Introduction au calcul, 12e année, et Mathématiques avancées, 12e année

Programme d'études :
cadre des résultats d'apprentissage

Manitoba

Introduction au calcul, 12e année et Mathématiques avancées, 12e année

Programme d'études :
cadre des résultats d'apprentissage

2019
Éducation Manitoba

Données de catalogage avant publication — Éducation Manitoba

Introduction au calcul 12e année, et Mathématiques avancées, 12e année :
Programme d’études : cadre des résultats d’apprentissage

Comprend des références bibliographiques.
Cette ressource est disponible en formats imprimé et électronique.
ISBN: 978-0-7711-7094-2 (pdf)
ISBN: 978-0-7711-7096-6 (version imprimée)

1. Mathématiques – Étude et enseignement (Secondaire) – Manitoba.
2. Calcul – Étude et enseignement (Secondaire) – Manitoba.
3. Porgrammes d’études – Manitoba.
I. Manitoba. Éducation Manitoba
510

Éducation Manitoba
Winnipeg (Manitoba) Canada

Tout site Web mentionné dans cette ressource peut faire l’objet de changement sans préavis. Les enseignants devraient vérifier et évaluer les sites Web et les ressources en ligne avant de les recommander aux élèves.

Vous pouvez acheter des exemplaires de cette ressource (numéro d’article 98037) du Centre de ressources d’apprentissage du Manitoba à www.mtbb.mb.ca.

Cette ressource est affichée sur le site Web du ministère de l’Éducation du Manitoba à http://www.edu.gov.mb.ca/m12/frpub/ped/ma/cadre_ca/index.html.

Les sites Web sont sous réserve de modifications sans préavis.

Available in English.

Dans la présente ressource, la forme masculine a éte employée dans le seul but d’alléger le texte.

TABLE DES MATIÈRES

Remerciements

Éducation Manitoba tient à remercier les personnes suivantes qui ont contribué à la rédaction du présent document intitulé *Introduction au calcul, 12^e^ année et Mathématiques avancées, 12^e^ année — Programme d'études : cadre des résultats d'apprentissage.*

Membres de l'équipe de rédaction (2016–2018)	Carole Bilyk	St. John's-Ravenscourt School
	Evan Janzen Roth	Collège Sturgeon Heights Collegiate Division scolaire de St. James–Assiniboia
	Sam Tougas	École secondaire Kelvin High School Division scolaire de Winnipeg
Personnel d'Éducation Manitoba	Louise Boissonneault Coordonnatrice	Section des services de production de documents Direction de l'enseignement, des programmes d'études et de l'évaluation
	Wayne Carrier Conseiller pédagogique – Mathématiques 9 à 12	Bureau de l'éducation française
	Ian Donnelly Chef de projet	Section de la petite enfance et de l'élaboration Direction de l'enseignement, des programmes d'études et de l'évaluation
	Lynn Harrison Opératrice en éditique	Section des services de production de documents Direction de l'enseignement, des programmes d'études et de l'évaluation
	Grant Moore Réviseur des publications	Section des services de production de documents Direction de l'enseignement, des programmes d'études et de l'évaluation
	Marie Strong Opératrice en éditique	Bureau de l'éducation française
	Diana Turner Gestionnaire de projet	Section de la petite enfance et de l'élaboration Direction de l'enseignement, des programmes d'études et de l'évaluation

INTRODUCTION

Objet du document

Le présent document énonce les résultats d'apprentissage spécifiques et les indicateurs de réalisation qui permettront de planifier la portée, l'ordre et le degré de profondeur des cours Introduction au calcul (45S) et Mathématiques avancées (45S ou 40S). Le présent document a pour objet de communiquer à tous les partenaires en éducation des attentes élevées concernant l'apprentissage des élèves en mathématiques.

Un élève peut achever jusqu'à trois cours de mathématiques facultatifs menant chacun à un demi-crédit (ou à l'équivalent en cours plein-crédit). Ces cours facultatifs d'un demi-crédit sont conçus pour répondre aux besoins d'élèves montrant une aptitude particulière ou un intérêt poussé en mathématiques et souhaitant étudier des sujets plus avancés. Ces cours visent à aider les élèves à effectuer la transition entre les cours de mathématiques du palier secondaire et ceux du postsecondaire.

