Unité E
Projets 2D/3D

Exercices pour les projets 2D/3D

Formules à utiliser pour faire ces exercices. Utilise la valeur de π donnée par la calculatrice. Ne pas arrondir jusqu'à la réponse finale.

Aire du cercle = πr^2

Aire du rectangle = Ll

Aire du triangle = $\frac{bh}{2}$

Aire de la sphère = $4\pi r^2$

Aire totale du cylindre = $2\pi r^2 + 2\pi rh$ *(avec les bases)*

Aire totale du cube = $6c^2$ (c = longueur du côté)

Aire latérale du cône = πra (a = longueur de l'apothème)

Volume de la sphère = $\frac{4}{3}\pi r^3$

Volume du cylindre = $\pi r^2 h$

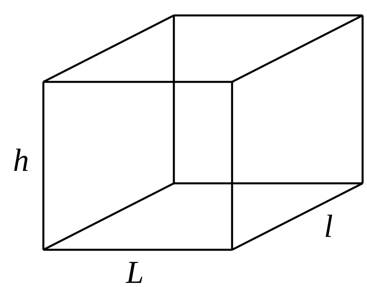
Volume du cube = Llh

Volume de la pyramide = $\frac{1}{3}$ (aire de la base) x hauteur

Volume du prisme = (aire de la base) x hauteur

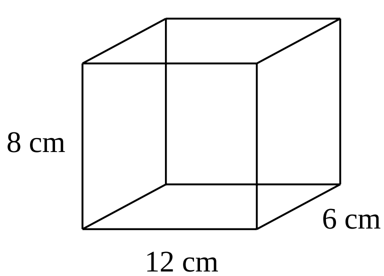
Exercice 1

1. Le volume de ce solide rectangulaire est égal à l'aire de la base multipliée par la hauteur.

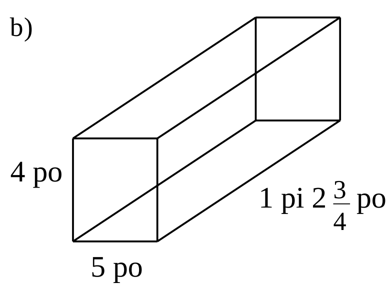


Calcule le volume de ces figures :

a)



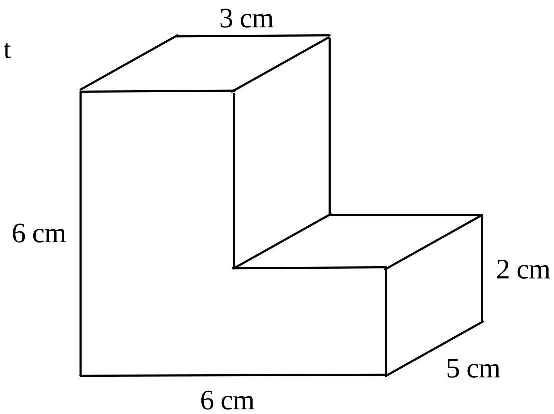
b)



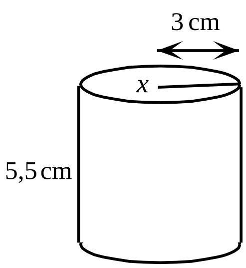
Exercice 1 (suite)

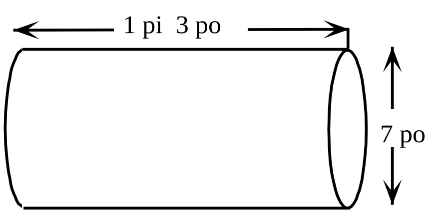
2. Il existe de nombreuses méthodes pour calculer le volume de cette figure. Calcule-le de deux façons différentes. Écris la marche à suivre pour calculer le volume selon les deux méthodes que tu as utilisées.

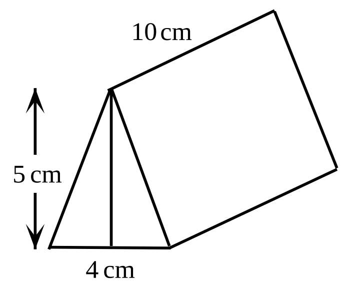
(Le diagramme n'est pas à l'échelle.)

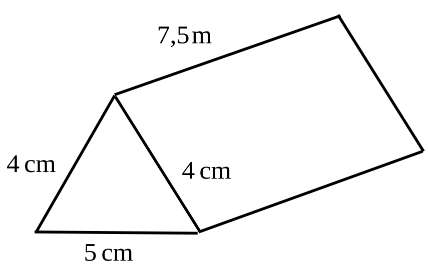


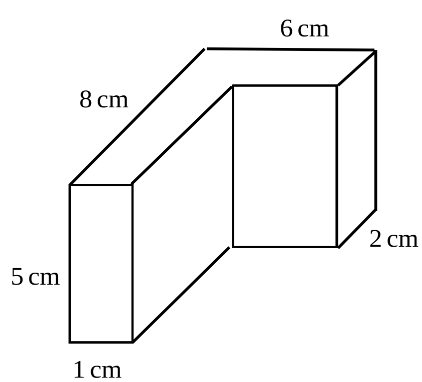
3. Applique le concept selon lequel le volume est égal au produit de l'aire de la base par la hauteur pour déterminer le volume des figures ci-après.







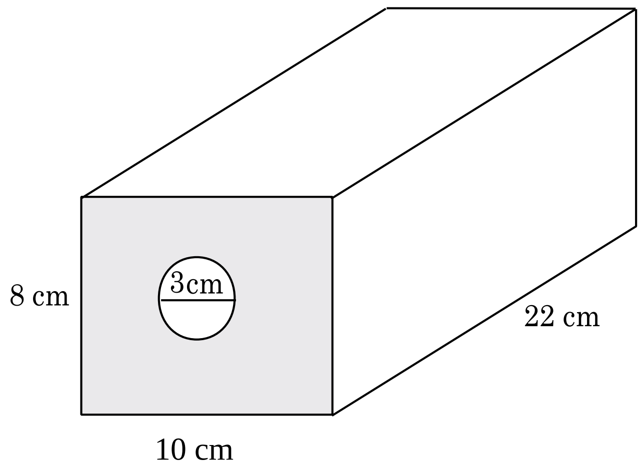




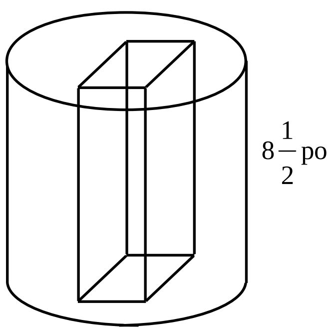
Exercice 1 (suite)

4. Calcule le volume de ces figures percées d'un trou.

   a)

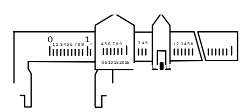


   b)



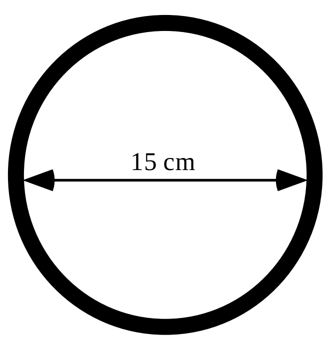
Dans cette figure, les dimensions du trou rectangulaire sont $1\frac{1}{4}$ po par $\frac{3}{4}$ po. La distance entre le côté gauche ou le côté droit du trou et l'arête du cylindre est égale à $\frac{1}{2}$ po et la distance entre le côté avant ou le côté arrière du trou et l'arête du cylindre est égal à $\frac{1}{4}$ po.

5. Puisque 1 cm^3 = 1 mL, combien de fois peux-tu te brosser les dents avec le contenu du tube, si tu utilises un ruban de dentifrice de 1 cm de long par brossage?



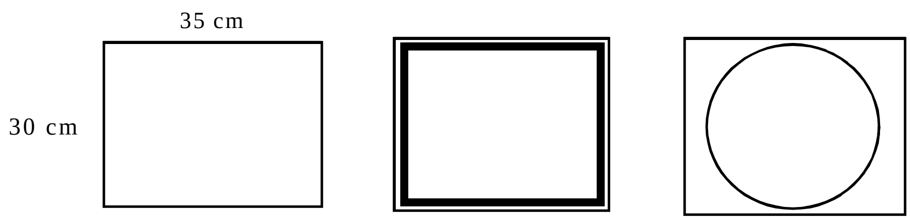
   Indices : Note combien de millilitres de pâte contient un tube de dentifrice.
   Mesure le diamètre de l'ouverture du tube. Calcule le volume d'un ruban de dentifrice d'un centimètre de long.

6. Le diagramme qui suit représente la coupe transversale d'un tuyau de 8,5 m de long. Si la vitesse d'écoulement est égale à 500 mL/s, combien de temps faudra-t-il pour remplir un réservoir de 10 L avec le tuyau?



Exercice 1 (suite)

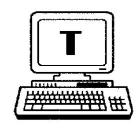
7. Le propriétaire d'une maison remplace les conduits de l'installation de chauffage dans le sous-sol. Le conduit pour le caisson de 35 cm par 30 cm installé entre les solives peut être fabriqué sous deux formes, selon que la section transversale est rectangulaire ou cylindrique.



Coupe transversale du caisson — Avec conduit rectangulaire — Avec conduit cylindrique

   a) Pour chaque type de conduit, calcule l'aire latérale et la capacité d'un segment de 5,5 mètres de long.
   b) Quel est le coût du conduit de chaque type, si le métal coûte 1,20 $/cm^2.
   c) Quel est, d'après le coût par cm^3 de capacité, le conduit le plus avantageux?

8. Le diamètre intérieur d'un tuyau de cuivre raccordant un robinet au réservoir d'eau chaude situé dans le sous-sol mesure 1,75 cm. On sait que l'eau s'écoule à la vitesse de 20 mL/s et qu'il faut 55 secondes pour que l'eau chaude arrive au robinet. Calcule la longueur de la conduite d'eau chaude.



9. Une corde de bois mesure 4 pi x 4 pi x 8 pi. Si tu commandes une corde de bois et qu'on te la livre dans un camion dont la caisse mesure 4 pi 6 po x 7 pi 3 po, à quelle hauteur le bois doit-il être empilé pour que tu sois certain de recevoir une corde de bois?

10. Le pied-planche est une unité de volume qui vaut 144 pouces cubes. Certains dépôts de bois de construction vendent le bois d'œuvre par pied-planche.

    Tu as besoin de 4 poteaux de 4 po x 4 po (3,5 pi de long), de 24 planches de 1 po x 4 po (3 pi de long) et de six planches de 2 po x 4 po (4 pi de long) pour construire une clôture. Prix de 2,25 $/pied-planche, calcule le coût total, y compris les taxes (TVP = 7 % et TPS = 7 %).

Exercice 2

1. Calcule le volume des sphères ayant pour rayon (*r*) ou diamètre (*d*).

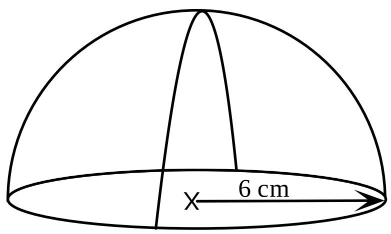
   a) $r = 5$ cm b) $r = 7\frac{1}{2}$ po c) $d = 11{,}25$ cm

2. Calcule l'aire totale des sphères ayant les dimensions suivantes :

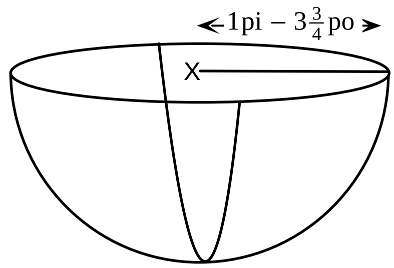
   a) $r = 3{,}34$ cm b) $r = 1$ pi $2\frac{1}{2}$ po c) $d = 14{,}05$ cm

3. Calcule le volume et l'aire totale des hémisphères suivantes :

   a)



   b)



4. Suppose que le rayon de la Terre est égal à $6{,}37 \times 10^6$ m.

   a) Calcule l'aire totale de la Terre (i) en milles carrés (ii) en km^2.

   b) Calcule le volume de la Terre (i) en milles cubiques (ii) en km^3.

