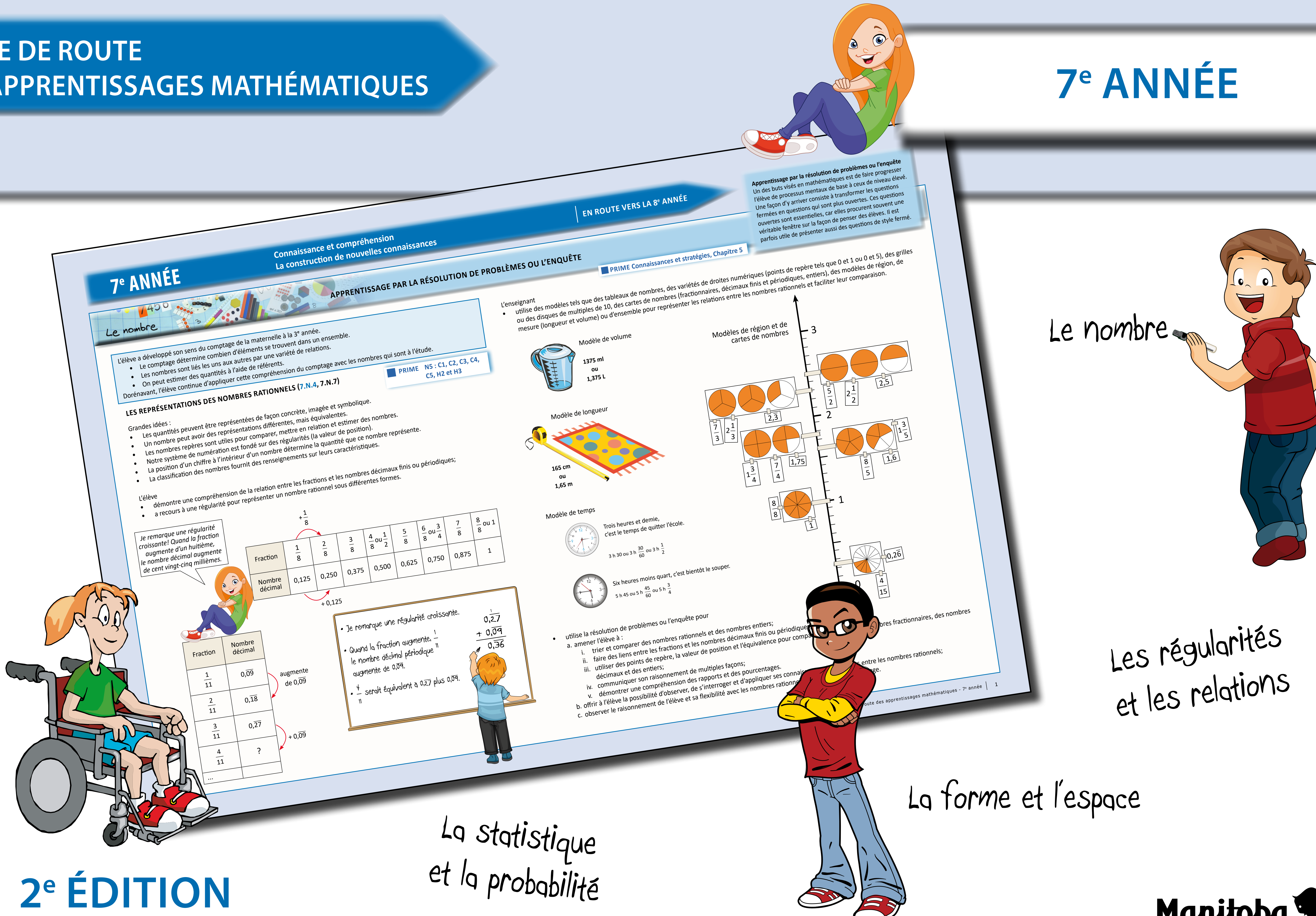
CARTE DE ROUTE DES APPRENTISSAGES MATHÉMATIQUES

7e ANNÉE



2e ÉDITION

Manitoba

Données de catalogage avant publication – Éducation Manitoba

Carte de route des apprentissages mathématiques, 7e année

Comprend des références bibliographiques.
ISBN 978-0-7711-7156-7 (PDF)
ISBN 978-0-7711-7154-3 (version imprimée)

1. Mathématiques – Étude et enseignement – Manitoba.
2. Mathématiques – Étude et enseignement (Élémentaire) – Manitoba.
3. Mathématiques – Étude et enseignement (Élémentaire) – Évaluation.
4. Connaissances en mathématiques – Manitoba – Évaluation.
I. Manitoba. Éducation Manitoba
372.7

Éducation et Apprentissage de la petite enfance Manitoba
Bureau de l'éducation française
Winnipeg (Manitoba) Canada

La version électronique de ce document est affichée sur le site Web du ministère de l'Éducation du Manitoba au https://www.edu.gov.mb.ca/m12/frpub/ped/ma/carte_route/index.html.

Veuillez noter que le Ministère pourrait apporter des changements à la version en ligne.

Le Ministère s'est engagé à rendre ses publications aussi accessibles que possible. Toutefois, certaines parties du présent document ne sont pas accessibles.

Dans le présent document, le genre masculin appliqué aux personnes est employé sans aucune discrimination et uniquement dans le but d'alléger le texte.

CARTE DE ROUTE DES APPRENTISSAGES MATHÉMATIQUES, 7e ANNÉE

Introduction

Les cartes de route des apprentissages mathématiques, publiées par le ministère de l'Éducation, sont une adaptation des documents *Numeracy Learning Maps,* élaborés par un groupe de conseilllers pédagogiques et de coordonnateurs en mathématiques provenant de différentes divisions scolaires. Les cartes mettent l'accent sur trois axes : les grandes idées liées aux apprentissages ciblés, des mises en situation liées à la résolution de problèmes ou à l'enquête et l'évaluation au service de l'apprentissage, en tant qu'apprentissage et de l'apprentissage. De plus, l'enseignant trouvera, entre autres, une série de listes concernant le matériel de manipulation, les modèles, le vocabulaire, les documents essentiels et autres documents suggérés. Ces cartes de route sont un complément aux nombreux documents disponibles sur le site du Ministère (*Programme d'études*, *Survol à travers les années : mathématiques – maternelle à la 9e année* et *Survol : mathématiques – par niveau scolaire*). Elles sont également reliées aux outils PRIME et à la formation qui en découle.

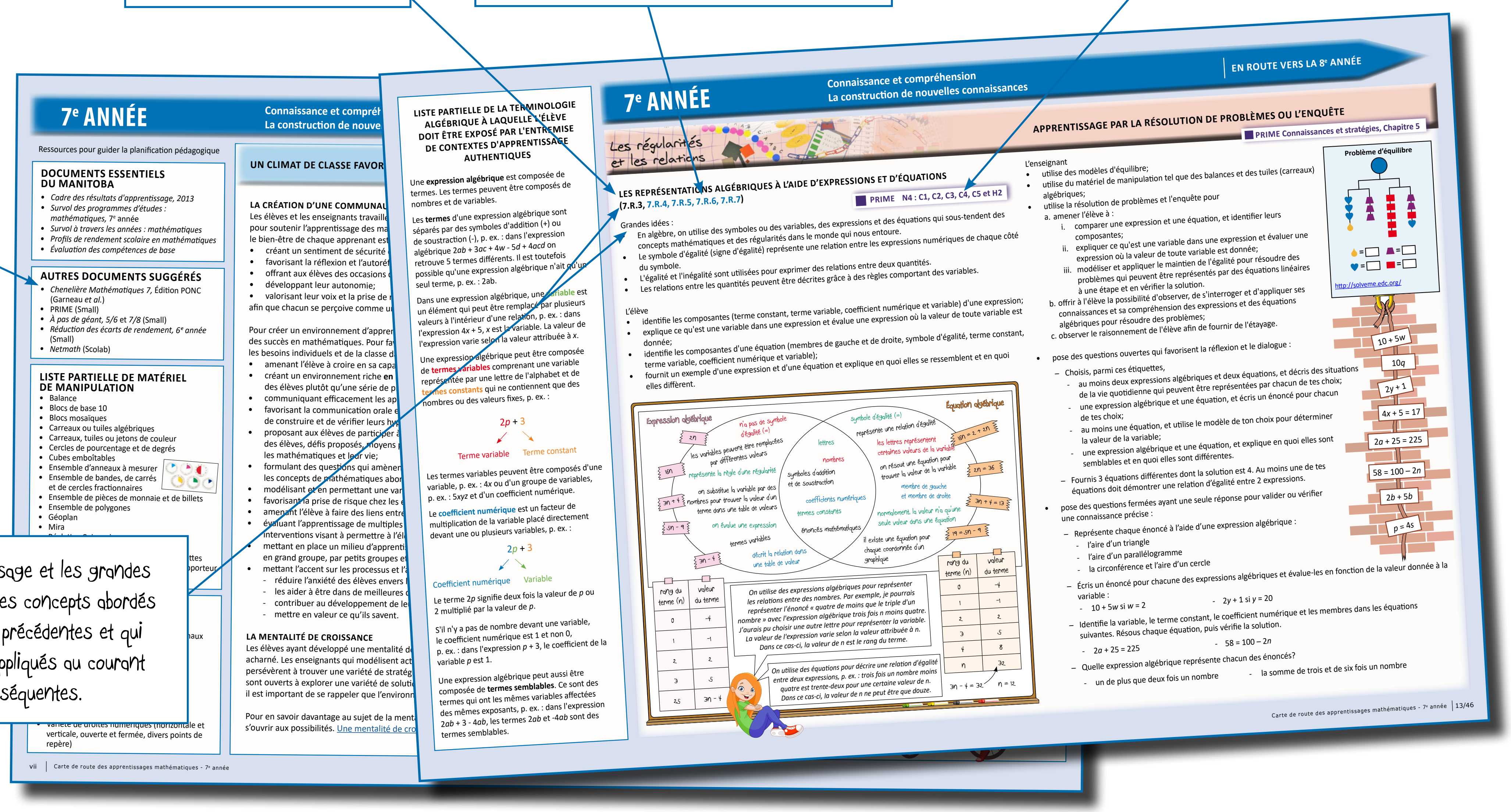
Cette adaptation a été créée pour consolider le leadership des équipes-écoles dans le but de développer une planification collaborative de l'enseignement et de l'apprentissage efficaces des mathématiques afin d'appuyer chaque élève. Elle a également pour but de fournir aux équipes-écoles un modèle basé sur les grandes idées dont découlera une planification collaborative à court, moyen et long terme. Si l'apprentissage des mathématiques revêt une importance primordiale, il importe pour l'enseignant de créer des contextes d'apprentissage stimulants et variés qui favorisent la résolution de problèmes, la communication, le raisonnement, la visualisation, l'établissement de liens, le calcul mental et l'estimation. De plus, ces contextes d'apprentissage devraient se dérouler dans un climat de confiance qui permet aux élèves de faire des choix et qui encourage la prise de risque tout en tenant compte de la zone proximale de développement, des connaissances antérieures et des intérêts des élèves.

Il est à noter que la collection Chenelière Mathématiques est en voie d'épuisement et que certaines composantes ne sont plus disponibles pour l'achat. Cette ressource demeure tout de même un document d'appui recommandé pour le curriculum de mathématiques du Manitoba.

Le texte indique les apprentissages ciblés pour le domaine à l'étude.

Les résultats d'apprentissage et les grandes idées en bleu indiquent les concepts abordés pour la première fois au courant de cette année scolaire et qui seront approfondis et appliqués au courant des années subséquentes.

Les codes représentent les niveaux, les concepts et les habiletés identifiés dans les échelles de développement des concepts et des habiletés de l'outil PRIME.



Les résultats d'apprentissage et les grandes idées en noir indiquent des concepts abordés au courant des années précédentes et qui seront approfondis et appliqués au courant des années subséquentes.

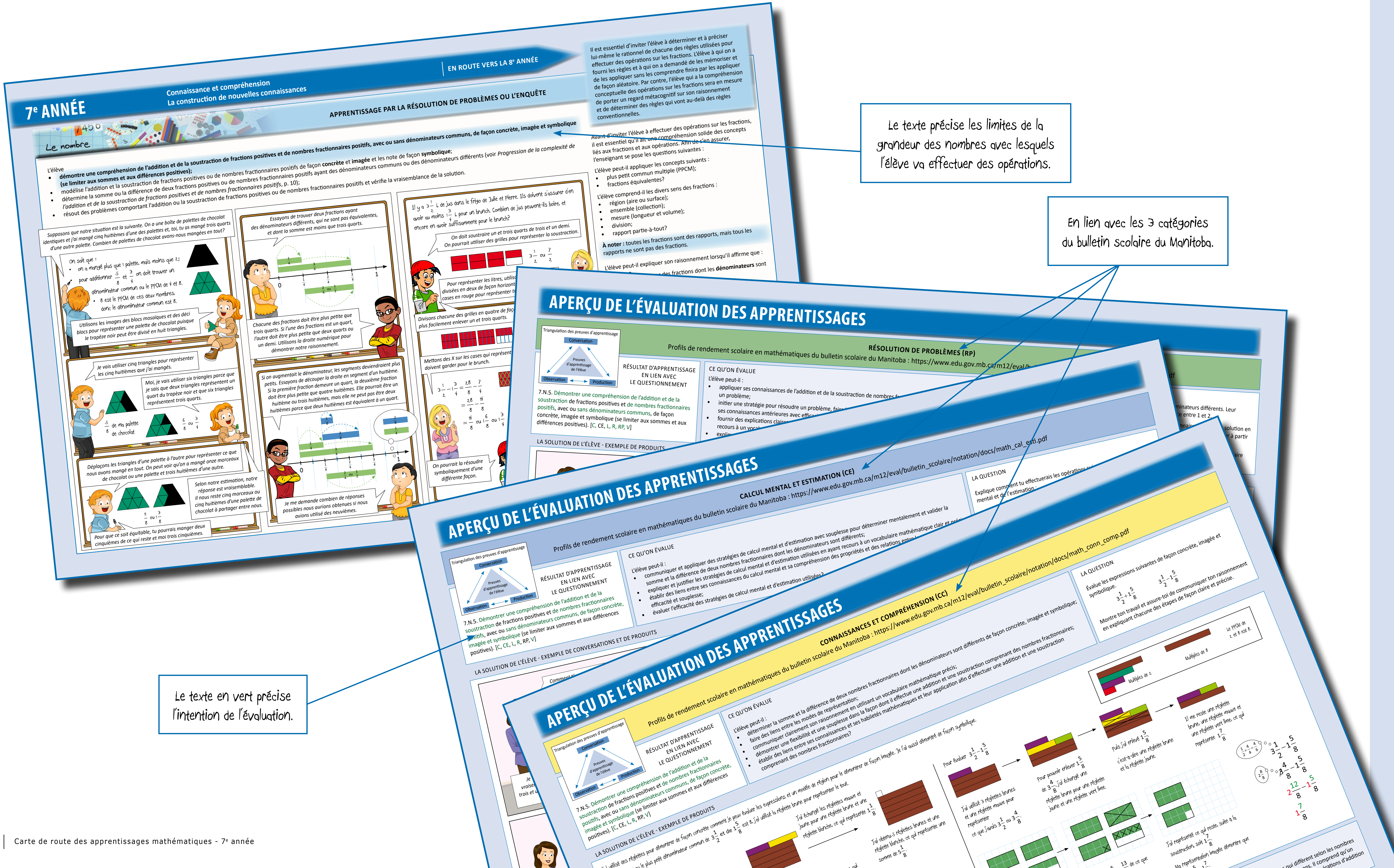
Les cartes de route des apprentissages mathématiques permettent de porter un regard réflexif sur l'enseignement et l'apprentissage :

- À quoi ressemble un environnement mathématique efficace?
- De quels éléments un enseignant doit-il tenir compte en planifiant ses leçons?
- Quelles stratégies et pratiques pédagogiques favorisent l'évaluation au service de l'apprentissage et en tant qu'apprentissage?
- Comment planifier de façon intentionnelle en tenant compte de l'élève, des attentes du programme d'études, des pratiques pédagogiques exemplaires et de l'évaluation centrée sur l'apprentissage?

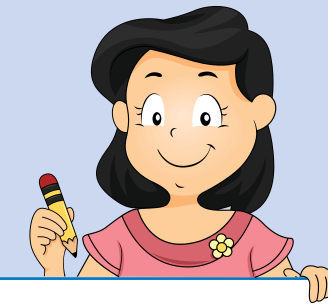
Les grandes idées permettent à l'enseignant d'avoir une vision globale des concepts à l'étude dans les différents domaines. Ce sont en quelque sorte des paramètres qui permettent :

- de prendre des décisions en ce qui a trait à l'enseignement et à l'apprentissage;
- de déterminer les schèmes de pensée des élèves (p. ex., d'observer les stratégies que l'élève utilise pour dénombrer);
- de recueillir des observations et de documenter les apprentissages;
- de fournir une rétroaction à l'élève pour lui permettre de cheminer;
- de déterminer les prochaines étapes de l'apprentissage;
- d'informer les parents au sujet des apprentissages visés en mathématiques;
- d'informer les parents au sujet du rendement de leur enfant.

CARTE DE ROUTE DES APPRENTISSAGES MATHÉMATIQUES, 7e ANNÉE



CARTE DE ROUTE DES APPRENTISSAGES MATHÉMATIQUES



7e ANNÉE

SURVOL DE LA DISCIPLINE

PROGRAMME FRANÇAIS

Le *Programme d'études de mathématiques de la maternelle à la 12e année, Programme français* propose une pédagogie qui valorise les fonctions de la langue française dans l'apprentissage des mathématiques permettant ainsi aux élèves d'acquérir des compétences langagières et disciplinaires, de s'approprier les nuances propres à la langue, d'être métacognitifs en français, de se divertir et s'épanouir en français et de développer un rapport positif à la langue française. Ce programme d'études conçu pour répondre aux intérêts, habiletés et besoins mêmes des élèves leur permet de réaliser que les mathématiques représentent un moyen de construire leur compréhension du monde et font partie de leur vie quotidienne.

PROGRAMME D'IMMERSION FRANÇAISE

Le *Programme d'études de mathématiques de la maternelle à la 12e année, Programme d'immersion française* propose une pédagogie qui valorise les fonctions de la langue française en immersion française dans l'apprentissage des mathématiques permettant ainsi aux élèves d'acquérir des compétences langagières et disciplinaires, de s'approprier les nuances propres à la langue française, d'être métacognitifs en français, de se divertir et s'épanouir en français et de développer un rapport positif à la langue française. Ce programme d'études conçu pour répondre aux intérêts, habiletés et besoins mêmes des élèves leur permet de réaliser que les mathématiques représentent un moyen de construire leur compréhension du monde et font partie de leur vie quotidienne.

Les résultats d'apprentissage du programme d'études de mathématiques sont répartis en quatre domaines qui reflètent la nature des mathématiques de la maternelle à la 12e année, notamment :

- Le nombre;
- Les régularités et les relations;
- La forme et l'espace;
- La statistique (à compter de la 2e année) et la probabilité (à compter de la 5e année).

L'étude des mathématiques favorise le développement des compétences globales et sous-tend les apprentissages durables. Elle favorise également le développement de la pensée logique et de compétences en résolution de problèmes et en analyse de données.

Les situations d'apprentissage qui se déroulent en classe de mathématiques découlent d'une approche centrée sur l'apprentissage par la résolution de problèmes qui permet aux élèves de faire des liens entre leur compréhension conceptuelle et les divers processus mathématiques (voir *Les processus mathématiques*, p. VI). L'intégration de ces processus lors des apprentissages amène les élèves à comprendre la nature des mathématiques et à leur donner un sens afin qu'ils puissent les apprendre et les utiliser à l'école et à l'extérieur de l'école tout au long de leur vie.

L'enseignement et l'apprentissage des mathématiques consistent à offrir aux élèves un milieu d'apprentissage qui favorise le succès, le sentiment d'appartenance et la prise de risques tels que manifestés dans la vision Mamàhtawisiwin (Manitoba Ministère de l'Éducation et de l'Apprentissage de la petite enfance, 2022). Ce milieu contribue non seulement au maintien de l'attitude positive des élèves et de leur confiance en soi, mais aussi au développement d'un rapport positif aux mathématiques et à la langue, ce qui leur permet de nourrir leurs modes de pensée, quels qu'ils soient.

LES ÉLÈVES DE LA 7e ANNÉE VONT DÉMONTRER, PAR L'ENTREMISE DE LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES, UNE COMPRÉHENSION :

- des pourcentages;
- des relations entre les nombres décimaux et les fractions;
- des quatre opérations sur les nombres décimaux ainsi que de l'addition et de la soustraction de fractions, de nombres fractionnaires et de nombres entiers;
- des règles de divisibilité en déterminant pourquoi un nombre est divisible par un nombre en particulier;
- de régularités exprimées oralement ou par écrit et de leurs relations correspondantes;
- des liens qui existent entre une relation, une table de valeurs et un graphique afin de les analyser et d'en tirer des conclusions;
- de la distinction entre une expression et une équation;
- du maintien de l'égalité pour modéliser et résoudre des équations linéaires;
- des attributs d'un cercle, d'un triangle et d'un parallélogramme.
- de la relation entre les différents attributs d'une figure quelconque ainsi que développer et appliquer des formules pour déterminer la mesure de chacun des attributs d'un cercle, d'un triangle et d'un parallélogramme;
- de constructions géométriques;
- de transformations de figures à deux dimensions dans les quatre quadrants du plan cartésien;
- des notions de tendance centrale et de l'étendue ainsi que de l'effet d'une valeur aberrante sur un ensemble de données;
- du diagramme circulaire et de son utilisation;
- des diverses formes sous lesquelles la probabilité théorique et expérimentale d'un évènement peut être exprimée (rapport, fraction et pourcentage) et de la notion de l'espace échantillonnal.

La citoyenneté en mathématiques comprend le développement d'une littératie mathématique permettant l'application d'idées et de concepts mathématiques dans divers contextes de la vie quotidienne, éveillant ainsi la curiosité des élèves en ce qui concerne leur rôle de citoyens capables de contribuer activement à la société, de réfléchir de manière critique sur le monde, de prendre des décisions éclairées et de générer des solutions à un enjeu en tenant compte de diverses perspectives.

- Les élèves utilisent les mathématiques comme moyen pour développer leur compréhension d'un éventail d'enjeux sociaux, culturels, économiques et politiques et pour nourrir leur réflexion sur ces enjeux.
- Les élèves mobilisent leurs connaissances et habiletés mathématiques pour analyser et comprendre des enjeux liés à la discrimination, à l'équité et aux droits de la personne en menant des enquêtes ou en proposant des solutions à une variété de problèmes ou situations mathématiques portant sur ces enjeux.
- Les élèves mobilisent leurs connaissances et habiletés mathématiques pour explorer, analyser et comprendre l'impact de l'interdépendance de soi, des autres et du monde naturel en menant des enquêtes ou en proposant des solutions à une variété de problèmes et situations mathématiques portant sur cet enjeu.
- Les élèves démontrent de l'intérêt envers les différentes façons d'aborder les mathématiques, les différents points de vue, les expériences et les visions du monde des autres personnes pour mieux comprendre et résoudre des problèmes et des situations mathématiques.
- Les élèves font preuve d'empathie envers les idées qui sont différentes des leurs et les solutions à un problème ou une situation mathématique proposée par les autres.
- Les élèves interagissent et apprennent avec les autres en personne ou en ligne de manière sécuritaire, respectueuse et inclusive en accueillant et valorisant divers points de vue et en tenant compte d'un éventail d'idées et de perspectives lorsqu'ils contribuent à des échanges mathématiques.
- Les élèves réalisent que leurs connaissances et habiletés mathématiques serviront non seulement à améliorer leur qualité de vie, mais aussi à améliorer celle des autres.
- Les élèves s'engagent dans des enquêtes mathématiques signifiantes, individuellement ou de façon collaborative, au cours desquelles ils posent ou se posent des questions pour arriver à solutions équitables et prendre des décisions éthiques.
- Les élèves apprécient comment les mathématiques peuvent être utilisées pour prendre et justifier des décisions éthiques qui conduisent à des actions responsables et durables qui les concernent eux-mêmes, leur communauté et le monde.

La collaboration en mathématiques comprend l'adhérence à une culture d'échanges d'idées et de points de vue chez les élèves afin de s'améliorer à la fois collectivement et individuellement et d'apprendre des autres et avec les autres pour développer et appliquer de nouvelles idées en mathématiques.

- Les élèves collaborent avec les autres, valorisent divers points de vue et tiennent compte d'un éventail d'idées et de perspectives lorsqu'ils contribuent à des échanges mathématiques.
- Les élèves participent activement et pleinement à l'apprentissage en échangeant des réflexions et des stratégies avec d'autres pour valider ou approfondir leur compréhension des idées mathématiques et expriment respectueusement leurs opinions, idées et conjectures.
- Les élèves valorisent les contributions des autres donnant ainsi la place à une différence de point de vue qui alimentera les échanges mathématiques.
- Les élèves adoptent une attitude d'écoute active, se posent des questions par rapport à leur schème de pensée mathématique et posent des questions aux autres pour approfondir leur compréhension des concepts et idées mathématiques et celle des autres.
- Les élèves démontrent une volonté de faire des compromis et de changer d'avis face à des arguments convaincants lors d'échanges mathématiques.
- Les élèves coconstruisent leur compréhension des concepts et idées mathématiques avec les autres afin de leur donner un sens.
- Les élèves soutiennent les autres et assument la responsabilité de leurs rôles tout au long du processus d'apprentissage et dans l'exécution de tâches mathématiques.

La connaissance de soi en mathématiques comprend la croyance des élèves en leur capacité à aborder et accomplir des tâches, à résoudre des problèmes et des situations mathématiques et à persévérer devant les défis auxquels ils font face en mathématiques. Elle comprend aussi la capacité des élèves à s'engager de façon positive dans des pratiques réflexives sur leurs apprentissages afin de se fixer des buts pour s'améliorer.

- Les élèves croient en leur capacité à apprendre et à comprendre le monde des mathématiques et son impact sur leur quotidien.
- Les élèves reconnaissent les éléments qui façonnent leur identité comme apprenant des mathématiques et se considèrent comme des mathématiciens.
- Les élèves s'accordent le temps dont ils ont besoin et mettent en œuvre des stratégies qui favorisent une mentalité de croissance afin de développer une relation positive avec les mathématiques.
- Les élèves envisagent la réflexion sur leurs propres décisions, les efforts qu'ils déploient, les expériences qu'ils vivent et les rétroactions des autres comme une opportunité d'apprentissage leur permettant de s'améliorer en mathématiques.
- Les élèves réfléchissent à leur apprentissage des mathématiques pour se fixer des buts et prendre des décisions éclairées qui ont un impact sur leur bien-être.
- Les élèves croient que leur capacité d'apprendre, leurs talents et leurs habiletés en mathématiques continueront de s'améliorer tout au long de la vie grâce à leur travail acharné, leur persévérance et leurs efforts.
- Les élèves sont prêts à prendre des risques, à demander de l'aide et à persévérer malgré les obstacles.
- Les élèves démontrent la capacité d'apporter des changements et de s'adapter à de nouveaux contextes mathématiques en sachant qu'ils apprendront de leurs erreurs et qu'ils pourront s'appuyer sur leurs forces personnelles.
- Les élèves développent leur autonomie, valorisent leur voix, s'engagent à jouer leur rôle pour devenir des élèves de mathématiques tout au long de leur vie.

La pensée créative en mathématiques comprend l'adoption d'un mode de pensée flexible, la curiosité, la prise de risques et l'établissement de liens avec les connaissances antérieures chez les élèves afin d'arriver à des solutions novatrices à divers problèmes et situations mathématiques en les envisageant sous un nouvel angle ou en formulant de nouvelles hypothèses.

- Les élèves adhèrent à un environnement d'apprentissage qui se déroule dans un climat de confiance et de respect, qui les encourage à faire des choix, à prendre des risques, à avoir une pensée flexible, leur permettant ainsi de prendre des décisions et de passer à l'action.
- Les élèves s'interrogent, posent des questions et contemplent différentes idées et concepts mathématiques.
- Les élèves résolvent des problèmes et des situations mathématiques en utilisant différentes façons d'arriver à des solutions novatrices.
- Les élèves enrichissent et peaufinent leur raisonnement en considérant les idées des autres.
- Les élèves formulent, ajustent et peaufinent leurs plans pour résoudre des problèmes et situations mathématiques en les envisageant sous un nouvel angle.
- Les élèves valident et adaptent leurs plans, leurs idées, leurs stratégies ou leurs solutions pour résoudre des problèmes et situations mathématiques tout en persévérant à travers les obstacles afin de s'améliorer.
- Les élèves recherchent et utilisent les rétroactions des autres pour développer et consolider leur compréhension conceptuelle, approfondir leur raisonnement et réfléchir à leurs démarches de résolution de problèmes et de situations mathématiques.

La communication en mathématiques comprend la capacité des élèves à échanger leurs idées, leur raisonnement et leurs solutions mathématiques de diverses façons notamment, de façon orale, écrite, concrète, imagée et symbolique dans divers contextes. Elle permet aux élèves de clarifier et de valider leurs idées et leur raisonnement, ainsi que de remettre en question leurs attitudes et leurs croyances à l'égard des mathématiques.

- Les élèves expriment leurs idées mathématiques et leurs émotions à l'égard des mathématiques en tenant compte des indices non verbaux de leur interlocuteur et en ajustant leur propos selon le contexte.
- Les élèves présentent leurs idées mathématiques de façon visuelles, orales, écrites, graphiques ou symboliques en tenant compte des conventions liées au mode de communication utilisé, de leurs interlocuteurs et des types de contextes de communication tout en s'assurant d'utiliser un langage mathématique clair et précis.
- Les élèves comprennent comment leurs paroles et leurs actions façonnent leur identité en tant qu'apprenant de mathématiques et leurs relations avec les autres.
- Les élèves sont à l'affût d'indices oraux, non verbaux ou visuels leur permettant d'améliorer leur compréhension de la terminologie, des propos des autres, des idées présentées et de diverses solutions à des problèmes et des situations mathématiques lors des échanges.
- Les élèves cherchent à comprendre les différents points de vue et les différentes solutions à un problème ou une situation mathématique en observant, en adoptant une attitude d'écoute active et en posant des questions de clarification créant ainsi qu'une culture de communication mutuelle.
- Les élèves reconnaissent et acceptent que leur façon d'apprendre et de représenter leur compréhension peut être différente de celles des autres.
- Les élèves donnent un sens aux idées, aux problèmes et aux situations mathématiques et en approfondissent leur compréhension en faisant des liens entre leur propre langage, la terminologie mathématique et les conventions mathématiques.
- Les élèves contribuent aux échanges mathématiques et expriment leurs pensées et leurs émotions à propos d'idées mathématiques d'une manière positive et respectueuse tant en personne qu'en ligne.
- Les élèves défendent leur point de vue et leur raisonnement mathématique tout en acceptant ceux des autres de manière constructive et responsable et comprennent comment ces échanges profitent autant à eux qu'aux autres membres de leur communauté d'apprentissage.

La pensée critique en mathématiques comprend la capacité de comparer, d'évaluer, de critiquer, de justifier, de mettre à l'épreuve et de valider des idées, des représentations, des plans ou des solutions en utilisant des arguments logiques, des critères et des preuves. Elle requiert une métacognition chez les élèves leur permettant de résoudre des problèmes et situations mathématiques, de communiquer leur raisonnement de façon efficace et de prendre des décisions éthiques.

- Les élèves recherchent et utilisent une variété d'idées et d'informations et y réfléchissent de façon stratégique, efficiente et efficace pour prendre des décisions et faire des choix.
- Les élèves évaluent leurs idées et celles des autres et les diverses solutions possibles en tenant compte de diverses perspectives, de biais, de même que de la validité et de la pertinence de l'information à l'appui.
- Les élèves utilisent le raisonnement inductif pour explorer et noter des résultats, pour analyser des idées, des problèmes et situations mathématiques, pour faire des observations et des généralisations à partir de régularités et pour mettre ces généralisations à l'épreuve en se basant sur des critères et des preuves.
- Les élèves reconnaissent que certaines croyances en mathématiques influencent la façon dont ils se perçoivent en tant qu'élèves de mathématiques.
- Les élèves font preuve d'une volonté de reconsidérer leurs façons de penser et de considérer des points de vue autres que les leurs au sujet d'idées, de problèmes ou de situations mathématiques.
- Les élèves posent des questions de clarification pertinentes pour approfondir leur compréhension des idées, des concepts, des problèmes et des situations mathématiques.
- Les élèves portent des jugements basés sur des critères réfléchis leur permettant ainsi de prendre des décisions, résoudre des problèmes et des situations mathématiques et de poser des gestes de façon éclairée.
- Les élèves utilisent un raisonnement déductif pour résoudre des problèmes ou des situations mathématiques, en tirer de nouvelles conclusions basées sur ce qui est déjà connu ou tenu pour vrai et prendre des décisions éthiques.

LES PROCESSUS MATHÉMATIQUES

Les sept processus mathématiques jouent un rôle crucial dans l'apprentissage, la compréhension et les applications des concepts mathématiques. Ces processus permettent aux élèves de reformuler, d'organiser, de travailler en réseau et de se créer des images mentales pour mieux donner un sens à l'apprentissage et à l'application des concepts mathématiques. Ils s'incorporent à l'enseignement et à l'apprentissage des mathématiques; ce sont les véhicules par lesquels les concepts mathématiques se construisent. Les descriptions ci-dessous présentent un résumé de chacun des processus. Pour plus de détails, veuillez consulter le programme d'études.

CALCUL MENTAL ET ESTIMATION [CE]

Le calcul mental et l'estimation sont une combinaison de stratégies cognitives qui renforcent la flexibilité de la pensée et le sens du nombre. Le calcul mental est un exercice qui se fait dans l'absence d'aide-mémoire externes. Il s'appuie sur un certain nombre de stratégies de calcul et de connaissances acquises. Il requiert de l'élève une flexibilité avec les nombres et les opérations.

L'estimation comprend diverses stratégies utilisées pour déterminer des valeurs ou des quantités approximatives en se basant habituellement sur des points de repère ou des référents. Elle permet de vérifier le caractère raisonnable ou la plausibilité des résultats de calculs. L'estimation est courante dans la vie quotidienne. Elle requiert de l'élève de savoir quand et comment procéder à des estimations et quelles stratégies utiliser.

LIENS [L]

Le processus d'établissement de liens notamment, entre des domaines et des concepts mathématiques, entre les mathématiques et des situations de la vie quotidienne et d'autres disciplines; ou entre les différentes représentations concrètes, imagées et symboliques permettent à l'élève non seulement de comprendre les mathématiques, mais de commencer à croire que les mathématiques sont utiles et pertinentes et qu'elles font partie du monde qui l'entoure.

Cet établissement de liens requiert de l'élève de s'interroger, de raisonner, d'établir des liens entre ses connaissances antérieures et ses nouvelles connaissances. Pour ce faire, l'élève doit avoir l'occasion de vivre des expériences qui lui permettent d'établir ces liens de façon explicite.

RÉSOLUTION DE PROBLÈMES [RP]

La résolution de problèmes, élément essentiel de l'apprentissage en mathématiques, est un outil pédagogique puissant qui encourage l'élaboration de solutions créatives et novatrices. Elle permet à l'élève d'acquérir et d'approfondir sa compréhension des concepts et des procédures de même qu'établir des liens entre les domaines, les concepts, les disciplines ainsi qu'entre les mathématiques et des situations de la vie quotidienne.

Lorsqu'on a donné à l'élève des façons de résoudre un problème, ce n'est plus d'un problème qu'il s'agit, mais d'un exercice. Un vrai problème exige que l'élève utilise ses connaissances et ses habiletés dans le but d'améliorer son raisonnement mathématique et de développer sa compréhension des concepts tout en explorant diverses stratégies qui lui permettent d'arriver à une ou plusieurs solutions.

En collaborant et échangeant avec ses pairs, l'élève est appelé à valider son processus de résolution de problèmes et à explorer diverses solutions possibles. Un milieu dans lequel l'élève se sent à l'aise d'essayer différentes stratégies contribue au développement de sa confiance en soi et l'encourage à prendre des risques et à prendre plaisir à faire des mathématiques, c'est-à-dire de se percevoir comme mathématicien ou mathématicienne.

TECHNOLOGIE [T]

La technologie peut contribuer à l'apprentissage d'une gamme étendue de résultats d'apprentissage et permettre à l'élève d'explorer et de créer des régularités, d'étudier des relations, de tester des conjectures et de résoudre des problèmes. Elle a le potentiel d'enrichir l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques à l'aide d'une gamme d'outils notamment, des calculatrices, des ordinateurs et des dispositifs mobiles qui donne accès, entre autres, à des applications, des logiciels statistiques, des logiciels de géométrie, des simulateurs de situations mathématiques, des vidéos et à la technologie des communications. La technologie peut permettre à l'élève d'approfondir sa compréhension des concepts et de communiquer sa pensée et ses apprentissages.

L'utilisation de la technologie peut améliorer, mais ne doit pas remplacer, la compréhension conceptuelle, la pensée procédurale et la résolution de problèmes. La capacité de représenter des situations de façon concrète, imagée et symbolique ainsi que d'effectuer des calculs mentaux est un aspect important de l'apprentissage des mathématiques. L'élève est appelé à déterminer, dans quel contexte utiliser la technologie et laquelle serait la plus appropriée pour effectuer une tâche mathématique, étudier des concepts mathématiques ou résoudre des problèmes.

COMMUNICATION [C]

La communication joue un rôle important dans la clarification, l'approfondissement et la rectification d'idées, d'attitudes et de croyances relatives aux mathématiques. L'élève communique des idées mathématiques de façon concrète, imagée et symbolique, à l'oral ou à l'écrit dans des contextes variés au quotidien en faisant preuve d'écoute active et respectueuse envers tout un chacun. Une communication efficace a lieu lorsque l'élève se retrouve dans un milieu sécuritaire, inclusif et accueillant où tous se sentent à l'aise de prendre des risques pour exprimer leur schème de pensée et réagir à celui des autres.

Cette communication requiert de l'élève d'utiliser la terminologie ou des symboles mathématiques tout en respectant les conventions mathématiques. Pour ce faire, l'élève doit avoir des occasions de lire et d'écrire au sujet de concepts mathématiques, d'en représenter, d'en voir, d'en entendre parler et d'en discuter. Ceci lui permet de réfléchir ainsi que de valider et clarifier sa pensée.

RAISONNEMENT [R]

Le raisonnement mathématique aide l'élève à penser de façon logique et à saisir le sens des mathématiques en développant ses capacités de raisonnement dans les divers domaines mathématiques. Il repose sur la capacité de formuler des conjectures ou hypothèses et de les valider en faisant appel notamment à la compréhension de concepts, de propriétés et de conventions mathématiques pour résoudre des problèmes.

L'élève, faisant face à une situation problème, est appelé à développer de la confiance dans ses habilités à raisonner et à communiquer son raisonnement mathématique. Lors de ce processus, il importe de lui poser des questions qui l'incitent à mettre à profit ses connaissances pour expliquer et justifier son raisonnement.

VISUALISATION [V]

La visualisation « met en jeu la capacité de penser en images, de percevoir, de transformer et de recréer différents aspects du monde visuel et spatial » [traduction libre] (Armstrong, 1993, p. 10). Le recours à la visualisation ou représentation visuelle dans l'étude des mathématiques facilite la compréhension de concepts et l'établissement de liens entre eux.

Bien qu'il soit possible de représenter une situation ou un concept mathématique de différentes façons, à l'aide de matériel de manipulation, de modèles ou de supports technologiques, l'élève doit être en mesure de déterminer les formes de représentations visuelles qui conviennent davantage à certaines situations ou certains concepts. Ces représentations permettent à l'élève de se créer des images mentales, de les verbaliser ou de les modéliser afin de rendre sa pensée et son raisonnement visibles.

La visualisation est essentielle à la résolution de problèmes en permettant à l'élève de se créer une image mentale de la situation et de représenter le problème ou communiquer sa solution en utilisant divers moyens tels que des schémas, des graphiques, des tableaux, des nombres, des mots et des symboles.

En collaborant et échangeant avec ses pairs, l'élève est mieux en mesure de valider ses représentations et de les peaufiner au besoin lors de la résolution de problèmes.

7e ANNÉE

Connaissance et compréhension
La construction de nouvelles connaissances

EN ROUTE VERS LA 8e ANNÉE

Tout au long de notre vie, **la numératie** est essentielle à tout apprentissage. Elle nous permet de comprendre, d'interpréter, de créer, de communiquer et d'interagir, qu'il s'agisse d'idées, d'autres personnes ou du monde qui nous entoure. C'est un processus complexe et dynamique qui nécessite que l'on s'appuie sur les connaissances, le langage, la culture et les expériences préalables pour acquérir de nouvelles connaissances et approfondir la compréhension. La notion de numératie comprend plus que la lecture et l'écriture de mots, de chiffres et de symboles sur une page, ou l'apprentissage des mathématiques. Elle englobe aussi la capacité de comprendre et d'utiliser le langage, des signes (indices et gestes), des nombres, des symboles et des images pour apprendre, communiquer et créer. Elle fait partie intégrante des expériences d'apprentissage dans toutes les disciplines scolaires, ainsi que des apprentissages et de la vie à l'extérieur de l'école. La numératie fait partie des compétences essentielles dont les adultes ont besoin pour réussir dans le monde du travail ainsi que pour avoir une participation citoyenne active et réfléchie. La numératie est un projet de vie qui évolue au fil du temps, de nos apprentissages, de notre travail et de notre développement.

Adapté de Littératie et numératie au Manitoba

Ressources pour guider la planification pédagogique

DOCUMENTS ESSENTIELS DU MANITOBA

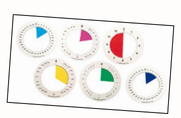
- *Cadre des résultats d'apprentissage, 2013*
- *Survol des programmes d'études : mathématiques*, 7e année
- *Survol à travers les années : mathématiques*
- *Profils de rendement scolaire en mathématiques*
- *Évaluation des compétences de base*

AUTRES DOCUMENTS SUGGÉRÉS

- *Chenelière Mathématiques 7,* Édition PONC (Garneau *et al.*)
- PRIME (Small)
- *À pas de géant, 5/6* et *7/8* (Small)
- *Réduction des écarts de rendement, 6e année* (Small)
- *Netmath* (Scolab)

LISTE PARTIELLE DE MATÉRIEL DE MANIPULATION

- Balance
- Blocs de base 10
- Blocs mosaïques
- Carreaux ou tuiles algébriques
- Carreaux, tuiles ou jetons de couleur
- Cercles de pourcentage et de degrés
- Cubes emboîtables
- Ensemble d'anneaux à mesurer
- Ensemble de bandes, de carrés et de cercles fractionnaires
- Ensemble de pièces de monnaie et de billets
- Ensemble de polygones
- Géoplan
- Mira
- Réglettes Cuisenaire
- Thermomètre
- Variété de collections, de dés et de roulettes
- Trousse géométrique (règle, équerre, rapporteur d'angles, compas)



LISTE PARTIELLE DE MODÈLES

- Arrangement rectangulaire
- Base dix
- Cartes de nombres (fractionnaires, décimaux finis et périodiques, entiers)
- Modèle d'équilibre
- Modèles de classement (Venn, Carroll, diagramme en arbre, etc.)
- Modèles de région, de mesure (surface, longueur, volume) et d'ensemble
- Plan cartésien
- Table de valeur
- Variété de droites numériques (horizontale et verticale, ouverte et fermée, divers points de repère)

UN CLIMAT DE CLASSE FAVORISANT UNE MENTALITÉ DE CROISSANCE ET LE BIEN-ÊTRE EN MATHÉMATIQUES

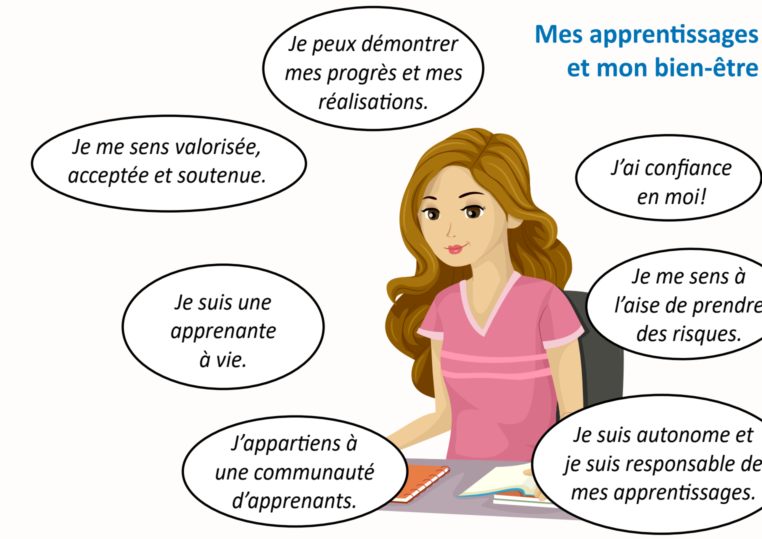
LA CRÉATION D'UNE COMMUNAUTÉ D'APPRENANTS EN MATHÉMATIQUES

Les élèves et les enseignants travaillent ensemble pour entretenir des relations et co-créer un milieu scolaire, en classe ou en ligne, pour soutenir l'apprentissage des mathématiques. Lors de la création d'une communauté d'apprenants en classe ou en ligne, le bien-être de chaque apprenant est entretenu en :

- créant un sentiment de sécurité et d'appartenance;
- favorisant la réflexion et l'autoréflexion;
- offrant aux élèves des occasions de développer leur confiance en soi et leur efficacité personnelle;
- développant leur autonomie;
- valorisant leur voix et la prise de risque;

afin que chacun se perçoive comme un apprenant à vie.

Mes apprentissages et mon bien-être



Pour créer un environnement d'apprentissage efficace, il importe que l'enseignant soit convaincu que tous les élèves ont la capacité de vivre des succès en mathématiques. Pour favoriser cet apprentissage, un enseignant efficace orchestre sa planification pédagogique, son instruction, les besoins individuels et de la classe dans le but d'amener chaque élève à se sentir confiant et compétent en mathématiques en :

- amenant l'élève à croire en sa capacité d'apprendre et de comprendre le monde des mathématiques;
- créant un environnement riche **en numératie** qui fait valoir l'importance de la réflexion et de l'exploration en mathématiques aux yeux des élèves plutôt qu'une série de problèmes ou d'exercices à compléter dans un manuel;
- communiquant efficacement les apprentissages visés et les attentes;
- favorisant la communication orale et en facilitant les échanges entre élèves afin de leur permettre de concrétiser leur compréhension, de construire et de vérifier leurs hypothèses et de généraliser leurs idées;
- proposant aux élèves de participer à des tâches signifiantes et motivantes de résolution de problèmes ou à des enquêtes qui tiennent compte de leur zone proximale de développement (besoins et capacités des élèves, défis proposés, moyens pédagogiques mis en place pour favoriser le cheminement des élèves), de leurs connaissances antérieures et de leurs intérêts afin qu'ils prennent conscience du lien entre les mathématiques et leur vie;
- formulant des questions qui amènent les élèves à identifier des régularités, à raisonner, à se construire une compréhension conceptuelle et à faire des liens entre les expériences qu'ils vivent au quotidien et les concepts de mathématiques abordés en classe;
- modélisant et en permettant une variété de représentations et de stratégies de résolution de problèmes afin de démontrer qu'il n'y a pas qu'une seule façon d'arriver à une solution;
- favorisant la prise de risque chez les élèves et en valorisant l'apprentissage par l'entremise des erreurs;
- amenant l'élève à faire des liens entre les concepts mathématiques et à reconnaître ces relations afin de généraliser des règles, des formules, etc.;
- évaluant l'apprentissage de multiples façons afin de mieux connaître ce que l'élève sait et ce qu'il a besoin d'apprendre ou d'approfondir pour guider le processus d'enseignement-apprentissage et orienter les interventions visant à permettre à l'élève de cheminer vers un niveau de rendement supérieur;
- mettant en place un milieu d'apprentissage qui met en évidence le matériel nécessaire à l'exploration des mathématiques, permet d'établir des routines de classe bien définies et favorise les apprentissages, en grand groupe, par petits groupes et individuel, tout en demeurant flexible;
- mettant l'accent sur les processus et l'apprentissage plutôt que sur la performance (les bonnes ou mauvaises réponses), afin de :
  - réduire l'anxiété des élèves envers les mathématiques;
  - les aider à être dans de meilleures dispositions pour apprendre;
  - contribuer au développement de leur confiance en soi;
  - mettre en valeur ce qu'ils savent.

LA MENTALITÉ DE CROISSANCE

Les élèves ayant développé une mentalité de croissance croient qu'ils peuvent développer leurs capacités par l'effort, la persévérance et le travail acharné. Les enseignants qui modélisent activement une mentalité de croissance créent un environnement dans lequel les élèves s'engagent et persévèrent à trouver une variété de stratégies pour résoudre des problèmes. Les élèves qui sont engagés dans le processus de résolution de problèmes sont ouverts à explorer une variété de solutions possibles et deviennent ainsi des preneurs de risques confiants. Lors de la planification de l'enseignement, il est important de se rappeler que l'environnement d'apprentissage sera différent pour chacun et que la flexibilité facilitera l'apprentissage.

Pour en savoir davantage au sujet de la mentalité de croissance, consulter la capsule d'autoformation une mentalité de croissance, s'ouvrir aux possibilités. Une mentalité de croissance, s'ouvrir aux possibilités - Capsules d'autoformation (cforp.ca)

Apprentissage par la résolution de problèmes ou l'enquête
Un des buts visés en mathématiques est de faire progresser l'élève de processus mentaux de base à ceux de niveau élevé. Une façon d'y arriver consiste à transformer les questions fermées en questions qui sont plus ouvertes. Ces questions ouvertes sont essentielles, car elles procurent souvent une véritable fenêtre sur la façon de penser des élèves. Il est parfois utile de présenter aussi des questions de style fermé.

APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

PRIME Connaissances et stratégies, Chapitre 5

L'élève a développé son sens du comptage de la maternelle à la 3e année.
- Le comptage détermine combien d'éléments se trouvent dans un ensemble.
- Les nombres sont liés les uns aux autres par une variété de relations.
- On peut estimer des quantités à l'aide de référents.

Dorénavant, l'élève continue d'appliquer cette compréhension du comptage avec les nombres qui sont à l'étude.

LES REPRÉSENTATIONS DES NOMBRES RATIONNELS (7.N.4, 7.N.7)

PRIME N5 : C1, C2, C3, C4, C5, H2 et H3

Grandes idées :
- Les quantités peuvent être représentées de façon concrète, imagée et symbolique.
- Un nombre peut avoir des représentations différentes, mais équivalentes.
- Les nombres repères sont utiles pour comparer, mettre en relation et estimer des nombres.
- Notre système de numération est fondé sur des régularités (la valeur de position).
- La position d'un chiffre à l'intérieur d'un nombre détermine la quantité que ce nombre représente.
- La classification des nombres fournit des renseignements sur leurs caractéristiques.

L'élève
- démontre une compréhension de la relation entre les fractions et les nombres décimaux finis ou périodiques;
- a recours à une régularité pour représenter un nombre rationnel sous différentes formes.

$+\frac{1}{8}$

Fraction	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{8}$ ou $\frac{1}{2}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{6}{8}$ ou $\frac{3}{4}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{8}{8}$ ou 1
Nombre décimal	0,125	0,250	0,375	0,500	0,625	0,750	0,875	1

+ 0,125

Fraction	Nombre décimal
$\frac{1}{11}$	$0,\overline{09}$
$\frac{2}{11}$	$0,\overline{18}$
$\frac{3}{11}$	$0,\overline{27}$
$\frac{4}{11}$	?
...	

augmente de $0,\overline{09}$

$+ 0,\overline{09}$

- Je remarque une régularité croissante.
- Quand la fraction augmente, $\frac{1}{11}$ le nombre décimal périodique augmente de $0,\overline{09}$.
- $\frac{4}{11}$ serait équivalent à $0,\overline{27}$ plus $0,\overline{09}$.

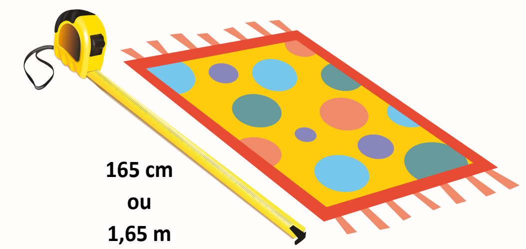
$$\begin{array}{r} 0,\overline{27} \\ +\ 0,\overline{09} \\ \hline 0,\overline{36} \end{array}$$

L'enseignant
- utilise des modèles tels que des tableaux de nombres, des variétés de droites numériques (points de repère tels que 0 et 1 ou 0 et 5), des grilles ou des disques de multiples de 10, des cartes de nombres (fractionnaires, décimaux finis et périodiques, entiers), des modèles de région, de mesure (longueur et volume) ou d'ensemble pour représenter les relations entre les nombres rationnels et faciliter leur comparaison.

Modèle de volume

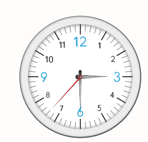
1375 ml
ou
1,375 L

Modèle de longueur



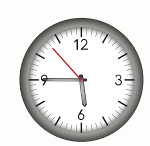
165 cm
ou
1,65 m

Modèle de temps



Trois heures et demie, c'est le temps de quitter l'école.

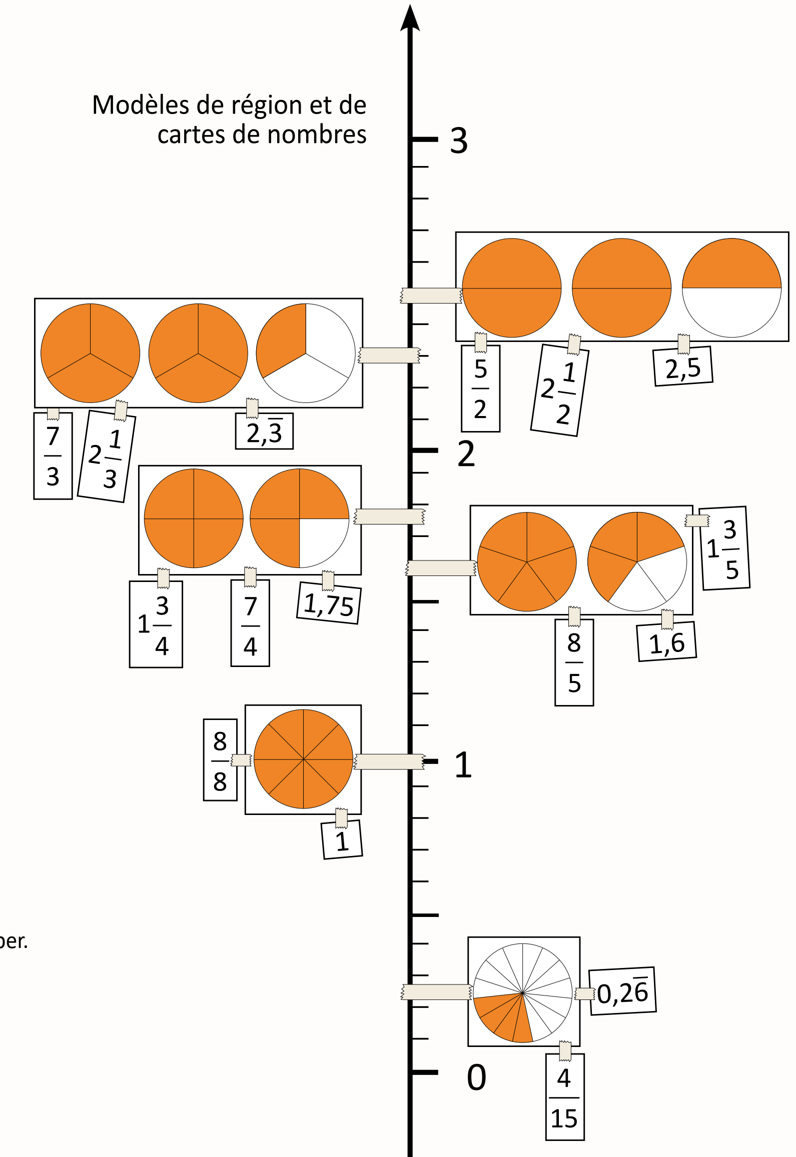
3 h 30 ou 3 h $\frac{30}{60}$ ou 3 h $\frac{1}{2}$



Six heures moins quart, c'est bientôt le souper.

5 h 45 ou 5 h $\frac{45}{60}$ ou 5 h $\frac{3}{4}$

Modèles de région et de cartes de nombres



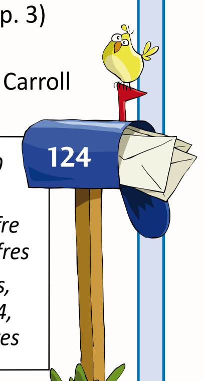
- utilise la résolution de problèmes ou l'enquête pour
  a. amener l'élève à :
     i. trier et comparer des nombres rationnels et des nombres entiers;
     ii. faire des liens entre les fractions et les nombres décimaux finis ou périodiques;
     iii. utiliser des points de repère, la valeur de position et l'équivalence pour comparer et ordonner des nombres fractionnaires, des nombres décimaux et des entiers;
     iv. communiquer son raisonnement de multiples façons;
     v. démontrer une compréhension des rapports et des pourcentages.
  b. offrir à l'élève la possibilité d'observer, de s'interroger et d'appliquer ses connaissances des relations entre les nombres rationnels;
  c. observer le raisonnement de l'élève et sa flexibilité avec les nombres rationnels afin de fournir de l'étayage.

LISTE PARTIELLE DU VOCABULAIRE DE MATHÉMATIQUES AUQUEL L'ÉLÈVE DOIT ÊTRE EXPOSÉ

- Comparer, créer, décomposer, décrire, démontrer, déterminer, effectuer, estimer, évaluer, expliquer, exprimer, identifier, modéliser, ordonner, raisonner, représenter, résoudre, vérifier
- Concret, imagé, symbolique
- Stratégies

NOMBRE

- En ordre croissant ou décroissant, utiliser des points de repère, droite numérique horizontale ou verticale
- Équivalent à, est égal à (=), n'est pas égal à (≠), est inférieur à ou plus petit que (<), est supérieur à ou plus grand que (>), est approximativement égal à ou à peu près égal à (≈)
- Numéro, chiffre, nombre, nombre écrit symboliquement et en lettres, forme développée
- Nombre naturel, nombre premier, nombre composé (facteurs et multiples d'un nombre)
- Nombre réel :
  - nombre rationnel :
    - nombre fractionnaire, fraction (demi, tiers, quart, cinquième, etc.), fraction impropre, fractions équivalentes, numérateur, dénominateur, commun, parties égales d'un tout, parties d'un ensemble, simplifier une fraction, fraction irréductible, rapport
    - nombre entier, nombre entier négatif (moins 34), nombre entier positif (plus 34), nombres entiers opposés (moins 3 et plus 3), paire nulle (deux nombres opposés dont la somme est égale à zéro)
    - nombre décimal, nombre décimal fini, nombre décimal périodique, période
  - nombre irrationnel, nombre sans période
- Vocabulaire de valeur de position : tranche, virgule décimale ou virgule de cadrage (voir *Tableau de valeur de position*, p. 3)
- Pourcentage, rapport
- Diagramme de Venn, diagramme de Carroll



0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sont des chiffres
4 est un nombre à 1 chiffre
43 est un nombre à 2 chiffres
Sur ma boîte aux lettres, il est écrit le numéro 124, il est composé de 3 chiffres

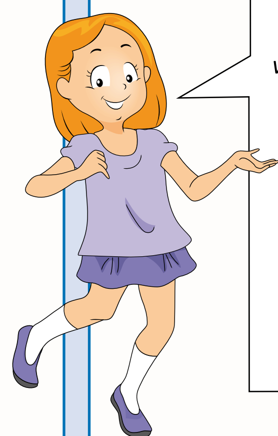
7e ANNÉE

Connaissance et compréhension
La construction de nouvelles connaissances

EN ROUTE VERS LA 8e ANNÉE

APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

PRIME Connaissances et stratégies, Chapitre 5



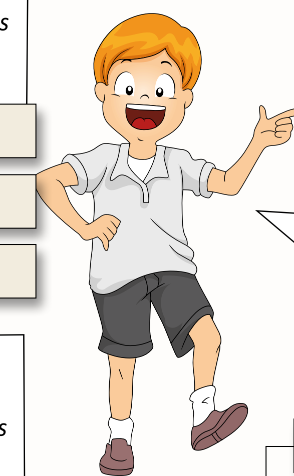
*Nous avons accumulé **cent dollars** lors de notre vente de garage. Ma mère a déposé les fonds à la banque et elle aimerait envoyer un transfert électronique du même montant **à mes deux frères et à moi**. Elle nous demande de calculer le montant qu'elle doit transférer à chacun de nous.*

100 $ → 33 $ | 33 $ | 33 $

*Si nous partageons le cent dollars entre nous, nous aurons trente-trois dollars chacun et il va nous rester **un dollar**.*

1 $ → 30 ¢ | 30 ¢ | 30 ¢

*Pour partager ce dollar, nous allons devoir l'échanger pour dix pièces de dix cents. Si nous les partageons en trois, nous allons recevoir trois pièces de dix cents chacun et il va nous rester **une pièce de dix cents**.*



*Pour partager la pièce de dix cents qui reste, nous pouvons l'échanger pour dix pièces d'un cent. Cela veut dire que nous en aurons trois chacun et qu'il restera **une pièce d'un cent**.*

10 ¢ → 3 ¢ | 3 ¢ | 3 ¢

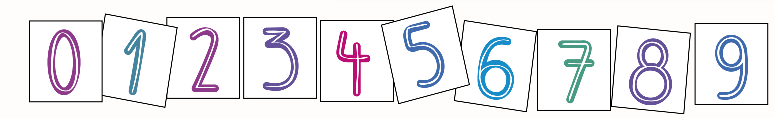
Finalement, je constate que nous allons recevoir un transfert électronique de trente-trois dollars et trente-trois cents chacun. Ma mère devra garder la cent en trop parce qu'on ne peut pas la partager entre nous. Je constate aussi que, si nous pouvions le faire il n'y aurait jamais de fin à ce partage, car il y aurait toujours une pièce en trop.

