Test de réalisation
Mathématiques pré-calcul
12^{e} année

Guide de correction

Janvier 2013

Manitoba

Données de catalogage avant publication — Éducation Manitoba

Test de réalisation, Mathématiques pré-calcul, 12e année.
Guide de correction. Janvier 2013

ISBN : 978-0-7711-5226-9

1. Tests et mesures en éducation – Manitoba.
2. Aptitude pour les mathématiques – Tests.
3. Mathématiques – Examens, questions, etc.
4. Mathématiques – Étude et enseignement (Secondaire) – Manitoba
I. Manitoba. Éducation Manitoba.
510.76

Éducation Manitoba
Division des programmes scolaires
Winnipeg (Manitoba) Canada

Après l'administration du test, vous pouvez acheter des exemplaires imprimés de cette ressource du Centre des manuels scolaires du Manitoba à <www.mtbb.mb.ca>.

Le présent document sera également affiché sur le site Web du ministère de l'Éducation du Manitoba à <www.edu.gov.mb.ca/m12/eval/math_archives.html>.

Les sites Web sont sous réserve de modifications sans préavis.

Available in English.

Disponible en médias substituts sur demande.

Dans le présent document, les mots de genre masculin appliqués aux personnes désignent les femmes et les hommes.

Table des matières

Directives générales pour la correction 1

Lignes directrices pour la notation 5

Questions de Cahier 1 7

Questions de Cahier 2 27

Clé de correction pour les questions à choix multiple 28

Annexes 53

Annexe A : Lignes directrices pour la correction 55

Annexe B : Irrégularités dans les tests provinciaux 57

Rapport de cahier de test irrégulier 59

Annexe C : Tableau de questions par unité et résultat d’apprentissage 61

Directives générales pour la correction

Veuillez ne rien inscrire dans les cahiers de test de l'élève. Toute inscription dans un cahier de test devra être effacée par le personnel ministériel avant la correction de l'échantillon si jamais ce cahier est sélectionné.

Veuillez vous assurer que :

- le numéro du cahier et celui sur la *Feuille de réponses et de notation* sont identiques;
- **les élèves et les correcteurs utilisent seulement un crayon à mine pour remplir les *Feuilles de réponses et de notation*;**
- les sommes de chacune des quatre parties sont inscrites au bas de la feuille;
- le résultat final de chaque élève est inscrit sur la *Feuille de réponses et de notation* correspondant au numéro du cahier de test;
- la *Feuille de réponses et de notation* est complète;
- une photocopie a été faite pour les dossiers scolaires.

Une fois la correction terminée, veuillez expédier les *Feuilles de réponses et de notation* au ministère de l'Éducation du Manitoba dans l'enveloppe fournie (pour de plus amples renseignements, consultez le guide d'administration).

Correction des questions du test

Le test est composé de questions à réponse courte, de questions à développement et de questions à choix multiple. Les questions à réponse courte valent de 1 à 2 points chacune, les questions à développement valent de 3 à 5 points chacune et les questions à choix multiple valent 1 point chacune. Au début de la section « Questions de Cahier 2 » se trouve une clé de correction pour les questions à choix multiple.

Ces questions sont élaborées afin de susciter des réponses bien définies en rapport avec les résultats d'apprentissage spécifiques et les processus mathématiques pertinents. Elles visent à déterminer si l'élève atteint les normes de performance du cours en démontrant ses connaissances et ses compétences en rapport avec chaque question.

Une réponse d'élève doit être complète et correcte pour que l'on puisse accorder tous les points. Là où il existe plus d'une méthode possible, le *Guide de correction* tente de présenter les solutions les plus communes. Pour des lignes directrices générales quant à la notation des réponses d'élève, consultez l'annexe A.

Irrégularités dans les tests provinciaux

Au cours de l'administration des tests provinciaux, il arrive que les enseignants surveillants observent des observent des irrégularités. Les correcteurs peuvent également observer des irrégularités lors de la correction à l'échelle locale. L'annexe B fournit des exemples de telles irrégularités et décrit la procédure à suivre afin de traiter ces irrégularités.

Si, sur une *Feuille de réponses et de notation*, il n'y a que des « 0 » ou des « NR » (p. ex., l'élève était présent mais il n'a tenté de répondre à aucune des questions), veuillez décrire la situation en préparant un *Rapport de cahier de test irrégulier*.

Aide immédiate

Si, durant la période de correction, des difficultés qui ne peuvent être résolues à l'échelle locale surviennent, veuillez en informer le ministère de l'Éducation du Manitoba le plus tôt possible afin de recevoir toute l'aide nécessaire.

Vous devez communiquer avec la conseillère en évaluation responsable de ce projet avant d'apporter tout changement à la clé de correction ou au corrigé.

Allison Potter
Conseillère en évaluation
Mathématiques pré-calcul, 12e année
Téléphone : 204 945-7590
Sans frais : 1 800 282-8069, poste 7590
Courriel : allison.potter@gov.mb.ca

Information pour les correcteurs

Les points alloués aux questions sont fondés principalement sur les concepts et procédures associés avec les résultats d'apprentissage dans le programme d'études. Pour chaque question, noircissez le cercle sur la *Feuille de réponses et de notation* qui représente les points accordés basés sur les concepts et procédures. Un total de ces points fournira la note préliminaire.

Les erreurs qui ne sont pas liées aux concepts ou procédures sont appelées « Erreurs de communication » (consultez l'annexe A) et celles-ci seront suivies de près sur la *Feuille de réponses et de notation* dans une section séparée. Il y a une déduction de 0,5 point pour chaque type d'erreur de communication commise, sans tenir compte du nombre d'erreurs par type (c.-à-d., commettre une deuxième erreur d'un type n'affectera pas la note de l'élève), qui comporte une déduction maximale de 5 points de la note totale du test.

La note finale de l'élève est déterminée en soustrayant les erreurs de communication de la note préliminaire.

Exemple :

Un élève a une note préliminaire de 72. L'élève a commis deux erreurs de E1 (déduction de 0,5 point), quatre erreurs de E7 (déduction de 0,5 point), et une erreur de E8 (déduction de 0,5 point). Bien que l'élève ait commis un total de sept erreurs, seule une déduction de 1,5 point en résulte.

COMMUNICATION ERRORS / ERREURS DE COMMUNICATION

Shade in the circles below for a maximum total deduction of 5 marks (0.5 mark deduction per error).
Noircir les cercles ci-dessous pour une déduction maximale totale de 5 points (déduction de 0,5 point par erreur).

E1 ●	**E2** ○	**E3** ○	**E4** ○	**E5** ○
E6 ○	**E7** ●	**E8** ●	**E9** ○	**E10** ○

Mark assigned to the student / Note accordée à l'élève

Booklet 1 / Cahier 1	+	Multiple Choice / Choix multiple	+	Booklet 2 / Cahier 2	-	Communication Errors / Erreurs de communication	=	Total
25 / 31	+	7 / 9	+	40 / 49	-	1½ (maximum deduction of 5 marks / déduction maximale de 5 points)	=	70½ / **89**

Lignes directrices pour la notation

Questions de Cahier 1

Question 1 T5

Gina a bien commencé à répondre la question suivante. Complète sa solution.

Question : Résous l'équation suivante. Trouve toutes les valeurs réelles de θ.
Exprime ta réponse en radians à 3 décimales près.

$$3\sin^2\theta - 14\sin\theta - 5 = 0$$

La solution de Gina : $3\sin^2\theta - 14\sin\theta - 5 = 0$

$$(3\sin\theta + 1)(\sin\theta - 5) = 0$$

Solution

Méthode 1

$$3\sin^2\theta - 14\sin\theta - 5 = 0$$

$$(3\sin\theta + 1)(\sin\theta - 5) = 0$$

$\sin\theta = -\frac{1}{3}$ $\sin\theta = 5$ aucune solution

0,5 point pour $\sin\theta = 5$
0,5 point pour aucune solution

$\theta_r = 0,339\ 837$

$\theta = 3,481\ 429;\ 5,943\ 348$

1 point (0,5 point pour chaque solution de θ)

$\theta = 3,481 + 2k\pi;\ k \in \mathbb{Z}$

$\theta = 5,943 + 2k\pi;\ k \in \mathbb{Z}$

1 point pour la solution générale

3 points

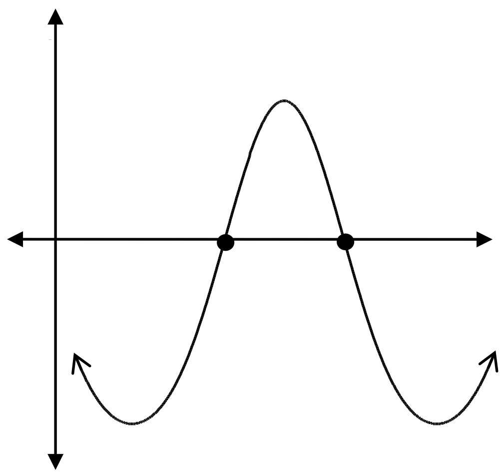
Remarque(s) :

- allouer un maximum de 2 points pour une solution en degrés : $\theta = 199,471^\circ + 360^\circ k;\ k \in \mathbb{Z}$
  $\theta = 340,529^\circ + 360^\circ k;\ k \in \mathbb{Z}$

Méthode 2

$y = 3\sin^2\theta - 14\sin\theta - 5$

0,5 point pour l'équation



ou

0,5 point pour la justification

Trouve tous les zéros dans l'ensemble des nombres réels.

