

Apprentissage par la résolution de problèmes ou l'enquête
Un des buts visés en mathématiques est de faire progresser l'élève de processus mentaux de base à ceux de niveau élevé. Une façon d'y arriver consiste à transformer les questions fermées en questions qui sont plus ouvertes. Ces questions ouvertes sont essentielles, car elles procurent souvent une véritable fenêtre sur la façon de penser des élèves. Il est parfois utile de présenter aussi des questions de style fermé.

PRIME Connaissance et stratégies, Chapitre 5

L'élève a développé son sens du comptage de la maternelle à la 3^e année.

- Le comptage détermine combien d'éléments se trouvent dans un ensemble.
- Les nombres sont liés les uns aux autres par une variété de relations.
- On peut estimer des quantités à l'aide de référents.

Dorénavant, l'élève continue d'appliquer cette compréhension du comptage avec les nombres qui sont à l'étude.

LES REPRÉSENTATIONS DES NOMBRES ENTIERS (5.N.1) ET DES NOMBRES RATIONNELS (5.N.7, 5.N.8, 5.N.9, 5.N.10)

PRIME N3 : C5
N4 : C1 et H2
N5 : C1, C3, C4, C5, H2 et H3

Grandes idées :

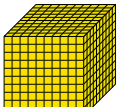
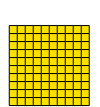
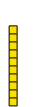
- Les quantités peuvent être représentées de façon concrète, imagée et symbolique.
- Un nombre peut avoir des représentations différentes, mais équivalentes.
- Les nombres repères sont utiles pour comparer, mettre en relation et estimer des nombres.
- Notre système de numération est fondé sur des régularités (la valeur de position).
- La position d'un chiffre à l'intérieur d'un nombre détermine la quantité que ce nombre représente.
- La classification des nombres fournit des renseignements sur leurs caractéristiques.

L'élève

- écrit un nombre jusqu'à 1 000 000 sous sa forme symbolique;
- décrit la valeur de chacun des chiffres d'un nombre jusqu'à 1 000 000 et exprime un nombre sous forme développée;
- démontre une compréhension des fractions à l'aide de représentations **concrètes** et **imaginées** en créant des ensembles de fractions équivalentes et en comparant des fractions de même dénominateur ou de dénominateurs différents; (Voir la carte de route, 3^e année, *Les fractions*)
- décrit, représente, compare et ordonne des nombres décimaux (dixièmes, centièmes et millièmes) de façon **concrète**, **imaginée** et **symbolique** en utilisant des points de repère, la valeur de position et l'équivalence; (Voir la carte de route, 4^e année, *Les nombres décimaux*)
- établit le lien entre les nombres décimaux et les fractions (dixièmes, centièmes et millièmes) de façon **concrète** et **imaginée**.

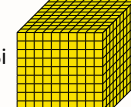
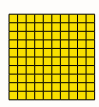
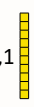
Forme symbolique : **349 213**
Forme développée : $(3 \times 100\,000) + (4 \times 10\,000) + (9 \times 1\,000) + (2 \times 100) + (1 \times 10) + (3 \times 1)$
En lettres : trois cent quarante-neuf mille deux cent treize

Modèle de base dix

	Unités	Dixièmes	Centièmes	Millièmes
Représentation imagée				
Représentation symbolique	$\frac{1000}{1000} = 1$	$\frac{100}{1000} = \frac{1}{10}$ ou 0,1	$\frac{10}{1000} = \frac{1}{100}$ ou 0,01	$\frac{1}{1000}$ ou 0,001

Si  vaut 1,  vaut 0,1.

Si  vaut 1,  vaut 0,1 et  vaut 0,01.

Si  vaut 1,  vaut 0,1  vaut 0,01 et  vaut 0,001.

Si le gros cube vaut un,
la planchette vaut un dixième,
le bâtonnet vaut un centième et
le petit cube vaut un millième.



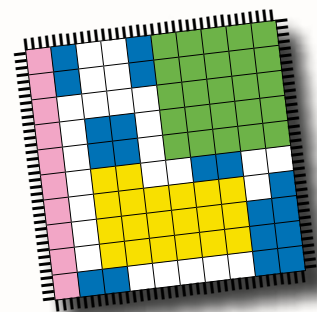
Si le reste de la couverture est blanc,
quelle fraction cela représente-t-il?

0,25 ou $\frac{25}{100}$ ou $\frac{1}{4}$ de la couverture est verte.