L'élève

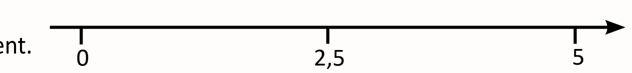
- trie des fractions d'un ensemble selon qu'elles sont équivalentes à des nombres décimaux périodiques ou à des nombres décimaux finis;
- exprime une fraction sous forme de nombre décimal fini ou périodique et vice versa.

Nombres réels				
Nombres rationnels				Nombres irrationnels
Fractions	Nombres entiers	Nombres décimaux (finis)	Nombres décimaux périodiques	Nombres sans période
$\frac{9}{3}$	3	3	3,000... ou 3,0*	
$\frac{7}{2}$		3,5	3,500... ou $3{,}5\overline{0}$*	
$\frac{1}{3}$			0,33333... ou $0{,}\overline{3}$	
$\frac{1}{11}$			0,0909... ou $0{,}\overline{09}$	
$\frac{17}{3}$			5,6666... ou $5{,}\overline{6}$	
$\frac{23}{15}$			1,533... ou $1{,}5\overline{3}$	
				$\sqrt{3} = 1{,}732\ 05...$
				$\pi = 3{,}141\ 59$

*Une fraction impropre tel que $\frac{9}{3}$ peut s'exprimer sous forme d'un nombre entier, c'est-à-dire 3. Il est à noter que 3 est un nombre entier, mais que le nombre décimal 3,000 ne l'est pas, il indique plutôt une précision de mesure et on dit de lui qu'il est un nombre décimal.



- pose des questions ouvertes qui favorisent la réflexion et le dialogue :
  - À l'aide de ces chiffres, crée 3 fractions selon les critères suivants :
    i. chacune des fractions doit être équivalente à un nombre décimal périodique;
    ii. les chiffres de 1 à 9 ne peuvent être utilisés qu'une seule fois.
    Explique ton raisonnement.
  - À l'aide de ces chiffres, crée 3 fractions selon les critères suivants :
    i. chacune des fractions doit être équivalente à un nombre décimal fini;
    ii. les chiffres de 1 à 9 ne peuvent être utilisés qu'une seule fois.
    Explique ton raisonnement.
  - À l'aide de ces chiffres, crée un ensemble de nombres selon les critères suivants :
    i. ton ensemble doit comprendre au moins 2 nombres fractionnaires, 2 nombres décimaux finis, 2 nombres décimaux périodiques et 2 nombres entiers;
    ii. les chiffres de 1 à 9 peuvent être utilisés plus d'une fois.
    Ordonne les nombres en utilisant le modèle de ton choix. Explique ton raisonnement.
- pose des questions fermées ayant une seule réponse pour valider ou vérifier une connaissance précise :
  - Compare les nombres $\frac{1}{2}$, $\frac{8}{5}$, 3,75, $0{,}\overline{9}$, 4,015, 3 et place-les en ordre croissant à l'aide de la droite numérique.
    Explique ton raisonnement.



  - Lequel de ces nombres est un nombre décimal périodique? Comment le sais-tu?
  - Quelle est la fraction équivalente à :
    i. 3,75 ii. 4,015 iii. $0{,}\overline{9}$?
    Explique ton raisonnement.

Classification des nombres :

Les ***nombres réels***, $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$, englobent les nombres rationnels et irrationnels.

Les ***nombres naturels***, $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, ...\}$, sont les nombres qui servent à compter ou à dénombrer les objets d'un ensemble.

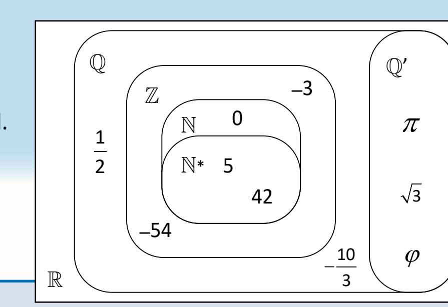
Les ***nombres entiers***, $\mathbb{Z} = \{..., -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, ...\}$, sont des nombres positifs ou négatifs dont la valeur absolue est un nombre naturel.

Les ***nombres rationnels***, $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \middle| a \in \mathbb{Z}, b \in \{\mathbb{Z} | b \neq 0\} \right\}$, peuvent s'exprimer sous forme fractionnaire et sous forme décimale :

p. ex. : trois et vingt-cinq centièmes peut s'écrire $3\frac{25}{100}$ (forme fractionnaire) ou 3,25 (forme décimale). Un nombre décimal peut être **fini** ou **périodique** :

- Un ***nombre décimal fini*** est un nombre rationnel qui peut s'écrire sous la forme fractionnaire dont le dénominateur est un multiple de 10, p. ex. : $3{,}205 = 3\frac{205}{1000}$. La suite de chiffres après la virgule est finie.
- Un ***nombre décimal périodique*** est un nombre rationnel qui ne peut pas s'écrire sous la forme fractionnaire dont le dénominateur est un multiple de 10, p. ex. : $\frac{1}{3} = 0{,}333\ 333...$ ou $0{,}\overline{3}$ et dont une partie des décimales se répètent sans fin. Cette partie qui se répète sans fin est appelée la ***période*** du nombre décimal périodique. On la note en plaçant un tiret au-dessus de celle-ci, p. ex. : 0,533 333... s'écrit $0{,}5\overline{3}$

Les ***nombres irrationnels***, $\mathbb{Q}'$, sont des nombres à virgule qui comportent une infinité de chiffres sans répétition. Tout nombre réel qui ne peut être représenté par une fraction est un nombre irrationnel.



APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

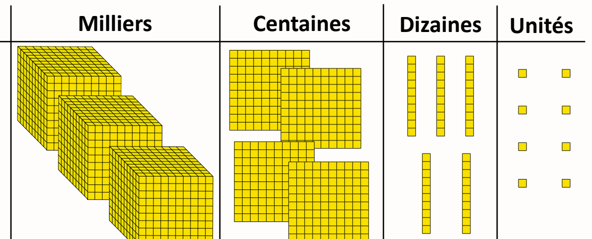
TABLEAU DE VALEUR DE POSITION

Virgule décimale ou virgule de cadrage

	Partie entière																Partie décimale		
Ordre de grandeur	Tranche des billions			Tranche des milliards			Tranche des millions			Tranche des milliers			Tranche des unités			,	Pour la partie décimale, chaque position correspond à une tranche		
Nom de la position	Centaine de billion	Dizaine de billion	Unité de billion	Centaine de milliard	Dizaine de milliard	Unité de milliard	Centaine de million	Dizaine de million	Unité de million	Centaine de mille	Dizaine de mille	Unité de mille	Centaine	Dizaine	Unité	,	Dixième	Centième	Millième
Valeur de position	100 000 000 000 000	10 000 000 000 000	1 000 000 000 000	100 000 000 000	10 000 000 000	1 000 000 000	100 000 000	10 000 000	1 000 000	100 000	10 000	1000	100	10	1	,	0,1 ou $\frac{1}{10}$	0,01 ou $\frac{1}{100}$	0,001 ou $\frac{1}{1000}$
Correspondance au système métrique			téra (T)			giga (g)			méga (M)			kilo (k)	hecto (h)	déca (da)	mètre (m) gramme (g) litre (L)	,	déci (d)	centi (c)	milli (m)
Exemple :												3	4	5	8				

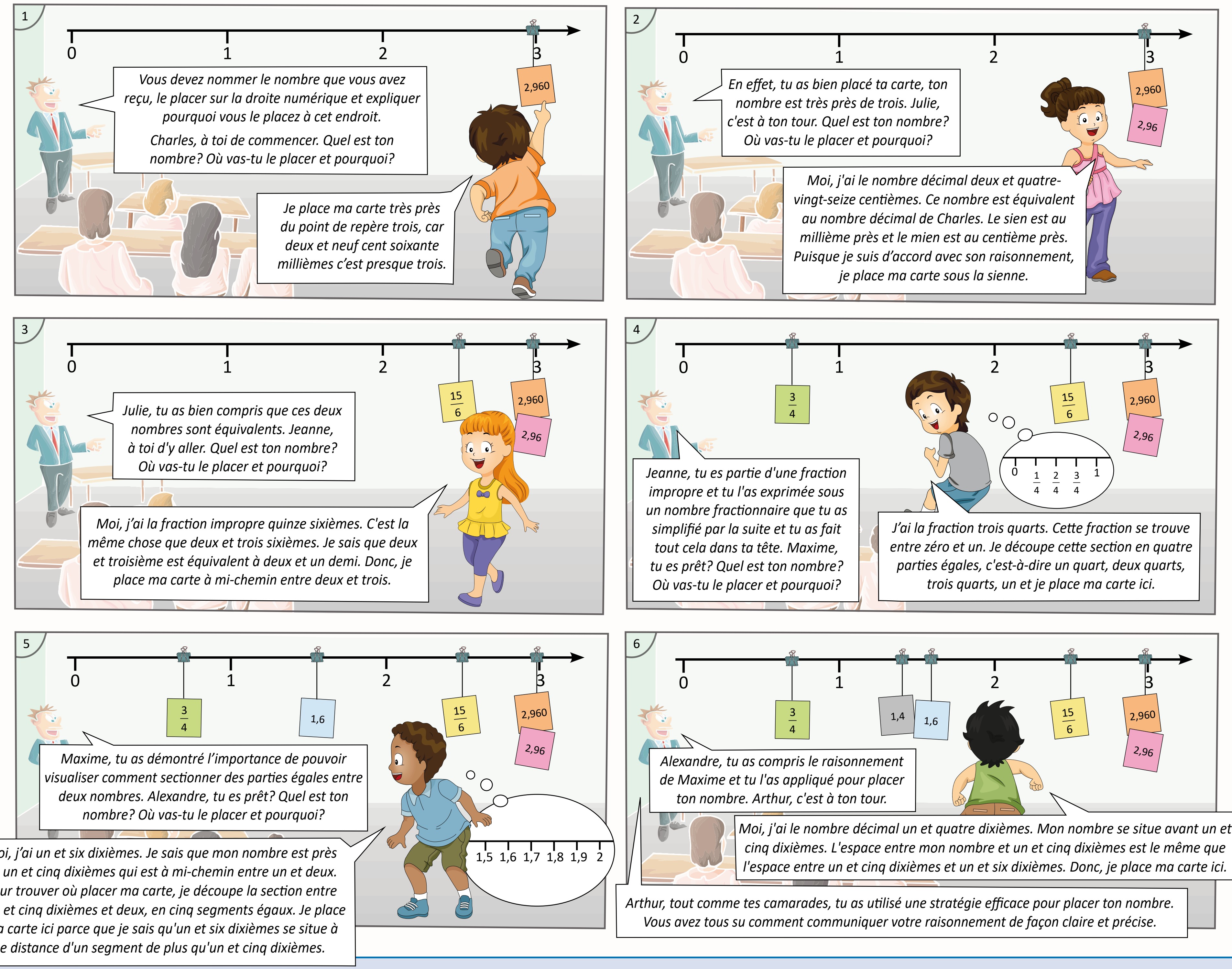
Le nombre trois mille quatre cent cinquante-huit contient trente-quatre centaines, trois cent quarante-cinq dizaines ou trois mille quatre cent cinquante-huit unités. Le trois est dans la position des milliers et il a une valeur de trois mille. Le quatre est dans la position des centaines et il a une valeur de quatre cents. Le cinq est dans la position des dizaines, il a une valeur de cinquante. Le huit est dans la position des unités, il a une valeur de huit.

À noter : les termes « tranche des... », « ordre des... », et « classe des... » peuvent tous être utilisés pour représenter l'ordre de grandeur des nombres.

	Milliers	Centaines	Dizaines	Unités
Représentation imagée				
Valeur de position	3000	400	50	8

L'élève :

- compare et ordonne de façon croissante ou décroissante des fractions (mixtes et impropres), des nombres décimaux (jusqu'aux millièmes) et des entiers en utilisant des points de repère tels que 0 et 1 ou 0 et 5, la valeur de position, des fractions équivalentes ou des nombres décimaux, et explique les stratégies utilisées pour les ordonner.



LISTE PARTIELLE DU VOCABULAIRE DE MATHÉMATIQUES AUQUEL L'ÉLÈVE DOIT ÊTRE EXPOSÉ (suite)

Opérations

- Vocabulaire de calcul mental (Voir *Le calcul mental et l'estimation*, p. 37), nombres complémentaires (nombres compatibles)
- Vocabulaire d'estimation : estimer, référents, point de repère, à la hausse, à la baisse, à peu près, presque, environ, estimation selon le premier chiffre, au millier près, à la centaine près, sous-estimation, surestimation, compensation
- Vocabulaire des opérations, calcul, algorithme standard et non standard, priorité des opérations, solution :
  - Addition, ajouté, de plus, et, gagne, augmente, en tout, somme, total, commutativité
  - Soustraction, enlève, de moins, perd, diminue, écart, différence
  - Multiplication, multiplicateur, multiplicande, fois, multiplier par, produit, produit partiel, groupes égaux, en tout, facteurs, multiples, arrangement rectangulaire, rangées, colonnes, addition répétée, produit, produits partiels, commutativité, distributivité
  - Division, diviser par, groupes égaux, reste, quotient, dividende, diviseur, soustraction répétée, partage, arrangement rectangulaire, rangées, colonnes, règle de divisibilité

APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

PRIME Connaissances et stratégies, Chapitre 5

LES OPÉRATIONS AVEC DES NOMBRES ENTIERS — ADDITION/SOUSTRACTION (7.N.6) ET MULTIPLICATION/DIVISION (7.N.1) LES OPÉRATIONS AVEC DES NOMBRES RATIONNELS (7.N.2, 7.N.3, 7.N.5)

PRIME N5 : C1, C2, C3, H2 ET et H3

Grandes idées :

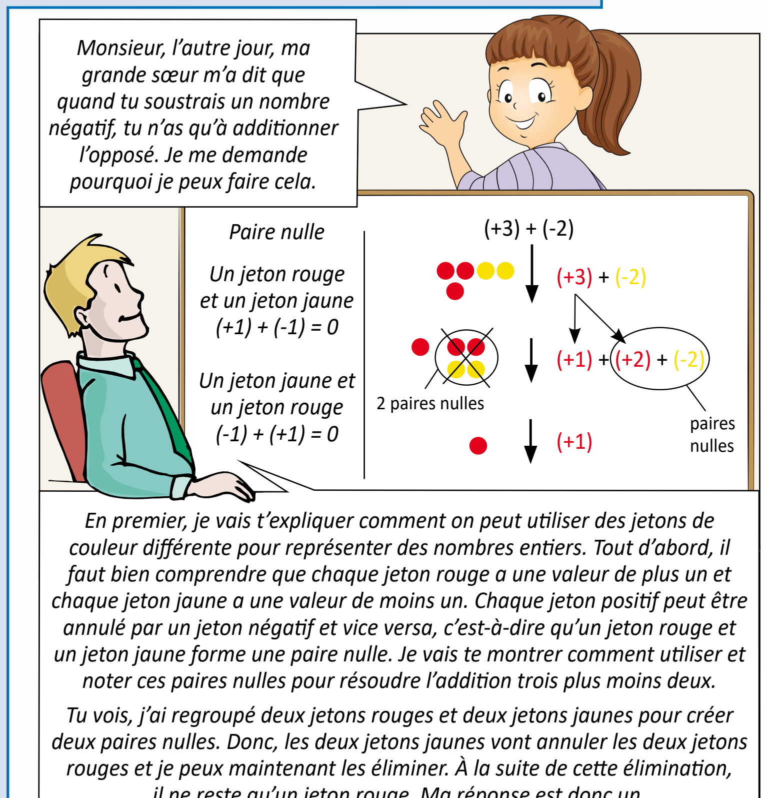
- Les quatre opérations sont intrinsèquement reliées.
- Les méthodes de calcul flexibles permettent de décomposer et de combiner des nombres de multiples façons.
- Les méthodes de calcul flexibles demandent une bonne compréhension des opérations et des propriétés des opérations.
- Il y a une variété de méthodes appropriées pour estimer des sommes, des différences, des produits et des quotients dépendamment du contexte et des nombres utilisés.
- Les stratégies personnelles et les algorithmes sont des méthodes de calcul qui peuvent être flexibles et efficaces et qui diffèrent selon les nombres et les situations.

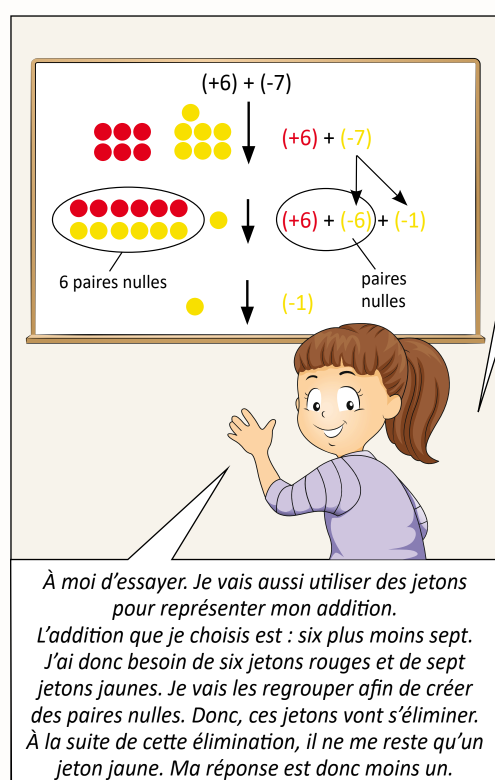
L'élève

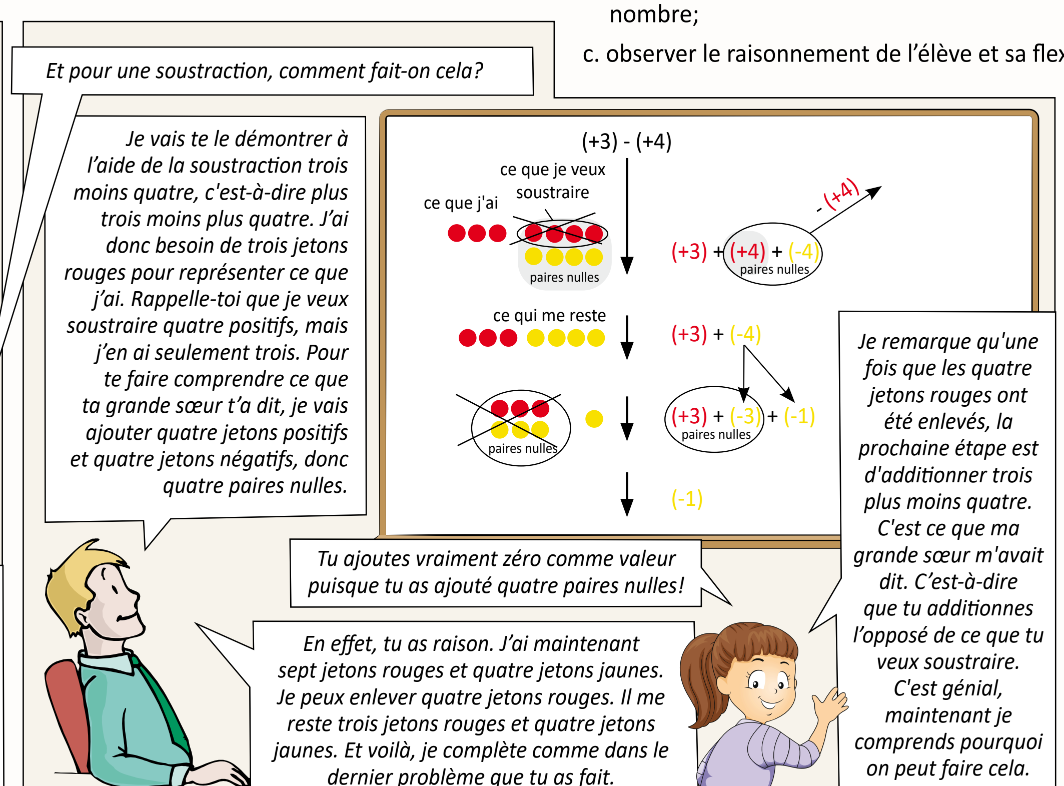
- démontre une compréhension de l'addition et de la soustraction de nombres entiers, de façon **concrète, imagée et symbolique** en utilisant :
  - du matériel concret tel que des carreaux algébriques et des jetons;
  - des représentations imagées telles que des droites numériques horizontales ou verticales et des dessins;
- applique sa compréhension de l'addition et de la soustraction de nombres entiers pour résoudre des problèmes de la vie courante.

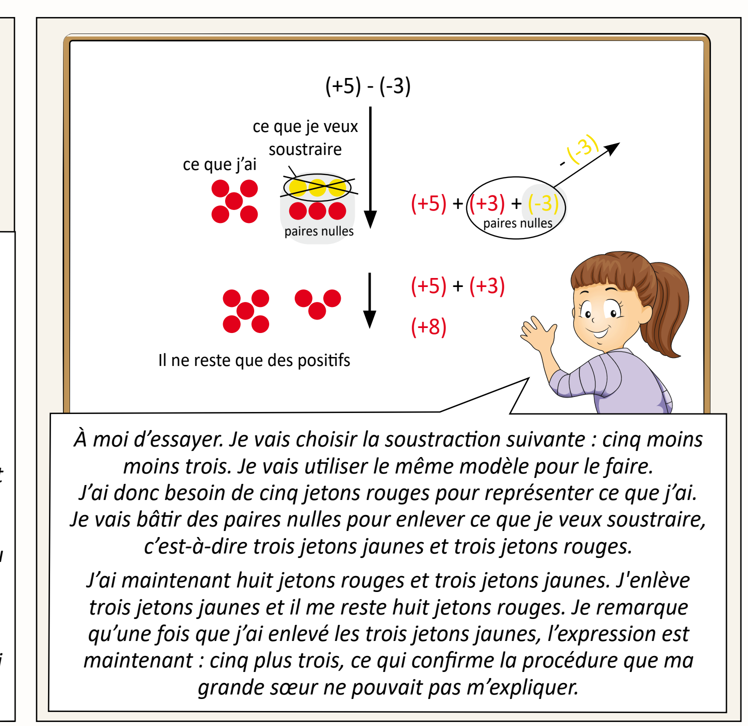
L'enseignant

- utilise des modèles tels que des droites numériques, des blocs de base dix, des grilles ou des disques, des modèles de région, de mesure (longueur) et des arrangements rectangulaires pour continuer à développer la compréhension d'opérations portant sur les nombres entiers, les nombres décimaux et les fractions positives de même que la résolution de problèmes comprenant des pourcentages.
- prépare avec soin le matériel de manipulation tel que des blocs mosaïques, des réglettes, un ensemble de cercles et de bâtonnets fractionnaires, des jetons ou des tuiles bicolores afin de créer des situations qui faciliteront la représentation et la compréhension :
  - de l'addition et de la soustraction de nombres entiers;
  - de la multiplication et de la division de nombres décimaux;
  - des règles de divisibilité;
  - de l'addition et de la soustraction de fractions positives et de nombres fractionnaires positifs;
  - de problèmes comprenant des pourcentages.
- utilise la résolution de problèmes ou l'enquête pour
  a. amener l'élève à :
    i. appliquer des stratégies d'estimation pour prédire des sommes, des différences, des produits et des quotients;
    ii. appliquer ses **propres stratégies** (méthodes de calcul flexibles) pour effectuer des opérations;
    iii. utiliser des algorithmes standard basés sur la compréhension du sens du nombre et des opérations et non sur la mémorisation de procédures pour effectuer des opérations;
    iv. établir des liens entre les représentations **concrètes, imagées et symboliques** des opérations sur les nombres décimaux, les nombres entiers et les fractions;
    v. appliquer ses connaissances des concepts de facteur, de multiple, de plus grand facteur commun (PGFC) et de plus petit commun multiple (PPCM) pour effectuer des opérations sur les fractions;
    vi. communiquer son raisonnement de multiples façons.
  b. offrir à l'élève la possibilité d'observer, de s'interroger et d'appliquer ses connaissances des relations entre les nombres et les opérations, sa pensée partie-partie-tout et partie-à-tout, ses stratégies de calcul et son sens du nombre;
  c. observer le raisonnement de l'élève et sa flexibilité avec le nombre et les opérations afin de fournir de l'étayage.







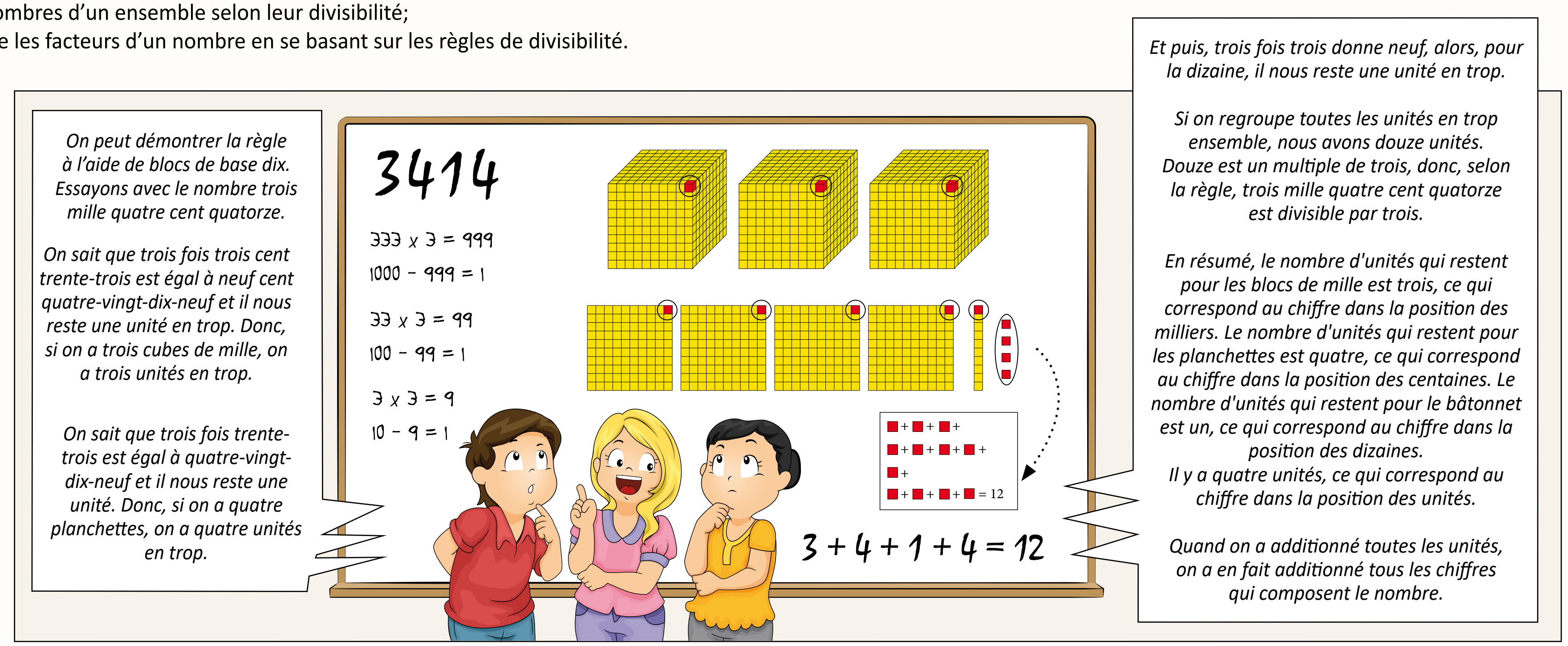


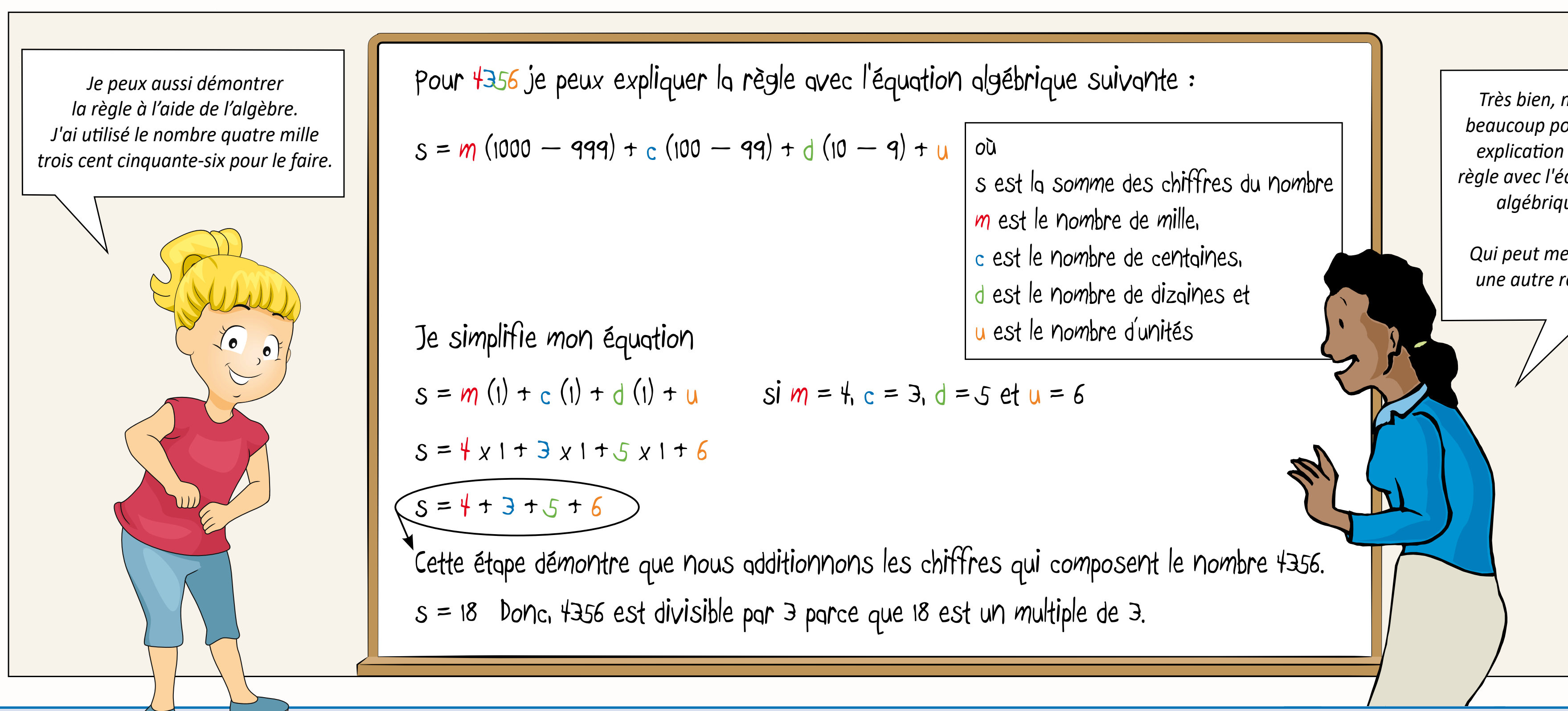
À noter : Il est préférable que l'enseignant utilise l'enquête pour permettre à l'élève de déterminer les règles de divisibilité. En effet, il ne s'agit pas de fournir les règles de divisibilité à l'élève et de lui demander de les mémoriser et de les appliquer sans les comprendre. Il est essentiel d'inviter l'élève à déterminer et à préciser lui-même les règles et à justifier le rationnel qui sous-tend chacune de celle-ci. L'élève sera alors mieux en mesure de déterminer des règles qui vont au-delà des règles conventionnelles.

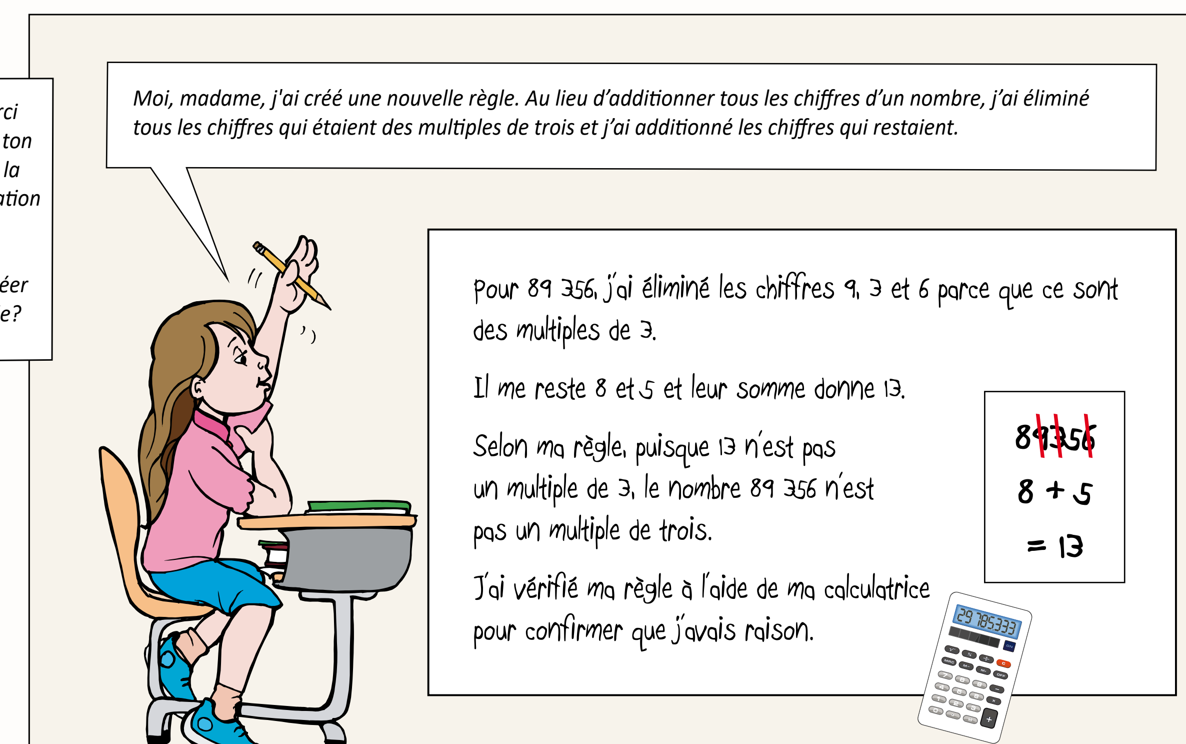
APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

L'élève

- détermine et précise pourquoi un nombre est divisible par 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 ou 10 et explique pourquoi un nombre ne peut pas être divisé par 0;
- explique pourquoi un nombre n'est pas divisible par zéro;
- trie les nombres d'un ensemble selon leur divisibilité;
- détermine les facteurs d'un nombre en se basant sur les règles de divisibilité.



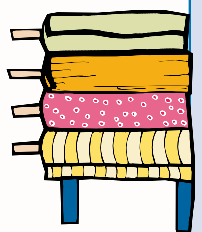




Les problèmes d'application sont des exercices de pratiques utilisés pour maîtriser une connaissance nouvelle. La démarche utilisée pour résoudre des problèmes d'application est généralement immédiate puisqu'elle permet d'effectuer une technique étudiée ou d'appliquer de nouveaux concepts. Elle vise généralement l'utilisation de stratégies, de notions, de règles, de formules ou d'algorithmes puisés dans la théorie.

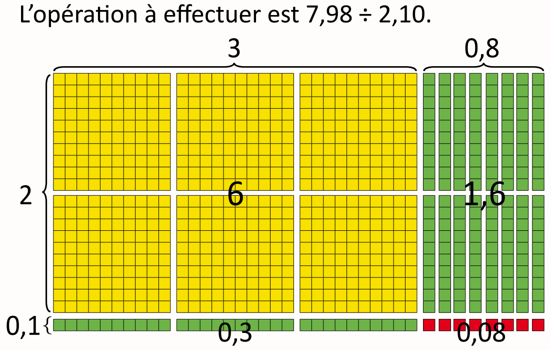
Par exemple :

Nathalie a acheté 2,1 mètres de tissu à un coût de 7,98 $ n'incluant pas les taxes.



Quel était le prix d'un mètre de tissu?

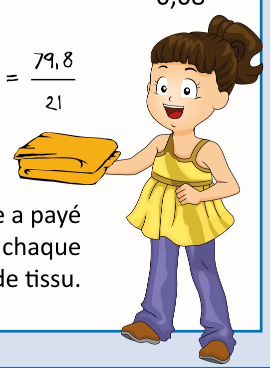
L'opération à effectuer est 7,98 ÷ 2,10.



$$\begin{array}{r|l} & 3,8 \\ 2,1 & 7,98 \\ & 63 \\ & 168 \\ - & 168 \\ & 0 \end{array}$$

$\frac{7,98}{2,1} \times \frac{10}{10} = \frac{79,8}{21}$

Nathalie a payé 3,80$ pour chaque mètre de tissu.



APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

PRIME Connaissance et stratégies, pages 117-130

L'élève
- démontre et applique sa compréhension des opérations sur des nombres décimaux;
- place la virgule décimale (virgule de cadrage) dans une somme, une différence, un produit ou un quotient en appliquant des stratégies d'estimation telle que l'approximation selon les premiers chiffres;
- vérifie la vraisemblance de ses réponses à l'aide de l'estimation;
- résout des problèmes comportant des opérations sur des nombres décimaux **(limités aux millièmes)** en tenant compte de la priorité des opérations;
- explique, à l'aide d'exemples, comment on peut calculer mentalement un produit ou un quotient lorsque le multiplicateur ou le diviseur est 0,1 ou 0,5 ou 0,25 (Voir *Le calcul mental et l'estimation*, p. 37).

À noter : L'élève développe sa compréhension des opérations incluant des nombres décimaux depuis la 4e année (Voir la section *Les opérations avec des nombres rationnels* dans les cartes de route, 4e, 5e et 6e années) et il applique des stratégies d'estimation depuis la 5e année (Voir *Le calcul mental et l'estimation*, 5e année, p. 10).

Multiplication de nombres décimaux

Je sais que

$1,7 = 1\frac{7}{10}$ ou $\frac{17}{10}$

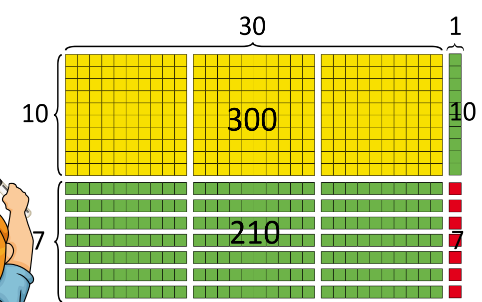
$3,1 = 3\frac{1}{10}$ ou $\frac{31}{10}$

J'ai multiplié 17 x 31 en utilisant différentes méthodes de calcul.

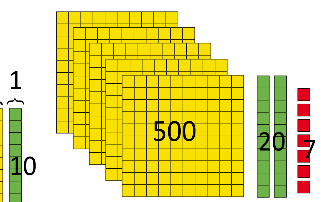
Donc, je peux multiplier les deux facteurs par dix pour faciliter mes calculs, mais je ne dois pas oublier de diviser mon produit par cent.

1re stratégie : Convertir les nombres décimaux en entiers positifs

Modèle rectangulaire à l'aide de blocs de base dix



Échange...



Méthode symbolique

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times\ 31 \\ \hline 7 \\ 10 \\ 210 \\ +\ 300 \\ \hline 527 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 17 \\ \times\ 31 \\ \hline 17 \\ +\ 510 \\ \hline 527 \end{array}$$

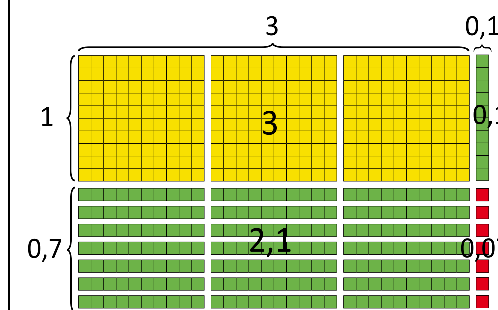
J'ai divisé mon produit par 100

$\frac{527}{100} = 5,27$

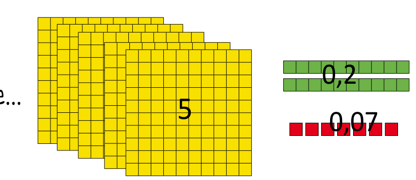
donc, 1,7 x 3,1 = 5,27

2e stratégie : Multiplier les nombres décimaux sans les convertir

Modèle rectangulaire à l'aide de blocs de base dix



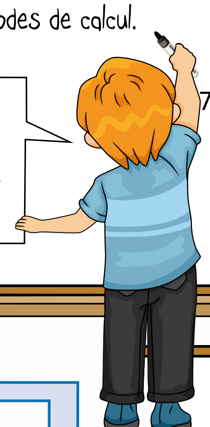
Échange...



Méthode symbolique

$$\begin{array}{rl} 1,7 & \\ \times\ 3,1 & \\ \hline 0,07 & \text{car 1 dixième x 7 dixièmes = 7 centièmes,} \\ 0,10 & \text{car 1 dixième x 1 unité = 1 dixième,} \\ 2,10 & \text{car 3 unités x 7 dixièmes = 21 dixièmes,} \\ +\ 3,00 & \text{car 3 unités x 1 unité = 3 unités} \\ \hline 5,27 & \end{array}$$

Ma réponse est vraisemblable, parce que trois fois deux est égal à six. J'ai utilisé la stratégie de compensation, c'est-à-dire que j'ai estimé un facteur à la hausse et l'autre à la baisse.



$7,25 \div 3,6 =$

Mon estimation est 2 puisque 3,6 est à peu près la moitié de 7,25.

Les touches que j'ai appuyées sur ma calculatrice sont

7 , 2 5 ÷ 3 , 6 =

et ma calculatrice indique 2,0138888.

Donc, ma réponse finale est 2,01$\overline{38}$.

Ma réponse est vraisemblable selon mon estimation.

À noter : L'élève peut utiliser la technologie pour résoudre des problèmes lorsque le diviseur comporte plus d'un chiffre ou que le multiplicateur comporte plus de deux chiffres. Il doit toutefois être en mesure de vérifier la vraisemblance de ses réponses à l'aide de l'estimation et d'expliquer sa démarche.

Division de nombres décimaux

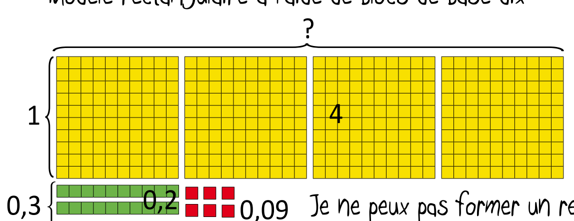
Avant d'effectuer l'opération, je vais estimer le quotient en utilisant la stratégie de nombres compatibles.

$4,29 \div 1,3 \approx 4,5 \div 1,5$

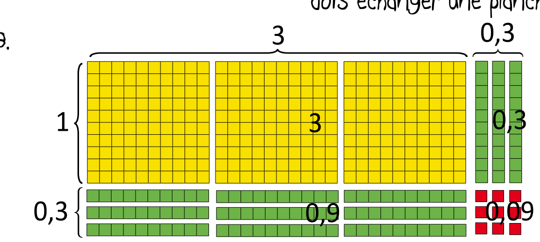
$4,5 \div 1,5 = 45 \div 15$ Ma réponse devrait être ≈ 3.

Pour effectuer 4,29 ÷ 1,3 = b :
- je pense à 4,29 = b x 1,3;
- je vais utiliser les blocs de base 10 et la méthode rectangulaire;
- j'ai besoin de 4 planchettes, 2 bâtonnets et 9 petits cubes.

Modèle rectangulaire à l'aide de blocs de base dix



Je ne peux pas former un rectangle. Donc je dois échanger une planchette pour 10 bâtonnets.



Maintenant, je peux utiliser tous les blocs pour former un rectangle.
Mon rectangle a les dimensions de 1,3 x 3,3 donc 4,29 ÷ 1,3 = 3,3.
Ma réponse est vraisemblable selon mon estimation.

Je peux aussi utiliser des méthodes symboliques.

Je sais que $\frac{4,29}{1,3} \times \frac{10}{10} = \frac{42,9}{13}$

$$\begin{array}{r|l} & 3,3 \\ 1,3 & 4,29 \\ & 39 \\ & 39 \\ - & 39 \\ & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|ll} & 3,3 & \\ 1,3 & 4,29 & \\ & 3 & \text{car 1 unité x 3 unités = 3 unités} \\ & 1,29 & \\ & 0,9 & \text{car 3 dixièmes x 3 unités = 9 dixièmes } \} \text{ 12 dixièmes ou 1,2 dixièmes} \\ & 0,39 & \\ & 0,3 & \text{car 3 dixièmes x 1 unité = 3 dixièmes} \\ & 0,09 & \\ & 0,09 & \text{car 3 dixièmes x 3 dixièmes = 9 centièmes} \\ & 0 & \end{array}$$

7e ANNÉE

Connaissance et compréhension
La construction de nouvelles connaissances

EN ROUTE VERS LA 8e ANNÉE

APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

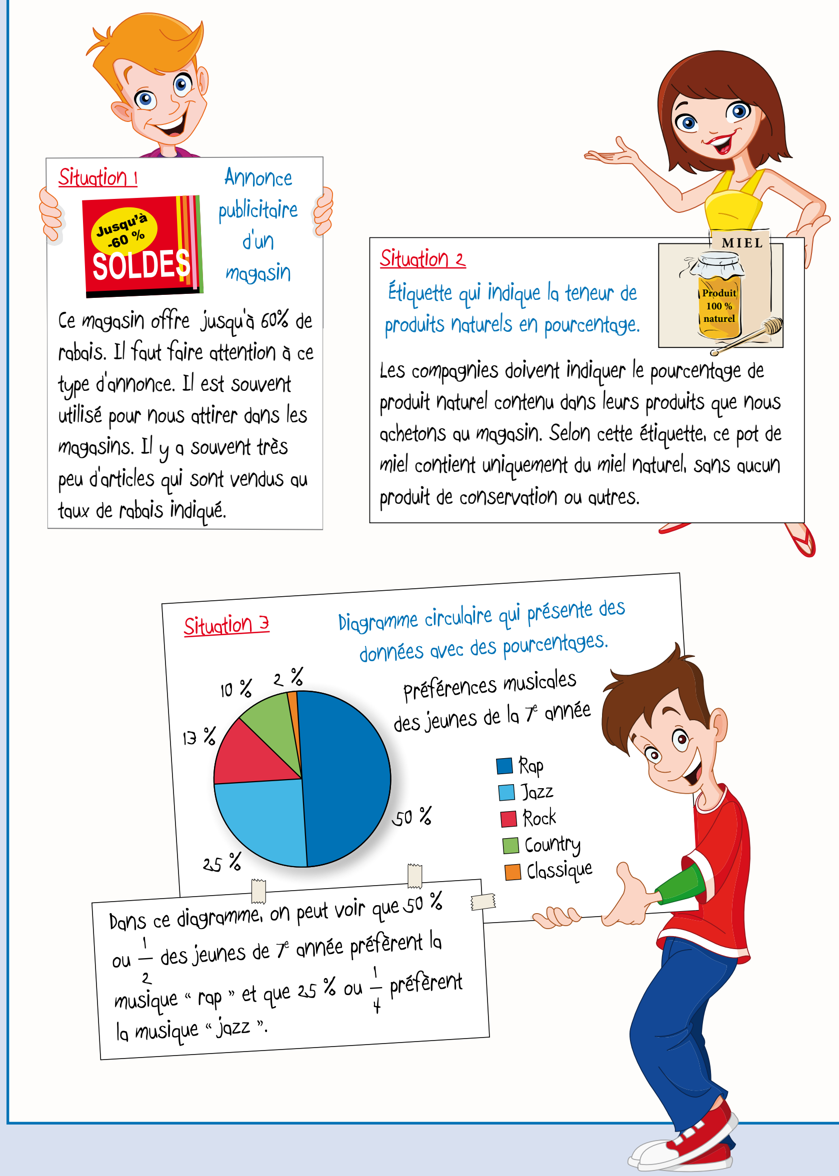
L'élève

- exprime un pourcentage sous forme décimale ou fractionnaire;
- résout des problèmes comportant des pourcentages de 1 % à 100 % :
  - où un pourcentage doit être déterminé;
  - qui comporte des pourcentages et qui fait appel à l'approximation;
- explique pourquoi une réponse approximative peut être utile dans son quotidien.

À noter : Pour être en mesure de résoudre des problèmes comportant des pourcentages, l'élève doit être à l'aise avec l'établissement de lien entre les fractions équivalentes, les nombres décimaux, les rapports et les pourcentages. Il ne s'agit pas de nouveaux concepts, mais il serait important de s'assurer que l'élève soit en mesure d'établir ces liens avant de leur proposer de résoudre des problèmes comportant des pourcentages.

Centre 1 : Les pourcentages autour de moi

Les pourcentages sont tout autour de nous. Trouvez au moins trois situations où on utilise des pourcentages. Préparez-vous à présenter vos choix à la classe. Assurez-vous d'inclure une représentation visuelle et une brève description de chacune des situations et une explication de ce que signifient les pourcentages pour chacune d'entre elles.



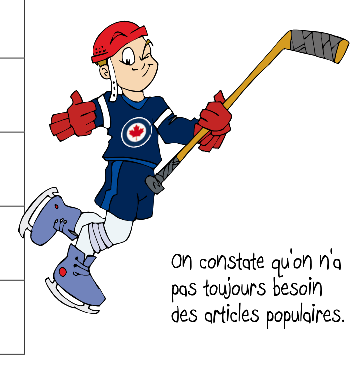
Centre 2 : Les achats au rabais

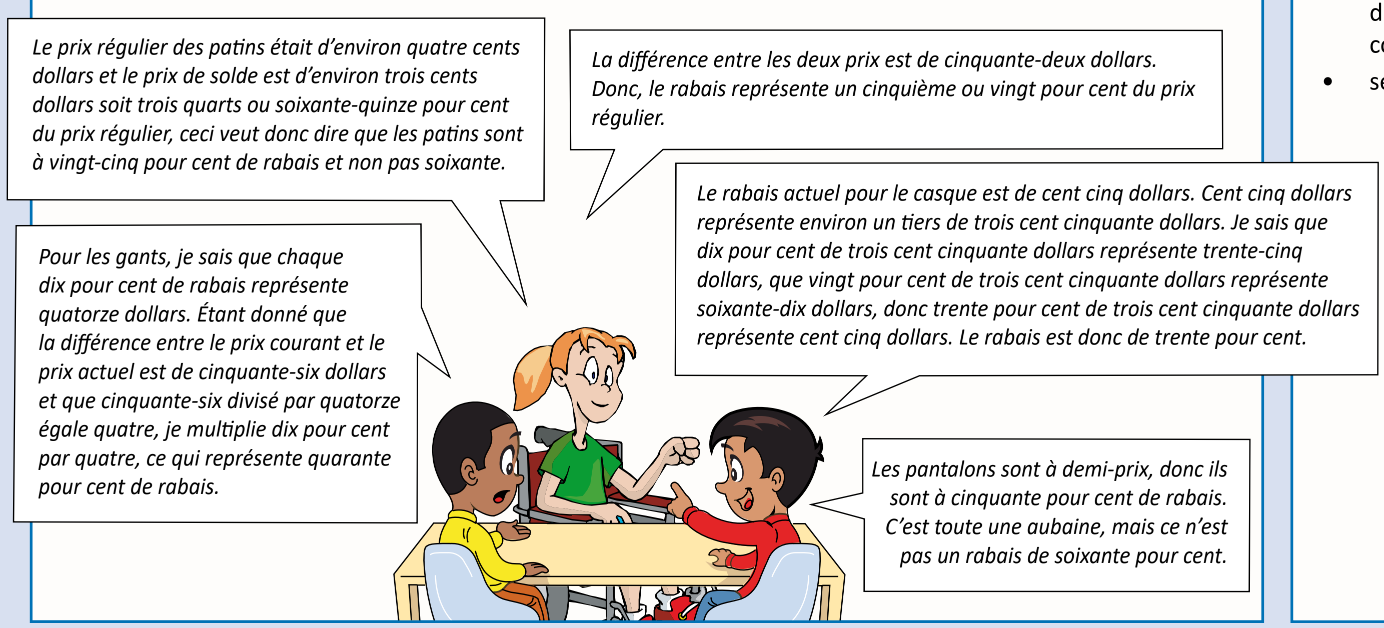
Un magasin de sport offre des rabais jusqu'à 60 % sur l'équipement de hockey. Choisissez 5 articles et déterminez chacun des pourcentages de rabais réels à l'aide de stratégies de calcul mental. Préparez une affiche indiquant les articles choisis, leur prix courant, leur prix de solde et leur pourcentage de rabais. Lors de votre présentation, vous aurez à communiquer les stratégies que vous avez utilisées.

- Aucun des 5 articles choisis n'est offert à 60 % de rabais.
- 60 % de rabais signifie que le prix de solde serait moins que la moitié du prix courant.
- Les stratégies de calcul mental et d'estimation peuvent être utiles pour savoir si nous faisons une bonne affaire ou non.
- Il faut faire attention aux annonces publicitaires parce que les rabais sont souvent utilisés pour nous attirer dans le magasin.

Les rabais réels

Articles	Prix courant	Prix de solde	Rabais réels
	139,99 $	83,99 $	40 %
	259,99 $	207,99 $	20 %
	349,99 $	244,99 $	30 %
	399,99 $	299,99 $	25 %
	249,99 $	124,99 $	50 %





Apprentissage par la résolution de problèmes ou l'enquête
Les centres ou ateliers de mathématiques favorisent l'interaction, l'exploration de nouvelles idées et de nouveaux concepts ou peuvent fournir le temps et l'espace nécessaires à la consolidation de nouveaux acquis. Lors de la période d'implantation, il est important de respecter son propre rythme et d'enseigner les habiletés de collaboration de façon explicite pour favoriser l'autonomie chez les élèves. Le nombre et le type de centres varieront en fonction des apprentissages visés, des besoins et des intérêts des élèves, de l'espace disponible et du niveau d'autonomie chez les élèves.

PRIME Connaissances et stratégies, pages 12-14

L'enseignant

- détermine les concepts à construire, explorer ou consolider;
- planifie des expériences d'apprentissage pouvant cibler un ou plusieurs :
  a. domaines;
  b. apprentissages ciblés et grandes idées;
  c. concepts.
- favorise la compréhension des concepts en :
  a. modélisant les comportements attendus et l'utilisation du matériel de manipulation pour amener l'élève à prendre progressivement la responsabilité de ses apprentissages;
  b. animant des échanges mathématiques au quotidien;
  c. faisant un retour avec les élèves à la suite des périodes de centres;
  d. posant des questions telles que :
     i. Comment avez-vous réussi à aider un autre élève à résoudre un problème?
     ii. Quels liens avez-vous faits avec vos connaissances antérieures ou vos activités quotidiennes?
     iii. Comment pouvez-vous communiquer ce que vous avez compris?
     iv. Y a-t-il des centres qui devraient être modifiés? Si oui, lesquels et comment pourraient-ils être modifiés? Pouvez-vous en proposer de nouveaux?
- circule, passe du temps avec un élève ou avec des petits groupes, note leurs intérêts, les questions qu'ils se posent et leur niveau de compétence;
- recueille de l'information au sujet des connaissances antérieures des élèves, de leur attitude envers l'apprentissage des mathématiques et de la façon dont ils construisent et expriment leur pensée et leurs connaissances;
- note la façon dont les élèves interagissent entre eux et avec le matériel de manipulation mis à leur disposition en les observant, en ayant des conversations avec eux et en examinant leurs produits;
- se pose des questions telles que :
  a. Quels concepts et habiletés ont-ils maîtrisés? Quels processus mathématiques utilisent-ils pour accomplir les tâches proposées dans les centres?
  b. Sont-ils engagés dans le processus de résolution de problèmes?
  c. Comment représentent-ils leurs apprentissages et démontrent-ils leur compréhension des concepts visés?
  d. Utilisent-ils le vocabulaire lié aux mathématiques? Peuvent-ils exprimer leurs idées et leurs pensées de façon spontanée?
  e. Comment communiquent-ils leurs apprentissages mathématiques?
  f. Quelles sont les conceptions erronées? Comment puis-je les aborder?
  g. Que puis-je faire de plus pour approfondir leur apprentissage? Quel type d'étayage puis-je leur fournir?
  h. Comment puis-je améliorer le milieu d'apprentissage?
  i. Comment puis-je différencier les apprentissages?

7e ANNÉE

Connaissance et compréhension
La construction de nouvelles connaissances

EN ROUTE VERS LA 8e ANNÉE

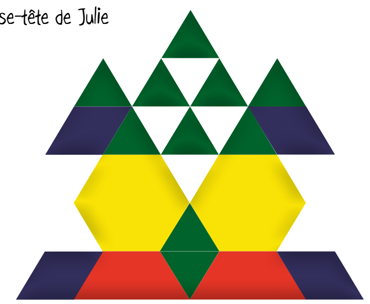
APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

Apprentissage par la résolution de problèmes ou l'enquête
Les centres ou ateliers de mathématiques favorisent l'interaction, l'exploration de nouvelles idées et de nouveaux concepts ou peuvent fournir le temps et l'espace nécessaires à la consolidation de nouveaux acquis. Lors de la période d'implantation, il est important de respecter son propre rythme et d'enseigner les habiletés de collaboration de façon explicite pour favoriser l'autonomie chez les élèves. Le nombre et le type de centres varieront en fonction des apprentissages visés, des besoins et des intérêts des élèves, de l'espace disponible et du niveau d'autonomie chez les élèves.

Centre 3 : Résoudre un casse-tête

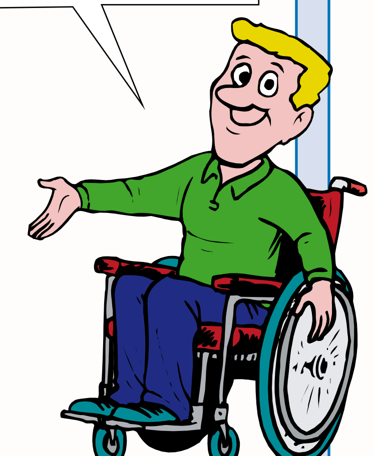
Déterminez le pourcentage que représente chacune des couleurs du casse-tête de Julie. Soyez prêts à présenter vos données et à expliquer votre démarche.

Casse-tête de Julie



Nous savons que
- le triangle représente la plus petite unité;
- les autres blocs sont des multiples du triangle;
- si on refaisait le même casse-tête en utilisant uniquement les triangles verts, nous aurions besoin de 36 triangles;
- 36 triangles représentent le tout.

10 triangles : 36 triangles $\frac{10}{36}$ ou $\frac{5}{18}$ du casse-tête est vert	1 hexagone : 6 triangles 2 hexagones : 12 triangles 12 triangles : 36 triangles $\frac{12}{36}$ ou $\frac{1}{3}$ du casse-tête est jaune	1 trapèze : 3 triangles 2 trapèzes : 6 triangles 6 triangles : 36 triangles $\frac{6}{36}$ ou $\frac{1}{6}$ du casse-tête est rouge	1 losange : 2 triangles 4 losanges : 8 triangles 8 triangles : 36 triangles $\frac{8}{36}$ ou $\frac{2}{9}$ du casse-tête est bleu
0,2777 ou $0,2\overline{7}$ ≈ 28 %	0,3333 ou $0,\overline{3}$ ≈ 33 %	0,1666 ou $0,1\overline{6}$ ≈ 17 %	0,2222 ou $0,\overline{2}$ ≈ 22 %



Centre 4 : Les pourcentages au quotidien

Choisissez trois des options suivantes. Soyez prêts à présenter une ou des solutions possibles et à expliquer votre démarche.

Option 1
Cette année, il y a 25 élèves de plus à l'école.
Si cela représente une augmentation de 10 %, combien y avaient-ils d'élèves à l'école l'année dernière?

Option 2
Amina hésite entre deux paires d'espadrilles.
Le prix de la première est de 175 $ avec un rabais de 30 %.
La deuxième coûte 140 $ et on accorde un rabais de 15 %.
Quelle paire d'espadrilles lui conseillerais-tu d'acheter? Pourquoi?

Option 3
Si on connaissait la valeur de 25 % d'un nombre, quels autres pourcentages de ce nombre pourrait-on calculer mentalement?

Option 4
Anaë travaille à l'animalerie de ses parents. Elle reçoit 4 % des ventes totales de la journée.
Combien a-t-elle reçu si les ventes totales étaient de 2400 $?

Option 5
Créez une situation authentique qui inclut des pourcentages.
Soyez prêts à présenter votre situation et la démarche que vous avez utilisée pour la résoudre.

Option 6
Marc a placé 4 boules identiques numérotées 1, 2, 3, 4 dans un sac. Il a effectué 20 tirages en remettant chaque fois la boule tirée dans le sac. Il a obtenu les résultats suivants.

Numéro de la boule	1	2	3	4
Nombre de fois tirées	4	3	7	6
Fréquences				
Fréquences en %				

Aidez-lui à compléter son tableau et à créer un diagramme circulaire pour présenter ses données.

Option 3

On a choisi le nombre 84 comme exemple.

21	21
21	21

25 % est le quart de 84 donc 25 % de 84 = 21.
On pourrait calculer 50 % et 75 % de 84 mentalement. 50 % serait le double de 21, c'est-à-dire 42 et 75 % serait le triple de 21, soit 63.
On pourrait aussi calculer mentalement 10 % de 84 car il s'agit de diviser 84 par 10 qui est 8,4. 5 % de 84 serait la moitié de 8,4 soit 4,2.

Option 6

Résultats de l'expérience de Marc

Numéro de la boule	1	2	3	4
Nombre de fois tirées	4	3	7	6
Fréquences	$\frac{4}{20}$ ou 0,2	$\frac{3}{20}$ ou 0,15	$\frac{7}{20}$ ou 0,35	$\frac{6}{20}$ ou 0,3
Fréquences en %	20 %	15 %	35 %	30 %

Option 5

Notre situation : L'équipe de soccer de l'école a perdu 20 % des 25 parties qu'elle a disputées cette année. Combien de parties a-t-elle gagnées?

Solution 1

$20\ \% = \frac{1}{5}$ $\qquad \frac{1}{5}$ de $25 = 5$

donc, 20 % de 25 = 5

Si l'équipe a perdu 5 parties, elle en a gagné 20.

Solution 2

Si l'équipe a perdu 20 % de ses parties, elle en a gagné 80 %.