$\theta = 3,481 + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

$\theta = 5,943 + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

1 point pour les solutions

1 point pour la solution générale

3 points

Trouve et simplifie le 6^{e} terme du développement du binôme $\left(3x^4 - \frac{1}{x^3}\right)^9$.

Solution

$$t_6 = {}_9C_5\left(3x^4\right)^4\left(-\frac{1}{x^3}\right)^5$$
$$= (126)\left(81x^{16}\right)\left(-\frac{1}{x^{15}}\right)$$
$$= -10\ 206x$$

2 points (1 point pour ${}_9C_5$; 0,5 point pour chaque facteur conséquent)

1 point pour la simplification (0,5 point pour avoir évalué le coefficient; 0,5 point pour avoir simplifié la variable)

3 points

Le nombre de fois qu'un site Web est visité peut être modelé selon la fonction :

$$A = 800(e)^{rt}$$

où A = le nombre total de visiteurs au temps t

t = le temps en jours $(t \geq 0)$

r = le taux de croissance

Après 5 jours, 40 000 personnes ont visité le site.
Détermine le nombre de visiteurs prévus après 9 jours.

Exprime ta réponse sous forme d'un nombre entier.

Solution

Méthode 1

$40\ 000 = 800e^{r5}$ — 0,5 point pour la substitution

$\dfrac{40\ 000}{800} = e^{5r}$

$\ln 50 = \ln e^{5r}$ — 0,5 point pour avoir utilisé les logarithmes

$\ln 50 = 5r$ — 1 point pour le théorème logarithmique

$\dfrac{\ln 50}{5} = r$

$r = 0{,}782\ 404\ 601$

$A = 800e^{(0{,}782\ 404\ 601)(9)}$ — 0,5 point pour la substitution

$A = 914\ 610{,}103$ — 0,5 point pour avoir calculé la valeur de l'expression ayant une base de e

$A = 914\ 610$

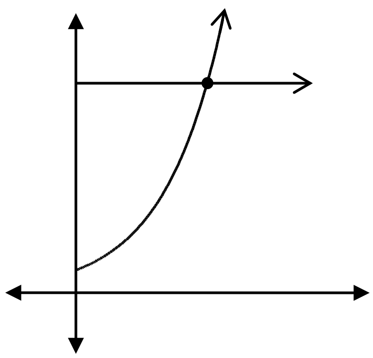
3 points

Méthode 2

Utilise une calculatrice pour trouver la valeur de r.

$y = 40\ 000$
$y = 800e^{5x}$

0,5 point pour les équations



ou

Trouve le point d'intersection de ces deux fonctions.

0,5 point pour la justification

$x = 0{,}782\ 404\ 601$

1 point pour avoir trouvé la valeur de x au point d'intersection

Remplace r avec x dans la formule.

$\therefore A = 800e^{(0{,}782\ 404\ 601)(9)}$
$A = 914\ 610{,}103$
$A = 914\ 610$

1 point pour la valeur de A

3 points

Question 4 R10

Résous algébriquement :

$$10^{3x} = 7^{x+5}$$

Exprime ta réponse à 3 décimales près.

Solution

Méthode 1

$$10^{3x} = 7^{x+5}$$

$$\log 10^{3x} = \log 7^{x+5}$$

0,5 point pour avoir utilisé les logarithmes

$$3x(\log 10) = (x+5)\log 7$$

1 point pour la loi du logarithme d'une puissance

$$3x\log 10 = x\log 7 + 5\log 7$$

$$3x\log 10 - x\log 7 = 5\log 7$$

0,5 point pour avoir rassemblé les termes avec x

$$x = \frac{5\log 7}{3\log 10 - \log 7}$$

0,5 point pour avoir isolé x

$$x = 1{,}960\ 873$$

0,5 point pour avoir évalué le quotient d'un logarithme

$$x = 1{,}961$$

Méthode 2

$$10^{3x} = 7^{x+5}$$

$$\log 10^{3x} = \log 7^{x+5}$$

$$3x(\log 10) = (x+5)\log 7$$

$$3x = x\log 7 + 5\log 7$$

$$3x - x\log 7 = 5\log 7$$

$$x = \frac{5\log 7}{3 - \log 7}$$

$$x = 1{,}960\ 873$$

$$x = 1{,}961$$

3 points

Un mot contient deux M, deux E, deux N et aucune autre lettre répétée.

Imagine qu'un des N est remplacé par un M.
Est-ce que ce replacement mènera à un nombre supérieur ou un nombre inférieur de permutations?

Justifie ton raisonnement.

Solution

Méthode 1

$$2\,\mathrm{M},\ 2\,\mathrm{E},\ 2\,\mathrm{N}:\ \frac{(\text{nombre total de lettres})!}{2!2!2!}$$

1 point pour avoir divisé le nombre total de lettres par 2!2!2!

$$\frac{(\text{nombre total de lettres})!}{8}$$

$$3\,\mathrm{M},\ 2\,\mathrm{E},\ 1\,\mathrm{N}:\ \frac{(\text{nombre total de lettres})!}{3!2!1!}$$

1 point pour avoir divisé le nombre total de lettres par 3!2!1!

$$\frac{(\text{nombre total de lettres})!}{12}$$

2 points

Si on change un des N à un M, il y aura un plus petit nombre de permutations.

Méthode 2

Si on change un des N à un M, il y aura un plus petit nombre de permutations parce qu'on divisera le nombre total de lettres par un plus grand nombre.

2 points pour la justification

2 points

Il y a un groupe de 16 garçons et 12 filles. De combien de façons peut-on former un comité de 3 personnes si au moins 2 filles doivent faire partie du comité?

Exprime ta réponse sous forme d'un nombre entier.

Solution

Méthode 1

Cas 1 : 2 filles, 1 garçon	${}_{12}C_2 \bullet {}_{16}C_1 = 1\ 056$	1 point pour le 1^er^ cas (0,5 point pour chaque facteur démontré comme produit)
Cas 2 : 3 filles	${}_{12}C_3 = 220$	1 point pour le 2^e^ cas
	$1\ 056 + 220 = 1\ 276$	1 point pour l'addition des cas

3 points

Méthode 2

Cas 1 : 2 garçons, 1 fille	${}_{16}C_2 \bullet {}_{12}C_1 = 1\ 440$	1 point pour le 1^er^ cas (0,5 point pour chaque facteur démontré comme produit)
Cas 2 : 3 garçons	${}_{16}C_3 = 560$	1 point pour le 2^e^ cas
Tous les cas possibles	${}_{28}C_3 = 3\ 276$	0,5 point pour tous les cas possibles
	$3\ 276 - 1\ 440 - 560 = 1\ 276$	0,5 point pour la soustraction du total

3 points

Un élève utilise la formule $s = \theta r$ pour trouver la longueur de l'arc de cercle. Étant donné un angle au centre de 35° et un rayon de 6 cm, sa solution se trouve ci-dessous :

$$s = (35)(6)$$
$$s = 210 \text{ cm}$$

Explique pourquoi cette solution n'est pas bonne.

Écris la bonne solution.

Solution

En utilisant la formule $s = \theta r$, la mesure de l'angle doit être en radians. — 0,5 point pour l'explication

$$35^\circ\left(\frac{\pi}{180^\circ}\right) = \frac{35\pi}{180} \quad \textbf{ou} \quad \frac{7\pi}{36}$$

1 point pour la conversion en radians

$$\therefore s = \theta r$$
$$= \frac{7\pi}{36}(6)$$
$$= \frac{42\pi}{36} \text{ cm} \quad \textbf{ou} \quad \frac{7\pi}{6} \text{ cm} \quad \textbf{ou} \quad 3,665 \text{ cm}$$

0,5 point pour la simplification

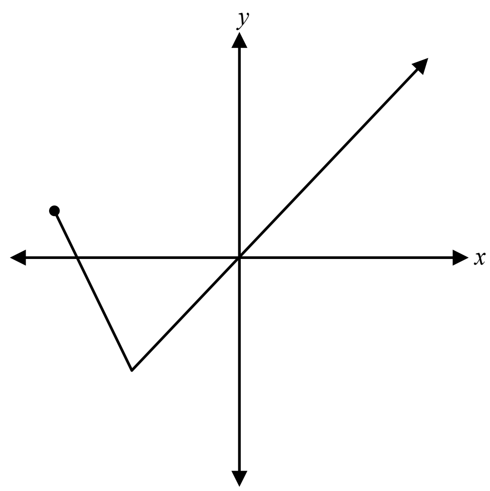
2 points

Remarque(s) :

- allouer 1 point pour la bonne réponse finale sans travail

Question 8 R1

Étant donné le graphique de $f(x)$ ci-dessous, explique comment tu tracerais le graphique de $y = |f(x)|$.



Solution

Les valeurs négatives de y sont réfléchies par rapport à l'axe des x. 1 point pour l'explication

1 point

Claire résout l'équation suivante correctement :

$$\log_2(6-x)+\log_2(3-x)=2$$

Elle obtient deux valeurs possibles pour x : $x=2$ et $x=7$.

