

Introduction

Objet du document

Le présent document a pour objet d'appuyer l'enseignement du cours *Introduction aux mathématiques appliquées et pré-calcul, 10e année* (IMAP10). Il cherche à aider les enseignants à faciliter une rétrospection des résultats d'apprentissage de niveaux multiples par les élèves en reliant leurs connaissances préalables au contenu à l'étude. Le contenu permet aux élèves du cours IMAP10 d'améliorer leurs habiletés de résolution de problèmes, d'approfondir leurs connaissances et d'établir de multiples liens avec leur apprentissage antérieur. La rétrospection des résultats d'apprentissage aidera les élèves à consolider leur compréhension des concepts et des démarches mathématiques importants appris dans les années précédentes afin de leur permettre d'améliorer leur rendement dans le cadre du contenu mathématique à l'étude.

Dans certains cas, le contenu du document peut accorder aux élèves de nouvelles occasions et expériences pour mieux comprendre les concepts mathématiques abordés antérieurement. L'expérience acquise par les élèves en parcourant le contenu de ce document d'appui contribuera à favoriser leur transition aux mathématiques de la 11^e année.

Contexte

Des rétroactions de la part d'établissements d'enseignement postsecondaire manitobains ont relevé le besoin d'appuis qui contribueraient à faciliter la transition des élèves du secondaire au postsecondaire. Les enseignants partagent une préoccupation similaire en ce qui concerne la transition des élèves au sein du système scolaire public. Plus précisément, certains élèves ont de la difficulté à appliquer et à relier le contenu des années antérieures au contenu à l'étude. A dessin, les ressources approuvées par le Protocole de l'Ouest et du Nord canadien (PONC) pour les programmes d'études du Manitoba ne délibérément pas de contenu lié à l'apprentissage préalable. En conséquence, à moins que les enseignants ne trouvent du matériel supplémentaire, il se peut que les expériences des élèves par rapport à certains concepts ne suffisent pas à leur permettre de voir comment ils sont reliés à l'apprentissage préalable et d'en acquérir une compréhension approfondie. Utilisé conjointement avec les ressources textuelles approuvées, ce document d'appui donne aux élèves l'occasion de revoir les apprentissages antérieurs, de bâtir des expériences et de favoriser une compréhension approfondie des concepts à l'étude.

Explication

Les travaux de recherche du National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) appuient l'idée de donner aux élèves l'occasion d'effectuer une rétrospection qui leur permettrait de relier des concepts à différents niveaux scolaires afin de consolider leur compréhension. Anthony et Walshaw considèrent que « l'établissement de liens » représente une des stratégies d'une pédagogie efficace en mathématiques : « Les tâches qui exigent des élèves qu'ils établissent de multiples liens à l'intérieur et entre les sujets les aident à apprécier l'interconnectivité des différentes idées mathématiques et les relations qui existent entre les mathématiques et la vraie vie » (p. 15) [traduction libre]. Les enseignants veulent que leurs élèves aient une bonne compréhension conceptuelle des sujets mathématiques et qu'ils maîtrisent bien les procédures : « La maîtrise découle de l'exploration et de la discussion initiales des concepts numériques, de l'utilisation de stratégies de raisonnement informelles fondées sur le sens et les propriétés des opérations, aboutissant par l'utilisation éventuelle de méthodes générales comme outils de résolution de problèmes » (NCTM, p. 42) [traduction libre]. Les élèves ont besoin d'expériences fondamentales qui donnent un sens aux procédures et favorisent leur compréhension.

