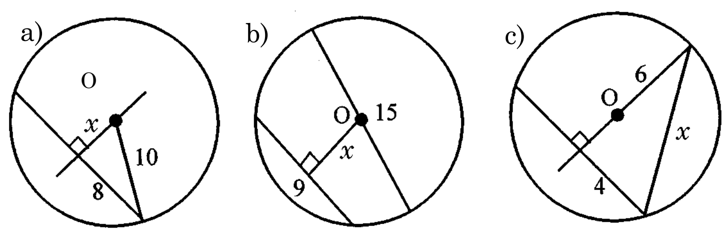
Dessinez les éléments suivants en utilisant un logiciel de géométrie.



1. Dessinez un cercle dont le centre est O.
2. Construisez une corde AB qui n'est pas un diamètre.
3. Construisez une droite qui traverse le centre du cercle et qui est perpendiculaire à la corde.
4. Mesurez les deux parties de la corde (AD et DB dans le diagramme).
5. Répétez l'étape 4 plusieurs fois après avoir modifié le dessin (c'est-à-dire, déplacez les points A ou B).

Les questions suivantes sont fondées sur l'enquête ci-dessus.

1. Quelle est la relation entre une corde et la perpendiculaire du centre d'un cercle jusqu'à la corde?
2. Déterminez la valeur de x. Le point O correspond au centre du cercle.



Solution

1. La perpendiculaire du centre d'un cercle jusqu'à une corde divise la corde en deux parties égales.
2. a) $x = 6$
   b) $x = 6$
   c) $x = 11,21$

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Enquête

Cette enquête peut être effectuée avec ou sans logiciel de géométrie.

Dessinez un quadrilatère non cyclique PQRS. Tracez les bissectrices perpendiculaires de PQ et de QR. Identifiez le point d'intersection des bissectrices par la lettre O. Dessinez le cercle en nommant le centre par la lettre O et le rayon par la lettre OP.

Répondez aux questions suivantes :

1. Pourquoi le cercle passe-t-il par les points Q et R?
2. Mesurez tous les angles du quadrilatère PQRS. Les angles opposés du quadrilatère sont-ils supplémentaires?
3. Déplacez le point S dans le cercle. Les angles opposés sont-ils supplémentaires maintenant?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

H-1 Utiliser la technologie pour confirmer les propriétés suivantes des cercles et des polygones
— *suite*

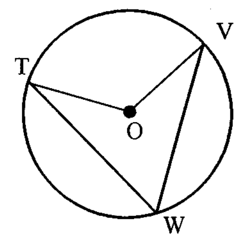
- La mesure de l'angle central est égale à deux fois la mesure de l'angle inscrit sous-tendu par le même arc.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Utiliser la technologie et la mesure pour confirmer que la mesure de l'angle central est égale à deux fois la mesure de l'angle inscrit sous-tendu par le même arc.**

Exemple

Dessinez les éléments suivants en utilisant un logiciel de géométrie.

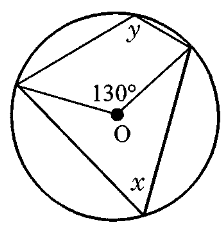


1. Dessinez un cercle en identifiant le centre par la lettre O.
2. Placez trois points sur le cercle en les nommant T, V et W.
3. Dessinez les cordes TW et VW.
4. Dessinez les rayons TO et VO.
5. Mesurez les angles TWV et TOV.
6. Déplacez le point W et observez l'effet produit sur les angles TOV et TWV.
7. Déplacez le point T ou V et observez l'effet produit sur les angles TOV et TWV.

Les questions suivantes sont fondées sur l'enquête ci-dessus.

a) Quelle est la relation entre les mesures de l'angle central et de l'angle inscrit sous-tendu sur le même arc?

b) Déterminez les mesures des angles identifiés par x et y.



Solution

a) L'angle inscrit correspond à la moitié de l'angle du centre.

b) $x = 65°$, $y = 115°$

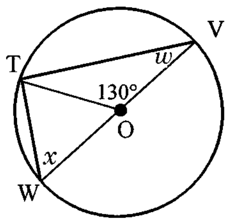
— *suite*

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

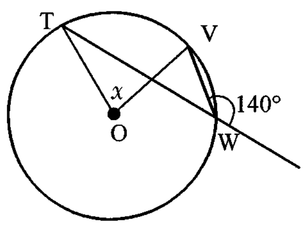
NOTES

Problèmes

1. Déterminez les mesures des angles x et w si VW correspond au diamètre.



2. Déterminez la mesure de l'angle x.



Solutions

1. $x = 65°$, $w = 25°$
2. $x = 80°$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

H-1 Utiliser la technologie pour confirmer les propriétés suivantes des cercles et des polygones.
— suite

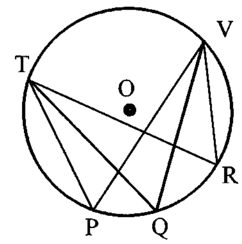
- Les angles inscrits soustendus par le même arc sont congrus.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Utiliser la technologie et la mesure pour confirmer que les angles inscrits sous-tendus par le même arc sont congrus.**

Exemple

Dessinez les éléments suivants en utilisant un logiciel de géométrie.



1. Dessinez un cercle en identifiant le centre par la lettre O.
2. Placez deux points sur le cercle en les nommant T et V.
3. Placez les trois points P, Q et R sur le cercle tel qu'indiqué.
4. Dessinez les cordes TP, TQ, TR, VP, VQ et VR.
5. Mesurez les angles P, Q et R.
6. Répétez l'étape 5 après avoir déplacé T ou V.

Les questions suivantes sont fondées sur l'enquête ci-dessus.

a) Quelle est la relation entre les angles sous-tendus par un arc?
b) La valeur de l'angle P dans le diagramme ci-dessus est 56. Quelle est la mesure de l'angle Q? De l'angle R?

Solution

a) Les angles inscrits sous-tendus par le même arc sont congrus.
b) Angle Q = Angle R = 56°.

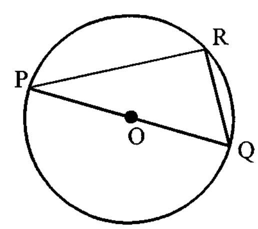
H-1 Utiliser la technologie pour confirmer les propriétés suivantes des cercles et des polygones.
— suite

- L'angle inscrit dans un demi-cercle est un angle droit.