Identifie laquelle de ces valeurs n'est pas acceptable et explique pourquoi.

Solution

Si x est plus grand que 3, on a des valeurs négatives pour l'argument, alors $x=2$, mais $x \neq 7$.

ou

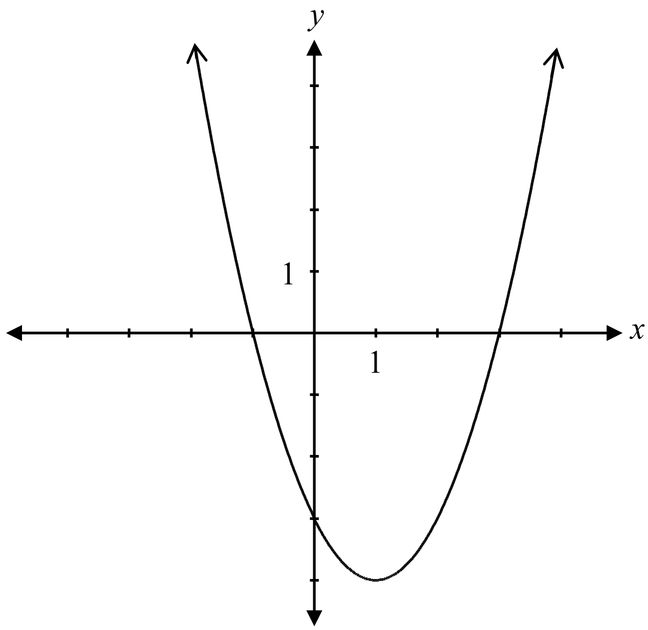
Le domaine est limité aux valeurs de $x<3 \therefore x=2$.

1 point pour l'explication

1 point

Question 10 R13

Étant donné le graphique de la fonction $f(x)$ ci-dessous, quel est le domaine de $y = \sqrt{f(x)}$?



Solution

Le domaine est $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -1 \text{ ou } x \geq 3\}$.

ou

Le domaine est $]-\infty, -1] \cup [3, \infty[$.

1 point pour le domaine

1 point

Question 11 P1

Une école offre 4 différents cours de sciences, 3 différents cours de mathématiques et 2 différents cours d'anglais.

Julie doit choisir 1 cours de sciences, 1 cours de mathématiques et 1 cours d'anglais. Julie croit qu'elle a 9 options pour son horaire.

Démontre pourquoi Julie n'a pas raison.

Solution

Julie aurait dû multiplier le nombre d'options.

1 point pour la justification

ou

1 point

$4 \times 3 \times 2 = 24$ différentes options

Explique comment le triangle de Pascal peut être utilisé pour déterminer les coefficients dans le développement du binôme $(x+y)^n$.

Solution

La $(n+1)^{\mathrm{e}}$ rangée du triangle de Pascal correspond aux coefficients des termes dans le développement du binôme $(x+y)^n$.

1 point pour l'explication

1 point

Prouve l'identité suivante pour toutes les valeurs permises de x :

$$\frac{1+\cos 2x}{\sin 2x} = \cot x$$

Solution

Méthode 1

M.G. $= \dfrac{1+2\cos^2 x - 1}{2\sin x \cos x}$	1 point pour l'identité 0,5 point pour l'identité
$= \dfrac{2\cos^2 x}{2\sin x \cos x}$	
$= \dfrac{\cos x}{\sin x}$	1 point pour la simplification
$= \cot x$	0,5 point pour l'identité
$=$ M.D.	**3 points**

Méthode 2

M.G. $= \dfrac{1+1-2\sin^2 x}{2\sin x \cos x}$	0,5 point pour l'identité 0,5 point pour l'identité
$= \dfrac{2-2\sin^2 x}{2\sin x \cos x}$	
$= \dfrac{1-\sin^2 x}{\sin x \cos x}$	0,5 point pour la simplification
$= \dfrac{\cos^2 x}{\sin x \cos x}$	0,5 point pour l'identité
$= \dfrac{\cos x}{\sin x}$	0,5 point pour la simplification
$= \cot x$	0,5 point pour l'identité
$=$ M.D.	**3 points**

Solution

Méthode 3

$\text{M.G.} = \dfrac{1+\cos^2 x - \sin^2 x}{2\sin x \cos x}$	0,5 point pour l'identité 0,5 point pour l'identité
$= \dfrac{2\cos^2 x}{2\sin x \cos x}$	0,5 point pour l'identité $\left(1-\sin^2 x = \cos^2 x\right)$
$= \dfrac{\cos x}{\sin x}$	1 point pour la simplification
$= \cot x$	0,5 point pour l'identité
$= \text{M.D.}$	**3 points**

Question 14 T3

Ton compagnon de classe, Léo, était absent pour un de ses cours de mathématiques.

Explique à Léo comment déterminer la valeur du rapport de la cosécante d'un angle en position normale étant donné que $\mathrm{P}(-3,-4)$ est un point sur le côté terminal de l'angle.

Solution

Méthode 1

- Place le point $(-3,-4)$ sur le plan cartésien.
- Dessine un triangle rectangle en reliant le point $(-3,-4)$ à l'axe des x et à l'origine.
- L'angle créé entre l'axe des x et la ligne qui relie le point avec l'origine (le côté terminal) est θ. — 0,5 point
- Détermine la longueur du côté terminal en utilisant le théorème de Pythagore. — 0,5 point
- Une fois que tu as les longueurs des trois côtés du triangle, trouve $\sin\theta$. — 0,5 point
- Inverse la valeur du rapport du sinus pour trouver $\csc\theta$. — 0,5 point

2 points

Méthode 2

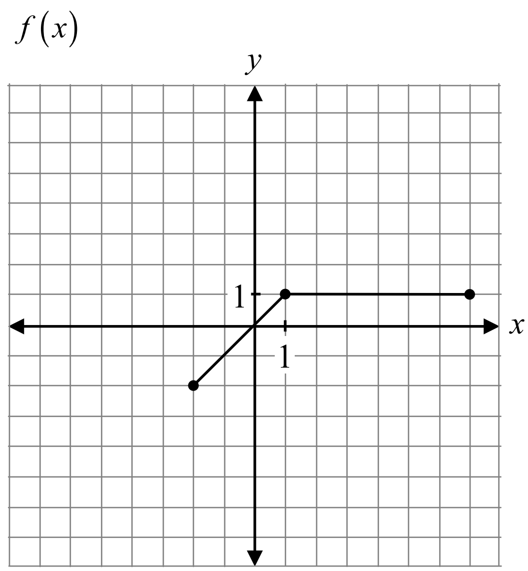
- Détermine la valeur de r en utilisant le théorème de Pythagore. — 0,5 point
- Détermine la valeur du rapport du $\sin\theta \left(\sin\theta = \frac{y}{r}\right)$. — 0,5 point
- Identifie le bon quadrant. — 0,5 point
- Inverse la valeur du rapport du sinus pour trouver $\csc\theta$. — 0,5 point

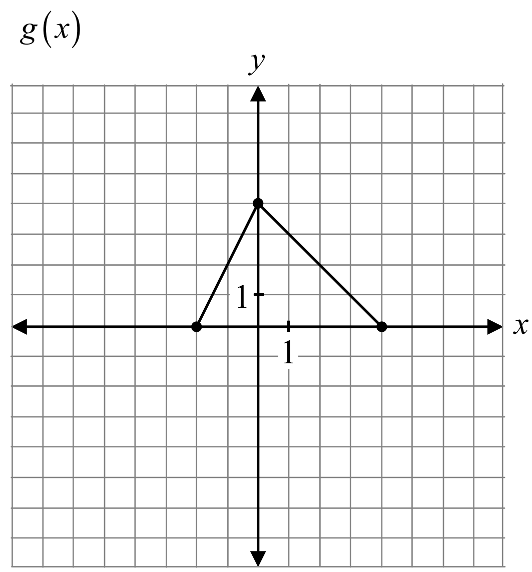
2 points

Remarque(s) :

- allouer un maximum de 1 point pour le bon travail sans explication en mots

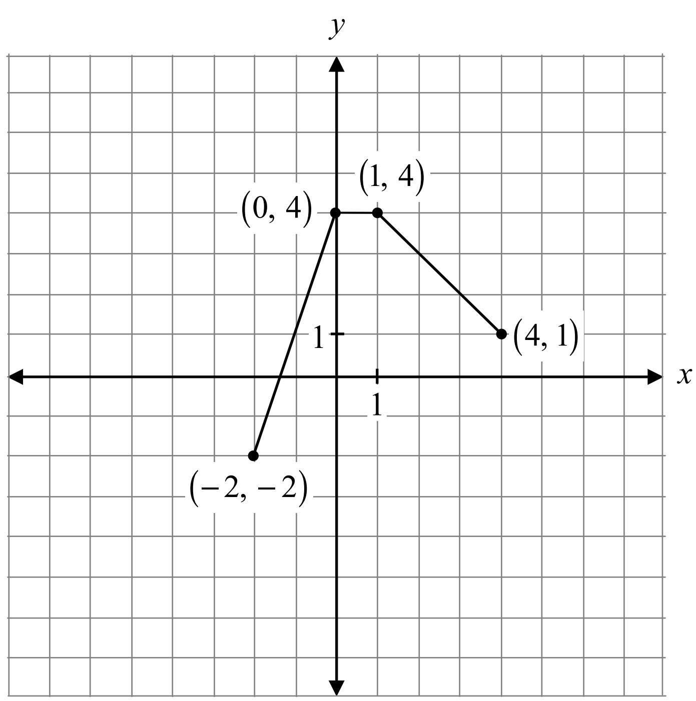
Étant donné les graphiques suivants :





Trace le graphique de $f(x)+g(x)$.