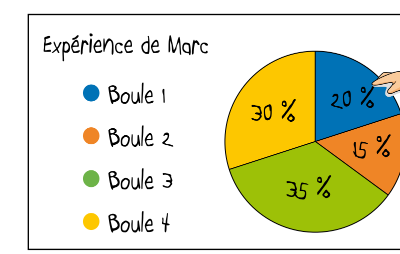
80% de 25

$\frac{80 \times 25}{100} = \frac{80 \times 1}{4}$

$= 20$

L'équipe a gagné 20 parties.

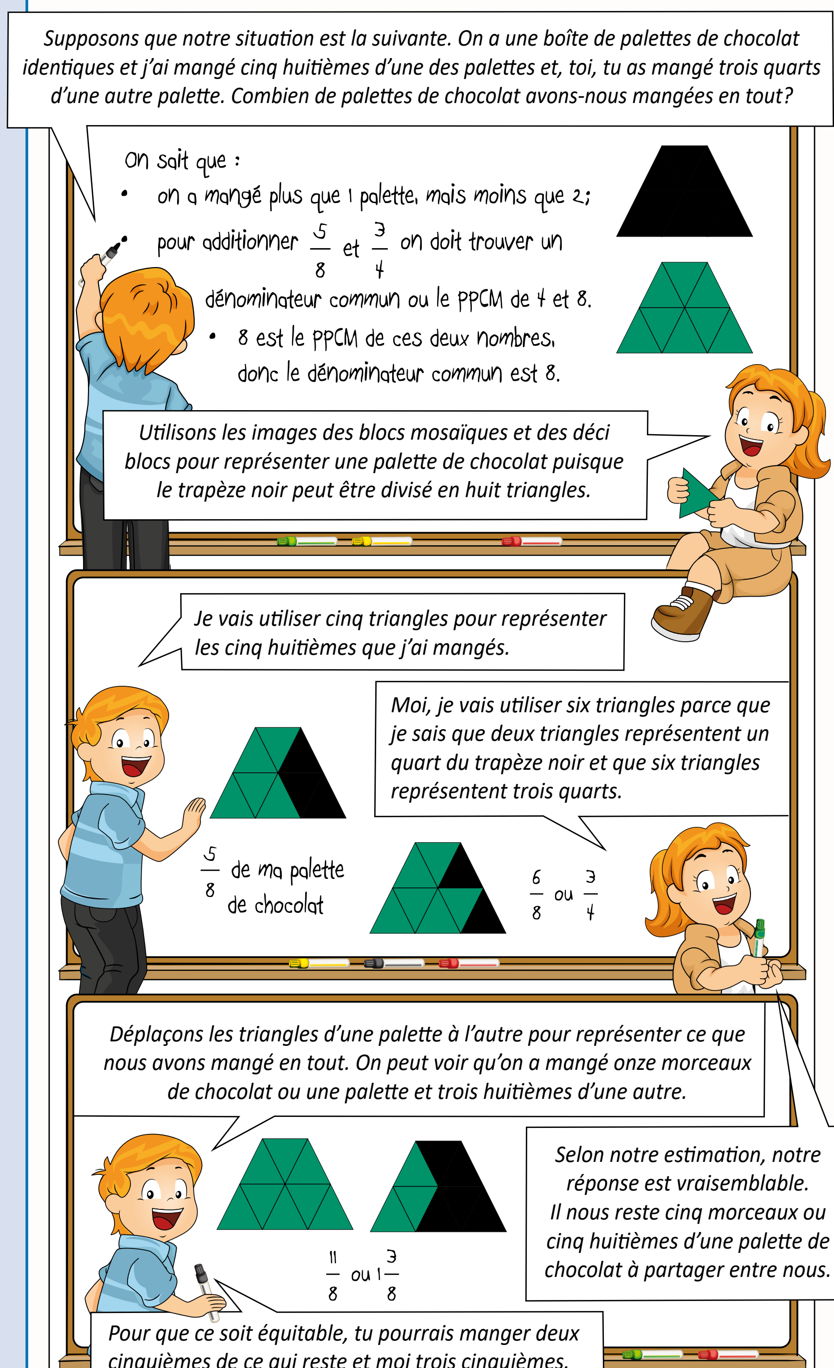
On a utilisé Excel pour créer le diagramme.

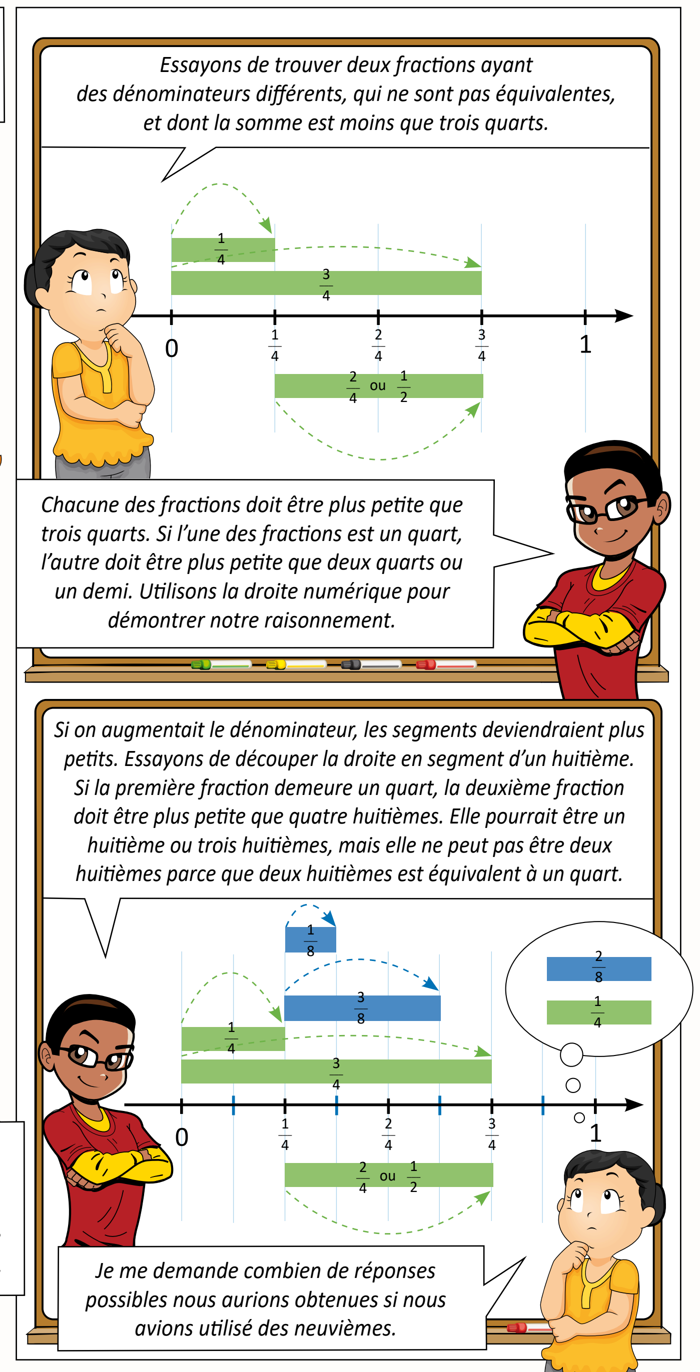


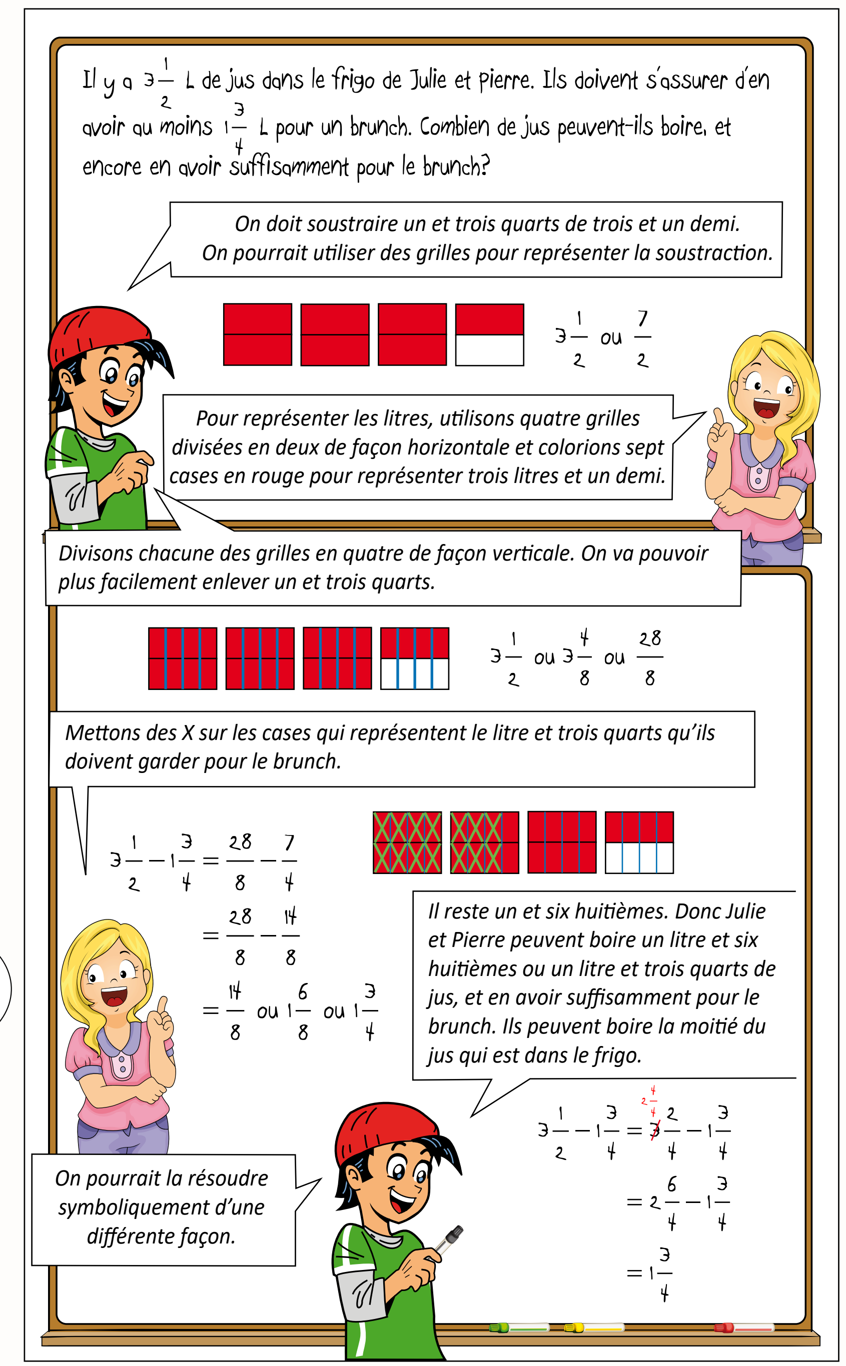
APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

L'élève

- **démontre une compréhension de l'addition et de la soustraction de fractions positives et de nombres fractionnaires positifs, avec ou sans dénominateurs communs, de façon concrète, imagée et symbolique (se limiter aux sommes et aux différences positives);**
- modélise l'addition et la soustraction de fractions positives ou de nombres fractionnaires positifs de façon **concrète** et **imagée** et les note de façon **symbolique**;
- détermine la somme ou la différence de deux fractions positives ou de nombres fractionnaires positifs ayant des dénominateurs communs ou des dénominateurs différents (voir *Progression de la complexité de l'addition et de la soustraction de fractions positives et de nombres fractionnaires positifs*, p. 10);
- résout des problèmes comportant l'addition ou la soustraction de fractions positives ou de nombres fractionnaires positifs et vérifie la vraisemblance de la solution.







Il est essentiel d'inviter l'élève à déterminer et à préciser lui-même le rationnel de chacune des règles utilisées pour effectuer des opérations sur les fractions. L'élève à qui on a fourni les règles et à qui on a demandé de les mémoriser et de les appliquer sans les comprendre finira par les appliquer de façon aléatoire. Par contre, l'élève qui a la compréhension conceptuelle des opérations sur les fractions sera en mesure de porter un regard métacognitif sur son raisonnement et de déterminer des règles qui vont au-delà des règles conventionnelles.

Avant d'inviter l'élève à effectuer des opérations sur les fractions, il est essentiel qu'il ait une compréhension solide des concepts liés aux fractions et aux opérations. Afin de s'en assurer, l'enseignant se pose les questions suivantes :

L'élève peut-il appliquer les concepts suivants :

- plus petit commun multiple (PPCM);
- fractions équivalentes?

L'élève comprend-il les divers sens des fractions :

- relation partie-tout;
- relation partie-partie (rapport);
- quotient (division);
- opérateur?

À noter : toutes les fractions sont des rapports, mais tous les rapports ne sont pas des fractions.

L'élève peut-il expliquer son raisonnement lorsqu'il affirme que :

- $\frac{5}{8} > \frac{3}{8}$ (comparer des fractions dont les **dénominateurs** sont **communs**);
- $\frac{5}{8} > \frac{5}{9}$ (comparer des fractions dont les **numérateurs** sont **communs**);
- $\frac{7}{9} > \frac{1}{15}$ (comparer des fractions en utilisant des **points de repère**, p. ex., expliquer que $\frac{1}{15}$ est **plus près de 0 que de 1** et que $\frac{7}{9}$ est **plus près de 1**);
- $3\frac{1}{4}$, $2\frac{5}{4}$, $1\frac{9}{4}$ et $\frac{13}{4}$ sont tous des nombres équivalents?

L'élève comprend-il que :

- le sens de chaque opération demeure le même, que ce soit des opérations sur des nombres entiers ou sur des nombres fractionnaires;
- pour additionner ou soustraire une quantité quelconque, il faut dénombrer les mêmes unités, p. ex., 5 oranges et 3 oranges font 8 oranges alors que 5 oranges et 3 pommes ne font pas 8 oranges ni 8 pommes;
- le numérateur indique le nombre d'unités fractionnaires et que le dénominateur indique l'unité fractionnaire, p. ex., $\frac{2}{5} + \frac{4}{5} = \frac{6}{5}$ alors que $\frac{2}{5} + \frac{4}{10} \neq \frac{6}{5}$ et que $\frac{2}{5} + \frac{4}{10} \neq \frac{6}{10}$?

PRIME Connaissances et stratégies, *Erreurs courantes et idées fausses*, pages 113-114

Progression de la complexité de l'addition et de la soustraction de fractions positives et de nombres fractionnaires positifs

Lorsque l'élève décompose une fraction partie-tout en fractions unitaires, il peut utiliser divers modèles, dont l'un d'eux est souvent une phrase mathématique d'addition, pour communiquer sa pensée. Ces représentations permettent à l'élève de développer une compréhension du rôle du numérateur (dénombrement) et du dénominateur (unité fractionnaire) et de voir que pour l'addition comme pour la soustraction, l'unité fractionnaire (dénominateur) est conservée. Ces possibilités offrent une base solide sur laquelle les algorithmes peuvent être développés et appliqués.

La somme ou la différence inférieure à 1 de deux fractions positives inférieures à 1 ayant des dénominateurs communs.

$\boxed{\frac{3}{8}+\frac{4}{8}}$

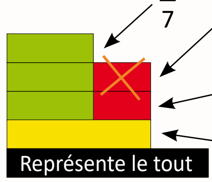
$\frac{7}{8}$

$\frac{3}{8}+\frac{4}{8}$

Je décompose cinq septièmes en trois septièmes et deux septièmes.

En 7e et 8e années, dans le cas de la soustraction, le deuxième terme (diminuteur) doit être inférieur au premier terme (diminuende), car l'élève ne travaille qu'avec des fractions positives.

$\boxed{\frac{5}{7}-\frac{2}{7}}$



$\frac{3}{7}$

$\frac{3}{7}+\frac{2}{7}-\frac{2}{7}$

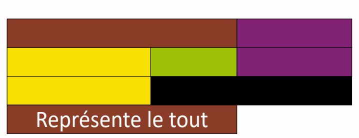
$\frac{3}{7}+\frac{2}{7}$

$\frac{5}{7}$

À noter : toute réglette peut être considérée comme un tout. La fraction représentée par chaque réglette varie en fonction du tout.

La somme supérieure à 1 de deux fractions positives inférieures à 1 ayant des dénominateurs communs.

$\boxed{\frac{5}{8}+\frac{7}{8}}$



$\frac{8}{8}+\frac{4}{8}$ ou $1\frac{1}{2}$

$\frac{5}{8}+\frac{3}{8}+\frac{4}{8}$

$\frac{5}{8}+\frac{7}{8}$

J'ai décomposé sept huitièmes en trois huitièmes et quatre huitièmes. J'ai recomposé cinq huitièmes et trois huitièmes en huit huitièmes. Puis, j'ai recomposé huit huitièmes et quatre huitièmes pour obtenir douze huitièmes ou un et un demi.

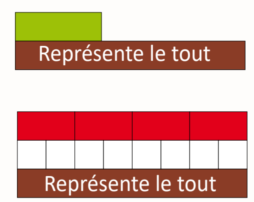
La somme ou la différence inférieure à 1 de deux fractions positives inférieures à 1 ayant des dénominateurs différents.

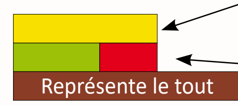
Le plus petit commun multiple ou le PPCM de quatre et de huit est huit. La réglette brune représente huit, soit le dénominateur commun (tout).

La réglette verte représente trois huitièmes.

Chacune des réglettes rouges représente un quart ou deux huitièmes.

$\boxed{\frac{3}{8}+\frac{1}{4}}$





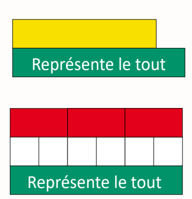
$\frac{5}{8}$

$\frac{3}{8}+\frac{1}{4}$ ou $\frac{3}{8}+\frac{2}{8}$

En 7e et 8e années, dans le cas de la soustraction, le deuxième terme (diminuteur) doit être inférieur au premier terme (diminuende), car l'élève ne travaille qu'avec des fractions positives.

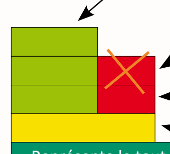
$\boxed{\frac{5}{6}-\frac{1}{3}}$

Le PPCM de six et trois est six. La réglette vert foncé représente six, soit le dénominateur commun (tout).



La réglette jaune représente cinq sixièmes.

Chacune des réglettes rouges représente un tiers ou deux sixièmes.

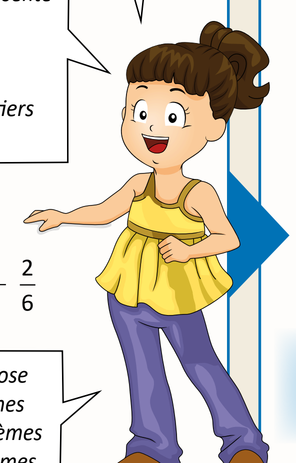


$\frac{3}{6}$ ou $\frac{1}{2}$

$\frac{3}{6}+\frac{2}{6}-\frac{1}{3}$ ou $\frac{3}{6}+\frac{2}{6}-\frac{2}{6}$

$\frac{3}{6}+\frac{2}{6}$

$\frac{5}{6}$



Je décompose cinq sixièmes en trois sixièmes et deux sixièmes.

La somme ou la différence de deux fractions impropres ou de nombres fractionnaires positifs ayant des dénominateurs communs.

$\boxed{\frac{5}{3}+\frac{4}{3}}$

$\frac{9}{3}$ ou 3

$\frac{3}{3}+\frac{3}{3}+\frac{3}{3}$

$\frac{3}{3}+\frac{2}{3}+\frac{1}{3}+\frac{3}{3}$

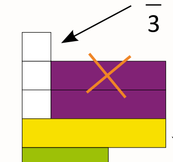
$\frac{5}{3}+\frac{4}{3}$

J'ai décomposé cinq tiers en trois tiers et deux tiers. J'ai décomposé quatre tiers en un tiers et trois tiers. J'ai recomposé deux tiers et un tiers en trois tiers. J'ai fini avec neuf tiers ou trois.

En 7e et 8e années, dans le cas de la soustraction, le deuxième terme (diminuteur) doit être inférieur au premier terme (diminuende), car l'élève ne travaille qu'avec des fractions positives.

Pour la soustraction, j'ai décomposé cinq tiers en un tiers et quatre tiers. J'ai enlevé quatre tiers. Il reste un tiers.

$\boxed{\frac{5}{3}-\frac{4}{3}}$



$\frac{1}{3}$

$\frac{1}{3}+\frac{4}{3}-\frac{4}{3}$

$\frac{1}{3}+\frac{4}{3}$

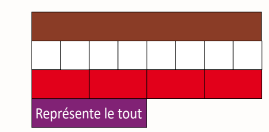
$\frac{5}{3}$

À noter : Les réglettes peuvent être utilisées pour représenter des fractions impropres et des nombres fractionnaires.

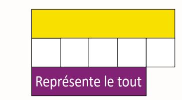
La somme ou la différence de deux fractions impropres ou de nombres fractionnaires positifs ayant des dénominateurs différents.

$\boxed{\frac{4}{2}+\frac{5}{4}}$

Le PPCM de deux et quatre est quatre. La réglette mauve représente quatre, soit le dénominateur commun (tout).



Chacune des réglettes rouges représente un demi ou deux quarts.



Chacune des réglettes blanches représente un quart et la réglette jaune représente cinq quarts.

$\frac{4}{4}+\frac{4}{4}+\frac{4}{4}+\frac{1}{4}$ ou $3\frac{1}{4}$

$\frac{8}{4}+\frac{5}{4}$

$\frac{4}{2}+\frac{5}{4}$

En 7e et 8e années, dans le cas de la soustraction, le deuxième terme (diminuteur) doit être inférieur au premier terme (diminuende), car l'élève ne travaille qu'avec des fractions positives.

Je sais que quatre est le PPCM de deux et quatre.

Je sais que quatre demis est équivalent à huit quarts. J'ai décomposé huit quarts en trois quarts et cinq quarts, puis j'ai enlevé cinq quarts. Il reste trois quarts.

$\boxed{\frac{4}{2}-\frac{5}{4}}$

$\frac{3}{4}$

$\frac{3}{4}+\frac{5}{4}-\frac{5}{4}$

$\frac{3}{4}+\frac{5}{4}$

$\frac{8}{4}$

LISTE PARTIELLE DU VOCABULAIRE DE MATHÉMATIQUES AUQUEL L'ÉLÈVE DOIT ÊTRE EXPOSÉ

RÉGULARITÉS ET RELATIONS

Apparier, appliquer, communiquer, comparer, construire, créer, décomposer, décrire, démontrer, déterminer, estimer, évaluer, expliquer, exprimer, formuler, généraliser, identifier, isoler, maintenir, modéliser, observer, ordonner, prédire, préserver, prolonger, raisonner, regrouper, remplacer, représenter, résoudre, simplifier, substituer, tracer, transposer, vérifier

- Vocabulaire de régularité : régularité, régularité numérique, règle, relation, relation linéaire, tableau, table de valeurs, terme, rang du terme, valeur du terme, nombre d'entrée, nombre de sortie, augmente, diminue, graphique, axe horizontal et vertical, échelle, étiquette, droite, élément discret, énoncé
- Vocabulaire de variable et d'équation : équation, équation algébrique, équation linéaire, membre de droite et de gauche, terme, termes semblables, terme constant, maintien de l'égalité, substitution, coefficient numérique, énoncé, expression, expression algébrique, valeur, valeur numérique, variable, tuile (carreau) algébrique, tuile (carreau) unitaire, tuile (carreau de variable), résultat, essais systématiques, déduction

APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

PRIME Connaissances et stratégies, Chapitre 5

LES RÉGULARITÉS ET LA PENSÉE ALGÉBRIQUE (7.R.1, 7.R.2)

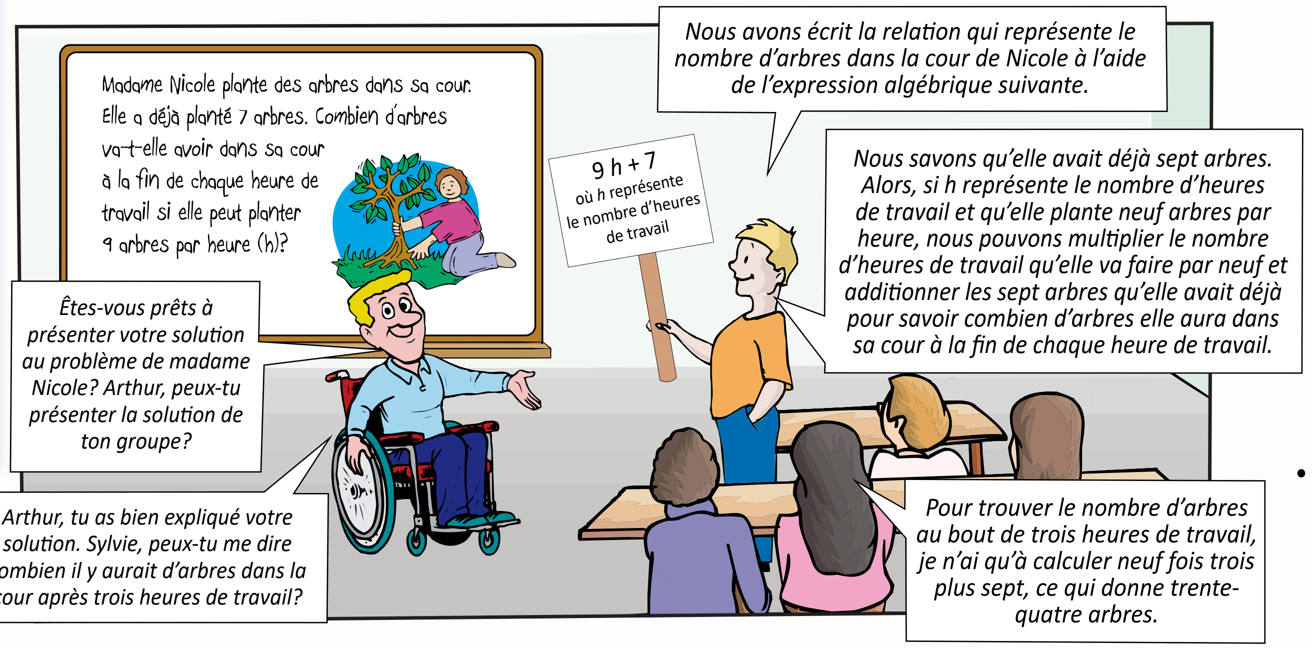
PRIME N4 : C1, C2, C3, C4, C5 et H2

Grandes idées :

- Une régularité peut être représentée d'une variété de façons.
- Les relations peuvent être décrites et des généralisations peuvent être faites pour des situations mathématiques de nombres ou d'objets qui se répètent de façons prédictibles.
- Les données peuvent être disposées de manière à mettre en relief des régularités et des relations.

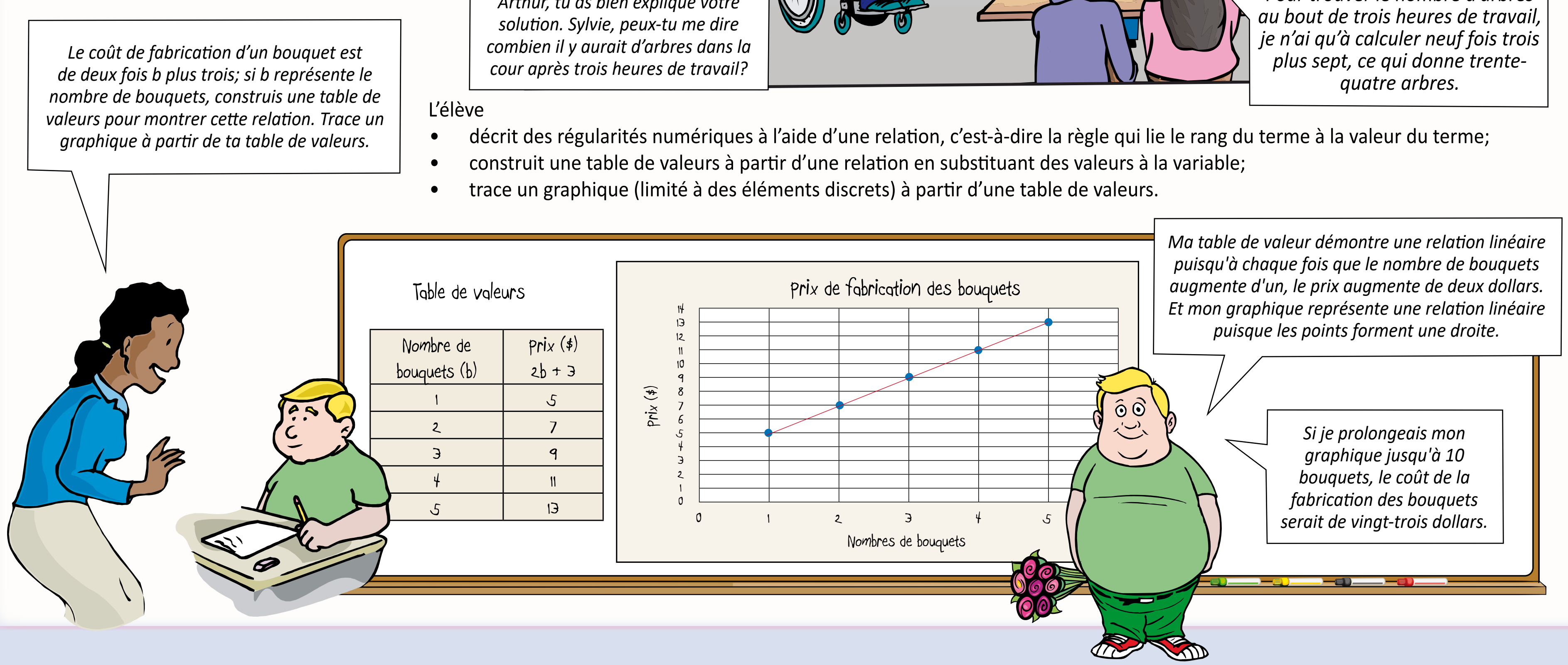
L'élève

- formule une relation pour représenter et décrire une régularité exprimée oralement ou par écrit;
- fournit un contexte de la vie quotidienne qui peut être représenté par une relation.



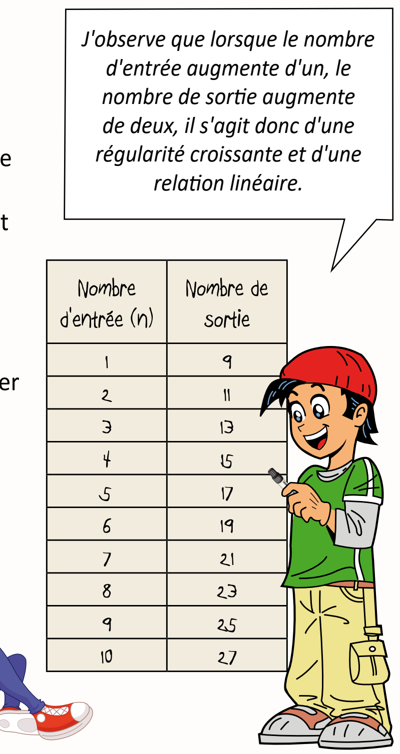
L'élève

- décrit des régularités numériques à l'aide d'une relation, c'est-à-dire la règle qui lie le rang du terme à la valeur du terme;
- construit une table de valeurs à partir d'une relation en substituant des valeurs à la variable;
- trace un graphique (limité à des éléments discrets) à partir d'une table de valeurs.

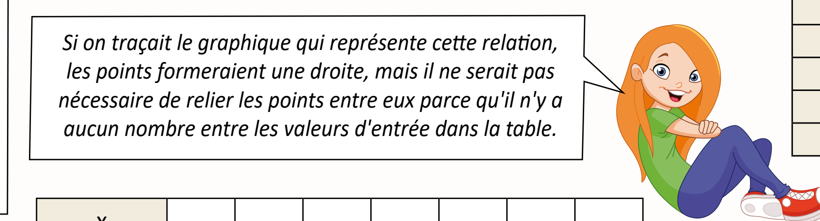


L'enseignant

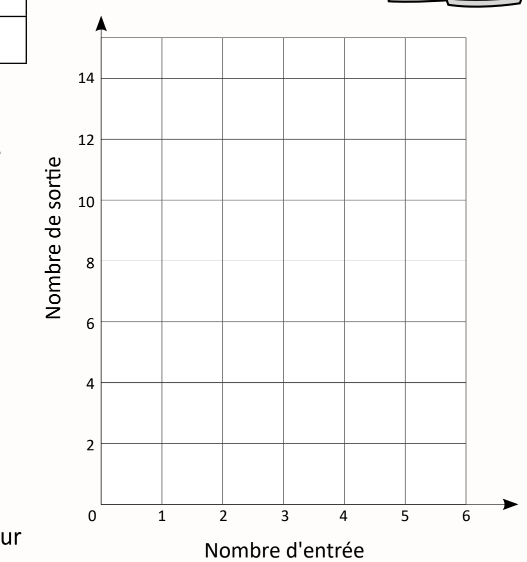
- utilise des modèles tels que des tables de valeurs et des graphiques;
- utilise la résolution de problèmes et l'enquête pour
  a. amener l'élève à :
     i. formuler des relations pour représenter et décrire une régularité numérique liée à un contexte de la vie quotidienne (énoncé);
     ii. établir des liens entre une relation ou une table de valeurs et le graphique qui les représente;
     iii. décrire, en ses propres mots, oralement ou par écrit, la relation représentée par un graphique pour résoudre des problèmes.
  b. offrir à l'élève la possibilité d'observer, de s'interroger et d'appliquer ses connaissances et sa compréhension des régularités et des relations mathématiques pour résoudre des problèmes;
  c. observer le raisonnement de l'élève afin de fournir de l'étayage.



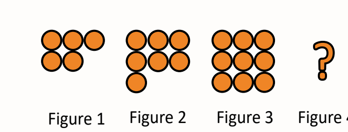
Nombre d'entrée (n)	Nombre de sortie
1	9
2	11
3	13
4	15
5	17
6	19
7	21
8	23
9	25
10	27



x							
y							



- pose des questions ouvertes qui favorisent la réflexion et le dialogue :
  - Crée un scénario de la vie quotidienne qui peut être représenté par une relation. Formule la relation et représente-la à l'aide du modèle de ton choix.
  - Crée une expression algébrique qui inclut au moins une variable et dont le terme constant est 3. Représente cette expression à l'aide du modèle de ton choix.
  - Jean a créé l'expression suivante $x + a$ où a représente un nombre négatif. Construis une table de valeurs avec des nombres d'entrée de ton choix et représente graphiquement la relation. Décris le graphique.
- pose des questions fermées ayant une seule réponse pour valider ou vérifier une connaissance précise :
  - Jeanne gagne 25 $ par jour plus 12 $ pour chaque heure de travail. Écris une relation qui représente son salaire pour une journée de travail de 8 heures à l'aide d'une expression algébrique.



  - Écris une expression algébrique qui représente l'énoncé suivant : cinq de moins que trois fois un nombre.
  - Représente graphiquement la relation $2f + 3$ et propose une situation de la vie quotidienne qu'elle peut représenter. Écris au moins 2 questions auxquelles tu peux répondre à l'aide du graphique. Réponds à ces questions.

À noter :

Des éléments discrets sont des variables numériques ayant des valeurs dénombrables ou des nombres finis tels que 1, 2, 3, etc. entre deux valeurs,
p. ex. : le nombre d'invités à une fête (car on ne peut pas avoir une demi-personne) ou le nombre de jeux vidéo par personne (car on ne peut pas avoir une portion de jeu vidéo).

Par contre, que des éléments continus sont des variables numériques ayant une infinité de valeurs entre deux valeurs dénombrables telles que 1, $1\frac{1}{2}$, 2, $2\frac{1}{2}$, etc.,
p. ex. : la quantité de tarte mangée (car on peut manger des parties d'une tarte) ou la distance parcourue (car on peut parcourir une valeur infinie de distances entre un ou deux kilomètres).

APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

L'élève

- apparie une relation à un graphique et vice versa;
- décrit, en ses propres mots, oralement ou par écrit, la relation représentée par un graphique pour résoudre des problèmes.

1

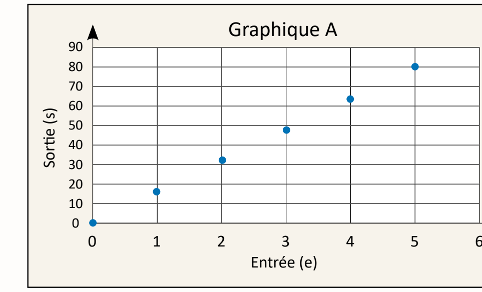
Le nombre de sacs de plastique ramassés est relié aux nombres d'élèves qui les ramassent. Il y a 25 sacs de plastique au départ. Chaque élève peut ramasser 12 sacs.

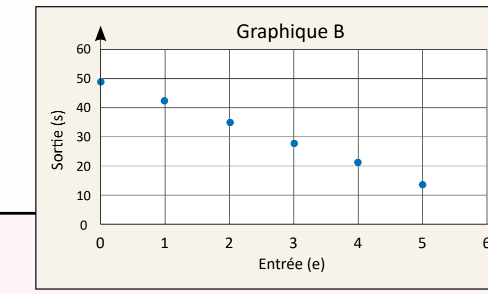
2

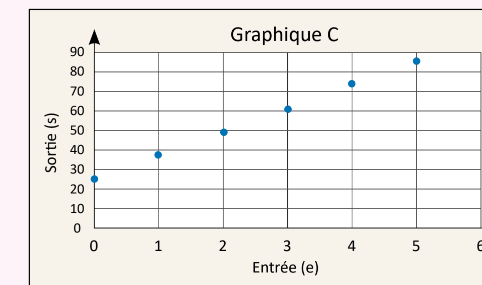
L'argent amassé d'une vente de gâteaux est relié au nombre de gâteaux vendus. Le coût par gâteau est de 16$.

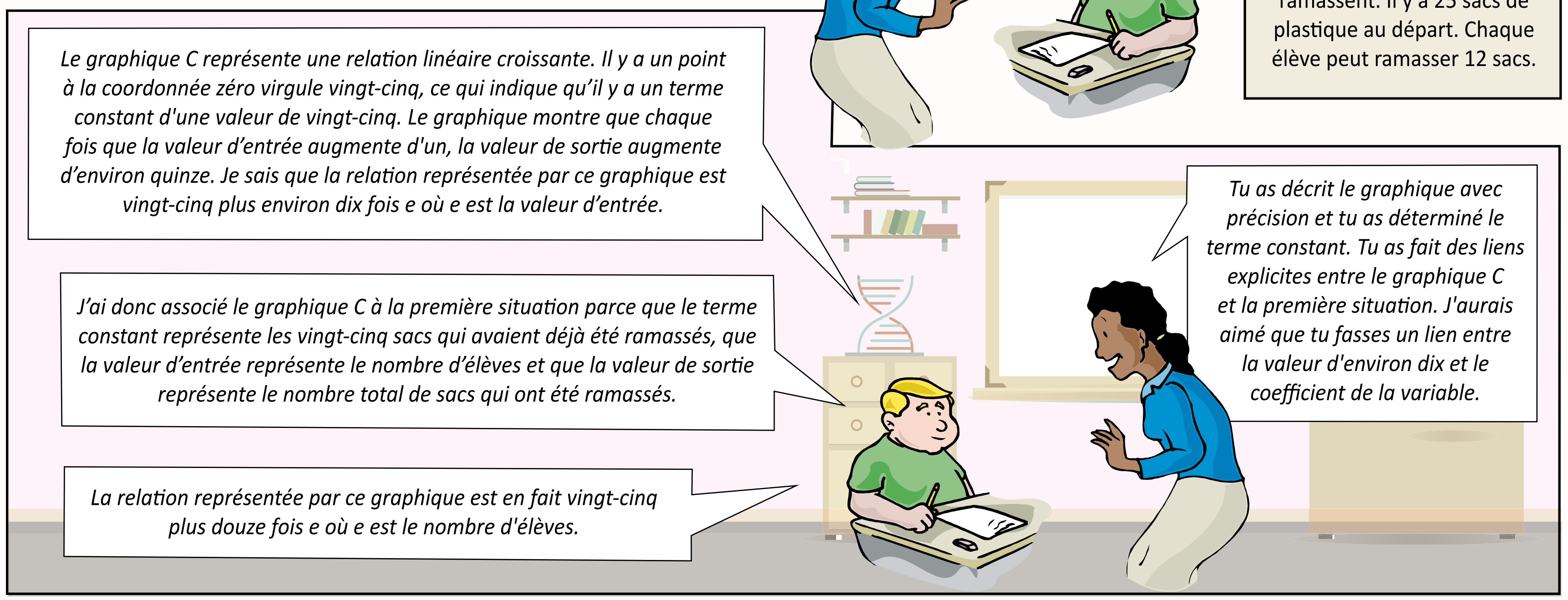
3

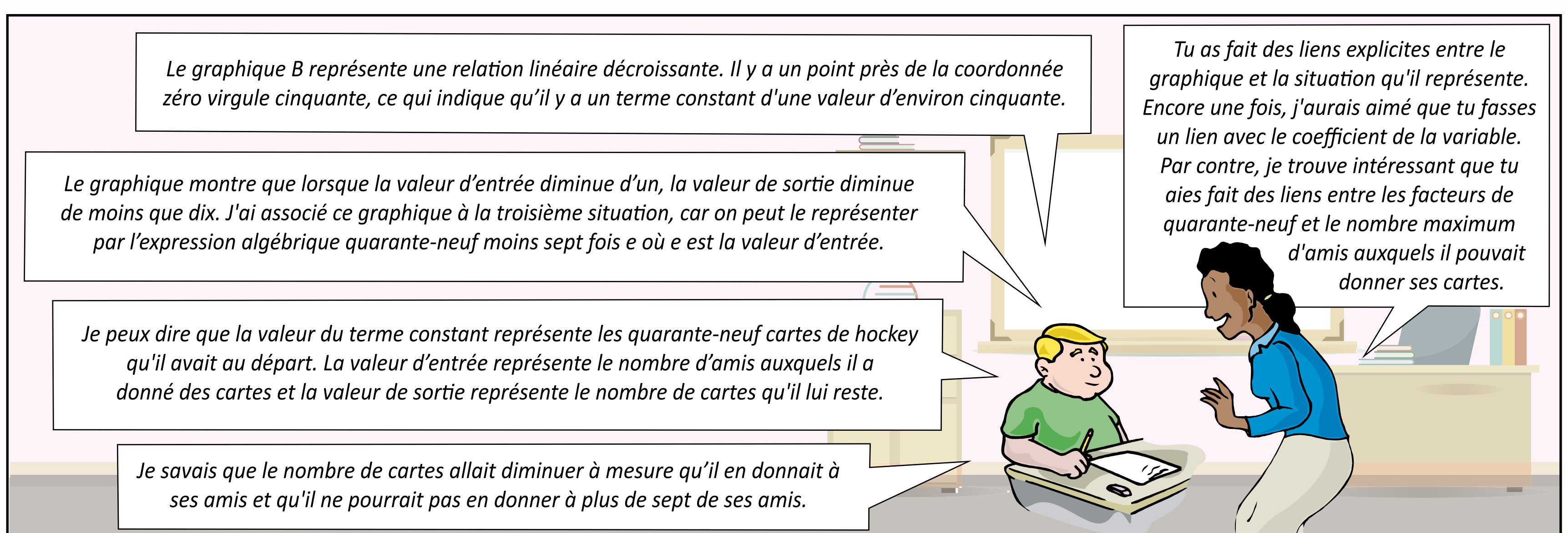
Le nombre de cartes de hockey que j'ai est relié au nombre de cartes que je donne à mes amis. J'ai 49 cartes au départ. Chacun de mes amis en reçoit 7.

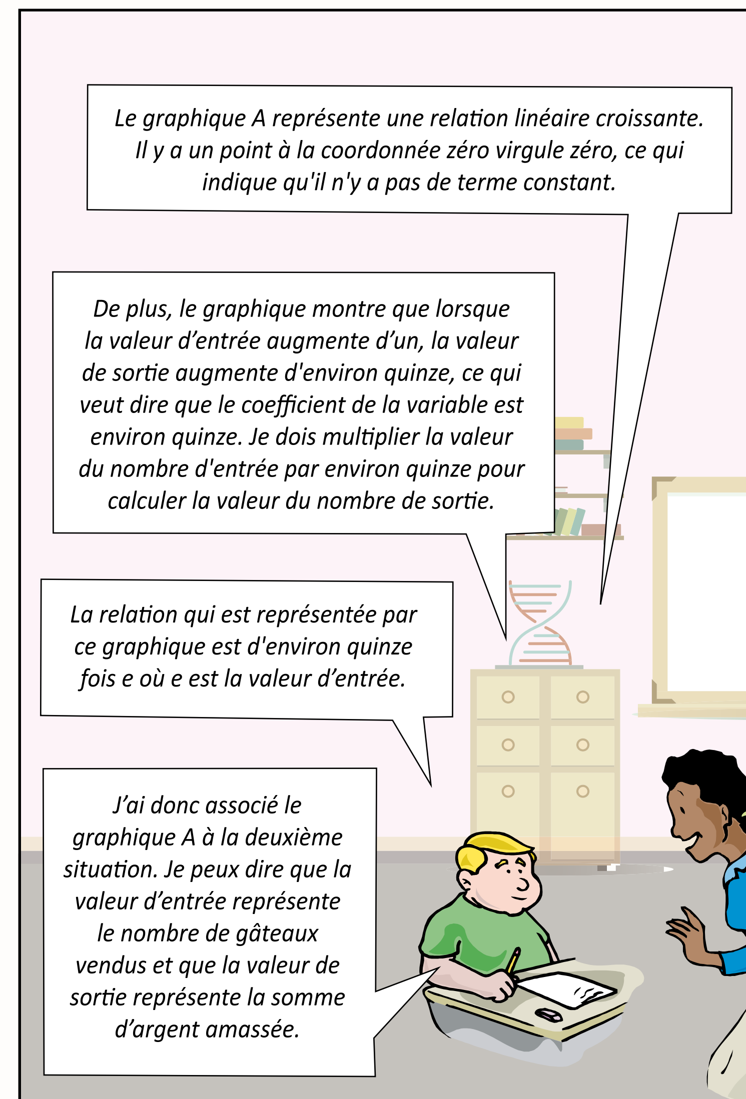












LISTE PARTIELLE DE LA TERMINOLOGIE ALGÉBRIQUE À LAQUELLE L'ÉLÈVE DOIT ÊTRE EXPOSÉ PAR L'ENTREMISE DE CONTEXTES D'APPRENTISSAGE AUTHENTIQUES

Une **expression algébrique** est composée de termes. Les termes peuvent être composés de nombres et de variables.

Les **termes** d'une expression algébrique sont séparés par des symboles d'addition (+) ou de soustraction (-), p. ex. : dans l'expression algébrique $2ab + 3ac + 4w - 5d + 4acd$ on retrouve 5 termes différents. Il est toutefois possible qu'une expression algébrique n'ait qu'un seul terme, p. ex. : 2ab.

Dans une expression algébrique, une **variable** est un élément qui peut être remplacé par plusieurs valeurs à l'intérieur d'une relation, p. ex. : dans l'expression $4x + 5$, x est la variable. La valeur de l'expression varie selon la valeur attribuée à x.

Une expression algébrique peut être composée de **termes variables** comprenant une variable représentée par une lettre de l'alphabet et de **termes constants** qui ne contiennent que des nombres ou des valeurs fixes, p. ex. :

$2p + 3$

Terme variable   Terme constant

Les termes variables peuvent être composés d'une variable, p. ex. : $4x$ ou d'un groupe de variables, p. ex. : $5xyz$ et d'un coefficient numérique.

Le **coefficient numérique** est un facteur de multiplication de la variable placé directement devant une ou plusieurs variables, p. ex. :

$2p + 3$

Coefficient numérique   Variable

Le terme $2p$ signifie deux fois la valeur de p ou 2 multiplié par la valeur de p.

S'il n'y a pas de nombre devant une variable, le coefficient numérique est 1 et non 0, p. ex. : dans l'expression $p + 3$, le coefficient de la variable p est 1.

Une expression algébrique peut aussi être composée de **termes semblables**. Ce sont des termes qui ont les mêmes variables affectées des mêmes exposants, p. ex. : dans l'expression $2ab + 3 - 4ab$, les termes $2ab$ et $-4ab$ sont des termes semblables.

Les régularités et les relations

APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

PRIME Connaissances et stratégies, Chapitre 5

LES REPRÉSENTATIONS ALGÉBRIQUES À L'AIDE D'EXPRESSIONS ET D'ÉQUATIONS (7.R.3, 7.R.4, 7.R.5, 7.R.6, 7.R.7)

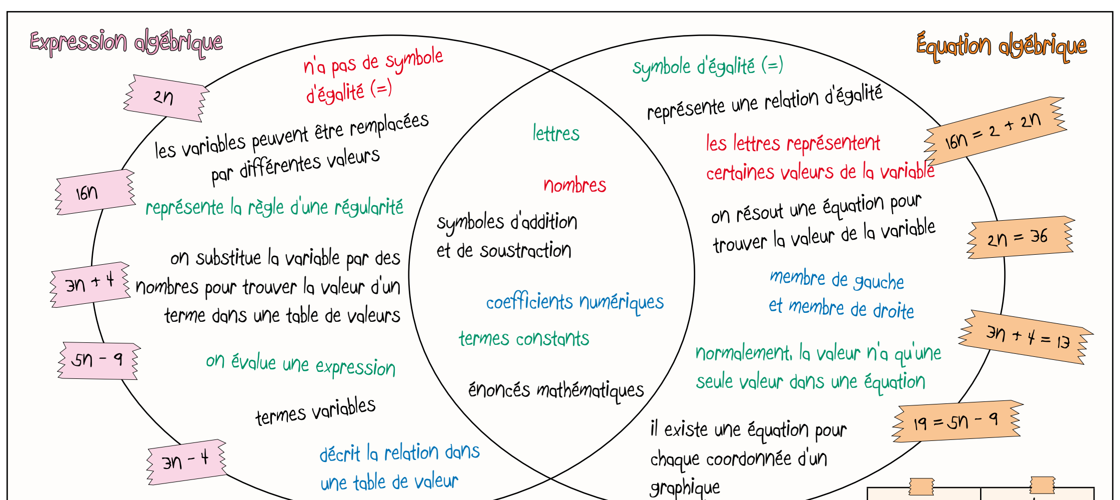
PRIME N4 : C1, C2, C3, C4, C5 et H2

Grandes idées :

- En algèbre, on utilise des symboles ou des variables, des expressions et des équations qui sous-tendent des concepts mathématiques et des régularités dans le monde qui nous entoure.
- Le symbole d'égalité (signe d'égalité) représente une relation entre les expressions numériques de chaque côté du symbole.
- L'égalité et l'inégalité sont utilisées pour exprimer des relations entre deux quantités.
- Les relations entre les quantités peuvent être décrites grâce à des règles comportant des variables.

L'élève

- identifie les composantes (terme constant, terme variable, coefficient numérique et variable) d'une expression;
- explique ce qu'est une variable dans une expression et évalue une expression où la valeur de toute variable est donnée;
- identifie les composantes d'une équation (membres de gauche et de droite, symbole d'égalité, terme constant, terme variable, coefficient numérique et variable);
- fournit un exemple d'une expression et d'une équation et explique en quoi elles se ressemblent et en quoi elles diffèrent.



rang du terme (n)	valeur du terme
0	-4
1	-1
2	2
3	5
25	3n - 4

On utilise des expressions algébriques pour représenter les relations entre des nombres. Par exemple, je pourrais représenter l'énoncé « quatre de moins que le triple d'un nombre » avec l'expression algébrique trois fois n moins quatre. J'aurais pu choisir une autre lettre pour représenter la variable. La valeur de l'expression varie selon la valeur attribuée à n. Dans ce cas-ci, la valeur de n est le rang du terme.

On utilise des équations pour décrire une relation d'égalité entre deux expressions, p. ex. : trois fois un nombre moins quatre est trente-deux pour une certaine valeur de n. Dans ce cas-ci, la valeur de n ne peut être que douze.

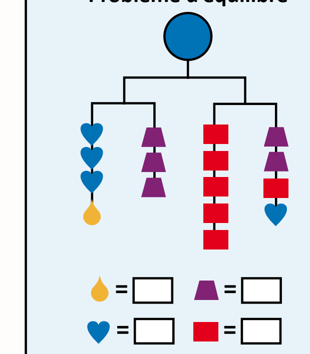
rang du terme (n)	valeur du terme
0	-4
1	-1
2	2
3	5
4	8
n	32

3n - 4 = 32   n = 12

L'enseignant

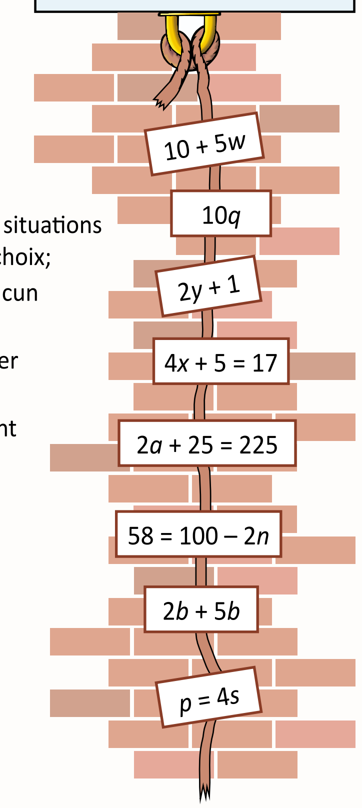
- utilise des modèles d'équilibre;
- utilise du matériel de manipulation tel que des balances et des tuiles (carreaux) algébriques;
- utilise la résolution de problèmes et l'enquête pour
  a. amener l'élève à :
     i. comparer une expression et une équation, et identifier leurs composantes;
     ii. expliquer ce qu'est une variable dans une expression et évaluer une expression où la valeur de toute variable est donnée;
     iii. modéliser et appliquer le maintien de l'égalité pour résoudre des problèmes qui peuvent être représentés par des équations linéaires à une étape et en vérifier la solution.
  b. offrir à l'élève la possibilité d'observer, de s'interroger et d'appliquer ses connaissances et sa compréhension des expressions et des équations algébriques pour résoudre des problèmes;
  c. observer le raisonnement de l'élève afin de fournir de l'étayage.

Problème d'équilibre



http://solveme.edc.org/

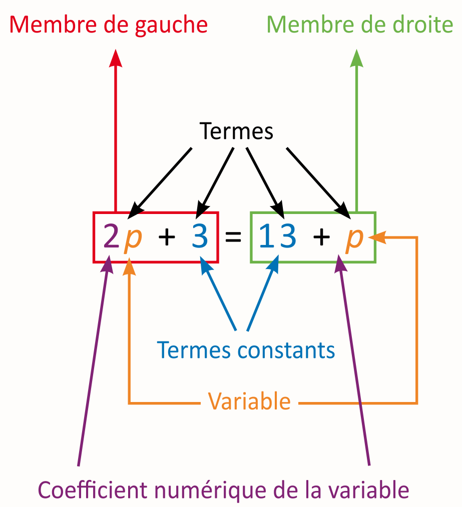
- pose des questions ouvertes qui favorisent la réflexion et le dialogue :
  - Choisis, parmi ces étiquettes,
    - au moins deux expressions algébriques et deux équations, et décris des situations de la vie quotidienne qui peuvent être représentées par chacun de tes choix;
    - une expression algébrique et une équation, et écris un énoncé pour chacun de tes choix;
    - au moins une équation, et utilise le modèle de ton choix pour déterminer la valeur de la variable;
    - une expression algébrique et une équation, et explique en quoi elles sont semblables et en quoi elles sont différentes.
  - Fournis 3 équations différentes dont la solution est 4. Au moins une de tes équations doit démontrer une relation d'égalité entre 2 expressions.



- pose des questions fermées ayant une seule réponse pour valider ou vérifier une connaissance précise :
  - Représente chaque énoncé à l'aide d'une expression algébrique :
    - l'aire d'un triangle
    - l'aire d'un parallélogramme
    - la circonférence et l'aire d'un cercle
  - Écris un énoncé pour chacune des expressions algébriques et évalue-les en fonction de la valeur donnée à la variable :
    - $10 + 5w$ si $w = 2$
    - $2y + 1$ si $y = 20$
  - Identifie la variable, le terme constant, le coefficient numérique et les membres dans les équations suivantes. Résous chaque équation, puis vérifie la solution.
    - $2a + 25 = 225$
    - $58 = 100 - 2n$
  - Quelle expression algébrique représente chacun des énoncés?
    - un de plus que deux fois un nombre
    - la somme de trois et de six fois un nombre

LISTE PARTIELLE DE LA TERMINOLOGIE ALGÉBRIQUE À LAQUELLE L'ÉLÈVE DOIT ÊTRE EXPOSÉ PAR L'ENTREMISE DE CONTEXTES D'APPRENTISSAGE AUTHENTIQUES (SUITE)

Une équation algébrique est un énoncé mathématique qui décrit une relation d'égalité entre deux membres dont au moins un des membres doit être une expression algébrique. Les expressions algébriques peuvent se retrouver à gauche, à droite ou de part et d'autre du symbole d'égalité, p. ex. : $2w + 3 = 7$, $10 = 3w + 4$ et $2w + 3 = w + 5$.



Dans une équation algébrique, une variable est un élément qui peut normalement être remplacé par certaines valeurs à l'intérieur d'une relation d'égalité entre les deux membres, p. ex. :

- L'équation $4x + 5 = 17$ signifie que les deux membres ont la même valeur pour une certaine valeur de x. Pour cette équation, la valeur de x ne peut être que 3.
- L'équation $5a = 5a$ signifie que les deux membres ont la même valeur pour une certaine valeur de a. Pour cette équation, toutes les valeurs de a sont possibles.
- L'équation $5b + 2 = 5b$ signifie que les deux membres ont la même valeur pour une certaine valeur de b. Par contre, pour cette équation, il n'y a aucune valeur possible. Il s'agit d'une inéquation, donc une relation d'inégalité $5b + 2 = 5b$. ***Ces situations seront abordées au secondaire***.
- L'équation $w^2 - 2w \neq 8$ signifie que les deux membres ont la même valeur pour une certaine valeur de w. Pour cette équation, il y a deux valeurs possibles pour w soit 4 ou -2. ***Ces situations seront abordées au secondaire***.

Si le même symbole est utilisé plus d'une fois dans une équation, la valeur qu'il représente reste identique, p. ex. : dans $3a + 2a = 25$, la valeur de la variable a est 5.

Les régularités et les relations

APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

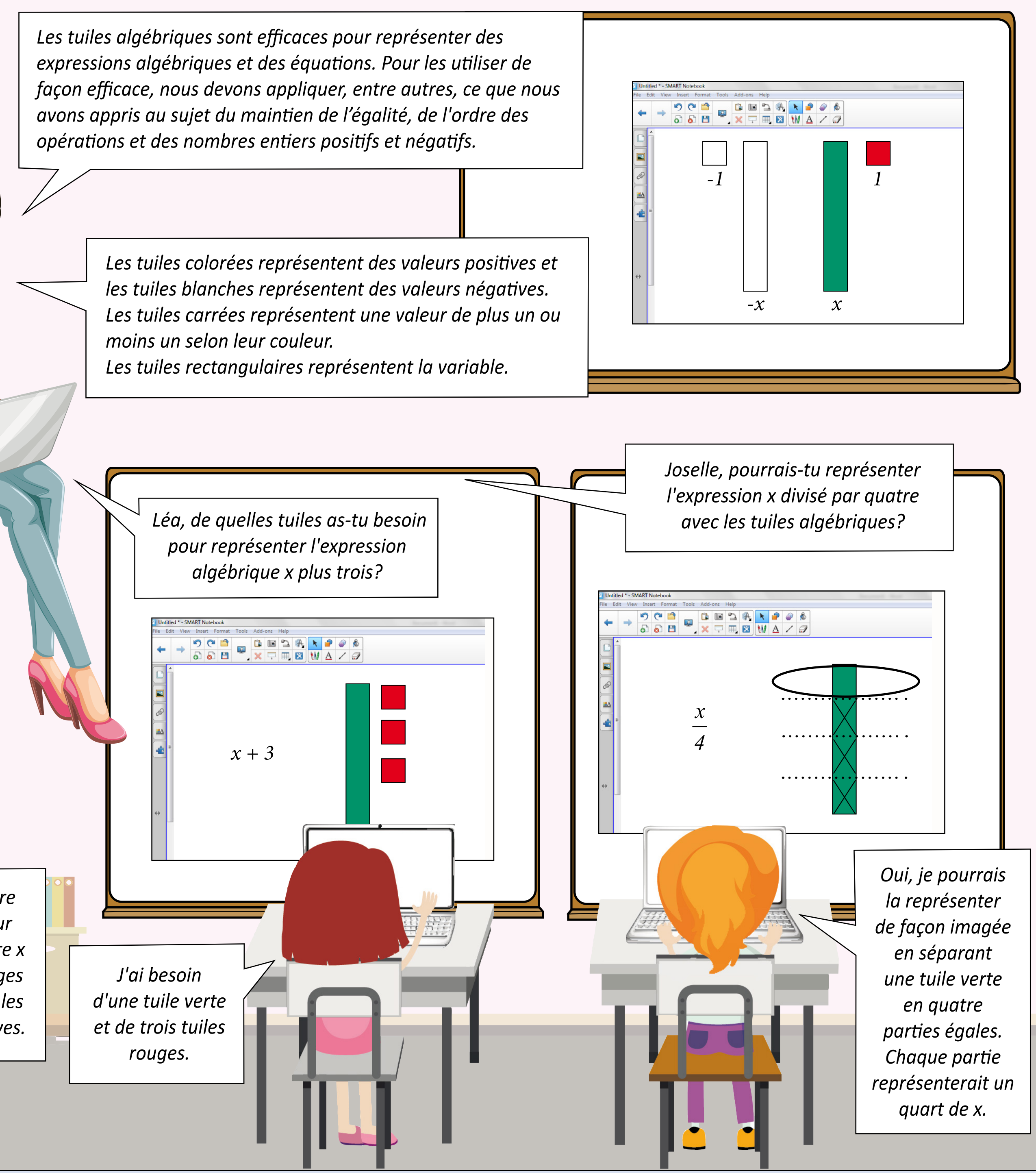
L'élève

- modélise le maintien de l'égalité pour chacune des opérations à l'aide de matériel concret et d'une représentation imagée, explique le processus oralement et le note de façon symbolique;
- applique le maintien de l'égalité pour résoudre des équations et des problèmes;
- modélise et résout des problèmes qui peuvent être représentés par des équations linéaires à une étape sous la forme :
  - $x + a = b$ (où a et b sont des entiers)
  - $ax + b = c$
  - $ax = b$
  - $\frac{x}{a} = b,\ a \neq 0$

  (pour les trois dernières formes) où a, b et c sont des entiers positifs

  en résolvant l'équation à l'aide de matériel concret et en notant les étapes requises de façon imagée et symbolique;
- vérifie la solution d'une équation linéaire à l'aide de matériel concret ou de graphiques;
- substitue une solution possible à une variable dans une équation linéaire pour en vérifier l'égalité.

