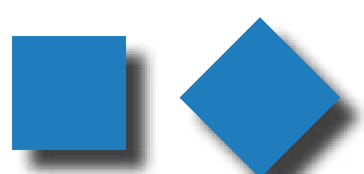
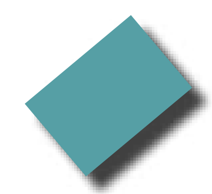
LE DÉVELOPPEMENT DE LA PENSÉE GÉOMÉTRIQUE ET DU SENS SPATIAL

Le développement de la pensée géométrique se traduit par la capacité de passer d'un espace physique vers un espace plus abstrait basé sur les propriétés des objets. Ceci nécessite le traitement de connaissances spatiales et géométriques (Marchand, 2009).
Le développement du sens spatial qui est intimement relié au développement de la pensée géométrique se traduit par la capacité « d'interpréter l'environnement physique et d'y réfléchir. Le sens spatial permet entre autres, à l'élève d'interpréter des figures à deux dimensions et des objets à trois dimensions et de voir les relations possibles entre ces figures et ces objets » (Manitoba, Ministère de l'Éducation, 2013, p. 10).

PRIME Connaissance et stratégies, page 8 et 9

Selon les deux chercheurs Pierre van Hiele et Dina van Hiele-Geldof, il y aurait cinq niveaux de développement de la pensée géométrique. Les cinq niveaux sont séquentiels, c'est-à-dire que l'élève doit franchir successivement chaque niveau. Les niveaux sont indépendants de l'âge et de la pratique (Small 2011, *Géométrie : connaissances et stratégies*).

À noter : si le niveau et l'enseignement dépasse la compréhension de l'élève, ce dernier risque de tout apprendre par cœur et de n'avoir que des succès temporaires. L'élève doit construire les relations entre les propriétés; il importe donc à l'enseignant d'adapter son enseignement au niveau de la pensée de l'élève et de lui fournir des occasions multiples de travailler physiquement avec des figures à deux dimensions et des objets à trois dimensions.

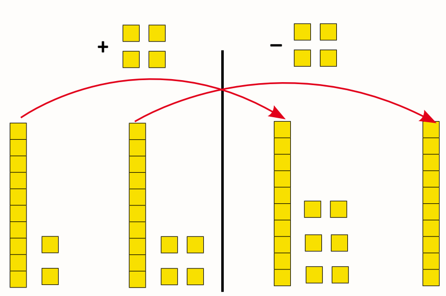
NIVEAU 0 : VISUALISATION	NIVEAU 1 : ANALYSE	NIVEAU 2 : DÉDUCTION INFORMELLE	NIVEAU 3 : DÉDUCTION	NIVEAU 4 : RIGUEUR
L'élève nomme une figure unique basée sur son apparence individuelle, car elle ressemble à une autre figure qu'il connaît. Il ne reconnaît pas les propriétés des figures.	L'élève comprend qu'une figure appartient à un groupe de figures semblables. Il commence à faire des observations détaillées sur les propriétés des figures (nombre de côtés, nombre de sommets, type d'angles, etc.).	L'élève peut établir des relations entre les figures géométriques et entre les propriétés d'une figure donnée.	L'élève comprend les relations entre les propriétés. Il peut utiliser des définitions, des preuves, des théorèmes, des axiomes et des postulats. Le travail effectué à ce niveau est plus formel. La pensée de l'élève repose sur des hypothèses à partir desquelles il est possible de déduire d'autres énoncés vrais.	L'élève se préoccupe de la nature même du système axiomatique utilisé au niveau précédent et il peut imaginer d'autres systèmes axiomatiques pour parfois développer de nouveaux postulats. Ce niveau dépasse de loin les résultats d'apprentissage de géométrie du primaire et du secondaire; il s'agit de l'étude de la géométrie de façon abstraite.
Par exemple, pour l'élève, l'une de ces figures est un carré et l'autre ne l'est pas, mais elle lui ressemble. 	Par exemple, pour déterminer un rectangle, il se base sur les propriétés de ce dernier.  • 4 côtés • 4 angles droits • des côtés opposés parallèles • une paire de côtés longs et une paire de côtés courts	Par exemple, l'élève comprend que puisqu'un rectangle, un carré et un losange ont tous les trois des paires de côtés parallèles qui sont congrus, ils sont tous les trois des parallélogrammes. Il conçoit aussi que tous les losanges ne sont pas des rectangles et que tous les rectangles ne sont pas des carrés.  Parallélogrammes Losanges rectangles	Par exemple, l'élève sait qu'un parallélogramme qui a deux côtés adjacents qui sont congrus doit être un losange.  *Ce parallélogramme n'est pas un losange parce que les deux côtés adjacents ne sont pas congrus.*	L'élève est capable de comprendre des géométries non euclidiennes et d'utiliser des systèmes déductifs abstraits.