Ces cours facultatifs d'un demi-crédit sont une introduction à des domaines mathématiques couverts dans des programmes postsecondaires au Manitoba et ailleurs. Ces cours seront particulièrement utiles aux élèves qui envisagent d'étudier l'ingénierie, les mathématiques, les sciences, l'informatique ou d'autres programmes axés sur les mathématiques. Au moment de choisir des demi-crédits facultatifs et les sujets qui y sont inclus, les élèves devraient tenir compte de leurs intérêts actuels et futurs. Il est recommandé aux élèves, aux parents et au personnel éducatif de se pencher sur les critères d'admission des programmes d'études postsecondaires, qui peuvent varier d'un établissement à l'autre.

Les élèves et l'apprentissage des mathématiques

Les élèves sont des apprenants curieux et actifs ayant tous des intérêts, des habiletés, des besoins et des objectifs de carrière qui leur sont propres. Chacun arrive à l'école avec son propre bagage de connaissances, de vécu, d'attentes et d'acquis. L'établissement de liens avec ces antécédents, ce vécu, ces objectifs et ces aspirations est un élément clé du développement de la littératie mathématique de l'élève. Les élèves développent leur compréhension des mathématiques en construisant un sens fondé sur une variété d'expériences d'apprentissage.

Les apprenants sont dans les meilleures conditions pour construire ce sens quand ils sont exposés à des expériences mathématiques allant du plus simple au plus complexe et faisant le lien entre des représentations concrètes et abstraites. L'utilisation de matériel visuel et de manipulation ainsi que d'un éventail d'approches pédagogiques et d'évaluation peut convenir à des modes d'apprentissage très variés. Quel que soit leur niveau de compréhension, les élèves bénéficieront d'un enseignement qui fait appel à une variété de matériaux, d'outils et de contextes pour construire le sens des nouvelles notions de mathématiques qui leur sont proposées. Les discussions entre élèves peuvent aussi engendrer des liens essentiels entre des représentations concrètes, imagées et symboliques des mathématiques.

Les élèves ont besoin d'occasions fréquentes de développer et de renforcer leur compréhension conceptuelle, leur pensée procédurale et leurs capacités en résolution de problèmes. En travaillant avec ces trois composantes interdépendantes, les élèves renforceront leur capacité d'application des mathématiques à leur vie quotidienne.

Le milieu d'apprentissage devrait valoriser, respecter et aborder toutes les expériences et tous les modes de pensée des élèves afin de les inciter à prendre des risques intellectuels, à poser des questions et à formuler des hypothèses. L'exploration de situations de résolution de problèmes par les élèves est essentielle au développement soutenu de stratégies personnelles et de la littératie mathématique. Les élèves doivent se rendre compte qu'il est tout à fait acceptable de résoudre des problèmes de différentes façons et que les solutions peuvent varier selon la compréhension du problème.

L'évaluation *au service de* l'apprentissage, l'évaluation *en tant qu'*apprentissage et l'évaluation *de* l'apprentissage jouent un rôle essentiel pour aider les élèves à apprendre les mathématiques. Une diversité d'éléments probants et d'approches d'évaluation devrait être utilisée dans la classe de mathématiques.

Perspectives des Premières Nations, des Métis et des Inuits

Les élèves des Premières Nations, des Métis et des Inuits du Manitoba viennent de régions géographiques diverses et ont un vécu culturel et linguistique varié. Ils fréquentent l'école dans différents milieux — communautés urbaines, rurales et isolées. Les enseignants doivent reconnaître et comprendre la diversité de cultures au sein des écoles et de vécus de leurs élèves.

Les élèves des Premières Nations, des Métis et des Inuits ont souvent une vision globale de leur milieu; de ce fait, ils sont nombreux à vivre et à apprendre mieux de façon holistique. Cela signifie que les élèves cherchent à établir des liens dans leur apprentissage et apprennent mieux lorsque les mathématiques sont mises en contexte plutôt que présentées comme un ensemble d'éléments discrets.

