Unité G
Géométrie cartésienne

GÉOMÉTRIE CARTÉSIENNE

Les résultats d'apprentissage sont les suivants :

Résoudre des problèmes de géométrie cartésienne, mettant en cause des droites et des segments de droite.

- résoudre des problèmes, mettant en cause des distances entre des points dans le plan de coordonnées (G-1)
- résoudre des problèmes, mettant en cause des points milieu de segments de droite (G-2)
- résoudre des problèmes, mettant en cause l'élévation, le déplacement latéral et la pente de segments de droite (G-3)
- déterminer l'équation d'une droite compte tenu de renseignements qui déterminent uniquement la droite (G-4)
- résoudre des problèmes à l'aide des pentes de droites parallèles et de droites perpendiculaires (G-5)

Approches pédagogiques

L'intention est d'initier les élèves aux notions clés de la géométrie cartésienne grâce à des explorations, à des expériences ou à des expériences d'apprentissage plutôt que par la méthode traditionnelle théorique à l'aide de formules. L'objectif est de parvenir à la compréhension conceptuelle à l'aide de méthodes graphiques. À cette fin, on s'attend à ce que les élèves maîtrisent l'utilisation d'outils graphiques (calculatrice graphique ou ordinateur) et présentent des solutions graphiques de façon tout à fait normale.

Projets

Les enseignants devraient faire des renvois précis à des projets dans le présent document et à ceux dans *Mathématiques appliquées 20S — Exercices* ou dans des documents textuels.

Matériel pédagogique

- calculatrice graphique
- papier quadrillé

Durée

9 heures ou 8 % du temps alloué au cours *Mathématiques appliquées 20S*

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE

Résultat d'apprentissage général

Résoudre des problèmes de géométrie cartésienne mettant en cause des droites et des segments de droite.

Résultats d'apprentissage spécifiques

G-1 Résoudre des problèmes mettant en cause des distances entre des points dans le plan cartésien.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

L'utilisation d'une **calculatrice graphique est nécessaire** pour la présente unité. Il incombe aux élèves d'apprendre les caractéristiques appropriées de la calculatrice graphique.

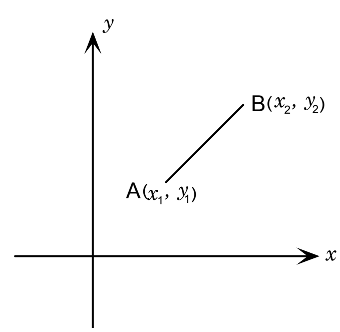
- **Marquer des points et déterminer la distance entre les points à l'aide du théorème de Pythagore et de la formule de la distance.**

Passez en revue le marquage de points sur un plan cartésien.

Exemples

1. Marquez les points (–4, –2) et (1, 5) sur le plan cartésien. Trouvez la distance entre les points à l'aide du théorème de Pythagore.
2. Déterminez la distance entre deux points sur le plan cartésien à l'aide de la formule de la distance.

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$



i) Indiquez que $(x_2 - x_1)$ ou $(y_2 - y_1)$ peut être négatif, mais que leurs carrés sont toujours positifs.

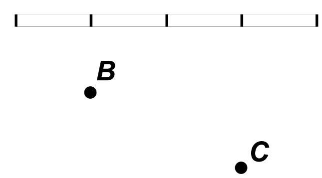
ii) $(x_2 - x_1)$ peut être écrit sous la forme Δx, et $(y_2 - y_1)$ sous la forme Δy

iii) Explorez les répercussions de nommer A(x_2, y_2) et B(x_1, y_1).

STRATÉGIES D'ÉVALUATION	NOTES

Problèmes

1. Bob et Christine veulent se rejoindre (voir la carte ci-dessous). Chaque bloc mesure 120 m sur 120 m. En supposant que la largeur des routes est négligeable, quelle distance est-ce que Bob doit parcourir pour rejoindre Christine
   - s'il doit rester sur les routes?
   - s'il peut emprunter un sentier direct?



