LES PROCESSUS MATHÉMATIQUES

Les sept processus mathématiques jouent un rôle crucial dans l'apprentissage, la compréhension et les applications des mathématiques. Ces processus permettent aux apprenants de reformuler, d'organiser, de travailler en réseaux et de créer des images mentales pour mieux donner du sens à l'apprentissage et à l'application des concepts mathématiques. Ils font partie du *Cadre FL1 (M-8)* et s'incorporent à l'enseignement et à l'apprentissage des mathématiques.

Les élèves doivent :

[C] **communiquer** pour apprendre des concepts mathématiques et pour exprimer leur compréhension;

[CE] démontrer une habileté en **calcul mental** et en **estimation**;

[L] établir des **liens** entre des idées et des concepts mathématiques, des expériences de la vie de tous les jours et d'autres disciplines;

[R] développer le **raisonnement** mathématique;

[RP] **résoudre des problèmes** et, ce faisant, développer de nouvelles connaissances en mathématiques et les appliquer;

[T] avoir l'occasion de choisir et d'utiliser des outils **technologiques** pour appuyer l'apprentissage des mathématiques et la résolution de problèmes;

[V] développer des habiletés en **visualisation** pour faciliter le traitement d'information, l'établissement de liens et la résolution de problèmes.

La communication [C]

Les élèves doivent avoir des occasions de lire et d'écrire de courts textes au sujet de notions mathématiques, d'en représenter, d'en voir, d'en entendre parler et d'en discuter. Cela favorise chez eux la création de liens entre, d'une part, leur langage familier et leurs idées, et d'autre part, le langage formel et les symboles des mathématiques.

La communication joue un rôle important dans la clarification, l'approfondissement et la rectification d'idées, d'attitudes et de croyances relatives aux mathématiques. L'utilisation d'une variété de formes de communication par les élèves ainsi que le recours à la terminologie mathématique doivent être encouragés tout au long de leur apprentissage des mathématiques.

Les élèves doivent être capables de communiquer des idées mathématiques de plusieurs façons et dans des contextes variés.

La communication peut aider les élèves à établir des liens entre les représentations concrètes, imagées, symboliques, verbales, écrites et mentales de concepts mathématiques.

Le calcul mental et l'estimation [CE]

Le calcul mental et l'estimation sont une combinaison de stratégies cognitives qui renforcent la flexibilité de la pensée et le sens du nombre. C'est un excercice qui se fait dans l'absence d'aide-mémoire externes. Ils améliorent la puissance de calcul par son apport d'efficacité, de précision et de flexibilité.

Les élèves compétents en calcul mental « *sont libérés de la dépendance à une calculatrice, développent une confiance dans leur capacité de faire des mathématiques et une flexibilité intellectuelle qui leur permet d'avoir recours à de multiples façons de résoudre des problèmes.* » (Rubenstein, 2001 [traduction]).

Le calcul mental « *est la pierre angulaire de tout procédé d'estimation où il existe une variété d'algorithmes et de techniques non standards pour arriver à une réponse.* » (Hope et autres, 1988 [traduction]).

L'estimation comprend diverses stratégies utilisées pour déterminer des valeurs ou des quantités approximatives (en se basant habituellement sur des points de repère ou des référents), ou pour vérifier le caractère raisonnable ou la plausibilité des résultats de calculs.

Le calcul mental et l'estimation sont des processus essentiels au développement du sens du nombre.

L'estimation est courante dans la vie quotidienne. Elle sert aussi à faire des jugements mathématiques et à élaborer des stratégies utiles et efficaces pour traiter de situations dans la vie de tous les jours. Il faut que les élèves sachent quand et comment ils doivent procéder à des estimations et quelles stratégies d'estimation ils doivent choisir.

Pour aider les élèves à perfectionner leur efficacité en calcul, les élèves doivent acquérir des habiletés en calcul mental et se rappeler des faits mathématiques automatiquement. L'apprentissage des faits mathématiques est un processus de développement où l'enseignement vise la réflexion et la construction de relations entre les nombres. Les élèves acquièrent de l'automatisme avec les faits par l'exposition et la pratique. Quand un élève se rappelle de faits, la réponse devrait lui venir sans l'aide de moyens inefficaces comme le comptage. Lorsque les faits sont automatiques, les élèves n'utilisent plus de stratégies pour les extraire de leur mémoire.

Les liens [L]

La mise en contexte et l'établissement de liens avec les expériences des apprenants jouent un rôle important dans le développement de leur compréhension des mathématiques. Lorsque des liens sont créés entre des idées mathématiques ou entre ces idées et des phénomènes concrets, les élèves peuvent commencer à croire que les mathématiques sont utiles et pertinentes et qu'elles font partie du monde qui nous entoure.

En établissant des liens, les élèves devraient commencer à trouver les mathématiques utiles et pertinentes.