À noter : Il est essentiel d'allouer le temps nécessaire à l'exploration des tuiles algébriques. L'élève devrait être invité à les utiliser pour représenter des expressions avant d'être invité à les utiliser pour résoudre des équations.



7e ANNÉE

Connaissance et compréhension
La construction de nouvelles connaissances

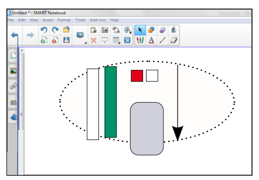
EN ROUTE VERS LA 8e ANNÉE

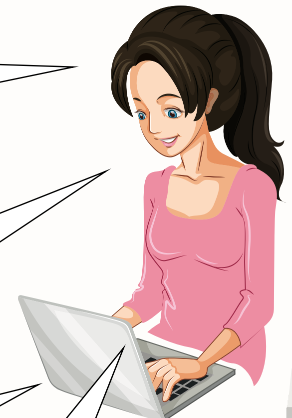
Les régularités et les relations

APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

Les tuiles algébriques peuvent aussi être utilisées pour modéliser et résoudre des problèmes. Il faut se rappeler qu'une équation représente une relation d'égalité entre deux membres.

Lorsqu'on utilise des tuiles algébriques pour résoudre une équation, chacun des membres peut être représenté à l'aide des tuiles et le symbole d'égalité peut être représenté par une flèche. On utilise un ovale gris pour représenter l'ensemble des paires nulles.



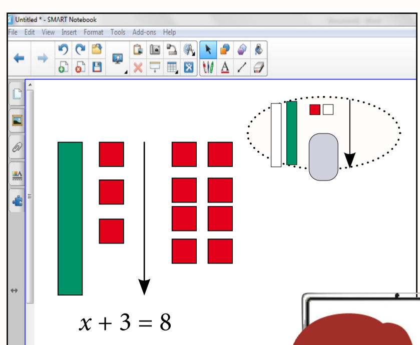


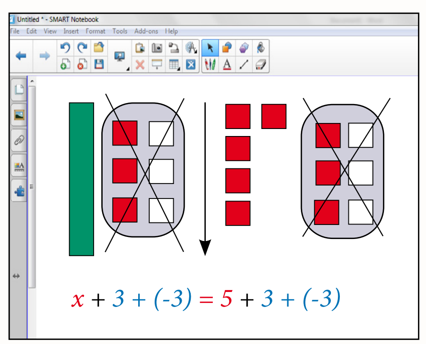
Je sais que lorsque nous enlevons ou ajoutons une quantité à la gauche, nous devons enlever ou ajouter la même quantité à la droite pour maintenir l'égalité.

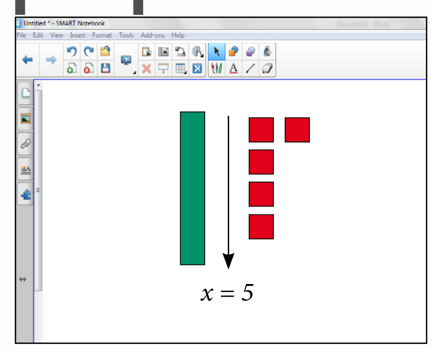
Je me souviens que pour résoudre des additions et des soustractions contenant des nombres entiers, nous devions créer des paires nulles.

Par exemple, pour l'équation x plus trois égale huit, nous pouvons représenter le membre de gauche x plus trois à l'aide d'une tuile verte et de trois tuiles rouges, le symbole d'égalité par une flèche et le membre de droite, huit, à l'aide de huit tuiles rouges.

Comment pourrait-on résoudre cette équation à l'aide des tuiles algébriques, c'est-à-dire trouver la valeur de la variable?







Pour isoler la variable, on doit créer trois paires nulles en ajoutant trois tuiles blanches à chacun des membres pour maintenir l'égalité.

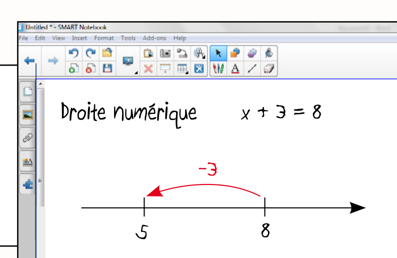
Ensuite, on doit décomposer les huit tuiles rouges en un groupe de cinq et un groupe de trois pour créer trois paires nulles.

En éliminant les trois paires nulles de chaque côté, on va réussir à isoler la variable x.

En conclusion, ceci veut dire qu'on peut substituer la tuile verte par cinq tuiles rouges. On aurait alors cinq tuiles rouges de chaque côté de la flèche. On peut affirmer que x plus trois égale huit si la valeur de x est cinq.

Comment votre connaissance des stratégies d'addition et de soustraction des nombres entiers vous a-t-elle été utile pour résoudre ce problème?

On pourrait aussi utiliser le modèle de la droite numérique pour représenter cette équation algébrique. Voici la représentation de cette équation.

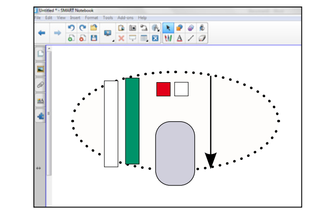


Il ne faut pas oublier d'amener l'élève à faire des liens avec ses apprentissages antérieurs. En effet, les concepts liés à l'algèbre ont été abordés depuis la 1re année (Voir les cartes de route de la 1re à la 6e année, Relations d'égalité et raisonnement algébrique). L'élève a eu l'occasion d'explorer des relations d'égalité et de développer les habiletés qui s'y rattachent. Ces habiletés consistent à reconnaître, à expliquer, à créer, à rétablir et à maintenir une situation d'égalité. L'élève a développé ces habiletés et sa compréhension du concept d'égalité en explorant la relation entre les membres qui se trouvent de part et d'autre du symbole d'égalité de façon concrète, imagée et symbolique.

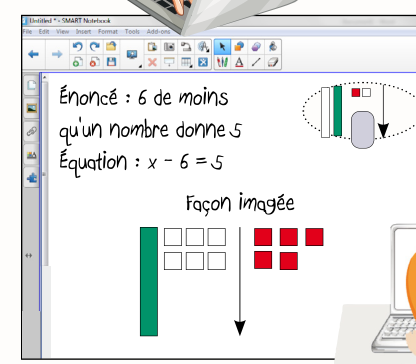
Composez une situation-problème qui peut être représentée sous la forme de l'équation $x + a = b$ où a et b sont des nombres entiers.

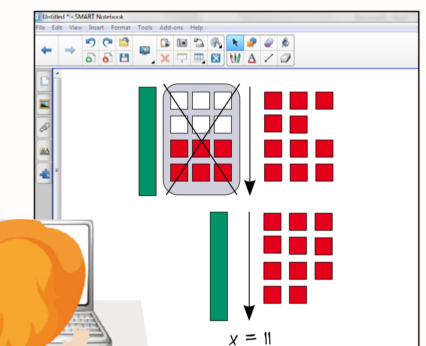
Vous pouvez choisir un des scénarios suivants :

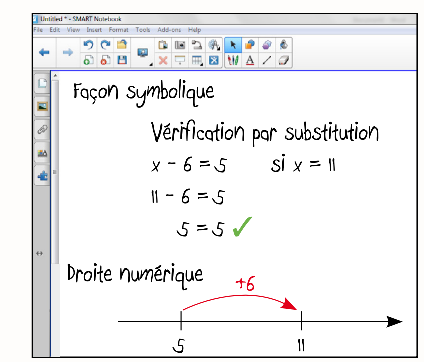
- a et b sont des nombres positifs;
- a et b sont des nombres négatifs;
- a est un nombre positif et b est un nombre négatif;
- a est un nombre négatif et b est un nombre positif.

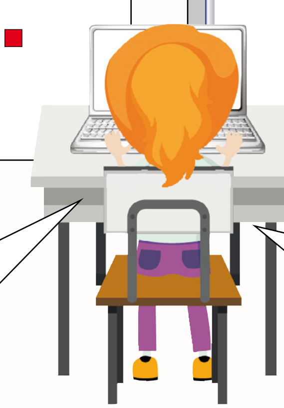


Représentez votre situation-problème par un énoncé et une équation. Résolvez votre équation à l'aide de tuiles algébriques et de la droite numérique puis vérifiez votre solution par substitution.



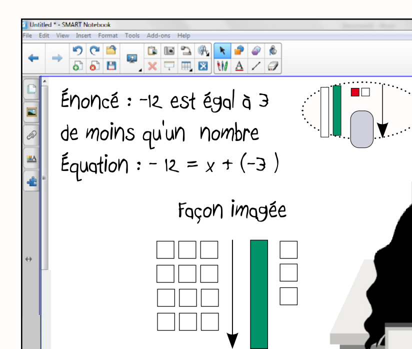


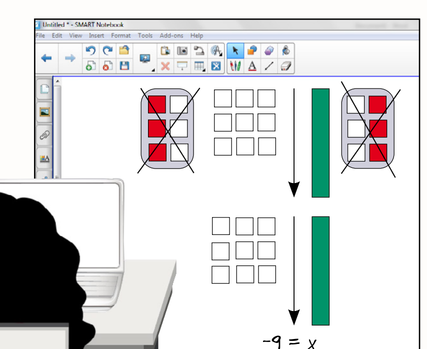


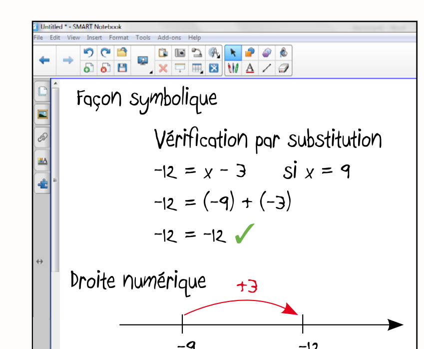


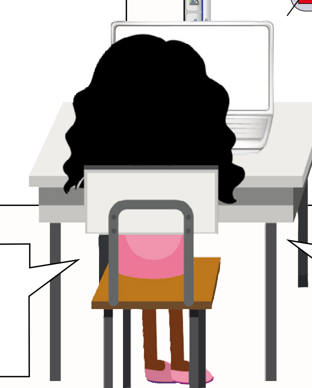
J'ai créé un problème où la valeur de a est négative et la valeur de b est positive.

Ma situation-problème est la suivante. Jasmine invite des amis pour aller jouer au golf. Six de ses amis partent après avoir complété le neuvième trou. Cinq amis restent pour finir la ronde de dix-huit trous. Combien d'amis Jasmine avait-elle invités?







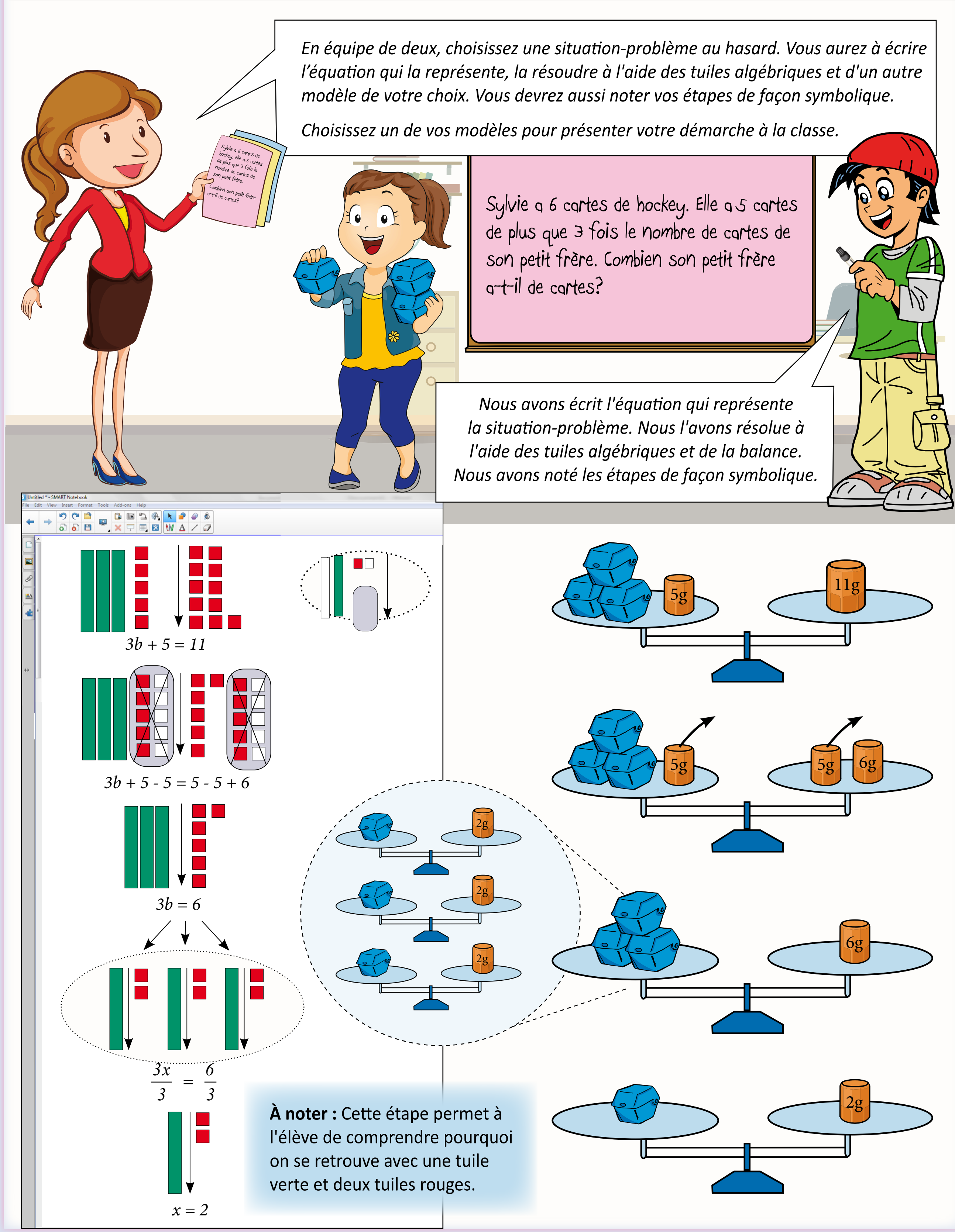


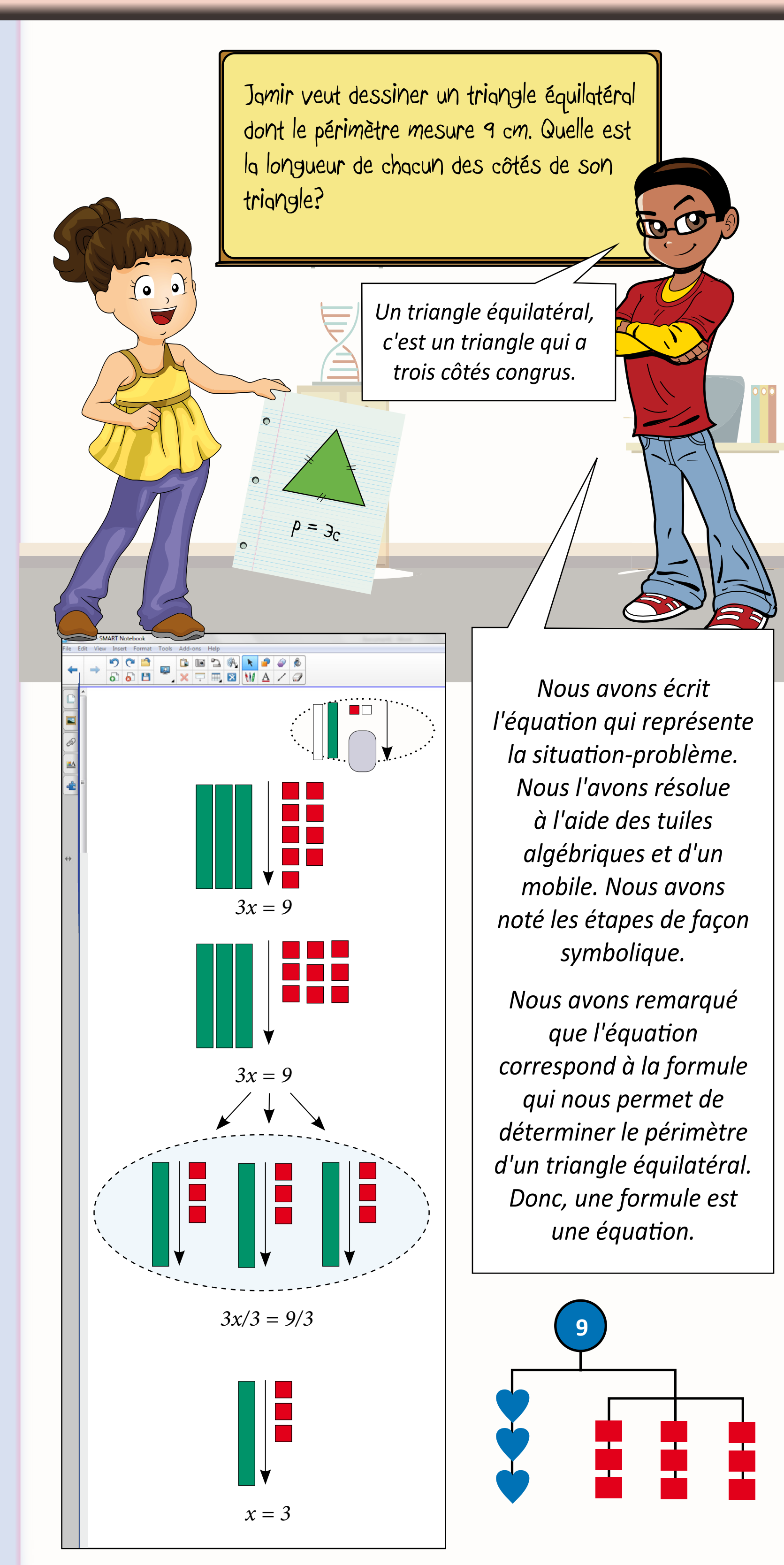
J'ai créé un problème où les valeurs de a et de b sont négatives.

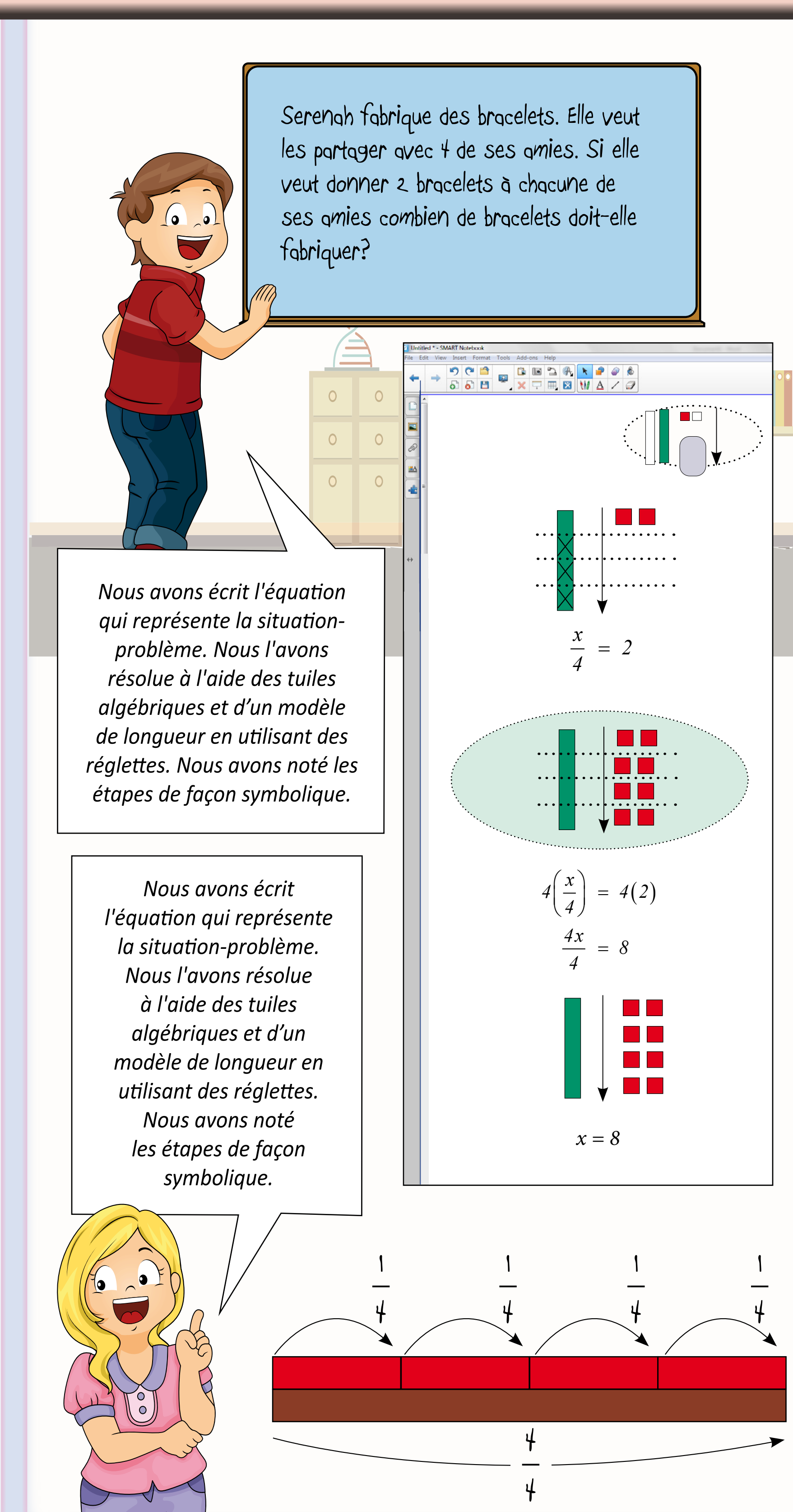
La situation-problème que j'ai composée est la suivante. Ce matin, la température est de moins douze degrés Celsius. Elle a baissé de trois degrés Celsius pendant la nuit. Quelle était la température hier soir?

Les régularités et les relations

APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE







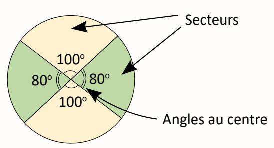
LISTE PARTIELLE DU VOCABULAIRE DE MATHÉMATIQUES AUQUEL L'ÉLÈVE DOIT ÊTRE EXPOSÉ

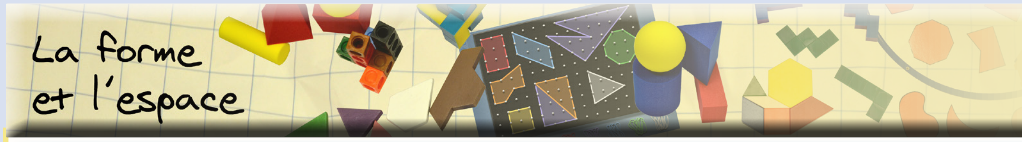
FORME ET ESPACE

Appliquer, calculer, communiquer, construire, créer, décrire, démontrer, déplacer, déterminer, développer, effectuer, estimer, établir, étiqueter, évaluer, expliquer, généraliser, identifier, raisonner, résoudre, tracer, vérifier

- Vocabulaire de la mesure du cercle : formule, rayon (*r*), diamètre (*d*), dimension, segment de droite, distance autour, circonférence (*C*), relation, nombre irrationnel, pi (π), angle au centre, secteur, somme des angles, angle de référence, degré, référent, centre du cercle, aire, point du cercle, congruent, congruence

La somme des **angles au centre** d'un cercle est de 360°.





APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

PRIME Connaissances et stratégies, Chapitre 5

LE TEMPS

Il est nécessaire que l'élève ait compris le concept de durée (Voir les cartes de route de la 2e à la 4e année) soit le temps écoulé entre le début et la fin d'un évènement afin de comprendre le concept du temps. Le développement de ce concept présume que l'élève peut appliquer les habiletés d'estimer, de mesurer et de comparer la durée d'évènements dans divers contextes. Pour ce faire, l'élève doit avoir des référents pour les unités de mesure de temps et être capable de les mettre en relation les unes avec les autres.

LA LONGUEUR, L'AIRE, LES ANGLES (7.F.1, 7.F.2)

PRIME N4 : C1, C3, H1 et H3

Grandes idées :

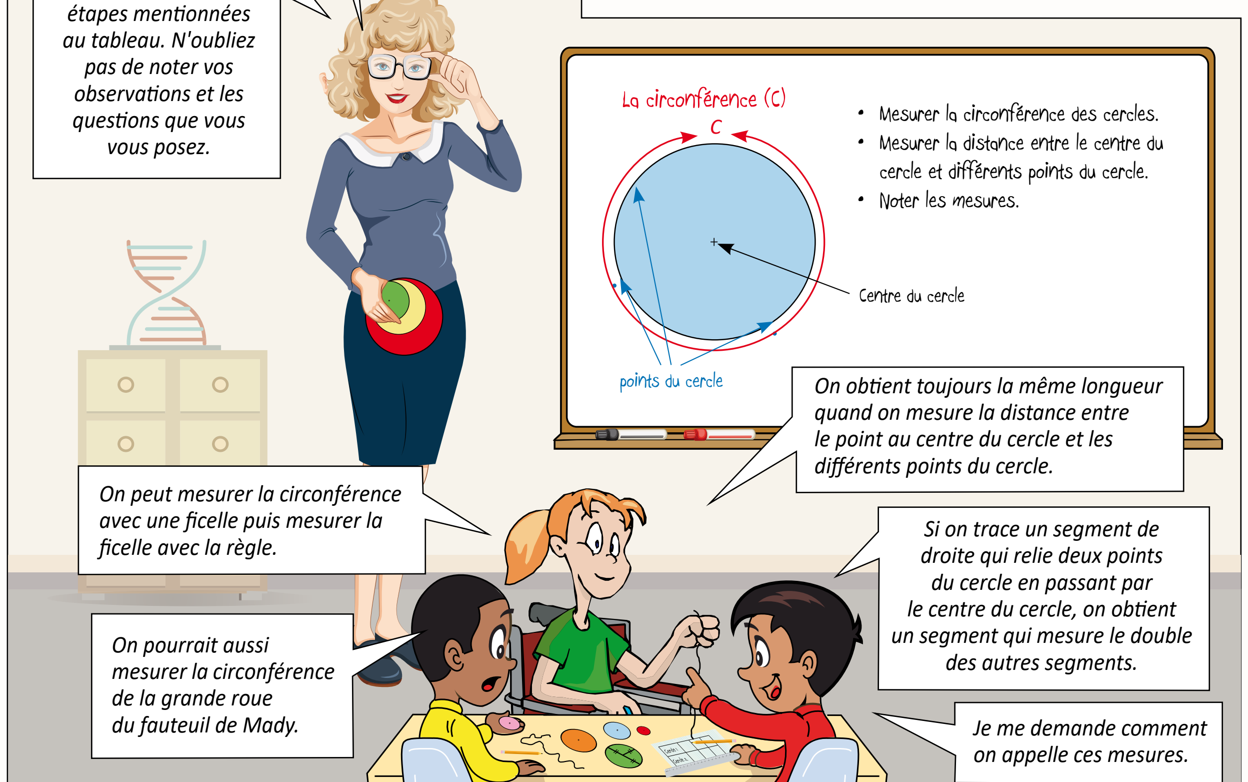
- Il est nécessaire de comprendre les attributs d'un objet avant que toute mesure ne soit prise.
- La mesure se fait en choisissant un attribut d'un objet (la longueur, l'aire, la masse, la capacité, le volume) et une comparaison de l'objet à être mesuré par rapport à une mesure non standard et standard pour le même attribut.
- Plus l'unité de mesure est longue, moins d'unités sont requises pour mesurer l'objet et vice-versa.
- L'utilisation des unités de mesure standard simplifie la communication au sujet de la taille des objets.

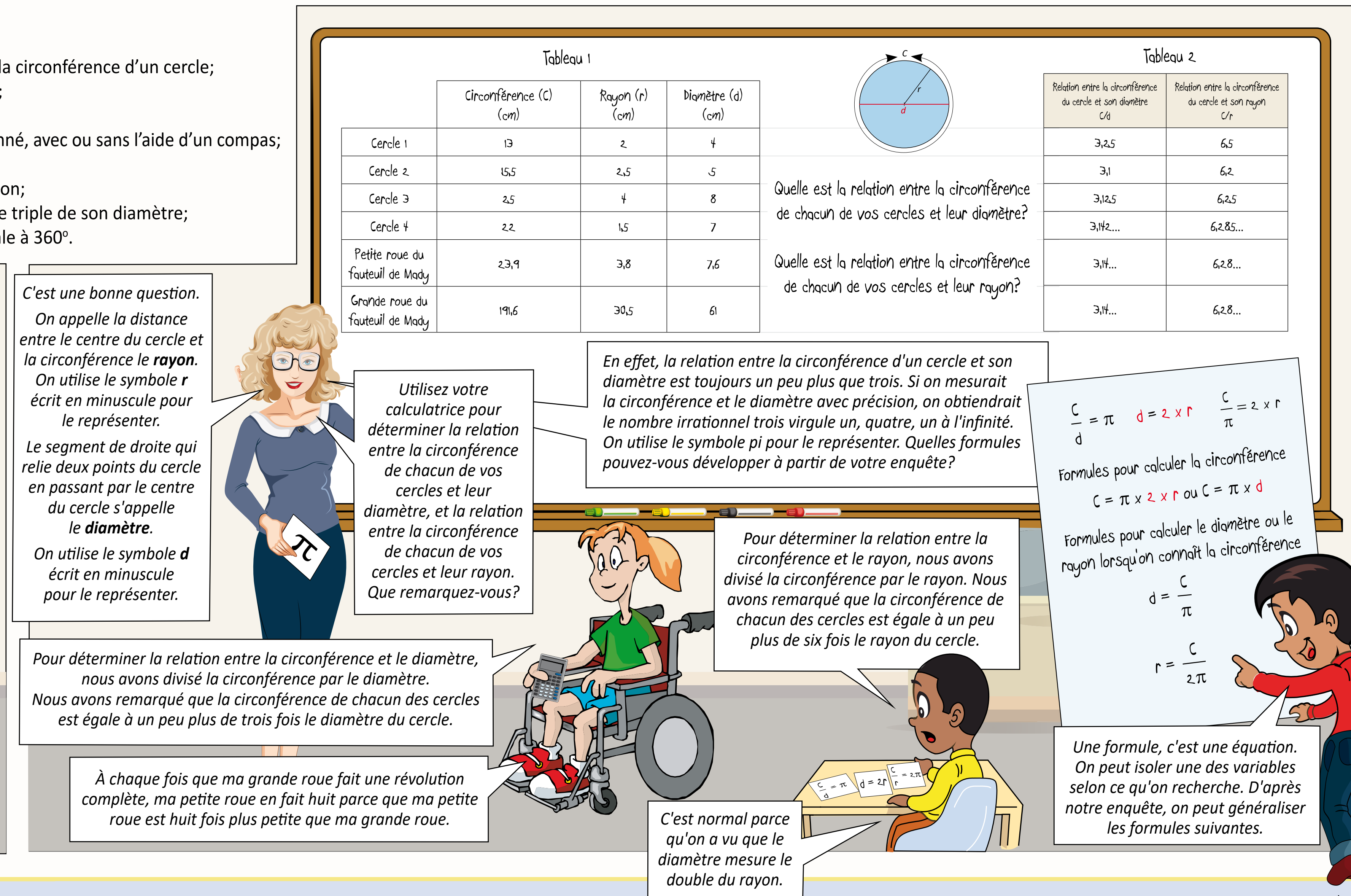
L'élève

- démontre une compréhension du cercle en :
  - décrivant les relations entre le rayon, le diamètre et la circonférence d'un cercle;
  - établissant la relation entre la circonférence et pi (π);
  - déterminant la somme des angles au centre;
  - traçant un cercle dont le rayon ou le diamètre est donné, avec ou sans l'aide d'un compas;
- explique, à l'aide de diagrammes, que :
  - le diamètre d'un cercle est égal au double de son rayon;
  - la circonférence d'un cercle est approximativement le triple de son diamètre;
  - la somme des angles au centre de tout cercle est égale à 360°.

L'enseignant

- utilise la résolution de problèmes ou l'enquête pour
  - a. amener l'élève à :
    - i. décrire les relations qui existent entre le rayon, le diamètre et la circonférence d'un cercle;
    - ii. établir la relation entre la circonférence et pi, et expliquer que pi (π) est le rapport de la circonférence au diamètre (C/d);
    - iii. tracer des cercles dont le rayon ou le diamètre est connu, avec ou sans l'aide d'un compas;
    - iv. modéliser et expliquer que la somme des mesures des angles intérieurs d'un cercle est égale à 360°.
  - b. offrir à l'élève la possibilité d'observer, de s'interroger et d'appliquer ses connaissances du cercle et des relations entre le rayon, le diamètre et la circonférence d'un cercle pour résoudre un problème;
  - c. observer le raisonnement de l'élève afin de fournir de l'étayage;
- pose des questions ouvertes qui favorisent la réflexion et le dialogue, et des questions fermées ayant une seule réponse pour valider ou vérifier une connaissance précise.

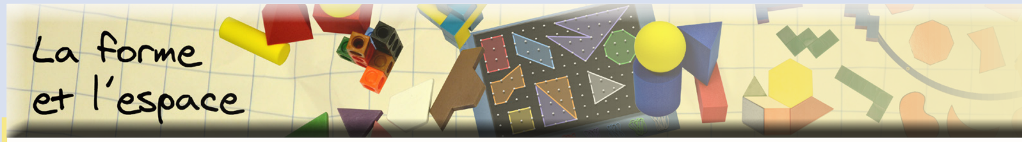




LISTE PARTIELLE DU VOCABULAIRE DE MATHÉMATIQUES AUQUEL L'ÉLÈVE DOIT ÊTRE EXPOSÉ

FORME ET ESPACE

- Vocabulaire de la mesure de polygones : figures à deux dimensions, triangle, parallélogramme, rectangle, dimension, aire (A) (mesure de petite surface), superficie (mesure de grandes surfaces), unité carrée (u^2), aire totale, périmètre (p), hauteur (h), base (b), longueur (L), largeur (l), formule, types de triangle (Voir, *Types de triangles*, 6e année, p. 8), congruence, côté, sommet, trait



APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

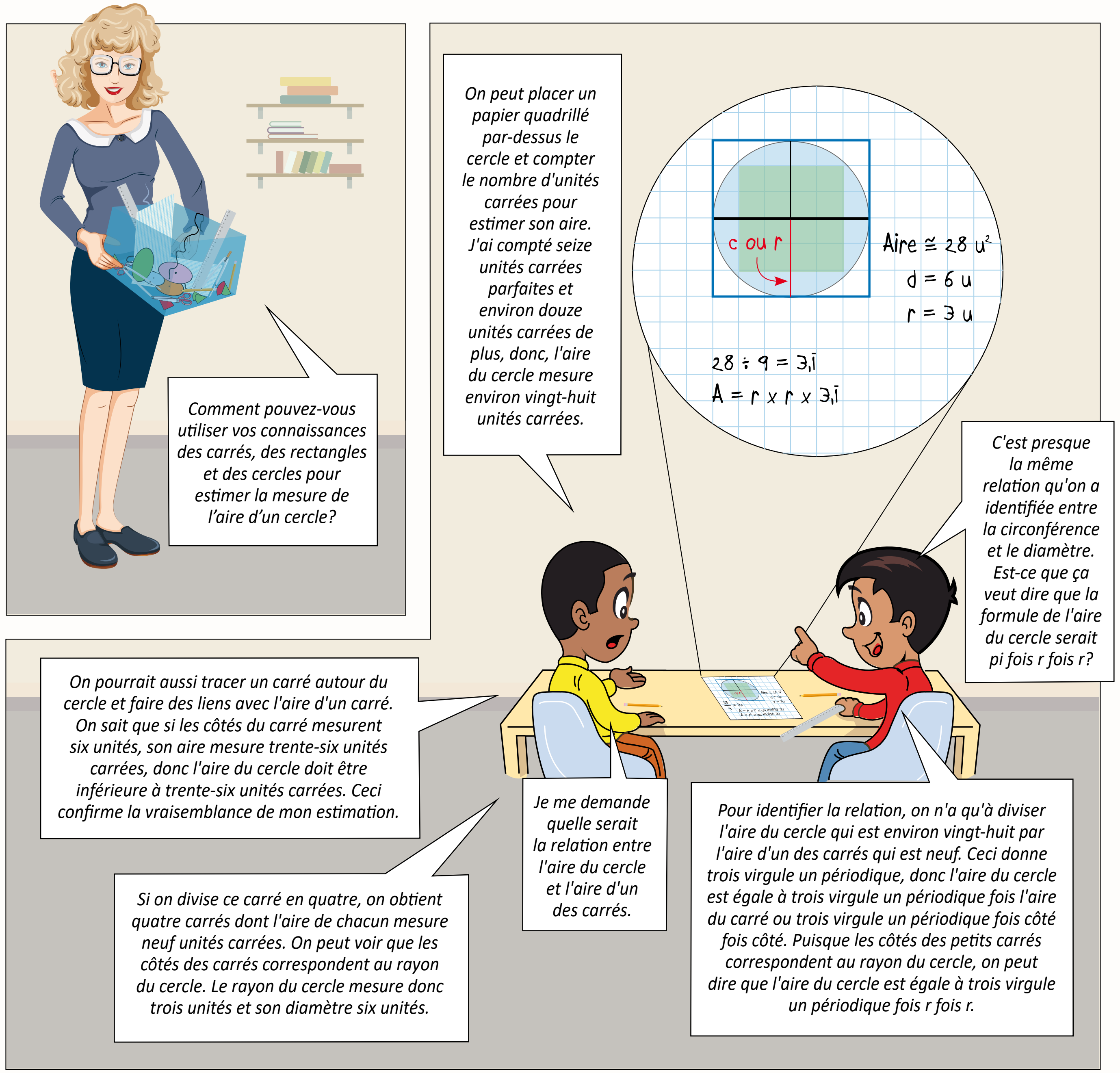
L'élève
- explique comment on peut déterminer l'aire d'un triangle et d'un parallélogramme à partir de l'aire d'un rectangle;
- illustre et explique comment estimer l'aire d'un cercle sans avoir recours à une formule;
- généralise une règle pour créer une formule permettant de déterminer l'aire de triangles, de parallélogrammes et de cercles;
- applique une formule pour déterminer l'aire de triangles, de parallélogrammes et de cercles;
- résout des problèmes comportant l'aire de triangles, de parallélogrammes ou de cercles.

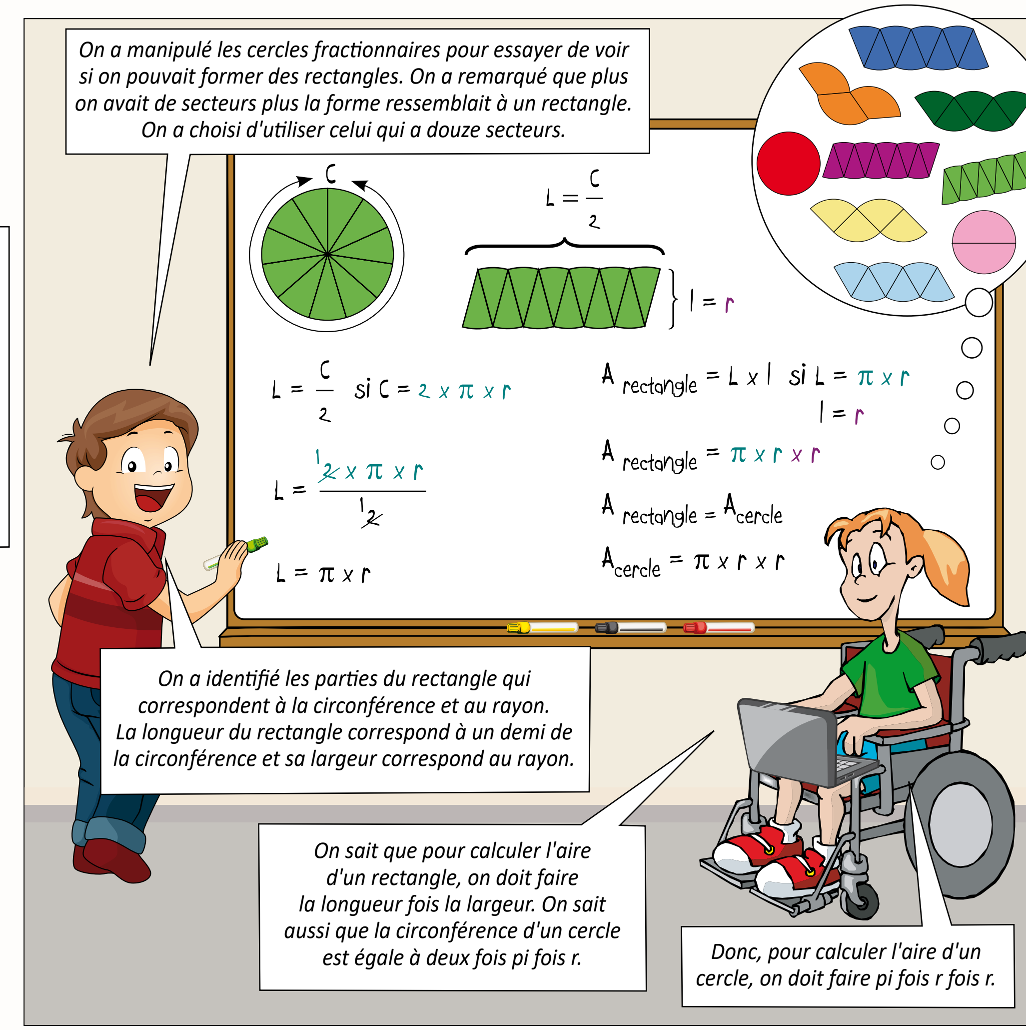
À noter : En septième année, l'élève n'a pas à utiliser la forme exponentielle lors de ses calculs de l'aire d'un cercle. Avant d'utiliser cette forme, l'élève a besoin de comprendre sa signification. Les exposants seront abordés en 9e année.

L'enseignant
- utilise la résolution de problèmes ou l'enquête pour
  a. amener l'élève à :
     i. déterminer l'aire;
        - d'un triangle à partir de l'aire d'un rectangle;
        - d'un parallélogramme à partir de l'aire d'un rectangle;
        - d'un cercle sans avoir recours à une formule;
     ii. généraliser une règle pour créer une formule pour déterminer l'aire d'un triangle, d'un parallélogramme et d'un cercle;
     iii. appliquer une formule pour résoudre des problèmes comportant l'aire de triangles, de parallélogrammes ou de cercles.
  b. offrir à l'élève la possibilité d'observer, de s'interroger et d'appliquer ses connaissances de la mesure de l'aire des triangles, des parallélogrammes et des cercles pour résoudre un problème;
  c. observer le raisonnement de l'élève afin de fournir de l'étayage;
- pose des questions ouvertes qui favorisent la réflexion et le dialogue, et des questions fermées ayant une seule réponse pour valider ou vérifier une connaissance précise.

À noter : Il est important que l'élève comprenne qu'une formule décrit les relations qui existent entre les différents attributs de la mesure d'une figure à deux dimensions.

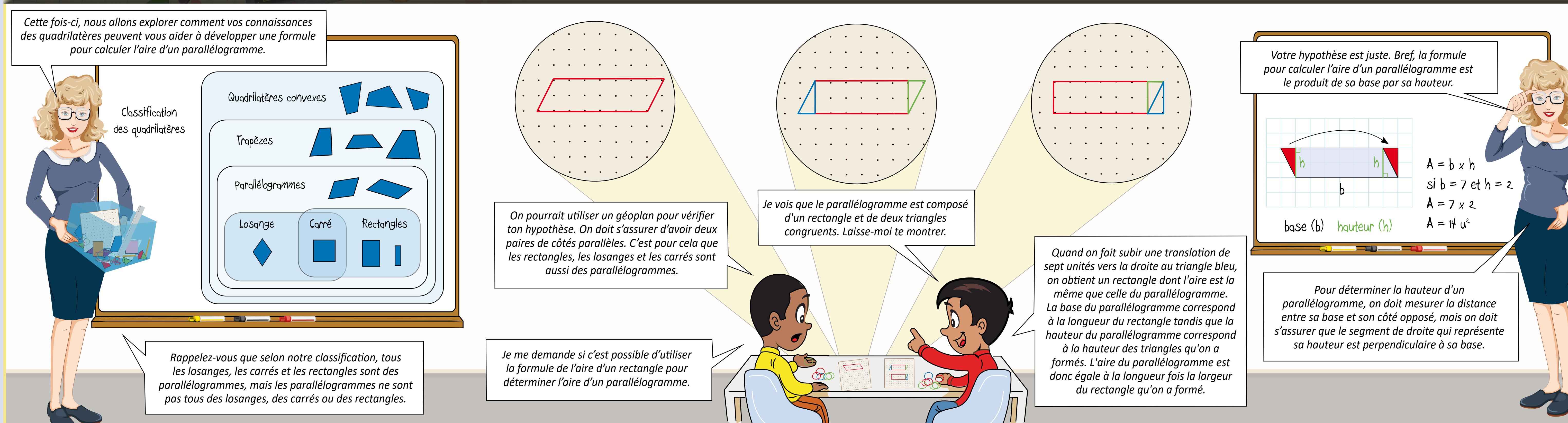
L'élève qui aura eu l'occasion de développer une formule pour déterminer le périmètre, la circonférence ou l'aire de figures à deux dimensions sera mieux en mesure de les appliquer dans divers contextes.

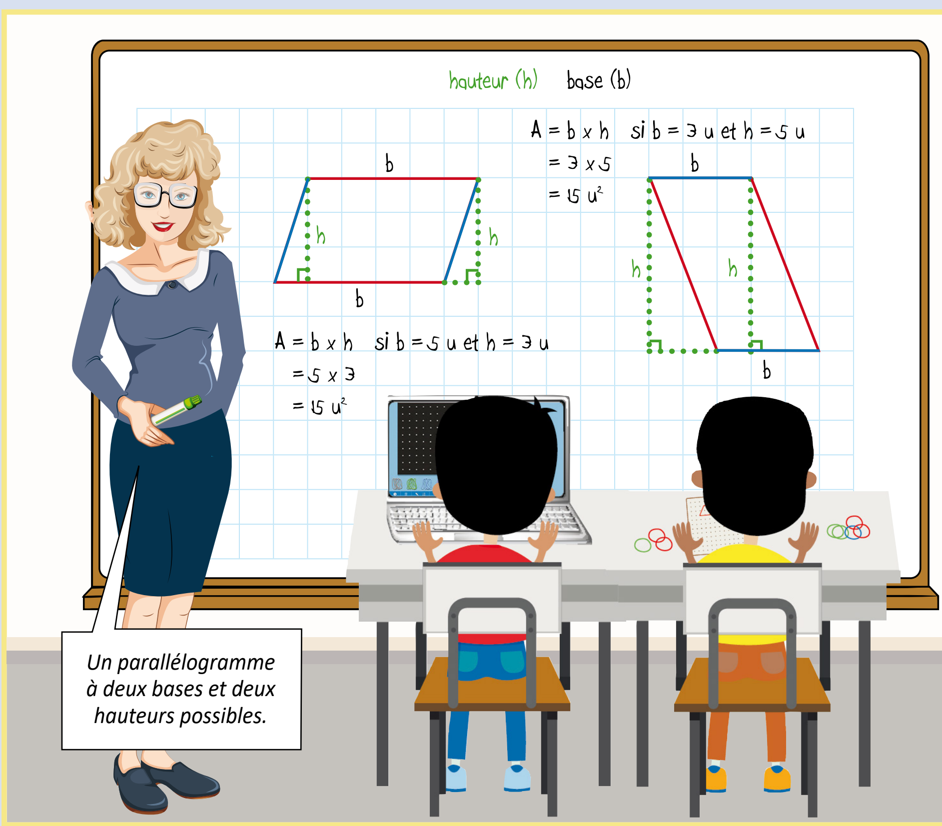




La forme et l'espace

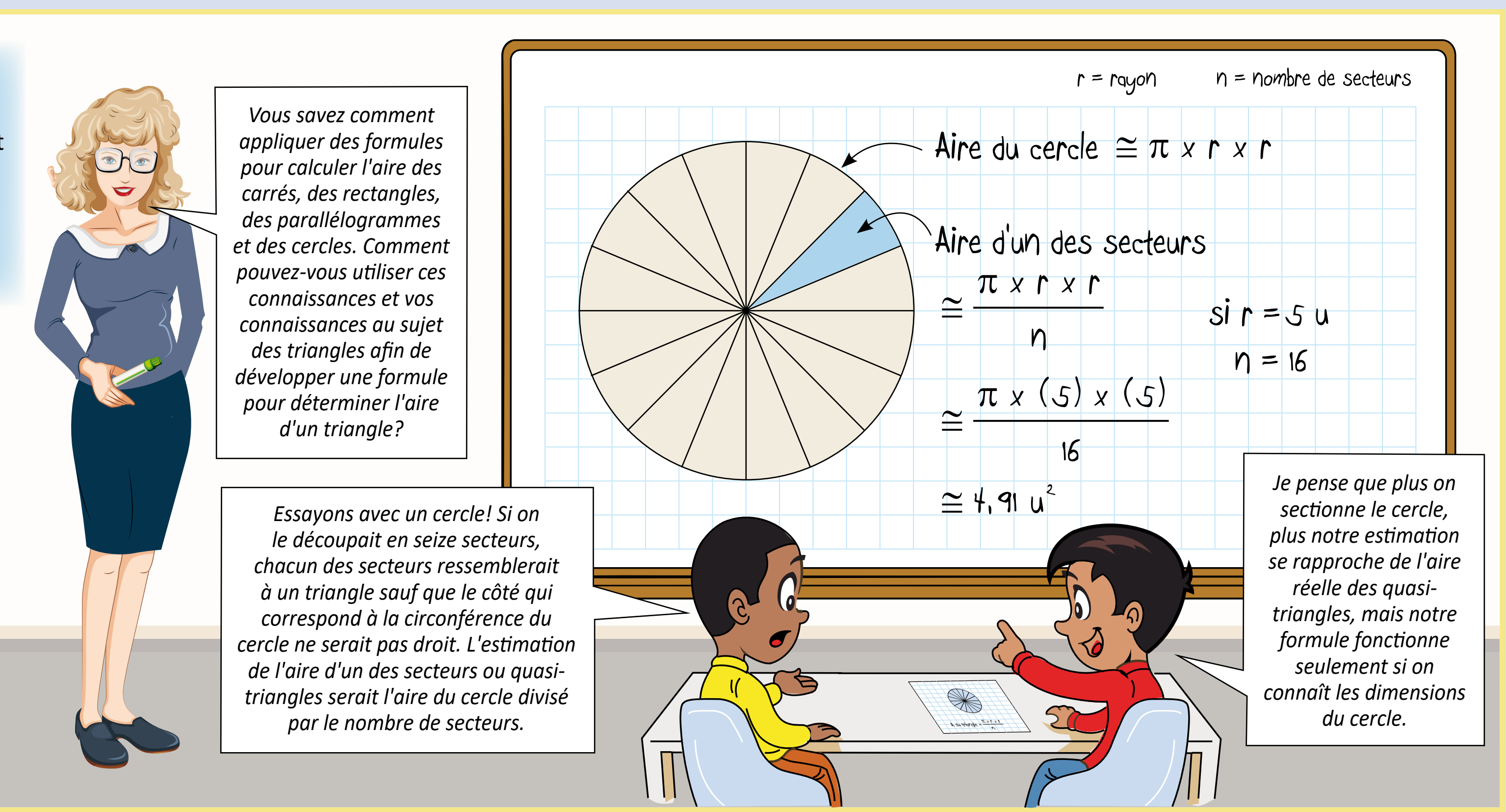
APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE





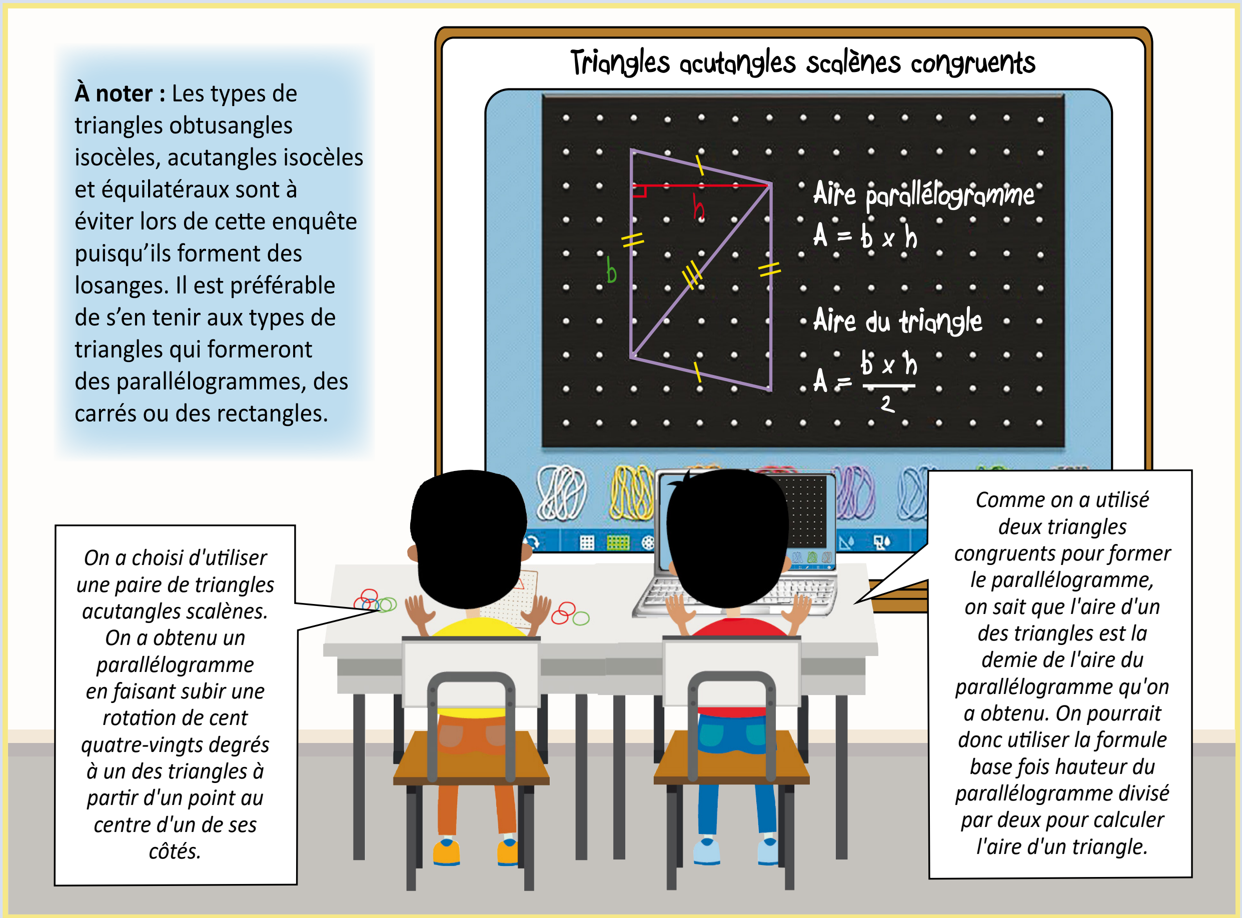
À noter : L'élève a étudié les divers types de triangles en 6e année. Il serait essentiel de les revoir avant d'entamer une enquête portant sur le développement de la formule de l'aire d'un triangle. L'élève sera alors mieux en mesure d'appliquer ses connaissances des triangles et d'utiliser la terminologie en question tout au long de cette enquête.