5. Indique ce qui arrive, selon toi, à l'aire totale et au volume d'une sphère si on double le rayon. Vérifie tes prévisions en calculant l'aire totale et le volume des sphères dont le rayon mesure 2 cm et 4 cm, respectivement.

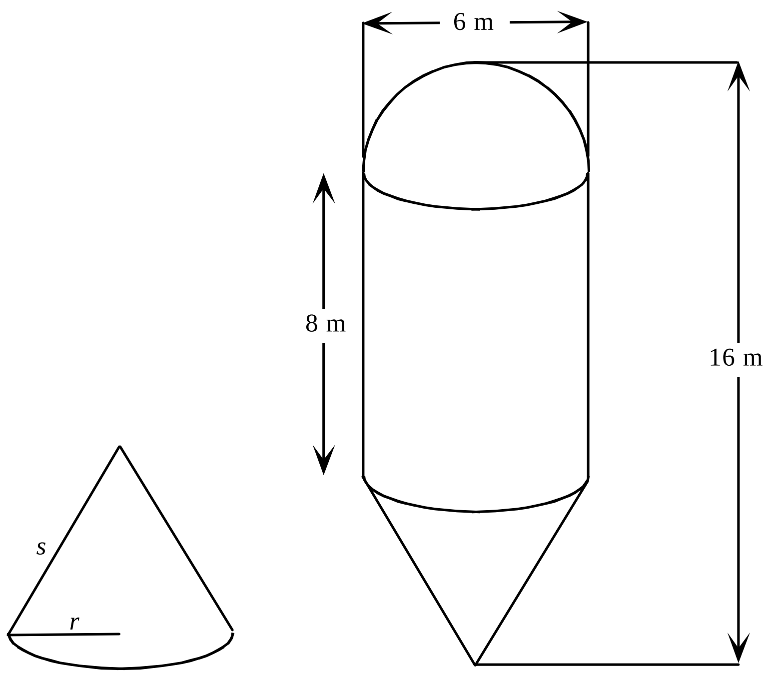
6. Le diamètre d'un ballon de forme sphérique mesure 4 m. Si le volume du ballon augmente de 30 m^3, quelles seront les nouvelles valeurs du diamètre, du volume et de l'aire totale?

7. On gonfle un ballon sphérique à une vitesse constante. Il faut cinq secondes pour que le rayon mesure 5 po. Combien de secondes de plus faut-il pour que le rayon mesure 10 po?

Exercice 2 (suite)

8. La partie inférieure d'un silo à grains est conique, la partie supérieure est hémisphérique et la partie intermédiaire, cylindrique. Un litre de peinture couvre 2,5 m^2 et coûte 9,50 $. Calcule ce que coûtera la peinture nécessaire pour peindre complètement le silo si on n'applique qu'une seule couche.

   Souviens-toi que la formule de l'aire latérale du cône est $A = \pi rs$, où *s* est la longueur de la génératrice.



Exercice 3

1. a) Calcule l'aire de chaque cercle à deux décimales près :

   i) r = 3 cm   ii) r = 6 cm   iii) r = 9 cm

   b) Que devient l'aire du cercle quand on double le rayon? Que devient-elle quand on le triple?

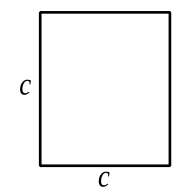
   c) Quelle est la règle pour calculer l'aire d'un cercle quand on multiplie le rayon par un facteur x?

   d) Sers-toi de l'aire d'un cercle dont le rayon mesure 3 cm et de la règle établie à la partie c) pour prédire l'aire des cercles suivants :

   i) r = 12 cm   ii) r = 21 cm   iii) r = 4 cm   iv) r = 10 cm

2. a) Calcule l'aire des carrés suivants ayant un côté c :

   i) c = 3 cm   ii) c = 6 cm   iii) c = 9 cm



   b) Que devient l'aire si tu doubles le côté? Que devient-elle si tu le triples?

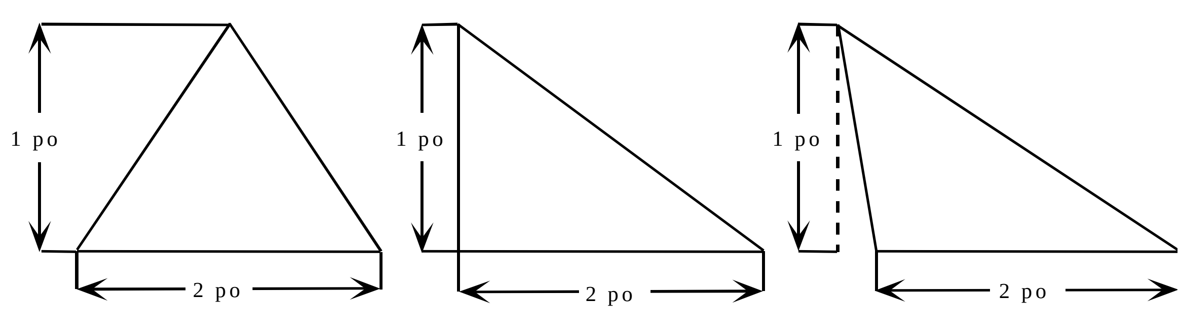
   c) Quelle est la règle pour calculer l'aire d'un carré quand on multiplie le côté par un facteur x?

   d) Sers-toi de l'aire d'un carré ayant un côté de 3 cm et de la règle établie à la partie c) pour prédire l'aire des carrés suivants :

   i) c = 12 cm   ii) c = 21 cm   iii) c = 4 cm   iv) c = 10 cm

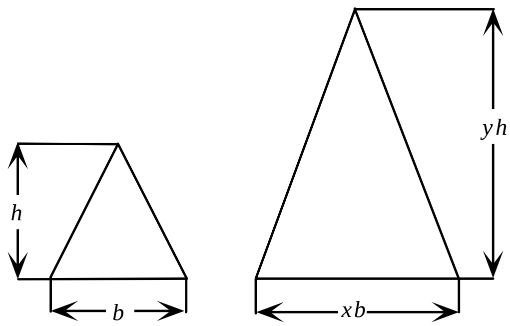
3. a) Quelle règle faut-il suivre pour déterminer l'aire d'un triangle si on multiplie la base et la hauteur par un même facteur x?

   b) Calcule l'aire des triangles ci-après. Que peux-tu déduire de ces calculs?



Exercice 3 (suite)

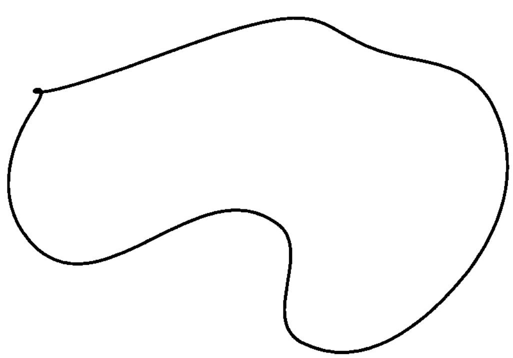
c) Quelle règle faut-il suivre pour calculer l'aire d'un triangle si on multiplie la base par un facteur x et la hauteur par un facteur y?



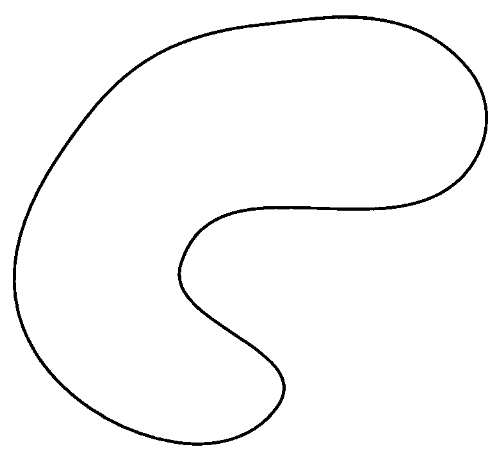
$A = \frac{1}{2}bh$ ou $\frac{bh}{2}$ $\qquad$ $A = ?$

4. a) Sers-toi d'un transparent quadrillé ayant des carrés de 1 cm^2 pour estimer l'aire de ces figures (voir annexe E-1). La règle à suivre pour les carrés remplis partiellement est la suivante : si la figure remplit plus de la moitié du carré, compter ce dernier en entier et si elle remplit moins de la moitié du carré, ne pas compter ce dernier. Comment pourrais-tu obtenir une meilleure estimation? Exécute tes idées.

i)



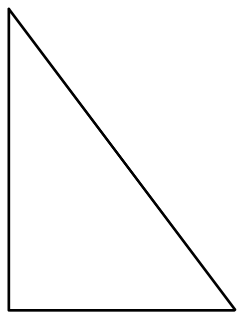
ii)

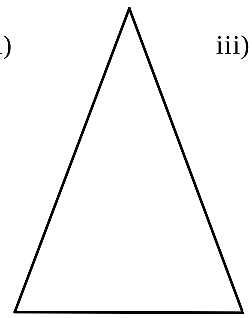


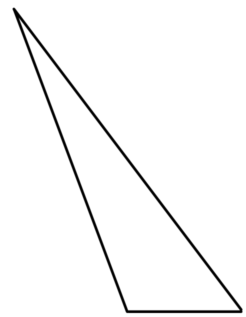
> ***Note à l'enseignant :*** *À la fin de cette unité, deux grilles sont fournies et peuvent être utilisées pour préparer des transparents (voir page E-23).*

Exercice 3 (suite)

b) Sers-toi de la même grille transparente pour estimer l'aire de ces triangles. Applique la même règle pour compter les carrés.

i) 

ii) 

iii) 

c) La formule d'Héron pour calculer l'aire d'un triangle est

$$A = \sqrt{D(D-a)(D-b)(D-c)} \quad \text{ou} \quad D = \frac{a+b+c}{2}$$

où a, b, et c sont les côtés du triangle.

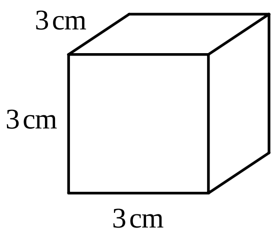
En te servant d'une règle, mesure les côtés des triangles ci-dessous à un millimètre près. Sers-toi de la formule d'Héron pour calculer leur aire, puis compare les résultats à tes estimations de la partie b).

d) Estime l'aire des triangles si on double leurs trois côtés. Vérifie ton estimation en te servant de la formule d'Héron.