De nombreux élèves des Premières Nations, des Métis et des Inuits proviennent d'environnements culturels où l'apprentissage se fait par une participation active et pratique. Traditionnellement, l'écrit ne recevait que peu d'attention. La communication orale ainsi que la mise en pratique et l'expérience jouent un rôle important dans l'apprentissage et la compréhension de l'élève.

Une variété de stratégies d'enseignement et d'évaluation est essentielle pour tirer parti des divers savoirs, cultures, styles de communication, habiletés, attitudes, expériences et modes d'apprentissage des élèves.

Les stratégies adoptées doivent aller au-delà de l’inclusion accessoire de sujets ou d’objets particuliers à une culture ou à une région donnée et doivent atteindre des niveaux élevés d’éducation multiculturelle de haut niveau (Banks et Banks, 1993 [traduction]).

La dimension affective

Une attitude positive est un aspect important de la dimension affective, qui a un effet profond sur l’apprentissage. Les environnements qui instillent un sentiment d’appartenance, qui favorisent la prise de risques et qui proposent des occasions de réussir aident les élèves à développer et à conserver une attitude positive et la confiance en soi. Les élèves qui démontrent une attitude positive envers les mathématiques sont vraisemblablement motivés et disposés à apprendre, à participer aux activités en classe, à persévérer face aux difficultés et à s’engager dans des pratiques réflexives.

Les enseignants, les élèves et les parents doivent tenir compte de la relation qui existe entre les domaines affectif et cognitif et miser sur les aspects affectifs de l’apprentissage qui contribuent au développement d’attitudes positives. Pour que les élèves réussissent, il faut leur enseigner à se fixer des objectifs réalisables et à s’évaluer au cours de leur travail pour réaliser ces objectifs.

L’aspiration au succès, à l’autonomie et au sens des responsabilités englobe plusieurs processus réflexifs continus impliquant des retours réguliers sur les objectifs personnels fixés et sur l’évaluation de ces mêmes objectifs.

Des buts pour les élèves

Dans l’enseignement des mathématiques, les buts principaux sont de préparer les élèves à :

- communiquer et raisonner en termes mathématiques;
- utiliser les mathématiques avec confiance, précision et efficacité pour résoudre des problèmes;
- apprécier et valoriser les mathématiques;
- établir des liens entre les connaissances et les habiletés mathématiques et leurs applications;
- s’engager dans un processus d’apprentissage pour le reste de leur vie;
- devenir des citoyens instruits en mathématiques qui utilisent les mathématiques pour contribuer à la société et pour manifester une pensée critique au sujet du monde.

Les élèves qui ont atteint ces buts vont :

- comprendre et apprécier les contributions des mathématiques dans la société;
- afficher une attitude positive envers les mathématiques;
- se lancer et persévérer dans la résolution de problèmes en mathématiques;
- contribuer à des discussions sur les mathématiques;
- prendre des risques pour effectuer des tâches en mathématiques;
- faire preuve de curiosité pour les mathématiques et dans les situations impliquant les mathématiques.

Afin d'appuyer les élèves dans l'atteinte de ces buts, il est recommandé aux enseignants de créer une ambiance d'apprentissage qui favorise la compréhension des concepts par :

- la prise de risque;
- la pensée et la réflexion indépendantes;
- le partage et la communication d'une compréhension mathématique;
- la résolution de problèmes dans le cadre de projets individuels et de groupe;
- la recherche d'une compréhension plus approfondie des mathématiques;
- la valorisation des mathématiques tout au long de l'histoire.

Les processus mathématiques

Les sept processus mathématiques sont des aspects cruciaux de l'apprentissage, des applications et de la compréhension des mathématiques. Les élèves doivent être régulièrement exposés à ces processus dans le cadre d'un programme d'études afin d'atteindre les buts de l'éducation des mathématiques. Les processus mathématiques interreliés suivants devraient imprégner l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques. Les élèves devraient :

- communiquer pour apprendre des concepts mathématiques et pour exprimer leur compréhension;
- établir des liens entre des idées mathématiques, d'autres concepts mathématiques, des expériences de la vie de tous les jours et d'autres disciplines;
- faire preuve d'habileté en calcul mental et en estimation;
- dans le cadre de la résolution de problèmes, développer de nouvelles connaissances en mathématiques et les appliquer;
- développer le raisonnement mathématique;
- choisir et utiliser des outils technologiques pour appuyer l'apprentissage et la résolution de problèmes;
- développer des habiletés en visualisation pour faciliter le traitement d'informations, l'établissement de liens et la résolution de problèmes.