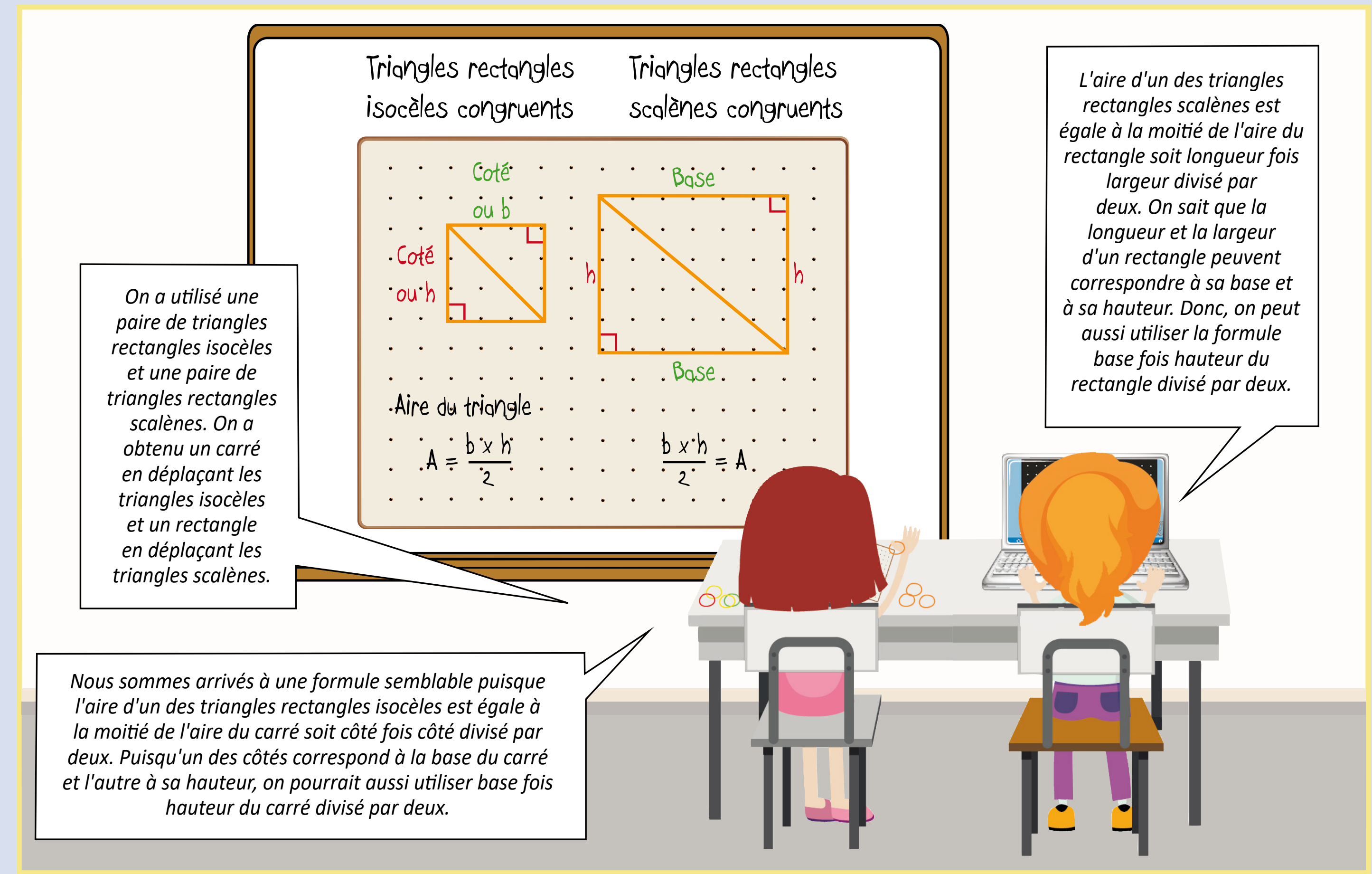
TYPES DE TRIANGLES	Acutangle trois angles aigus	Obtusangle un angle obtus	Rectangle un angle droit
Scalène trois côtés de différentes longueurs			
Isocèle au moins deux côtés congrus			
Équilatéral trois côtés congrus			

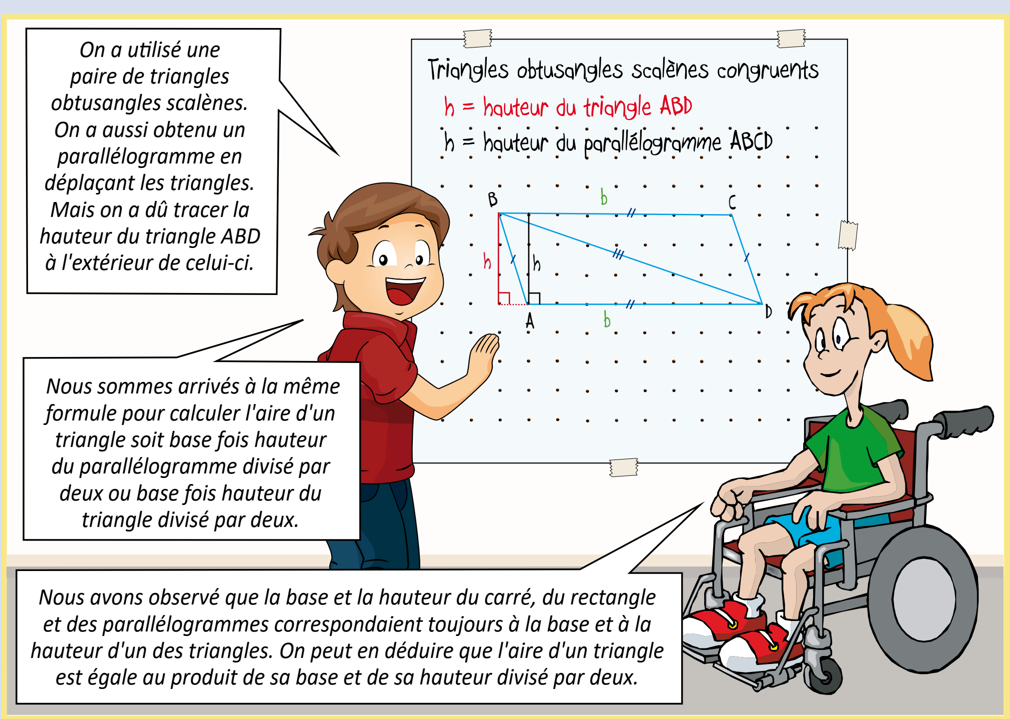


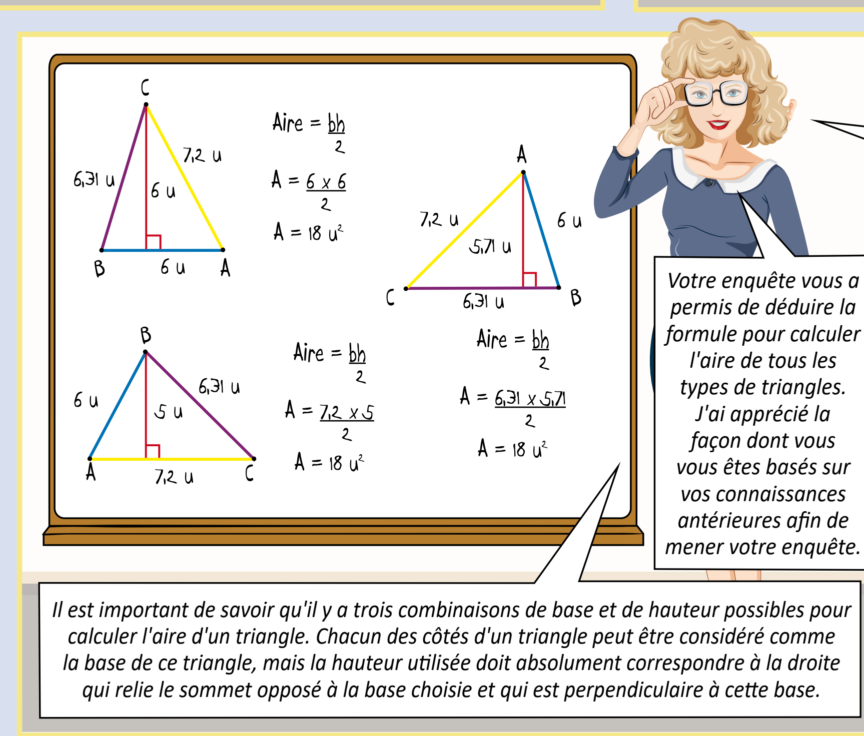
La forme et l'espace

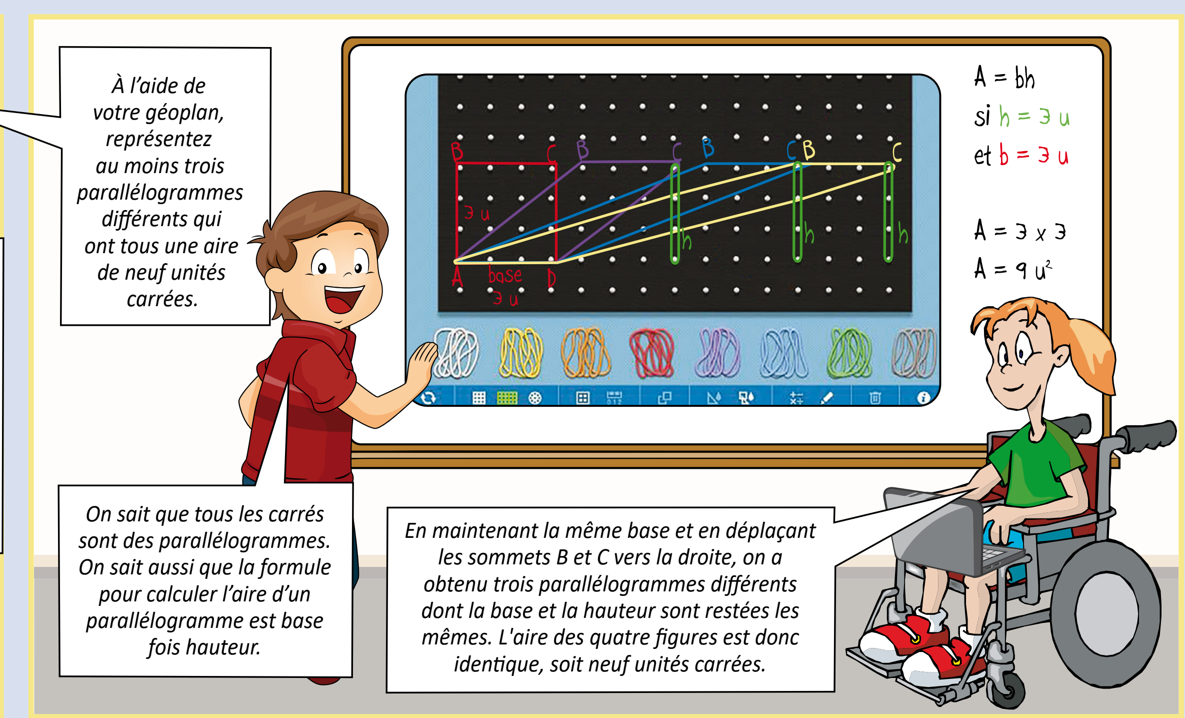
APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE











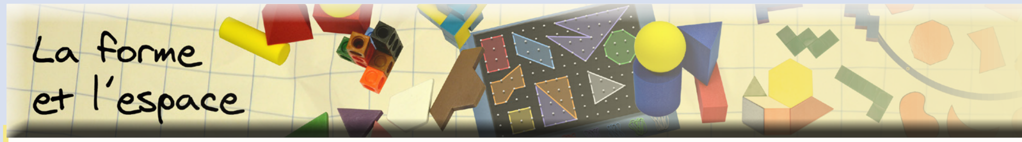
LISTE PARTIELLE DU VOCABULAIRE DE MATHÉMATIQUES AUQUEL L'ÉLÈVE DOIT ÊTRE EXPOSÉ (suite)

FORME ET ESPACE

- Vocabulaire de construction géométrique : droite, segment, trait, perpendiculaire, parallèle, concourant, se croise, médiatrice, bissectrice, arc, coupe, équerre, angle, compas, branche d'un compas, rapporteur d'angle, ligne de foi, diagonale, congruence, congruent

À noter : Il est essentiel d'utiliser les termes justes pour décrire des droites, des segments de droite, des droites ou segments de droite perpendiculaires et des droites ou segments de droite parallèles.

Les termes *droite* et *ligne* ne sont pas interchangeables. Le terme *ligne* dans ce contexte est un anglicisme, par exemple le terme « perpendicular line segment » se dit segment de droite perpendiculaire.



APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

PRIME Connaissances et stratégies, Chapitre 5

L'IDENTIFICATION, LE TRI, LA COMPARAISON ET LA CONSTRUCTION (7.F.3) PRIME N4 : C1, C4 ET H2

Grande idée :

- Les figures à deux dimensions et les objets à trois dimensions peuvent être décrits, classés et analysés selon leurs attributs.

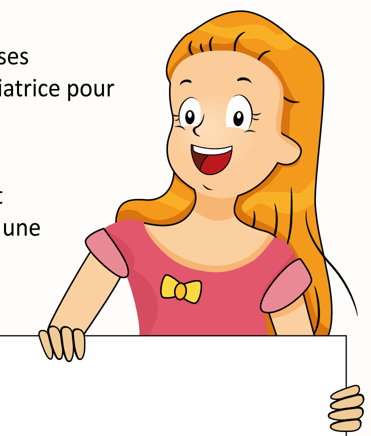
L'élève

- décrit des exemples de segments de droite parallèles, de segments de droite perpendiculaires, de médiatrices et de bissectrices dans l'environnement;
- identifie les segments de droite parallèles ou perpendiculaires qui apparaissent dans un diagramme;
- effectue des constructions géométriques en traçant :
  - un segment de droite perpendiculaire à un autre et en expliquant pourquoi ils sont perpendiculaires;
  - un segment de droite parallèle à un autre et en expliquant;
  - la bissectrice d'un angle de plus d'une façon en vérifiant la congruence des angles obtenus;
  - la médiatrice d'un segment de droite de plus d'une façon en vérifiant le résultat obtenu.

À noter : L'élève identifie, décrit et fournit des exemples de faces, de côtés et de segments de droite qui sont parallèles, concourants et perpendiculaires depuis la cinquième année. En septième année, il aura à appliquer ses connaissances afin de pouvoir tracer des segments de droite qui sont perpendiculaires ou parallèles.

L'enseignant

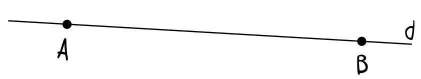
- utilise la résolution de problèmes, l'enquête ou le processus de design pour
  a. amener l'élève à :
     i. identifier, décrire et tracer des segments de droite parallèles et des segments de droite perpendiculaires;
     ii. tracer la bissectrice d'un angle de plus d'une façon et vérifier la congruence des angles ainsi obtenus;
     iii. tracer la médiatrice d'un segment de droite de plus d'une façon et vérifier le résultat obtenu.
  b. offrir à l'élève la possibilité d'observer, de s'interroger et d'appliquer ses connaissances des segments de droite, de la bissectrice et de la médiatrice pour les identifier, les décrire et en tracer de nouveaux;
  c. observer le raisonnement de l'élève afin de fournir de l'étayage.
- pose des questions ouvertes qui favorisent la réflexion et le dialogue, et des questions fermées ayant une seule réponse pour valider ou vérifier une connaissance précise.



Droite

Définition : Une droite est constituée d'une infinité de points alignés. Elle se prolonge à l'infini dans les deux directions, car elle n'a ni début ni fin. Elle n'a pas de longueur.

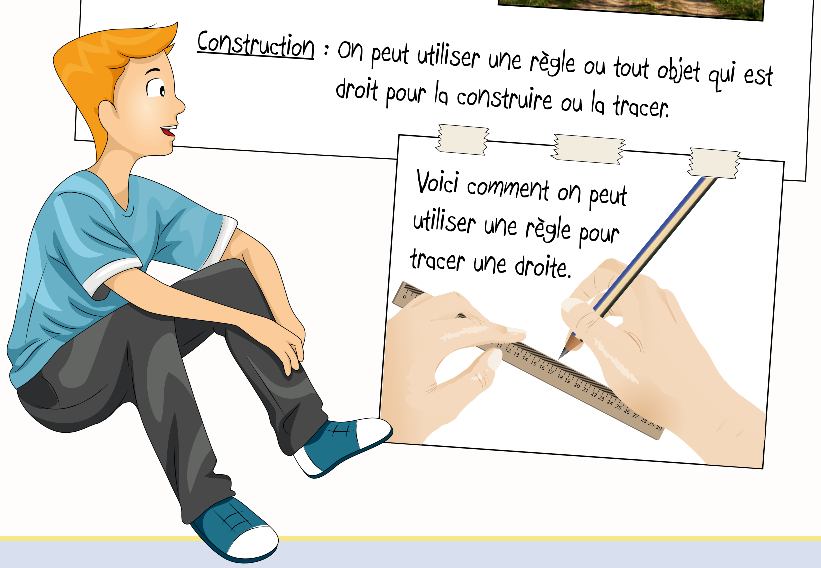
Illustration :



Notation : (AB) ou (BA) ou (d)

Exemple de la vie courante : Un chemin ou une rangée de fleurs dont on ne voit pas la fin.

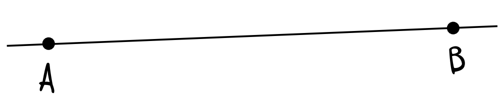
Construction : On peut utiliser une règle ou tout objet qui est droit pour la construire ou la tracer.



Segment de droite

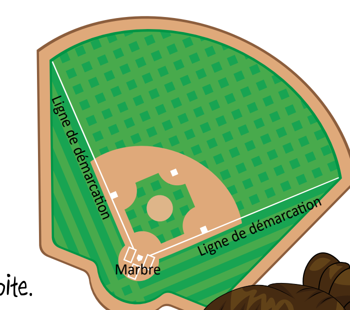
Définition : Un segment de droite est une partie d'une droite limitée par deux extrémités ou par deux points.

Illustration :



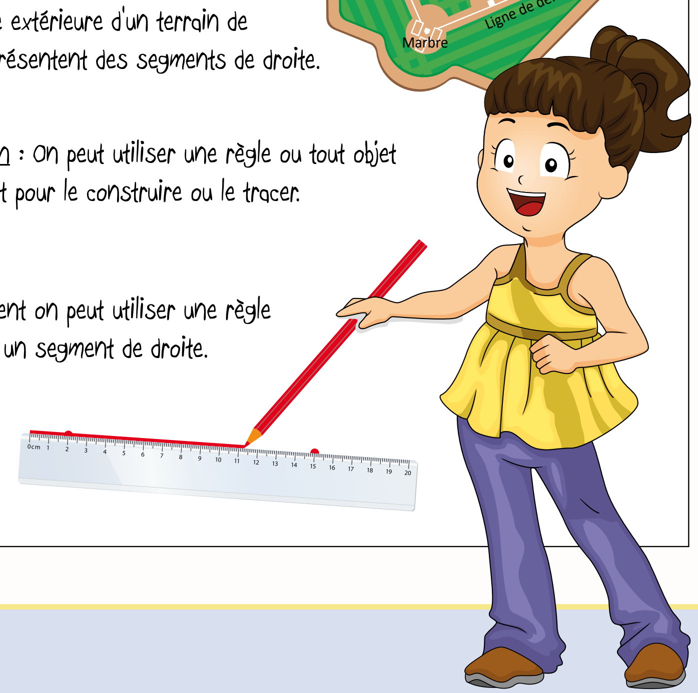
Notation : [AB] ou $\overline{AB}$

Exemple de la vie courante : Les lignes de démarcation entre le marbre et la clôture extérieure d'un terrain de baseball représentent des segments de droite.



Construction : On peut utiliser une règle ou tout objet qui est droit pour le construire ou le tracer.

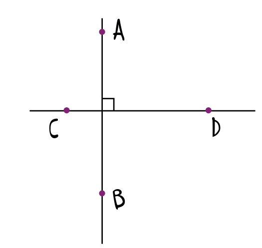
Voici comment on peut utiliser une règle pour tracer un segment de droite.



Segments de droite perpendiculaires

Définition : Deux segments de droite sont perpendiculaires s'ils se coupent à un angle de 90°. On les représente dans les figures ou les constructions par un symbole indiquant un angle droit placé à l'intersection des deux segments.

Illustration :

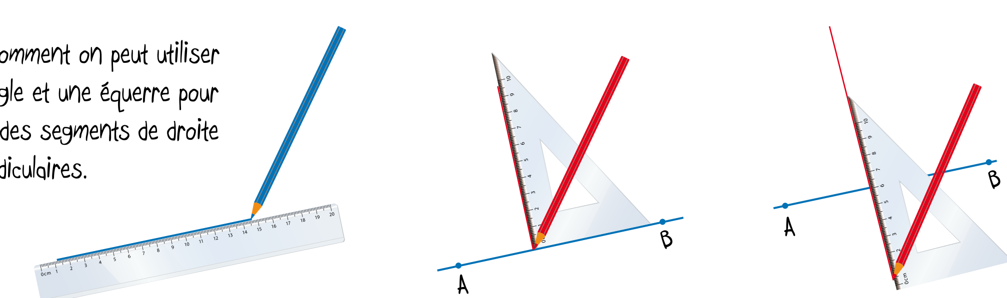


Notation : $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ ou $[AB] \perp [CD]$

Exemple de la vie courante : Deux routes qui se coupent à un angle de 90° sont perpendiculaires.

Construction : On peut utiliser une règle, une équerre, un compas ou un mira pour les construire ou les tracer.

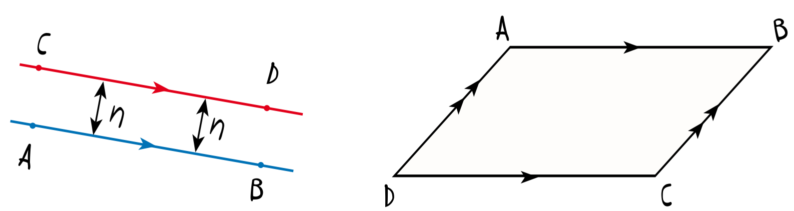
Voici comment on peut utiliser une règle et une équerre pour tracer des segments de droite perpendiculaires.



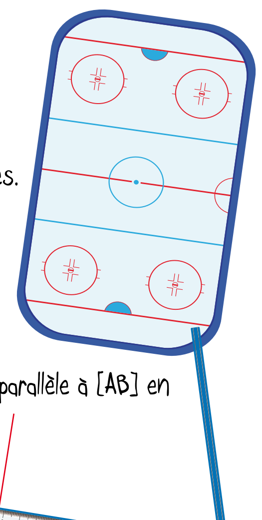
Segments de droite parallèles

Définition : Un segment de droite est parallèle à un autre segment de droite lorsqu'il va dans la même direction et que l'écart qui les sépare est constant. On les représente dans les figures ou les constructions à l'aide de flèches tracées sur chacun des segments qui sont parallèles.

Illustration :



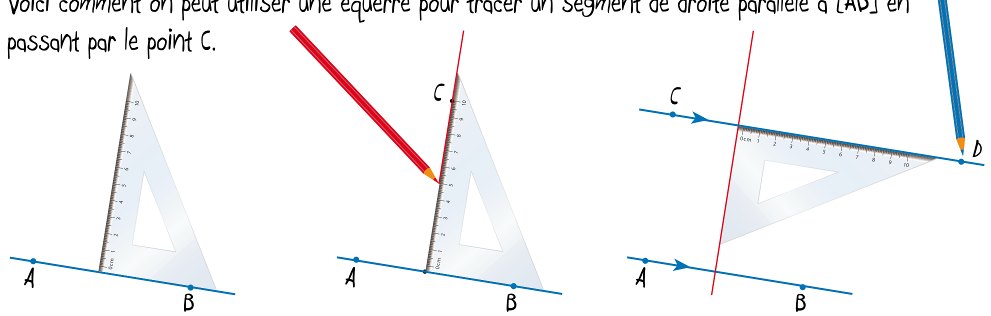
Notation : [AB] // [CD] ou $\overline{AB}$ // $\overline{CD}$



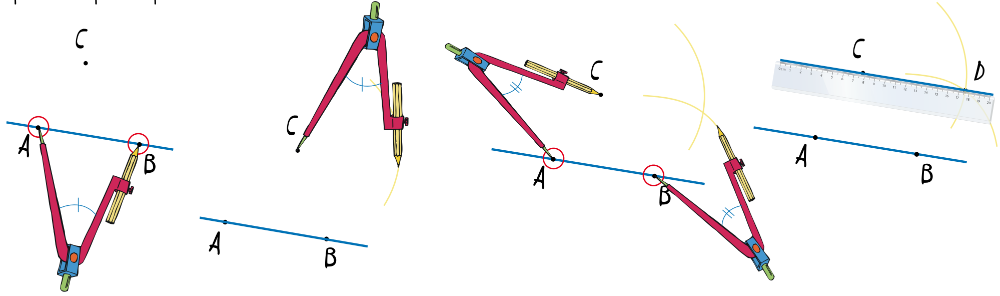
Exemple de la vie courante : Les lignes bleues, les lignes de but et la ligne centrale d'une patinoire de hockey représentent des segments de droite parallèles.

Construction : On peut utiliser une règle, une équerre, un compas ou un rapporteur d'angles pour les construire ou les tracer.

Voici comment on peut utiliser une équerre pour tracer un segment de droite parallèle à [AB] en passant par le point C.



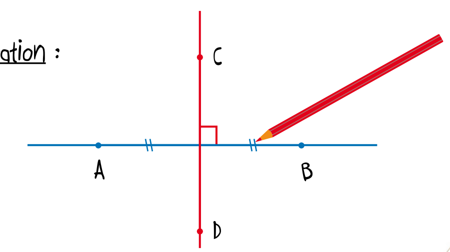
Voici comment on peut utiliser un compas pour tracer un segment de droite parallèle à [AB] en passant par le point C.

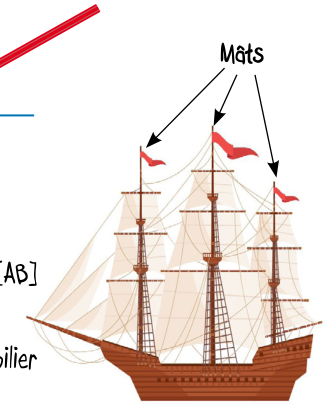


Médiatrice

Définition : La médiatrice d'un segment est la droite qui est perpendiculaire à ce segment et qui le divise en deux parties égales.

Illustration :



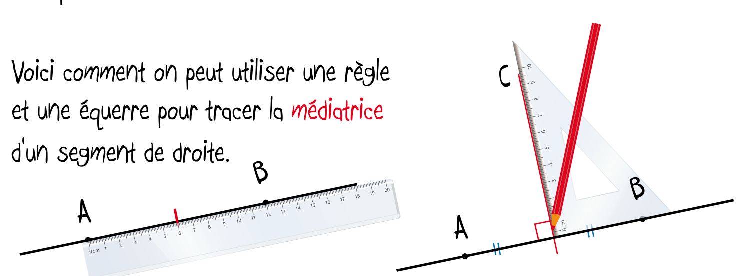


Notation : (CD) est la médiatrice de $\overline{AB}$ ou [AB]

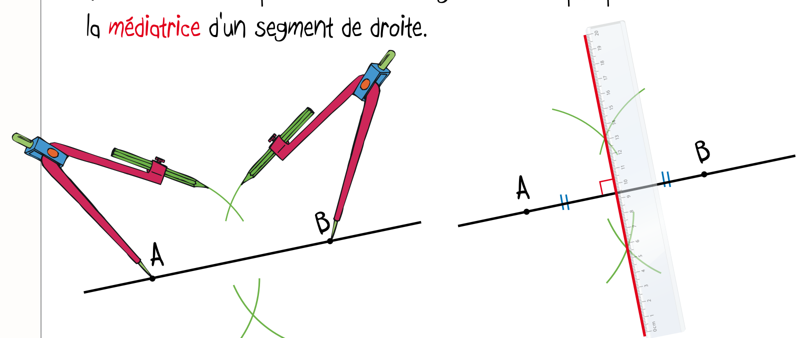
Exemple de la vie courante : Le mât d'un voilier

Construction : On peut utiliser une règle, une équerre, un compas ou un mira pour la construire ou la tracer.

Voici comment on peut utiliser une règle et une équerre pour tracer la médiatrice d'un segment de droite.



Voici comment on peut utiliser une règle et un compas pour tracer la médiatrice d'un segment de droite.

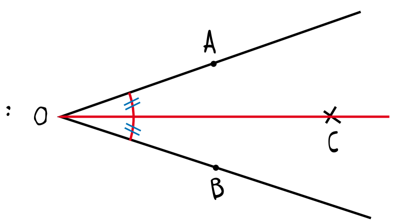


L'ouverture du compas ne doit pas être plus grande que le segment [AB]. Il faut s'assurer de ne pas modifier l'ouverture du compas pour tracer les deux arcs à partir du point A et les deux arcs à partir du point B.

Bissectrice

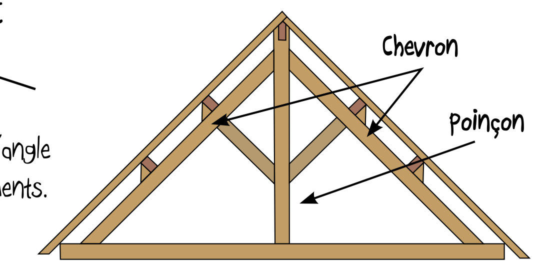
Définition : Une bissectrice est une droite ou une demi-droite qui divise un angle en deux angles congruents.

Illustration :



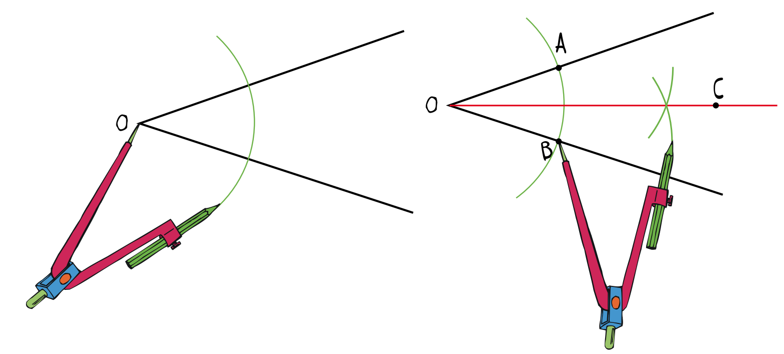
Notation : La demi-droite [OC) est la bissectrice de ∠ AOB.

Exemple de la vie courante : Le poinçon coupe l'angle formé par les chevrons en deux angles congruents.



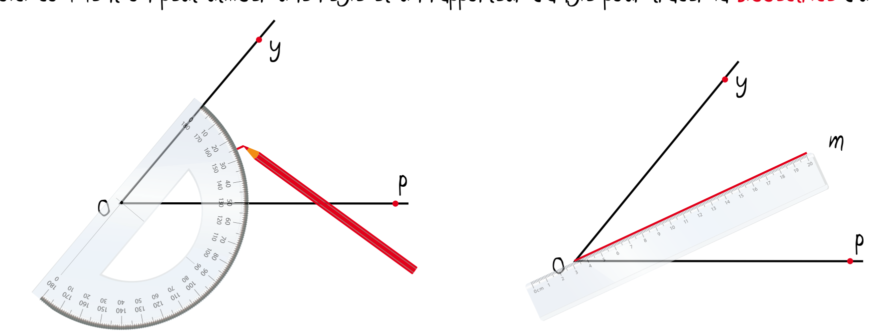
Construction : On peut utiliser une règle, une équerre, un compas, un rapporteur d'angle ou un mira pour la construire ou la tracer.

Voici comment on peut utiliser une règle et un compas pour tracer la bissectrice d'un angle.



Il faut s'assurer de ne pas modifier l'ouverture du compas pour tracer les arcs.

Voici comment on peut utiliser une règle et un rapporteur d'angle pour tracer la bissectrice d'un angle.



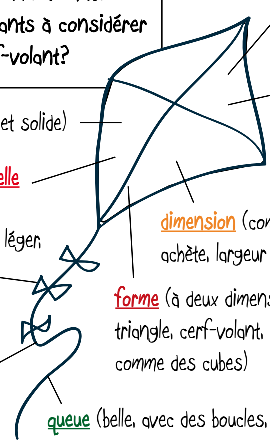
La forme et l'espace

APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

Vous avez effectué des constructions géométriques de segments de droite perpendiculaires, de segments de droite parallèles, de médiatrices et de bissectrices. Le projet de design que je vous propose va vous permettre d'appliquer ces constructions dans un processus de design. Vous aurez à concevoir et à construire un cerf-volant en tenant compte de certains critères que nous allons développer ensemble.

- Que savez-vous au sujet des cerfs-volants?
- Quelles formes peuvent avoir les cerfs-volants?
- Quels seraient des critères importants à considérer lors de la conception de votre cerf-volant?

Projet de design



ficelle pour tenir le cerf-volant (mince et solide)

bobine pour enrouler la ficelle

matériau (plastique, nylon, papier, tissu léger, bâtons, colle, ruban gommé, fil)

hauteur et durée du vol (vole à une hauteur plus haute que l'école, reste en l'air aussi longtemps que possible)

apparence (beau, coloré avec les couleurs de notre école)

coût (pas trop cher, utiliser les matériaux qu'on a déjà ou qu'on peut recycler)

dimension (comme les cerfs-volants qu'on achète, largeur et longueur de moins d'un mètre)

forme (à deux dimensions comme rectangle, triangle, cerf-volant, losange, à trois dimensions comme des cubes)

queue (belle, avec des boucles, longues, pas toujours nécessaire)

À noter : Ce type de projet peut également se prêter à l'intégration des arts, de la littératie financière et des perspectives autochtones ainsi qu'à l'établissement d'un partenariat école/foyer/communauté.

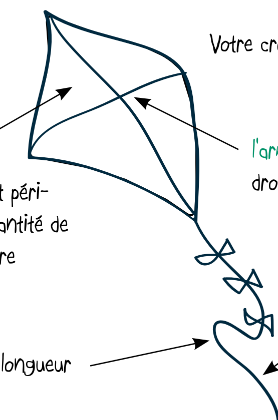
Suite à notre remue-méninges et à notre discussion au sujet des critères importants pour la conception de votre cerf-volant, je vous propose les critères suivants.

Votre cerf-volant doit :

- avoir une aire qui mesure plus de 2 000 cm² et moins de 3 000 cm²
- avoir la forme d'un polygone de votre choix;
- comporter au moins 2 angles aigus et 1 angle obtus;
- pouvoir voler à une hauteur d'au moins 15 mètres pendant plus d'une minute;
- avoir un coût inférieur ou égal au montant que vous avez reçu en tenant compte de la liste de matériaux fournie.

Vous devez me remettre un énoncé de conception qui comprend la justification mathématique de votre croquis et les choix de matériaux que vous avez faits en fonction des coûts avant d'entamer votre construction. Vous devez aussi tenir un journal de bord pour documenter toutes les étapes de la construction et de l'essai de votre prototype.

Votre croquis doit inclure les dimensions suivantes :



la voilure : aire et périmètre, angles, quantité de matériel nécessaire

l'armature : la longueur des segments de droite, quantité de matériel nécessaire

le fil de retenue : longueur

la queue : longueur, quantité de matériel nécessaire

À noter : L'énoncé de conception n'est pas un produit final. L'élève peut y apporter des modifications tout au long du processus de construction.

Faisons des recherches sur Internet, dans des revues et dans des livres pour déterminer les outils et les matériaux nécessaires pour construire notre cerf-volant.

Design de notre cerf-volant

Outils : une règle, une équerre, un compas, des ciseaux, un couteau, une scie à bois

Matériaux : de la colle, du ruban adhésif à double face, des bâtonnets, de la ficelle, du matériel léger et résistant à la force du vent, de la ficelle de résistance élevée

Design : La baguette verticale de l'armature doit :
- mesurer au moins 10 cm de plus que la baguette horizontale;
- croiser la baguette horizontale en son milieu et être perpendiculaire (médiatrice);
- diviser les angles à ses extrémités en deux angles congruents (bissectrice).

- Les baguettes de l'armature doivent être assemblées à l'aide d'une ficelle.
- Le cerf-volant doit avoir une forme symétrique contenant au moins deux angles aigus et un angle obtus.
- L'armature doit être flexible.

Moi, j'ai trouvé de l'information au sujet des caractéristiques du design d'un cerf-volant pour que notre cerf-volant vole à une hauteur d'au moins 15 mètres pendant plus d'une minute.

J'ai noté toute l'information qu'on a trouvée.

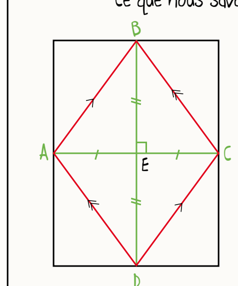
J'ai trouvé de l'information au sujet des outils et des matériaux pour notre énoncé de conception.

Choisissons la forme du polygone cerf-volant parce que cette figure nous permet de former un angle obtus. Elle va aussi permettre à notre cerf-volant de voler parce qu'elle est symétrique.

N'oublions pas d'identifier les triangles et les segments de droite congruents ainsi que les segments de droite perpendiculaires.

On sait que l'aire de notre cerf-volant doit être entre deux mille et trois mille centimètres carrés. On sait aussi que la somme de l'aire des triangles congruents DAB et BCD doit être égale à l'aire du cerf-volant. Créons un tableau en nous basant sur la formule de l'aire des triangles pour déterminer les dimensions possibles de l'armature sachant que la différence entre les deux bâtonnets doit être d'au moins dix centimètres.

Ce que nous savons :



SEGMENT
$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$
$\overline{BC} \parallel \overline{AD}$
$\overline{AC} \perp \overline{BD}$
$\Delta AEB \cong \Delta BEC$
$\Delta AED \cong \Delta DEC$
$\Delta DAB \cong \Delta DBC$

Si l'aire de mon polygone doit être entre 2000 et 3000 cm², l'aire des triangles congruent DAB et DCB doivent être entre 1000 et 1500 cm²

Aire d'un triangle

$\frac{b \times h}{2} = \frac{100 \times 20}{2}$ ou $= \frac{100 \times 30}{2}$

$= 1000$ $\quad = 1500$

On a calculé quatre options de cerfs-volants dont les dimensions de l'armature ont une différence d'au moins dix centimètres.

Nous pouvons éliminer les options un et trois puisque l'aire du cerf-volant doit être plus que deux mille centimètres carrés et moins que trois mille centimètres carrés. La deuxième et la quatrième option fonctionnent.

Option	Bâtonnet vertical [AC] (cm)	Hauteur du triangle DAB ou DBC (cm)	Bâtonnet horizontal [BD] (cm)	Aire d'un des triangles congruents $\frac{b \times h}{2}$ (cm)	Aire du cerf-volant (cm)
1	100	20	40	1000	~~2000~~
2	90	30	60	1350	2700
3	80	40	80	1600	~~3200~~
4	70	30	60	1050	2100

Bâtonnets : doivent avoir une différence d'au moins 10 cm.
Aire : plus que 2000 et moins que 3000 cm²

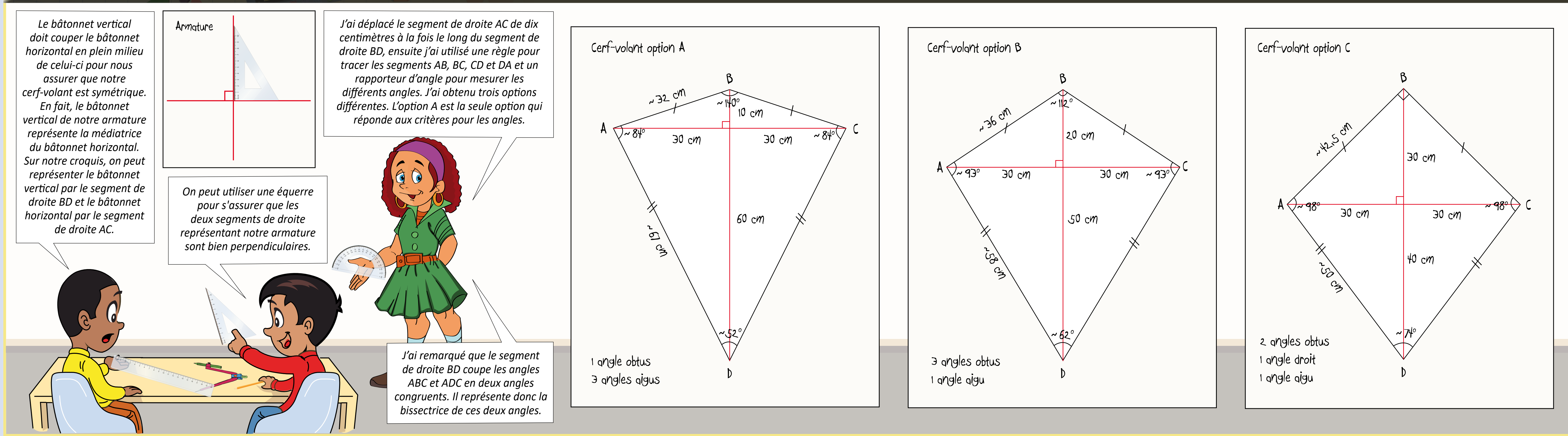
2 options : option 2 et 4 sont une possibilité
Nous avons choisi l'option 4

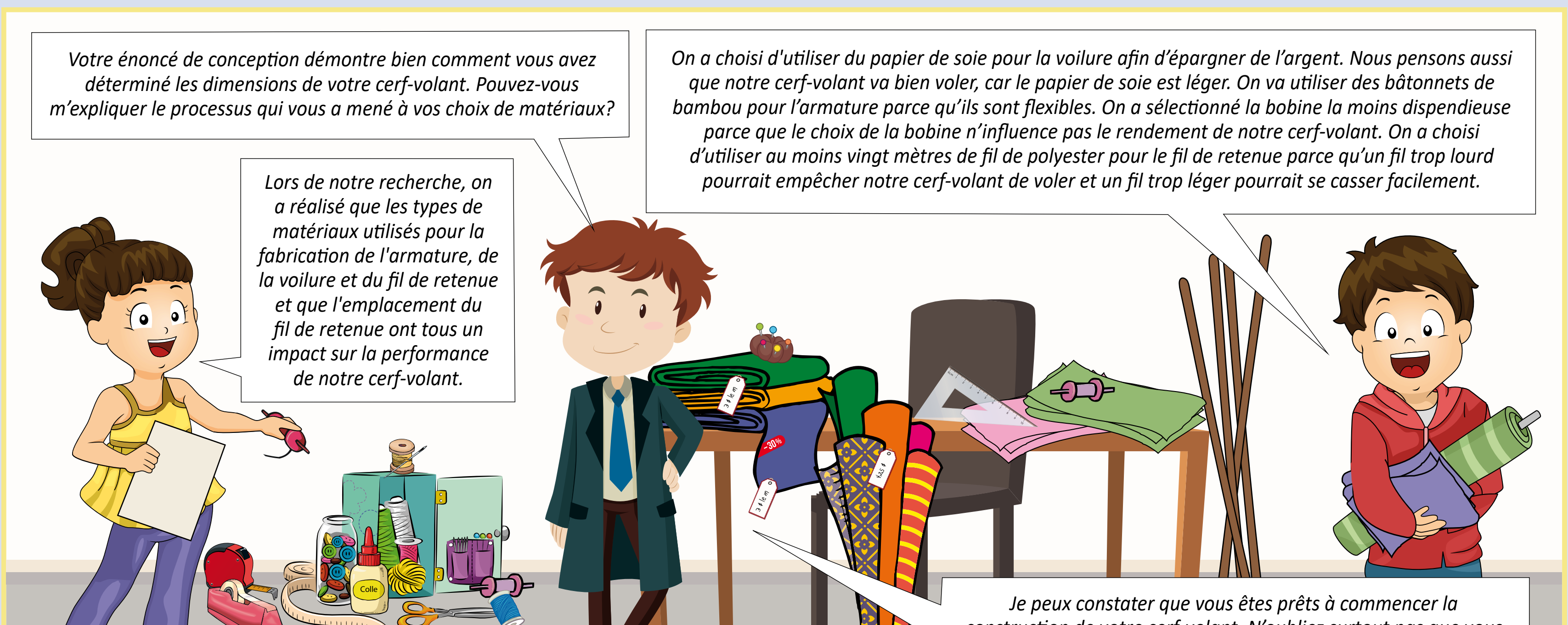
Que pensez-vous de choisir la quatrième option? Ça va nous coûter moins cher pour construire notre cerf-volant puisque l'aire est plus petite que celle de la deuxième option.

Je suis d'accord. Ça va nous permettre d'épargner de l'argent.

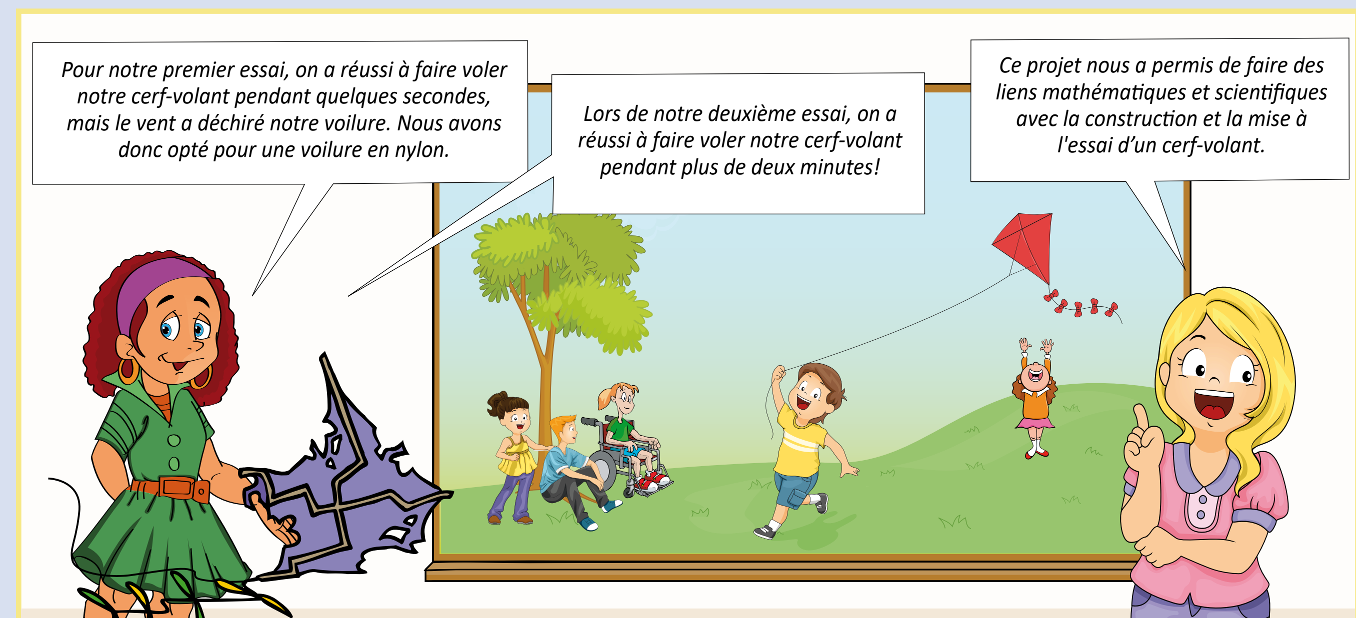
La forme et l'espace

APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

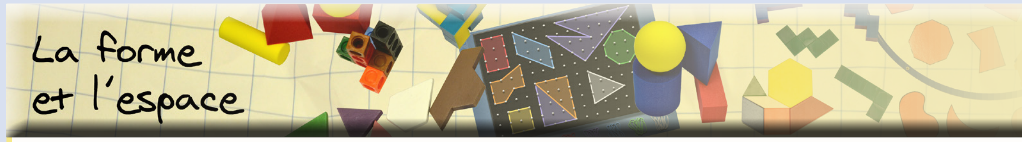




À noter : L'enseignant peut fournir le matériel aux élèves, mais y attribuer des coûts fictifs, par exemple un morceau de papier de soie coûte 2 $.



À noter : Il serait nécessaire de discuter des conditions nécessaires pour faire voler un cerf-volant en toute sécurité telles que rester à une bonne distance des fils électriques, d'un aéroport, d'une route ou d'une rue passante. Il est aussi nécessaire d'être conscient de respecter l'environnement et de protéger les personnes avoisinantes, car le fil de retenue et l'armature peuvent devenir des projectiles dangereux.



APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

PRIME Connaissances et stratégies, Chapitre 5

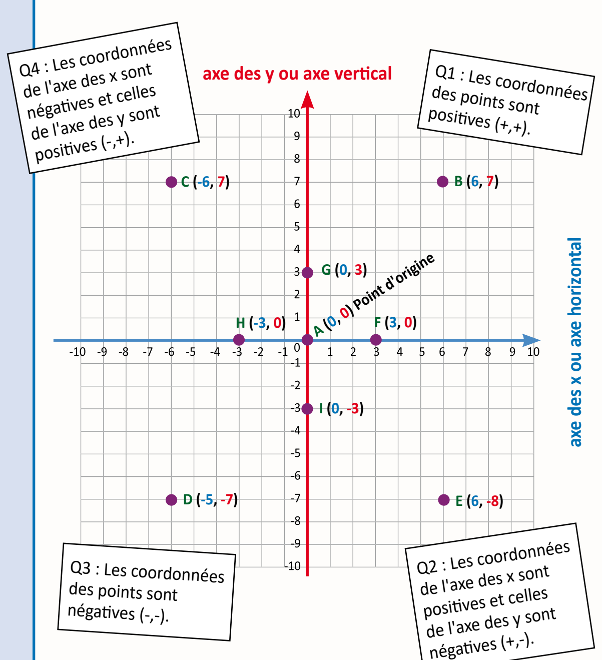
LISTE PARTIELLE DU VOCABULAIRE DE MATHÉMATIQUES AUQUEL L'ÉLÈVE DOIT ÊTRE EXPOSÉ

FORME ET ESPACE

Vocabulaire de transformation géométrique : combinaison, successive, consécutive, translation (glissement), réflexion (retourner) et rotation (tourner), flèche de translation et de réflexion, axe de réflexion, centre de rotation, sens d'une aiguille d'une montre, sens contraire d'une aiguille d'une montre, sens horaire ou antihoraire, déplacement, déplacement vertical et horizontal, vers le haut, vers le bas, vers la gauche, vers la droite, unité, point, image, motif, sommet, sommets correspondants, symbole prime, isométrique, symétrie, symétrique, axe de symétrie, plan cartésien, quadrant, axe vertical, axe des x, axe horizontal, axe des y, point d'origine, paire ordonnée, coordonnée positive ou négative

Un plan cartésien est représenté par une surface plane divisée en quatre quadrants par deux droites perpendiculaires, l'axe des x et l'axe des y. Les intervalles sur les deux axes doivent être de la même longueur.

Le plan cartésien permet de représenter une relation entre deux variables, ainsi que de tracer des points, des figures à deux dimensions et des motifs dont le placement est décrit dans le plan à l'aide de coordonnées (x,y).



Pour les points qui se trouvent sur l'axe des x, les coordonnées de x seront négatives, neutres ou positives tandis que la coordonnée de l'axe des y aura toujours une valeur de 0.

Pour les points qui se trouvent sur l'axe des y, la coordonnée de l'axe des x aura toujours une valeur de 0 tandis que les coordonnées de y seront négatives, neutres ou positives.

LES POSITIONS ET LES DÉPLACEMENTS (7.F.4, 7.F.5)

PRIME N4 : C4, H1, H2 ET H3

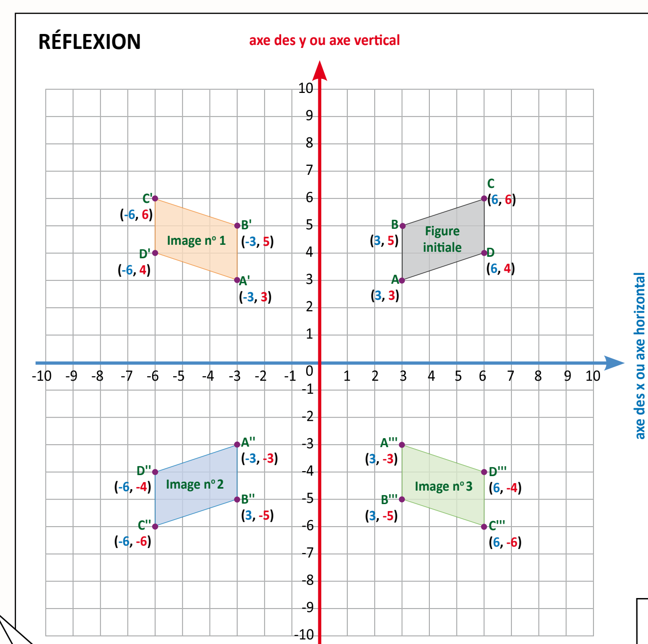
Grandes idées :

- Une figure ou un objet présente une symétrie axiale (de réflexion) ou de rotation, ou ni l'une ni l'autre.
- Il est possible de déplacer une figure ou un objet dans un plan ou dans l'espace. Les changements de position se décrivent au moyen de translation (glissement), de réflexion (retourner) et de rotation (tourner).
- Les changements de position fournissent des informations à propos des façons dont les caractéristiques d'une figure ou d'un objet changent (dilatation) ou ne changent pas quand ils sont déplacés dans un plan ou dans l'espace.

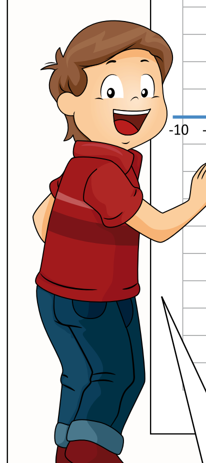
L'élève

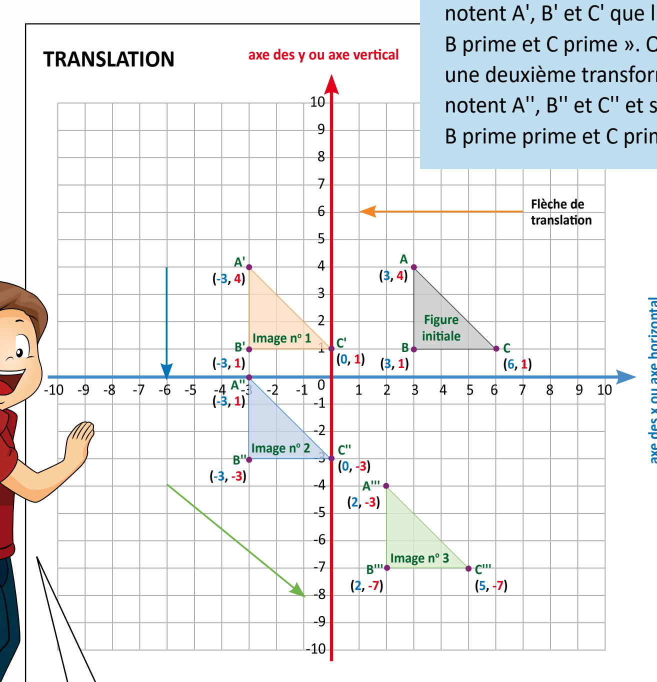
- étiquette les axes d'un plan cartésien selon des intervalles de 1, de 2, de 5 ou de 10 unités et en identifie l'origine;
- identifie dans les quatre quadrants d'un plan cartésien :
  - l'emplacement d'un point d'après sa paire ordonnée;
  - les coordonnées des sommets d'une figure à deux dimensions.
- décrit le déplacement horizontal et le déplacement vertical nécessaires pour aller d'un point à un autre dans un plan cartésien;
- utilise les quatre quadrants du plan cartésien pour tracer des :
  - points d'après leur paire ordonnée;
  - motifs ou des figures à deux dimensions à partir d'une liste de paires ordonnées.
- crée des motifs et des figures à deux dimensions dans un plan cartésien et identifie les cordonnées (paires ordonnées) de leurs sommets;
- effectue et décrit une transformation ou des transformations consécutives (translations, rotations et réflexions) sur des figures à deux dimensions dans les quatre quadrants d'un plan cartésien (limitées à des sommets dont les coordonnées sont des entiers);
- décrit :
  - le ou les changements de position que doivent subir les sommets d'une figure à deux dimensions pour qu'on obtienne les sommets correspondants de son image;
  - l'image obtenue en comparant les coordonnées de ses sommets à ceux de la figure initiale.

J'ai tracé le parallélogramme ABCD comme figure initiale. Je lui ai fait subir une réflexion par rapport à l'axe des y et j'ai obtenu l'image numéro un. Par la suite, j'ai fait subir une réflexion à l'image par rapport à l'axe des x et j'ai obtenu l'image numéro deux.



Enfin, j'ai fait subir une réflexion à l'image numéro deux selon l'axe des y et j'ai obtenu l'image numéro trois. La figure initiale et les images obtenues ont changé d'orientation à chaque fois que je leur faisais subir une réflexion.





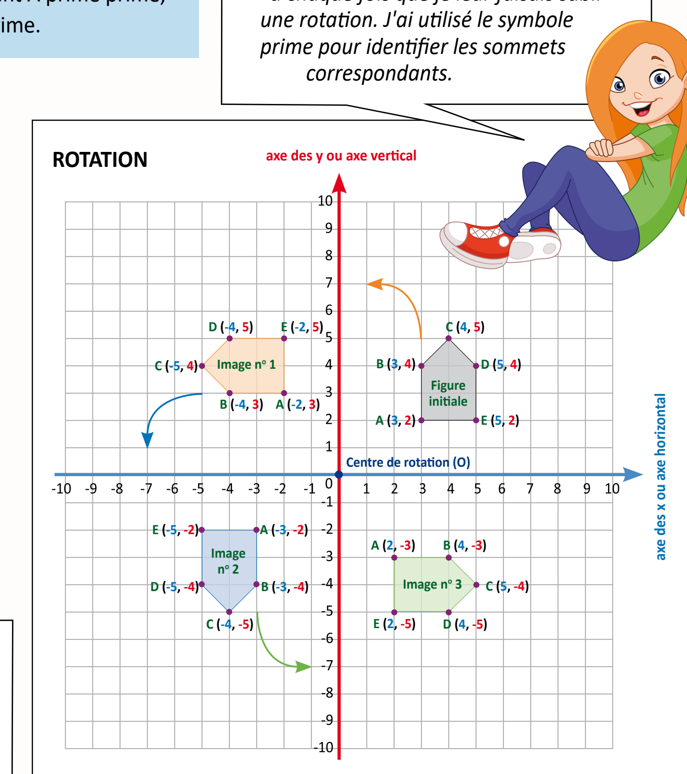
J'ai tracé le triangle rectangle ABC comme figure initiale. Je lui ai fait subir une translation en glissant ses sommets de six unités vers la gauche et j'ai obtenu l'image numéro un. Par la suite, j'ai fait subir une translation à l'image numéro un de quatre unités vers le bas et j'ai obtenu l'image numéro deux. Enfin, j'ai fait subir une translation à l'image numéro deux de cinq unités vers la droite et de quatre unités vers le bas et j'ai obtenu l'image numéro trois. La figure initiale et les images que j'ai obtenues ont la même orientation.

L'enseignant

- utilise la résolution de problèmes ou l'enquête pour
  a. amener l'élève à :
     i. appliquer ses connaissances des quatre quadrants du plan cartésien pour tracer des points, des motifs ou des figures et identifier leur placement à l'aide de coordonnées;
     ii. démontrer sa compréhension de transformations uniques sur une figure à deux dimensions à l'intérieur des quatre quadrants du plan cartésien;
     iii. démontrer sa compréhension de transformations successives sur une figure à deux dimensions à l'intérieur des quatre quadrants.
  b. offrir à l'élève la possibilité d'observer, de s'interroger et d'appliquer ses connaissances du plan cartésien et des transformations pour prédire et décrire la position de l'image obtenue;
  c. observer le raisonnement de l'élève afin de fournir de l'étayage.
- pose des questions ouvertes qui favorisent la réflexion et le dialogue, et des questions fermées ayant une seule réponse pour valider ou vérifier une connaissance précise.

À noter : Lors de la transformation d'une figure, les sommets de l'image obtenue sont notés à l'aide du symbole prime « ' ». Par exemple, les sommets A, B et C d'une figure initiale se notent A', B' et C' que l'on peut lire « A prime, B prime et C prime ». Quand cette image subit une deuxième transformation les sommets se notent A'', B'' et C'' et se lisent A prime prime, B prime prime et C prime prime.

J'ai tracé le pentagone ABCDE comme figure initiale. Je lui ai fait subir trois rotations successives de quatre-vingt-dix degrés selon le centre de rotation situé à l'origine dans le sens contraire de l'aiguille d'une montre; après chacune des rotations, j'ai obtenu les images numéro un, deux et trois. La figure initiale et les images que j'ai obtenues ont changé d'orientation à chaque fois que je leur faisais subir une rotation. J'ai utilisé le symbole prime pour identifier les sommets correspondants.



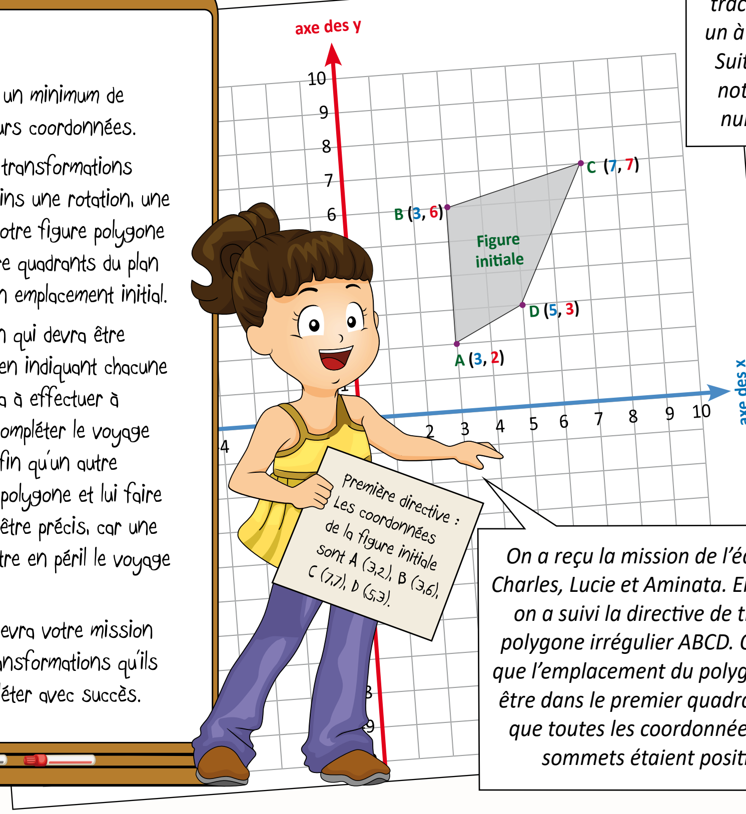
La forme et l'espace

APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

Vous êtes maintenant très habiles à effectuer et à décrire une succession de transformations du même type. Je vous lance le défi suivant.

Votre défi

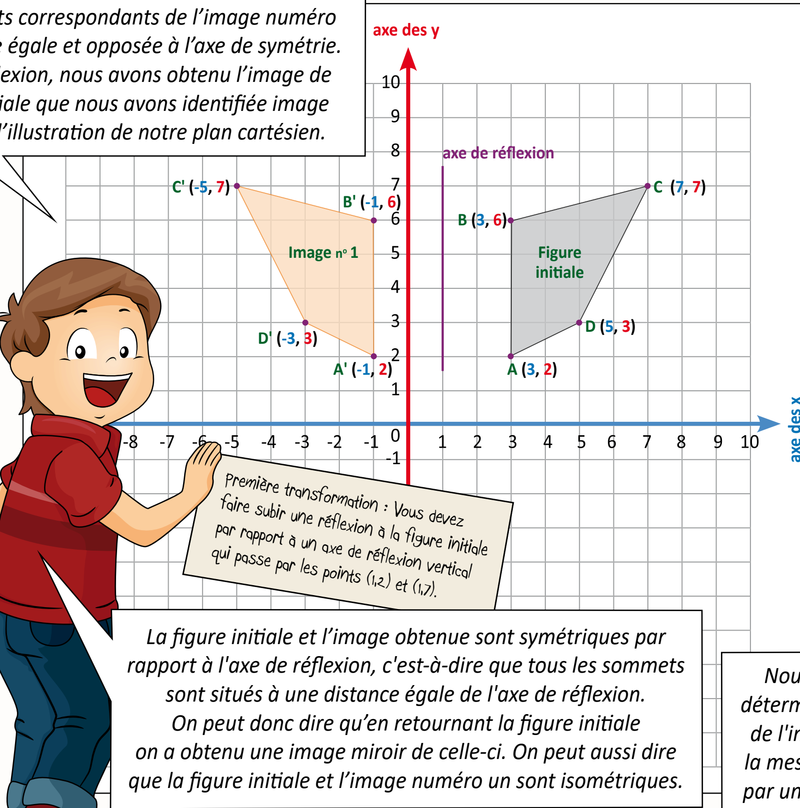
1. Tracer un polygone comportant un minimum de quatre sommets et identifier leurs coordonnées.
2. Faire subir une combinaison de transformations successives comprenant au moins une rotation, une translation et une réflexion à votre figure polygone afin qu'il voyage dans les quatre quadrants du plan cartésien et qu'il retourne à son emplacement initial.
3. Vous aurez à créer une mission qui devra être accomplie par une autre équipe en indiquant chacune des transformations qu'elle aura à effectuer à l'exception de la dernière pour compléter le voyage entrepris par votre polygone. Afin qu'un autre groupe puisse reproduire votre polygone et lui faire suivre le même trajet, il faudra être précis, car une mauvaise directive pourrait mettre en péril le voyage de votre polygone!
4. Les membres de l'équipe qui recevra votre mission devront décrire chacune des transformations qu'ils auront effectuées pour la compléter avec succès.



Première directive : Les coordonnées de la figure initiale sont A (3,2), B (3,6), C (7,7), D (5,3).

On a reçu la mission de l'équipe de Charles, Lucie et Aminata. En premier, on a suivi la directive de tracer le polygone irrégulier ABCD. On savait que l'emplacement du polygone allait être dans le premier quadrant parce que toutes les coordonnées de ses sommets étaient positives.

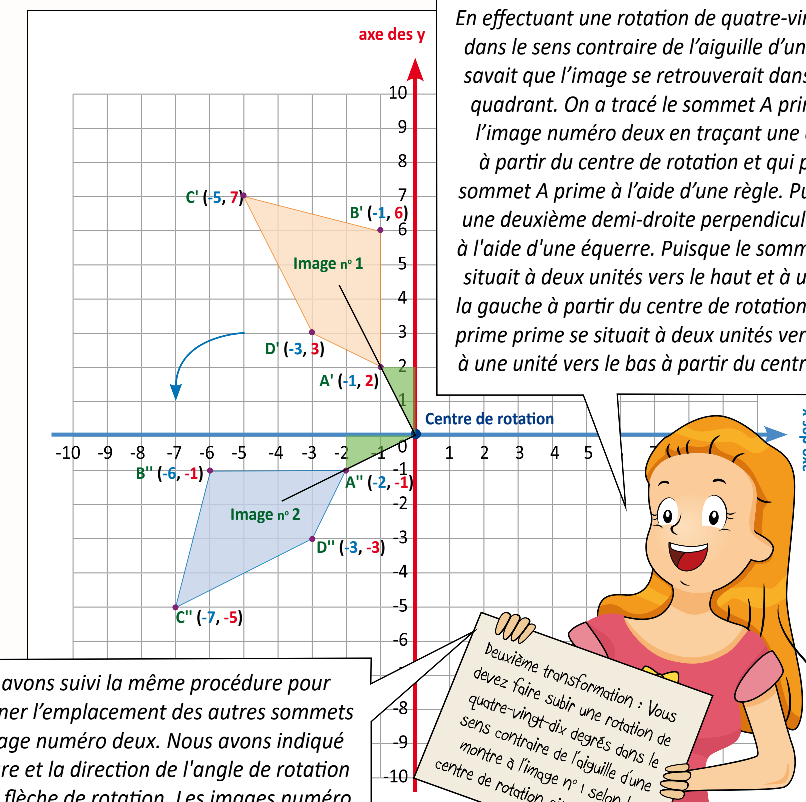
Pour faire subir une réflexion à la figure initiale par rapport à l'axe de réflexion on a mesuré la distance entre chacun des sommets et l'axe de symétrie. On a tracé les sommets correspondants de l'image numéro un à une distance égale et opposée à l'axe de symétrie. Suite à cette réflexion, nous avons obtenu l'image de notre figure initiale que nous avons identifiée image numéro un sur l'illustration de notre plan cartésien.