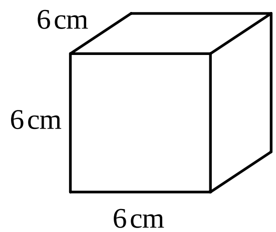
Exercice 3 (suite)

5. a) Calcule l'aire totale de chaque cube :

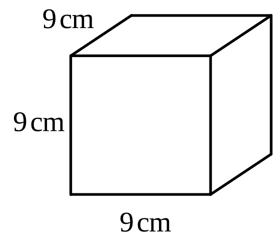
i)



ii)

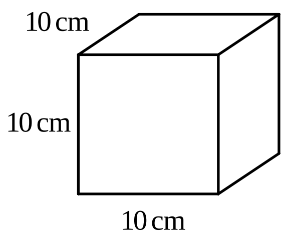


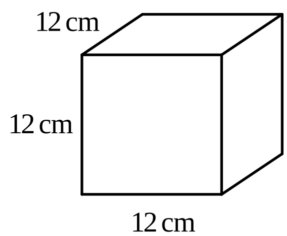
iii)



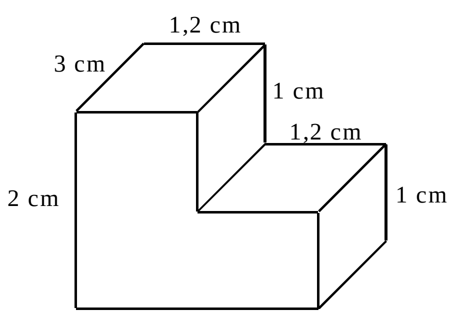
b) Quelle règle faut-il suivre pour calculer l'aire totale d'un cube si on multiplie le côté par un facteur x?

c) Prédis l'aire totale de ces cubes :

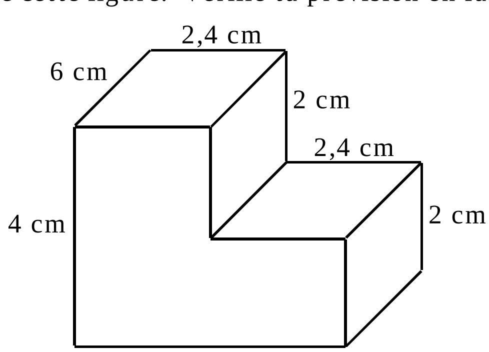




6. a) Calcule l'aire totale de cette figure.

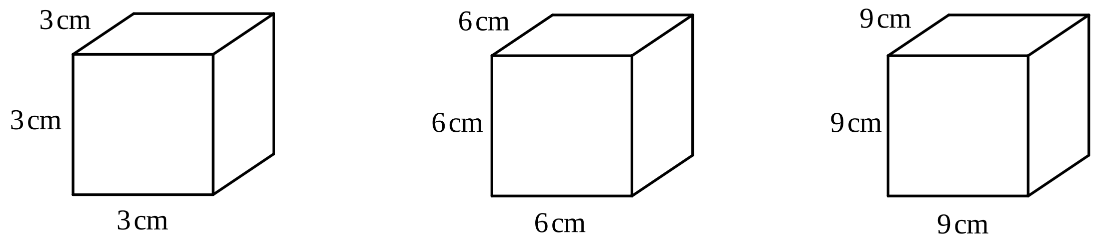


b) Prédis l'aire totale de cette figure. Vérifie ta prévision en faisant un calcul.

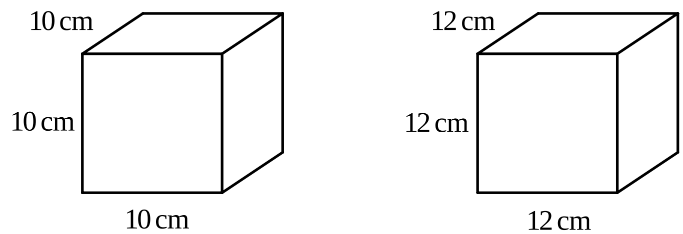


Exercice 3 (suite)

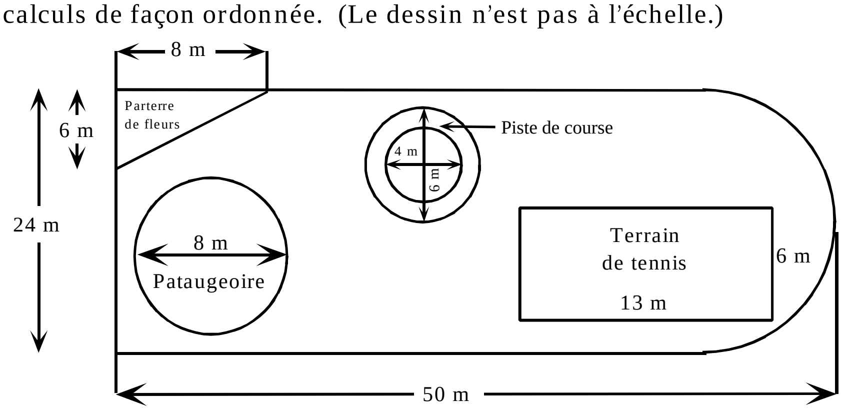
7. a) Calcule le volume de chaque cube.

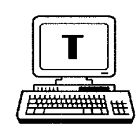


b) Prédis le volume de ces cubes. Vérifie tes prévisions en te servant de la formule $V = Llh$.

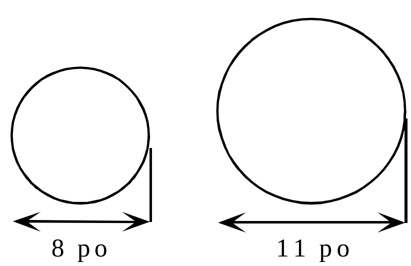


8. Tu travailles pour un entrepreneur et tu dois déterminer le coût pour poser du gazon sur le terrain de jeu illustré ci-dessous. Il faut poser du gazon partout sauf à l'emplacement du parterre de fleurs, du terrain de tennis, de la pataugeoire et de la piste de course. Toutefois, il faut en poser au centre de la piste. Calculez le coût total si le prix du gazon est de 2,50 $/m^2. Présente tes calculs de façon ordonnée. (Le dessin n'est pas à l'échelle.)



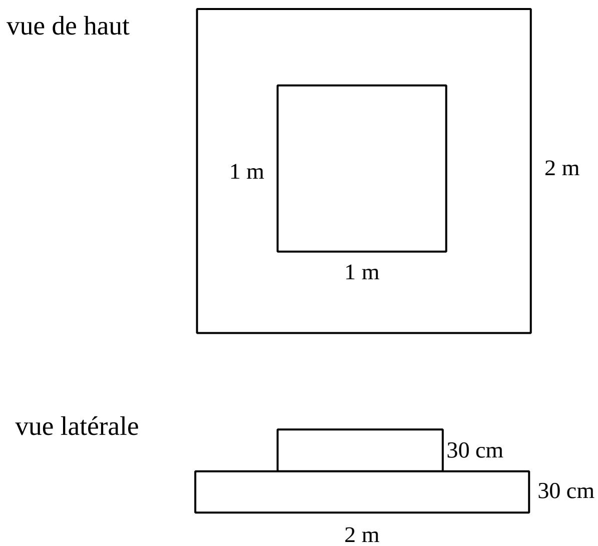


9. Le prix de vente d'une pizza de 8 pouces est de 6,50 $. Calcule le prix qu'il faudrait payer pour une pizza de 11 pouces (de même épaisseur), si la quantité de pizza par dollar reste exactement la même.

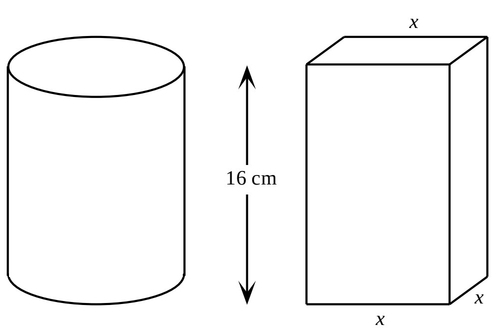


Exercice 3 (suite)

10. On doit recouvrir de tapis le podium d'un chef d'orchestre. Les graphiques montrent le podium vu de dessus et de côté. Le tapis est uni, de sorte qu'on peut le placer dans n'importe quelle direction. Il est vendu en rouleau de trois mètres de large. Quelle est la longueur de la pièce que vous devez acheter pour recouvrir complètement le podium sans qu'il y ait de joint sur les surfaces planes. Dessinez le patron des formes que vous allez découper. Quel pourcentage de votre achat les restants de tapis représenteront-ils?



11. Tu fais du bénévolat dans un pays en voie de développement. En qualité de mathématicien, tu aides à mettre sur pied une nouvelle entreprise. L'activité de cette entreprise consistera à mettre de l'huile en boîte. Les boîtes doivent avoir la forme soit d'un cylindre, soit d'un prisme à base carrée. Elles doivent contenir 1 000 mL d'huile plus 100 mL d'air (c'est la loi). La hauteur de la boîte doit être de 16 cm. Quelle est la boîte dont la construction nécessitera la plus petite quantité de matière? Combien de matière en moins que l'autre boîte? Si le fer blanc coûte 3,35 $ le mètre carré, combien l'entreprise épargnerait-elle en un an en utilisant le modèle le plus efficace si elle produisait un million de boîtes par an. Si tu reçois 5 % de l'économie à titre de commission, combien gagneras-tu cette année-là?



Le volume de chaque boîte = 1 100 cm³.

Exercice 4

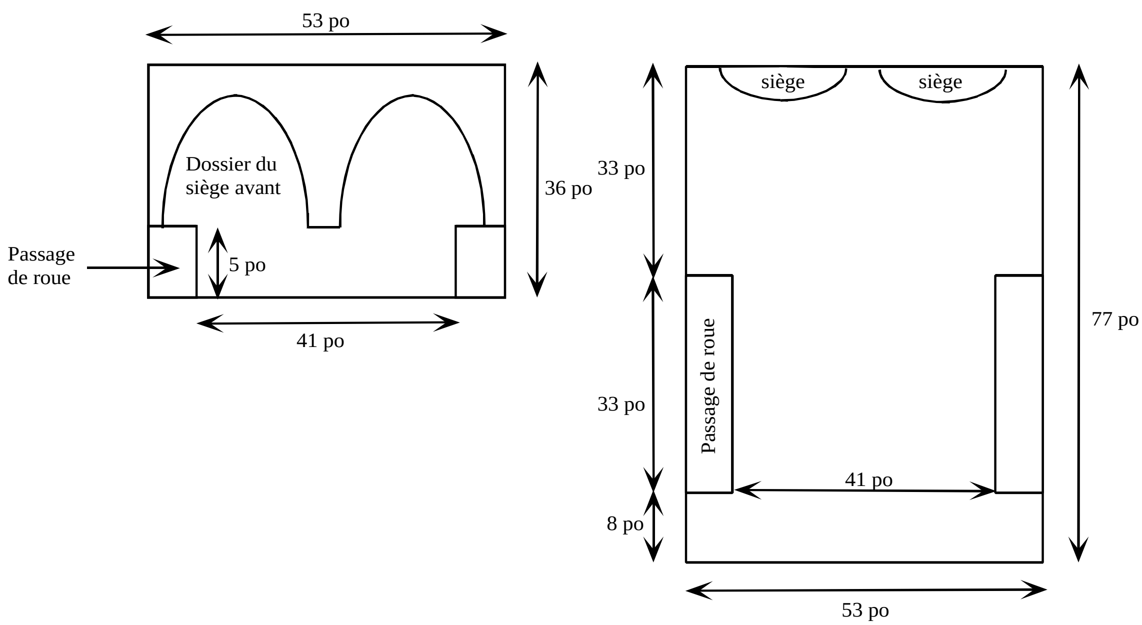
Les questions de cette section ont tendance à être plus difficiles à résoudre. Dans certains cas, l'élève aura besoin de créer un modèle en carton ou autre. Résoudre le problème algébriquement ou mathématiquement pourrait être difficile.