2. Soit les trois sommets d'un rectangle ABDC :

   A (–3, 1) C (2, 1) B (–3, 5)

   a) Déterminez les coordonnées du sommet D.

   b) Trouvez la longueur des côtés.

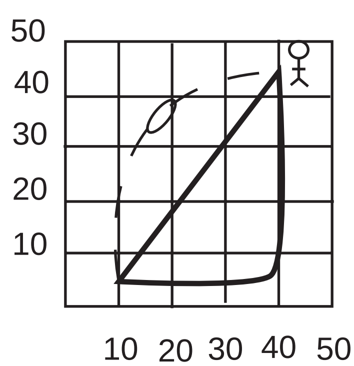
   c) Déterminez la longueur de la diagonale.

3. Les sommets d'un triangle sont A(–2, 5), B(5, 3) et C(0, –2). Trouvez le périmètre du triangle ABC. Indiquez s'il s'agit d'un triangle scalène, isocèle ou équilatéral.

4. P est le point (8, 11). Q est un point sur l'axe des y de sorte que PQ = 10. Trouvez les coordonnées de Q (deux réponses).

5. Soit la droite qui a pour équation $y = -2x + 5$, lesquels des points suivants (0, 5), (3, 4), (2, 1) et (–1, 7) ne se trouvent pas sur la droite? Justifiez votre réponse.

6. Un joueur de football court le tracé illustré ci-dessous. Déterminez la distance à laquelle le quart-arrière doit lancer le ballon s'il le lance depuis le point (10, 5) et que le joueur de football l'attrape au point (40, 45).



Mathématiques appliquées 10 – Cahier de projets
Éditions de la Chenelière

Mathématiques appliquées 10 – Manuel de l'élève
Éditions de la Chenelière

Mathématiques appliquées 20S – Cours autodidacte
Éducation et Formation professionnelle Manitoba
Module 7; Leçons 1, 2

Mathématiques appliquées 20S – Exercices
Éducation et Formation professionnelle Manitoba

***Nota :* Vous trouverez dans la colonne *Notes* des définitions pour certains termes qui risquent d'être inconnus par vos élèves**

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

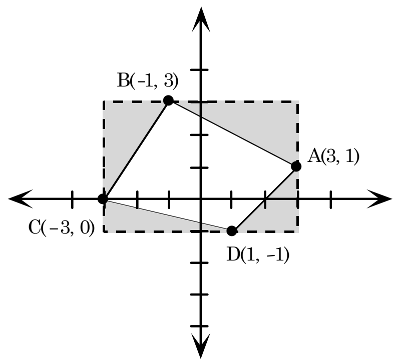
G-1 Résoudre des problèmes mettant en cause des distances entre des points sur le plan de coordonnées.
... *suite*

- **trouver le périmètre et l'aire des polygones dont on connaît les sommets**

Exemple

Soit les points A(3, 1), B(–1, 3), C(–3, 0) et D(1, −1), déterminez le périmètre et l'aire du polygone ABCD.

Conseil : Aire du polygone = aire du rectangle – aire totale des triangles ombrés



G-2 Résoudre des problèmes mettant en cause des points médians de segments de droite.

- **résoudre des problèmes mettant en cause des points médians de segments de droite**

Exemples

> Établir la définition du point médian d'un segment de droite. Les élèves devraient déterminer graphiquement les points médians. Les enseignants peuvent choisir de présenter la formule pour le point médian du segment reliant A (x_1, y_1) to B (x_2, y_2).
>
> Le point médian est $\left(\dfrac{x_1 + x_2}{2}, \dfrac{y_1 + y_2}{2}\right)$.

1. a) Trouvez le point milieu de deux points dont les coordonnées sont (3, 6) et (11, –2).

   b) Les points A, B, et C sont colinéaires (reposent sur la même droite).