Afin d'atteindre la maîtrise, les élèves ont également besoin d'occasions de s'exercer ou de mettre en pratique des stratégies et des procédures pour consolider leurs connaissances. ...Les élèves ont besoin d'occasions de s'exercer par l'entremise d'un nombre modéré de problèmes soigneusement sélectionnés après avoir établi des fondements conceptuels solides et acquis la capacité d'expliquer le fondement mathématique d'une stratégie ou d'une procédure (Pashler et all.; Rohrer, Rohrer et Taylor) (NCTM, p. 45). [traduction libre]

S'exercer est de rigueur. Un nombre modéré de problèmes devrait être soigneusement choisi pour privilégier la compréhension conceptuelle et identifier des conceptions erronées possibles.

Si les enseignants veulent que les élèves maîtrisent la résolution de problèmes, les élèves doivent avoir l'occasion de s'y exercer. Si un raisonnement déductif solide est un objectif, les travaux des élèves doivent comprendre des tâches qui nécessitent un tel raisonnement. Bien entendu, si la compétence en matière de procédures est un objectif, le programme d'études doit accorder une place à ces procédures. (Grouws et Cebulla, p. 17) [traduction libre]

Pour accroître des occasions pour innover, les enseignants devraient souvent utiliser des problèmes non routiniers, introduire périodiquement une leçon comportant une nouvelle compétence en la posant comme un problème à résoudre et permettre régulièrement aux élèves d'acquérir de nouvelles connaissances en fonction de leurs connaissances intuitives et de procédures éclairées. (Grouws et Cebulla, p. 18) [traduction libre]

Les questions créées pour le présent document encourageront les élèves à développer leur sens du nombre, leur donneront l'occasion de mettre en pratique et d'approfondir leurs connaissances antérieures, et poseront des problèmes non routiniers pour encourager les élèves à pratiquer la réflexion et la communication mathématiques.

Croyances à propos des élèves et de l'apprentissage des mathématiques

Les élèves sont des apprenants curieux et actifs ayant tous des intérêts, des habiletés, des besoins et des objectifs de carrière qui leur sont propres. Chacun arrive à l'école avec son propre bagage de connaissances, de vécus, d'attentes et d'antécédents. L'établissement de liens avec ces antécédents, ces expériences, ces objectifs et ces aspirations constitue un élément clé du développement de la littératie mathématique de l'élève. Les élèves construisent leur compréhension des mathématiques en développant un sens fondé sur une variété d'expériences d'apprentissage.

C'est par l'entremise d'expériences mathématiques allant du simple au complexe et du concret à l'abstrait que les apprenants peuvent mieux développer ce sens. L'utilisation de matériel concret, d'images de diverses approches pédagogiques et d'évaluation peut répondre à la diversité de modes d'apprentissage et de stades de développement des élèves. Quel que soit leur niveau de compréhension, les élèves bénéficieront d'un enseignement qui fait appel à une variété de matériaux, d'outils et de contextes pour donner un sens à de nouvelles idées mathématiques. Les discussions significatives entre élèves engendrent aussi des liens essentiels entre des représentations concrètes, imagées et symboliques des mathématiques.

Les élèves ont besoin d'occasions fréquentes de développer et de renforcer leur compréhension conceptuelle, leur pensée procédurale et leurs habiletés de résolution de problèmes. En travaillant avec ces trois composantes connexes, les élèves renforceront leur capacité d'appliquer l'apprentissage des mathématiques à leur vie quotidienne.

Le milieu d'apprentissage devrait valoriser, respecter et aborder toutes les expériences et tous les modes de pensée des élèves afin de les inciter à courir des risques intellectuels, à poser des questions et à formuler des hypothèses. L'exploration de situations de résolution de problèmes par les élèves est essentielle au développement soutenu de stratégies personnelles et de littératie mathématique. Il est important de se rendre compte qu'il est tout à fait acceptable de résoudre des problèmes de différentes façons et que les solutions peuvent varier selon l'interprétation du problème.

L'évaluation *au service de* l'apprentissage, l'évaluation *en tant qu*'apprentissage et l'évaluation *de* l'apprentissage jouent toutes un rôle essentiel pour aider les élèves à apprendre les mathématiques. Une variété de preuves et d'approches d'évaluation devrait être utilisée dans la classe de mathématiques.