- **Utiliser la technologie et la mesure pour confirmer que l'angle inscrit dans un demi-cercle est un angle droit.**

Exemple

Dessinez les éléments suivants en utilisant un logiciel de géométrie.



1. Dessinez un cercle en identifiant le centre par la lettre O.
2. Dessinez le diamètre PQ.
3. Dessinez le point R sur le cercle.
4. Dessinez les segments PR et QR.
5. Mesurez l'angle PRQ.
6. Répétez l'étape 5 après avoir déplacé le point R.
7. Quelle est la mesure d'un angle inscrit dans un demi-cercle?

Solution

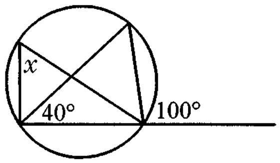
90°

— suite

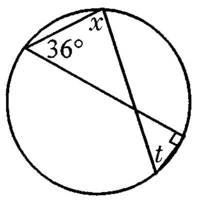
STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Problèmes

1. Déterminez la mesure de l'angle x.



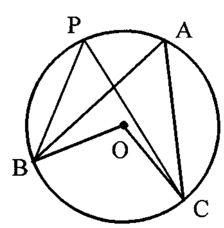
2. Déterminez les mesures des angles x et t.



Solutions

1. $x = 60°$
2. $x = 90°$, $t = 36°$

Problème



Si ∠ BOC = 102°.

a) Quelle est la dimension de l'arc mineur BC?

b) Quelle est la dimension de l'arc majeur BC?

c) Quelle est la mesure de l'angle BAC?

d) Si P est un point situé sur le cercle entre A et B, quelle est la mesure de l'angle BPC?

e) Quelle est la mesure de l'angle OBC?

f) Si PC est le diamètre, quelle est la mesure de l'angle PBC?

g) Si X est un point sur le cercle entre B et C, quelle est la mesure de l'angle BXC?

Solution

a) 102° b) 258° c) 51° d) 51° e) 39°

f) 90° g) 129°

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

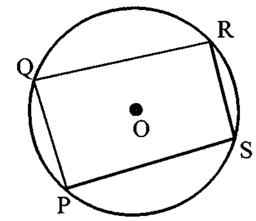
H-1 Utiliser la technologie pour confirmer les propriétés suivantes des cercles et des polygones.
— suite

- Les angles opposés d'un quadrilatère cyclique sont supplémentaires.

- **Utiliser la technologie et la mesure pour confirmer que les angles opposés d'un quadrilatère cyclique sont supplémentaires.**

Exemple

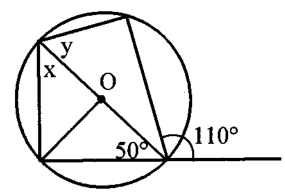
Dessinez les éléments suivants en utilisant un logiciel de géométrie.



1. Dessinez un cercle en identifiant le centre par la lettre O.
2. Dessinez quatre points sur le cercle en les nommant P, Q, R et S.
3. Dessinez des segments pour former le quadrilatère PQRS.
4. Mesurez chaque angle.
5. Déterminez les sommes des mesures des angles opposés P et R; Q et S.
6. Répétez l'étape 5 après avoir déplacé P, Q, R ou S.

Les questions suivantes sont fondées sur l'enquête ci-dessus.

a) Quelle est la relation entre les angles opposés d'un quadrilatère cyclique?
b) Le centre du cercle est identifié par O. Déterminez le nombre de degrés représentés par x et y.



Solution

a) Les angles opposés sont supplémentaires.
b) $x = 40°$; $y = 70°$

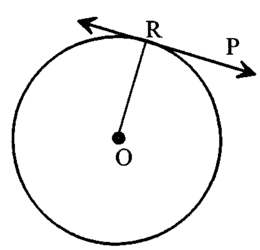
H-1 Utiliser la technologie pour confirmer les propriétés suivantes des cercles et des polygones.
— suite

- La tangente d'un cercle est perpendiculaire au rayon au point de tangence.

- **Utiliser la technologie et la mesure pour confirmer que la tangente d'un cercle est perpendiculaire au rayon au point de tangence.**

Exemple

Dessinez les éléments suivants en utilisant un logiciel de géométrie.



1. Dessinez un cercle en identifiant le centre par la lettre O.
2. Dessinez le point R sur le cercle.
3. Dessinez le rayon OR.
4. Dessinez le point P quelque part à l'extérieur du cercle. Dessinez la droite RP.
5. Déplacez le point P jusqu'à ce que la droite RP paraisse être la tangente du cercle au point R.
6. Mesurez l'angle ORP.
7. Répétez les étapes 4 à 6.
8. Quelle est la mesure d'un angle rayon-tangente pour un cercle? (Réponse : 90°)

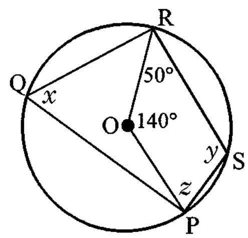
— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

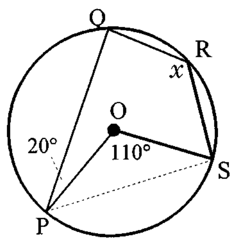
NOTES

Problèmes

1. À partir d'un cercle dont le centre est identifié par la lettre O, trouvez les solutions de x, y, et z.



2. À partir d'un cercle dont le centre est identifié par la lettre O, trouvez la solution de x.

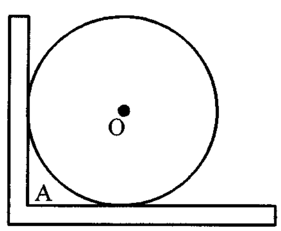


Solutions

1. $x = 70°$, $y = 110°$, $z = 60°$
2. $x = 125°$

Problème

À quelle distance du coin intérieur de la tablette, A, est situé le centre, O, d'une assiette si l'assiette a un diamètre de 20 cm?



Solution

14,14 cm

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

H-1 Utiliser la technologie pour confirmer les propriétés suivantes des cercles et des polygones.
— *suite*

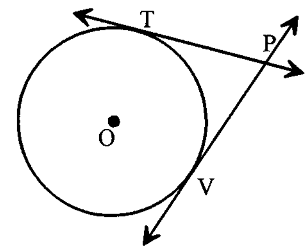
- Les segments tangents d'un cercle, de tout point extérieur, sont congrus.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Utiliser la technologie et la mesure pour confirmer que les segments tangents d'un cercle, de tout point extérieur, sont congrus.**

Exemple

Dessinez les éléments suivants en utilisant un logiciel de géométrie.