Solution



2 points (0,5 point pour chaque point où le graphique change de direction)
$[(-2,\ -2);\ (0,\ 4);\ (1,\ 4);\ (4,\ 1)]$

2 points

Remarque(s) :

- déduire un maximum de 1 point pour un domaine hors de l'intervalle

Questions de Cahier 2

Clé de correction pour les questions à choix multiple

Question	Réponse	Résultat d'apprentissage
16	D	R3
17	D	T1
18	A	R7
19	C	T6
20	C	R14
21	D	P4
22	A	R6
23	B	P2
24	D	R9

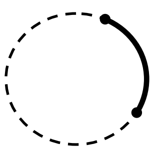
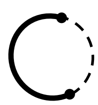
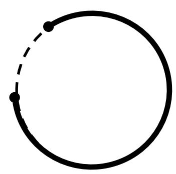
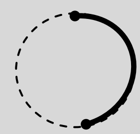
Question 16 R3

Si le point $(2, 3)$ se trouve sur le graphique de $y = f(x)$, quel point doit se trouver sur le graphique de $y = 3f\left(\frac{1}{4}x\right)$?

a) $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ b) $\left(\frac{1}{2}, 9\right)$ c) $(8, 1)$ d) $(8, 9)$

Question 17 T1

Considère l'arc dessiné sur chaque cercle. Quel arc se rapproche le plus d'une mesure de 3 radians?

a)  b)  c)  d) 

Question 18 R7

Si $\log_2 x = 4$, alors $\log_2(2x)$ est égal à :

a) 5 b) 8 c) 16 d) 32

Question 19 T6

Simplifie l'expression suivante :

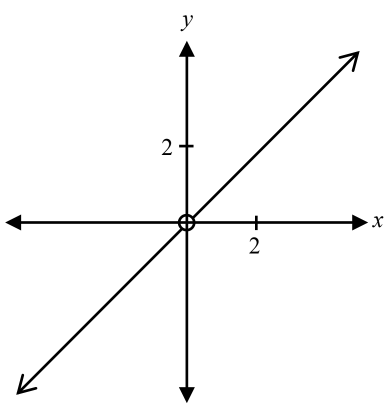
$$\cos^2 x\left(1+\cot^2 x\right)$$

a) $\sin^2 x$ b) $\cos^2 x$ c) $\cot^2 x$ d) $\sec^2 x$

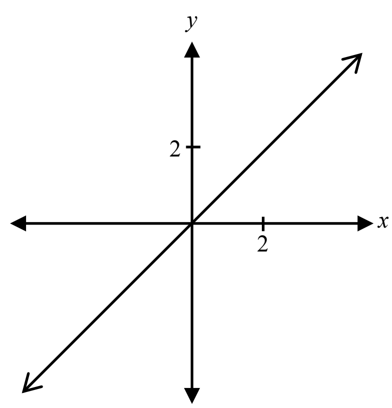
Question 20 R14

Identifie le graphique de la fonction $y = \dfrac{x}{x}$.

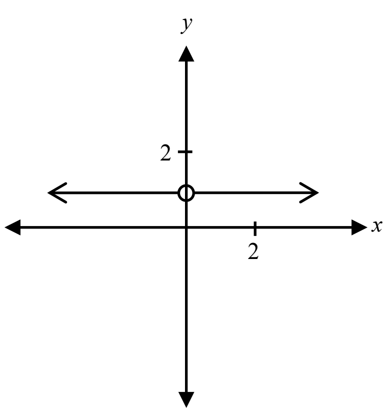
a)



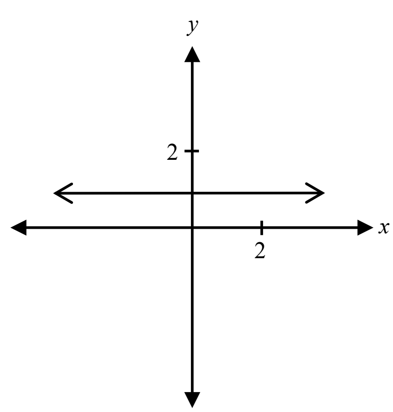
b)



c)



d)



Question 21 P4

Combien de termes se trouvent dans le développement de $\left(3y^2-4z\right)^7$?

a) 2 b) 6 c) 7 d) 8

Question 22 R6

Détermine une restriction qui doit être apportée au domaine de $y=(x+3)^2-4$ pour t'assurer que la réciproque est une fonction.

a) $x \leq -3$ b) $x \leq 0$ c) $x \leq 3$ d) $x \leq 4$

Question 23 P2

Trouve le nombre total d'arrangements possibles pour asseoir 7 adultes et 3 enfants le long d'une rangée si les 3 enfants doivent s'asseoir ensemble.

a) $10!$ b) $8!3!$ c) $7!3!$ d) $7!$

Question 24 R9

Identifie la valeur de l'abscisse à l'origine de la fonction $y=\ln(x-2)$.

a) -1 b) 0 c) 2 d) 3

Question 25 R7

Étant donné $\log_b a = 3$, trouve un exemple de valeurs possibles pour a et b qui rendent cette équation vraie.

Solution

Les réponses vont varier mais $b^3 = a$.

Quelques solutions possibles sont : $a = 8 \quad b = 2$

ou

$a = 27 \quad b = 3$

ou

$a = 64 \quad b = 4$

1 point

Question 26 R5

L'image du graphique de $y = f(x)$ est $[-3, 2]$.

Explique la raison pour laquelle il n'y a aucun effet sur l'image du graphique qui sera obtenu lors de la transformation $y = f(-x)$.

Solution

$y = f(-x)$ est une réflexion par rapport à l'axe des y.
Le domaine est affecté mais l'image ne change pas.

1 point pour l'explication

1 point

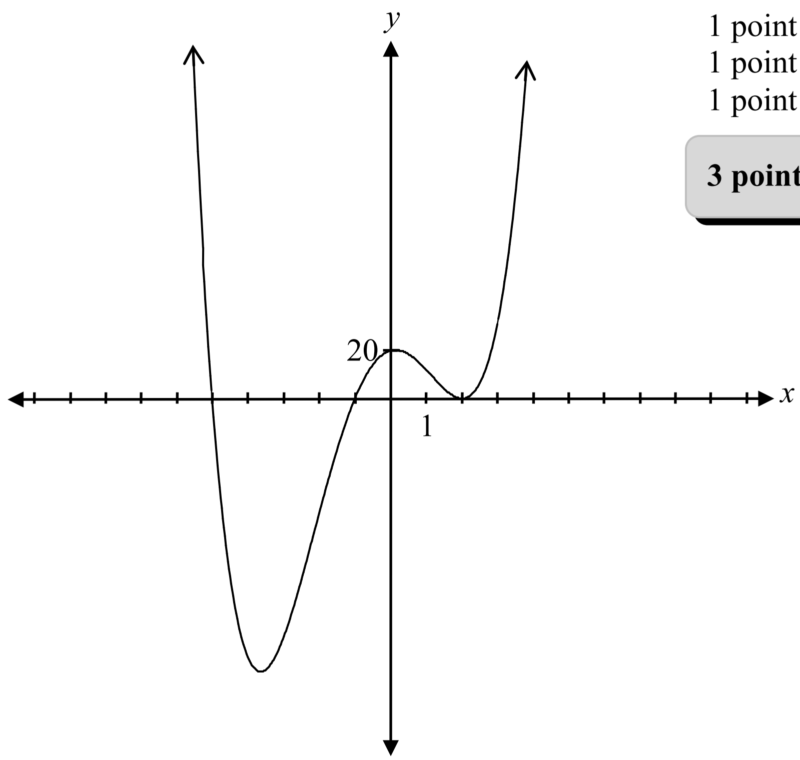
Trace le graphique de $y = (x+1)(x-2)^2(x+5)$.

Identifie les abscisses à l'origine et l'ordonnée à l'origine.

Solution

Les abscisses à l'origine : $-5, -1$ et 2

L'ordonnée à l'origine : 20



1 point pour les abscisses à l'origine
1 point pour l'ordonnée à l'origine
1 point pour la multiplicité d'un zéro à $x = 2$

3 points

Remarque(s) :

- si aucun graphique est tracé, allouer 0,5 point pour les abscisses à l'origine $(-5, -1 \text{ et } 2)$ et 0,5 point pour l'ordonnée à l'origine (20)
- les maximums et minimums relatifs ne sont pas nécessaires

Question 28 T4

Le graphique de la fonction $y = \sin x$ a été transformé pour former un nouveau graphique.

L'image du nouveau graphique est $\left[-4,\ 4\right]$ et les zéros sont $x = k\dfrac{\pi}{2}$, où k est un nombre entier.

Écris l'équation qui correspond au nouveau graphique.