1. Les Gagnon ont commandé une installation audiovisuelle d'un magasin situé dans une autre ville. Ils aimeraient prendre livraison de l'installation la prochaine fois qu'ils se rendront dans cette ville. Le service des livraisons les a informés que la commande vient en trois boîtes dont les dimensions sont les suivantes :

Nº de la boîte	Largeur (pouces)	Longueur (pouces)	Hauteur (pouces)
1	24	64	24
2	20	56	18
3	18	79	3

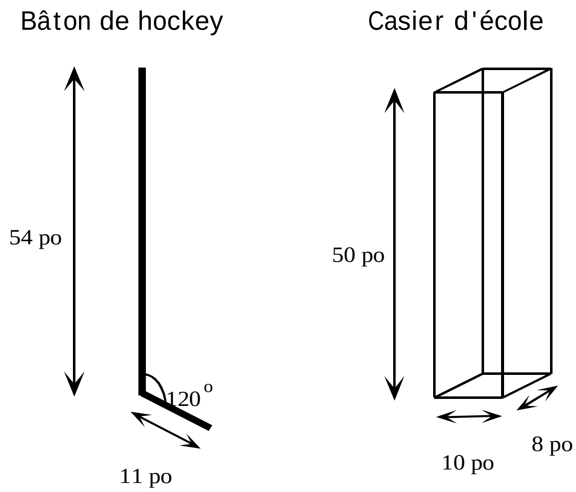
a) Dessinez les trois boîtes en utilisant une échelle appropriée.

b) Les Gagnon possèdent un véhicule utilitaire sport qui, quand les sièges arrières sont abaissés, possède un espace de chargement ayant les dimensions notées ci-dessous. Les boîtes sont-elles trop grosses? Vous aurez peut-être besoin de construire un modèle réduit.

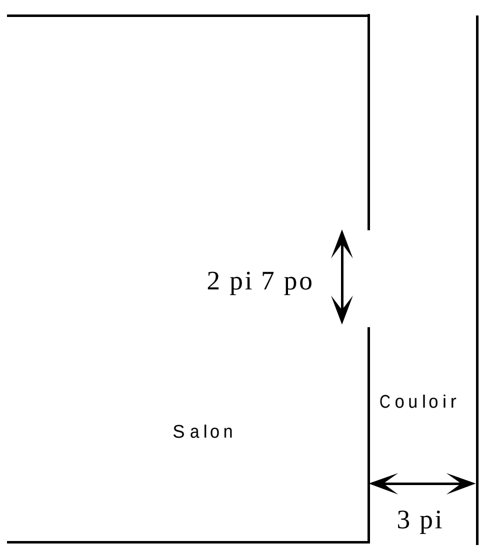


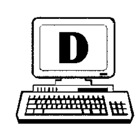
Exercice 4 (suite)

2. Les dimensions d’un bâton de hockey et d’un casier d’élève sont indiquées ci-dessous. L’angle que forment le manche et la lame du bâton est de 120°. Prédis si le bâton entrera dans le casier. Mesure un bâton et un casier qui t’appartiennent. Prédis si le bâton entrera dans ton casier. Maintenant vérifie ta prévision.



3. Les Lalonde déménagent d’une maison à une autre, dont un des couloirs est illustré ci-dessous. Ils possèdent un divan qui mesure 6 pi 2 po de long, 2 pi 10 po de large, 1 pi 5 po de haut à l’avant et 2 pi 9 po de haut à l’arrière. Dessine le couloir et le divan à l’échelle. Pourra-t-on faire tourner le divan pour qu’il entre dans le salon? Tu devras peut-être construire un modèle en carton à l’échelle ou utiliser un logiciel de dessin.

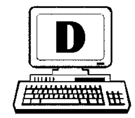


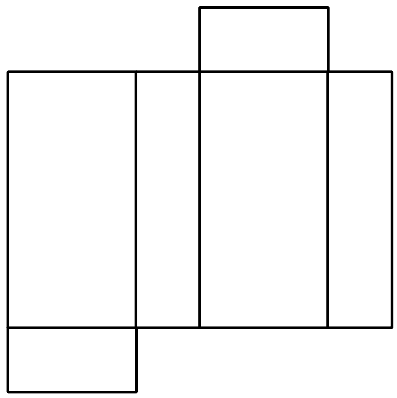


Exercice 4 (suite)

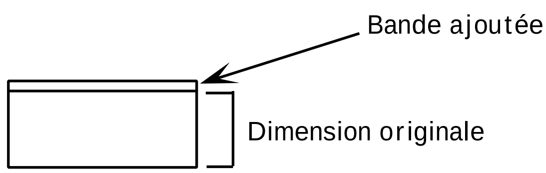
4. Le développement d'une boîte en carton est représenté ci-dessous. Mesure-le. L'échelle est 1 cm = 10 cm.

   a) En supposant que les extrémités du carton ne doivent pas se chevaucher, trace, à la même échelle, un dessin en trois dimensions de la boîte résultante. Quelle est l'aire de carton nécessaire pour construire la boîte? Quel est le volume de la boîte réelle?





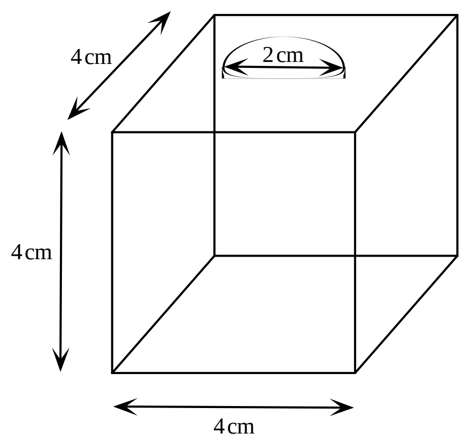
   b) Puisqu'il faut coller le carton pour construire la boîte, le développement doit présenter le long des côtés qu'il faut réunir des bandes de 2 cm de façon que les parties encollées se chevauchent.



   c) Dessine un nouveau développement qui donnera une boîte de même volume, mais présentera une bande de chevauchement de 2 cm à chaque joint. Quelle est la grandeur de cette nouvelle aire?

Exercice 4 (suite)

5. Un fabricant de cubes de glace produit des cubes percés d'un trou cylindrique comme l'illustre le graphique.



a) Quel volume de glace contient le cube?

b) Le volume de la glace diminue de 11 % quand elle fond et se transforme en eau. Quel est le volume d'eau accumulé quand 10 cubes fondent?

c) Quelle est l'aire totale, y compris l'intérieur du trou, d'un cube tel que celui illustré?

d) Le fabricant prétend que ses cubes de glace refroidissent une boisson deux fois plus vite que des cubes ordinaires de même dimension externe. A-t-il raison si l'on admet que plus l'aire totale du cube est grande, plus le pouvoir de refroidissement est grand?

e) Quelle forme de cube donnerait de meilleurs résultats?

6. **Activité de l'enveloppe :**

Objectif : Communiquer oralement de l'information technique; analyser des objets géométriques.

Matériel :
- une enveloppe ordinaire
- des ciseaux
- une règle large et plate pour faire des plis.

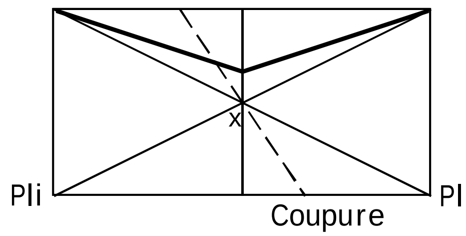
Organisation : Deux élèves par groupe — l'un sera le coupeur et l'autre, le directeur

Instructions :

1. Le directeur et le coupeur, assis dos à dos, doivent communiquer sans se regarder. Le directeur décrit ce que le coupeur doit faire. Le coupeur ne peut pas regarder ni le diagramme, ni les instructions, et le directeur ne peut pas regarder le coupeur travailler. Quand le découpage est terminé, les deux élèves peuvent examiner le travail.

2. Le directeur scelle l'enveloppe. Il demande ensuite au coupeur de la plier suivant les lignes diagonales et en traversant le centre où se rencontrent les diagonales, comme il est indiqué dans le diagramme. Le directeur doit décrire ces plis sans montrer le diagramme à son partenaire et sans regarder l'enveloppe.

Exercice 4 (suite)



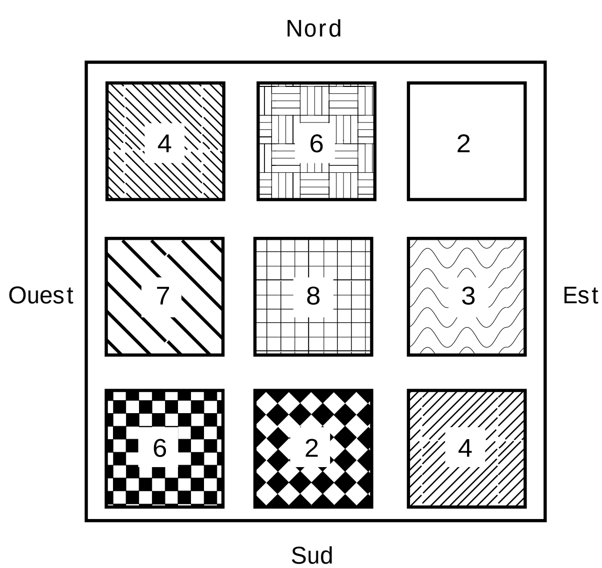
3. Le directeur demande au coupeur de découper l'enveloppe en deux. La coupe doit aller de l'arête supérieure à l'arête inférieure de l'enveloppe en passant par le point X (c.-à-d. le point où les trois plis se croisent) et être faite à n'importe quel angle. Un exemple de coupe est indiqué en pointillé. Le directeur et le coupeur peuvent maintenant examiner les deux moitiés.

4. Maintenant que vous avez obtenu deux moitiés, essayez de deviner quel objet on obtiendrait en ouvrant la demi-enveloppe pour former une figure tridimensionnelle.

5. Comme vous le voyez, vous obtenez un tétraèdre (figure à quatre faces). Maintenant, le défi consiste à déterminer quel doit être le rapport entre la largeur et la longueur de l'enveloppe pour que le tétraèdre soit un tétraèdre régulier (c.-à-d. un tétraèdre dont tous les côtés sont égaux et dont toutes les faces sont des triangles équilatéraux).

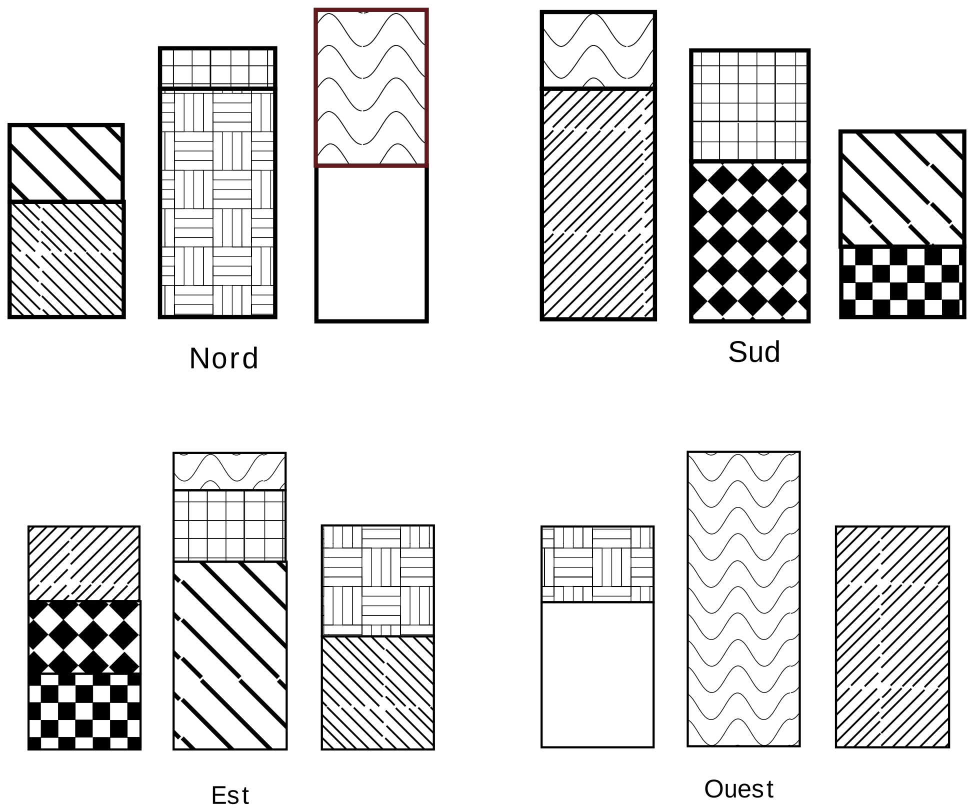
   Enrichissement : Donnez, par écrit, une preuve que votre rapport est correct.