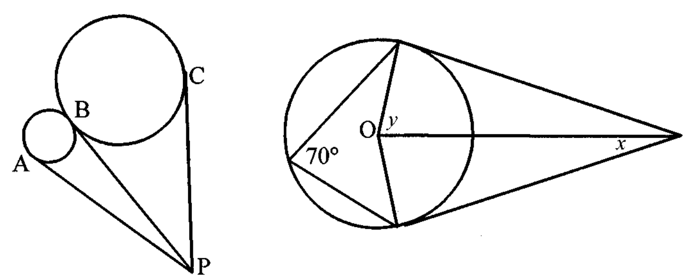
1. Dessinez un cercle en nommant le centre O et les rayons TO et VO.
2. Dessinez une droite perpendiculaire à TO au point T et perpendiculaire à VO au point V. Ces droites sont des tangentes.
3. Tracez le point d'intersection de deux droites tangentes et identifiez-le par P.
4. Mesurez les segments PT et PV.
5. Déplacez le point T ou V le long du cercle et répétez l'étape 4.

Les questions suivantes sont fondées sur l'enquête ci-dessus.

a) Quelle est la relation entre les longueurs des segments de tangentes d'un cercle à partir d'un point commun?

b) Quelle est la relation entre les longueurs des segments de tangentes AP, BP et CP? A, B et C sont des points de tangence.

c) Déterminez les valeurs des angles x et y.



Solution

a) Les segments de tangentes sont égaux.

b) AP = BP = CP

c) $x = 20°$, $y = 70°$

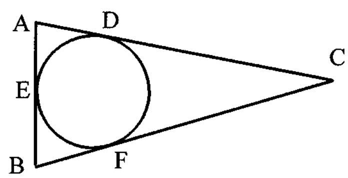
— *suite*

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

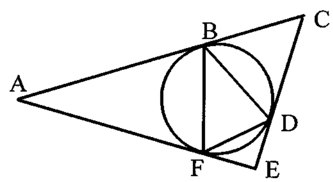
NOTES

Problèmes

1. Le périmètre d'un triangle isocèle ABC est de 54 cm. AC = BC. Si AD = 5 cm et D, E et F sont des points de tangence, déterminez la longueur du segment BC.



2. Déterminez la mesure de l'angle CAE si l'angle de BDF = 70°. B, D et F sont des points de tangence.

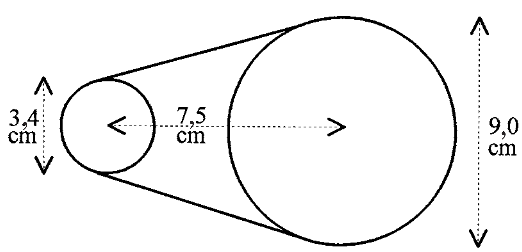


Solutions

1. BC = 22 cm
2. Angle CAE = 40°

Projet

Utilisez un logiciel de géométrie pour déterminer la longueur de la courroie dans le dessin. Le diamètre de la petite poulie est de 3,4 cm et celui de la grande poulie est de 9,0 cm. La distance entre les centres des poulies est de 7,5 cm. Exprimez votre réponse en arrondissant au mm près.



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

H-1 Utiliser la technologie pour confirmer les propriétés suivantes des cercles et des polygones.
— *suite*

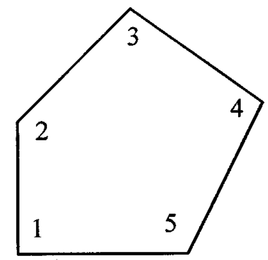
- La somme des angles intérieurs d'un polygone de n côtés est $180^\circ(n–2)$.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Utiliser la technologie et la mesure pour confirmer que la somme des angles intérieurs d'un polygone de n côtés est $180^\circ(n – 2)$**

Exemple

Dessinez les éléments suivants en utilisant un logiciel de géométrie.



$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 540^\circ$

1. Dessinez trois points.
2. Reliez les points pour former un polygone.
3. Mesurez les angles intérieurs.
4. Déterminez la somme des mesures des angles intérieurs d'un polygone.
5. Déplacez certains des points (sommets) du polygone pour en modifier la forme. Observez la somme des angles intérieurs du polygone.
6. Placez un point additionnel, et répétez les étapes 2 à 5 pour 4 points, 5 points, etc.

Les questions suivantes sont fondées sur l'enquête ci-dessus.

a) Quelle est la relation entre la somme des mesures des angles intérieurs d'un polygone convexe et le nombre de côtés s'il y a n côtés?

b) Tracez un polygone non convexe (un quadrilatère ou un pentagone) et déterminez la somme des mesures des angles intérieurs du polygone. La relation décrite à la question n° 1 est-elle toujours vraie pour un polygone non convexe?

c) Quelle est la dimension d'un angle intérieur d'un dodécagone (polygone de 12 côtés)?

Solution

a) Vous pouvez utiliser la calculatrice graphique pour déterminer l'équation de la relation entre la somme des angles intérieurs et le nombre de côtés en utilisant la régression linéaire.
$S = 180n – 360$, $S = 180(n – 2)^\circ$

b) La relation est toujours vraie.

c) Un angle = $\dfrac{[180(12-2)]}{12} = 150^\circ$

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Vous pouvez utiliser un logiciel de trigonométrie ou de géométrie pour résoudre ce problème.

Un octogone régulier mesure 7 pieds d'un côté au côté opposé (parallèle). Déterminez le rayon (c'est-à-dire la distance du centre à un des sommets). Inscrivez votre réponse en pieds et en pouces, en arrondissant au 16e de pouce près.

Solution

r = 3 pi 7 7/16 po

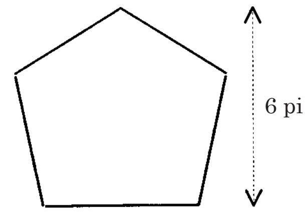
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

H-2 Utiliser les propriétés des cercles et des polygones pour résoudre des problèmes de conception et de disposition.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Utiliser les propriétés des cercles et des polygones pour résoudre des problèmes de conception et de disposition.**

Vous pouvez utiliser un logiciel de trigonométrie ou de géométrie pour résoudre les problèmes suivants. Les logiciels de géométrie sont utiles lorsque les élèves comprennent que les polygones réguliers sont cycliques.