Chacun de ces sept processus devrait être utilisé dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques.

La communication

Les élèves ont besoin d'occasions de lire, de représenter, de voir, d'écrire, d'entendre et de discuter de notions mathématiques. Ces opportunités favorisent chez l'élève la création des liens entre le langage et les idées (que ce soient les leurs ou celles des autres), le langage formel et les symboles des mathématiques. La communication joue un rôle important dans l'éclaircissement, l'approfondissement et la modification d'idées, d'attitudes et de croyances relatives aux mathématiques. Les élèves devraient être encouragés à utiliser une variété de formes de communication pendant l'apprentissage des mathématiques, et ils doivent utiliser la terminologie mathématique pour communiquer leur apprentissage des mathématiques. La communication peut aider notablement les élèves à établir des liens entre des représentations concrètes, imagées, graphiques, symboliques, verbales, écrites et mentales de concepts mathématiques. Les explications des concepts devraient inclure les diverses représentations, selon les besoins. Les technologies émergentes permettent aux élèves de communiquer au-delà de la salle de classe traditionnelle pour collecter des données et partager des idées mathématiques.

Les liens

La mise en contexte et l'établissement de liens avec les expériences des apprenants jouent un rôle important dans le développement de leur compréhension des mathématiques. Lorsque des liens sont créés entre différentes idées mathématiques ou entre de telles idées et des phénomènes concrets, les élèves peuvent commencer à percevoir les mathématiques comme étant utiles, pertinentes et intégrées. L'apprentissage des mathématiques en contexte et l'établissement de liens pertinents pour l'apprenant peuvent valider des expériences antérieures et accroître la volonté de l'élève de participer et de s'engager activement. Le cerveau recherche et établit sans cesse des liens. « Étant donné que l'apprenant est constamment à la recherche de liens, et ce, à de nombreux niveaux, les enseignants doivent orchestrer des expériences desquelles l'apprenant tirera une compréhension. Les recherches sur le cerveau ont déjà démontré que des expériences multiples, complexes et concrètes sont essentielles à un apprentissage et à un enseignement constructifs. » (Caine et Caine, 1991, p. 5 [traduction]).

Le calcul mental et l'estimation

Le calcul mental et l'estimation sont une combinaison de stratégies cognitives qui renforcent la flexibilité de la pensée et le sens du nombre, le recours à des stratégies étant inhérent au calcul mental.

Le calcul mental permet aux élèves de trouver des réponses sans papier ni crayon. Il améliore la puissance de calcul par son apport d'efficacité, de précision et de flexibilité dans les processus de raisonnement et de calcul. « Encore plus importante que la capacité d'exécuter des procédures de calcul ou d'utiliser une calculatrice est la facilité accrue dont les élèves ont besoin — plus que jamais — en estimation et en calcul mental. » (NCTM, mai 2005 [traduction]).

Les élèves compétents en calcul mental « sont libérés de la dépendance à une calculatrice, développent une confiance dans leur capacité de faire des mathématiques et une flexibilité intellectuelle qui leur permet d'avoir recours à de multiples façons de résoudre des problèmes. » (Rubenstein, 2001, p. 442 [traduction]).

Le calcul mental « est la pierre angulaire de tout procédé d'estimation où il existe une variété d'algorithmes et de techniques non standards pour arriver à une réponse. » (Hope et autres, 1988 [traduction]).