L'apprentissage des mathématiques en contexte et l'établissement de liens pertinents à l'apprenant peuvent valider des expériences antérieures et accroître la volonté de l'élève à participer et à s'engager activement.

Le cerveau recherche et établit sans cesse des liens et des relations : « *Étant donné que l'apprenant est constamment à la recherche de liens, et ce, à plusieurs niveaux, ses enseignants doivent orchestrer des expériences desquelles l'apprenant tirera une compréhension. Les recherches sur le cerveau ont déjà démontré que des expériences multiples, complexes et concrètes sont essentielles à un apprentissage et à un enseignement constructifs.* » (Caine et Caine, 1991, p. 5 [traduction]).

Le raisonnement [R]

Le raisonnement aide les élèves à penser de façon logique et à saisir le sens des mathématiques. Les élèves doivent développer de la confiance dans leurs habiletés à raisonner et à expliquer leurs raisonnements mathématiques. Le défi relié aux questions de niveau plus élevé incite les élèves à penser et à développer leur curiosité envers les mathématiques.

Le raisonnement aide les élèves à donner un sens aux mathématiques et à penser de façon logique.

Des expériences mathématiques fournissent des occasions propices aux raisonnements inductif et déductif. Les élèves expérimentent le raisonnement inductif lorsqu'ils observent et notent des résultats, analysent leurs observations, font des généralisations à partir de régularités et testent ces généralisations. Quant au raisonnement déductif, il intervient lorsque les élèves arrivent à de nouvelles conclusions fondées sur ce qui est déjà connu ou supposé être vrai.

La résolution de problèmes [RP]

La résolution de problèmes « *fait partie intégrante de tout l'apprentissage des mathématiques* » (NCTM, Problem Solving). À tous les niveaux, l'apprentissage des mathématiques doit être centré sur la résolution de problèmes. Lorsque des élèves font face à des situations nouvelles et se posent des questions telles que « Comment vais-je...? » ou « Comment pourrais-je...? », le processus de résolution de problèmes est enclenché. Les élèves peuvent développer leurs propres stratégies de résolution de problèmes en demeurant ouverts aux suggestions, en discutant et en testant différentes stratégies. Pour qu'une activité en soit une de résolution de problèmes, il faut demander aux élèves de trouver une façon d'utiliser leurs connaissances antérieures pour arriver à une solution. Lorsqu'on a donné aux élèves des façons de résoudre un problème, ce n'est plus d'un problème qu'il s'agit, mais d'un exercice. Un vrai problème exige que les élèves utilisent leurs connaissances antérieures d'une façon différente et dans un nouveau contexte. La résolution de problèmes est donc une activité qui exige une profonde compréhension des concepts et un engagement de l'élève.

À tous les niveaux, l'apprentissage des mathématiques doit être centré sur la résolution de problèmes.

La résolution de problèmes est un outil pédagogique puissant qui encourage l'élaboration de solutions créatives et novatrices. L'observation de problèmes en cours de formulation ou de résolution peut encourager les élèves à explorer plusieurs solutions possibles. Par ailleurs, un environnement dans lequel les élèves se sentent libres d'essayer différentes stratégies contribue au fondement de leur confiance en eux-mêmes et les encourage à prendre des risques.

La technologie [T]

La technologie peut contribuer à l'apprentissage d'une gamme étendue de résultats d'apprentissage et permettre aux élèves d'explorer et de créer des régularités, d'étudier des relations, de tester des conjectures et de résoudre des problèmes.

> La technologie permet aux élèves d'explorer et de créer des régularités, d'étudier des relations, de tester des conjectures et de résoudre des problèmes.

La technologie a le potentiel d'enrichir l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. On pourrait s'en servir pour :

- explorer et démontrer des relations et des régularités mathématiques;
- organiser et présenter des données;
- faire des extrapolations et des interpolations;
- faciliter des calculs dans le contexte de la résolution de problèmes;
- réduire le temps consacré à des calculs fastidieux lorsque d'autres apprentissages ont la priorité;
- approfondir leur connaissance des opérations de base et tester des propriétés;
- développer leurs propres algorithmes de calcul;
- créer des figures géométriques;
- simuler des situations;
- développer leur sens du nombre.

La technologie contribue à un environnement d'apprentissage propice à la curiosité grandissante des élèves et elle leur permet de collaborer et de travailler en réseaux, ce qui peut les mener à de belles découvertes en mathématiques, à tous les niveaux scolaires.

Les élèves ont besoin de savoir quand il est approprié d'utiliser la technologie telle qu'une calculatrice et quand appliquer leurs habiletés en calcul mental, en raisonnement et en estimation pour prédire et valider les réponses.