7. a) Le diagramme qui suit représente la vue de dessus d'un pâté de maisons. Chaque motif correspond à un immeuble distinct. Le chiffre inscrit sur l'immeuble indique le nombre d'étages de cet immeuble. Dessine la vue de profil dans chaque direction.



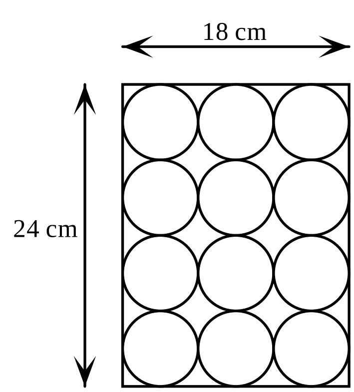
Exercice 4 (suite)

b) Étant donné les vues de profil ci-après, dessine la vue du dessus et inscris la hauteur de chaque immeuble. Chaque quart de pouce (1/4 po) représente un étage.



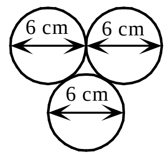
c) Invente un problème de chaque type représenté à la partie a) et à la partie b). Demande à tes compagnons d'essayer de les résoudre.

8. a) Les boîtes de soupe sont souvent emballées dans des caisses comme l'illustre le diagramme. Calculez l'aire totale gaspillée entre les boîtes de soupe.

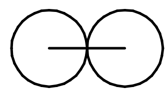


Exercice 4 (suite)

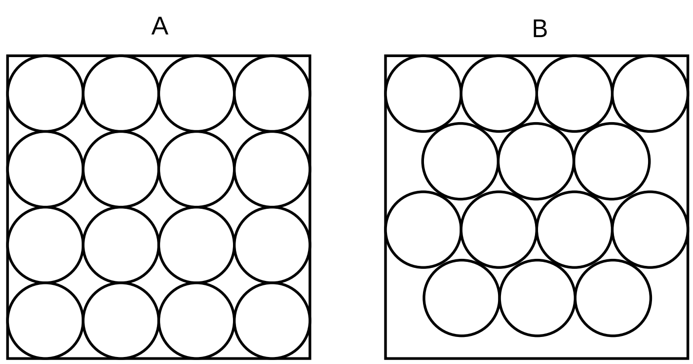
b) Quelle est l'aire de la partie gaspillée entre les boîtes?



Souviens-toi que la ligne qui joint les centres de deux cercles qui se touchent passe par le point de contact.



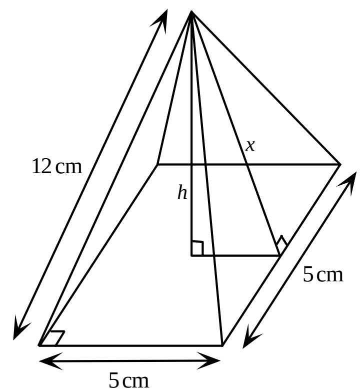
c) Si on emballait les boîtes de soupe dans une caisse carrée, on pourrait les ranger de l'une ou l'autre façon illustrée.



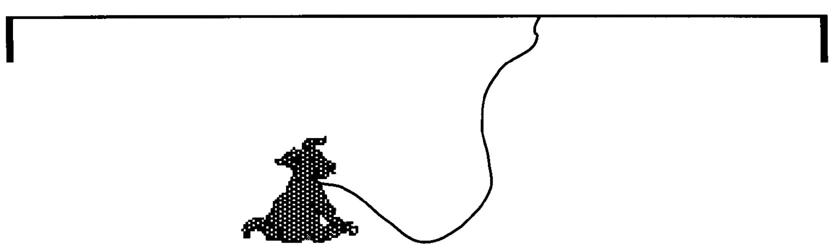
Comme tu le vois, dans le cas du rangement de B, deux boîtes ne peuvent entrer dans la caisse et on ne peut remplir cette dernière de façon à ce que les boîtes soient bien empaquetées. Les diagrammes A et B illustrent une caisse de 576 cm^2. Existe-t-il une caisse de forme différente, ayant une aire de base de 576 cm^2 qui augmente le nombre de boîtes en les rangeant selon le modèle B? Tu devras peut-être construire ou dessiner un modèle à l'échelle pour résoudre le problème.

Exercice 4 (suite)

9. Calcule le volume de la pyramide ci-après. Sers-toi de la formule $V = \frac{1}{3}Bh$, où B est l'aire de la base et h, la hauteur mesurée du sommet au centre de la base. Pour calculer h, tu devras appliquer le théorème de Pythagore.



10. Le chien Médor est attaché à une chaîne de 6 m qui est liée à une corde à linge de 14 m et peut glisser le long de cette corde. Quelle est la surface de terrain que Médor peut couvrir? Trace la vue de dessus.



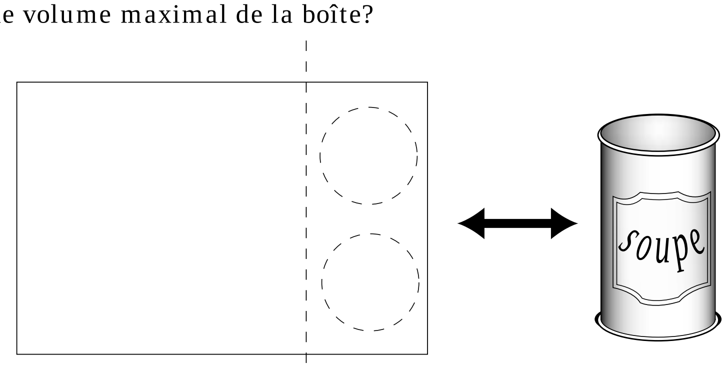
11. Vous devez fabriquer une boîte ronde avec une feuille de métal de 40 cm de large et de 44 cm de long. La boîte doit être la plus grande possible.

    a) Dessinez le développement de la boîte.

    b) Expliquez pourquoi il faut que le diamètre de la boîte soit égal à 12,73 cm pour que la boîte soit la plus grande possible.

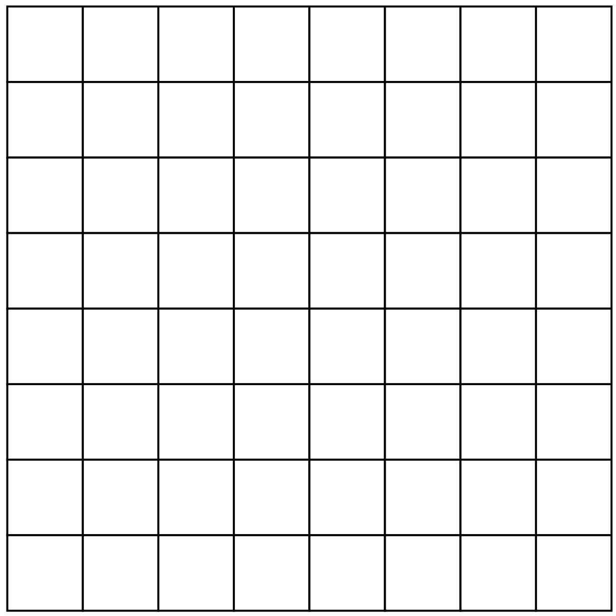
    c) Quelle hauteur doit avoir la boîte?

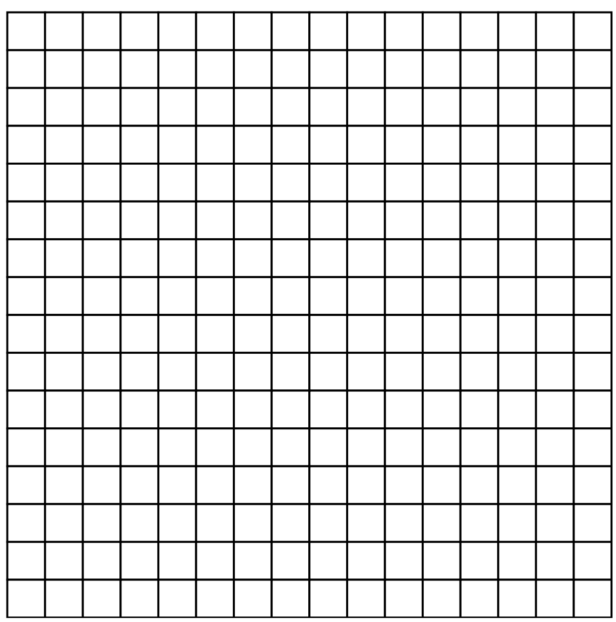
    d) Quel est le volume maximal de la boîte?



Annexe E – 1

Grilles pour transparents



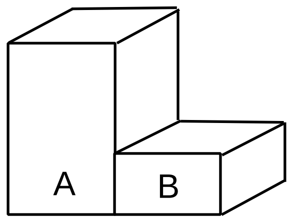


Unité E
Projets 2D/3D
Corrigé

Exercice 1 – Corrigé

1. a) $8 \times 12 \times 6 = 576\ cm^3$ b) $4 \times 5 \times 14\frac{3}{4} = 295\ po^3$

2. Voici deux méthodes possibles :
   i) Diviser la forme en deux parties.



Volume A = $6 \times 3 \times 5 = 90\ cm^3$
Volume B = $2 \times 3 \times 5 = 30\ cm^3$
Volume total = $120\ cm^3$

   ii) Volume du cube entier – volume du petit cube découpé.

$(6 \times 6 \times 5) - (3 \times 4 \times 5) = 120\ cm^3$

3. a) $155,5\ cm^3$ b) $577,3\ po^3$ c) $100\ cm^3$ d) $58,54\ cm^3$ e) $90\ cm^3$

4. a) V = Volume du rectangle – volume du trou
   $= (8 \times 10 \times 22) - (\pi \times 1,5^2 \times 22)$
   $= 1\ 604,5\ cm^3$

   b) V = Volume du cylindre – volume du rectangle
   $= \pi(1,75/2)^2\ (8,5) - (1,25 \times 0,75)(8,5)$
   $= 12,48\ po^3$

5. Diamètre du tube = 8 mm, volume du tube = 75mL
   Volume d'un ruban de dentifrice de 1 cm de long = $\pi(0,4)^2(l) = 0,5\ cm^2$
   Donc, tu peux te brosser les dents 75/0,5 = 150 fois avec le dentifrice contenu dans ce tube.

6. $\dfrac{10\text{ L}}{0,500\text{ L/s}} = 20$ secondes

Nota : Il n'est pas nécessaire de calculer la longueur du tuyau.

7. a) Rectangulaire :

$A_t = (2 \times 0,35 \times 5,5) + (2 \times 0,3 \times 5,5)$
$= 7,15\ m^2$

Capacité $= 0,35 \times 0,3 \times 5,5$
$= 0,577\ 5\ m^3$

Cylindrique :

$A_t = \pi(0,3)(5,5)$
$= 5,18\ m^2$

Capacité $= \pi(0,15)^2(5,5)$
$= 0,39\ m^3$

Exercice 1 – Corrigé (suite)

b) Rectangulaire : $7{,}15 \times 1{,}20$ \$/m^2 = 8,58 \$
Cylindrique : $5{,}18 \times 1{,}20$ \$/m^2 = 6,22 \$

c) Rectangulaire : 8,58 \$/0,577 5 = 14,86 \$/m^3 (meilleur prix)
Cylindrique : 6,22 \$/0,39 = 15,94 \$/m^3

8. L'hypothèse de base est celle selon laquelle le tuyau doit être vidé de son contenu (capacité) avant que l'eau chaude arrive.