Exemple 1

Une fenêtre en forme de pentagone régulier est installée dans une pièce à parois vitrées. La hauteur totale de la fenêtre est 6 pieds. Déterminez les valeurs suivantes :

a) la longueur d'un côté de la fenêtre; et

b) la largeur maximale de la fenêtre.

Arrondissez toutes les réponses au 16[e] de pouce près.

Solution

a) 3 pi 10 13/16 po   b) 6 pi 3 11/16 po

Exemple 2

Le motif d'un linoléum en vinyle est formé d'un carré et de quatre triangles équilatéraux. La base de chaque triangle équilatéral consiste en un côté du carré. Des cercles sont inscrits dans chaque triangle et dans le carré.

a) Commencez par un carré dont le côté est de 6 cm. Dessinez le modèle en grandeur nature.

b) Déterminez le rapport entre la surface du petit cercle et la surface du grand cercle.

Solution

b) 1:4

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Problèmes

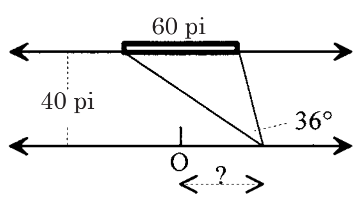
Vous pouvez utiliser la trigonométrie pour résoudre le premier problème et un logiciel de géométrie pour résoudre le deuxième problème.

1. Déterminez la surface d'un décagone régulier si la longueur d'un côté est de 12 cm.

   Solution

   A = 1107,97 cm^2

2. Un photographe doit photographier un édifice de 60 pieds de largeur. La lentille de l'appareil a un champ de vision de 36°. Le photographe est restreint au trottoir du côté opposé de la rue de l'édifice. La rue a une largeur de 40 pieds, et le photographe ne pourra installer son appareil qu'une seule fois puisqu'il s'agit d'un secteur touristique très achalandé. En tenant compte du point O (côté opposé du centre de l'édifice), où l'appareil devrait-il être placé pour que l'édifice au complet soit photographié?



   Solution

   À au moins 51 pieds du point O.

NOTES

Ressources imprimées

Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Cours destiné à l'enseignement à distance, Éducation et Formation professionnelle Manitoba — Module 7, leçon 4

Multimédia

Les logiciels informatiques ci-dessous fournissent d'autres exemples d'enquêtes reliées aux cercles :

— *Cybergéomètre*
— *Cabri-Géomètre*
— *Euklid*

Annexe H-1

Expériences sur les constructions de base, les propriétés des segments et des angles et le vocabulaire connexe

Ces constructions et les explorations connexes visent à fournir aux élèves des intuitions, des concepts, du vocabulaire et des compétences qui sont à la base de l'unité.

Deux méthodes de construction sont suggérées :

a) construction à l'aide de règles, de rapporteurs, de carrés et de papiers pliés;

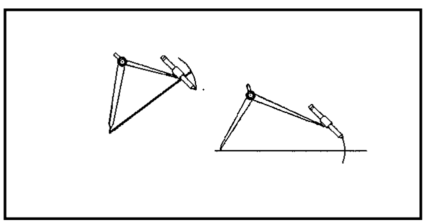
b) construction à l'aide de compas et d'une règle de vérification.

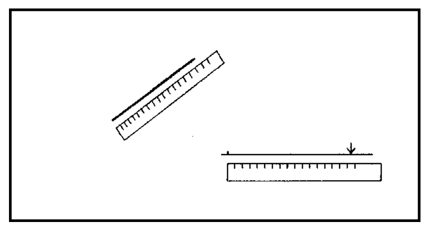
Certains élèves pourraient avoir une assez grande expérience en géométrie et pourront procéder sans exécuter les étapes ci-dessous.

Mesurez et copiez à l'aide d'une règle, d'un rapporteur ou d'un carré, etc.

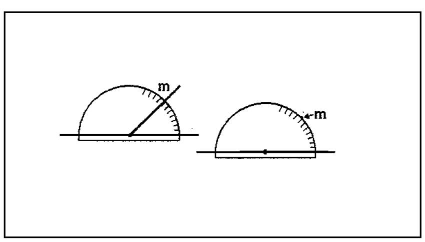
Copiez à l'aide d'un compas et/ou d'une règle de vérification

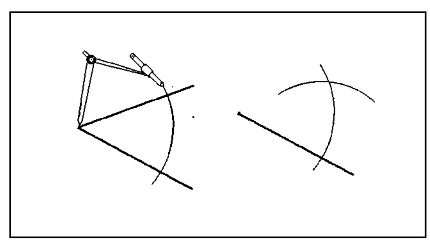
1. Copiez un segment à un point spécifique sur une droite spécifique.

a) 

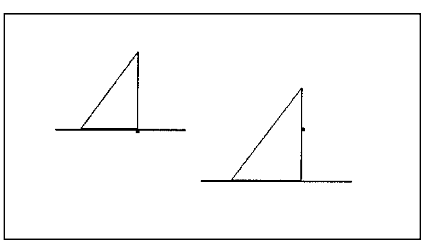
b) 

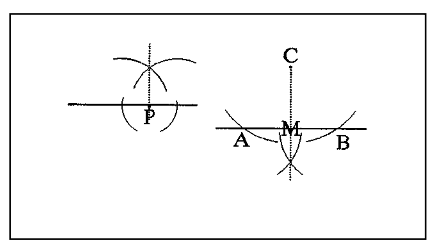
2. Copiez un angle à un point spécifique sur une droite.

a) 

b) 

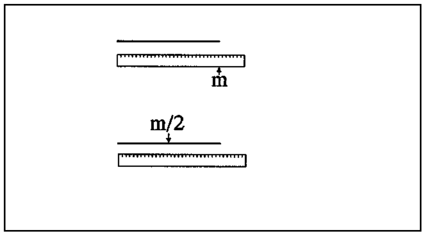
3. Dessinez une ***perpendiculaire*** d'un point sur une droite ou d'un point non situé sur une droite.

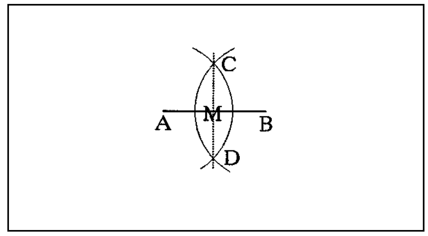
a) 

b) 

Nota : ∠CMA et ∠CMB sont des ***angles droits***.