L'utilisation de la technologie peut améliorer, mais ne doit pas remplacer la compréhension conceptuelle, la pensée procédurale et la résolution de problèmes de la maternelle à la 8e année. Même si la technologie peut servir aux niveaux M-3 pour enrichir l'apprentissage, on s'attend à ce que les élèves atteignent les résultats d'apprentissage sans l'utilisation d'une calculatrice.

La visualisation [V]

La visualisation « *met en jeu la capacité de penser en images, de percevoir, de transformer et de recréer différents aspects du monde visuel et spatial.* » (Armstrong, 1993, p. 10 [traduction]). Le recours à la visualisation dans l'étude des mathématiques facilite la compréhension de concepts mathématiques et l'établissement de liens entre eux.

L'utilisation du matériel concret et d'une variété de représentations visuelles contribue au développement de la visualisation.

Les images et le raisonnement imagé jouent un rôle important dans le développement du sens du nombre, du sens spatial et du sens de la mesure. La visualisation du nombre a lieu quand les élèves créent des représentations mentales des nombres.

La capacité de créer, d'interpréter et de décrire une représentation visuelle fait partie du sens spatial ainsi que du raisonnement spatial. La visualisation et le raisonnement spatial permettent aux élèves de décrire les relations parmi et entre des objets à trois dimensions et des figures à deux dimensions.

L'utilisation du matériel concret et d'une variété de représentations visuelles contribue au développement de la visualisation.

Les domaines, les résultats d'apprentissage et les indicateurs de réalisation

Les éléments du *Cadre FL1 (M-8)* sont formulés en termes de résultats d'apprentissage généraux, de résultats d'apprentissage spécifiques et d'indicateurs de réalisation.

Les résultats d'apprentissage sont répartis dans quatre domaines qui reflètent la nature des mathématiques.

Les résultats d'apprentissage sont répartis dans quatre domaines, et cela, pour chacun des niveaux scolaires de la maternelle à la 8e année. Les quatre domaines reflètent la nature des mathématiques.

Les résultats d'apprentissage généraux

Certains de ces domaines sont eux-mêmes divisés en sous-domaines. Il y a un résultat d'apprentissage général (RAG) par domaine ou par sous-domaine : ce RAG porte sur tous les niveaux scolaires (M-8) et il énonce de façon globale les principaux apprentissages attendus des élèves en rapport avec le domaine ou le sous-domaine.

Les domaines, les sous-domaines et les résultats d'apprentissage généraux

Domaine	Sous-domaine	Résultat d'apprentissage général	Intégration
Le nombre		Développer le sens du nombre.	Il est important que les élèves établissent des liens tant entre les concepts au sein d'un domaine qu'entre les concepts des différents domaines.
Les régularités et les relations	Les régularités	Décrire le monde à l'aide de régularités pour résoudre des problèmes.	
	Les variables et les équations	Représenter des expressions algébriques de plusieurs façons.	
La forme et l'espace	La mesure	Résoudre des problèmes à l'aide de mesures directes ou indirectes.	
	Les objets à trois dimensions et les figures à deux dimensions	Décrire les propriétés d'objets à trois dimensions et de figures à deux dimensions et analyser les relations qui existent entre elles.	
	Les transformations	Décrire et analyser les positions et les déplacements d'objets et de figures.	
La statistique et la probabilité	L'analyse de données	Recueillir, présenter et analyser des données afin de résoudre des problèmes.	
	La chance et l'incertitude	Utiliser des probabilités expérimentales ou théoriques pour représenter et résoudre des problèmes comportant des incertitudes.	

Les résultats d'apprentissage spécifiques

Les résultats d'apprentissage spécifiques (RAS) sont des énoncés plus précis des habiletés spécifiques, des connaissances et de la compréhension que chaque élève devrait avoir acquis à la fin d'un niveau scolaire particulier.

Toutefois, il faut tenir compte du fait que l'apprentissage est un processus très personnel pour chaque élève, et que le rythme d'apprentissage diffère entre les élèves. De plus, l'apprentissage durable de tel ou tel concept ou de telle ou telle habileté dépendra de la pertinence, de la mise à l'essai, du rodage, de l'intégration cognitive et de la métacognition qui lui seront accordés par un apprenant.

Dans le présent document, l'énoncé de chaque résultat d'apprentissage spécifique peut comporter les éléments suivants :

- L'expression « **y compris** » précède tout élément qui est une partie intégrante du résultat d'apprentissage.
- L'expression « **tel que** » précède tout élément qui a été inclus dans l'énoncé du RAS à des fins d'illustration ou de clarification, mais qui ne constitue pas un élément essentiel pour l'atteinte du résultat d'apprentissage.
- Les codes indiqués à la fin du RAS entre des crochets « **[C, CE, L, R, RP, T, V]** » renvoient aux sept processus mathématiques expliqués aux pages 12 à 17. L'enseignement des RAS doit tenir compte des processus préconisés et, à cet effet, pour chaque RAS, des processus évidents ont été indiqués et ils sont fortement suggérés.