   Capacité du tuyau : 55 secondes x 20 mL/s = 1 100 mL = 1 100 cm^3

   Vol. tuyau = $\pi(1{,}75/2)^2\, h$ cm^3 — h = longueur (hauteur) du tuyau
   1 100 = $\pi(1{,}75/2)^2\, h$

   $$h = \frac{1\,100}{\pi\,(1{,}75/2)^2} = 457{,}3$$

   Longueur du tuyau = 457,3 cm

9. Volume d'une corde = 4 x 4 x 8 = 128 pi^3

   Vol. de la caisse du camion = $L \times l \times h$
   128 = $4{,}5 \times 7{,}25 \times h$ — Hauteur du bois = h pi

   $$h = \frac{128}{4{,}5 \times 7{,}25} = 3{,}92$$

   La hauteur du bois est d'au moins 4 pi.

10. 4 x (4 x 4 x 42) = 2 688
    24 x (1 x 4 x 36) = 3 456
    6 x (2 x 4 x 48) = 2 304
    Volume total = 8 448 po^3

    Nombre total de pieds-planche = 8 448/144 = 58,67 pieds-planche
    Coût = 58,67 x 2,25 \$ = 132,01 \$
    TVP et TPS = 18,48 \$
    Coût total = 150,49 \$

Exercice 2 – Corrigé

1. a) 523,6 cm^3 b) 1 767,1 pouces cubiques ou 1,02 pieds cubiques c) 745,5 cm^3

2. a) 140,2 cm^2 b) 2 642,1 pouces carrés ou 18,3 pieds carrés c) 620,2 cm^2

3. a) V = 452,4 cm^3
   A_t = 339,3 cm^2 (y compris le fond)

   b) V = 8 182,77 pouces cubes ou 4,7 pieds cubes
   A_t = 2 337,9 pouces carrés ou 16,24 pieds carrés

4. a) Supposes que 1,6 km = 1 mille
   6,37 x 10^{6}m = 6 370 km = 3 981,25 mi

   i) A_t = 1,99 x 10^8 milles carrés
   ii) A_t = 5,1 x 10^8 km^2

   b) Volume de la Terre = 2,64 x 10^{11} mi^3

   Volume de la Terre = 1,08 x 10^{12} km^3

5. Rayon = 2: V = 33,5 cm^3 , A_t = 50,3 cm^2

   Rayon = 4: V = 268,1 cm^3 , A_t = 201,1 cm^2

   Ces calculs montrent que quand le rayon d'une sphère double, le volume est multiplié par huit et l'aire totale, par quatre.

6. Diamètre = 4 m, V = 33,5 m^3

   Nouveau volume = 33,51 + 30 = 63,5 m^3

   Nouveau rayon :

   $$= \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$$

   $$= \sqrt[3]{\frac{3(63,5)}{4\pi}} = 2,48 \text{ m}$$

   Nouveau diamètre = 4,96 m
   Nouvelle aire totale = 77,3 m^3

7. Vitesse d'expansion $\dfrac{\text{volume à 5 po}}{\text{5 secondes}}$

   $$= \frac{\frac{4}{3}\pi 5^3}{5}$$

   $$= 104,7 \text{ pouces cubes/secondes}$$

   Volume quand $r = 10$ po, $V = \dfrac{4}{3}\pi 10^3$

   $$= 4188,8 \text{ pouces cubes}$$

   Temps écoulé $= \dfrac{4188,8 \text{ pouces cubes}}{104,7 \text{ pouces cubes/s}} = 40$ secondes après le commenc ement, ou 35 secondes de plus.

Exercice 2 – Corrigé (suite)

8. Aire de la partie supérieure $= \dfrac{4\pi 3^2}{2} = 56{,}5 \text{ m}^2$

   Aire de la partie intermédiaire = circonférence x hauteur
   = $6\pi \times 8$
   = $150{,}8 \text{ m}^2$

   Aire de la partie inférieure = $\pi r s$ $\quad s = \sqrt{5^2 + 3^2}$
   = $\pi(3)(5{,}83)$
   = $54{,}955 \text{ m}^2$

   Aire totale = $262{,}255 \text{ m}^2$

   Nombre total de litres nécessaires = 262,255 ÷ 2,5 = 104,902 (il faut au moins 105 boîtes)

   Coût = 105 x 9,50 $ x 1,14 = 1 137,15 $

Exercice 3 – Corrigé

1. a) i) 28,27 cm^2 ii) 113,10 cm^2 iii) 254,47 cm^2

   b) Quand le rayon double, l'aire est multipliée par 4.
   (113,10 ÷ 28,27 = 4)

   Quand le rayon triple, l'aire est multipliée par 9.

   c) Si l'aire de départ est A et que le facteur est x, la nouvelle surface $A' = Ax^2$. Tu dois multiplier l'aire par x^2.

   d) Les élèves peuvent avoir de la difficulté à déterminer le facteur de multiplication x.

   i) $x = 12 \div 3 = 4$, $A' = 452{,}39$ cm^2

   ii) $x = 21 \div 3 = 7$, $A' = 1\ 385{,}94$ cm^2

   iii) $x = 4 \div 3 = 4/3$, $A' = 50{,}27$ cm^2

   iv) $x = 10 \div 3 = 10/3$, $A' = 314{,}16$ cm^2

2. a) i) 9 cm^2 ii) 36 cm^2 iii) 81 cm^2

   b) L'aire est multipliée par 4. L'aire est multipliée par 9.

   c) L'aire est multipliée par x^2.

   d) i) Le facteur est $\frac{12}{3} = 4$. Nouvelle aire $= 9 \times 16 = 144 \text{cm}^2$.

   ii) Le facteur est $\frac{21}{3} = 7$. Nouvelle aire $= 9 \times 49 = 441 \text{cm}^2$.

   iii) Le facteur est $\frac{4}{3}$. Nouvelle aire $= 9 \times \left(\frac{16}{9}\right) = 16 \text{cm}^2$.

   iv) Le facteur est $\frac{10}{3}$. Nouvelle aire $= 9 \times \left(\frac{100}{9}\right) = 100 \text{ cm}^2$.

3. a) Pour répondre à cette question, les élèves devront suivre un plan similaire à celui utilisé pour résoudre les questions 1 et 2.

   Voici une proposition de marche à suivre :

   base = 3 cm hauteur = 3 cm aire = 4,5 cm^2
   base = 6 cm hauteur = 6 cm aire = 18 cm^2
   base = 9 cm hauteur = 9 cm aire = 40,5 cm^2

   b) L'aire de chaque triangle est égale à 1 pouce carré. Les élèves devraient remarquer que la modification de la forme du triangle ne modifie pas son aire.

   De nouveau, l'aire est multipliée par 4 quand on double les côtés et par 9 quand on les triple. La règle générale est donc la suivante : si la base et la hauteur sont tous les deux multipliées par x, l'aire initiale sera aussi multipliée par x^2. La règle est donc $A' = Ax^2$.

Exercice 3 – Corrigé (suite)

c) Voici une proposition de marche à suivre :

base = 3 cm	hauteur = 3 cm	aire = 4,5 cm^2	
base = 6 cm	hauteur = 3 cm	aire = 9 cm^2	(aire double)
base = 9 cm	hauteur = 3 cm	aire = 13,5 cm^2	(aire triple)

base = 3 cm	hauteur = 3 cm	aire = 4,5 cm^2	
base = 3 cm	hauteur = 6 cm	aire = 9 cm^2	(aire double)
base = 3 cm	hauteur = 9 cm	aire = 13,5 cm^2	(aire triple)

Quand on multiplie la base par x et la hauteur par y, la règle est : $A' = Axy$.

4. a) Les élèves devraient proposer d'utiliser une grille plus serrée pour obtenir une meilleure estimation. Par exemple, une grille ayant des carrés de 0,25 cm^2.

Les aires des figures sont approximativement :

i) 19 grands carrés ou 75 petits carrés (égal à 75 ÷ 4 = 18,75 grands carrés)

ii) 21 grands carrés ou 78 petits carrés (égal à 78 ÷ 4 = 19,5 grands carrés)

b) i) 6 grands carrés (6 cm^2), 25 petits carrés (6,25 cm^2)

ii) 6 grands carrés (6 cm^2), 26 petits carrés (6,5 cm^2)

iii) 3 grands carrés (3 cm^2), 12 petits carrés (3,0 cm^2)

c) i) Les côtés mesurent 3,0 cm, 4,0 cm et 5,0 cm.

$$D = \frac{3,0 + 4,0 + 5,0}{2} = 6,0$$

$$A = \sqrt{6,0(6,0 - 3,0)(6,0 - 4,0)(6,0 - 5,0)}$$

$$A = 6,00 \text{ cm}^2$$

ii) Les côtés mesurent 3,0 cm, 4,5 cm et 4,5 cm.

$$A = \sqrt{6,0(6,0 - 3,0)(6,0 - 4,5)(6,0 - 4,5)}$$

$$A = 6,36 \text{ cm}^2$$

iii) Les côtés mesurent 1,5 cm, 4,3 cm et 5,0 cm.

$$A = \sqrt{5,4(5,4 - 1,5)(5,4 - 4,3)(5,4 - 5,0)}$$

$$A = 3,04 \text{ cm}^2$$

d) Si on double les côtés, la formule d'Héron donne :

i) $A = \sqrt{12,0(12,0 - 6,0)(12,0 - 8,0)(12,0 - 10,0)}$

$$A = 24,0 \text{ cm}^2$$

La nouvelle aire est 4 fois l'aire originale.

Exercice 3 – corrigé (suite)

ii) $A = \sqrt{12,0(12,0-6,0)(12,0-9,0)(12,0-9,0)}$
$A = 25,46 \text{ cm}^2$

iii) $A = \sqrt{10,8(10,8-3,0)(10,8-8,6)(10,8-10,0)}$
$A = 12,18 \text{ cm}^2$

5. a) i) A_t = 6(3 x 3) = 54 cm^2
   ii) A_t = 216 cm^2
   iii) A_t = 486 cm^2

   b) Quand on double les côtés, l'aire totale est multipliée par 4.
   Quand on triple les côtés, l'aire totale est multipliée par 9.
   Quand on multiplie les côtés par *x*, l'aire totale est multipliée par x^2.

   c) A' = 54(10/3)^2 = 600 cm^2 A' = 54(12/3)^2 = 864 cm^2

6. a) A_t = 33,6 cm^2
   b) Puisque tous les côtés sont doublés $A' = Ax^2$ = 33,6(2)^2 = 134,4 cm^2.