Première transformation : Vous devez faire subir une réflexion à la figure initiale par rapport à un axe de réflexion vertical qui passe par les points (1,2) et (1,7).

La figure initiale et l'image obtenue sont symétriques par rapport à l'axe de réflexion, c'est-à-dire que tous les sommets sont situés à une distance égale de l'axe de réflexion. On peut donc dire qu'en retournant la figure initiale on a obtenu une image miroir de celle-ci. On peut aussi dire que la figure initiale et l'image numéro un sont isométriques.

En effectuant une rotation de quatre-vingt-dix degrés dans le sens contraire de l'aiguille d'une montre, on savait que l'image se retrouverait dans le troisième quadrant. On a tracé le sommet A prime prime de l'image numéro deux en traçant une demi-droite à partir du centre de rotation et qui passe par le sommet A prime à l'aide d'une règle. Puis, on a tracé une deuxième demi-droite perpendiculaire à celle-ci à l'aide d'une équerre. Puisque le sommet A prime se situait à deux unités vers le haut et à une unité vers la gauche à partir du centre de rotation, le sommet A prime prime se situait à deux unités vers la gauche et à une unité vers le bas à partir du centre de rotation.



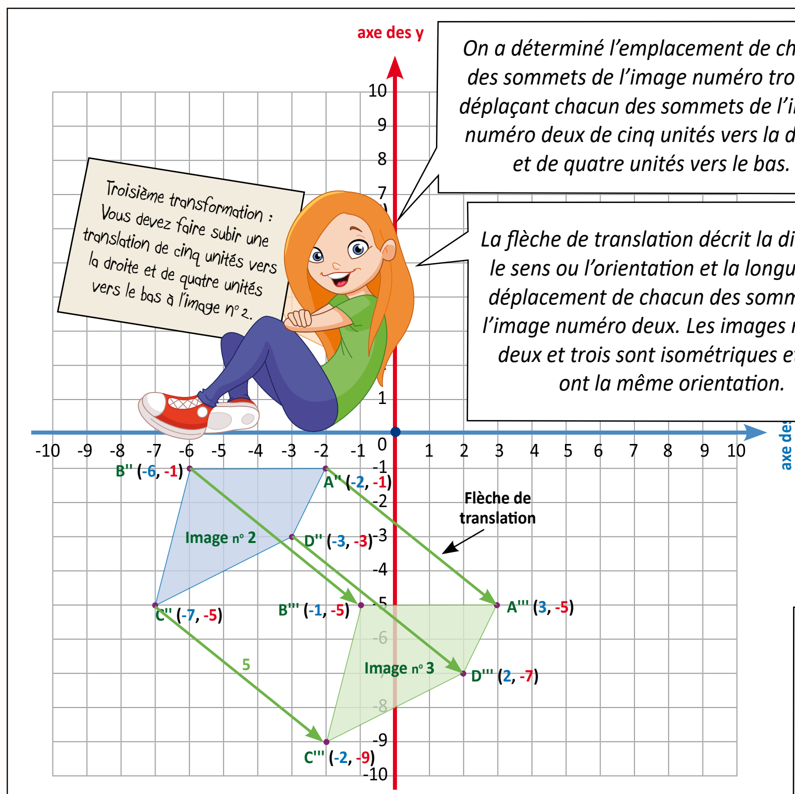
Deuxième transformation : Vous devez faire subir une rotation de quatre-vingt-dix degrés dans le sens contraire de l'aiguille d'une montre à l'image nº 1 selon le centre de rotation situé à l'origine.

Nous avons suivi la même procédure pour déterminer l'emplacement des autres sommets de l'image numéro deux. Nous avons indiqué la mesure et la direction de l'angle de rotation par une flèche de rotation. Les images numéro un et deux sont isométriques, mais elles n'ont pas la même orientation.

On a déterminé l'emplacement de chacun des sommets de l'image numéro trois en déplaçant chacun des sommets de l'image numéro deux de cinq unités vers la droite et de quatre unités vers le bas.

Troisième transformation : Vous devez faire subir une translation de cinq unités vers la droite et de quatre unités vers le bas à l'image nº 2.

La flèche de translation décrit la direction, le sens ou l'orientation et la longueur du déplacement de chacun des sommets de l'image numéro deux. Les images numéro deux et trois sont isométriques et elles ont la même orientation.

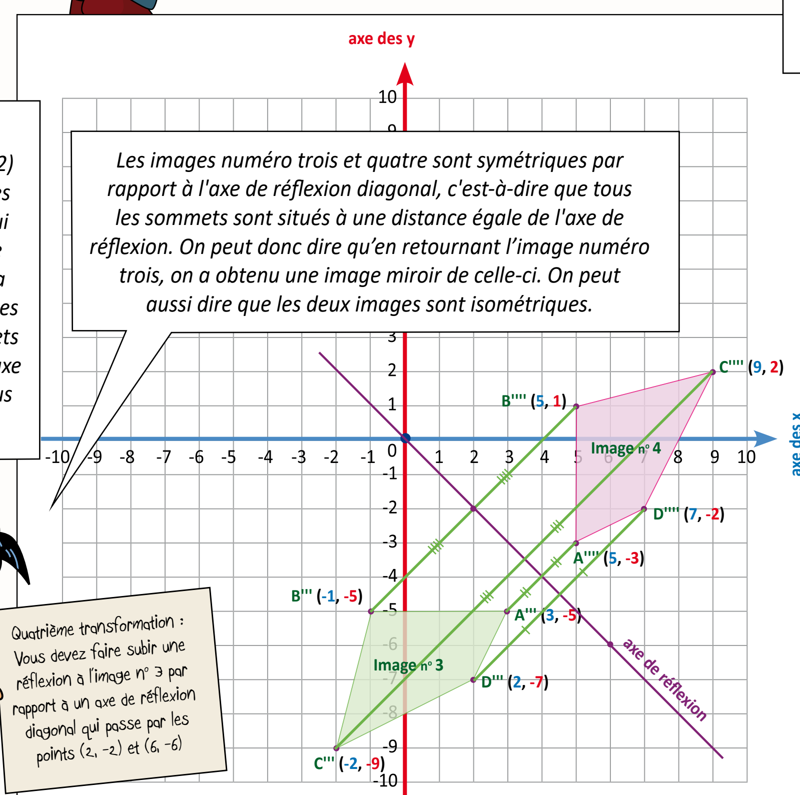


On a commencé par tracer l'axe de réflexion qui passait par les points (2, -2) et (6, -6). Puis, on a tracé quatre droites perpendiculaires à l'axe de symétrie qui passaient par chacun des sommets de l'image numéro trois. Par la suite, on a tracé les sommets correspondants sur ces droites à une distance égale des sommets de l'image numéro trois et de l'axe de symétrie. Suite à cette réflexion, nous avons obtenu l'image numéro quatre.

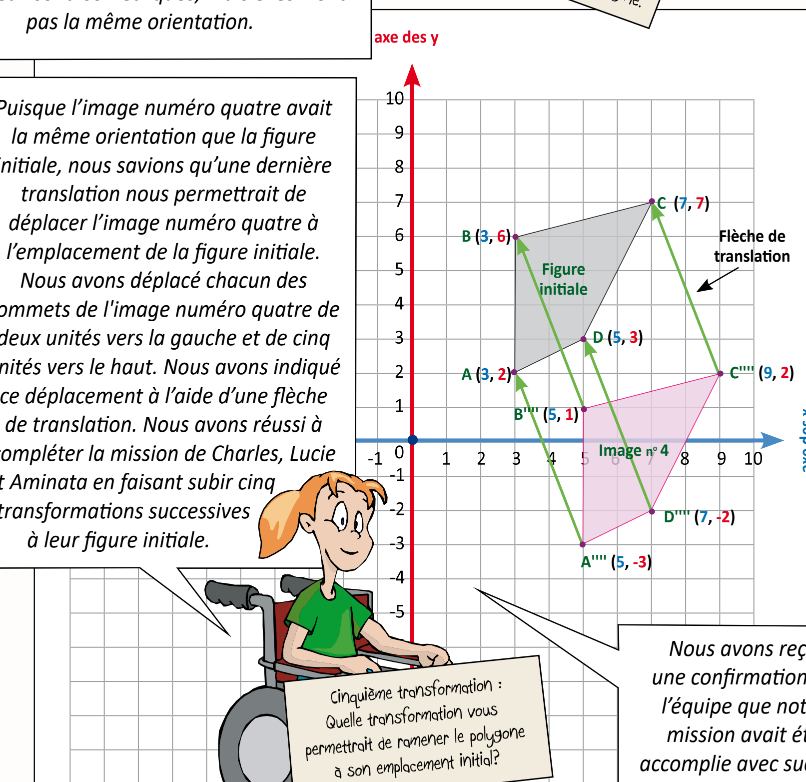
Suite à cette réflexion, selon un axe diagonal, l'image numéro quatre s'est retrouvée dans le premier et le deuxième quadrant du plan cartésien.

Quatrième transformation : Vous devez faire subir une réflexion à l'image nº 3 par rapport à un axe de réflexion diagonal qui passe par les points (2, -2) et (6, -6).

Les images numéro trois et quatre sont symétriques par rapport à l'axe de réflexion diagonal, c'est-à-dire que tous les sommets sont situés à une distance égale de l'axe de réflexion. On peut donc dire qu'en retournant l'image numéro trois, on a obtenu une image miroir de celle-ci. On peut aussi dire que les deux images sont isométriques.



Puisque l'image numéro quatre avait la même orientation que la figure initiale, nous savions qu'une dernière translation nous permettrait de déplacer l'image numéro quatre à l'emplacement de la figure initiale. Nous avons déplacé chacun des sommets de l'image numéro quatre de deux unités vers la gauche et de cinq unités vers le haut. Nous avons indiqué ce déplacement à l'aide d'une flèche de translation. Nous avons réussi à compléter la mission de Charles, Lucie et Aminata en faisant subir cinq transformations successives à leur figure initiale.



Cinquième transformation : Quelle transformation vous permettrait de ramener le polygone à son emplacement initial?

Nous avons reçu une confirmation de l'équipe que notre mission avait été accomplie avec succès.

APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

LISTE PARTIELLE DU VOCABULAIRE DE MATHÉMATIQUES AUQUEL L'ÉLÈVE DOIT ÊTRE EXPOSÉ

STATISTIQUES ET PROBABILITÉ

Calculer, choisir, communiquer, comparer, construire, critiquer, décrire, déterminer, étiqueter, évaluer, expliquer, exprimer, interpréter, justifier, prédire, raisonner, recueillir, représenter, résoudre, tirer des conclusions, vérifier

- Vocabulaire de la statistique : mesures de la tendance centrale, moyenne, mode, médiane, étendue, valeur aberrante, ensemble de données, collecte, données primaires, secondaires et continues, sondage, questionnaire, information fiable, média, expérience, table, tableau, tableur, marques de pointage, fréquence, diagramme à bandes, à bandes doubles, à ligne (linéaire), de Carroll, de Venn et circulaire, pictogramme, légende, étiquette, titre, axe horizontal, axe vertical, échelle, intervalle, correspondance biunivoque et multivoque, secteur, catégorie, rapport, fraction, pourcentage

LA COLLECTE, L'ORGANISATION ET L'ANALYSE DES DONNÉES (7.S.1, 7.S.2, 7.S.3)

PRIME N4 : C2, C3, H2 ET H3

Grandes idées :

- Les données sont recueillies et organisées pour répondre à des questions.
- La question à laquelle on doit répondre détermine les données qui seront recueillies.
- Les présentations visuelles révèlent rapidement de l'information sur les données.
- Les renseignements contenus dans des graphiques sont utilisés pour faire référence, pour interpréter, pour tirer des conclusions et pour faire des prédictions.

PRIME Connaissances et stratégies, pages 93 à 100

L'élève

- détermine l'**étendue** et les mesures de la tendance centrale (**moyenne, médiane et mode**) d'un ensemble de données et explique pourquoi ces mesures peuvent être identiques ou différentes;
- détermine laquelle des mesures de la tendance centrale est la plus appropriée pour refléter les données recueillies;
- fournit un contexte dans lequel une des mesures de la tendance centrale est la plus appropriée pour le contexte en question;
- résout un problème qui comprend des mesures de la tendance centrale;
- analyse un ensemble de données afin d'en identifier toute **valeur aberrante**;
- explique les effets des valeurs aberrantes sur les mesures de la tendance centrale d'un ensemble de données et explique pourquoi il est approprié ou non d'en tenir compte lors de la détermination de mesures de la tendance centrale;
- fournit des exemples de situations dans lesquelles des valeurs aberrantes seraient ou ne seraient pas incluses lors de la détermination de mesures de la tendance centrale.

PRIME Connaissances et stratégies, Chapitre 5

L'enseignant

- utilise la résolution de problèmes ou l'enquête pour
  - a. amener l'élève à :
    - i. choisir une méthode de collecte de données et justifier son choix;
    - ii. concevoir et administrer un questionnaire ou mener une expérience pour répondre à une question, en noter les résultats puis en tirer une conclusion;
    - iii. analyser l'ensemble des données recueillies pour déterminer l'étendue et les mesures de la tendance centrale;
    - iv. déterminer la mesure de la tendance centrale qui est la plus appropriée pour refléter les données recueillies;
    - v. déterminer les valeurs aberrantes et expliquer leur effet sur les mesures de la tendance centrale.
  - b. offrir à l'élève la possibilité d'observer, de s'interroger et d'appliquer ses connaissances de la collecte de données, de l'étendue et des mesures de la tendance centrale pour analyser et interpréter un ensemble de données;
  - c. observer le raisonnement de l'élève afin de fournir de l'étayage.
- pose des questions ouvertes qui favorisent la réflexion et le dialogue, et des questions fermées ayant une seule réponse pour valider ou vérifier une connaissance précise.

À noter : L'utilisation précoce de la formule du calcul de la moyenne arithmétique qui consiste à additionner l'ensemble des données puis à diviser la somme par le nombre de données n'amène pas l'élève à la compréhension de ce qu'est la moyenne arithmétique. Il est important de proposer des situations d'apprentissage où l'élève aura à faire des échanges pour obtenir un partage égal et à discuter des stratégies utilisées afin de les amener à dégager une définition de la moyenne. L'élève qui a mémorisé la formule sans comprendre le concept de la moyenne éprouvera des difficultés à la manipuler et à l'appliquer dans divers contextes tels que résoudre des problèmes où la somme ou la moyenne est déjà donnée et que l'on cherche l'une des données manquantes.

La statistique et la probabilité

APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

En statistiques, on recueille de l'information ou des données qu'on analyse afin, entre autres, d'émettre des hypothèses ou de prendre des décisions éclairées. Lors de cette analyse, on recherche l'étendue de l'ensemble des données et les mesures de la tendance centrale que sont le mode, la moyenne et la médiane.

Quand on parle de l'étendue d'un ensemble, on peut penser à du beurre d'arachides qu'on étend sur une tranche de pain.

En statistiques, l'étendue :

- est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur d'un ensemble de données;
- représente la distribution des données.

10, 9, 7, 6, 4, 3, 3, 2

ou

2, 3, 3, 4, 6, 7, 9, 10

Dans cet ensemble, l'étendue est la différence entre 10 et 2, soit 8

L'étendue
300 – 30 = 270

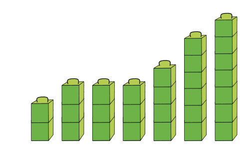
Lors de notre enquête sur le nombre de minutes passées à aider une personne, la plus grande valeur était trois cents et la plus petite était trente. Donc, l'étendue de notre ensemble de données est deux cent soixante-dix.

Quand on parle du mode d'un ensemble, on peut penser à quelque chose tel une paire de jeans qui est très populaire, car elle est à la mode.

Le mode est une mesure souvent utilisée par les marchands pour déterminer le type de marchandise, la taille des vêtements, la pointure des chaussures, la couleur des voitures, les genres de livres, etc. qu'ils doivent commander pour s'assurer de se défaire de leur inventaire.

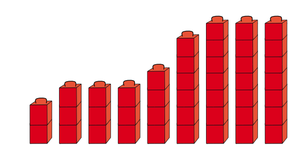
Le mode est la donnée qui revient le plus souvent dans un ensemble de données.
Certains ensembles de données peuvent avoir un mode ou plusieurs modes ou n'avoir aucun mode.

Un mode
2, 3, 3, 3, 4, 6, 7



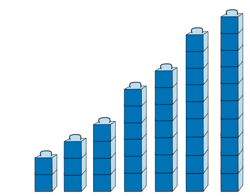
Le mode de cet ensemble de données est 3.

Plus d'un mode
2, 3, 3, 3, 4, 6, 7, 7, 7



Les modes de cet ensemble de données sont 3 et 7.

Aucun mode
2, 3, 4, 6, 7, 9, 10



Cet ensemble de données n'a pas de mode.

Lorsqu'on analyse les données recueillies lors de notre enquête, on peut voir que le mode de notre ensemble de données est trente puisque c'est la valeur qui se répète le plus souvent.

30, 30, 30, 30, 40, 45, 48, 50, 54, 55, 56, 58, 60, 62, 65, 70, 72, 74, 90, 120, 135, 138, 140, 150, 175, 180, 300
Le mode est 30.

Quand on parle de la moyenne, on peut penser à la moyenne de temps que tu consacres à ton passe-temps favori dans une semaine. Tu sais que tu n'y consacres pas le même nombre d'heures chaque jour, mais tu sais le nombre d'heures total que tu y consacres par semaine. Sachant qu'il y a sept jours dans une semaine, tu peux diviser le nombre d'heures total par sept pour savoir la moyenne d'heures que tu consacres à ton passe-temps favori par jour.

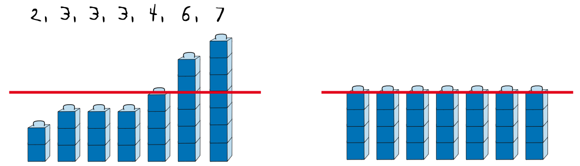
La moyenne d'un ensemble de données :

- est la somme des données (x) divisée par le nombre de données (n);

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \ldots + x_n}{n}$$

- sera toujours supérieure à la plus petite donnée et inférieure à la plus grande donnée;
- est souvent la meilleure mesure de la tendance centrale à utiliser lorsqu'aucune des données d'un ensemble ne se démarque des autres données.

2, 3, 3, 3, 4, 6, 7



$$\frac{2+3+3+3+4+6+7}{7} = 4$$

La moyenne de cet ensemble de données est 4.

Pour calculer la moyenne de l'ensemble de données recueillies lors de notre enquête, on a divisé la somme des données par vingt-sept et on a obtenu une moyenne d'environ quatre-vingt-sept.

$$\frac{30+30+30+30+40+45+48+50+54+55+56+58+60+62+65+70+72+74+90+120+135+138+140+150+175+180+300}{27} \cong 87$$

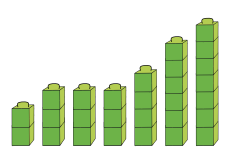
Quand on parle de la médiane, on peut penser à une personne qui est au milieu d'une file d'attente. On sait qu'il y a autant de personnes devant elle que derrière elle.

La médiane est la :

- valeur centrale d'un ensemble de données placées en ordre croissant ou décroissant;
- valeur centrale lorsqu'il y a un nombre impair de données;
- moyenne des valeurs centrales lorsqu'il y a un nombre pair de données;
- meilleure mesure de la tendance centrale à utiliser lorsque l'ensemble des données est composé de certaines données qui se démarquent des autres données.

Nombre impair de données

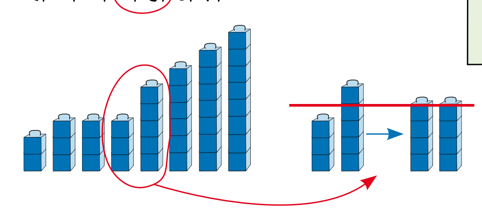
2, 3, 3, 3, 4, 6, 7



Med : 3

Nombre pair de données

2, 3, 3, 3, 5, 6, 7, 8



La médiane est la moyenne de 3 et 5.

$$\text{Med} = \frac{3+5}{2}$$

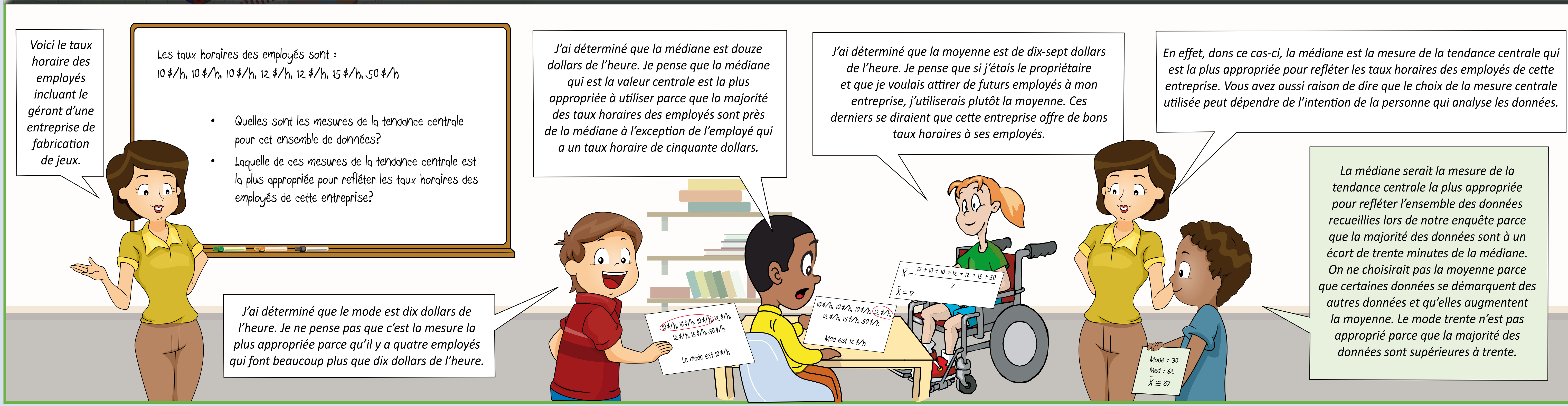
Med : 4

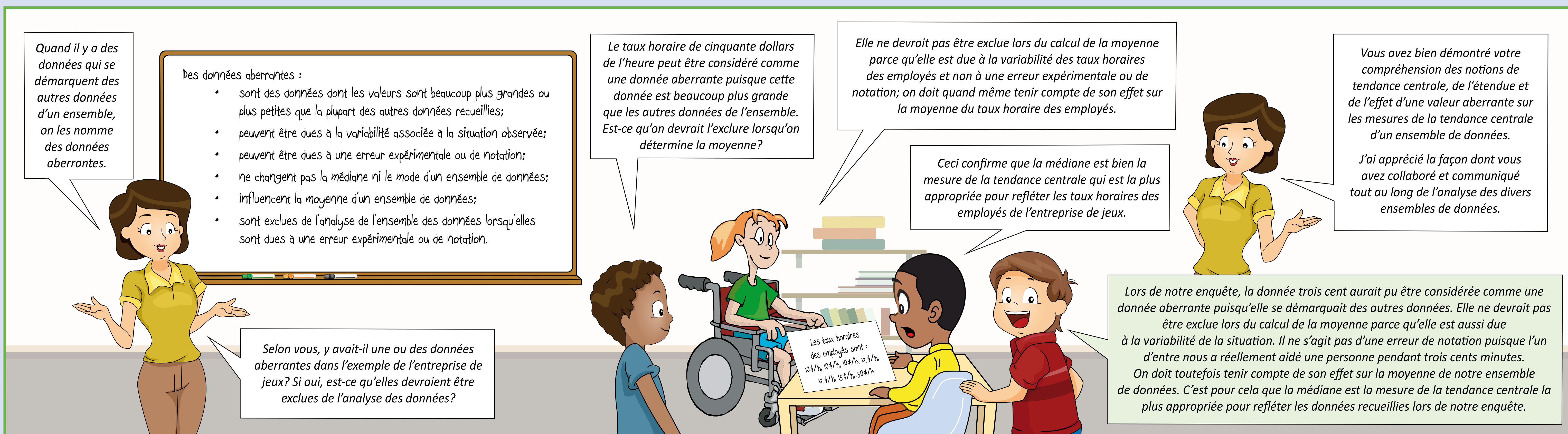
L'ensemble des données recueillies lors de notre enquête comprend un nombre impair de données. La médiane de notre ensemble est soixante-deux parce c'est le nombre qui est au centre de l'ensemble de données.

30, 30, 30, 30, 40, 45, 48, 50, 54, 55, 56, 58, 60, 62, 65, 70, 72, 74, 90, 120, 135, 138, 140, 150, 175, 180, 300

La statistique et la probabilité

APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE





Les **données discrètes** ont des valeurs dénombrables et elles peuvent être classées selon des catégories bien définies et clairement distinctes, p. ex. :

- la couleur des automobiles dans le parc de stationnement;
- les matières scolaires favorites;
- les sports préférés.

Les **données continues** sont mesurables et elles peuvent être décomposées en fraction ou en nombre décimal, p. ex. :

- la taille et le poids des personnes;
- les sommes d'argent;
- la distance parcourue.

APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

PRIME Connaissances et stratégies, pages 74 à 76

L'élève

- construit et étiquette (titre, étiquette et légende) un diagramme circulaire, avec ou sans l'aide de la technologie, pour présenter un ensemble de données discrètes;
- compare des diagrammes circulaires dans divers médias imprimés et électroniques tels que les quotidiens, les magazines et Internet;
- exprime les pourcentages présentés dans un diagramme circulaire sous forme de quantités afin de résoudre un problème;
- interprète un diagramme circulaire afin de répondre à des questions.

À noter : Dans la plupart des tableurs, les diagrammes circulaires se nomment graphique en secteurs. Par contre, le terme juste est diagramme circulaire.

PRIME Connaissances et stratégies, Chapitre 5

L'enseignant

- utilise la résolution de problèmes ou l'enquête pour
  a. amener l'élève à :
     i. choisir une méthode de collecte de données et justifier son choix;
     ii. concevoir et administrer un questionnaire ou mener une expérience pour répondre à une question;
     iii. présenter un ensemble de données discrètes à l'aide d'un diagramme circulaire;
     iv. construire, étiqueter et interpréter des diagrammes circulaires pour en tirer des conclusions.
  b. offrir à l'élève la possibilité d'observer, de s'interroger et d'appliquer ses connaissances de la collecte de données discrètes et d'une variété de diagrammes, dont les diagrammes circulaires, pour représenter et interpréter des données;
  c. observer le raisonnement de l'élève afin de fournir de l'étayage.
- pose des questions ouvertes qui favorisent la réflexion et le dialogue, et des questions fermées ayant une seule réponse pour valider ou vérifier une connaissance précise.

Vous avez remarqué qu'il est souvent plus facile d'interpréter un diagramme qu'une liste de nombres. Le diagramme utilisé dépend généralement du type de données à représenter. Vous avez appris comment représenter des données à l'aide de différents types de diagrammes comme des pictogrammes, des histogrammes et des diagrammes à bandes. Maintenant nous allons apprendre ce que sont les diagrammes circulaires.

Un diagramme circulaire :

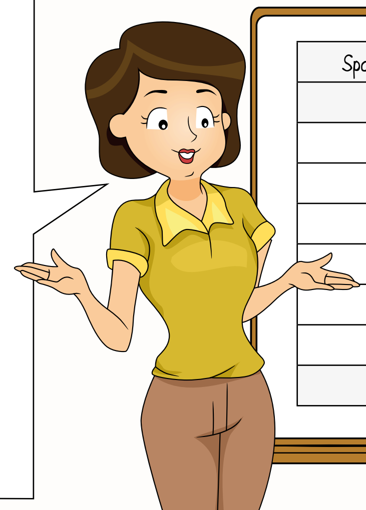
- est une représentation graphique de différentes catégories de données discrètes;
- est aussi appelé un diagramme à secteurs;
- comprend généralement un maximum de 6 secteurs :
  - qui correspondent à chacune des catégories;
  - dont la mesure de l'angle au centre est proportionnelle à la valeur de chaque donnée exprimée en pourcentage;
  - qui sont placés en ordre de grandeur (du plus grand au plus petit) dans le sens horaire;
- compare les parties d'un tout, le « tout » correspondant à 100 % des données;
- peut être tracé à la main à l'aide d'un compas, d'un cercle de pourcentages, d'un cercle de degrés ou d'un rapporteur d'angles;
- peut être tracé à l'aide de la technologie;
- doit comprendre un titre descriptif et une légende expliquant ce que chaque secteur représente.

Voici les étapes à suivre pour tracer un diagramme circulaire à la main.

Étapes à suivre pour tracer un diagramme circulaire à l'aide d'un cercle de pourcentages ou d'un cercle de degrés :

1. Vérifier si les données sont discrètes;
2. Déterminer la fréquence en pourcentage associée à chaque catégorie de données;
3. Déterminer la mesure de l'angle au centre de chacun des secteurs si on utilise un cercle de degrés;
4. Tracer un cercle, puis utiliser le cercle de pourcentages ou le cercle de degrés pour tracer les secteurs;
5. Étiqueter le diagramme : un titre descriptif et une légende expliquant ce que chaque secteur représente;
6. Inscrire, si possible, le pourcentage et l'étiquette de la catégorie à côté de chacun des secteurs afin d'éviter d'avoir à revenir constamment à la légende pour interpréter le diagramme.

Voici des données qui ont été recueillies à la suite d'un sondage mené auprès d'un groupe d'élèves de la 7e et de la 8e années pour déterminer les activités sportives qui pourraient être offertes à l'école. Est-ce que nous pouvons utiliser un diagramme circulaire pour représenter ces données?



Sports préférés des élèves de la 7e et de la 8e années

Catégories	Nombre d'élèves
soccer	10
basketball	10
volleyball	8
softball	6
autres	4
badminton	2
Total	40

Oui, parce que ce sont des données discrètes qui peuvent être réparties dans des catégories distinctes.

Catégories	Nombre d'élèves	Fréquence (%)	Angle au centre (en degrés)
soccer	10	25	90
basketball	10	25	90
volleyball	8	20	72
softball	6	15	54
autres	4	10	36
badminton	2	5	18
Total	40	100	360

Formule pour déterminer un pourcentage :

$$\frac{\text{nombre d'élèves par catégorie}}{\text{nombre total d'élèves}} \times 100 = \text{pourcentage associé à la catégorie}$$

Formule pour déterminer un angle au centre :

$$\frac{\text{pourcentage associé à la catégorie}}{100} \times 360^\circ = \text{angle au centre associé à la catégorie}$$

Soccer

Pourcentage d'élèves

$10 \div 40 \times 100 = 25\ \%$

Mesure de l'angle

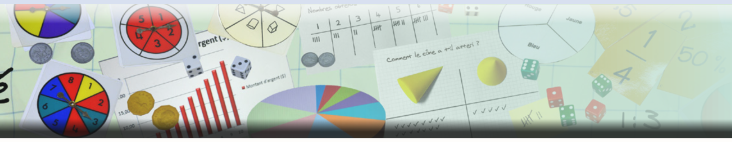
$25\ \% \times 360^\circ = 90^\circ$

$25 \div 100 \times 360^\circ = 90^\circ$

À noter : Expliquer à l'élève qu'il aura parfois à ajuster les pourcentages et la mesure des angles, car il se peut que le total de la fréquence ne donne pas 100 % ou que le total des angles au centre ne donne pas 360°.

La prochaine étape serait de calculer le pourcentage d'élèves associé à chacune des catégories si on voulait utiliser un cercle de pourcentages pour tracer les secteurs. On doit aussi déterminer la mesure de l'angle au centre de chacun des secteurs si on veut utiliser un cercle de degrés ou un rapporteur d'angles pour tracer les secteurs.

La statistique et la probabilité

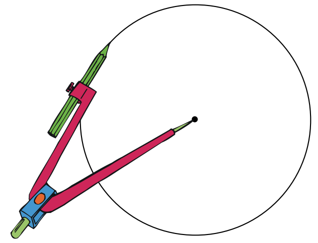


APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

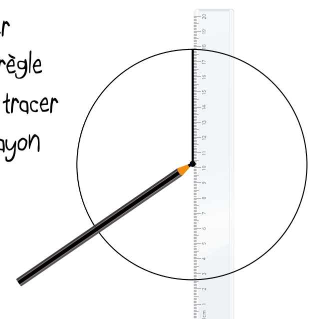
Tout d'abord, on doit tracer un cercle à l'aide d'un compas, identifier le centre du cercle et tracer un rayon.

Par la suite, on peut utiliser un cercle de pourcentages ou un cercle de degrés pour tracer chacun des secteurs.

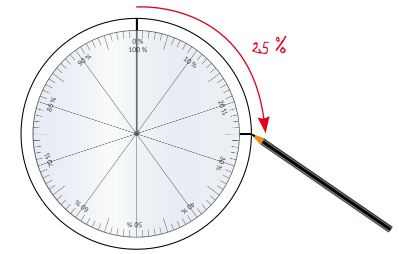
Tracer un cercle à l'aide d'un compas

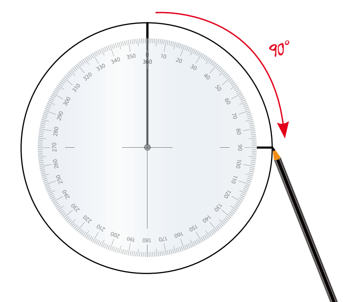


Placer une règle pour tracer un rayon



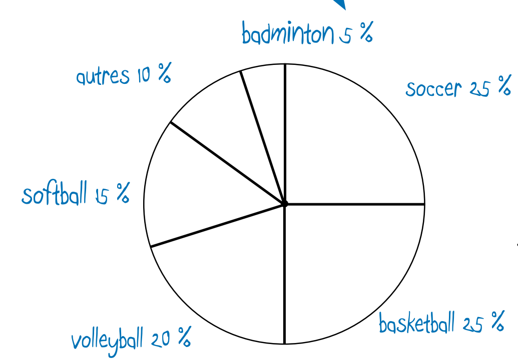
Tracer à l'aide d'un cercle de pourcentages, les secteurs qui représentent la fréquence en % associée à chacune des catégories.



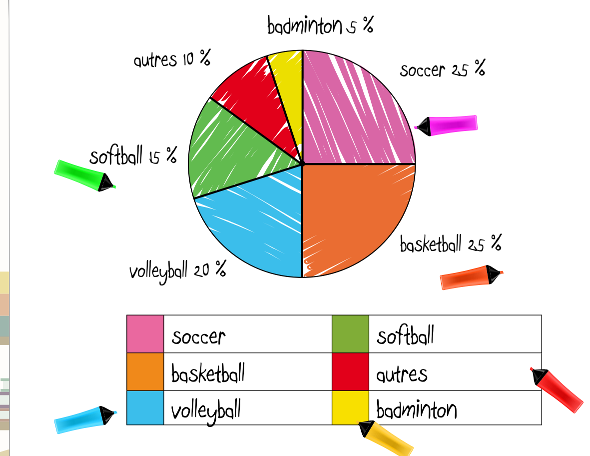


Tracer à l'aide d'un cercle de degrés, l'angle au centre associé à chacune des catégories.

Inscrire, au fur et à mesure, le pourcentage correspondant à chacun des secteurs ou le pourcentage correspondant à l'angle au centre de chacun des secteurs.



Enfin, un diagramme circulaire doit comprendre un titre descriptif et une légende expliquant ce que chaque secteur représente.



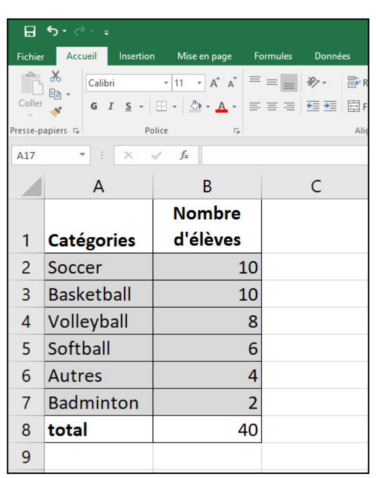
Le titre du diagramme, le choix de couleurs, le type d'étiquettes et le style de légende facilitent l'interprétation du diagramme.

Vous savez maintenant comment construire un diagramme circulaire à la main. Il est aussi possible d'utiliser la technologie pour le faire. Cela permet de sauter une ou deux étapes. Voici les étapes de base à suivre lorsqu'on utilise un tableur pour tracer un diagramme circulaire.

Étape 1

Cliquer sur l'onglet **Accueil** et entrer les catégories dans la colonne **A** et les données dans la colonne **B**.

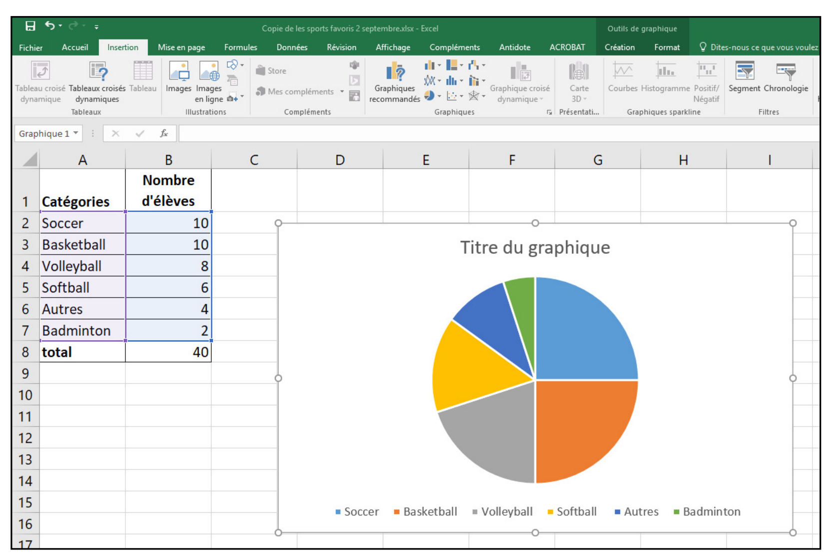
Sélectionner les noms des catégories et les données pour chacune des catégories.



	A	B	C
1	**Catégories**	**Nombre d'élèves**	
2	Soccer	10	
3	Basketball	10	
4	Volleyball	8	
5	Softball	6	
6	Autres	4	
7	Badminton	2	
8	**total**	40	
9			

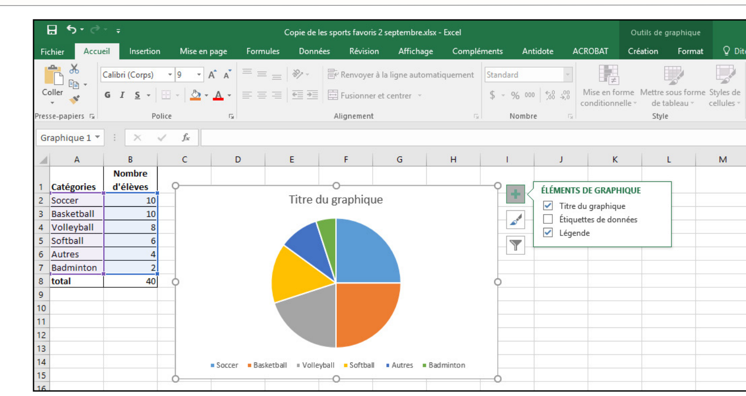
Étape 2

Cliquer sur l'onglet **Insertion**, puis sur **Insérer un graphique en secteurs ou en anneau** et sélectionner un type de diagramme circulaire.

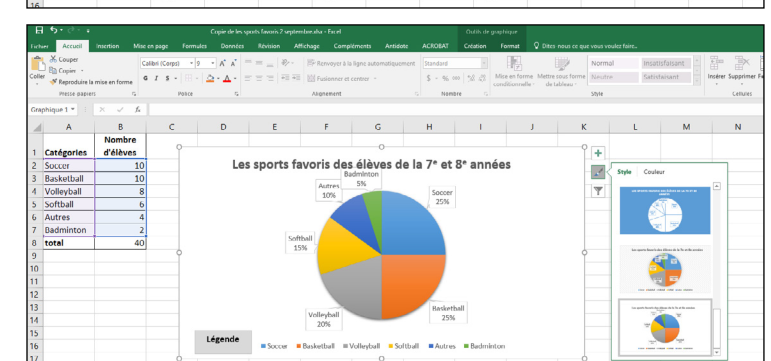


Étape 3

Cliquer sur l'icône **Éléments de graphique** pour étiqueter le diagramme et insérer le titre.



Enfin, cliquer sur l'icône **Styles de graphique** pour choisir les couleurs, le type d'étiquettes, le style de légende, etc.



La statistique et la probabilité

APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

Résultats d'un sondage qui a été mené par le conseil étudiant auprès des élèves de la 8e année dans le but d'organiser des activités artistiques à l'heure du midi pour la 8e année.

Question d'enquête
Quel médium préfères-tu utiliser pour exprimer tes idées : les arts visuels, la musique, la danse, le théâtre ou un autre médium?

Médiums	Fréquence
Arts visuels	15
Danse	12
Autre médium	10
Musique	8
Théâtre	5
Total	50

Quelles conclusions le conseil étudiant peut-il tirer de ce diagramme?

Vous devez représenter ces données à l'aide d'un diagramme circulaire en utilisant les trois méthodes que nous venons d'explorer.

À noter : Il est important d'inviter l'élève à construire des diagrammes circulaires à la main avant de lui proposer d'utiliser des outils technologiques. Ceci lui permettra de mieux comprendre comment déterminer le pourcentage et l'angle au centre associés à chacun des secteurs et de faire des liens entre les concepts de fraction, rapport, pourcentage, angle au centre, etc.

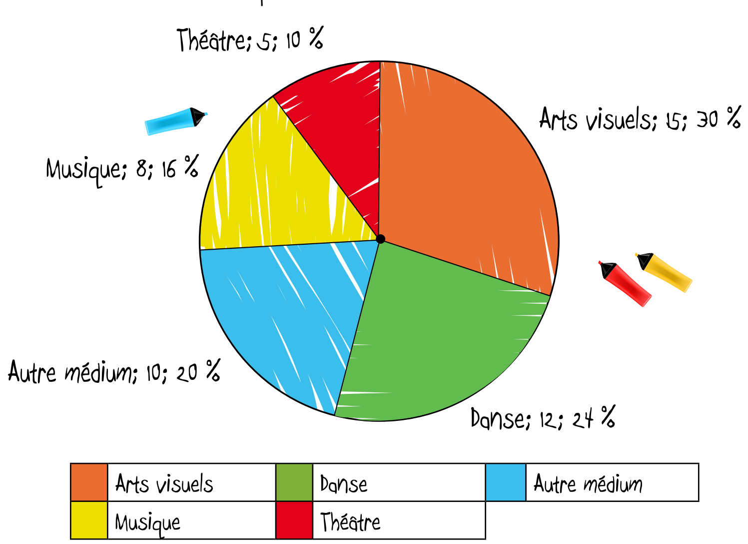
Pour déterminer la fréquence en pourcentage de chacune des catégories, nous avons divisé le nombre d'élèves par catégorie par le nombre total d'élèves et nous avons multiplié par cent.

Les données

Médiums	Fréquence	Fréquence (%)
Arts visuels	15	30
Danse	12	24
Autre médium	10	24
Musique	8	20
Théâtre	5	16
Total	50	100

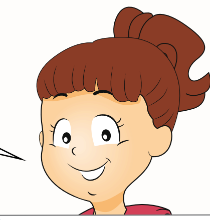
Outil utilisé : un cercle de pourcentages

Le diagramme :



Interprétation
Le diagramme démontre que les médiums préférés sont les arts visuels et la danse. Les activités devraient inclure au moins ces deux médiums sans ignorer les autres médiums possibles.

Après avoir déterminé la fréquence en pourcentage pour chacune des catégories, nous avons multiplié trois cent soixante degrés par la fréquence en pourcentage pour obtenir l'angle au centre de chacune des catégories.

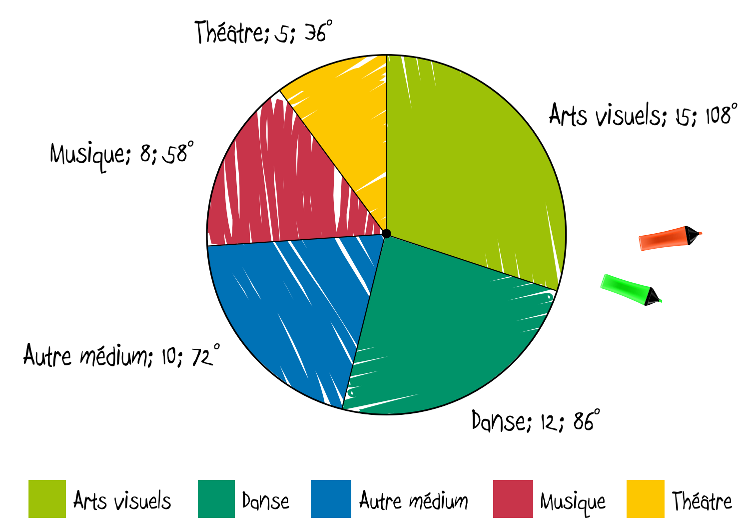


Les données

Médiums	Fréquence	Fréquence (%)	Angle au centre (en degrés)
Arts visuels	15	30	108
Danse	12	24	86
Autre médium	10	24	72
Musique	8	20	58
Théâtre	5	16	36
Total	50	100	100 x 360 = 360

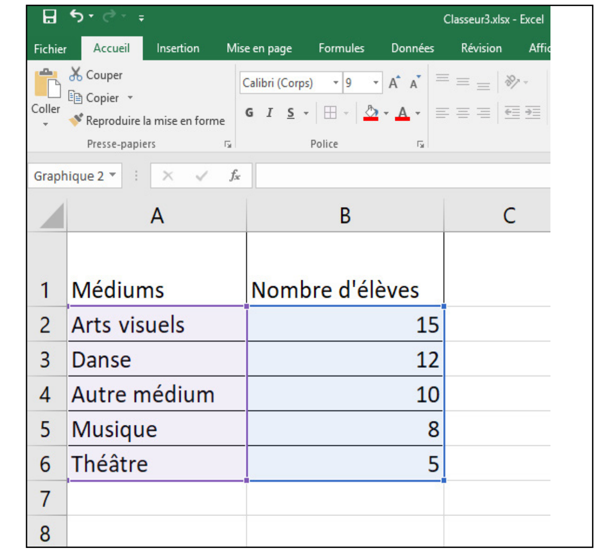
Outil utilisé : cercle de degrés

Le diagramme :



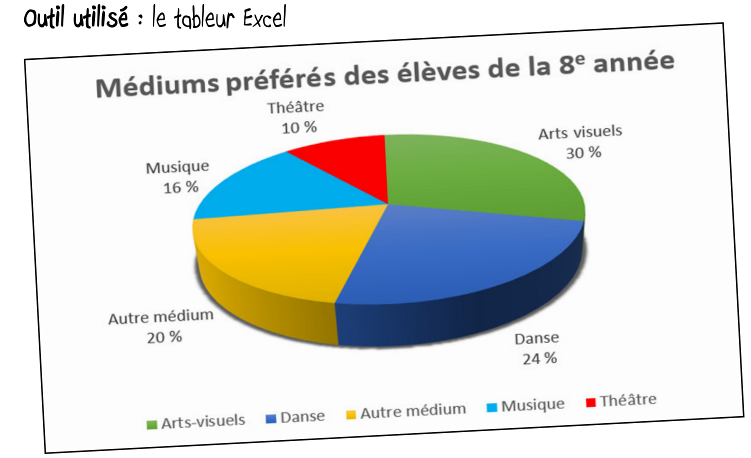
Interprétation
Le théâtre et la musique sont les médiums les moins populaires. Les activités devraient quand même inclure ces deux médiums afin d'adresser les intérêts de ces élèves et d'éveiller l'ensemble des élèves à ces deux médiums.

Les données



	A	B
1	Médiums	Nombre d'élèves
2	Arts visuels	15
3	Danse	12
4	Autre médium	10
5	Musique	8
6	Théâtre	5
7		
8		

Outil utilisé : le tableur Excel



Interprétation
Le diagramme démontre que 20 % des élèves ont indiqué Autre médium. Il serait important de sonder davantage ces élèves afin de déterminer d'autres activités qui pourraient être offertes au courant de l'année.

Nous avons suivi les étapes suivantes pour créer notre diagramme circulaire à l'aide de la technologie : en premier, on a inséré les données dans un tableur en ordre de grandeur, puis on a sélectionné les noms des catégories et les données tels qu'on l'a montré dans notre première image. Après, on a cliqué sur l'onglet d'insertion d'un graphique en secteurs afin de choisir notre type de diagramme. Par la suite, il ne nous restait plus qu'à cliquer sur l'icône des éléments de graphique pour inscrire un titre et étiqueter notre diagramme et à cliquer sur l'icône du style de graphique pour le compléter.

LISTE PARTIELLE DU VOCABULAIRE DE MATHÉMATIQUES AUQUEL L'ÉLÈVE DOIT ÊTRE EXPOSÉ (suite)

- Vocabulaire de la probabilité : probabilité expérimentale et théorique, chance, expérience, expérience aléatoire, hasard, observation, résultat, évènement, évènements indépendants, certain, possible, impossible, improbable, probable, également probable, équiprobable, diagramme en arbre, espace d'échantillonnage

APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

À noter : un évènement lié à une expérience aléatoire est un sous-ensemble des résultats possibles pour cette expérience. Par exemple pour l'expérience de lancer un dé à six faces, les résultats (issues) possibles sont : 1,2,3,4,5,6. Un événement pourrait être d'obtenir un 5, un nombre impair ou un nombre plus petit que 5.

LA PROBABILITÉ (7.S.4, 7.S.5, 7.S.6)

PRIME N3 : C1, C2 ET H

Grandes idées :
- La probabilité utilise les mathématiques pour décrire le degré de certitude qu'un évènement se produise.
- Les probabilités théoriques et expérimentales peuvent être déterminées de diverses façons.

L'élève
- fournit un exemple d'un évènement dont la probabilité est **0 ou 0 % (impossible)** et d'un évènement dont la probabilité est **1 ou 100 % (certain)**;
- détermine la probabilité théorique et expérimentale d'un résultat d'une expérience comportant deux évènements indépendants et exprime cette probabilité sous forme de rapport, de fraction ou de pourcentage;
- identifie l'espace d'échantillonnage dont **l'espace combiné a 36 éléments ou moins** (ensemble des résultats possibles) d'une expérience comportant **deux évènements indépendants** en utilisant un diagramme en arbre, un tableau ou un autre outil de classement graphique;
- mène une expérience de probabilité pour comparer la probabilité théorique et la probabilité expérimentale de deux évènements indépendants avec ou sans l'aide de la technologie;
- résout un problème de probabilité comportant deux évènements indépendants.

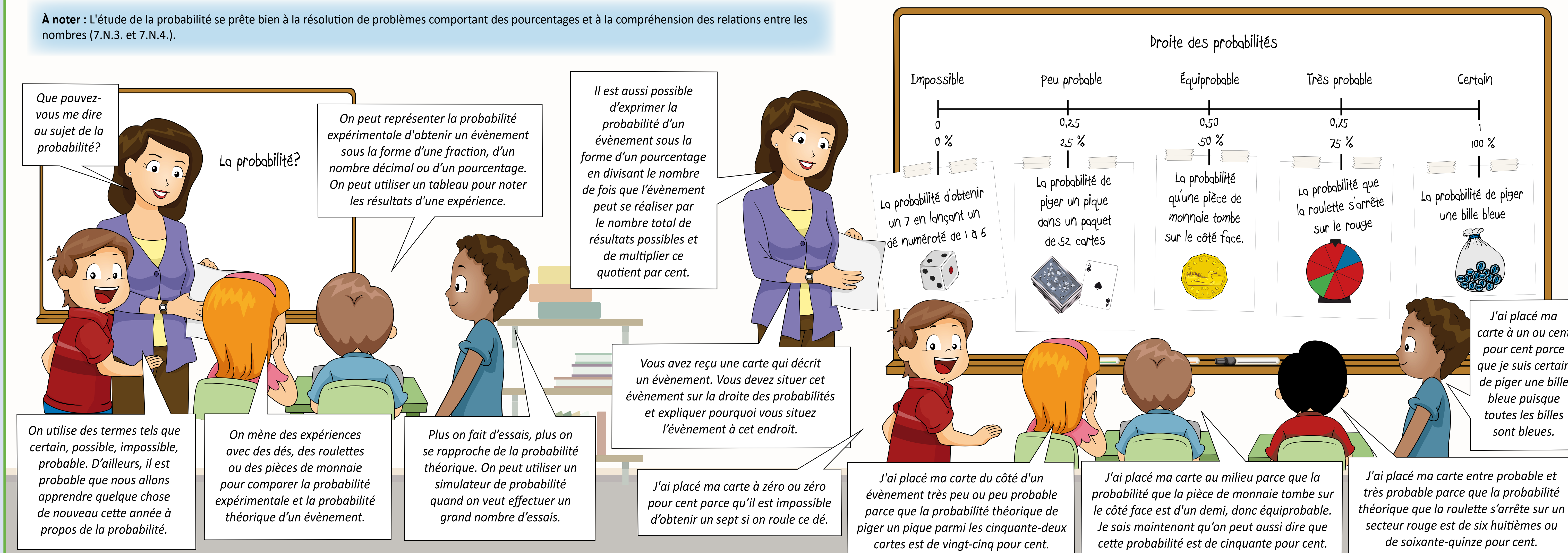
PRIME Connaissances et stratégies, pages 111 à 118

À noter : L'étude de la probabilité se prête bien à la résolution de problèmes comportant des pourcentages et à la compréhension des relations entre les nombres (7.N.3. et 7.N.4.).

L'enseignant

PRIME Connaissances et stratégies, Chapitre 5

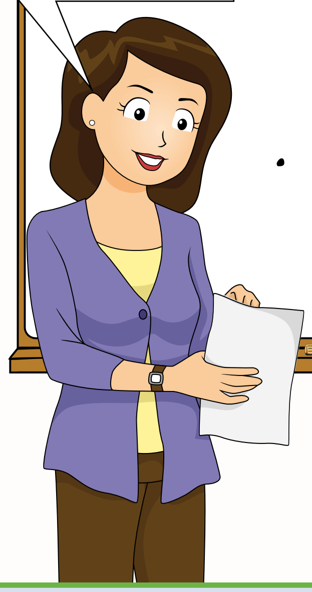
- utilise la résolution de problèmes ou l'enquête pour
  a. amener l'élève à :
     i. déterminer la probabilité théorique et expérimentale d'un résultat d'une expérience de probabilité et exprimer cette probabilité sous forme de rapport, de fraction ou de pourcentage;
     ii. identifier l'espace d'échantillonnage (l'ensemble des résultats possibles) d'une expérience comportant deux évènements indépendants en utilisant un diagramme en arbre, un tableau ou un autre outil de classement graphique;
     iii. mener une expérience de probabilité et comparer les résultats expérimentaux à la probabilité théorique de deux évènements indépendants avec ou sans l'aide de la technologie;
     iv. identifier des évènements dont la probabilité est 0 ou 0 % (impossible) et dont la probabilité est 1 ou 100 % (certain).
  b. offrir à l'élève la possibilité d'observer, de s'interroger, d'appliquer ses connaissances de la probabilité théorique et des résultats expérimentaux pour comparer les résultats expérimentaux à la probabilité théorique de deux évènements indépendants;
  c. observer le raisonnement de l'élève afin de fournir de l'étayage.
- pose des questions ouvertes qui favorisent la réflexion et le dialogue, et des questions fermées ayant une seule réponse pour valider ou vérifier une connaissance précise.



La statistique et la probabilité

APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

À vous maintenant de concevoir et de mener une expérience de probabilité en exprimant la probabilité théorique et expérimentale sous la forme d'un pourcentage.

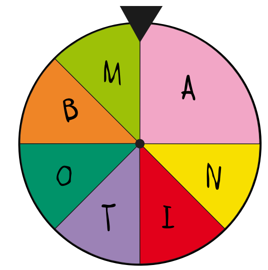


En équipe :

- Concevez une expérience de probabilité.
- Menez votre expérience à l'aide d'un simulateur et soyez prêts à présenter vos données à la main ou de façon électronique.
- Comparez la probabilité théorique et la probabilité expérimentale et communiquez vos observations.

Nous voulions savoir la probabilité qu'une roulette dont chacune des sections représentant les lettres contenues dans le mot MANITOBA s'arrête sur chacune des lettres.

Nous avons utilisé un simulateur pour nous permettre de faire un grand nombre d'essais.



$$P\,(\text{évènement}) = \frac{\text{Nombre de résultats favorables d'un évènement}}{\text{Nombre total de résultats possibles}}$$

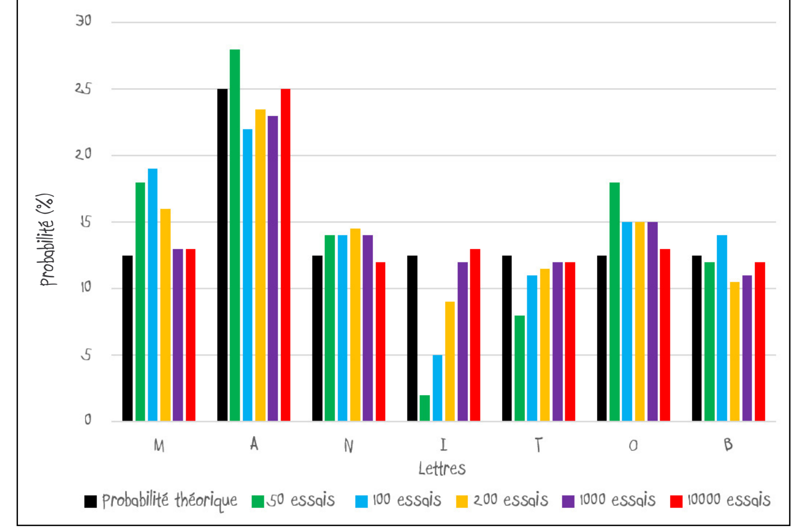
$$P\,(M) = \frac{\text{Nombre de résultats favorables évènement M}}{\text{Nombre total de résultats possibles}}$$

$$P\,(M) = \frac{1}{8} \text{ ou } 12{,}5\ \%$$

Tableau montrant les probabilités théorique et expérimentale d'obtenir les lettres M, A, N, I, T, O et B lors du lancement d'une roulette

Évènements	Probabilité théorique	Probabilité expérimentale après : 50 essais	100 essais	200 essais	1000 essais	10 000 essais
M	1/8 ou 12,5 %	9/50 ou 18 %	19/100 ou 19 %	32/200 ou 16 %	134/1000 ou 13 %	1324/10 000 ou 13 %
A	2/8 ou 25 %	14/50 ou 28 %	22/100 ou 22 %	47/200 ou 24 %	233/1000 ou 23 %	2498/10 000 ou 25 %
N	1/8 ou 12,5 %	7/50 ou 14 %	14/100 ou 14 %	29/200 ou 15 %	136/1000 ou 14 %	1210/10 000 ou 12 %
I	1/8 ou 12,5 %	1/50 ou 2 %	5/100 ou 5 %	18/200 ou 9 %	119/1000 ou 12 %	1252/10 000 ou 13 %
T	1 /8 ou 12,5 %	4/50 ou 8 %	11/100 ou 11 %	23/200 ou 12 %	117/1000 ou 12 %	1228/10 000 ou 12 %
O	1 /8 ou 12,5 %	9/50 ou 18 %	15/100 ou 15 %	30/200 ou 15 %	150/1000 ou 15 %	1287/10 000 ou 13 %
B	1/8 ou 12,5 %	6/50 ou 12 %	14/100 ou 14 %	21/200 ou 11 %	111/1000 ou 11 %	1201/10 000 ou 12 %

Comparaison des probabilités théorique et expérimentale d'obtenir les lettres M, A, N, I, T, O et B lors du lancement d'une roulette



Les probabilités théorique et expérimentale d'obtenir :

- la lettre A étaient très près l'une de l'autre tout au long de l'expérience, mais elles concordaient davantage après 10 000 essais;
- les autres lettres ont varié tout au long de l'expérience. Plus on a fait d'essais, plus elles se sont rapprochées l'une de l'autre.

Elles concordaient davantage après 10 000 essais.

Vous êtes maintenant très habiles à mener des expériences de probabilité comprenant un seul évènement et à exprimer la probabilité théorique et expérimentale de différentes façons.

Nous allons maintenant explorer des expériences de probabilité comprenant deux évènements indépendants. Ces deux évènements n'ont pas de lien entre eux et la réalisation de l'un n'influence pas la réalisation de l'autre.

Les <u>évènements indépendants</u> sont des évènements dont l'occurrence ne dépend d'aucun autre évènement, c'est-à-dire que la probabilité que l'un se produise ou non n'est pas liée à la probabilité qu'un autre évènement se produise.

Exemple : Si on lance une pièce de monnaie de dix cents et une pièce de monnaie de cinq cents de façon simultanée, la probabilité d'obtenir pile ou face pour la pièce de dix cents n'affecte pas la probabilité d'obtenir pile ou face pour la pièce de cinq cents.

L'<u>espace d'échantillonnage</u> représente l'ensemble de tous les résultats possibles d'une expérience de probabilité aléatoire. On peut déterminer l'espace d'échantillonnage d'une expérience de probabilité comportant deux évènements indépendants à l'aide d'un diagramme de Carroll ou d'un diagramme en arbre.

Exemple : diagramme de Carroll

		Pièce de 5 cents: Pile (P)	Face (F)
Pièce de 10 cents	Pile (P)	P, P	P, F
	Face (F)	F, P	F, F

espace d'échantillonnage

Exemple : diagramme en arbre

Pièce de 10 cents	Pièce de 5 cents	Espace d'échantillonnage
Pile (P)	P	P, P
	F	P, F
Face (F)	P	F, P
	F	F, F

Un évènement est un résultat souhaité dans une expérience de probabilité.

Exemples : Quelle est la probabilité d'obtenir 2 piles, P (P, P)?
Quelle est la probabilité d'obtenir 2 faces, P (F, F)?
Quelle est la probabilité d'obtenir pile et face et face et pile, P(P, F) et P(F, P)?