Perspectives des Premières Nations, des Métis et des Inuits

Les élèves des Premières Nations, des Métis et des Inuits du Manitoba viennent de régions géographiques diverses et ont un vécu culturel et linguistique varié. Ils fréquentent l'école dans différents milieux comprenant des communautés urbaines, rurales et isolées. Les enseignants doivent reconnaître et comprendre la diversité de cultures et de vécus de leurs élèves au sein des écoles.

Les élèves des Premières Nations, des Métis et des Inuits ont souvent une vision globale de leur milieu; de ce fait, ils sont nombreux à vivre et à apprendre le mieux de façon holistique. Cela signifie que les élèves cherchent à établir des liens dans leur apprentissage et apprennent mieux lorsque les mathématiques sont mises en contexte plutôt que présentées comme du contenu distinct.

De nombreux élèves des Premières Nations, des Métis et des Inuits proviennent d'environnements culturels où l'apprentissage se fait par une participation active et pratique. Traditionnellement, l'écrit ne recevait que peu d'attention, ou n'en recevait pas du tout. La communication orale ainsi que la mise en pratique et l'expérience jouent un rôle important dans l'apprentissage et la compréhension de l'élève.

Une variété de stratégies d'enseignement et d'évaluation est essentielle pour tirer parti des divers savoirs, cultures, styles de communication, habiletés, attitudes, expériences et modes d'apprentissage des élèves.

Les stratégies adoptées doivent aller au-delà de l'inclusion accessoire de sujets ou d'objets particuliers à une culture ou à une région donnée et viser à atteindre une éducation multiculturelle de haut niveau (Banks et Banks).

Dimension affective

Une attitude positive constitue un aspect important de la dimension affective, qui a un effet profond sur l'apprentissage. Les environnements qui suscitent un sentiment d'appartenance, favorisent la prise de risques et offrent des occasions de réussir aident les élèves à développer et maintenir une attitude positive et de la confiance en soi. Les élèves qui démontrent une attitude positive envers les mathématiques sont vraisemblablement motivés et disposés à apprendre, à participer aux activités en classe, à persévérer face aux difficultés et à s'engager dans des pratiques réflexives.

Les enseignants, les élèves et les parents doivent tenir compte de la relation qui existe entre les domaines affectif et cognitif et miser sur les aspects affectifs de l'apprentissage qui contribuent au développement d'attitudes positives. Pour réussir, les élèves doivent apprendre à se fixer des objectifs réalisables et à s'évaluer pendant qu'ils s'efforcent à atteindre ces objectifs.

Les élèves autonomes et responsables participent à des processus continus et réfléchis qui incorporent des retours sur l'établissement et l'évaluation d'objectifs personnels.

Buts pour les élèves

Dans l'enseignement des mathématiques, les buts principaux sont de préparer les élèves à :

- communiquer et raisonner en termes mathématiques;
- utiliser les mathématiques avec confiance, précision et efficacité pour résoudre des problèmes;
- apprécier et valoriser les mathématiques;
- établir des liens entre les connaissances et habiletés mathématiques et leurs applications;
- s'engager dans un processus d'apprentissage continu;
- devenir des citoyens compétents en mathématiques qui utilisent les mathématiques pour contribuer à la société et pour penser de façon critique au sujet du monde.

Les élèves qui ont atteint ces buts vont :

- comprendre et apprécier les contributions des mathématiques dans la société;
- afficher une attitude positive envers les mathématiques;
- entreprendre la résolution de problèmes et persévérer face aux difficultés encourues;
- contribuer à des discussions sur les mathématiques;
- prendre des risques pour effectuer des tâches en mathématiques;
- faire preuve de curiosité pour les mathématiques et dans les situations impliquant les mathématiques.