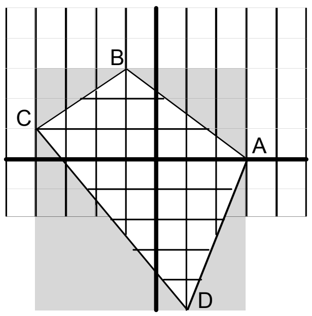
   Si A et C ont pour coordonnées $\left(\dfrac{1}{2}, -1\right)$ et $\left(\dfrac{3}{4}, 2\right)$, respectivement, et sont à égale distance de B, quelles sont les coordonnées de B?

... *suite*

STRATÉGIES D'ÉVALUATION	NOTES

Communication technique

Rédigez des instructions claires expliquant la façon de calculer l'aire d'un polygone. Utilisez la polygone ci-dessous pour illustrer vos calculs et pour aider avec des explications.



Communication technique

Expliquez ce que l'on entend par « le point médian d'un segment », et expliquez de quelle façon trouver les coordonnées du point médian si on a les coordonnées des points d'extrémités.

Problèmes

1. Le point milieu de AB est l'origine. B a pour coordonnées (3, 7). Quelles sont les coordonnées de A?
2. Un point d'extrémité d'un segment AB est A (–3, 6). Si les coordonnées du point milieu sont (1, 2), trouve les coordonnées de B.
3. Les points d'extrémités du diamètre d'un cercle sont (–6, –2) et (2, 4). Trouvez la circonférence et l'aire du cercle; fournissez une réponse à trois décimales.
4. A (1, 1), B (7, 3), C (8, 6) et D (2, 4) sont les sommets du parallélogramme ABCD. Trouvez le point milieu de AC et le point milieu de BD. Commentez vos résultats.
5. Donnez les coordonnées des sommets d'un autre parallélogramme et trouvez le point milieu de chaque diagonale.

Mathématiques Appliquées 20S – Cours autodidacte
Éducation et Formation professionnelle Manitoba
Module 7, Leçon 3

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

G-2 Résoudre des problèmes mettant en cause des points médians de segments de droite
... *suite*

- **résoudre des problèmes mettant en cause des points milieu de segments de droite (suite)**

Exemples (suite)

Solution

a) $$PM = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right) = \left(\frac{3+11}{2}, \frac{6+(-2)}{2}\right) = (7, 2)$$

b) $$PM = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right) = \left(\frac{\frac{1}{2}+\frac{3}{4}}{2}, \frac{-1+2}{2}\right) = \left(\frac{5}{8}, \frac{1}{2}\right)$$

2. Deux avions quittent l'aéroport international de Winnipeg en même temps. Un des appareils vole en direction est vers Toronto, tandis que l'autre a pour destination Vancouver, en direction ouest. Après une heure, une station radio établit les coordonnées de l'avion qui vole vers Toronto à (300, 850), et celles de l'avion qui se dirige vers Vancouver à (–50, 700). En présumant que les deux appareils volent à la même vitesse et que Winnipeg se trouve à la même distance des deux avions, quelles sont les coordonnées de l'aéroport international de Winnipeg?

   Solution

   $$PM = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right) = \left(\frac{300+(-50)}{2}, \frac{850+750}{2}\right) = (125, 775)$$

3. Deux points, A et B, sont équidistants d'un troisième point M. Si les trois points sont colinéaires et les coordonnées de A sont (–2, –5) et celles de M (3, 0). Calculez les coordonnées de B.