Les indicateurs de réalisation

Les indicateurs de réalisation constituent des exemples de la façon dont les élèves peuvent démontrer leur réalisation des buts d'un résultat d'apprentissage spécifique. L'éventail des échantillons fournis est censé refléter la profondeur, l'ampleur et les attentes du résultat d'apprentissage spécifique. Bien qu'ils offrent des exemples de réussite des élèves, ils ne sont pas censés refléter les seuls indicateurs de réalisation.

Les élèves doivent s'autoréguler et les enseignants doivent évaluer jusqu'à quel degré la construction d'un savoir s'est effectuée.

Les élèves doivent s'autoréguler et les enseignants doivent évaluer jusqu'à quel degré la construction d'un savoir s'est effectuée. À cette fin, les indicateurs de réalisation offrent des exemples probants, des pistes claires pour la concrétisation d'un RAS. Les enseignants sont libres d'en concevoir de meilleurs pour faire état de la progression de leurs élèves, tels que des exemples authentiques du travail d'élèves.

Orientation pour l'enseignement

Même si les résultats d'apprentissage du Programme d'études du Manitoba sont organisés par domaines, cela ne veut pas dire que ces domaines sont enseignés indépendamment. L'intégration des résultats d'apprentissage de tous les domaines rend plus significatives les expériences mathématiques que connaîtront les élèves à l'école. Il est important que les élèves établissent des liens tant entre les concepts au sein d'un domaine qu'entre les concepts de différents domaines.

La planification de l'enseignement devrait tenir compte des principes de l'apprentissage des mathématiques dans l'école francophone (p. 6) et des considérations suivantes :

- privilégier la compréhension conceptuelle, la pensée procédurale et la résolution de problèmes afin de permettre aux élèves de maîtriser les habiletés et les concepts mathématiques du programme d'études;
- incorporer tous les processus mathématiques dans les situations d'apprentissage dans chaque domaine;
- intégrer la résolution de problèmes, la compréhension conceptuelle, le raisonnement, la pensée procédurale et le fait de créer des liens afin d'augmenter la fluidité mathématique;
- présenter les concepts à l'aide de matériel concret afin de permettre aux élèves de se développer des images mentales pour finalement mieux comprendre symboliquement ces concepts;
- tenir compte des styles d'apprentissage et des aptitudes des élèves qui peuvent être à différents stades de développement et qui apportent dans la salle de classe une diversité de styles d'apprentissage et d'origines culturelles;
- exploiter judicieusement les ressources pédagogiques en les adaptant au contexte, au vécu et aux intérêts des élèves;
- collaborer avec les enseignants des autres niveaux pour assurer une continuité dans les apprentissages de tous les élèves;
- se familiariser avec des pratiques exemplaires appuyées par la recherche en pédagogie dans un contexte de formation continue;
- fournir aux élèves plusieurs occasions de reformuler des concepts mathématiques dans leurs propres mots et d'en discuter entre eux;
- favoriser la construction identitaire et un rapport positif à la langue.

« Les stratégies d'enseignement favoriseront un apprentissage actif et comporteront des activités diversifiées, car l'élève s'approprie mieux les notions à l'étude lorsqu'il ou elle est engagé dans ses travaux et sollicité par des activités nouvelles. »

« Lorsque l'enseignante ou l'enseignant planifie son enseignement, il ou elle devrait miser sur des activités adaptées à l'âge des élèves pour leur permettre d'acquérir les connaissances et les habiletés nécessaires pour faire les applications et les transferts appropriés et effectuer des recherches de plus en plus complexes. »

« Il n'existe pas qu'une seule façon d'enseigner ou d'apprendre les mathématiques. Ce programme-cadre demande qu'une variété de stratégies soit utilisée en salle de classe, telles que l'utilisation du matériel de manipulation. »

« De plus, la création d'un milieu d'enseignement et d'apprentissage stimulant et engageant tant pour les garçons que pour les filles, et ce, dans la richesse de leur complémentarité, contribue à la réussite de tous les élèves. »

« Les enseignantes et enseignants s'assureront que les élèves sont exposés à une variété d'occasions de découvrir les mathématiques sous différentes perspectives, et ce, en mettant l'accent sur un enseignement qui vise l'intégration des diverses disciplines du curriculum. » (Ontario p. 16)

Apprentissage des mathématiques dans le Programme français

Ce diagramme définit le lieu d'intervention qui tient compte de l'élève, de son contexte d'apprentissage et des contenus d'apprentissage.

Dans le Programme français, l'élève acquiert, entre autres, des connaissances mathématiques tout en vivant des expériences qui contribuent à sa croissance et à son épanouissement personnel, intellectuel et social.