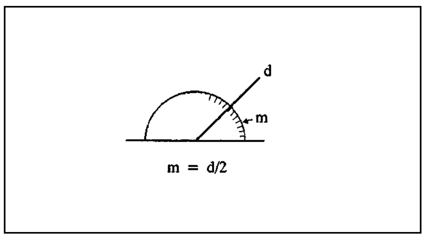
4. ***Divisez*** un segment en deux parties égales en déterminant son ***point milieu***.

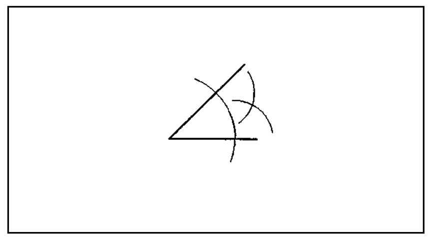
a) 

b) 

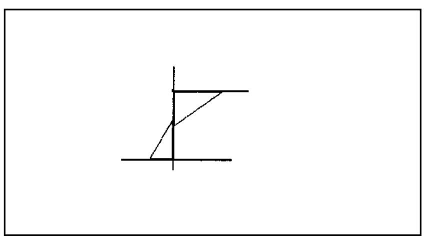
Nota : CD est perpendiculaire à AB. Donc, CD est la ***bissectrice perpendiculaire*** de AB.

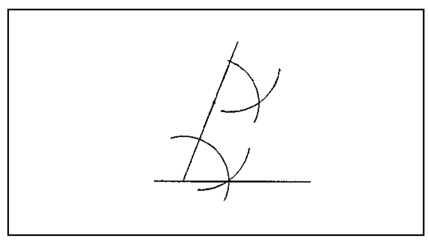
5. Divisez un angle en deux parties égales.

a) 

b) 

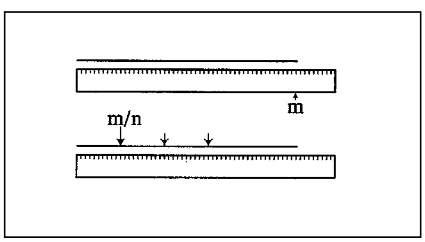
6. Dessinez une droite parallèle à une droite donnée passant par un point précis.

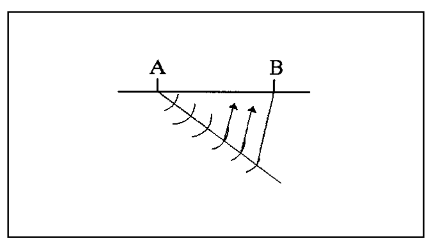
a) 

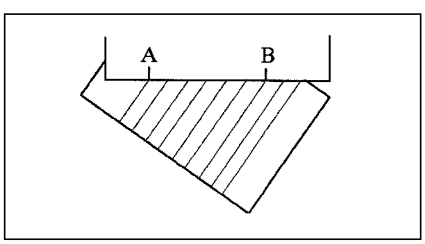
b) 

Nota : Dans le premier dessin, les angles droits sont nommés des angles ***alternes***. Toute paire d'angles ainsi située entre des parallèles se nomme angles alternes. Dans le second dessin, les angles congrus se nomment angles ***correspondants***.

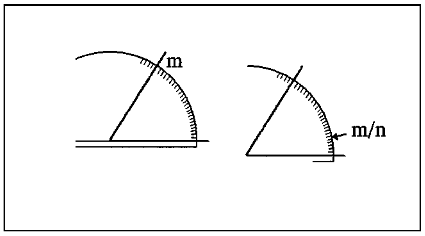
7. Divisez un segment en *n* parties.





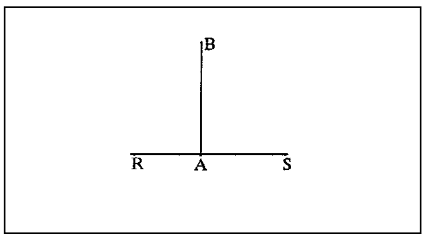


8. Divisez un angle en *n* parties. Un angle peut être divisé en 4, 8, 16, … parties par une bissectrice, mais il ne peut pas être divisé en trois ou cinq parties ou en tout nombre semblable de parties en utilisant seulement un compas et une règle.

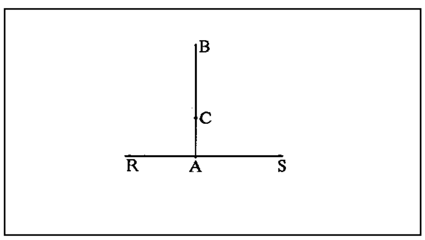


9. Exploration :

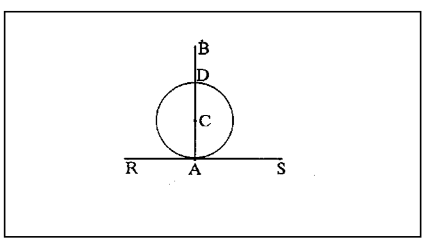
   Dessinez une perpendiculaire AB à tout point A sur une droite RS.



Choisissez un point C sur AB.



À l'aide d'un rayon CA, dessinez un cercle ***croisant*** AB au point D.

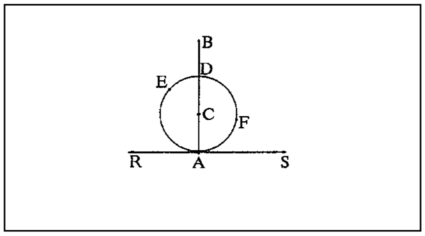


AD correspond au ***diamètre*** du cercle.

CA et CD correspondent aux ***rayons*** du cercle.

Vous remarquerez que C (le centre du cercle) est situé sur le diamètre du cercle.

Vous remarquerez que RS est la ***tangente*** du cercle. Elle croise le cercle seulement au point A.



Identifiez les points E et F, deux points quelconques sur les côtés opposés de AB.

L'***arc*** AED,souvent identifié $\overset{\frown}{AED}$, se nomme un ***demi-cercle***. $\overset{\frown}{AFD}$ est aussi un demi-cercle.