   Solution

   $$PM = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

   $\frac{-2+x_2}{2} = 3$ et $\frac{-5+y_2}{2} = 0$

   $x_2 = 8$ et $y_2 = 5$

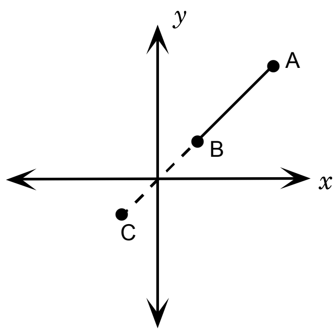
   \ B(8, 5)

STRATÉGIES D'ÉVALUATION	NOTES

Problèmes

1. a) Soit un point d'extrémité (A) et le point milieu (B) d'un segment de droite, déterminez les coordonnées du deuxième point d'extrémité (C).

   b) Trouvez les coordonnées du point milieu du segment AB.



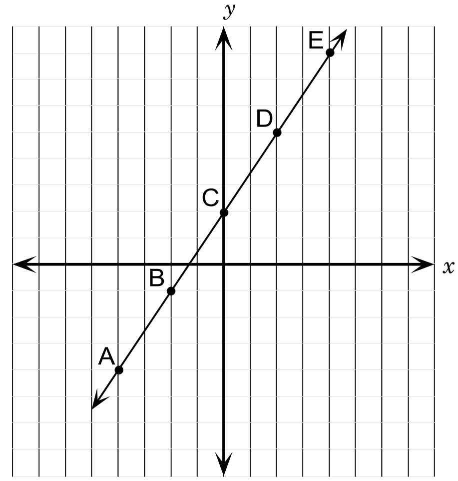
2. Sur une carte comportant des coordonnées numériques en kilomètres, le village de ***Crépuscule*** se situe à (6,3 ; 2,9), et celui de ***Aube*** à (4,7; 13,2). On a décidé d'aménager une voie d'eau sur la droite reliant Aube à Crépuscule. Chaque collectivité doit assumer le coût de construction depuis son village jusqu'au point milieu. Trouvez les coordonnées du point milieu et le coût de construction pour Crépuscule, si Crépuscule dépense 63 475 $ par kilomètre pour la construction.

crépuscule : lumière diffuse qui suit le coucher du soleil
aube : première lumière de jour

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES
G-3 Résoudre des problèmes mettant en cause l'élévation, le déplacement latéral et la pente de segments de droite.	

• **déterminer la pente**

Commencez par une grille et une droite telles qu'illustrées.



Demandez aux élèves de choisir plusieurs paires de points et de déterminer l'élévation, la course et le rapport d'élévation et de course pour chaque paire. Par la suite, les élèves pourraient calculer $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ pour chaque paire afin d'établir le fait que $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ est constant. Les élèves devraient se rendre compte que l'élévation, Δy (variation en y), et $y_2 - y_1$ sont équivalents. De même, la course, Δx, et $x_2 - x_1$ sont équivalents.

La pente, par convention, est représentée par m.

Les élèves peuvent alors dessiner plusieurs autres droites et calculer la pente à partir de paires de points comme auparavant.

Exemples

1. Si deux points d'une droite sont (4, 3) et (6, 4), déterminez la pente de la droite. Déterminez alors les coordonnées de deux autres points sur la droite, un qui est dans un quadrant autre que le quadrant dans lequel les deux points d'origine sont situés.
2. Si la pente d'une droite est 6 et si elle passe par les points (2, 5) et (1, k), quelle est la valeur de k à l'aide
   - d'un graphique?
   - de l'algèbre?
3. Un sondage a été effectué pour comparer l'âge d'un véhicule au nombre de kilomètres à l'odomètre. Les données ont été marquées et la droite la mieux ajustée déterminée. Que représente la pente de la droite?