Solution

Amplitude = 4	1 point pour la bonne amplitude
Période = π	0,5 point pour la bonne période
$\therefore b = \dfrac{2\pi}{\pi} = 2$	0,5 point pour une valeur conséquente de b

2 points

$$y = 4\sin\left(2x\right)$$

ou

$$y = -4\sin\left(2x\right)$$

Remarque(s) :

- déduire 0,5 point pour une transformation qui change l'image et/ou les zéros

Question 29 R1

Étant donné les fonctions $f\left(x\right) = x^2 - 1$ et $g\left(x\right) = x + 1$, détermine le domaine de $\dfrac{g\left(x\right)}{f\left(x\right)}$.

Solution

Domaine : $x \in \mathbb{R}$ où $x \neq 1$ et $x \neq -1$ 1 point (0,5 point pour $x \neq 1$; 0,5 point pour $x \neq -1$)

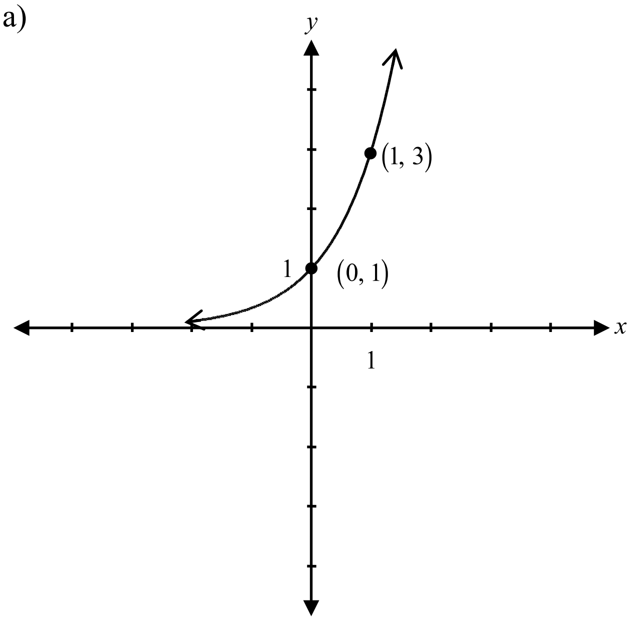
1 point

a) Trace le graphique de $y = 3^x$.

b) Explique comment le graphique de $y = 3^x$ peut être utilisé pour tracer le graphique de $y = \log_3 x$.

Solutions

a)



0,5 point pour une fonction exponentielle croissante

0,5 point pour l'ordonnée à l'origine à $(0, 1)$

0,5 point pour un point conséquent d'une fonction exponentielle

0,5 point pour le comportement asymptotique

2 points

b)

Pour tracer $y = \log_3 x$, tu peux réfléchir le graphique de $y = 3^x$ sur la droite de $y = x$.

ou

Tu peux échanger les coordonnées x et y du graphique $y = 3^x$ pour trouver le graphique de $y = \log_3 x$.

1 point pour l'explication

1 point

Remarque(s) :

- en (b), allouer 0,5 point pour avoir seulement indiqué qu'elles sont les fonctions réciproques l'une de l'autre

Question 31 R11, R12

Une boîte en forme de prisme rectangulaire a des côtés de longueurs x, $x+2$, et $x+10$.

Écris une fonction, $V(x)$, pour exprimer le volume de la boîte en termes de x.

Trouve toutes les valeurs possibles de x, étant donné que le volume de la boîte est de 96 cm^3.

Détermine les dimensions de la boîte.

Solution

$$V(x) = (x)(x+2)(x+10)$$

0,5 point pour avoir exprimé le volume en termes de x

$$96 = (x)(x+2)(x+10)$$
$$96 = x^3 + 12x^2 + 20x$$
$$0 = x^3 + 12x^2 + 20x - 96$$

0,5 point pour avoir fait l'égalité à zéro

quand $x = 2$:

$$0 = (2)^3 + 12(2)^2 + 20(2) - 96$$
$$0 = 8 + 48 + 40 - 96$$
$$0 = 0$$

$\therefore$ $x = 2$ est une valeur possible.

1 point pour avoir identifié une valeur possible de x

2	1	12	20	−96
		2	28	96
	1	14	48	0

1 point pour la division

$$(x-2)(x^2 + 14x + 48) = 0$$
$$(x-2)(x+8)(x+6) = 0$$
$$x = -8,\ -6,\ 2$$

$x \neq -8$ et $x \neq -6$ parce que les dimensions ne peuvent pas être des valeurs négatives.

1 point pour avoir identifié toutes les valeurs possibles de x

$\therefore$ $x = 2$ est la seule solution.

0,5 point pour avoir rejeté les racines étrangères

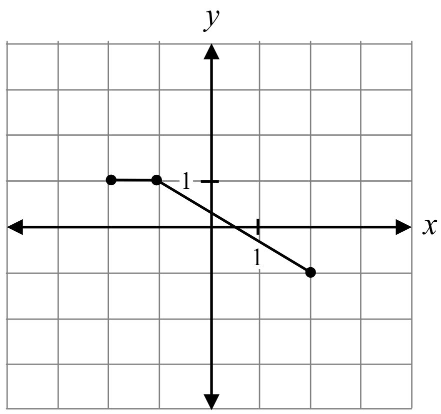
Les dimensions de la boîte sont 2 cm × 4 cm × 12 cm.

0,5 point pour avoir indiqué les dimensions de la boîte

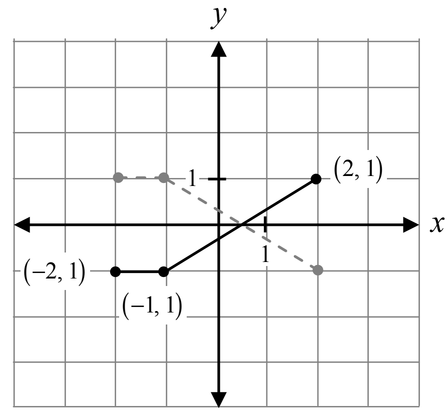
5 points

Question 32 R5

Étant donné le graphique de $f(x)$ ci-dessous, trace le graphique de $y = -f(x)$.



Solution



1 point

Question 33 T2

Détermine les coordonnées d’un point $(x,\ y)$ sur le cercle unitaire si $\theta = 30^\circ$ et qu’il est en position normale.

Solution

$\mathrm{P}(\theta) = (\cos\theta,\ \sin\theta)$

Si $\theta = 30^\circ$, alors les coordonées de $\mathrm{P}(\theta)$ sont $\left(\cos 30^\circ,\ \sin 30^\circ\right)$.

1 point pour la réponse en forme coordonnée

ou

1 point

$$\mathrm{P}\left(30^\circ\right) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2},\ \frac{1}{2}\right)$$

Question 34 T4

Étant donné l'équation sinusoïdale suivante :

$$P(t) = 3\ 000 \sin\left[\frac{\pi}{10}(t - 2\ 010)\right] + 10\ 000$$

Détermine la valeur maximale de $P(t)$ et une valeur de t où ce maximum a lieu.

Solution

Méthode 1

$$\begin{aligned}\text{La valeur maximale } &= 10\ 000 + 3\ 000\\ &= 13\ 000\end{aligned}$$

1 point pour la valeur maximale

$$13\ 000 = 3\ 000 \sin\left[\frac{\pi}{10}(t - 2\ 010)\right] + 10\ 000$$

$$3\ 000 = 3\ 000 \sin\left[\frac{\pi}{10}(t - 2\ 010)\right]$$

$$1 = \sin\left[\frac{\pi}{10}(t - 2\ 010)\right]$$

0,5 point pour la simplification

$$\frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{10}(t - 2\ 010)$$

1 point pour la valeur exacte

$$5 = t - 2\ 010$$

$$t = 2\ 015$$

0,5 point pour avoir isolé t

3 points

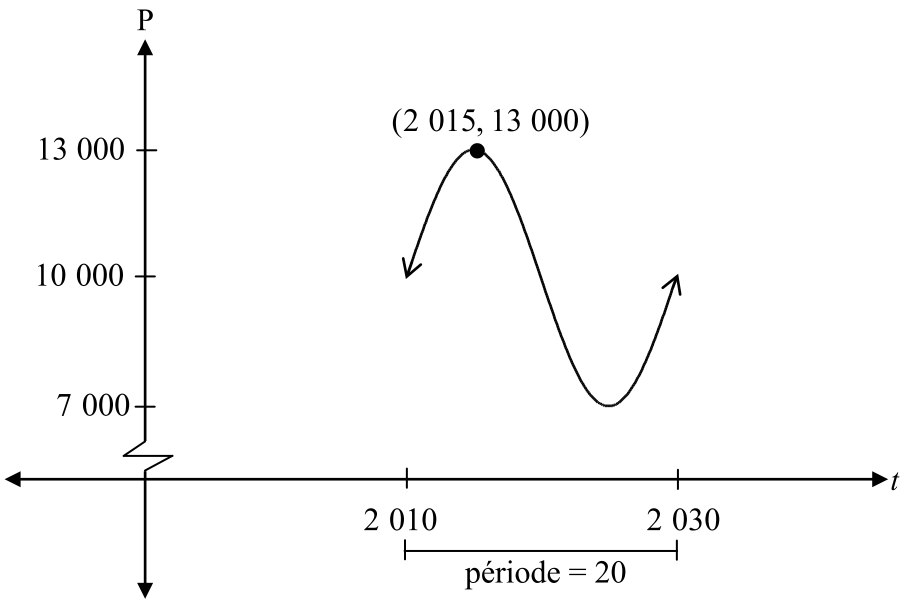
Remarque(s) :

- la période de la fonction est 20 $\therefore$ d'autres réponses acceptables sont : $t = 2\ 015 \pm 20$

Question 34 T4

Solution

Méthode 2



1 point pour la période

$\mathrm{P}(t) = 13\ 000$ — 1 point pour la valeur maximale

$t = 2\ 015$ — 1 point pour avoir isolé t

$\therefore$ la valeur maximale est 13 000 lorsque $t = 2\ 015$.