On peut exprimer la probabilité d'obtenir un évènement sous la forme d'une fraction, d'un nombre décimal ou d'un pourcentage en comparant le nombre de résultats favorables d'un évènement et le nombre total de résultats possibles.

$$\text{Probabilité (Évènement)} = \frac{\text{nombre de résultats favorables d'un évènement}}{\text{nombre de résultats possibles}}$$

Exemples :

$P\,(P, F)$ et $P\,(F, P) = \frac{2}{4}$, 0,5 ou 50 %

$P\,(P, P) = \frac{1}{4}$, 0,25 ou 25 %

$P\,(F, F) = \frac{1}{4}$, 0,25 ou 25 %

La statistique et la probabilité

APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

Éléments :

- Description de votre expérience de probabilité;
- Présentation de l'espace d'échantillonnage à l'aide d'un diagramme en arbre ou d'un tableau;
- Représentation de la probabilité théorique d'obtenir les résultats favorables d'un évènement sous la forme d'une fraction, d'un nombre décimal et d'un pourcentage;
- Représentation de la probabilité expérimentale d'obtenir les résultats favorables d'un évènement sous deux formes différentes;
- Comparaison des probabilités théorique et expérimentale d'obtenir les résultats favorables d'un évènement.

En équipe, concevez et menez une expérience de probabilité comportant deux évènements indépendants dont l'espace d'échantillonnage comprend au moins trente-six résultats possibles. Votre présentation doit inclure les éléments présentés au tableau.

L'expérience que nous avons choisie de mener consistait à tirer une bille d'un sac contenant trois billes bleues et deux billes vertes à deux reprises. Entre les deux tirages, la bille initiale devait être remise dans le sac. On se demandait quelles seraient les probabilités théorique et expérimentale de tirer deux billes bleues, deux billes vertes ou deux billes de couleurs différentes du sac.

Nous avons utilisé un tableau pour déterminer l'espace d'échantillonnage.

Notre espace d'échantillonnage démontre qu'il y a vingt-cinq résultats possibles.

Nous avons déterminé la probabilité théorique d'obtenir chacun des résultats favorables aux évènements. Nous l'avons exprimée sous la forme d'une fraction, d'un nombre décimal et d'un pourcentage.

Malgré le fait que la probabilité de piger deux billes bleues est plus grande que celle de piger deux billes vertes, la probabilité de ces deux évènements est tout de même peu probable. La probabilité de piger des billes de différentes couleurs est équiprobable.

Tableau de la probabilité de piger deux billes bleues, deux billes vertes ou deux billes de couleur différente avec remise

1re pige avec remise \ 2e pige avec remise	Bleue (B)	Bleue (B)	Bleue (B)	Verte (V)	Verte (V)
Bleue (B)	B, B	B, B	B, B	B, V	B, V
Bleue (B)	B, B	B, B	B, B	B, V	B, V
Bleue (B)	B, B	B, B	B, B	B, V	B, V
Verte (V)	V, B	V, B	V, B	V, V	V, V
Verte (V)	V, B	V, B	V, B	V, V	V, V

$$\text{Probabilité} = \frac{\text{Nombre de résultats favorables d'un évènement}}{\text{Nombre total de résultats possibles}}$$

$P(B, B) = \frac{9}{25}$, 0,36 ou 36 %

$P(\text{2 billes de couleur différente}) = \frac{12}{25}$, 0,48 ou 48 %

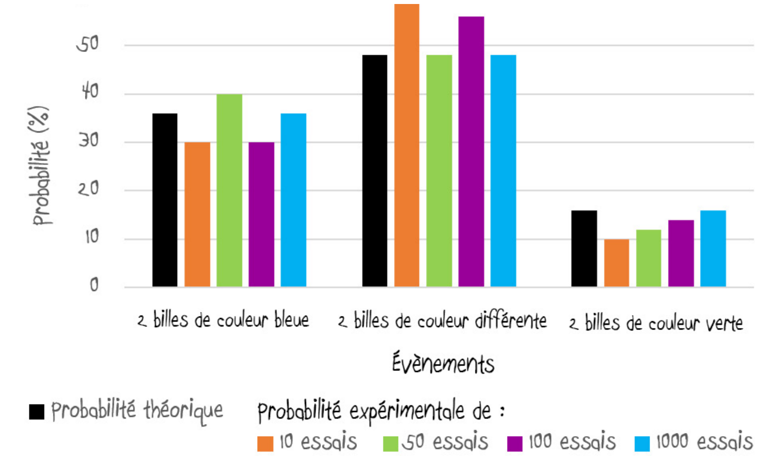
$P(V, V) = \frac{4}{25}$, 0,16 ou 16 %

Nous avons utilisé un simulateur pour mener notre expérience afin de pouvoir faire un grand nombre d'essais. En plus de la probabilité théorique, notre tableau présente la probabilité expérimentale d'obtenir chacun des évènements après dix, cinquante, cent et mille essais.

Évènements	Probabilité théorique	Probabilité expérimentale après : 10 essais	50 essais	100 essais	1000 essais
2 billes de couleur bleue	$\frac{9}{25}$ ou 36 %	$\frac{3}{10}$ ou 30 %	$\frac{20}{50}$ ou 40 %	$\frac{30}{100}$ ou 30 %	$\frac{360}{1000}$ ou 36 %
2 billes de couleur différente	$\frac{12}{25}$ ou 48 %	$\frac{6}{10}$ ou 60 %	$\frac{24}{50}$ ou 48 %	$\frac{56}{100}$ ou 56 %	$\frac{480}{1000}$ ou 48 %
2 billes de couleur verte	$\frac{4}{25}$ ou 16 %	$\frac{1}{10}$ ou 10 %	$\frac{6}{50}$ ou 12 %	$\frac{14}{100}$ ou 14 %	$\frac{160}{1000}$ ou 16 %

Nous avons créé un diagramme à bandes à l'aide d'un tableur pour représenter visuellement la comparaison entre la probabilité théorique et la probabilité expérimentale d'obtenir les trois évènements.

Comparaison des probabilités théorique et expérimentale de tirer deux billes de couleur bleue, deux billes de couleur verte ou deux billes de couleur différente lors d'une simulation d'expérience.



En comparant la bande noire qui représente la probabilité théorique aux autres bandes, on peut voir que plus le nombre d'essais augmente, plus la probabilité expérimentale se rapproche de la probabilité théorique.

LE CALCUL MENTAL ET L'ESTIMATION

Le calcul mental et l'estimation [CE] doivent être considérés comme une partie intégrale dans l'enseignement et l'apprentissage en mathématiques et non comme des concepts enseignés en isolation. Le calcul mental n'est pas l'habileté d'effectuer des algorithmes, mais plutôt de calculer avec souplesse et efficacité dans sa tête. L'accent devrait être mis sur la façon dont l'élève obtient la solution plutôt que sur la rapidité ou l'exactitude de sa réponse. L'estimation comprend diverses stratégies utilisées pour vérifier le caractère raisonnable d'une solution à l'aide de stratégies de calcul mental. Elle consiste aussi à déterminer des valeurs, des quantités et des mesures approximatives en se basant sur des référents.

À noter : Des stratégies de calcul mental et d'estimation ont été illustrées, en contexte, tout au long du document.

L'élève applique des stratégies de calcul mental (Voir *Le calcul mental et l'estimation* dans les cartes de route de la 1re à la 6e année) et d'estimation (Voir *Le calcul mental et l'estimation*, 5e année, p. 10) en :

- sélectionnant des stratégies :
  - de [CE] pour résoudre une variété de problèmes de façon efficace;
  - d'estimation liées aux opérations telles que l'approximation selon le premier chiffre, le regroupement, la partition, les nombres complémentaires et la compensation (Voir *Le calcul mental et l'estimation*, 5e année, p. 10);
  - d'estimation pour prédire et valider les réponses obtenues lorsqu'il fait des calculs mentalement, à la main ou à l'aide de la technologie, ce qui augmente alors sa capacité de détecter les erreurs quand elles se produisent;
- utilisant une variété de modèles pour représenter ses stratégies de [CE];
- démontrant la pertinence du [CE] dans la vie de tous les jours;
- communiquant son raisonnement et en évaluant si son estimation est plausible et si la réponse à ses calculs est vraisemblable;
- expliquant pourquoi une réponse approximative peut être utile et efficace selon le contexte, p. ex., le coût final d'un achat futur, y compris les taxes;
- démontrant qu'il n'y a pas "une bonne stratégie" ni "une bonne réponse" quand il effectue des calculs et des estimations;
- établissant des liens entre divers types de nombres, p. ex., entre un pourcentage et un nombre décimal, entre une fraction impropre et un nombre fractionnaire, entre des fractions équivalentes, etc.;
- utilisant :
  - des termes liés à l'estimation tels que tout près de, à peu près, presqu'égal à, entre, un peu plus que, un peu moins que, autour de, environ et approximativement;
  - des symboles liés à l'estimation tels que presque égal à ≈ et approximativement égal à ≅.

L'élève peut éprouver des difficultés s'il :

- a un nombre limité de stratégies de [CE] dans son répertoire;
- ne comprend pas les propriétés des opérations (distributivité, commutativité, associativité);
- tente d'utiliser des méthodes écrites standards dans sa tête (ardoise mentale);
- n'a pas de flexibilité avec les nombres, p. ex., s'il ne peut pas décomposer un nombre de multiples façons;
- s'appuie sur des stratégies de comptage;
- a une compréhension limitée de la valeur de position.

En 7e année, l'élève peaufine ses stratégies personnelles de [CE] afin d'accroître leur efficacité lorsqu'il :

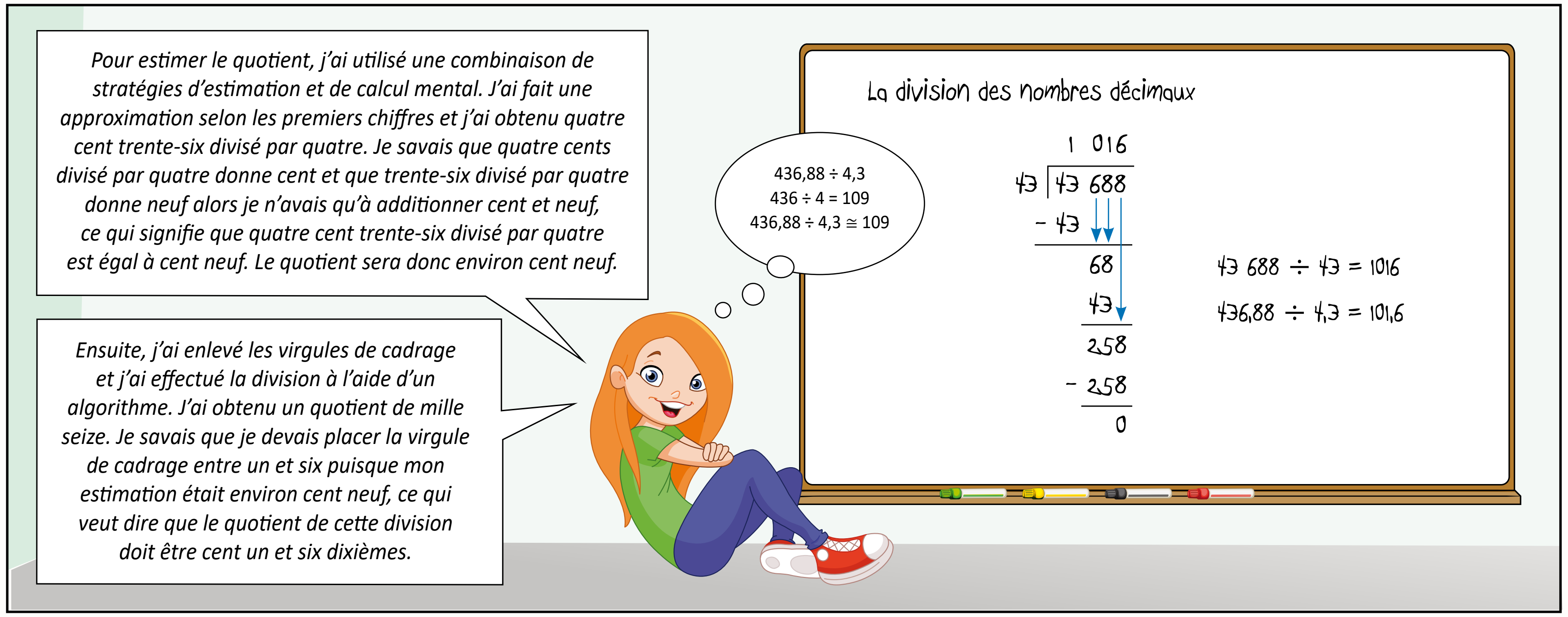
- explique, à l'aide d'un exemple, comment déterminer mentalement un produit ou un quotient dont le multiplicateur ou le diviseur est 0,1 ou 0,5 ou 0,25;
- effectue des opérations sur les types de nombres à l'étude en tenant compte de la priorité des opérations;
- effectue des additions et des soustractions sur des fractions et sur des nombres fractionnaires;
- résout des équations algébriques;
- détermine une solution à un problème qui fait appel à l'approximation;
- estime l'aire d'un cercle, d'un triangle ou d'un parallélogramme;
- place la virgule (virgule de cadrage) dans une somme, une différence, un produit et un quotient en appliquant la stratégie de l'approximation selon les premiers chiffres, p. ex. :
  - pour 8,5 + 9,23 + 221,758, penser à 8 + 9 + 221 et en conclure que la somme est supérieure à 238;
  - pour 276,57 $ - 75,45 $, penser à 276 $ – 75 $ et en conclure que la différence est approximativement 201 $;
  - pour 42,73 $ x 2,8, penser à 42 $ x 2 et en conclure que le produit est supérieur à 84 $;
  - pour 122,75 m ÷ 2,5, penser à 122 m ÷ 2 et en conclure que le quotient est approximativement 61 m.

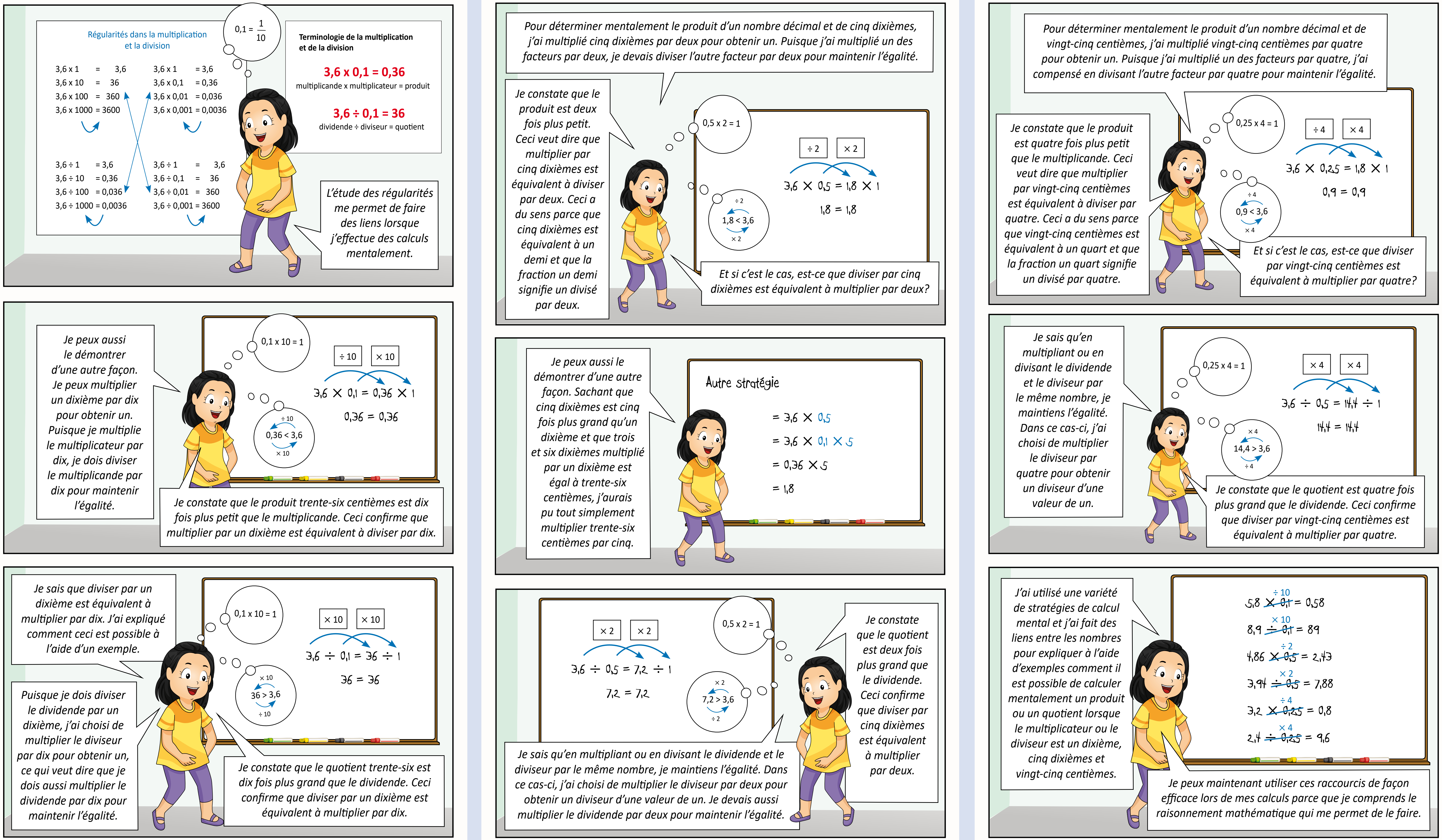
L'élève peut éprouver des difficultés s'il :

- expose l'élève à une variété de modèles et de matériel de manipulation appropriés pour qu'il puisse visualiser un problème, appliquer une ou des stratégies de [CE] et évaluer la solution;
- intègre le [CE] au quotidien dans divers contextes mathématiques pour amener l'élève à en comprendre l'utilité et la pertinence dans la vie de tous les jours;
- fait en sorte que l'élève
  - soit en mesure de choisir et d'appliquer les stratégies de [CE] les plus efficaces selon le contexte et de justifier son choix, p. ex., combiner la stratégie de la compensation à d'autres stratégies dont celle de l'approximation selon le premier chiffre ou de trouver des nombres complémentaires (Voir *Le calcul mental et l'estimation*, 5e année, p. 10);
  - comprenne le raisonnement mathématique derrière tout raccourci, truc, règle ou procédure qu'il utilise pour être en mesure de les utiliser de façon efficace.
- favorise les discussions en classe pour offrir à l'élève la possibilité de/d' :
  - décrire sa démarche et de partager son raisonnement avec la classe;
  - évaluer et d'expliquer la ou les stratégies de [CE] qu'il a utilisées et ainsi consolider sa propre compréhension;
  - être sensibilisé à une variété de stratégies de [CE] pour élargir son répertoire.
- propose diverses situations d'apprentissage ou de résolution de problèmes qui encouragent l'élève à :
  - courir des risques, à critiquer, à faire des vérifications et à s'assurer que sa réponse est vraisemblable;
  - déterminer si une réponse approximative est adéquate et efficace selon le contexte.

À noter : L'utilisation du papier et du crayon lors du calcul mental permet à l'élève de

- prendre des notes informelles pendant les étapes intermédiaires d'un calcul afin d'appuyer la mémoire à court terme ou de permettre à l'élève qui est plus visuel qu'auditif de voir les nombres écrits pendant qu'il effectue ses calculs;
- noter ses explications relatives à la méthode utilisée;
- créer des modèles et des diagrammes qui appuient l'élaboration d'images mentales ou la visualisation.




Régularités dans la multiplication et la division
3,6 x 1 = 3,6
3,6 x 10 = 36
3,6 x 100 = 360
3,6 x 1000 = 3600
3,6 x 1 = 3,6
3,6 x 0,1 = 0,36
3,6 x 0,01 = 0,036
3,6 x 0,001 = 0,0036
3,6 ÷ 1 = 3,6
3,6 ÷ 10 = 0,36
3,6 ÷ 100 = 0,036
3,6 ÷ 1000 = 0,0036
3,6 ÷ 1 = 3,6
3,6 ÷ 0,1 = 36
3,6 ÷ 0,01 = 360
3,6 ÷ 0,001 = 3600
0,1 = 1/10
Terminologie de la multiplication et de la division
3,6 x 0,1 = 0,36
multiplicande x multiplicateur = produit
3,6 ÷ 0,1 = 36
dividende ÷ diviseur = quotient
L'étude des régularités me permet de faire des liens lorsque j'effectue des calculs mentalement.
Je peux aussi le démontrer d'une autre façon. Je peux multiplier un dixième par dix pour obtenir un. Puisque je multiplie le multiplicateur par dix, je dois diviser le multiplicande par dix pour maintenir l'égalité.
0,1 x 10 = 1
÷ 10
× 10
3,6 × 0,1 = 0,36 × 1
0,36 = 0,36
÷ 10
0,36 < 3,6
× 10
Je constate que le produit trente-six centièmes est dix fois plus petit que le multiplicande. Ceci confirme que multiplier par un dixième est équivalent à diviser par dix.
Je sais que diviser par un dixième est équivalent à multiplier par dix. J'ai expliqué comment ceci est possible à l'aide d'un exemple.
0,1 x 10 = 1
× 10
× 10
3,6 ÷ 0,1 = 36 ÷ 1
36 = 36
× 10
36 > 3,6
÷ 10
Puisque je dois diviser le dividende par un dixième, j'ai choisi de multiplier le diviseur par dix pour obtenir un, ce qui veut dire que je dois aussi multiplier le dividende par dix pour maintenir l'égalité.
Je constate que le quotient trente-six est dix fois plus grand que le dividende. Ceci confirme que diviser par un dixième est équivalent à multiplier par dix.
Pour déterminer mentalement le produit d'un nombre décimal et de cinq dixièmes, j'ai multiplié cinq dixièmes par deux pour obtenir un. Puisque j'ai multiplié un des facteurs par deux, je devais diviser l'autre facteur par deux pour maintenir l'égalité.
Je constate que le produit est deux fois plus petit. Ceci veut dire que multiplier par cinq dixièmes est équivalent à diviser par deux. Ceci a du sens parce que cinq dixièmes est équivalent à un demi et que la fraction un demi signifie un divisé par deux.
0,5 x 2 = 1
÷ 2
× 2
3,6 × 0,5 = 1,8 × 1
1,8 = 1,8
÷ 2
1,8 < 3,6
× 2
Et si c'est le cas, est-ce que diviser par cinq dixièmes est équivalent à multiplier par deux?
Je peux aussi le démontrer d'une autre façon. Sachant que cinq dixièmes est cinq fois plus grand qu'un dixième et que trois et six dixièmes multiplié par un dixième est égal à trente-six centièmes, j'aurais pu tout simplement multiplier trente-six centièmes par cinq.
Autre stratégie
= 3,6 × 0,5
= 3,6 × 0,1 × 5
= 0,36 × 5
= 1,8
× 2
× 2
3,6 ÷ 0,5 = 7,2 ÷ 1
7,2 = 7,2
0,5 x 2 = 1
× 2
7,2 > 3,6
÷ 2
Je constate que le quotient est deux fois plus grand que le dividende. Ceci confirme que diviser par cinq dixièmes est équivalent à multiplier par deux.
Je sais qu'en multipliant ou en divisant le dividende et le diviseur par le même nombre, je maintiens l'égalité. Dans ce cas-ci, j'ai choisi de multiplier le diviseur par deux pour obtenir un diviseur d'une valeur de un. Je devais aussi multiplier le dividende par deux pour maintenir l'égalité.
Pour déterminer mentalement le produit d'un nombre décimal et de vingt-cinq centièmes, j'ai multiplié vingt-cinq centièmes par quatre pour obtenir un. Puisque j'ai multiplié un des facteurs par quatre, j'ai compensé en divisant l'autre facteur par quatre pour maintenir l'égalité.
Je constate que le produit est quatre fois plus petit que le multiplicande. Ceci veut dire que multiplier par vingt-cinq centièmes est équivalent à diviser par quatre. Ceci a du sens parce que vingt-cinq centièmes est équivalent à un quart et que la fraction un quart signifie un divisé par quatre.
0,25 x 4 = 1
÷ 4
× 4
3,6 × 0,25 = 0,9 × 1
0,9 = 0,9
÷ 4
0,9 < 3,6
× 4
Et si c'est le cas, est-ce que diviser par vingt-cinq centièmes est équivalent à multiplier par quatre?
Je sais qu'en multipliant ou en divisant le dividende et le diviseur par le même nombre, je maintiens l'égalité. Dans ce cas-ci, j'ai choisi de multiplier le diviseur par quatre pour obtenir un diviseur d'une valeur de un.
0,25 x 4 = 1
× 4
× 4
3,6 ÷ 0,25 = 14,4 ÷ 1
14,4 = 14,4
× 4
14,4 > 3,6
÷ 4
Je constate que le quotient est quatre fois plus grand que le dividende. Ceci confirme que diviser par vingt-cinq centièmes est équivalent à multiplier par quatre.
J'ai utilisé une variété de stratégies de calcul mental et j'ai fait des liens entre les nombres pour expliquer à l'aide d'exemples comment il est possible de calculer mentalement un produit ou un quotient lorsque le multiplicateur ou le diviseur est un dixième, cinq dixièmes et vingt-cinq centièmes.
5,8 ~~× 0,1~~ ÷ 10 = 0,58
8,9 ~~÷ 0,1~~ × 10 = 89
4,86 ~~× 0,5~~ ÷ 2 = 2,43
3,94 ~~÷ 0,5~~ × 2 = 7,88
3,2 ~~× 0,25~~ ÷ 4 = 0,8
2,4 ~~÷ 0,25~~ × 4 = 9,6
Je peux maintenant utiliser ces raccourcis de façon efficace lors de mes calculs parce que je comprends le raisonnement mathématique qui me permet de le faire.

RELATIONS D'ÉGALITÉ ET RAISONNEMENT ALGÉBRIQUE
(7.R.3)

La construction du sens de l'égalité est à la base de l'algèbre qui consiste à reconnaître les relations entre des quantités et des opérations. La recherche démontre que plusieurs élèves ne reconnaissent pas que le symbole d'égalité indique une relation entre les membres qui se trouvent de part et d'autre de celui-ci. Cette relation d'égalité se construit et se complexifie de la maternelle à la 12e année.

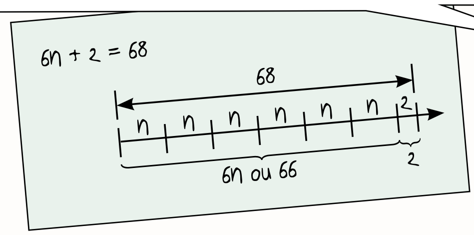
L'utilisation de différents modèles tels que la balance, la droite numérique, le mobile ou les tuiles algébriques constitue un moyen efficace et nécessaire pour représenter les relations entre les membres qui se trouvent de part et d'autre du symbole d'égalité et pour déterminer la valeur de la variable dans les types d'équations à l'étude. Ces modèles permettent à l'élève de développer sa compréhension des relations d'égalité et de créer des liens entre les représentations concrètes, imagées et symboliques de ces relations dans des contextes d'équations linéaires.

L'élève peut également utiliser différentes méthodes qui reposent sur la compréhension du concept d'égalité, dont l'essai systématique et la déduction. Il applique ainsi le maintien de l'égalité pour résoudre des équations. Il revient à l'élève de choisir le moyen le plus efficace selon le contexte ou la situation.

À noter : Pour que l'élève ait du succès en mathématiques, plus particulièrement en algèbre, il importe qu'il comprenne de façon conceptuelle la signification du symbolisme utilisé et qu'il fasse des liens entre les concepts liés à l'algèbre et ceux liés aux concepts du nombre et des opérations.

J'ai représenté l'équation à l'aide d'une droite numérique. J'ai tracé six segments égaux pour représenter six fois n et un segment qui représente une valeur de deux.

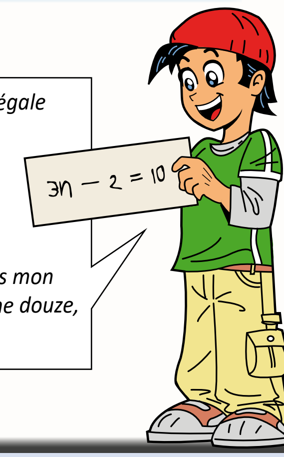
Je sais que la distance totale est de soixante-huit, ce qui veut dire que six fois n a une valeur de soixante-six, car soixante-six plus deux donne soixante-huit. Comme six fois onze donne soixante-six, je sais que n a une valeur de onze.



Pour résoudre l'équation trois fois n moins deux égale dix, je vais procéder par déduction.

Il faut que je détermine un nombre qui, soustrait de deux, donne dix. Ce nombre est douze, car douze moins deux donne dix.

Comme douze est représenté par trois fois n dans mon équation et que je sais que trois fois quatre donne douze, je sais que n a une valeur de quatre.



Application du concept d'égalité pour déterminer la valeur de la variable dans les types d'équations algébriques à l'étude.
La pensée algébrique utilise les propriétés fondamentales du nombre et des opérations pour transformer des expressions mathématiques au lieu de tout simplement calculer une réponse en suivant une série d'étapes prédéfinies. La pensée relationnelle est à la base de l'algèbre. Le développement de la pensée relationnelle ne se produit pas automatiquement chez l'élève. Il doit être stimulé par un enseignement soigneusement planifié à partir de la première année.

L'élève

- articule clairement ce qu'il sait au sujet de la signification du symbole d'égalité;
- reconnaît que les phrases mathématiques peuvent être écrites de différentes façons;
- comprend que le symbole d'égalité représente la relation entre les membres qui se trouvent de part et d'autre du symbole d'égalité;
- sait que l'ordre des termes d'une expression numérique n'est pas important dans une addition ni dans une multiplication (commutativité), mais que l'ordre des termes doit être respecté dans une soustraction et dans une division lorsqu'il compare les termes du membre de gauche aux termes du membre de droite pour déterminer s'il y a égalité entre les deux membres;
- compare les membres de part et d'autre du symbole d'égalité afin de déterminer la valeur de la variable représentée par une lettre, par exemple, pour $8 + (-3) = 4 + a$, l'élève articule clairement que 4 est 4 de moins que 8, et que la variable représentée par a doit être 4 de plus que -3 c'est-à-dire 1.

$7 - 5 = b$; -5, +5 ; $7 + (-3) = b + 2$

-4, -4 ; $c - 7 = (-5) - 11$; $(-5) - 4 = c$

+3, -3 ; $2x + 2 = 5 + 7$; $7 + 3 = 10$ alors $2x = 10$ et $x = 5$

À noter : Il est essentiel de/d'

- consulter les cartes de route des niveaux scolaires précédents pour mieux comprendre le cheminement que l'élève a parcouru de la première à la sixième année (Voir *Relations d'égalité et raisonnement algébrique*);
- inviter l'élève à communiquer clairement la stratégie qu'il a utilisée pour déterminer la valeur de la variable. Ceci fournit une occasion d'aborder les fausses conceptions de l'élève.

LE DÉVELOPPEMENT DU SENS DU NOMBRE

PRIME : Connaissances et stratégies, p. 103 à 116, 143, 147 et 149

Chez l'élève, le développement du sens du nombre se fait de façon graduelle à partir de l'établissement de liens entre les nombres et son vécu ainsi qu'en ayant recours à des repères et à des référents. L'élève possédant le sens du nombre fait preuve d'un raisonnement de calcul fluide, de souplesse avec les nombres et d'une intuition du nombre. L'évolution du sens du nombre est généralement un dérivé de l'apprentissage plutôt que le résultat d'un enseignement direct. En effet, le sens du nombre ne s'enseigne pas en vase clos, il résulte plutôt de la réalisation de tâches mathématiques riches qui sont associées aux expériences personnelles et à l'apprentissage antérieur de l'élève.
Le développement du sens du nombre chez l'élève peut résulter de l'exécution de tâches mathématiques complexes où il lui est possible d'établir des **relations entre les nombres**.

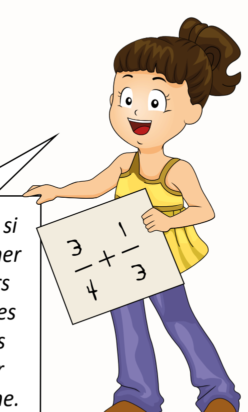
LES OPÉRATIONS SUR LES FRACTIONS

L'élève de la 7e et de la 8e années applique son sens des fractions et des opérations pour effectuer des opérations sur les fractions avec souplesse. Il s'avère essentiel d'amener l'élève à faire des liens explicites entre les représentations **concrètes**, **imagées** et **symboliques** des opérations sur les fractions tout comme il a développé son sens des opérations sur les nombres entiers et les nombres décimaux au cours des années antérieures. Il ne s'agit pas de fournir les règles à l'élève ni de lui demander de les appliquer sans les comprendre pour effectuer des opérations sur les fractions. Il est essentiel d'inviter l'élève à déterminer et à préciser lui-même le rationnel de chacune des règles. L'élève sera alors en mesure de déterminer des règles qui vont au-delà des règles conventionnelles pour effectuer des opérations sur les fractions.

L'élève qui n'a pas un bon sens des fractions ou des opérations devra mémoriser des règles sans les comprendre pour effectuer des opérations sur les fractions. Ce manque de compréhension fera en sorte qu'il appliquera n'importe quelle règle pour résoudre une opération sur les fractions. Il est donc essentiel de s'attarder au développement du sens des :

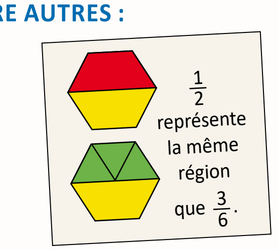
- fractions chez l'élève de la maternelle à la 6e année. Le tableau *Progression des apprentissages - Développement du sens de la fraction* présente les étapes de ce cheminement. Les cartes de route de la 3e à la 6e année décrivent ce cheminement de façon plus détaillée.
- opérations chez l'élève de la maternelle à la 6e année. Le sens de chaque opération demeurant le même, quel que soit le type de nombre, les opérations sur les fractions devraient donc être présentées en appliquant ces mêmes sens aux parties fractionnaires. Le document *Les cartes de route des apprentissages mathématiques – Maternelle à la 6e année* décrit ce cheminement de façon plus détaillée.

Je me demande si je dois additionner les numérateurs ensemble puis les dénominateurs ensemble pour trouver la somme.



L'HABILETÉ D'EFFECTUER DES OPÉRATIONS SUR LES FRACTIONS DEMANDE À L'ÉLÈVE, ENTRE AUTRES :

- de décomposer et d'assembler des fractions et des nombres fractionnaires;
- de représenter les fractions de différentes façons à l'aide de modèles de longueur (droites numériques), de surface (rectangles), de volumes (solides) ou d'ensemble;
- de déterminer des fractions équivalentes par fractionnement et assemblage;
- de considérer le tout, le numérateur et le dénominateur lorsqu'ils comparent des fractions;
- d'établir des relations avec d'autres ensembles de nombres pour trouver des équivalences;
- de faire des liens avec les concepts liés aux opérations sur les nombres entiers, tels que :
  - de comprendre que l'addition ne peut être effectuée qu'avec des quantités dont les unités sont identiques;
  - de comprendre qu'une opération peut être représentée et effectuée de différentes façons;
  - d'appliquer des stratégies de calcul qui reposent sur l'acquisition d'un sens du nombre et des opérations plutôt que sur l'application de règles et de procédures qui ont été mémorisées.
- d'utiliser son répertoire de référents (fractions repères) pour estimer sa solution et en évaluer la vraisemblance.



IL EST ESSENTIEL QUE L'ÉLÈVE AIT DÉVELOPPÉ SUFFISAMMENT SON SENS DES FRACTIONS ET DES OPÉRATIONS POUR POUVOIR, ENTRE AUTRES :

- résoudre des équations algébriques comportant des fractions;
- exprimer la probabilité d'un résultat sous la forme d'une fraction;
- comprendre et appliquer des formules mathématiques et scientifiques;
- effectuer des opérations sur les fractions.

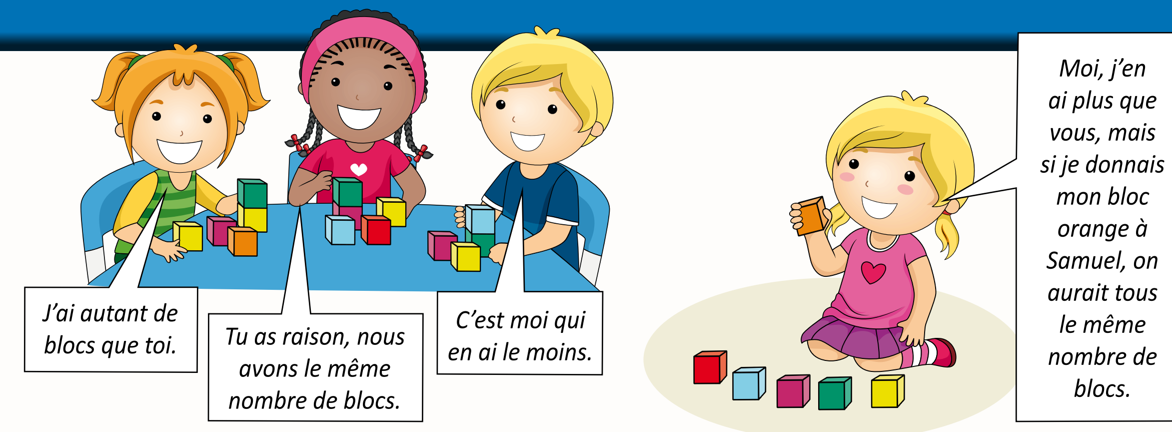
À noter : L'estimation et le calcul mental doivent être intégrés aux calculs comprenant des fractions. L'élève qui a un bon sens du nombre et des opérations sera en mesure de déterminer que $\frac{15}{8} + 1\frac{3}{4}$ est environ 2 + 2, ce qui est égal à 4, et que la somme devrait se situer entre 3 et 4.

PROGRESSION DES APPRENTISSAGES - DÉVELOPPEMENT DU SENS DE LA FRACTION

M - 2e année

L'élève de la maternelle a développé un sens intuitif des fractions avant son arrivée à l'école. Il a notamment une notion de ce que représente la moitié ou un demi d'un gâteau ou d'un ensemble de petites voitures. Le développement du sens de la fraction se continue de façon informelle de la maternelle à la deuxième année par l'entremise de jeux, d'échanges, de lecture d'albums et de situations quotidiennes favorisant le développement du sens du nombre incluant le concept de partie-partie-tout.

Même si un élève de la maternelle à la deuxième année ne peut pas nécessairement représenter ses connaissances des fractions formellement, il comprend que s'il doit partager son sandwich ou ses collections avec une autre personne, ils en auront tous les deux la moitié, et que ces deux moitiés seront égales pour que le partage soit équitable.

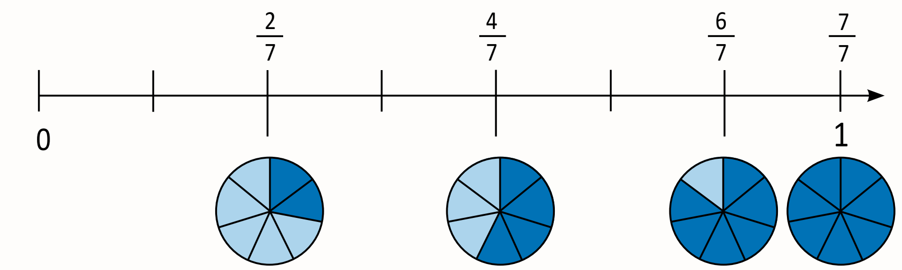


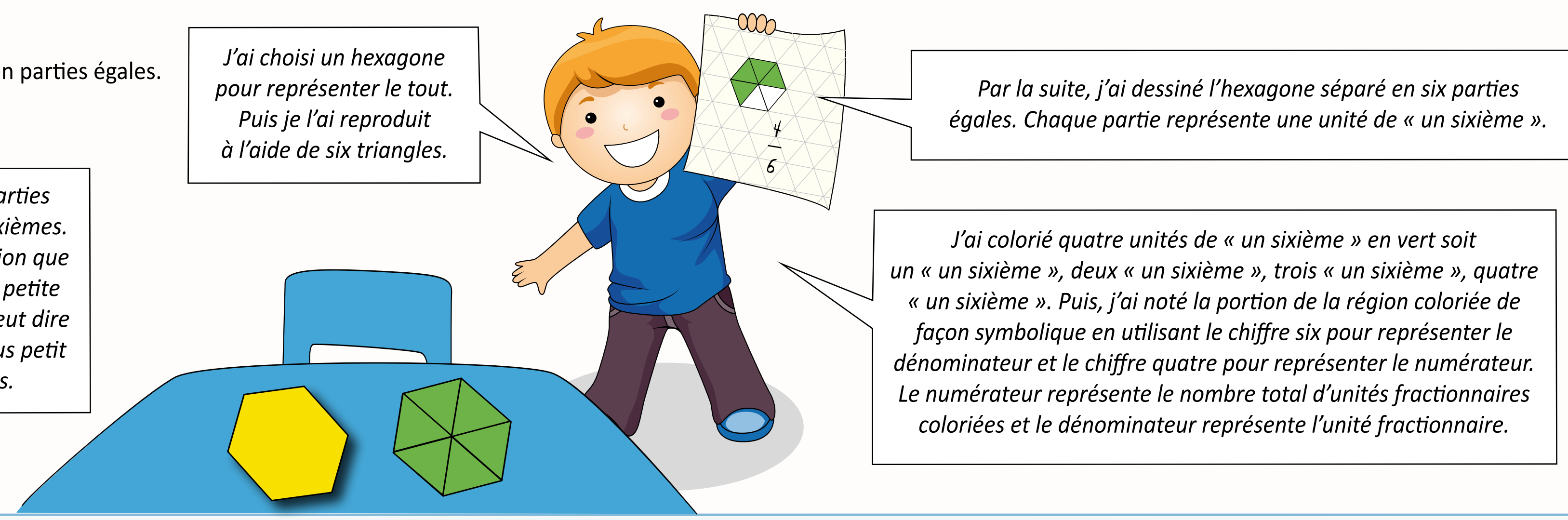
3e année et 4e année

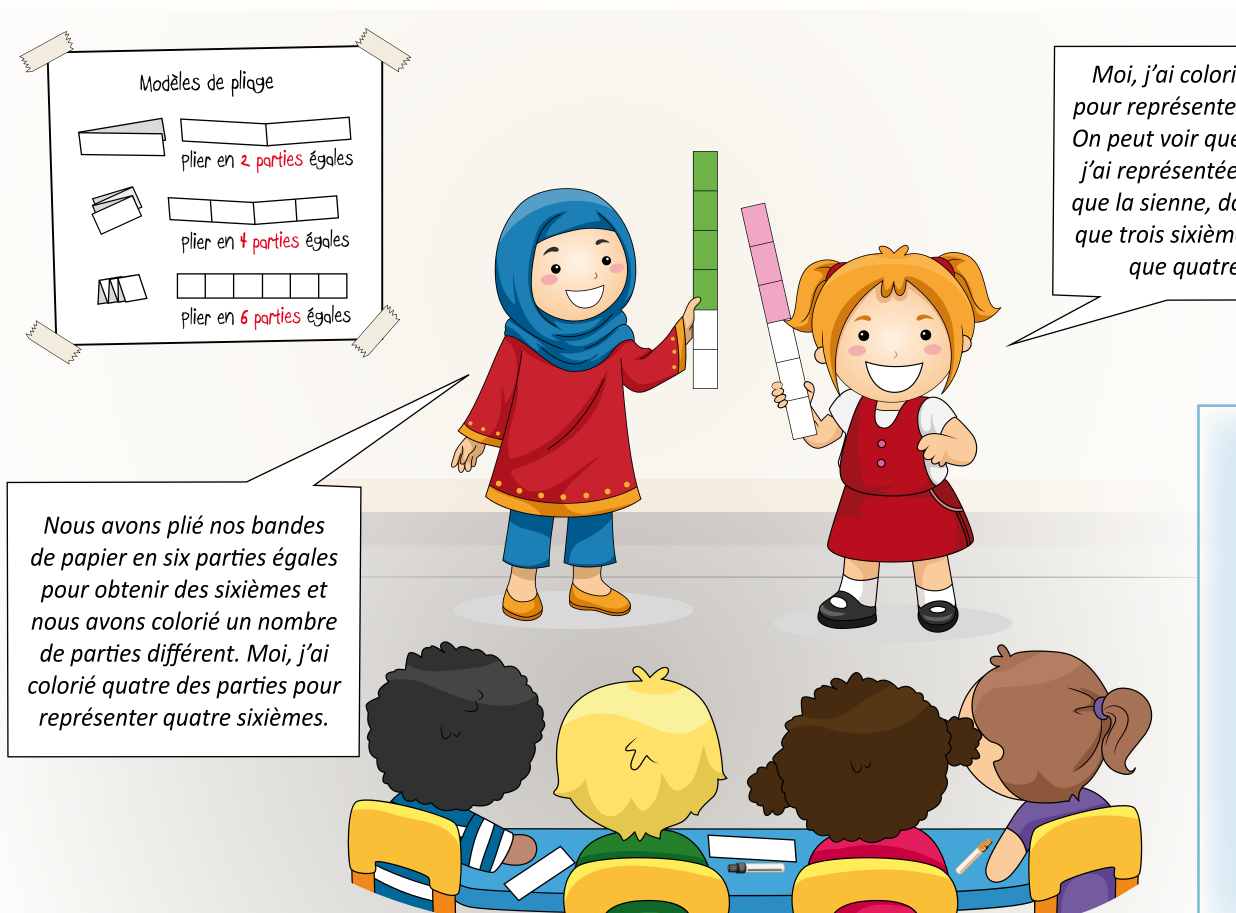
L'élève de la 3e et de la 4e années développe sa compréhension du sens de la fraction de façon formelle par l'entremise du matériel de manipulation tel que des blocs mosaïques, des réglettes, des géoplans, des bandes de papier. Il comprend qu'une fraction représente une portion d'un tout divisé en parties égales et il peut décrire des situations quotidiennes dans lesquelles on utilise des fractions telles que mesurer, cuisiner et faire du sport.

L'élève de la 3e année

- aborde le concept des fractions de façon formelle pour la première fois. Il peut représenter des fractions (portions d'un tout) de façon concrète et imagée à l'aide de modèles de mesure (longueur) tels que des droites numériques, des bandes fractionnées, des blocs de base 10 et des modèles de région tels que des cercles, des rectangles et des arrangements rectangulaires;
- nomme et note des fractions représentées de façon **concrète** et **imagée**;
- comprend que le dénominateur (le nombre au-dessous de la ligne) indique l'unité fractionnaire et que le numérateur (le nombre au-dessus de la ligne) indique le nombre d'unités fractionnaires;
- compte par fraction unitaire en mettant l'accent sur le rôle de l'unité fractionnaire, p. ex. : 1 un quart, 2 un quart, 3 un quart, 4 un quart;
- décompose des fractions, p. ex. :
    - la fraction 2 quarts peut être décomposée en 1 quart et 1 quart;
    - la fraction 3 quarts peut être décomposée en 1 quart et 2 quarts ou en un quart, un quart et un quart.
- compare des fractions ayant un dénominateur commun à l'aide de modèles en découpant, pliant, dessinant un même tout en parties égales.

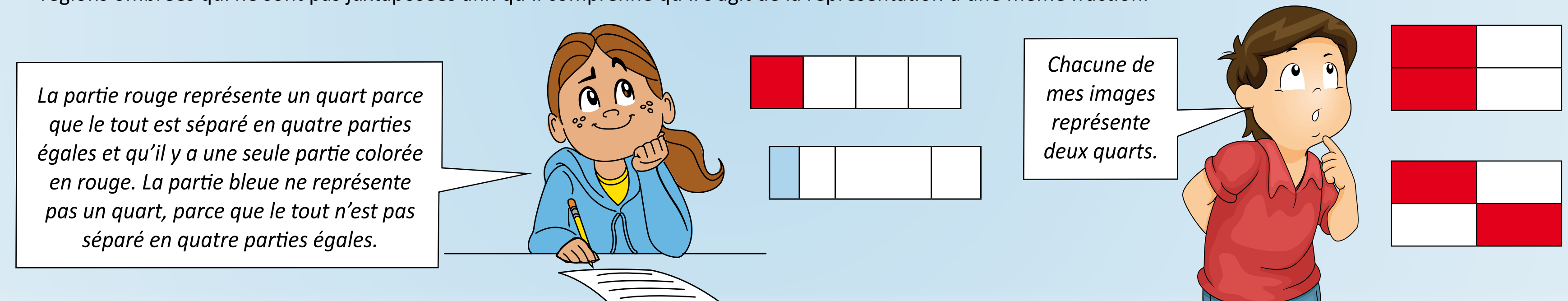






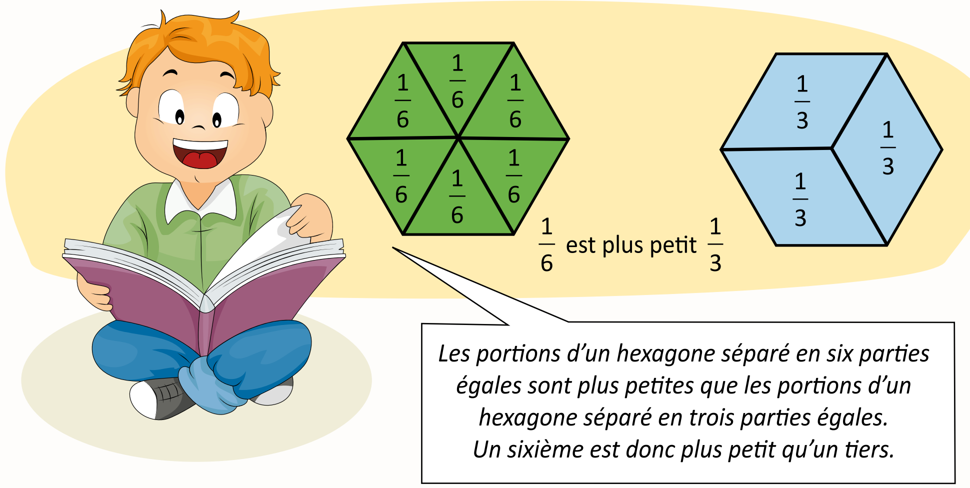
À noter : L'élève ne prête pas toujours suffisamment attention au fait que toutes les parties du tout doivent être égales. Et il n'est pas toujours conscient du fait que l'emplacement des régions ombrées n'a pas d'impact sur la fraction qu'elles représentent. Il est donc essentiel de lui fournir plusieurs occasions de manipuler et représenter des

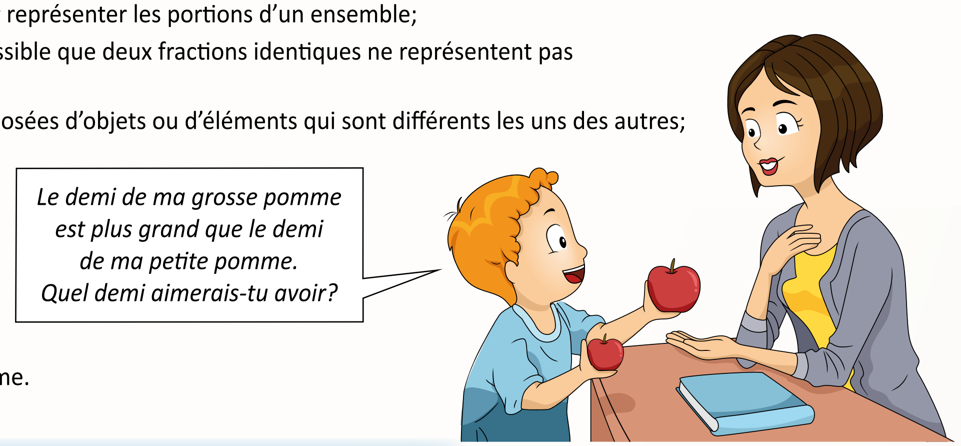
- touts divisés également et inégalement afin qu'il comprenne mieux le concept de parties égales;
- régions ombrées qui ne sont pas juxtaposées afin qu'il comprenne qu'il s'agit de la représentation d'une même fraction.



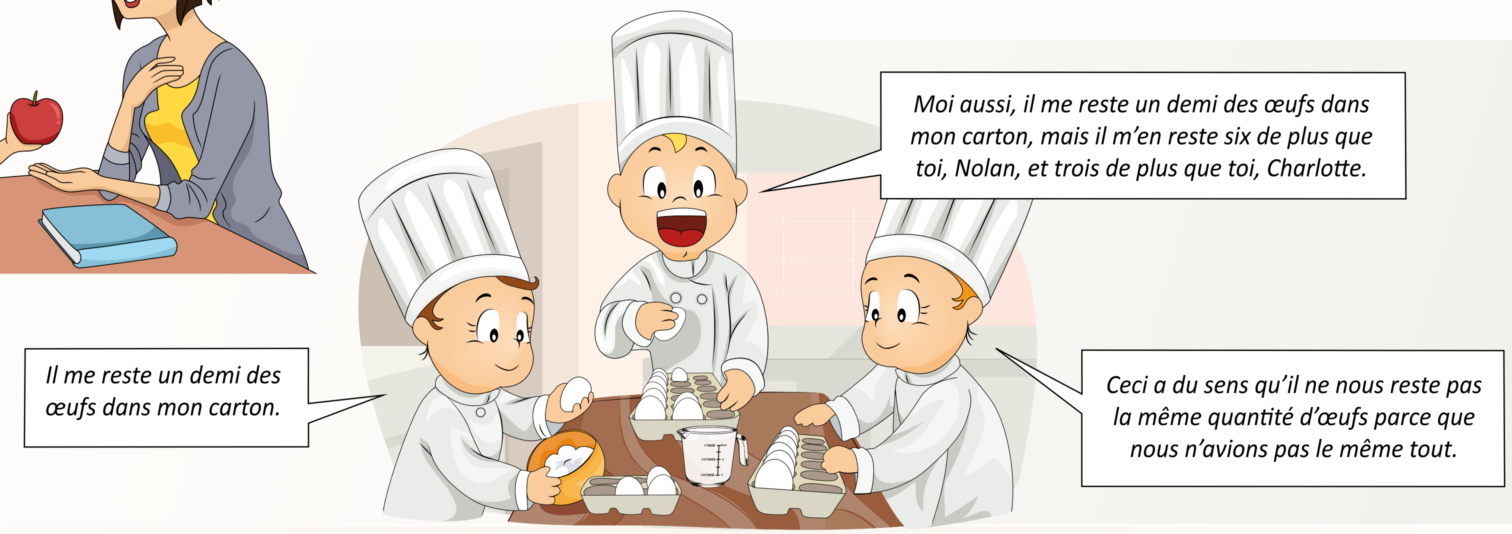
L'élève de la 4^e^ année

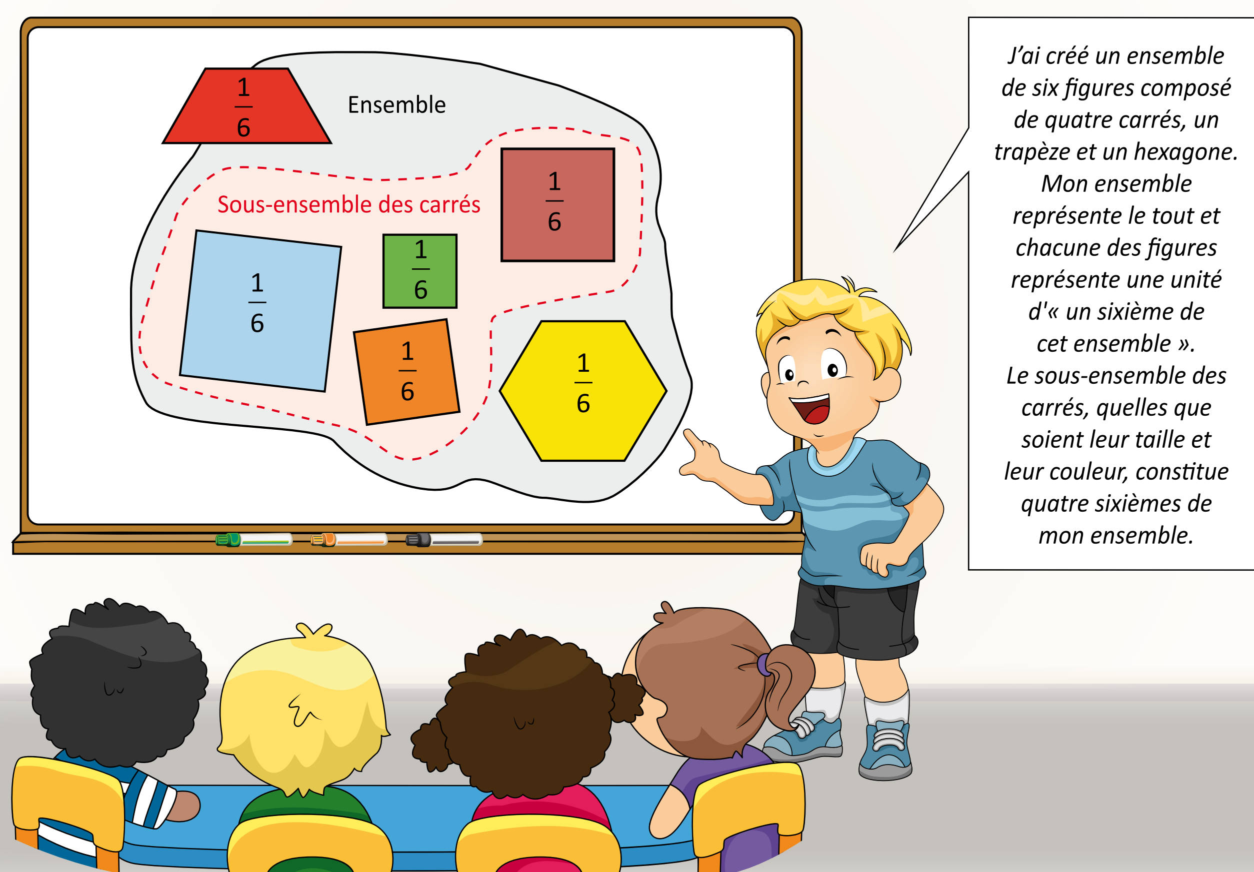
- continue à approfondir sa compréhension des fractions inférieures ou égales à 1 de façon **concrète** et **imagée**;
- comprend que l'unité fractionnaire détermine la grandeur de chacune des portions d'un même tout. Cette réalisation est un précurseur à la compréhension du concept des fractions équivalentes qui est abordé en 5^e^ année;
- explique comment les dénominateurs peuvent être utilisés pour comparer et ordonner des fractions unitaires;
- nomme et ordonne des fractions de même numérateur en les plaçant sur une droite numérique horizontale ou verticale qui comporte des points de repère;
- identifie lequel des points de repère 0, 1/2 ou 1 est le plus proche d'une fraction;
- aborde le modèle de l'ensemble de **façon formelle** pour la première fois. Il peut représenter une fraction d'un ensemble de façon **concrète** et **imagée** ainsi que la nommer et la noter;
- fournit des exemples de situations dans lesquelles on utilise des fractions pour représenter les portions d'un ensemble;
- modélise et explique que, pour différents ensembles ou selon le tout, il est possible que deux fractions identiques ne représentent pas la même quantité;
- comprend que les parties d'un ensemble (sous-ensembles) peuvent être composées d'objets ou d'éléments qui sont différents les uns des autres;
- comprend qu'une fraction peut être composée et décomposée, p. ex. :
  - 2 quarts peuvent être décomposés en 1 quart et 1 quart;
  - 3 quarts peuvent être décomposés en 1 quart et 2 quarts ou en 1 quart, 1 quart et 1 quart;
  - 1 quart et 1 quart font 2 quarts;
  - 3 quarts moins 1 quart donne 2 quarts.
- établit le lien entre les nombres décimaux finis et les fractions jusqu'au centième.



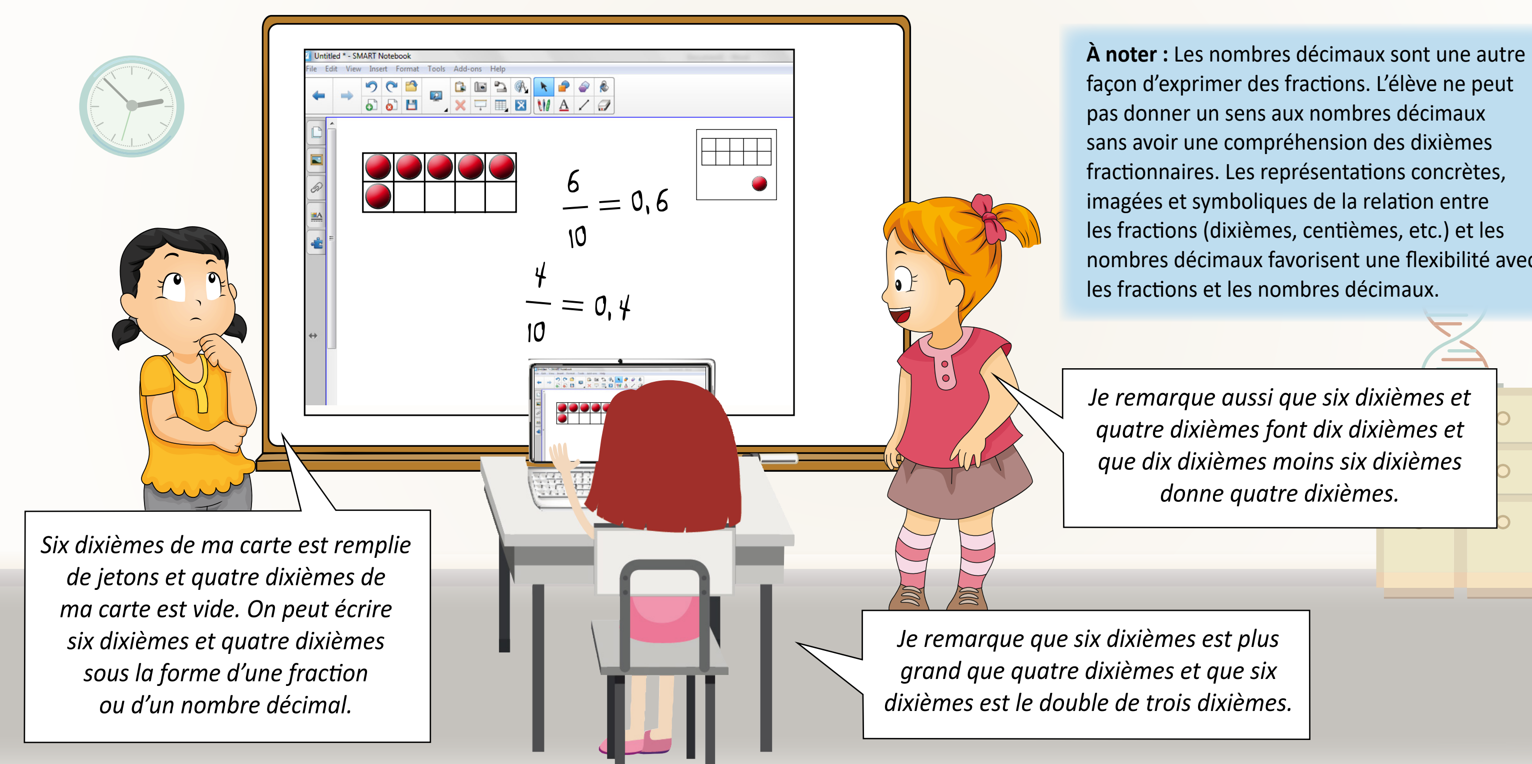


À noter : Les modèles d'ensemble sont difficiles à comprendre, car ils demandent à l'élève de considérer un ensemble d'objets comme un tout alors que chacune de ses composantes n'est pas identique et que les caractéristiques ne sont pas prises en considération.