   Solution

   Le nombre de km/année parcourus par un véhicule.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION	NOTES

Problèmes

1. Représentez graphiquement le segment de droite AB et trouvez la pente de A (–3, 8) et B (–7, 2).

2. Sur une grille, dessinez une droite qui passe par A (–4, –5) et qui a une pente de $\frac{5}{8}$.

3. Trouvez la pente de la droite qui passe par X (1, 5) et Y (1, 8).

4. Trouvez la pente de la droite qui passe par A (3, 8) et B (–4, 8).

5. Sur une grille, dessinez une droite qui passe par A (–8, 3) et qui a une pente de 0.

6. Une droite passe par les points (–8, 5) et (4, y). Trouvez y si la pente de la droite est $-\frac{3}{4}$.

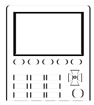
7. Marquez les points dans l'ordre donné : A (2, 3), B (5, 7), C (–2, 5), D (–8, –3) et E (–5, 1).
   a) Quels segments sont parallèles?
   b) Quels points sont ***colinéaires***?
   c) Nommez le point milieu d'un segment.
   d) Nommez un parallélogramme.
   e) Nommez un trapèze.

Mathématiques appliquées 20S – Cours autodidacte
Éducation et Formation professionnelle Manitoba
Module 7, Leçon 4

colinéaires : sur la même droite

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE

G-4 Déterminer l'équation d'une droite, compte tenu de l'information qui détermine uniquement la droite.



STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **examiner l'équation d'une droite à l'aide d'une calculatrice graphique**

> On devrait initier les élèves aux équations de droites à l'aide d'expériences de relation linéaire où ils recueillent les données, marquent les points et utilisent une calculatrice graphique pour trouver l'équation de la droite la mieux ajustée. Par la suite, demandez aux élèves d'utiliser une **calculatrice graphique** pour examiner les changements survenus dans les graphiques de $y = mx + b$ à mesure que les valeurs de m et de b sont modifiées. Ils peuvent alors utiliser les résultats pour expliquer pourquoi on appelle l'équation $y = mx + b$ l'équation définie par l'intersection avec l'axe y et la pente d'une équation linéaire.

Exemples

1. Sur les mêmes axes, marquez $y = 2x$, $y = 3x + 2$, et $y = 2x – 3$. Quelles droites ont la même pente?
2. Convertissez une équation de la forme standard $Ax + By + C = 0$ en une équation $y = mx + b$. Utilisez la calculatrice graphique pour dessiner la droite $2x + 3y + 8 = 0$. Cela peut nécessiter une révision des calculs algébriques.
3. Marquez $y = 3x – 2$ sur votre calculatrice graphique. Utilisez la caractéristique de repérage pour localiser : (ayant des entiers relatifs pour coordonnées). Calculez la pente de votre segment.

- **examiner l'équation d'une droite à l'aide d'un papier et d'un crayon**

Exemples

1. Trouvez une équation de la droite qui passe par (2, 4) et qui a une pente de 3.
2. Trouvez une équation d'une droite qui passe par les points (–1, 3) et (4, 2).
3. Soit le graphique d'une oblique, déterminez une équation pour la droite.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION	NOTES

Communication technique

1. Rédigez une explication de ce à quoi ressemblent les droites suivantes : $x = a$, $y = b$, $x = y$
2. Expliquez au moins deux façons de décider si les droites $3x + 4y - 7 = 0$ et $6x + 8y + 11 = 0$ sont parallèles.
3. Lisez la coupure de presse *La bonne réponse vous mérite une pizza* et répondez aux questions (voir l'annexe G-1, p. G-16 à G-19).

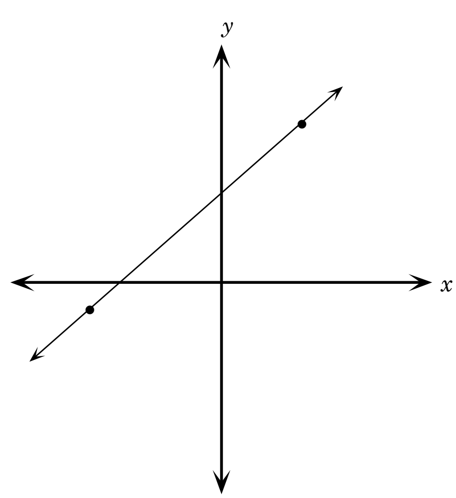
Problèmes

1. Exprimez $4x - 2y + 6 = 0$ sous la forme $y = mx + b$. Quelle est la pente? Quelle est l'ordonnée à l'origine?
2. Exprimez chaque équation sous la forme $Ax + By + C = 0$ où A, B et C sont des entiers relatifs et sous la forme $y = mx + b$. Indiquez lesquelles parmi les droites suivantes sont parallèles.