7. a) V = 3 x 3 x 3 = 27 cm^3
   V = 6 x 6 x 6 = 216 cm^3 (si les côtés doublent, le volume est multiplié par 8)
   V = 9 x 9 x 9 = 729 cm^3 (si les côtés triplent, le volume est multiplié par 27)
   Règle : Nouveau volume = volume original multiplié par x^3.

   b) Cube de 10 cm : V = 27(10/3)^3 = 1 000 cm^3
   Cube de 12 cm : V = 27(12/3)^3 = 1 728 cm^3

8. Aire totale = aire du rectangle + aire du demi-cercle (rayon du demi-cercle = 12 m)
   = ((50 – 12) x 24) + π(12)^2/2
   = 912 + 226,2 = 1 138,2 m^2

   Soustraction de l'aire qui ne doit pas être recouverte de gazon :
   parterre de fleurs : 6 x 8 ÷ 2 = 24 m^2
   pataugeoire : $\pi 4^2$ = 50,3 m^2
   terrain de tennis : 13 x 6 = 78 m^2
   piste de course : $\pi 3^2 - \pi 2^2$ = 15,7 m^2

   Aire totale à soustraire = 24,0 + 50,3 + 78,0 + 15,7 = 168,0 m^2
   Aire totale à couvrir = 1 138,2 m^2 – 168,0 m^2 = 970,2 m^2
   Coût total = 970,2 x 2,50 \$ = 2 425,50 \$
   TPS et TVP incluses = 2 425,50 \$ x 1,14 = 2 765,07 \$

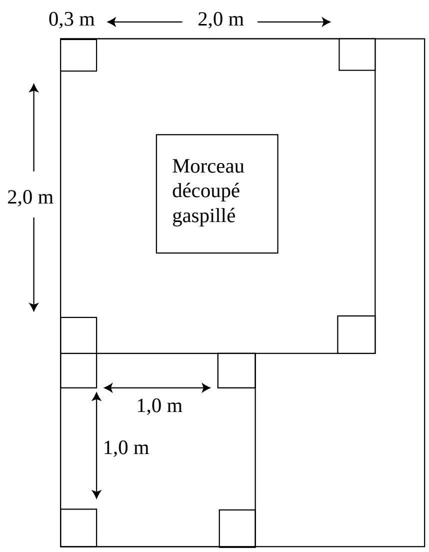
Exercice 3 – Corrigé (suite)

> *S'il le souhaite, l'élève peut discuter de la raison pour laquelle il n'est pas nécessaire de considérer le volume.*

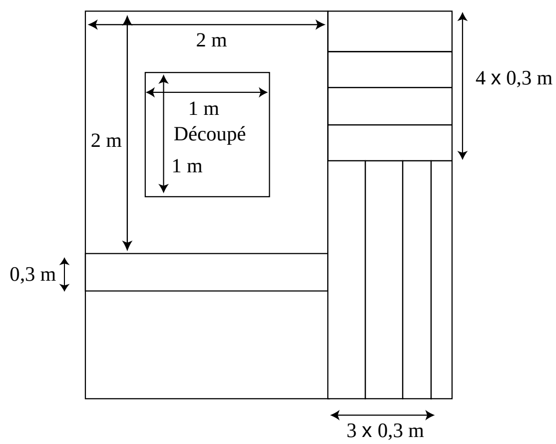
9. Aire de la petite pizza = $\pi 4^2$ = 50,27 pouces carrés
   Coût par pouce carré = 6,50 \$ ÷ 50,27 = 0,129 3 \$/po^2

   Aire de la grande pizza = $\pi(5,5)^2$ = 95,03 pouces carrés
   Coût facturé = 95,03 x 0,129 3 \$ = 12,29 \$

10. Les élèves peuvent penser à ces deux solutions. Il est possible qu'il en existe d'autres.



Cette solution nécessiterait une pièce de tapis de 3 m de large et de 4,2 m de long



Cette solution nécessiterait une pièce de tapis de 3 m de large et de 3,2 m de long

Aire totale à couvrir = (longueur x largeur) + 4 petites bordures + 4 grandes bordures
= (2 x 2) + 4(1 x 0,3) + 4(2 x 0,3)
= 4 + 1,2 + 1,2
= 6,4 m^2

Dans le cas de la solution 1, on utilise 3 x 4,2 m = 12,6 m^2

Pourcentage utilisé $\frac{6,4}{12,6} = 100 = 51$ % utilisés ou 49 % gaspillés

Dans le cas de la solution 2, on utilise 3 x 3,2m = 9,6 m^2

Pourcentage utilisé $\frac{6,4}{9,6} = 100 = 66$ % utilisés ou 33 % gaspillés

Il pourrait exister un moyen plus efficace de couper le tapis.

Exercice 3 – Corrigé (suite)

11. Volume = 1 100 mL = 1 100 cm^3

Solution du prisme carré

$V = Llh$

(Longueurs des côtés du carrés = x cm.)

1 100 = $(x)(x)(16)$

$$x^2 = \frac{1100}{16}$$

$x = 8{,}29$

Longueur du côté = 8,29 cm

Aire totale :

= 4(16 x 8,29) + 2(8,29)^2 cm^2

= 668 cm^2

Solution du prisme cylindrique :

$V = \pi r^2 h$

(Rayon du cercle = r cm.)

1 100 = $\pi r^2(16)$

$$r^2 = \frac{1100}{16\pi}$$

$r = 4{,}68$

Rayon = 4,68 cm

Aire totale :

= 2π(4,68)^2 + 2π(4,68)(16) cm^2

= 608,1 cm^2

La boîte cylindrique nécessite 59,9 cm^2 de matériau en moins (= 0,005 99 m^2).

Si l'entreprise utilisait la boîte cylindrique, elle économiserait

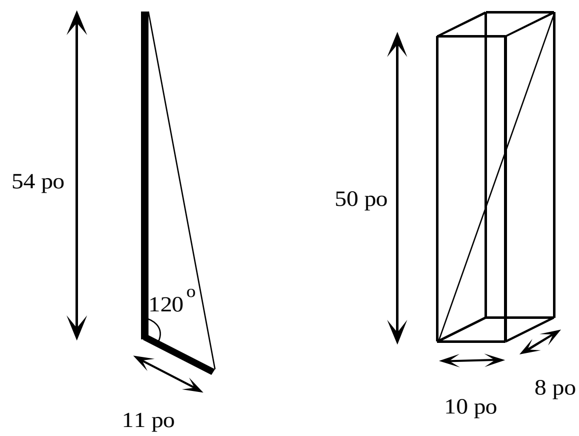
1 000 000 boîtes x 0,005 99 m^2/boîte = 5 990 m^2

5 990 m^2 x 3,35 \$/m^2 = 20 066,50 \$ cette année-là

Votre commission serait 20 066,50 \$ x 5 % = 1 003,33 \$.

Exercice 4 – Corrigé

1. Le volume total de l'espace arrière du véhicule est suffisant pour contenir les boîtes. Cependant, la boîte de 79 po de long doit être placée entre les sièges avant. Il s'agit d'un problème qui a réellement dû être résolu. Les boîtes entrent dans l'espace de chargement. Il est probable que les élèves doivent construire un modèle à l'échelle.



2. Ce problème peut être résolu mathématiquement. Cependant, la largeur du manche et de la lame du bâton peut causer des problèmes.
   Pour résoudre ce problème, il faut que la distance x soit plus petite que la distance y.

   Utilisation de la règle du cosinus :

   $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

   $x^2 = 54^2 + 11^2 - 2(54)(11)\cos 120°$

   $x^2 = 3\,631$

   $x = 60,26$ po

   Calcule d'abord la longueur de la diagonale du casier :

   $d^2 = 10^2 + 8^2$ ou $y^2 = 10^2 + 8^2 + 50^2$

   $d = 12,81$ po $\quad y^2 = 2\,664$

   Maintenant, utilise ce résultat pour calculer y :

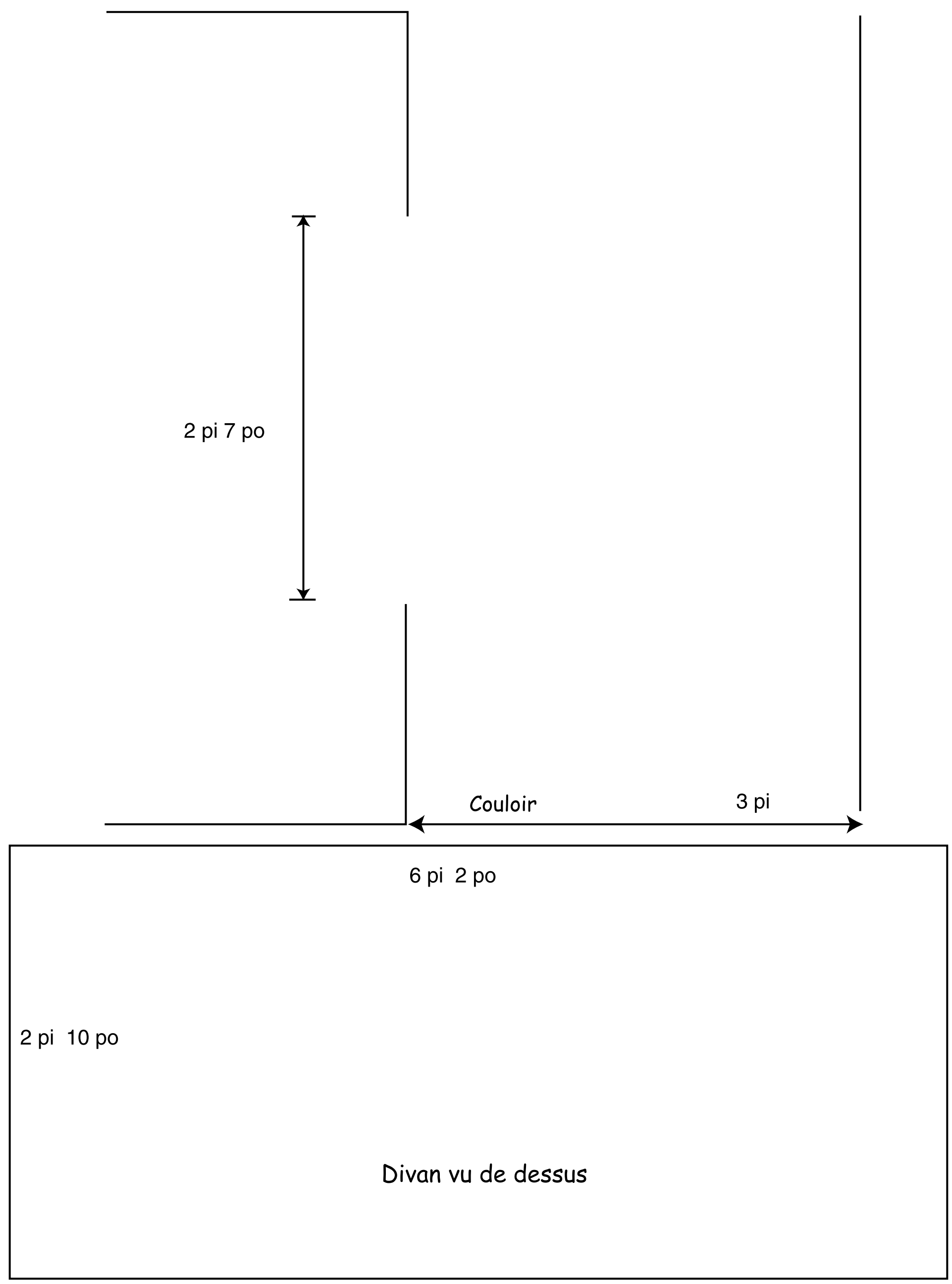
   $y^2 = 50^2 + 12,81^2$

   $y = 51,61$ po

   Non, le bâton n'entrera pas dans le casier. Demandez aux élèves d'essayer différentes tailles de casier ou un des casiers de l'école. Servez-vous aussi d'un vrai bâton de hockey. Comment peut-on tenir compte de la largeur du manche et de la lame?

3. Un dessin du couloir et du divan figure à la page suivante. L'échelle est 1 pi = 1 po. S'ils le souhaitent, les élèves peuvent découper l'image du divan et essayer de la faire passer par le dessin de la porte. Ils devront peut-être construire un modèle 3D à l'échelle du divan et dresser ce dernier sur une de ses extrémités pour le faire passer par la porte. Quelles sont les autres contraintes?