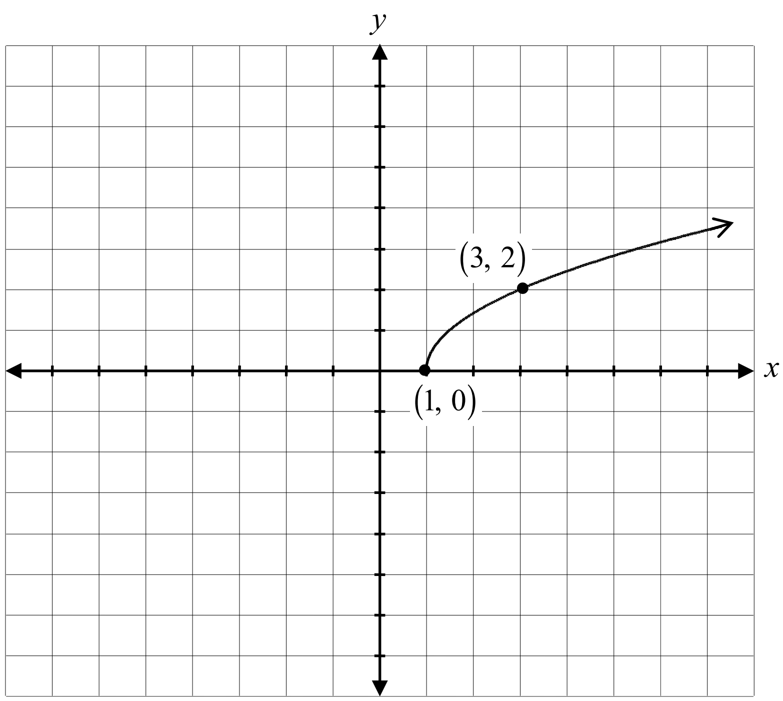
3 points

Trace le graphique de $y = \sqrt{2x - 2}$.

Solution

Méthode 1

$$
\begin{aligned}
y &= \sqrt{2x - 2} \\
&= \sqrt{2(x - 1)}
\end{aligned}
$$



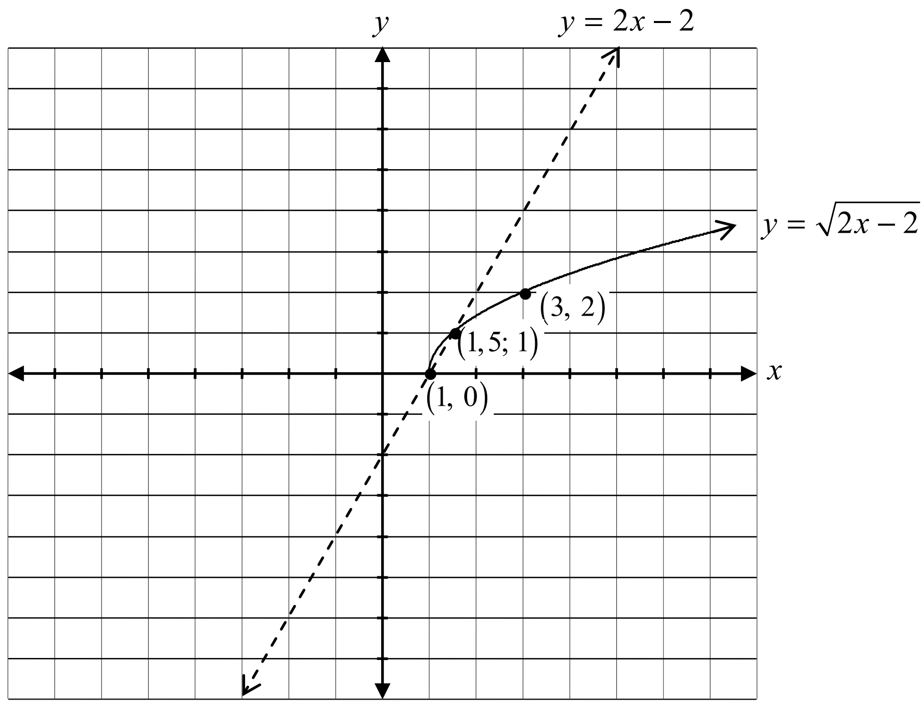
1 point pour le domaine : $[1, \infty[$

1 point pour la forme (le graphique d'une fonction racine)

1 point pour la compression horizontale

3 points

Méthode 2



1 point pour le domaine de $y = \sqrt{2x-2}$: $[1, \infty[$

1 point pour les points invariants où $y = 0$ et $y = 1$ (0,5 point pour chaque point)

0,5 point pour le graphique de $y = \sqrt{2x-2}$ dessiné au-dessus du graphique de $y = 2x - 2$ entre les points invariants

0,5 point pour le graphique de $y = \sqrt{2x-2}$ dessiné au-dessous du graphique de $y = 2x - 2$ après le point invariant où $y = 1$

3 points

Question 36 R6

Étant donné $f(x) = 2x - 6$, écris l'équation de $f^{-1}(x)$.

Solution

Échange *x* avec *y*.

$x = 2y - 6$ — 1 point pour avoir échangé les valeurs de *x* et de *y*

$x + 6 = 2y$

$\frac{x+6}{2} = y$ — 0,5 point pour avoir isolé *y*

$\therefore f^{-1}(x) = \frac{x+6}{2}$ — 0,5 point pour avoir écrit l'équation de $f^{-1}(x)$

2 points

Question 37 R8

François a essayé de développer une expression logarithmique en utilisant les lois des logarithmes. Il a fait une erreur.

La solution de François : $\log_a \frac{(x+2)}{zw} = \log_a x + \log_a 2 - \log_a z - \log_a w$

Écris la bonne solution.

Solution

Bonne solution : $\log_a \frac{(x+2)}{zw} = \log_a (x+2) - \log_a z - \log_a w$ — 1 point pour la bonne solution

1 point

Question 38 T6

Détermine toutes les valeurs non permises de θ dans l'intervalle $[0,\ 2\pi]$.

$$\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta}+\csc\theta+\cot\theta$$

Explique ton raisonnement.

Solution

Pour déterminer les valeurs non permises, le dénominateur doit être égal à zéro.

1 point pour l'explication

Les dénominateurs de cette expression sont « $1+\cos\theta$ » et « $\sin\theta$ » $\left(\text{puisque } \csc\theta=\dfrac{1}{\sin\theta} \text{ et } \cot\theta=\dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)$.

1 point (0,5 point pour avoir identifié chaque restriction)

$$\begin{aligned} \therefore\ 1+\cos\theta&=0 \\ \cos\theta&=-1 \\ \theta&=\pi \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \sin\theta&=0 \\ \theta&=0,\ \pi,\ 2\pi \end{aligned}$$

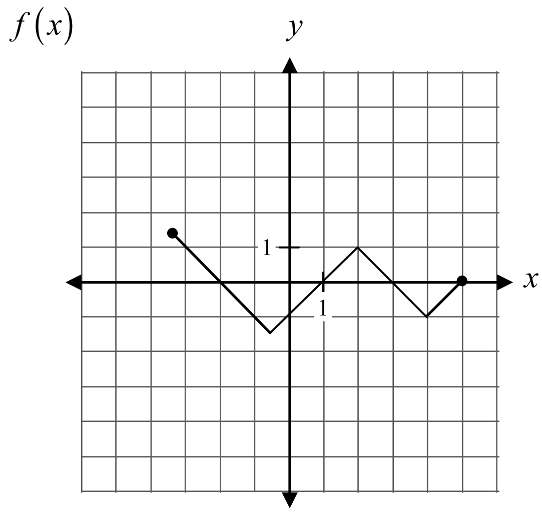
1 point pour toutes les valeurs non permises de θ (0,5 point pour chaque équation)

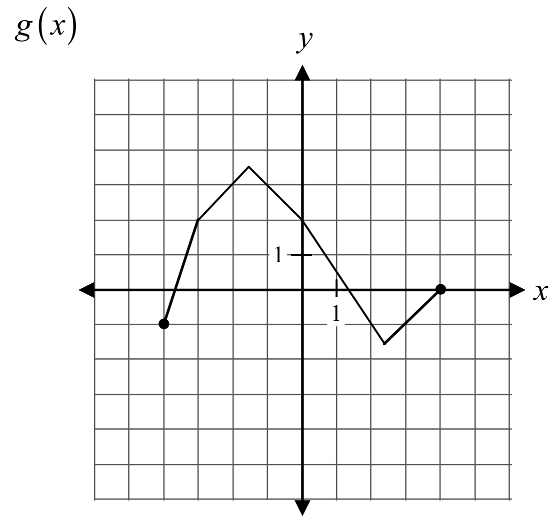
$\therefore$ les valeurs non permises de θ dans l'intervalle $[0,\ 2\pi]$ sont 0, π et 2π.