Mesurez ∠AED et ∠AFD. Comparez les mesures des élèves. Les élèves peuvent placer E et F n'importe où. Établissez une déduction à propos d'un angle dessiné dans un demi-cercle.

10. Exploration supplémentaire

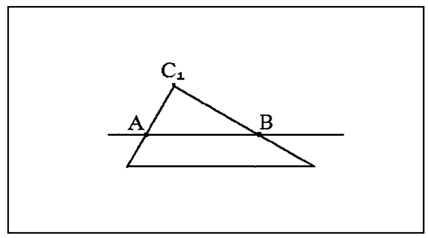
    Choisissez les points A et B sur une droite.

    Dessinez un triangle rectangle dont les bras reposent sur les points A et B.

    Marquez le point C_1 au sommet du triangle rectangle.

    Retournez le triangle rectangle, en conservant les bras sur les points A et B et marquez les points C_2, C_3, …pour au moins 20 points. Dessinez une courbe à travers les C.

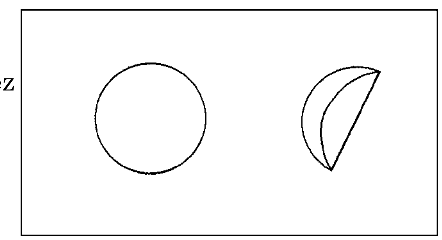
    À quoi ressemble la courbe dessinée?



11. Déterminez le centre d'un cercle.

    Procurez-vous ou découpez un disque de papier.

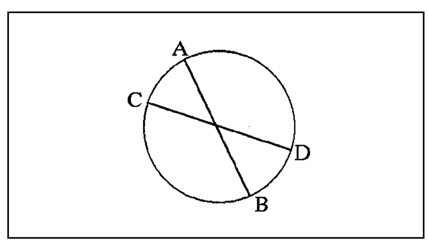
    Pliez le disque pour que les côtés se rencontrent. Effectuez le pli et ouvrez le cercle.



Vous remarquerez que le pli correspond au diamètre.

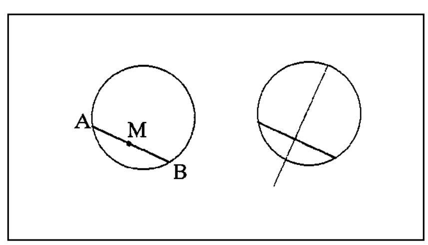
Le centre doit être situé sur le diamètre.

Faites un autre pli et notez où se situe le centre.



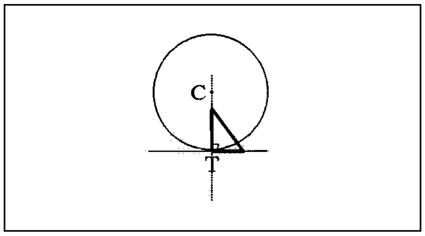
Dessinez une corde AB. Pliez le papier à la corde.

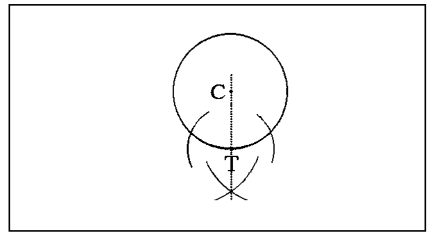
Déterminez le point M, le point central de la corde, en pliant le papier en deux de façon à ce que le point B soit superposé sur le point A. Le pli passera par le point central de la corde AB et lui sera perpendiculaire. Ce pli correspondra au diamètre du cercle.



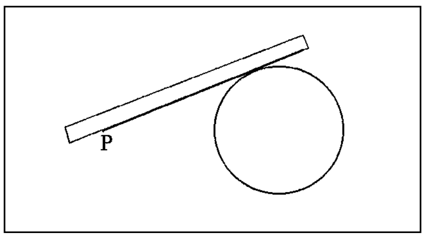
12. Dessinez une tangente d'un cercle en passant par un point du cercle.

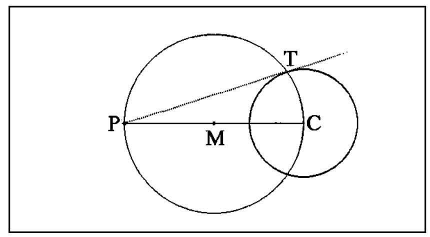
    Au besoin, déterminez le centre du cercle.





13. Dessinez une tangente d'un cercle à partir d'un point non situé dans le cercle.

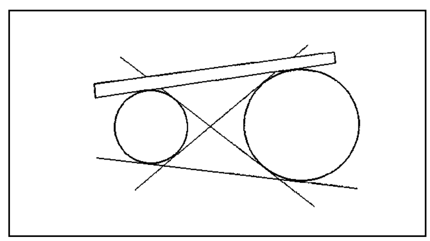




Déterminez le point M, le point central de PC. Dessinez un cercle en identifiant le centre par M et le rayon par MP (= MC) et en identifiant le point d'intersection avec le cercle d'origine par le point T.

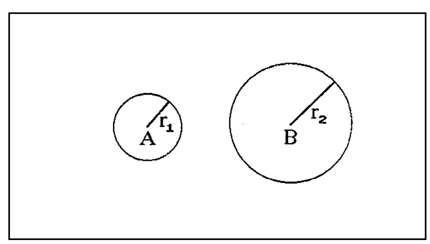
Vous remarquerez que l'arc PTC est un demi-cercle et que $\angle$ PTC doit donc être un angle droit. Ensuite, PT doit être une tangente du cercle.

14. Dessinez les tangentes des deux cercles.

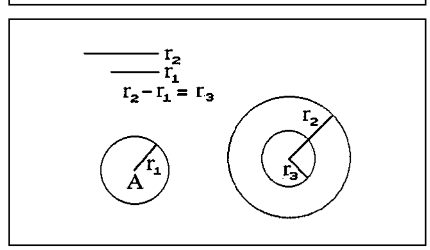


15. Exploration : dessinez les tangentes ***externes*** de deux cercles à l'aide d'un compas et d'une règle de vérification.

    Les rayons sont r_1 et r_2.



En utilisant le centre B, dessinez un cercle avec le rayon r_3. Complétez la construction où $r_3 = r_2 - r_1$.