Afin d'appuyer les élèves à atteindre ces buts, on encourage les enseignants à créer une ambiance d'apprentissage qui favorise la compréhension des concepts par :

- la prise de risques;
- la pensée et la réflexion indépendantes;
- le partage et la communication d'une compréhension mathématique;
- la résolution de problèmes dans le cadre de projets individuels et de groupe;
- la recherche d'une compréhension plus approfondie des mathématiques;
- la valorisation des mathématiques tout au long de l'histoire.

Processus mathématiques

Les sept processus mathématiques sont des aspects cruciaux de l'apprentissage, des applications et de la compréhension des mathématiques. Les élèves doivent être régulièrement exposés à ces processus dans le cadre d'un programme d'études afin d'atteindre les buts de l'éducation aux mathématiques. *Mathématiques* 9^e à la 12^e année : *Programme d'études : cadre des résultats d'apprentissage du Manitoba* intègre les processus mathématiques interreliés suivants. L'intention est qu'ils soient intégrés à l'enseignement et à l'apprentissage des mathématiques. Les élèves doivent :

- communiquer pour apprendre des concepts mathématiques et pour exprimer leur compréhension [C];
- démontrer une habileté en calcul mental et en estimation [CE];
- établir des liens entre des idées et des concepts mathématiques, des expériences de la vie de tous les jours et d'autres disciplines [L];
- développer le raisonnement mathématique [R];
- résoudre des problèmes et, ce faisant, développer de nouvelles connaissances en mathématiques et les appliquer [RP];
- avoir l'occasion de choisir et d'utiliser des outils technologiques pour appuyer l'apprentissage des mathématiques et la résolution de problèmes [T];
- développer des habiletés en visualisation pour faciliter le traitement d'informations, l'établissement de liens et la résolution de problèmes [V].

Chacun de ces sept processus devrait figurer dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. Les élèves passeront par ces processus tout au long du contenu du présent document d'appui. Pour une description détaillée de chaque processus mathématique, consultez *Mathématiques* 9º à la 12º année : Programme d'études : cadre des résultats d'apprentissage (disponible sur le site Web d'Éducation Manitoba à l'adresse www.edu.gov.mb.ca/m12/frpub/ped/ma/cadre_9-12/index.html.

Renseignements sur le document

Mode d'emploi

Les pages du document sont organisées en fonction des résultats d'apprentissage spécifiques du cadre du programme d'études *Introduction aux mathématiques appliquées et pré-calcul, 10e année* (IMAP10). La page R–9, par exemple, fait référence au résultat 10I.R.9, soit « Résoudre des problèmes comportant des systèmes d'équations linéaires à deux variables, graphiquement et algébriquement. » Plutôt que de poser des questions qui traitent du résultat indiqué sur la page, les questions **portent sur l'apprentissage préalable** que les élèves devraient consolider et revoir avant ou pendant le processus d'apprentissage du contenu du programme d'études IMAP10. Les enseignants ont accès à des ressources textuelles, notamment des séries de questions directement liées au résultat d'apprentissage; les questions du présent document permettent d'établir un lien entre l'apprentissage préalable et les résultats d'apprentissage du cours IMAP10.

Les pages du présent document ne sont pas destinées à être utilisées dans un ordre prescrit. Les pages peuvent être utilisées dans n'importe quel ordre pour correspondre à la séquence d'enseignement des sujets du cours IMAP10 déterminée par l'enseignant. Les pages sont prêtes à être utilisées telles quelles, mais on ne s'attend pas à ce que l'enseignant donne aux élèves la tâche de répondre à toutes les questions sur une page ni même d'assigner toutes les questions. Les questions particulières et le nombre de questions assignées par les enseignants varieront en fonction des divers besoins de leurs élèves.