0,1 ou $\frac{10}{100}$ ou $\frac{1}{10}$ de la couverture est rose.

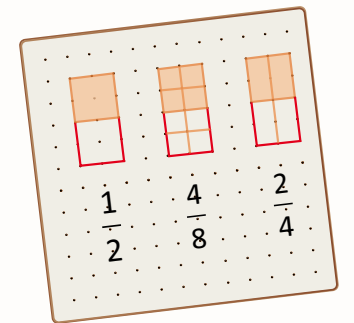
0,2 ou $\frac{20}{100}$ ou $\frac{2}{10}$ ou $\frac{1}{5}$ de la couverture est jaune.

0,17 ou $\frac{17}{100}$ de la couverture est bleue.



L'enseignant :

- utilise des modèles tels que des tableaux de nombres, des tables, des variétés de droites numériques, du matériel de base dix, des tapis de valeur de position, des arrangements rectangulaires, des matrices et des tableaux « partie-partie-tout » pour continuer à développer la compréhension de la valeur de position et des opérations.
- utilise des modèles tels que des cartes à points, des cartes de fraction et des modèles de région, de mesure (longueur et volume) ou d'ensemble et des disques de centièmes pour représenter des fractions et le concept d'équivalence.
- prépare avec soin le matériel de manipulation afin de créer des situations qui faciliteront :
 - la représentation de la valeur de chacun des chiffres qui composent les grands nombres;
 - la représentation et la comparaison de fractions équivalentes;
 - la représentation, la description et la comparaison des nombres décimaux;
 - l'établissement de liens entre les nombres décimaux et les fractions.
- utilise la résolution de problèmes ou l'enquête pour
 - amener l'élève à :
 - représenter des nombres de différentes façons;
 - faire des liens entre les nombres décimaux et les fractions;
 - créer des ensembles de fractions équivalentes.
 - offrir à l'élève la possibilité d'observer, de s'interroger et d'appliquer ses connaissances des relations entre les nombres et les opérations, sa pensée partie-partie-tout, ses stratégies de calcul et son sens du nombre;
 - observer le raisonnement de l'élève et sa flexibilité avec le nombre afin de fournir de l'échafaudage.



- pose des questions ouvertes qui favorisent la réflexion et le dialogue :
 - Comment peux-tu utiliser ce matériel pour représenter des fractions équivalentes? Quels modèles as-tu choisis d'utiliser? Pourquoi?
 - Comment peux-tu utiliser un autre modèle pour représenter des fractions équivalentes? Explique-moi.
 - Dans quels contextes utilise-t-on des fractions équivalentes?
- pose des questions fermées ayant une seule réponse pour valider ou vérifier une connaissance précise :
 - Les fractions $\frac{1}{2}$ et $\frac{2}{4}$ sont-elles équivalentes? Montre-moi à l'aide des réglettes.
 - Peux-tu donner deux fractions qui sont équivalentes à $\frac{1}{4}$? Montre-moi à l'aide des blocs mosaïques.
 - Quelles fractions représentent la quantité de quadrilatères contenus dans cet ensemble? Selon toi, sont-elles équivalentes?



LISTE PARTIELLE DU VOCABULAIRE DE MATHÉMATIQUES AUQUEL L'ÉLÈVE DOIT ÊTRE EXPOSÉ

- Comparer, construire, convertir, créer, décomposer, décrire, démontrer, estimer, exprimer, identifier, modéliser, ordonner, prédire, représenter
- Concret, imagé et symbolique
- Stratégies

NOMBRE

- Compter à rebours, en ordre croissant ou décroissant
- Équivalent, égal, inférieur à, plus petit que, supérieur, plus grand que
- Double, triple, quadruple
- Droite numérique horizontale ou verticale
- Numéro, chiffre et nombre
- Vocabulaire de nombre décimal et de valeur de position : millions, centaines de milliers, dizaines de milliers, milliers, centaines, dizaines, unités, dixièmes, centièmes et millièmes, tranches, virgule décimale ou virgule de cadrage, forme développée, forme symbolique
- Vocabulaire de nombre fractionnaire : fraction, fractions équivalentes, numérateur, dénominateur, fraction impropre, un tout, un ensemble, des parties égales, simplifier une fraction, fraction irréductible
- Vocabulaire de calcul mental (Voir *Le calcul mental et l'estimation*), nombres complémentaires (nombres compatibles)

Puisque je sais que 4 et 6 sont des nombres complémentaires à 10, je sais que 34 et 16 sont des nombres complémentaires à 50.