   a) $y = \frac{3}{5}x + 7$

   b) $3x + 5y - 10 = 0$

3. Formulez une équation sous la forme $y = mx + b$ pour la droite passant par le point (2, 6) et dont la pente est 3.
4. Trouvez une équation pour la droite passant par A (3, 6) et B (–4, 8).
5. Formulez une équation pour la droite dont l'abscisse à l'origine est 3 et l'ordonnée à l'origine est – 2. Donnez votre réponse sous la forme $Ax + By + C = 0$ où A, B et C sont des entiers relatifs.



Modèles et régularités

Mathématiques appliquées 20S – Cours autodidacte
Éducation et Formation professionnelle Manitoba
Module 7, Leçon 5

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES
G-5 Résoudre des problèmes à l'aide des pentes de • droites parallèles • droites perpendiculaires	• **examiner les pentes de droites parallèles et perpendiculaires** ***Exemples*** 1. Dessinez plusieurs droites parallèles à la droite $y = 2x - 3$. Comparez les pentes des droites qui en résultent et formulez une règle pour trouver la pente d'une droite parallèle à une droite donnée. 2. Dessinez plusieurs droites perpendiculaires à la droite $y = \frac{2}{3}x + 2$. Comparez les pentes et formulez une règle pour trouver la pente d'une perpendiculaire à une droite donnée. Vérifiez votre règle à l'aide d'autres droites. 3. Deux droites perpendiculaires se croisent sur l'axe des x. L'équation de l'une des droites est $y = 2x - 6$. Trouvez l'équation de la deuxième droite. Marquez les deux droites sur le même écran de votre calculatrice graphique. Les élèves devraient conclure par leurs recherches que les pentes de droites parallèles et que les pentes de droites perpendiculaires sont des inverses négatives.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION	NOTES

Problèmes

1. Soit les points A (–4, –1), B (2, 3), C (–6, –5) et D (3, 1), déterminez si AB et CD sont des droites parallèles.
2. Soit A (–4, –1), B (2, 3) et C (6, – 5), trouvez un quatrième point, D, pour que ABCD soit un parallélogramme.
3. Formulez une équation sous la forme $y = mx + b$ pour la droite perpendiculaire à $x + y = 4$ et dont l'abscisse à l'origine est 2.
4. Formulez une équation sous la forme $y = mx + b$ pour chacune des droites décrites ci-dessous :

   a) passant par (–6, –4) et parallèles à $y = \frac{2}{3}x + 5$

   b) passant par (–6, –5) et perpendiculaires à $y = \frac{2}{3}x + 5$
5. Soit les points A (4, 7), B(7, –2) et C (10, 11), trouvez une équation pour la droite passant par le point milieu M de AC et le point milieu N de BC. Quelle forme ou quel type de figure constitue ABNM?
6. A (1, 4), B (7, 7) et C sont les sommets d'un triangle. Trouvez une équation sous la forme $y = mx + b$ pour la droite passant par A et C. Trouvez une équation sous la forme $y = mx + b$ pour la droite passant par B et le point milieu du segment AC. Commentez vos résultats.

Communication technique

Lire la coupure de presse *Al fait la lumière sur le nombre de feux de signalisation* et répondre aux questions (voir l'annexe G-2, p. G-20 et G-21).

Mathématiques appliquées 20S – Cours autodidacte
Éducation et Formation professionnelle Manitoba
Module 7, Leçon 6