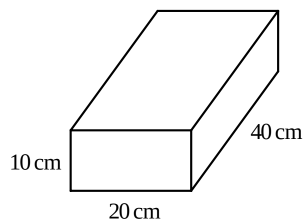
Exercice 4 - Corrigé (suite)



Exercice 4 - Corrigé (suite)

4. a) La boîte réelle aura les dimensions suivantes :

20 cm x 10 cm x 40 cm

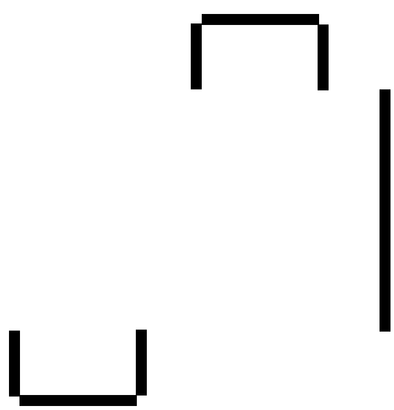


Aire totale

2 x 10 x 20 = 400
2 x 40 x 10 = 800
2 x 20 x 40 = 1 600
Total = 2 800 cm^2 ou 0,28 m^2

Volume = 10 x 20 x 40
= 8 000 cm^3 ou 0,08 m^3

b) Un nouveau développement possible est le suivant :



Aire : ancienne A + A des bandes ajoutées
= 2 800 + 4(2 x 10) + 2(2 x 20) + (2 x 40)
= 2 800 + 80 + 80 + 80
= 3 040 cm^2 ou 0,304 m^2

5. a) Volume de la glace = volume du cube – volume du cylindre
= (4 x 4 x 4) – ($\pi(1)^2$ x 4)
= 64 – 12,57
= 51,43 cm^3

b) Chaque cube perd 11 % de 51,43 cm^3 = 5,66 cm^3
Eau produite par un cube = 51,43 – 5,66 = 45,77 cm^3 d'eau
10 cubes produisent 10 x 45,77 = 457,7 cm^3 d'eau

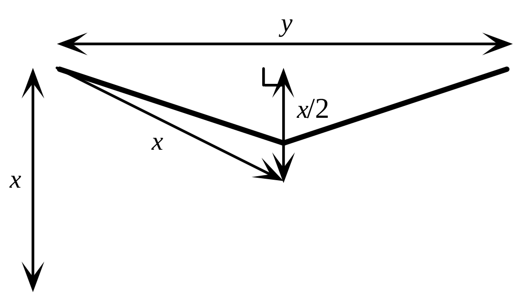
Exercice 4 - Corrigé (suite)

c) L'aire totale peut être calculée de la façon suivante :
$A_{cube} - A_{trous\ aux\ extrémités} + A_{cylindre\ interne}$
$= 6(4 \times 4) - 2(\pi(1)^2) + (2\pi 4)$
$= 96 - 6{,}28 + 25{,}13$
$= 114{,}85\ cm^2$

d) Le fabricant aura raison si la surface de ce cube est égale au double de celle d'un cube de 4 x 4 x 4 cube.
L'aire de la surface d'un cube de 4 x 4 x 4 = 96 cm^2.
114,85 ÷ 96 = 1,2. Ce cube ne refroidira une boisson que 1,2 fois plus rapidement. Ce disant, la déclaration du manufacturier n'est pas valable.

e) Une possibilité inclue la création d'un cube semblable, mais à la place d'un cylindre il serait persé d'un prisme rectangulaire avec des côtés mesurant 2 cm de longeur.

6. Le produit final est un tétraèdre. Le rapport entre la longueur et la largeur de l'enveloppe pour que le tétraèdre soit régulier (tous les côtés égaux), est illustré ci-après.



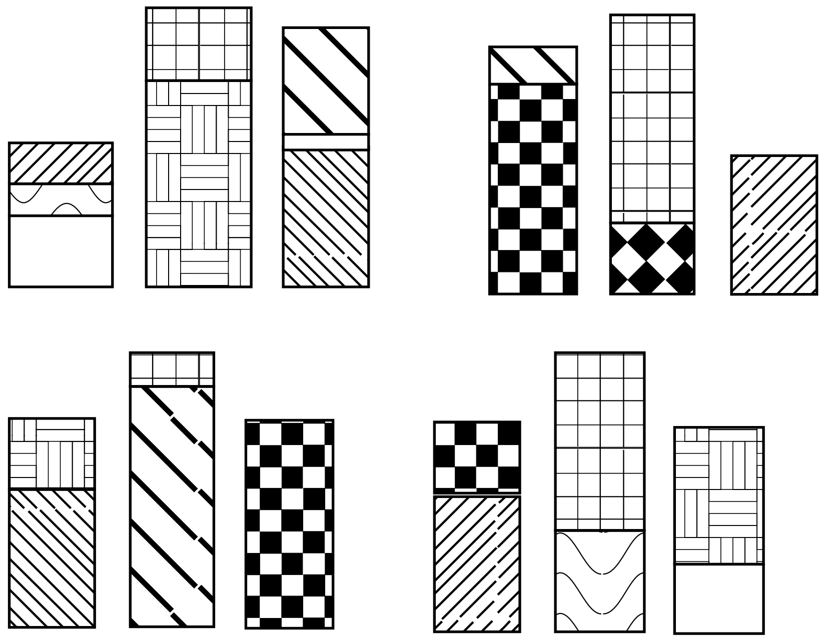
Pour former un tétraèdre régulier, il faut que les deux distances notées *x* soient les mêmes. Appliquons le théorème de Pythagore.

$$x^2 = \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{y}{2}\right)^2$$
$$x^2 = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4}$$
$$\frac{3x^2}{4} = \frac{y^2}{4}$$
$$3x^2 = y^2$$
$$3 = \frac{y^2}{x^2}$$
$$\frac{y}{x} = \sqrt{3}$$

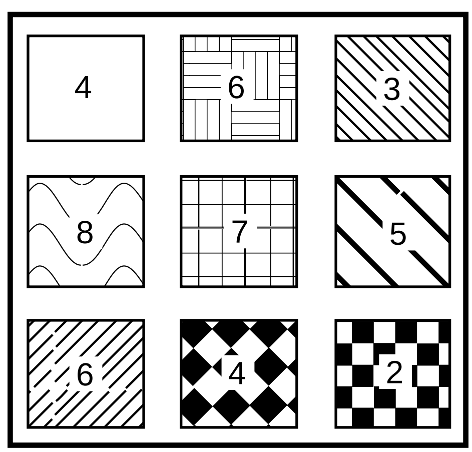
Pour que le tétraèdre soit régulier, la longueur doit être égale à $\sqrt{3}$ fois la largeur.

Exercice 4 - Corrigé (suite)

7. a)



b)

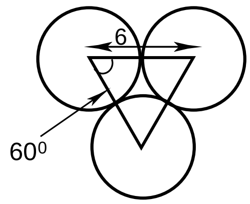


Exercice 4 - Corrigé (suite)

8. a) La surface de la caisse est 24 cm x 18 cm = 432 cm^2
Le diamètre de chaque boîte est 18 ÷ 3 = 6 cm
Donc, le rayon de chaque boîte est égal à 3 cm.

L'aire d'une boîte est πr^2 ou $\pi(3)^2$ = 28,27 cm^2
L'aire totale des boîtes est 12 x 28,27 = 339,29 cm^2
L'aire totale gaspillée est 432 – 339,29 = 92,71 cm^2

b)



Complétez d'abord le graphique en traçant les lignes qui relient les centres des cercles. Ces lignes mesurent également 6 cm, puisqu'elles sont égales à 2 x le rayon. On obtient ainsi un triangle équilatéral dont les angles valent 60°.

L'aire gaspillée est l'aire du triangle équilatéral – 3 x l'aire du morceau en forme de quartier de tarte.
L'aire du triangle : *Se servir de la formule d'Héron ou du théorème de Pythagore.*
= 15,59 cm^2

Morceau en forme de quartier de tarte $= \frac{60}{360}$ ou $\frac{1}{6}$ la surface du cercle $\times 3$ morceaux

$$= \frac{\pi(3)^2}{6} \times 3$$

$$= 14{,}14 \text{ cm}^2$$

L'aire gaspillée est 15,59 – 14,14 = 1,45 cm^2

c) Les élèves peuvent faire des expériences avec des pièces de 1 cent et des boîtes de formes et de tailles différentes.

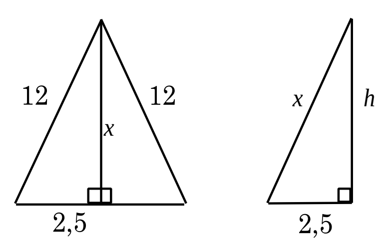
9. Pour calculer la valeur de h, nous devons d'abord connaître la « hauteur » x, d'une des faces.
$12^2 = (2{,}5)^2 + x^2$
x = 11,74 cm

Maitenant, servons-nous de ce résultat pour calculer la hauteur, h, de la pyramide.
$11{,}74^2 = (2{,}5)^2 + h^2$
h = 11,47 cm

Volume de la pyramide $= \frac{1}{3}$ surface de la base $\times$ hauteur

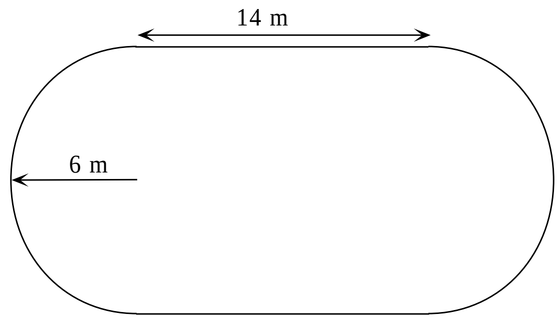
$$= \frac{1}{3}(5 \times 5) \times 11{,}47$$

$$= 95{,}58 \text{ cm}^2$$



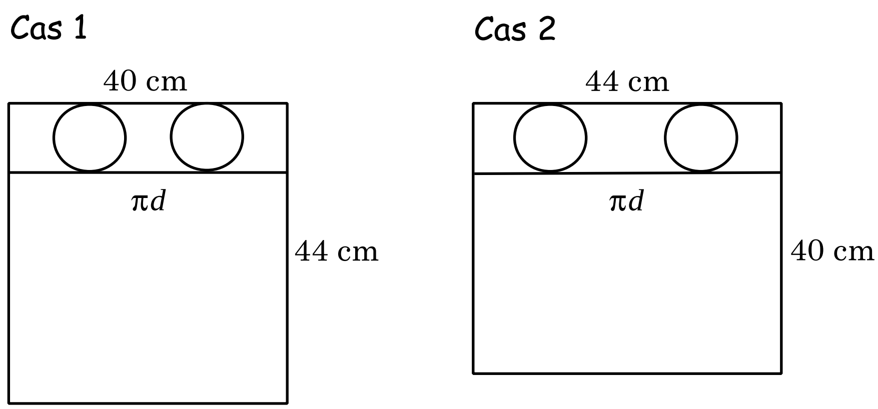
Exercice 4 - Corrigé (suite)

10. L'aire que le chien peut couvrir est un rectangle auquel s'ajoutent un demi-cercle à chaque extrémité, comme l'illustre le graphique.



Surface = (14 x 12) + ($\pi 6^2$)
= 281,1 m^2

11. a) Le développement de la boîte est le suivant :



Cas 1

b) Si on suppose que la largeur de la feuille (40 cm) correspond à la circonférence de la boîte (πd) donc le diamètre (d) est donné par :

$\pi d = 40$
$d = 40 \div \pi = 12{,}73$ cm

c) Puisque le diamètre de la boîte doit être 12,73 cm, la hauteur de la boîte doit être 44 – (12,73) = 31,27 cm.

d) Volume maximal :

$V = \pi r^2 h$
$= \pi(12{,}73/2)^2\ (31{,}27)$
$= 2\ 354{,}6\ cm^3$ ou 2,354 mL
$= 3\ 979{,}92\ cm^3$ ou 3 979,92 mL

Exercice 4 - Corrigé (suite)

Cas 2

b) Si on suppose que la longueur de la feuille (44 cm) correspond à la circonférence de la boîte (πd), alors le diamètre d est donné par $\pi d = 44$.

Alors, $dv = 44 \div \pi = 14{,}01$ cm.

c) Puisque le diamètre de la boîte doit être 14,01 cm, la hauteur est 40 – 14,01 = 25,99 cm.

d) Le volume est $V = \pi r^2 h$.

$V = \pi(14{,}01 \div 2)^2\ (25{,}99) = 4\ 006{,}57$ cm = 4,007 L

Conclusion : Cas 2 représente le plus grand volume.