Et je sais aussi que 40 et 60 sont des nombres complémentaires à 100.



- Vocabulaire d'estimation : estimer, référents, point de repère, à la hausse, à la baisse, à peu près, presque, environ, estimation selon le premier chiffre, au millier près, à la centaine près, sous-estimation, surestimation, compensation

5^e ANNÉE

Connaissance et compréhension
La construction de nouvelles connaissances

EN ROUTE VERS LA 6^e ANNÉE

Le nombre

LES OPÉRATIONS AVEC DES NOMBRES ENTIERS — ADDITION/SOUSTRACTION (5.N.2), MULTIPLICATION/DIVISION (5.N.3, 5.N.4, 5.N.5, 5.N.6) ET LES OPÉRATIONS AVEC DES NOMBRES RATIONNELS — ADDITION/SOUSTRACTION (5.N.11)

PRIME N3 : C2 et H1
N4 : C1, C2, C3, H2 et H3
N5 : C2 et C3

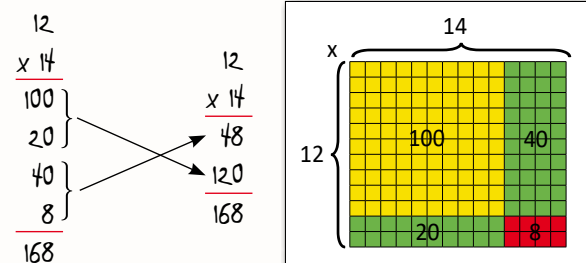
Grandes idées :

- Les quatre opérations sont intrinsèquement reliées.
- Les méthodes de calcul flexibles permettent de décomposer et de combiner des nombres de multiples façons.
- Les méthodes de calcul flexibles demandent une bonne compréhension des opérations et des propriétés des opérations.
- Il y a une variété de méthodes appropriées pour estimer des sommes, des différences, des produits et des quotients dépendamment du contexte et des nombres utilisés.
- Les stratégies personnelles et les algorithmes sont des méthodes de calcul qui peuvent être flexibles et efficaces et qui diffèrent selon les nombres et les situations.

L'élève

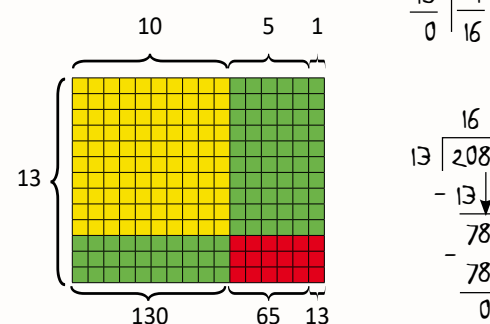
- fournit des exemples de contextes dans lesquels on doit effectuer des estimations pour faire des prédictions, vérifier la vraisemblance d'une réponse ou d'une solution et pour déterminer des réponses approximatives;
- décrit des contextes dans lesquels les surestimations sont importantes;
- choisit, applique et justifie une stratégie d'estimation pour résoudre un problème telle que :
 - estimer une somme ou un produit à l'aide de **nombres complémentaires (nombres compatibles)**;
 - estimer la solution d'un problème en effectuant **une compensation**;
 - appliquer la stratégie de **l'approximation selon le premier chiffre**;
- applique, décrit et perfectionne des stratégies de calcul mental pour augmenter l'efficacité de ses calculs; (Voir *Le calcul mental et l'estimation*, 5^e année)
- **démontre, dans des contextes de résolution de problèmes, une compréhension de la multiplication (multiplicateurs à 1 et 2 chiffres et multiplicandes jusqu'à 4 chiffres) et de la division (diviseurs à 1 et 2 chiffres et dividendes jusqu'à 4 chiffres) de façon concrète, imagée et symbolique en utilisant :**
 - ses **propres stratégies (méthodes de calcul flexibles)**;
 - les **algorithmes standards**;
 - **l'estimation**.
- modélise et explique la relation qui existe entre un algorithme, la valeur de position et les propriétés des nombres.