3 points

Question 39 R1

Étant donné les graphiques suivants :





a) Détermine la valeur de $[f \bullet g](0)$.

b) Détermine la valeur de $g(f(4))$.

c) Détermine une valeur de k où $f(k) = 1$.

Solutions

a) $f(0) = -1$

$g(0) = 2$

$$[f \bullet g](0) = (-1)(2)$$
$$= -2$$

1 point pour la valeur de $[f \bullet g](0)$

1 point

b) $f(4) = -1$

$g(-1) = 3$

0,5 point pour $f(4)$

0,5 point pour $g(f(4))$ conséquente avec la valeur de $f(4)$

1 point

c) $k = 2$ **ou** $k = -3$

1 point pour une valeur de k

1 point

Question 40 R1

Étant donné que $h(x) = 2x^2 + 5x - 3$ et que $h(x) = f(x) \bullet g(x)$, détermine $f(x)$ et $g(x)$.

Solution

$f(x) = 2x - 1$
$g(x) = x + 3$

D'autres réponses sont possibles.

1 point pour deux bons facteurs de $h(x)$

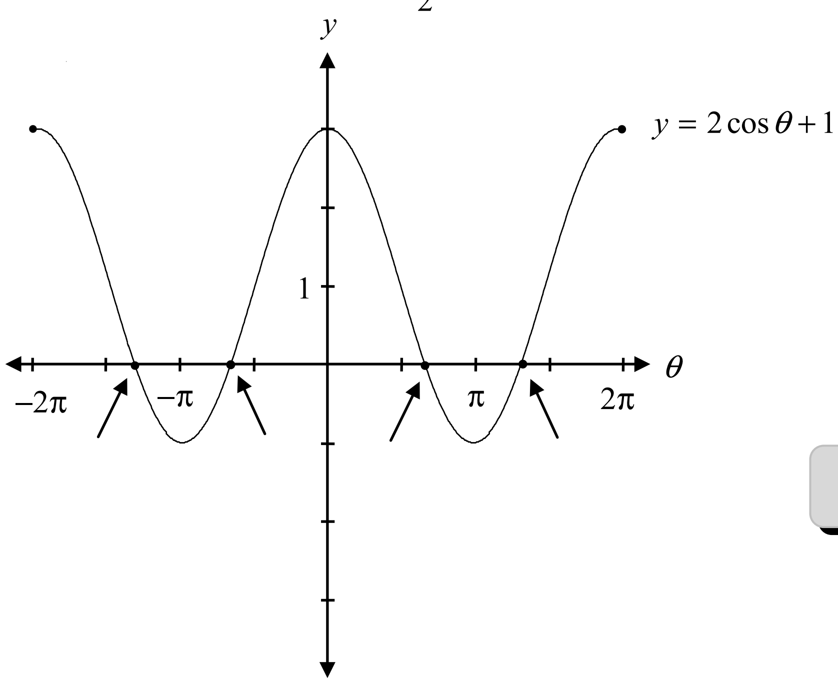
1 point

Question 41 T5

Le graphique ci-dessous de $y = 2\cos\theta + 1$ peut être utilisé pour résoudre l'équation $\cos\theta = -\frac{1}{2}$ dans l'intervalle $[-2\pi, 2\pi]$. Indique sur le graphique où se trouvent les solutions de l'équation $\cos\theta = -\frac{1}{2}$.

Solution

La solution de l'équation $\cos\theta = -\frac{1}{2}$ se trouve où le graphique de $y = 2\cos\theta + 1$ croise l'axe des *x*.



1 point pour avoir indiqué où se trouvent les solutions sur le graphique

1 point

Remarque(s) :

- allouer 0,5 point pour avoir indiqué 1, 2 ou 3 des solutions

Question 42 R1

La fonction $f(x)$ est transformée.

Une nouvelle fonction, $y = \dfrac{1}{f(x)}$, est formée et elle n'a aucune asymptote verticale.

Quelle conclusion peut-on former au sujet de la fonction originale $f(x)$?

Solution

Si $f(x)$ n'a pas d'abscisses à l'origine, la transformation n'aurait aucune asymptote verticale.

ou

$f(x)$ ne peut pas être égal à zéro.

ou

$f(x) \neq 0$

1 point pour la conclusion

1 point

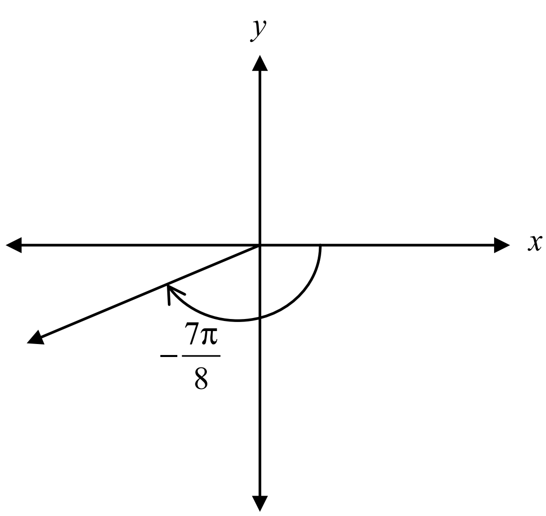
Remarque(s) :

- allouer 0,5 point pour un bon exemple sans conclusion

Question 43 T1

Dessine l'angle $-\dfrac{7\pi}{8}$ en position normale.

Solution



1 point pour l'angle tracé dans le quadrant III

1 point

Question 44 T3, T6

Détermine la valeur exacte de :

$$4\cos\left(\frac{11\pi}{12}\right)$$

Solution

Méthode 1

$$\begin{aligned}
4\cos\left(\frac{11\pi}{12}\right) &= 4\cos\left(\frac{\pi}{4}+\frac{2\pi}{3}\right) \\
&= 4\left[\cos\frac{\pi}{4}\cos\frac{2\pi}{3}-\sin\frac{\pi}{4}\sin\frac{2\pi}{3}\right] \\
&= 4\left[\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right] \\
&= 4\left[\frac{-\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}\right] \\
&= -\sqrt{2}-\sqrt{6}
\end{aligned}$$

1 point pour la combinaison

2 points (0,5 point pour chaque valeur exacte)

3 points

Question 44 — T3, T6

Solution

Méthode 2

$\frac{11\pi}{12}$ a un angle de référence de $\frac{\pi}{12}$.

0,5 point pour le bon angle de référence

$$\begin{aligned}\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) &= \cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{6}\right)\\ &= \cos\frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{6}+\sin\frac{\pi}{4}\sin\frac{\pi}{6}\\ &= \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\\ &= \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\end{aligned}$$

0,5 point pour la substitution dans la bonne identité

1 point pour les valeurs exactes

Étant donné que $\frac{11\pi}{12}$ se trouve dans le quadrant II, alors cosinus est négatif.

$$\begin{aligned}\therefore 4\cos\left(\frac{11\pi}{12}\right) &= 4\left(\frac{-\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\right)\\ &= -\sqrt{6}-\sqrt{2}\end{aligned}$$

1 point pour le concept que $\cos\left(\frac{11\pi}{12}\right)$ est < 0

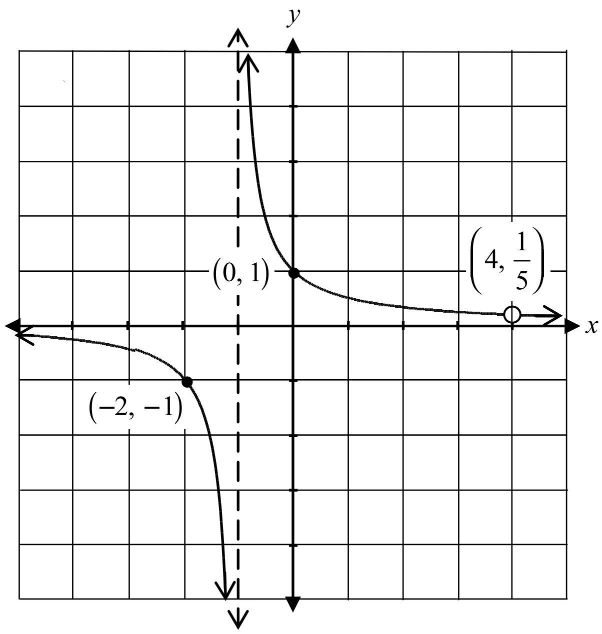
3 points

Remarque(s) :

- $\frac{-2-2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ est une façon acceptable d'écrire la solution
- dans méthode 1, une autre combinaison possible est $\left(\frac{\pi}{6}+\frac{3\pi}{4}\right)$
- déduire 0,5 point si la réponse n'est pas exprimée en forme de fraction unique
- dans méthode 2, il n'est pas nécessaire d'indiquer l'angle de référence explicitement afin de mériter tous les points

Trace le graphique de $f(x) = \dfrac{x-4}{x^2-3x-4}$.