RELATIONS D'ÉGALITÉ ET RAISONNEMENT ALGÉBRIQUE (5.R.2)

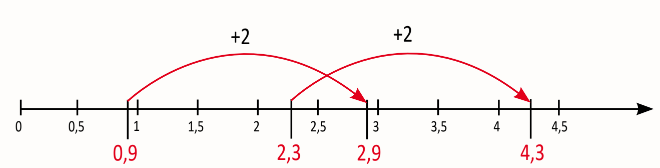
La construction du sens de l'égalité est à la base de l'algèbre qui consiste à reconnaître les relations entre des quantités et des opérations. La recherche démontre que plusieurs élèves ne reconnaissent pas que le symbole d'égalité indique une relation entre les nombres qui se trouvent de part et d'autre de celui-ci. Cette relation d'égalité se construit et se complexifie de la maternelle à la 12e année.

L'utilisation de différents modèles tels que la balance, la droite numérique double ou des blocs de base dix constitue un moyen efficace et nécessaire pour représenter les relations entre les nombres qui se trouvent de part et d'autre du symbole d'égalité et pour déterminer la valeur d'un nombre inconnu. Ces modèles permettent à l'élève de développer sa compréhension des relations d'égalité et de créer des liens entre les représentations concrètes, imagées et symboliques de ces relations dans des contextes d'addition, de soustraction, de multiplication et de division de nombres à l'étude. **Pour que l'élève ait du succès en mathématiques, plus particulièrement en algèbre, il importe qu'il comprenne de façon conceptuelle la signification du symbolisme lié aux variables et à l'égalité.**

0,12 + 0,14 = 0,16 + 0,10



4,3 – 2,9 = 2,3 – 0,9



Application du concept d'égalité dans des équations d'addition, de soustraction, de multiplication et de division pour déterminer un nombre inconnu.

L'élève :

- articule clairement ce qu'il sait au sujet de la signification du symbole d'égalité et de l'inconnu;
- reconnaît que les phrases mathématiques peuvent être écrites de différentes façons, c'est-à-dire qu'elles ne se représentent pas seulement sous la forme « a + b = c » (Voir les cartes de route de 1re, 2e, 3e et 4e année, *Relations d'égalité et raisonnement algébrique*);
- sait que l'ordre des termes d'une expression n'est pas important dans une addition ou une multiplication (commutativité), mais que l'ordre des termes doit être respecté dans une soustraction ou une division lorsqu'il compare deux expressions mathématiques pour déterminer l'égalité entre celles-ci;

$$8 \times 4 = 2 \times 16$$

x 2 ; ÷ 2 ; ÷ 4 ; x 4

$$48 \div 16 = 12 \div 4$$

÷ 4 ; ÷ 4

- compare les nombres de part et d'autre du symbole d'égalité afin de déterminer la valeur d'un nombre inconnu représenté par une lettre sans avoir à faire de calcul. Par exemple, pour 250 ÷ 25 = r ÷ 5, l'élève articule clairement que puisque 25 est 5 fois plus grand que 5, le nombre inconnu représenté par r doit être 5 fois plus petit que 250 afin de maintenir l'égalité.

À noter : Il est essentiel d'inviter l'élève à communiquer clairement la stratégie qu'il a utilisée pour déterminer la valeur d'un inconnu. Ceci fournit une occasion d'aborder les fausses conceptions de l'élève.