Comme les questions renforcent l'apprentissage préalable et ne sont pas directement liées à un résultat d'apprentissage, un enseignant peut décider d'utiliser des questions d'une page qui renvoient à un résultat d'apprentissage différent de celui à l'étude. Pendant que les élèves apprennent le contenu du résultat d'apprentissage 10I.R.9, par exemple, un enseignant peut demander aux élèves de répondre à des questions de la page R-4. Comme les questions portent sur l'apprentissage préalable, le contenu dont les élèves ont besoin pour résoudre les problèmes sera accessible. Les enseignants doivent faire des choix judicieux au sujet des questions particulières qui sont utilisées et du moment où elles le sont pour mieux répondre aux besoins de leurs élèves.

Les enseignants doivent également décider de la fréquence d'utilisation de ces questions. Un enseignant peut choisir d'utiliser une page par semaine dans un cours semestriel ou de façon intermittente, selon les besoins des élèves. Il n'est pas nécessaire que chaque élève réponde aux mêmes questions de chaque page. De plus, les enseignants doivent déterminer si une question sera résolue individuellement ou en petits groupes ou par la classe entière. Plusieurs questions demandent aux élèves d'expliquer ou de justifier leur raisonnement, de sorte que les enseignants pourraient avoir à faciliter la discussion entre les élèves. Les enseignants devront déterminer le temps consacré à ce travail afin d'atteindre un équilibre de sorte que la consolidation et l'établissement de liens

avec l'apprentissage préalable n'éclipsent pas l'acquisition d'une compréhension des résultats d'apprentissage du cours IMAP10.

Des solutions sont fournies pour chaque question. Une icône, [NE], « Note de l'enseignant », indique les questions accompagnées d'information supplémentaire, ainsi que la solution. Les notes peuvent donner des instructions facultatives accompagnant une question, une indication des sujets de discussion de suivi d'une question ou des suggestions concernant la manière dont la question pourrait être modifiée pour être accessible à différents niveaux.

Enfin, les questions du document peuvent servir de modèles aux enseignants pour trouver ou créer d'autres questions. La question ouverte est un type de question utilisée régulièrement. Lorsqu'on crée une question ouverte, il est habituellement préférable d'imposer des contraintes réfléchies à l'ouverture pour encourager les élèves à raisonner et à analyser en fonction de ces contraintes. Plusieurs types de questions sont illustrés dans le document et ils sont décrits dans la section suivante.

Types de questions

Des questions pour développer le sens du nombre figurent au haut de chaque page. Ces questions sont conçues pour aider les élèves à continuer de développer le sens du nombre qu'ils ont entamé au primaire et qu'ils ont poursuivi dans les mathématiques des années intermédiaires. Les autres questions de la page portent sur l'apprentissage préalable requis pour atteindre le résultat tel qu'indiqué au haut de la page (ainsi que par le numéro de la page). Le document contient divers types de questions :

- questions de mise en pratique d'une stratégie ou d'une compétence déjà acquise par les élèves;
- questions ouvertes conçues pour favoriser la réflexion et le dialogue telles que :
 - questions ouvertes ayant des solutions multiples;
 - questions « à milieu ouvert » ayant des réponses uniques, mais pour lesquelles il y a plusieurs façons ou stratégies pour y arriver.
- questions qui appuient la compréhension de concepts déjà appris par les élèves;
- questions pour développer les compétences en résolution de problèmes des élèves. (La nouveauté d'une question dépendra de l'expérience de chaque élève.)

Les expériences fondamentales constituent une section distincte de ce document. Le contenu de cette section est basé sur les travaux du Dr Ralph Mason et a été adapté pour être utilisé ici. Les expériences fondamentales offrent aux enseignants des possibilités d'offrir aux élèves des expériences qui jettent les bases d'un apprentissage plus approfondi des concepts. La mise en œuvre des expériences fondamentales exigera une période prolongée, allant d'une à plusieurs séances de cours. La planification de l'enseignant consistera à créer une séquence appropriée de questions et à prévoir les réponses (et les questions) qu'auront les élèves au cours du développement de leur compréhension.