À noter : Les nombres décimaux sont une autre façon d'exprimer des fractions. L'élève ne peut pas donner un sens aux nombres décimaux sans avoir une compréhension des dixièmes fractionnaires. Les représentations concrètes, imagées et symboliques de la relation entre les fractions (dixièmes, centièmes, etc.) et les nombres décimaux favorisent une flexibilité avec les fractions et les nombres décimaux.



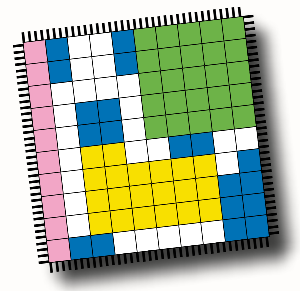
PROGRESSION DES APPRENTISSAGES - DÉVELOPPEMENT DU SENS DE LA FRACTION

5e année et 6e année

L'élève de la 5e et de la 6e années applique ses connaissances et son sens des fractions pour développer sa compréhension des fractions équivalentes (5e année) et des fractions supérieures à 1 (6e année). Comme en 3e et en 4e années, il développe cette compréhension par l'entremise de matériel de manipulation tel que des blocs mosaïques, des réglettes, des géoplans, des bandes de papier, etc., et d'une variété de modèles tels que des modèles d'aire ou surface, de longueur et d'ensemble.

L'élève de la 5e année

- aborde le concept de fractions équivalentes de façon formelle pour la première fois. Il peut représenter des fractions équivalentes de façon **concrète** et **imagée,** et expliquer pourquoi plusieurs fractions sont équivalentes;
- comprend que plusieurs fractions peuvent représenter la même portion d'un tout et il peut :
  - nommer une quantité fractionnaire de plus d'une façon;
  - déterminer si deux fractions sont équivalentes;
  - créer des ensembles de fractions équivalentes;
  - expliquer pourquoi il existe plusieurs fractions équivalentes à une fraction;
  - formuler et vérifier une règle pour créer un ensemble de fractions équivalentes et identifier des fractions équivalentes à une fraction;
  - comparer deux fractions ayant des dénominateurs différents en créant des fractions équivalentes.
- place des fractions ayant des dénominateurs communs ou des dénominateurs différents sur une droite numérique horizontale ou verticale, et explique les stratégies utilisées pour les ordonner;
- établit le lien entre les nombres décimaux finis et les fractions jusqu'au millième.

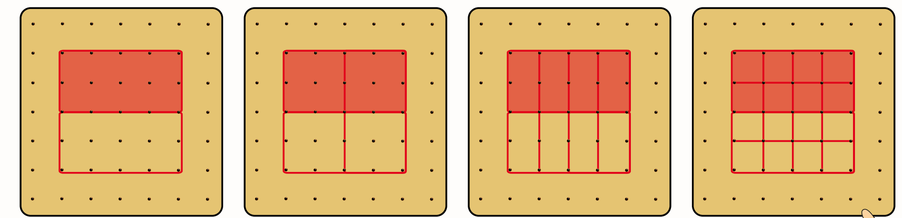


$0{,}25$ ou $\frac{25}{100}$ ou $\frac{1}{4}$ de la couverture est verte.

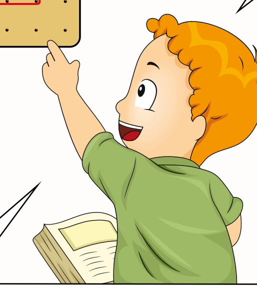
$0{,}1$ ou $\frac{10}{100}$ ou $\frac{1}{10}$ de la couverture est rose.

$0{,}2$ ou $\frac{20}{100}$ ou $\frac{2}{10}$ ou $\frac{1}{5}$ de la couverture est jaune.

$0{,}17$ ou $\frac{17}{100}$ de la couverture est bleue.



$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{4}{8}$ $\frac{8}{16}$



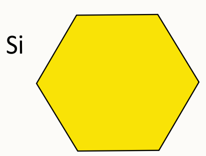
J'ai tracé quatre rectangles congruents sur du papier isométrique. J'ai divisé chacun des rectangles en unités fractionnaires différentes, soit des demis, des quarts, des huitièmes et des seizièmes. J'ai colorié une portion identique de chacun des rectangles pour représenter des quantités fractionnaires qui sont équivalentes.

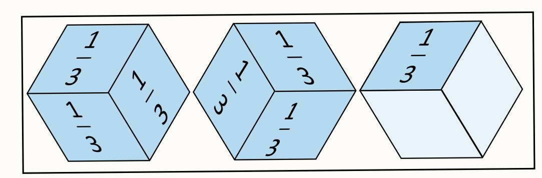
Mon image démontre qu'un demi, deux quarts, quatre huitièmes et huit seizièmes sont des fractions équivalentes.

À noter : Pour développer sa compréhension du concept de fractions équivalentes et être en mesure de comparer des fractions de même dénominateur ou de dénominateurs différents, l'élève de la 5e année doit comprendre que le nombre de portions d'un tout détermine la grandeur de chacune des portions. Par exemple, il réalise que les portions d'un hexagone séparé en 6 parties égales sont plus petites que les portions d'un hexagone séparé en 4 parties égales et que les quarts sont plus grands que les sixièmes.

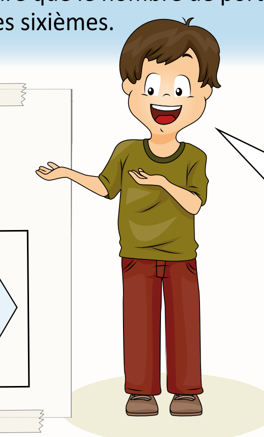
L'élève de la 6e année

- établit le lien entre les fractions impropres et les nombres fractionnaires en démontrant à l'aide de modèles qu'une fraction impropre représente un nombre supérieur à 1;
- exprime des fractions impropres sous forme de nombres fractionnaires et vice versa;
- explique les stratégies utilisées pour ordonner les fractions d'un ensemble comprenant des nombres fractionnaires et des fractions impropres;
- aborde la notion de rapport pour la première fois. Il peut :
  - modéliser un rapport de façon **concrète** et **imagée** et les noter de plusieurs façons **symboliques** telles que 3 : 5; $\frac{3}{5}$ ou un rapport de 3 à 5;
  - identifier et décrire l'utilisation de rapports dans la vie quotidienne;
  - expliquer les rapports partie-à-tout ou partie-à-partie dans un ensemble.

Si  est le tout, la représentation de sept tiers ou deux et un tiers est :

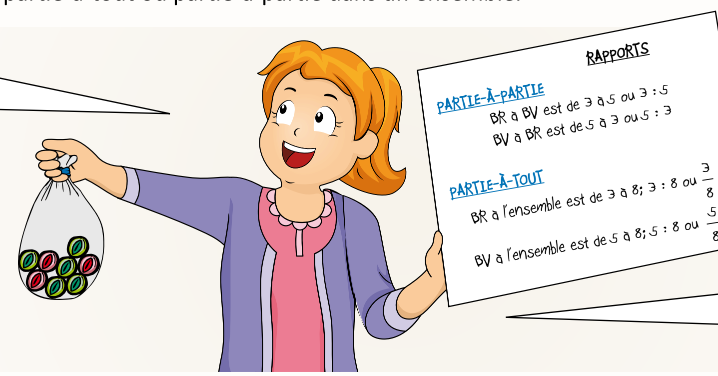


$\frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$



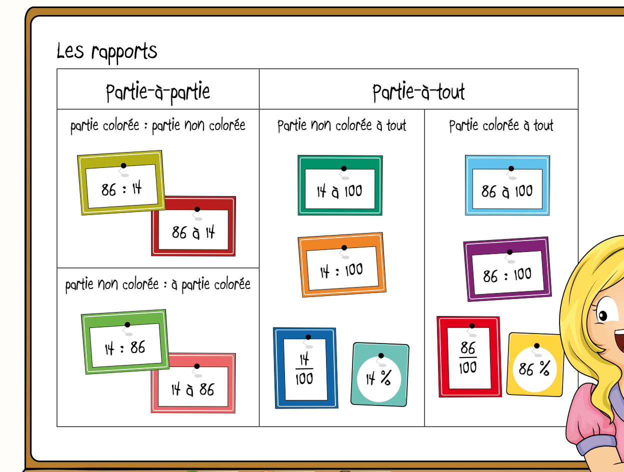
L'hexagone représente mon tout et chacun des losanges représente le tiers de l'hexagone. Si j'ai sept losanges, j'ai sept unités de un tiers ou deux touts et un tiers de l'autre tout, c'est-à-dire que j'ai sept tiers ou deux et un tiers.

Le rapport partie-à-partie des billes rouges aux billes vertes est de trois à cinq. Celui des billes vertes aux billes rouges est de cinq à trois. Ces rapports ne peuvent pas être notés sous forme fractionnaire.



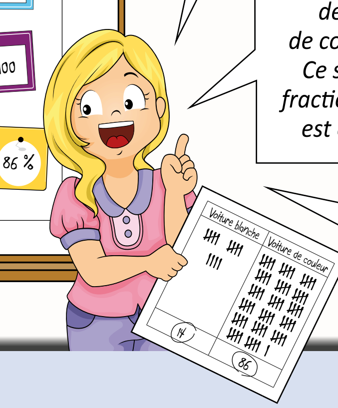
Le rapport partie-à-tout des billes rouges à l'ensemble des billes est de trois à huit ou trois huitièmes. Celui des billes vertes à l'ensemble des billes est de cinq à huit ou cinq huitièmes. Ces rapports peuvent être notés sous forme fractionnaire.

- comprend que toutes les fractions sont des rapports à deux termes (partie-à-tout) dont le premier terme est représenté par le numérateur et le deuxième terme est représenté par le dénominateur, mais que tous les rapports (partie-à-partie) ne sont pas des fractions;
- modélise un pourcentage de façon **concrète** ou **imagée** et l'exprime de façon **symbolique** sous forme de fraction et de nombre décimal;
- comprend qu'un pourcentage est aussi un rapport à deux termes, c'est-à-dire une fraction dont le dénominateur est toujours égal à 100.



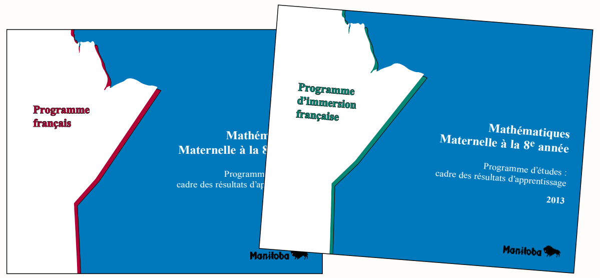
Kara dit que les voitures blanches sont les plus populaires. J'ai fait une enquête pour déterminer si c'est bien le cas. Lors de mon enquête, j'ai noté la fréquence de la couleur de cent voitures qui se trouvaient dans le stationnement de notre centre commercial.

Selon mes données, le rapport des voitures blanches à l'ensemble des voitures est de quatorze à cent et le rapport des voitures de couleur à l'ensemble des voitures est de quatre-vingt-six à cent. Ce sont des rapports partie-à-tout que je peux noter sous forme fractionnaire. Comme le deuxième terme de chacun de ces rapports est cent, je peux aussi les noter sous la forme d'un pourcentage.



Selon mes données, les voitures blanches sont moins populaires que les voitures de couleur et il est très peu probable qu'on retrouve plus de voitures blanches que de voitures de couleur dans un autre secteur du stationnement.

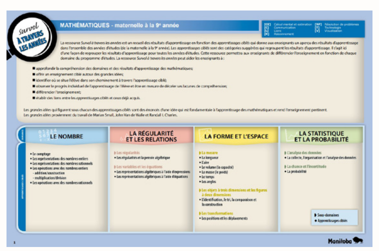
Le but premier de toute évaluation est d'améliorer l'apprentissage pour aider l'élève à devenir un apprenant autonome. Il s'agit d'un processus visant à recueillir et à interpréter des renseignements qui reflètent avec le plus d'exactitude possible l'apprentissage de l'élève en fonction des connaissances, des habiletés et des processus mathématiques énoncés dans le programme d'études de mathématiques et leurs applications.



Programme d'études: cadre des résultats d'apprentissage 2013

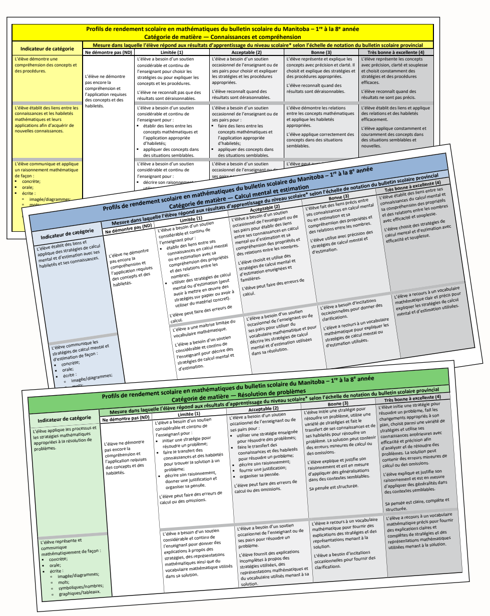
Programme français : www.edu.gov.mb.ca/m12/frpub/ped/ma/cadre_m-8/index.html
Programme d'immersion : www.edu.gov.mb.ca/m12/frpub/ped/ma/cadre_m-8_imm/docs/document_complet.pdf

Survol Mathématiques 6e année
Programme français : www.edu.gov.mb.ca/m12/progetu/survol/docs/math/ma_6e_fl1.pdf
Programme d'immersion : www.edu.gov.mb.ca/m12/progetu/survol/docs/math/ma_6e_fl2.pdf



Survol à travers les années, Mathématiques, maternelle à la 9e année
https://www.edu.gov.mb.ca/m12/frpub/ped/gen/survol_reference/survol_annees/index.html

Profils de rendement scolaire en mathématiques du bulletin scolaire du Manitoba - 1re à la 8e année
https://www.edu.gov.mb.ca/m12/eval/bulletin_scolaire/notation/profils.html

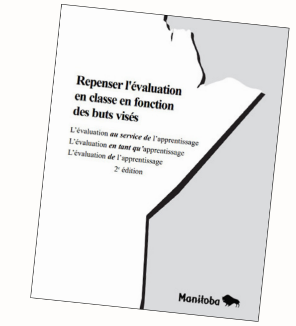


Les pratiques évaluatives peuvent avoir différentes fonctions :

- une fonction formatrice, l'évaluation « en tant qu'apprentissage »;
- une fonction formative, l'évaluation « au service de l'apprentissage »;
- une fonction sommative, l'évaluation « de l'apprentissage ».

L'évaluation « **en tant qu'apprentissage** » permet à l'élève de développer son autonomie en suivant son propre progrès et en déterminant les prochaines étapes, en plus de réfléchir sur son raisonnement et son apprentissage. De nature formatrice, elle met l'accent sur le rôle de l'élève comme acteur de premier plan dans l'établissement des liens entre l'évaluation et l'apprentissage. Quand l'élève agit comme évaluateur actif, engagé et critique, il donne un sens aux contenus d'apprentissage, les relie à ce qu'il connaît déjà et s'en sert pour apprendre davantage.

Repenser l'évaluation en classe en fonction des buts visés
L'évaluation au service de l'apprentissage, L'évaluation en tant qu'apprentissage, L'évaluation de l'apprentissage, 2e édition https://www.edu.gov.mb.ca/m12/frpub/me/docs/repenser_eval/docs/document_complet.pdf



Dans le cadre de l'évaluation « **au service de l'apprentissage** », l'enseignant observe et documente concrètement l'apprentissage de l'élève et lui fournit une rétroaction précise et constructive qui vise à lui permettre de s'améliorer. De nature formative, elle procure à l'enseignant des informations lui permettant de poser un diagnostic sur la progression des apprentissages de l'élève et ainsi de prendre des décisions pédagogiques quant à la démarche appropriée à entreprendre.

De nature sommative, « **l'évaluation de l'apprentissage** » sert à confirmer ce que l'élève sait et ce qu'il sait faire, à montrer le degré de maîtrise des apprentissages visés, et ce, à différentes étapes au courant de l'année scolaire. Elle fournit de l'information fiable permettant de prendre des décisions importantes liées au cheminement de l'élève. Le ministère de l'Éducation du Manitoba exige que le bulletin scolaire soit complet et rédigé en langage clair afin que les familles puissent bien comprendre les renseignements communiqués.

Quelle que soit sa fonction, qu'elle soit spontanée ou ciblée, toute évaluation exige une planification de la part de l'enseignant afin que celle-ci lui serve d'outil d'investigation pour déterminer non seulement ce que l'élève sait, mais également quand et comment il met ses savoirs en application. Elle sert également à recueillir des preuves d'apprentissage afin de vérifier ce que l'élève comprend et d'informer l'enseignant quant aux ajustements qu'il doit apporter à son enseignement pour favoriser le développement de l'autonomie chez l'élève et son apprentissage.

La collecte de renseignements peut se faire de façon formelle ou non formelle dans différents contextes. L'enseignant utilise une variété de stratégies afin de susciter et de recueillir des preuves d'apprentissage.

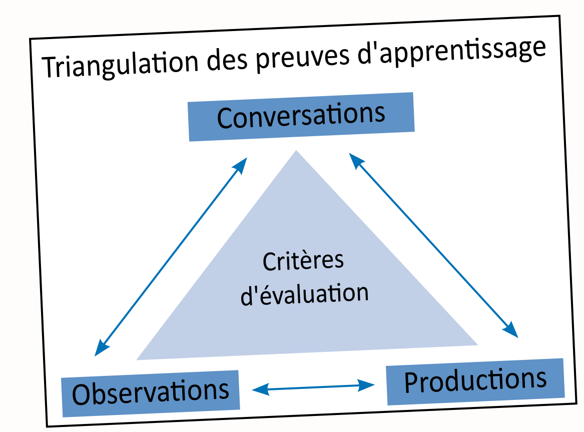
Ces stratégies permettent d'obtenir des preuves d'apprentissage par triangulation, c'est-à-dire en :

- observant ce que fait l'élève, la façon dont il apprend, démontre et applique ses connaissances tout au long du processus enseignement-apprentissage;
- planifiant des conversations avec l'élève afin de lui fournir des occasions qui lui permettent d'expliquer son raisonnement mathématique et de l'approfondir;
- diversifiant les façons dont l'élève peut communiquer ses apprentissages en lui offrant la possibilité de choisir lui-même les représentations concrètes, imagées ou symboliques qui reflètent le mieux son raisonnement.

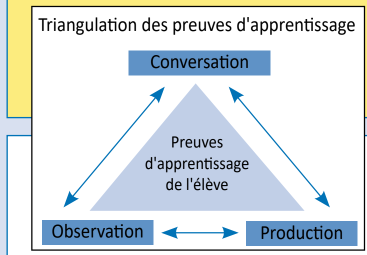
Une preuve d'apprentissage peut prendre plusieurs formes permettant ainsi à l'élève de démontrer de multiples façons ce qu'il a appris et ce qu'il peut accomplir.

Les preuves d'apprentissage permettent, entre autres :

- de vérifier si l'élève a acquis les apprentissages visés en mathématiques;
- de porter un jugement professionnel éclairé au sujet de l'apprentissage de l'élève en fonction des grandes idées mathématiques;
- d'ajuster le processus enseignement-apprentissage selon le profil de l'élève;
- d'offrir une rétroaction descriptive le plus rapidement possible.



APERÇU DE L'ÉVALUATION DES APPRENTISSAGES



CONNAISSANCES ET COMPRÉHENSION (CC)

Profils de rendement scolaire en mathématiques du bulletin scolaire du Manitoba : https://www.edu.gov.mb.ca/m12/eval/bulletin_scolaire/notation/docs/math_conn_comp.pdf

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE EN LIEN AVEC LE QUESTIONNEMENT

7.N.5. Démontrer une compréhension de l'addition et de la soustraction de fractions positives et de nombres fractionnaires positifs, avec ou sans dénominateurs communs, de façon concrète, imagée et symbolique (se limiter aux sommes et aux différences positives). [C, CE, L, R, RP, V]

CE QU'ON ÉVALUE

L'élève peut-il :

- déterminer la somme et la différence de deux nombres fractionnaires dont les dénominateurs sont différents de façon concrète, imagée et symbolique;
- faire des liens entre les modes de représentation;
- communiquer clairement son raisonnement en utilisant un vocabulaire mathématique précis;
- démontrer une flexibilité et une souplesse dans la façon dont il effectue une addition et une soustraction comprenant des nombres fractionnaires;
- établir des liens entre ses connaissances et ses habiletés mathématiques et leur application afin d'effectuer une addition et une soustraction comprenant des nombres fractionnaires?

LA QUESTION

Évalue les expressions suivantes de façon concrète, imagée et symbolique.

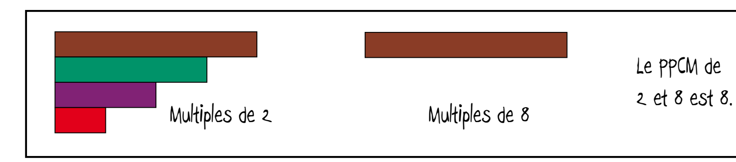
$3\frac{1}{2}+1\frac{5}{8}$ $\quad$ $3\frac{1}{2}-1\frac{5}{8}$

Montre ton travail et assure-toi de communiquer ton raisonnement en expliquant chacune des étapes de façon claire et précise.

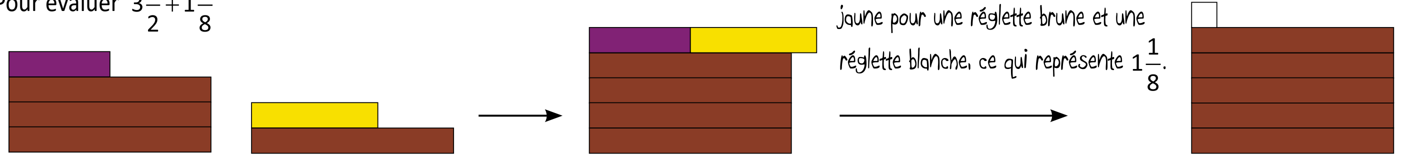
LA SOLUTION DE L'ÉLÈVE - EXEMPLE DE PRODUITS

J'ai utilisé des réglettes pour démontrer de façon concrète comment je peux évaluer les expressions et un modèle de région pour le démontrer de façon imagée. Je l'ai aussi démontré de façon symbolique.

Comme le PPCM ou le plus petit dénominateur commun de $3\frac{1}{2}$ et de $1\frac{5}{8}$ est 8, j'ai utilisé la réglette brune pour représenter le tout.



Pour évaluer $3\frac{1}{2}+1\frac{5}{8}$



J'ai utilisé

- 3 réglettes brunes et une réglette mauve pour représenter le nombre fractionnaire $3\frac{1}{2}$ ou $3\frac{4}{8}$;
- 1 réglette brune et une réglette jaune pour représenter le nombre fractionnaire $1\frac{5}{8}$.

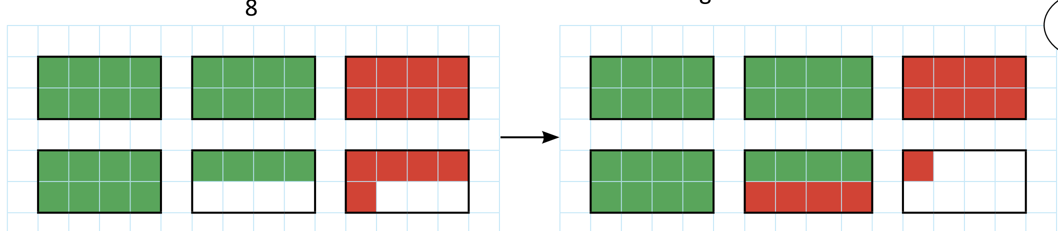
J'ai regroupé

- les 4 réglettes brunes;
- la réglette mauve et la réglette jaune, ce qui représente la fraction impropre $\frac{9}{8}$.

J'ai obtenu $4\frac{9}{8}$.

J'ai échangé les réglettes mauve et jaune pour une réglette brune et une réglette blanche, ce qui représente $1\frac{1}{8}$.

J'ai obtenu 5 réglettes brunes et une réglette blanche, ce qui représente une somme de $5\frac{1}{8}$.



J'ai représenté en vert ce que j'avais au départ, soit $3\frac{1}{2}$ ou $3\frac{4}{8}$ et en rouge ce que j'ai ajouté, soit $1\frac{5}{8}$.

J'ai redistribué $\frac{4}{8}$ des $\frac{5}{8}$ représentés en rouge en les déplaçant vers les $\frac{4}{8}$ représentés en vert.

Ma représentation imagée démontre que $3\frac{1}{2}+1\frac{5}{8}=5\frac{1}{8}$.

$\frac{1}{2}\times\frac{2}{2}=\frac{4}{8}$

$3\frac{1}{2}+1\frac{5}{8}$

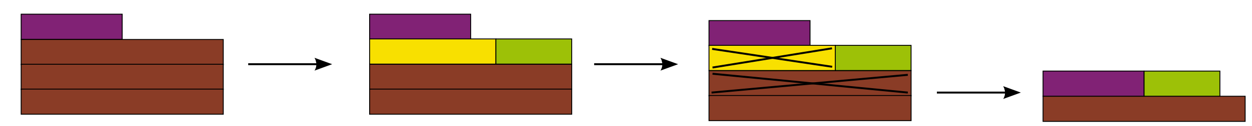
$3\frac{4}{8}+1\frac{5}{8}$ $\quad$ $\frac{4+1}{8}$

$3\frac{4}{8}+1\frac{4+1}{8}$

$3+1+1+\frac{1}{8}$

$5\frac{1}{8}$

Pour évaluer $3\frac{1}{2}-1\frac{5}{8}$

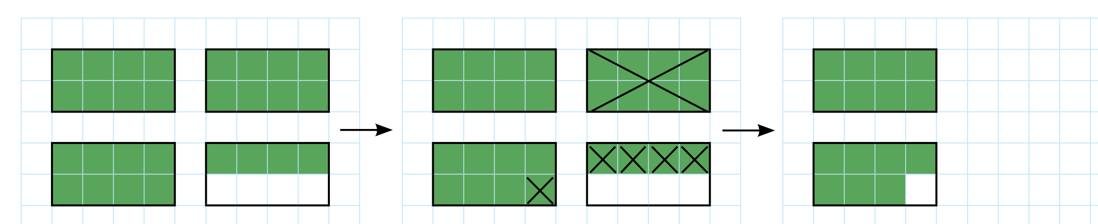


J'ai utilisé 3 réglettes brunes et une réglette mauve pour représenter ce que j'avais $3\frac{1}{2}$ ou $3\frac{4}{8}$.

Pour pouvoir enlever $1\frac{5}{8}$ de $3\frac{4}{8}$, j'ai échangé une réglette brune pour une réglette jaune et une réglette vert lime.

Puis j'ai enlevé $1\frac{5}{8}$, c'est-à-dire une réglette brune et la réglette jaune.

Il me reste une réglette brune, une réglette mauve et une réglette vert lime, ce qui représente $1\frac{7}{8}$.



J'ai représenté en vert ce que j'avais au départ, soit $3\frac{1}{2}$ ou $3\frac{4}{8}$ ou $2\frac{12}{8}$ ou $\frac{28}{8}$.

J'ai enlevé $1\frac{5}{8}$ ou $\frac{13}{8}$ de ce que j'avais au départ.

J'ai représenté ce qui reste, suite à la soustraction, soit $1\frac{7}{8}$.

Ma représentation imagée démontre que $3\frac{1}{2}-1\frac{5}{8}=1\frac{7}{8}$.

$\frac{1}{2}\times\frac{4}{4}=\frac{4}{8}$

$3\frac{1}{2}-1\frac{5}{8}$

$2\frac{8}{8}$ $\quad$ $\cancel{3}\frac{4}{8}-1\frac{5}{8}$

$2\frac{12}{8}-1\frac{5}{8}$

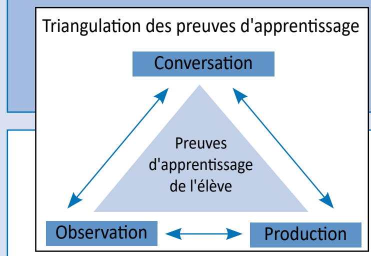
$1\frac{7}{8}$

OBSERVATIONS DE L'ENSEIGNANT

Le travail de cet élève démontre sa compréhension de l'addition et de la soustraction de nombres fractionnaires ayant des dénominateurs différents. Il communique clairement qu'un nombre et une opération peuvent être représentés de façon concrète, imagée et symbolique. De plus, il utilise un vocabulaire mathématique précis pour décrire ses étapes. L'organisation de son travail démontre des liens entre les modes de représentation.

Il démontre une souplesse avec les nombres fractionnaires, car il utilise des méthodes de calcul flexibles et efficaces qui diffèrent selon les nombres et les situations. Ces méthodes lui permettent de décomposer et de composer des nombres fractionnaires de multiples façons. Il comprend qu'un nombre fractionnaire peut avoir des représentations différentes, mais équivalentes. Il démontre une bonne compréhension des opérations d'addition et de soustraction et de leurs propriétés.

APERÇU DE L'ÉVALUATION DES APPRENTISSAGES



CALCUL MENTAL ET ESTIMATION (CE)

Profils de rendement scolaire en mathématiques du bulletin scolaire du Manitoba : https://www.edu.gov.mb.ca/m12/eval/bulletin_scolaire/notation/docs/math_cal_esti.pdf

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE EN LIEN AVEC LE QUESTIONNEMENT

7.N.5. Démontrer une compréhension de l'addition et de la soustraction de fractions positives et de nombres fractionnaires positifs, avec ou sans dénominateurs communs, de façon concrète, imagée et symbolique (se limiter aux sommes et aux différences positives). [C, CE, L, R, RP, V]

CE QU'ON ÉVALUE

L'élève peut-il :

- communiquer et appliquer des stratégies de calcul mental et d'estimation avec souplesse pour déterminer mentalement et valider la somme et la différence de deux nombres fractionnaires dont les dénominateurs sont différents;
- expliquer et justifier les stratégies de calcul mental et d'estimation utilisées en ayant recours à un vocabulaire mathématique clair et précis;
- établir des liens entre ses connaissances du calcul mental et sa compréhension des propriétés et des relations entre les nombres avec efficacité et souplesse;
- évaluer l'efficacité des stratégies de calcul mental et d'estimation utilisées?

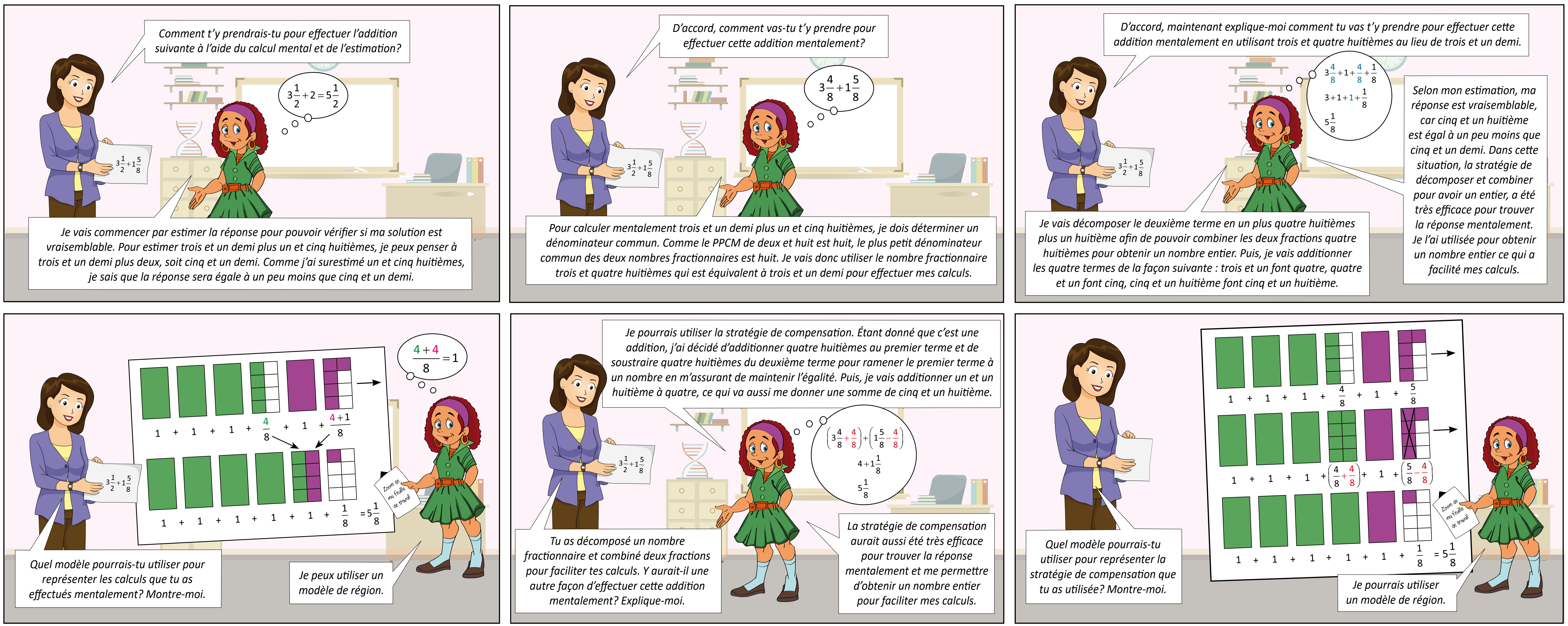
LA QUESTION

Explique comment tu effectuerais les opérations suivantes à l'aide du calcul mental et de l'estimation :

$3\frac{1}{2}+1\frac{5}{8}$ $\qquad$ $3\frac{1}{2}-1\frac{5}{8}$

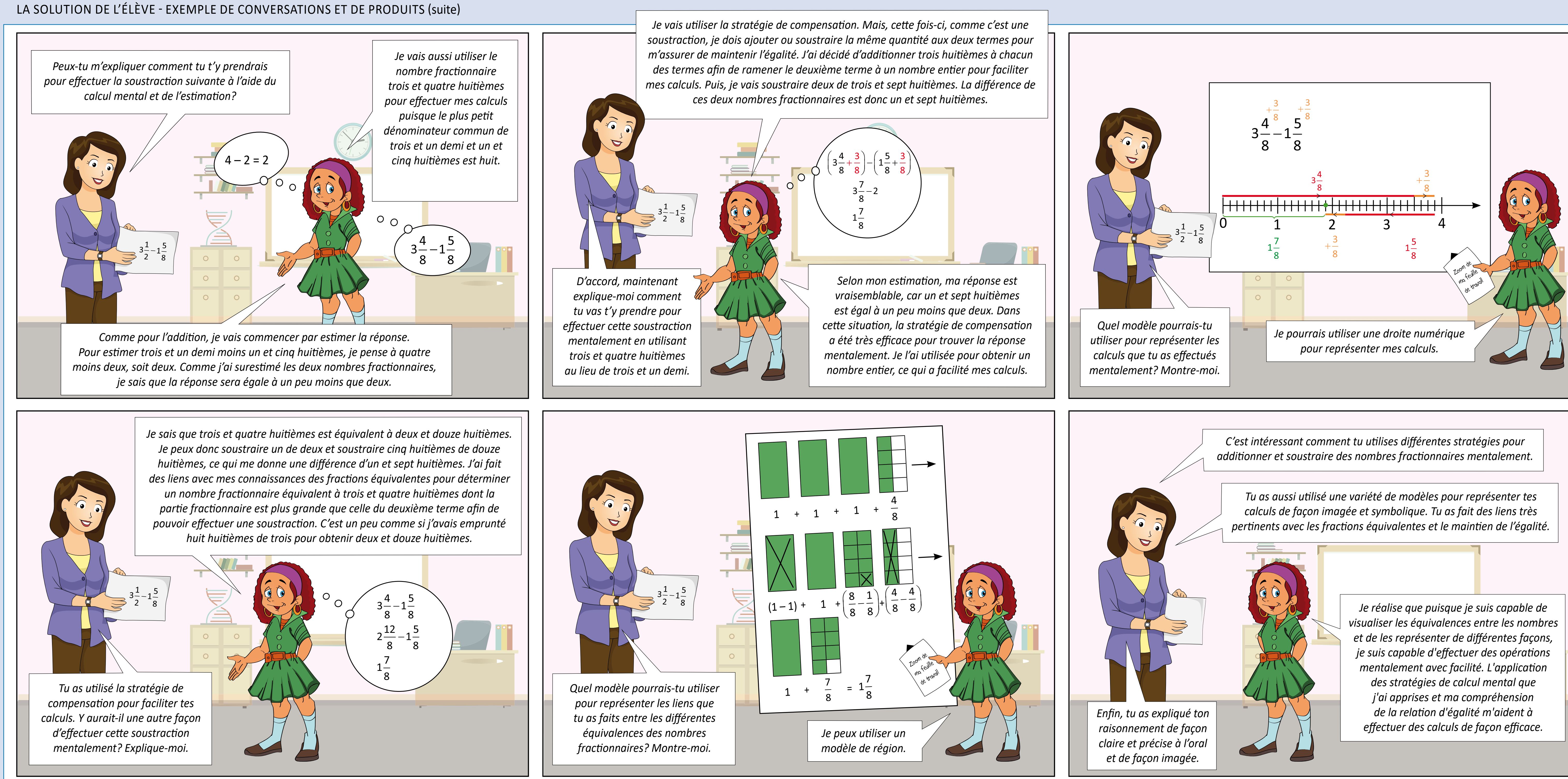
Communique ton raisonnement de façon claire et précise, et évalue l'efficacité des stratégies que tu as utilisées.

LA SOLUTION DE L'ÉLÈVE - EXEMPLE DE CONVERSATIONS ET DE PRODUITS



CALCUL MENTAL ET ESTIMATION (CE) (suite)

LA SOLUTION DE L'ÉLÈVE - EXEMPLE DE CONVERSATIONS ET DE PRODUITS (suite)



OBSERVATIONS DE L'ENSEIGNANT

Cette élève communique son raisonnement de façon claire en utilisant un vocabulaire mathématique précis pour décrire ses stratégies d'estimation et de calcul mental. Elle démontre une bonne compréhension des opérations et de leurs propriétés. Elle fait des liens entre les stratégies de calcul mental qu'elle a apprises pour effectuer des opérations sur les nombres entiers et les stratégies qu'elle utilise pour effectuer des calculs sur les nombres fractionnaires.

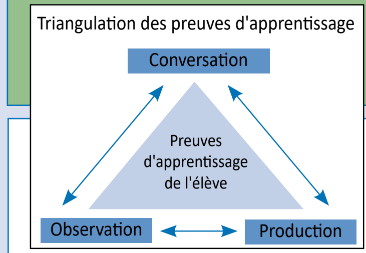
Elle démontre une souplesse avec les nombres fractionnaires en démontrant qu'un nombre fractionnaire peut avoir des représentations différentes, mais équivalentes. Elle utilise plusieurs stratégies de calcul mental et d'estimation de façon efficace.

Ses stratégies lui permettent de décomposer et de composer des nombres fractionnaires de multiples façons pour faciliter ses calculs tout en respectant le maintien de l'égalité.

Elle peut représenter son processus de calcul mental de façon imagée en utilisant divers modèles.

Enfin, elle effectue des estimations qui lui permettent de prédire et de valider les réponses obtenues lorsqu'elle fait des calculs mentalement, ce qui augmente sa capacité à détecter les erreurs quand elles se produisent.

APERÇU DE L'ÉVALUATION DES APPRENTISSAGES



RÉSOLUTION DE PROBLÈMES (RP)

Profils de rendement scolaire en mathématiques du bulletin scolaire du Manitoba : https://www.edu.gov.mb.ca/m12/eval/bulletin_scolaire/notation/docs/math_res_pro.pdf

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE EN LIEN AVEC LE QUESTIONNEMENT

7.N.5. Démontrer une compréhension de l'addition et de la soustraction de fractions positives et de nombres fractionnaires positifs, avec ou sans dénominateurs communs, de façon concrète, imagée et symbolique (se limiter aux sommes et aux différences positives). [C, CE, L, R, RP, V]

CE QU'ON ÉVALUE

L'élève peut-il :

- appliquer ses connaissances de l'addition et de la soustraction de nombres fractionnaires positifs, sans dénominateurs communs, pour résoudre un problème;
- initier une stratégie pour résoudre un problème, faire les changements appropriés à son plan, choisir parmi une variété de stratégies et utiliser ses connaissances antérieures avec efficacité et précision afin d'analyser et de résoudre des problèmes;
- fournir des explications claires et complètes des stratégies et des représentations mathématiques utilisées pour arriver à la solution en ayant recours à un vocabulaire mathématique précis;
- expliquer et justifier son raisonnement et appliquer des généralités dans des contextes semblables?

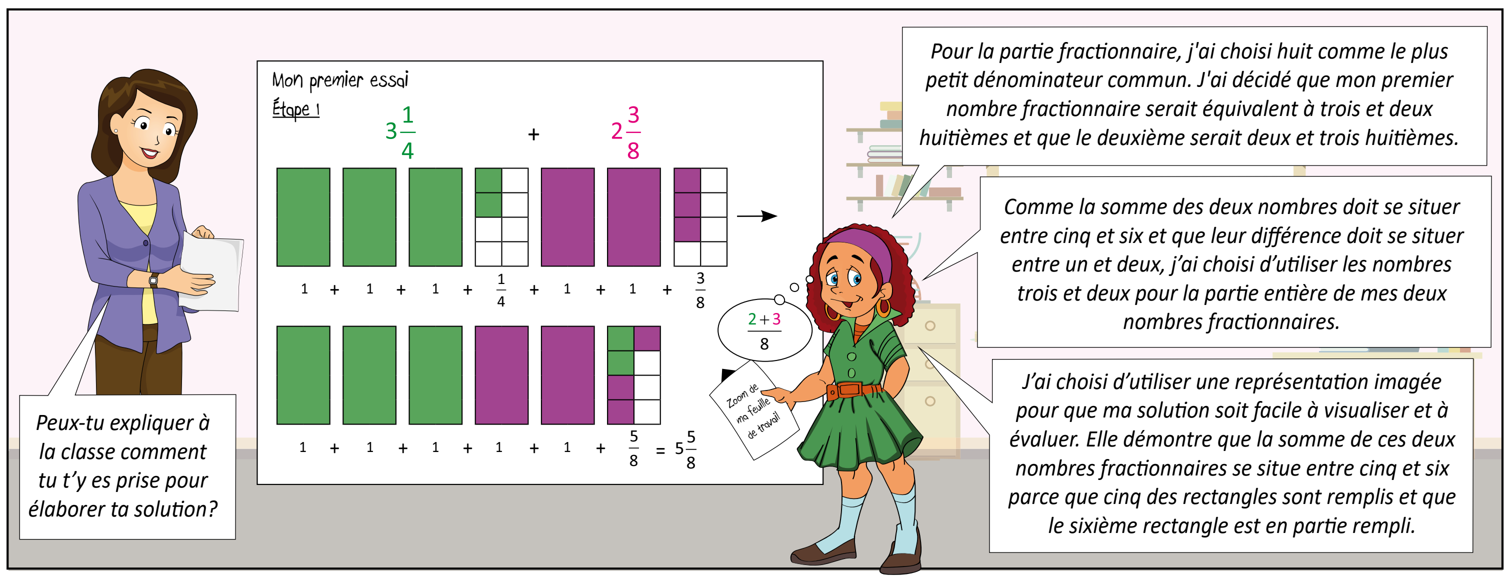
LA QUESTION

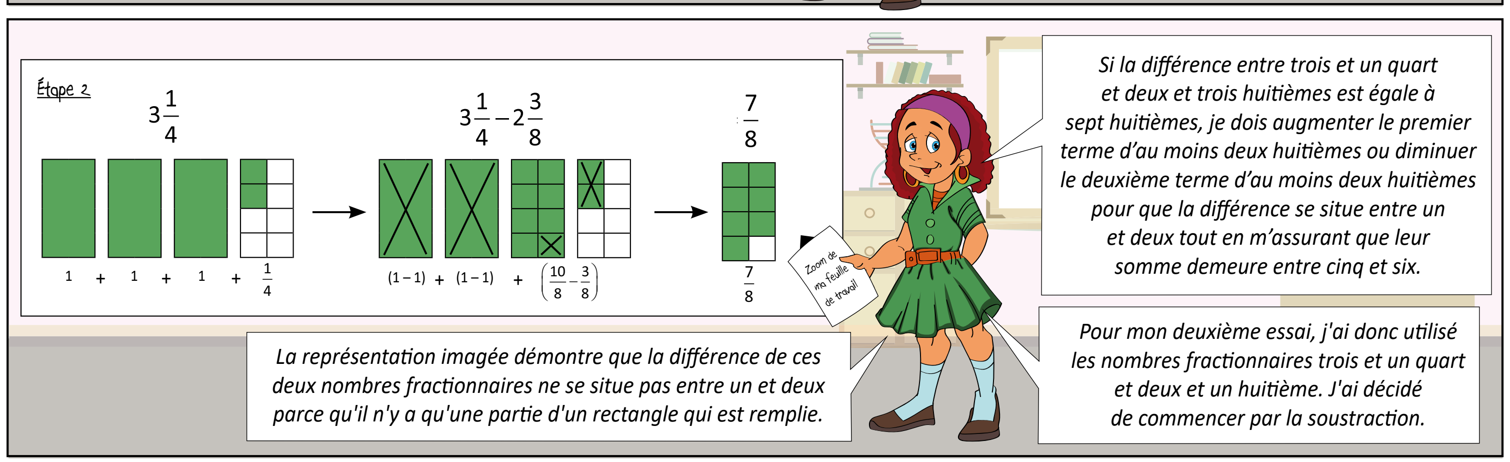
Deux nombres fractionnaires ont des dénominateurs différents. Leur somme se situe entre 5 et 6 et leur différence entre 1 et 2.

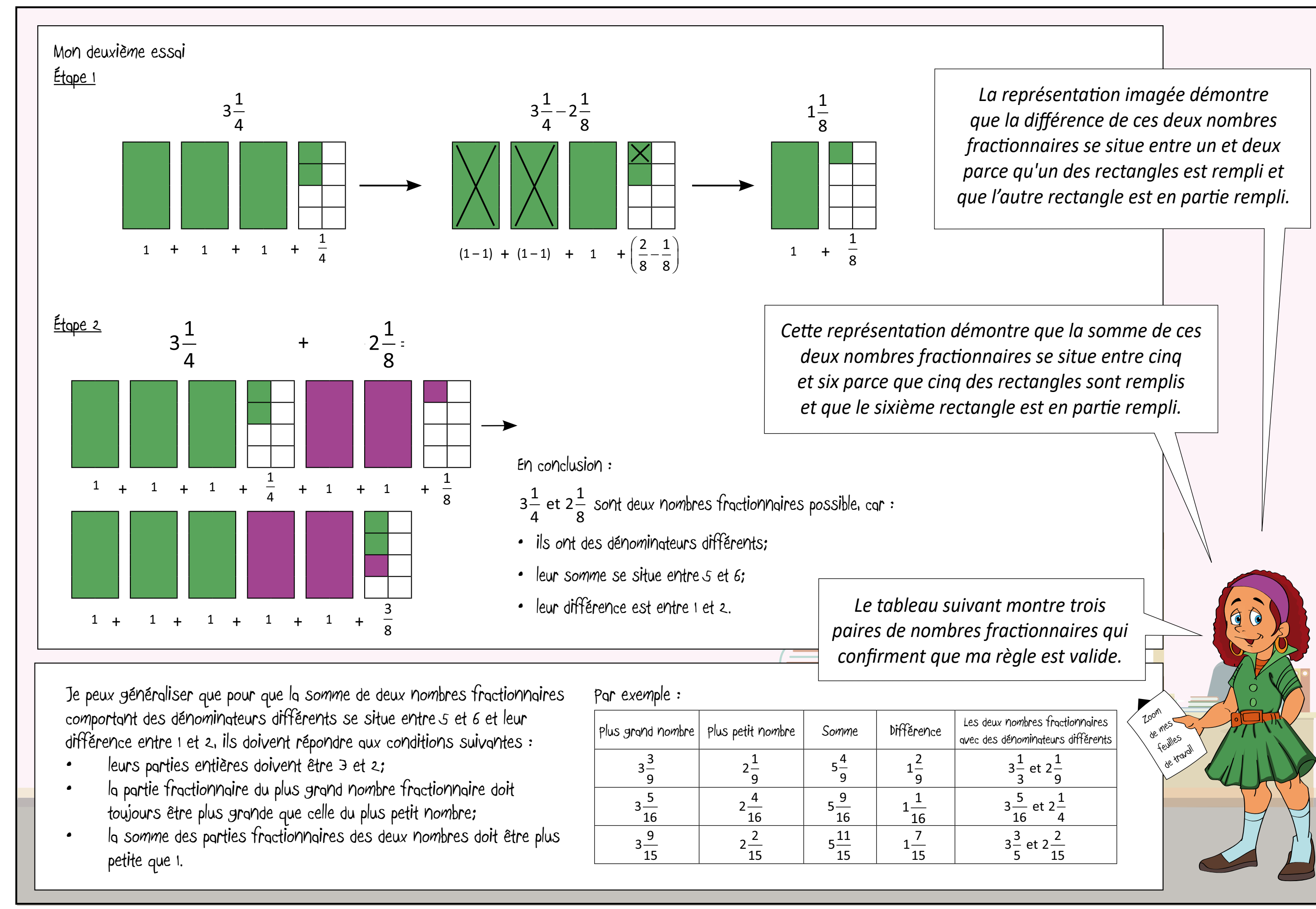
Quels peuvent être ces deux nombres fractionnaires? Justifie ta solution en utilisant le mode de ton choix. Quelle règle pourrais-tu généraliser à partir de ta solution pour déterminer d'autres solutions possibles?

Montre tous tes essais et communique ton raisonnement de façon claire et précise.

LA SOLUTION DE L'ÉLÈVE - EXEMPLE DE PRODUITS







OBSERVATIONS DE L'ENSEIGNANT

Cette élève a appliqué ses connaissances de l'addition et de la soustraction de nombres fractionnaires positifs et des relations entre les nombres pour élaborer sa solution. Elle a démontré avoir compris le problème en étant capable de généraliser une règle qui lui a permis de déterminer d'autres paires de nombres fractionnaires qui répondaient aux critères de ce problème.

Elle a travaillé à rebours en déterminant la partie entière des deux nombres fractionnaires qu'elle a utilisés pour son premier essai et en appliquant ses connaissances des multiples et des fractions équivalentes pour déterminer leur partie fractionnaire. Elle a procédé par essai et erreur en déterminant une paire de nombres pour son premier essai, en analysant les résultats de ce premier essai et en ajustant l'un des nombres fractionnaires pour son deuxième essai.

Elle a fourni des explications claires et complètes de son raisonnement à l'oral en ayant recours à un vocabulaire mathématique précis. De plus, les représentations imagées et symboliques illustrent clairement son processus de résolution de problèmes.

Références bibliographiques

ARMSTRONG, Thomas. *Seven Kinds of Smart: Identifying and Developing Your Many Intelligences,* New York, NAL-Dutton, 1993.

EDUCATION DEVELOPMENT CENTER. *SolveMe Mobiles*. http://solveme.edc.org/mobiles/ (Consulté le 11 décembre 2020).

GARNEAU, Marc, *et al. Chenelière Mathématiques 7*, Édition PONC/WNCP, Montrèal, Québec, Chenelière Éducation, 2008.

MANITOBA. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. *Mathématiques, maternelle à la 8e année, Programme d'études : cadre des résultats d'apprentissage, Programme d'immersion française,* Winnipeg, Le Ministère, 2013. Accessible en ligne : www.edu.gov.mb.ca/m12/frpub/ped/ma/cadre_m-8_imm/index.html.

MANITOBA. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. *Mathématiques, maternelle à la 8e année, Programme d'études : cadre des résultats d'apprentissage, Programme français,* Winnipeg, Le Ministère, 2013. Accessible en ligne : www.edu.gov.mb.ca/m12/frpub/ped/ma/cadre_m-8/index.html.

MANITOBA. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. *Profils de rendement scolaire en mathématiques du bulletin scolaire du Manitoba, 1re à la 8e année,* Winnipeg, Le Ministère, s. d. Accessible en ligne : https://www.edu.gov.mb.ca/m12/eval/bulletin_scolaire/notation/profils.html.

MANITOBA. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. *Survol à travers les années : mathématiques – maternelle à la 9e année,* Winnipeg, Le Ministère, 2017. Accessible en ligne : http://www.edu.gov.mb.ca/m12/frpub/ped/gen/survol_reference/survol_annees/index.html.

MANITOBA. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. « Survol : mathématiques ». https://www.edu.gov.mb.ca/m12/progetu/survol/math.html (Consulté le 11 décembre 2020).

MANITOBA. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION ET DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR. *Évaluation des compétences de base en mathématiques, en compréhension en lecture, en écriture de textes informatifs et sur l'engagement de l'élève au niveau des années intermédiaires,* Winnipeg, Le Ministère, 2015. Accessible en ligne : https://www.edu.gov.mb.ca/m12/frpub/me/enonce_pol/index.html.

MANITOBA. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION ET DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR. *Survol des programmes d'études : recueil de référence : mathématiques, sciences humaines et sciences de la nature de la 1re à la 8e année,* Winnipeg, Le Ministère, 2015. Accessible en ligne : https://www.edu.gov.mb.ca/m12/frpub/ped/gen/survol_reference/index.html.

Numeracy Learning Maps. https://www.mrlc.ca/learning-maps (Consulté le 11 décembre 2020).

SCOLAB. *Netmath*. www.netmath.ca/fr-mb/ (Consulté le 11 décembre 2020).

SMALL, Marian. *À pas de géant, 5/6,* Montréal, Québec, Groupe Modulo, 2013.

SMALL, Marian. *À pas de géant, 7/8,* Montréal, Québec, Groupe Modulo, 2014.

SMALL, Marian. *Géométrie : connaissances et stratégies,* Montréal, Québec, Groupe Modulo, 2011. (PRIME).

SMALL, Marian. *Gestion des données et probabilité: connaissances et stratégies,* Montréal, Québec, Groupe Modulo, 2013. (PRIME).

SMALL, Marian. *Mesure : connaissances et stratégies,* Montréal, Québec, Groupe Modulo, 2012. (PRIME).

SMALL, Marian. *Réduction des écarts de rendement : le sens du nombre, guide de l'animateur, 6e année,* 2010. https://assets.ctfassets.net/cfektv4t16rw/3s4cPcvlM5bZGEeybZkdBv/22d09d10d9ab3a7dcaec9bfe2b773b3d/reduction6e-module_1_guide_animateur.pdf (Consulté le 11 décembre 2020).

SMALL, Marian. *Régularités et algèbre : connaissances et stratégies,* Mont-Royal, Québec, Groupe Modulo, 2010. (PRIME).

SMALL, Marian. *Sens des nombres et des opérations : connaissances et stratégies,* Mont-Royal, Québec, Groupe Modulo, 2008. (PRIME).

Documents consultés

CENTRE FRANCO-ONTARIEN DE RESSOURCES PÉDAGOGIQUES. *Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la 7e à la 10e,* Ottawa, CFORP, 2018. Accessible en ligne : https://archives.edusourceontario.com/geem/index.html.

MANITOBA. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. *La numératie, ça compte,* bulletin, Winnipeg, 2015-2017. Accessible en ligne : http://www.edu.gov.mb.ca/m12/progetu/ma/numeratie_compte/index.html.

MANITOBA. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. *Repenser l'évaluation en classe en fonction des buts visés : L'évaluation au service de l'apprentissage – L'évaluation en tant qu'apprentissage – L'évaluation de l'apprentissage,* 2e édition, Winnipeg, Le Ministère, 2006. Accessible en ligne : www.edu.gov.mb.ca/m12/frpub/me/docs/repenser_eval/index.html.

MANITOBA. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. *Survol à travers les années : mathématiques, maternelle à la 9e année.* http://www.edu.gov.mb.ca/m12/progetu/survol/docs/math/m_a_9.pdf (Consulté le 11 décembre 2020).

MANITOBA. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION ET DE LA FORMATION. *Bulletin scolaire provincial du Manitoba : politique et lignes directrices : partenaires dans l'apprentissage, 1re à la 12e année,* Winnipeg, Le Ministère, 2018. Accessible en ligne : http://www.edu.gov.mb.ca/m12/frpub/me/bulletin_scol/index.html.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. *Attribut angle : guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la 4e à la 6e année, Mesure,* Toronto, Imprimeur de la Reine pour l'Ontario, 2010. Accessible en ligne : https://apprendreenseignerinnover.ca/wp-content/uploads/2017/11/3Mesure-Attribut-angle.pdf.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. *Géométrie et sens de l'espace, Fascicule 1 : document d'appui au* Guide d'enseignement efficace de la 4e à la 6e année, 2015. (Levier sur l'apprentissage et la pédagogie). Accessible en ligne : https://apprendreenseignerinnover.ca/wp-content/uploads/2018/01/Gei%CC%80ometrie-Final-V3-Janvier.pdf.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. « Les fractions à travers le curriculum », *Accroître la capacité M-12,* Édition spéciale nº 47, Toronto, Imprimeur de la Reine pour l'Ontario, avril 2018. Accessible en ligne : https://apprendreenseignerinnover.ca/wp-content/uploads/2018/04/cbs-fraction-across-curiculum-fr.pdf.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. *Mettre l'accent sur l'enseignement des mathématiques,* Toronto, Imprimeur de la Reine pour l'Ontario, 2011. Accessible en ligne : http://www.edu.gov.on.ca/fre/teachers/studentsuccess/FoundationPrincipalsFr.pdf.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. *Mettre l'accent sur les fractions : document d'appui sur l'importance de l'enseignement des mathématiques,* Toronto, Imprimeur de la Reine pour l'Ontario, 2015. Accessible en ligne : http://www.edu.gov.on.ca/fre/literacynumeracy/LNSAttentionFractionsfr.pdf.

ONTARIO. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. *Qu'est-ce que le raisonnement proportionnel? Document d'appui pour* Mettre l'accent sur l'enseignement des mathématiques, Toronto, Imprimeur de la Reine pour l'Ontario, 2012. Accessible en ligne : http://www.edu.gov.on.ca/fre/teachers/studentsuccess/ProportionReasonFr.pdf.

SMALL, Marian. *Bonnes questions : l'enseignement différencié des mathématiques,* Montréal, Modulo, 2014.

SMALL, Marian. *Grandes idées pour l'enseignement des mathématiques, 5 à 9 ans : pour acquérir des bases solides afin de mieux accompagner les élèves,* adaptation par Vicky Richard, Montréal, Québec, Chenelière Éducation, 2018.

SMALL, Marian. *Grandes idées pour l'enseignement des mathématiques, 9 à 14 ans : pour acquérir des bases solides afin de mieux accompagner les élèves,* adaptation par Vicky Richard, Montréal, Québec, Chenelière Éducation, 2018.

SMALL, Marian. *Questions ouvertes pour des leçons enrichissantes de mathématiques, niveaux scolaires 7e année, 8e année, 9e année : domaine du nombre,* Oakville, Ontario, Rubicon Publishing, 2017.

SMALL, Marian. *Questions ouvertes pour des leçons enrichissantes de mathématiques, niveaux scolaires 7e année, 8e année, 9e année : la forme et l'espace,* Oakville, Ontario, Rubicon Publishing, 2019.

SMALL, Marian. *Questions ouvertes pour des leçons enrichissantes de mathématiques, niveaux scolaires 7e année, 8e année, 9e année : les régularités et les relations, la statistique et la probabilité,* Oakville, Ontario, Rubicon Publishing, 2019.

SMALL, Marian. *Making Math Meaningful to Canadian Students, K–8,* 2nd Ed., Toronto, Ontario, Nelson Education, 2013.

SMALL, Marian. *Réduction des écarts de rendement, 9e année : guide pédagogique,* 2011. https://math.apprendreenseignerinnover.ca/ressources/reduction-des-ecarts/ (Consulté le 11 décembre 2020).

TWOMEY FOSNOT, Catherine, et Maarten DOLK. *Jeunes mathématiciens en action : construire la multiplication et la division,* Tome 2, adapté par Marie-Claude Matteau, Montréal, Québec, Chenelière, 2011.

TWOMEY FOSNOT, Catherine, et Maarten DOLK. *Jeunes mathématiciens en action : construire le sens du nombre, l'addition et la soustraction,* Tome 1, adapté par Marie-Claude Matteau, Montréal, Québec, Chenelière, 2010.

VAN DE WALLE, John A., et LouAnn H. LOVIN. *L'enseignement des mathématiques : l'élève au centre de son apprentissage,* adapté par Corneille Kazadi et Michelle Poirier-Patry, traduit par Miville Boudreault et Pierette Mayer, Saint-Laurent, Québec, ERPI, 2007, 3 t.