Effectuer le produit **12 x 14**



$$(10 + 2) \times (10 + 4) = 100 + 20 + 40 + 8 = 168$$

Effectuer le quotient **208 ÷ 13 = 16**



APPRENTISSAGE PAR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

L'enseignant :

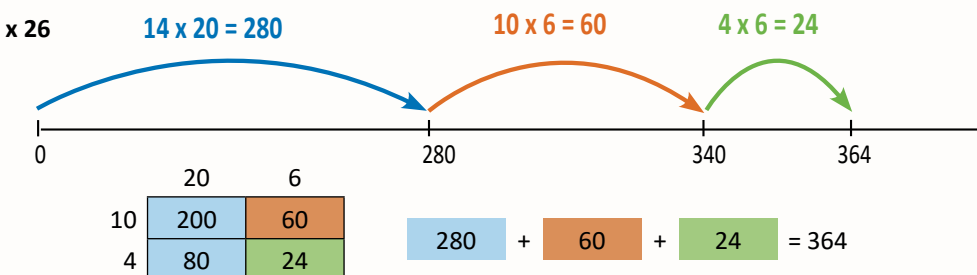
- utilise des modèles tels que des tableaux de nombres, des droites numériques, des blocs de base 10 et des arrangements rectangulaires pour développer le sens du nombre et des opérations de nombres naturels et rationnels.

- utilise la résolution de problèmes ou l'enquête pour

a. amener l'élève à :

- établir des liens entre les représentations **concrètes, imagées et symboliques** des opérations;
- établir des liens entre les opérations;
- appliquer des stratégies d'estimation pour prédire des sommes, des différences, des produits et des quotients;
- appliquer ses **propres stratégies** (méthodes de calcul flexibles) pour effectuer des opérations;

Pour **14 x 26**



- utiliser des algorithmes standards basés sur la compréhension du sens du nombre et des opérations et non sur la mémorisation de procédures pour effectuer des opérations de nombres entiers;
- communiquer son raisonnement de multiples façons.

- offrir à l'élève la possibilité d'observer, de s'interroger et d'appliquer ses connaissances des relations entre les nombres et les opérations, sa pensée partie-partie-tout, ses stratégies de calcul et son sens du nombre;
- observer le raisonnement de l'élève et sa flexibilité avec le nombre et les opérations afin de fournir de l'étayage.

Josée doit partager les 3235 boîtes de conserve que la classe a amassées pour les paniers de Noël entre 25 familles.



- pose des questions ouvertes qui favorisent la réflexion et le dialogue :
 - A-t-elle besoin de déterminer une réponse exacte ou peut-elle estimer la réponse? Pourquoi?
 - Selon toi, quelles stratégies pourraient-elles utiliser pour résoudre ce problème? Laquelle serait la plus efficace?
 - Josée se demande comment elle devrait interpréter le reste. Que peux-tu lui suggérer?
- pose des questions fermées ayant une seule réponse pour valider ou vérifier une connaissance précise :
 - Combien de boîtes de conserve chaque famille recevra-t-elle?
 - Combien restera-t-il de boîtes de conserve?
 - Utilise un algorithme de ton choix pour résoudre le problème.

NOMBRE

- Vocabulaire des opérations, calcul, algorithme standard et non standard :

– Addition, ajouté, de plus, et, gagne, augmente, en tout, somme, total, commutativité

– Soustraction, enlève, de moins, perd, diminue, écart, différence

– Multiplication, fois, multiplier par, produit, groupes égaux, en tout, facteurs, multiples, arrangement rectangulaire, rangées, colonnes, matrice, addition répétée, produit, produit partiel, commutativité, distributivité

Multiplication de nombres entiers

4 est le **multiplicande**, 3 le **multiplicateur** et 12, le **produit**.

Grâce à la commutativité de la multiplication, on peut simplement utiliser le mot « facteur »

Dans $4 \times 3 = 12$

4 et 3 sont les **facteurs**.
12 est un multiple de 3 et de 4.

L'élève interprète le reste selon le contexte dans lequel on effectue une division.

PRIME Connaissances et stratégies, p. 93

– Division, diviser par, groupes égaux, reste, quotient, dividende, diviseur, divisant, soustraction répétée, partage, matrice, arrangement rectangulaire, rangées, colonnes

Division de nombres entiers

Dans $132 \div 11 = 12$

11 est le **diviseur**, 12 est le **quotient** et 132 est le **dividende**.

le reste 0

Dans la majorité des questions, le quotient est la quantité que l'on recherche.