16. Exploration : dessinez les tangentes ***internes*** de deux cercles à l'aide d'un compas et d'une règle.
    Tracez les rayons $r_3 = r_2$ et r_1.
    Tracez un cercle en indiquant le centre B et le rayon r_3.
    Complétez la construction.

Annexe H-2

Définitions

Arc : L'arc d'un cercle est formé de deux points sur le cercle et de la partie du cercle entre ces deux points. Les deux points sont nommés les extrémités de l'arc.

Angle central : Angle dont le sommet est situé au centre d'un cercle et dont les extrémités sont situées sur la circonférence du cercle.

Corde : Segment dont les extrémités sont situées sur le cercle.

Cercle : Ensemble des points d'un plan et qui sont situés à une distance égale d'un point donné fixe.

Circonférence : Distance autour d'un cercle.

Polygone convexe : Polygone ne contenant aucun angle intérieur supérieur à 180°. Toute droite traversant un polygone convexe ne croise que deux points.

Diamètre : Corde qui traverse le centre.

Angle inscrit : Angle dont le sommet est situé sur le cercle. Cet angle est formé de deux cordes qui se croisent sur le cercle et dont les extrémités sont situées au sommet de l'angle.

Arc intercepté : Arc qui est situé à l'intérieur d'un angle et dont les deux extrémités sont situées sur chaque côté de l'angle.

Arc majeur : Arc d'un cercle de dimension supérieure à un demi-cercle.

Arc mineur : Arc d'un cercle de dimension inférieure à un demi-cercle.

Rayon : Segment dont une extrémité est située au centre du cercle et dont l'autre extrémité est située sur le cercle. Le rayon peut correspondre au segment d'une droite ou à la longueur du segment d'une droite.

Sécante : Droite qui croise un cercle en deux points.

Demi-cercle : Un demi-cercle est un arc d'un cercle dont les extremités sont les extremités du diamètre.

Tangente : Droite qui croise un cercle en un point seulement. Le point où la tangente croise le cercle est nommé le point de tangence.

Secteur : Région délimitée par deux rayons d'un cercle et l'arc intercepté. Les secteurs peuvent être des secteurs mineurs, des secteurs majeurs ou des demi-cercles, tels que définis par des arcs majeurs, des arcs mineurs ou des demi-cercles interceptés.

Segment : Région délimitée par une corde et son arc intercepté. Les segments peuvent être des segments mineurs, des segments majeurs ou des demi-cercles, tels que définis par des arcs majeurs, des arcs mineurs ou des demi-cercles.

Sous-tendre : Le segment de ligne ou l'arc d'un cercle sous-tend un angle dont le sommet est situé à un point distinct si les extrémités du segment de ligne ou de l'arc sont situées sur les côtés de l'angle.

Annexe H-2

Définitions

Arc : L'arc d'un cercle est formé de deux points sur le cercle et de la partie du cercle entre ces deux points. Les deux points sont nommés les extrémités de l'arc.

Angle central : Angle dont le sommet est situé au centre d'un cercle et dont les extrémités sont situées sur la circonférence du cercle.

Corde : Segment dont les extrémités sont situées sur le cercle.

Cercle : Ensemble des points d'un plan et qui sont situés à une distance égale d'un point donné fixe.

Circonférence : Distance autour d'un cercle.

Polygone convexe : Polygone ne contenant aucun angle intérieur supérieur à 180°. Toute droite traversant un polygone convexe ne croise que deux points.

Diamètre : Corde qui traverse le centre.

Angle inscrit : Angle dont le sommet est situé sur le cercle. Cet angle est formé de deux cordes qui se croisent sur le cercle et dont les extrémités sont situées au sommet de l'angle.

Arc intercepté : Arc qui est situé à l'intérieur d'un angle et dont les deux extrémités sont situées sur chaque côté de l'angle.

Arc majeur : Arc d'un cercle de dimension supérieure à un demi-cercle.

Arc mineur : Arc d'un cercle de dimension inférieure à un demi-cercle.

Rayon : Segment dont une extrémité est située au centre du cercle et dont l'autre extrémité est située sur le cercle. Le rayon peut correspondre au segment d'une droite ou à une longueur du segment d'une droite.

Sécante : Droite qui croise un cercle en deux points.

Demi-cercle : Un demi-cercle est un arc d'un cercle dont les extremités sont les extremités du diamètre.

Tangente : Droite qui croise un cercle en un point seulement. Le point où la tangente croise le cercle est nommé le point de tangence.

Secteur : Région délimitée par deux rayons d'un cercle et l'arc intercepté. Les secteurs peuvent être des secteurs mineurs, des secteurs majeurs ou des demi-cercles, tels que définis par des arcs majeurs, des arcs mineurs ou des demi-cercles interceptés.

Segment : Région délimitée par une corde et son arc intercepté. Les segments peuvent être des segments mineurs, des segments majeurs ou des demi-cercles, tels que définis par des arcs majeurs, des arcs mineurs ou des demi-cercles.

Soustendre : Le segment de ligne ou l'arc d'un cercle soustend un angle dont le sommet est situé à un point distinct si les extrémités du segment de ligne ou de l'arc sont situées sur les côtés de l'angle.

Coupures de presse

Annexe H-3

Quand une planète n'est-elle pas une planète?

Doit-on ou ne doit-on pas rayer Pluton de la liste des planètes?

Par David H. Freedman

The Atlantic Monthly
Février 1998, extrait des pages 22 à 24 , 32 et 33

Lorsque les scientifiques ont découvert Pluton en 1930, ils croyaient qu'elle était aussi grosse que la Terre. Mais, nous savons maintenant que son diamètre est d'environ un sixième de celui de la Terre. Sept lunes du système solaire sont plus grosses que Pluton.

Aussi à une distance très grande des autres planètes, Pluton n'est que l'un de la soixantaine d'objets de type comète situés dans une ceinture d'objets qui s'étend bien au-delà des limites des planètes. Certains astronomes sont d'avis que Pluton devrait plutôt être considérée comme un membre de la zone de la ceinture Kuiper.

Lorsque Ceres a été découvert entre les orbites de Mars et de Jupiter, en 1801, on croyait qu'il s'agissait d'une planète. Même si Ceres, d'une largeur d'environ 600 miles, est près de deux fois plus gros que le deuxième astéroïde en importance, il ne s'agit tout de même que du plus gros astéroïde de ce que nous appelons maintenant la ceinture d'astéroïdes. En 1802, le titre de planète fut enlevé à Ceres.