Solution



$$f(x) = \frac{x-4}{x^2-3x-4}$$
$$= \frac{x-4}{(x-4)(x+1)}$$
$$= \frac{1}{x+1} \text{ avec un point de discontinuité à } x = 4$$

point de discontinuité : $f(4) = \dfrac{1}{5}$

$\therefore$ il y a un point de discontinuité à $\left(4, \dfrac{1}{5}\right)$

ordonnée à l'origine : $f(0) = \dfrac{0-4}{(0)^2-3(0)-4}$
$$= \frac{-4}{-4}$$
$$= 1$$

1 point pour l'asymptote verticale à $x = -1$
0,5 point pour le graphique à la gauche de l'asymptote verticale
0,5 point pour le graphique à la droite de l'asymptote verticale
1 point pour le point de discontinuité à $x = 4$

3 points

Question 46 — R7

Estime la valeur de $\log_5 35$.
Justifie ta réponse.

Solution

$5^2 = 25 \qquad 5^3 = 125$

La valeur de $\log_5 35$ est plus de 2 mais moins de 2,5.

0,5 point pour la justification

0,5 point pour la valeur estimée

1 point

Question 47 — R11

Si $p(x) = x^5 - 12x + 1$, détermine le reste quand $p(x)$ est divisé par $(x+2)$.

Solution

Méthode 1

$$p(x) = x^5 - 12x + 1$$
$$p(-2) = (-2)^5 - 12(-2) + 1$$
$$= -32 + 24 + 1$$
$$= -7$$

1 point pour la substitution

1 point

Méthode 2

$$-2\,\big|\; 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -12 \quad 1$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & -12 & 1 \\ & \downarrow & -2 & 4 & -8 & 16 & -8 \\ \hline & 1 & -2 & 4 & -8 & 4 & -7 \end{array}$$

1 point pour la bonne présentation de la division synthétique

1 point

Le reste est -7.

Question 48 R2

Décris les effets sur le graphique de $y = f(x)$ quand on te demande de tracer le graphique de $y = f(x-3)+5$.

Solution

Une translation de 3 à la droite et de 5 vers le haut.

ou

$(x+3,\ y+5)$

0,5 point pour la translation horizontale
0,5 point pour la translation verticale

1 point

Question 49 T3

Trouve la valeur exacte de l'expression suivante :

$$\sin\left(\frac{11\pi}{3}\right) \bullet \sec\left(\frac{4\pi}{3}\right) \bullet \tan\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$$

Solution

$$= \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)(-2)\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

$$= 1$$

1 point pour $\sin\left(\frac{11\pi}{3}\right)$ (0,5 point pour le quadrant; 0,5 point pour la valeur)

1 point pour $\sec\left(\frac{4\pi}{3}\right)$ (0,5 point pour le quadrant; 0,5 point pour la valeur)

1 point pour $\tan\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$ (0,5 point pour le quadrant; 0,5 point pour la valeur)

3 points

Annexes

Annexe A

LIGNES DIRECTRICES POUR LA CORRECTION

Les erreurs qui sont liées de façon conceptuelle aux résultats d'apprentissage associés à la question nécessiteront une déduction de 1 point.

Chaque fois qu'un élève fait une des erreurs suivantes, une déduction de 0,5 point sera nécessaire :

- une erreur d'arithmétique;
- une erreur de procédure;
- une erreur de terminologie;
- un manque de clarté dans l'explication;
- une forme de graphique incorrecte (seulement si aucun point n'est alloué pour la forme).

Erreurs de communication

Les erreurs suivantes, qui ne sont pas liées de façon conceptuelle aux résultats d'apprentissage associés à la question, peuvent nécessiter une déduction de 0,5 point et seront suivies de près sur la *Feuille de réponses et de notation*.

E1	▪ réponse donnée sous forme d'une fraction complexe ▪ réponse finale n'est pas donnée ▪ réponse exprimée en degrés plutôt qu'en radians ou vice versa
E2	▪ équation transformée en une expression ▪ signe d'égalité entre les deux côtés d'un bout à l'autre de la démonstration d'une identité
E3	▪ variable omise dans une équation ou une identité ▪ variables introduites sans être définies
E4	▪ « $\sin x^2$ » est écrit au lieu de « $\sin^2 x$ » ▪ parenthèses omises mais tenues pour acquis
E5	▪ unités de mesure manquantes ▪ unités de mesure incorrectes
E6	▪ erreur d'arrondissement ▪ avoir arrondi trop tôt
E7	▪ erreur de transcription ▪ erreur de notation
E8	▪ inclure une réponse qui est à l'extérieur du domaine donné ▪ erreur de crochet faite dans l'énonciation du domaine ou de l'image ▪ domaine ou image écrit en ordre incorrect
E9	▪ points aux extrémités ou flèches qui manquent ou qui ne sont pas correctement indiqués ▪ échelles absentes sur les axes ▪ coordonnées d'un point étiquetées incorrectement
E10	▪ asymptotes indiquées par un trait plein ▪ graphique tracé pour croiser une asymptote ou pour s'en éloigner

Annexe B

IRRÉGULARITÉS DANS LES TESTS PROVINCIAUX

GUIDE POUR LA CORRECTION À L'ÉCHELLE LOCALE

Au cours de la correction des tests provinciaux, des irrégularités sont parfois observées dans les cahiers de test. La liste suivante fournit des exemples des irrégularités pour lesquelles il faudrait remplir un *Rapport de cahier de test irrégulier* et le faire parvenir au Ministère :

- styles d'écriture complètement différents dans le même cahier de test;
- raisonnement incohérent accompagné de réponses correctes;
- notes d'un enseignant indiquant comment il a aidé un élève au cours de l'administration du test;
- élève révélant qu'il a reçu de l'aide d'un enseignant pour une question;
- élève remettant son travail sur du papier non autorisé;
- preuve de tricherie ou de plagiat;
- contenu perturbateur ou offensant;
- l'élève a rendu un cahier vierge (il n'a eu que des « NR ») ou il a donné des mauvaises réponses à toutes les questions du test (« 0 »).

Des commentaires ou des réponses indiquant qu'il y a un risque menaçant l'élève ou que ce dernier représente un danger pour les autres sont des questions de sécurité personnelle. Ce type de réponse d'élève exige un suivi immédiat et approprié de la part de l'école. Dans ce cas-là, s'assurer que le Ministère est informé du fait qu'il y a eu un suivi en remplissant un *Rapport de cahier de test irrégulier*.

À l'exception des cas où il y a évidence de tricherie ou de plagiat entraînant ainsi une note de 0 % au test provincial, il appartient à la division scolaire ou à l'école de déterminer comment traiter des irrégularités. Lorsqu'on établit qu'il y a eu irrégularité, le correcteur prépare un *Rapport de cahier de test irrégulier* qui décrit la situation et le suivi, et énumère les personnes avec qui il a communiqué. L'instance scolaire locale conserve la copie originale de ce rapport et en fait parvenir une copie au Ministère avec le matériel de test.

Rapport de cahier de test irrégulier

Test : ______________________________

Date de la correction : ______________________________

Numéro du cahier : ______________________________

Problème(s) observé(s) : ______________________________

Question(s) concernée(s) : ______________________________

Action entreprise ou justification de la note : ______________________________

Suivi : ____

____

____

____

____

____

Décision : ____

____

____

____

____

____

____

Signature du correcteur : ______________________________

Signature du directeur d'école : ______________________________

Réservé au Ministère — Une fois la correction complétée
Conseiller : ______________________________
Date : ______________________________

Annexe C

Tableau de questions par unité et résultat d'apprentissage

Unité A : Les transformations de fonctions		
Question	**Résultat d'apprentissage**	**Point**
8	R1	1
15	R1	2
16	R3	1
22	R6	1
26	R5	1
29	R1	1
32	R5	1
36	R6	2
39	R1	3
40	R1	1
42	R1	1
48	R2	1
Unité B : Les fonctions trigonométriques		
Question	**Résultat d'apprentissage**	**Point**
7	T1	2
14	T3	2
17	T1	1
28	T4	2
33	T2	1
34	T4	3
43	T1	1
44	T3, T6	2
49	T3	3
Unité C : Le théorème du binôme		
Question	**Résultat d'apprentissage**	**Point**
2	P4	3
5	P2	2
6	P3	3
11	P1	1
12	P4	1
21	P4	1
23	P2	1
Unité D : Les fonctions polynomiales		
Question	**Résultat d'apprentissage**	**Point**
27	R12	3
31	R11, R12	5
47	R11	1

Unité E : Les équations trigonométriques et les identités		
Question	**Résultat d'apprentissage**	**Point**
1	T5	3
13	T6	3
19	T6	1
38	T6	3
41	T5	1
44	T3, T6	1
Unité F : Les exposants et les logarithmes		
Question	**Résultat d'apprentissage**	**Point**
3	R10	3
4	R10	3
9	R10	1
18	R7	1
24	R9	1
25	R7	1
30	R9	3
37	R8	1
46	R7	1
Unité G : Les radicaux et les rationnels		
Question	**Résultat d'apprentissage**	**Point**
10	R13	1
20	R14	1
35	R13	3
45	R14	3