5^e ANNÉE

Connaissance et compréhension

La construction de nouvelles connaissances

EN ROUTE VERS LA 6^e ANNÉE

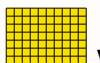
Le nombre

L'élève

- applique ses propres stratégies (méthodes de calcul flexibles et algorithmes standards pour additionner et soustraire des nombres décimaux);
- démontre, dans des contextes de résolution de problèmes, une compréhension de l'addition et de la soustraction de nombres décimaux jusqu'aux millièmes de façon concrète, imagée et symbolique en utilisant :
 - ses propres stratégies (méthodes de calcul flexibles);
 - les algorithmes standards;
 - l'estimation.

Addition de nombres décimaux

Effectuer l'addition suivante : $1,56 + 2,35$

si  vaut 1

je représente 1,56

et 2,35

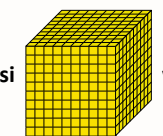
Je regroupe les unités, les dixièmes et les centièmes puis j'échange 10 centièmes pour 1 dixième.

Algorithme standard	Algorithme personnel
$\begin{array}{r} 1,56 \\ + 2,35 \\ \hline 3,91 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1,56 \\ + 2,35 \\ \hline 0,11 \\ 0,80 \\ + 3,00 \\ \hline 3,91 \end{array}$

J'obtiens 3,91.

Soustraction de nombres décimaux

Effectuer la soustraction suivante : $1,214 - 0,345$

si  vaut 1

je représente 1,214

Je fais un échange d'un centième pour 10 millièmes et j'enlève 5 millièmes.

il me reste 1,209

Je fais un échange d'un dixième pour 10 centièmes et j'enlève 4 centièmes.

Algorithme personnel
$\begin{array}{r} 1,214 \\ - 0,005 \\ \hline 1,209 \end{array}$

$\begin{array}{r} 1,209 \\ - 0,040 \\ \hline 1,169 \end{array}$

Je fais un échange d'une unité pour 10 dixièmes et j'enlève 3 dixièmes.

il me reste 1,169

La différence est 0,869

Algorithme standard
$\begin{array}{r} 1,214 \\ - 0,345 \\ \hline 0,869 \end{array}$

L'enseignant :

- utilise la résolution de problèmes ou l'enquête pour
 - amener l'élève à :
 - établir des liens entre les représentations **concrètes**, **imagées** et **symboliques** d'additions et de soustractions de nombres décimaux;
 - établir des liens entre l'addition et la soustraction de nombres décimaux;
 - établir des liens entre les nombres décimaux et la mesure, p. ex., l'argent, le temps, etc.
 - appliquer des stratégies d'estimation pour prédire des sommes et des différences de nombres décimaux;
 - appliquer ses propres stratégies (méthodes de calcul flexibles) pour effectuer des additions et des soustractions de nombres décimaux;
 - utiliser des algorithmes standards basés sur la compréhension du sens du nombre et des opérations et non sur la mémorisation de procédures pour effectuer des additions et des soustractions de nombres décimaux;
 - communiquer son raisonnement de multiples façons.
 - offrir à l'élève la possibilité d'observer, de s'interroger et d'appliquer ses connaissances des relations entre les nombres décimaux et les opérations, sa pensée partie-partie-tout, ses stratégies de calcul et son sens du nombre;
 - observer le raisonnement de l'élève et sa flexibilité avec les opérations d'addition et de soustraction et avec les nombres décimaux.

	Prix des billets incluant la taxe et les frais	Stationnement
P1	159,05 \$	20,00 \$
Loge	149,70 \$	20,00 \$
P2	140,50 \$	20,00 \$
P4	115,75 \$	20,00 \$
P5	97,25 \$	20,00 \$
P6	78,80 \$	20,00 \$



- pose des questions ouvertes qui favorisent la réflexion et le dialogue :
 - Paul a reçu 500 \$ pour sa fête. Il aimerait inviter des amis à se joindre à lui pour un match de hockey des Jets. Combien d'amis pourrait-il inviter? Explique ton raisonnement.
 - Julie aimerait aller voir quelques matchs des Jets. Quel montant d'argent aura-t-elle besoin d'amasser? Explique ton raisonnement.
 - Quel sera le coût total pour 4 billets et le stationnement? Explique ton raisonnement.
- pose des questions fermées ayant une seule réponse pour valider ou vérifier une connaissance précise :
 - Combien coûteront deux billets dans la section P4?
 - Quel sera le coût total pour 4 billets dans la section brune incluant le stationnement?
 - Léa a reçu 100 \$ pour sa fête. Combien d'argent lui restera-t-il, si elle achète un billet dans la section P5?