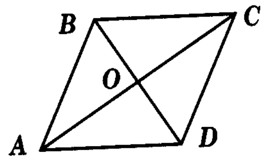
Ce serait utile si les planètes avaient une définition commune par rapport à laquelle Pluton pourrait être comparée. Mais aucune définition de la sorte n'existe. De nombreux astronomes accordent leur préférence à une ou deux des définitions proposées. La première de ces définitions s'entend d'un objet non lunaire en orbite autour du soleil assez gros et ayant une force gravitationnelle assez grande pour capturer tout ce qui se trouve près de son orbite. La deuxième de ces définitions s'entend d'un objet non lunaire en orbite autour du soleil assez gros et ayant une force gravitationnelle assez grande pour lui donner une forme quasi-sphérique.

Certains des derniers manuels d'astronomie publiés mettent en doute le statut de Pluton en tant que planète. La série de manuels astronomiques la plus populaire aux États-Unis fait même référence à Pluton comme un corps interplanétaire, mais conserve Pluton dans la liste des planètes afin de ne pas rendre désuets les plans de leçons des enseignants. Il est important, dans le grand schéma des choses, que les êtres humains puissent percevoir le reste de l'univers à l'aide de termes conceptuels convenables, affirme l'auteur. La façon dont nous organisons les choses dans notre tête est fondée sur les noms que nous donnons aux choses, et cela est particulièrement important lorsque nous enseignons ces noms à la génération future, ajoute-t-il.

Questions sur les coupures de presse

Quand une planète n'est-elle pas une planète?

1. Dressez la liste des propriétés requises par chacune des deux définitions d'une planète.
2. Comparez les deux définitions.
3. Pluton est une planète selon laquelle des deux définitions?
4. En supposant que la définition de la question 3 est choisie, prouvez que Pluton est une planète.
5. Le parallélogramme *ABCD* comprend des diagonales perpendiculaires. Démontrez que le parallélogramme *ABC*D est un losange.



6. Comparez les deux preuves des questions 4 et 5.
7. Selon laquelle des définitions Pluton n'est-elle pas une planète? En supposant que cette définition est choisie, présentez une preuve indirecte que Pluton n'est pas une planète.
8. Le quadrilatère *ABCD* comprend $m \angle BAC = 25°$ et $m \angle DCA = 30°$. Présentez une preuve indirecte que *ABCD* n'est pas un parallélogramme.
9. Comparez les deux preuves des questions 7 et 8.
10. Nommez des champs d'étude autres que l'astronomie et la géométrie dans lesquels les définitions sont importantes.

Questions sur les coupures de presse : extraites de Media Clips, publié par Dorothy Wood, *Mathematics Teacher* (92,1), National Council of Teachers of Mathematics, janvier 1999. Utilisation autorisée.

Réponses aux questions sur les coupures de presse

Quand une planète n'est-elle pas une planète?

1. Première définition : objet céleste autre qu'une lune, en orbite autour du soleil, masse assez grande pour absorber la plupart des objets près de son orbite.

   Deuxième définition : objet céleste autre qu'une lune, en orbite autour du soleil, masse assez grande pour avoir une forme quasi-sphérique.

2. Les trois propriétés sont semblables, et deux de ces propriétés sont exactement les mêmes. La troisième propriété correspond à une grande masse dans les deux cas, mais la définition de *grande* est l'élément qui diffère.

3. Pluton est une planète si la deuxième définition est utilisée. La formulation des preuves peut varier, et seulement les grandes lignes des arguments ou des preuves sont présentées.

4. Pluton n'est pas en orbite autour d'une autre planète; elle est en orbite autour du soleil. Elle est plus ou moins sphérique. Par conséquent, elle possède toutes les propriétés d'une planète selon la deuxième définition.

5. Un losange est un parallélogramme ayant deux côtés adjacents congrus. Nous pourrions aussi affirmer que deux triangles d'un parallélogramme qui partagent un côté sont congrus. Par exemple, $\Delta BOA \cong \Delta DOA$. En bref, $\overline{BO} \cong \overline{OD}$ parce que les diagonales d'un parallélogramme se divisent chacune en deux parties égales. $\overline{AO} \cong \overline{AO}$ par la propriété réflexive de la congruence. $\angle BOA$ et $\angle DOA$ sont des angles droits parce que les droites perpendiculaires se rencontrent pour former des angles droits. $\angle BOA \cong \angle DOA$ parce que tous les angles droits sont congrus. Donc, $\Delta BOA \cong \Delta DOA$ par C-A-C et $\overline{AB} \cong \overline{AD}$ parce que les parties correspondantes des triangles congrus sont congrues. *ABCD* est un losange selon la définition d'un losange.

6. Elles ont la même forme. Les preuves démontrent que toutes les propriétés d'une définition sont les propriétés d'un objet.

7. D'abord, en supposant que Pluton est une planète, elle aurait une attraction gravitationnelle assez grande pour absorber presque tout ce qui se trouve sur son orbite. Toutefois, dans la même région que Pluton se trouve la ceinture Kuiper, qui contient au moins soixante objets de type comète. Donc, parce que Pluton n'a pas réussi à absorber ces objets, elle n'est pas une planète.

8. En supposant que le quadrilatère *ABCD* est un parallélogramme, qui est défini comme étant un quadrilatère ayant des côtés parallèles opposés, et si $\overline{DC}$ et $\overline{AB}$ sont parallèles, donc $\angle BAC \cong \angle DCA$ parce que lorsque des droites parallèles sont coupées par une droite transversale, les angles alternes intérieurs sont congrus. Les angles n'ont pas la même mesure et ils ne sont donc pas congrus. Donc, $\overline{DC}$ et $\overline{AB}$ ne sont pas parallèles et *ABCD* n'est pas un parallélogramme.

9. Les arguments à la question 7 et à la question 8 sont semblables parce que l'objet ne possède pas les propriétés contenues dans la définition.

10. D'autres domaines d'étude dans lesquels les définitions jouent un rôle important sont le droit, la biologie (classification des espèces), la médecine (diagnostic), la littérature (sonnet, roman), la bibliothéconomie (classification selon le système décimal Dewey) et bien d'autres domaines.

Réponses sur les coupures de presse : extraites de Media Clips, publié par Dorothy Wood, *Mathematics Teacher* (92,1), National Council of Teachers of Mathematics, janvier 1999. Utilisation autorisée.