L'estimation est utilisée pour déterminer des valeurs ou des quantités approximatives (en se basant habituellement sur des points de repère ou des référents) ou pour établir la plausibilité des résultats de calculs. Elle sert à faire des jugements mathématiques et à élaborer des stratégies utiles et efficaces pour traiter de situations dans la vie de tous les jours. Pour réaliser des estimations, les élèves doivent apprendre quelles stratégies utiliser et comment les appliquer. Le développement du sens du nombre est un processus qui se prolonge toute la vie. Les élèves tirent profit de possibilités de pratiquer et de renforcer dans de nouveaux contextes des aptitudes et des procédures apprises antérieurement.

La résolution de problèmes

La résolution de problèmes « fait partie intégrante de tout apprentissage des mathématiques » (NCTM, 2000 [traduction]). Apprendre en résolvant des problèmes devrait être au centre des mathématiques à tous les niveaux. Les élèves acquièrent une véritable compréhension des concepts et des procédures mathématiques lorsqu'ils résolvent des problèmes reliés à des contextes qui leur sont compréhensibles. La résolution de problèmes devrait être utilisée tout au long de l'enseignement des mathématiques et intégrée à tous les sujets d'étude.

Lorsque les élèves font face à des situations nouvelles et répondent à des questions telles que « Comment devriez-vous… » ou « Comment pourriez-vous… », l'approche axée sur la résolution de problèmes est enclenchée. Les élèves développent leurs propres stratégies de résolution de problèmes en écoutant, en discutant et en testant différentes stratégies.

Pour qu'une activité soit fondée sur la résolution de problèmes, il faut demander aux élèves de déterminer une façon d'utiliser ce qu'ils savent déjà pour arriver à la solution recherchée. Si on a déjà donné aux élèves des façons de résoudre le problème, ce n'est plus d'un problème dont il s'agit, mais d'un exercice. Les élèves ne devraient pas pouvoir donner une réponse immédiate.

Un vrai problème exige que les élèves utilisent leurs connaissances antérieures d'une façon différente et dans un nouveau contexte. La résolution de problèmes exige et alimente une profonde compréhension des concepts et un engagement de l'élève. Des problèmes reliés au vécu des élèves (culture, famille, intérêts personnels ou actualité) susciteront leur engagement.

Tant la compréhension des concepts que l'engagement des élèves jouent un rôle fondamental pour modeler la volonté des élèves de persévérer dans des tâches futures de résolution de problèmes.

Les problèmes de mathématiques ne consistent pas seulement à effectuer des calculs reliés à une histoire ou à une situation de façon artificielle. Ce sont des tâches qui sont à la fois riches et ouvertes, c'est-à-dire qu'il peut y avoir plusieurs façons de les approcher ou plusieurs solutions. De bons problèmes devraient permettre à chacun des élèves de la classe de faire état de ses connaissances, de ses compétences ou de sa compréhension. La résolution de problèmes peut être une activité individuelle ou une activité de classe (voir au-delà).

Dans une classe de mathématiques, on rencontre deux types de résolution de problèmes : la résolution de problèmes dans des contextes autres que les mathématiques et la résolution de problèmes strictement mathématiques. Trouver la façon d'optimiser les profits d'une entreprise en tenant compte des contraintes de fabrication constitue un exemple de problème contextuel, tandis que chercher et élaborer une formule générale pour résoudre une équation quadratique constitue un exemple de problème strictement mathématique.

La résolution de problèmes peut aussi être considérée comme une façon d'inciter les élèves à raisonner en utilisant des démarches inductives et déductives. Lorsque les élèves réfléchissent à un problème, ils formulent des conjectures et recherchent des régularités qu'ils pourront par la suite généraliser. Cette partie du processus passe souvent par un raisonnement inductif. Au moment où les élèves utilisent des approches visant à résoudre le problème, ils passent alors souvent à un raisonnement mathématique du type déductif. Il est essentiel d'encourager les élèves à utiliser les deux types de raisonnement et de leur donner l'occasion de réfléchir aux démarches et stratégies utilisées par d'autres élèves pour résoudre le même problème.

La résolution de problèmes est un outil puissant d'enseignement qui favorise la recherche de multiples solutions, créatives et innovatrices. La création d'un environnement où les élèves recherchent et agissent pour trouver, ouvertement, diverses stratégies de résolution de problèmes les habilitent à explorer des solutions alternatives et les rend aptes à prendre des risques mathématiques de façon confiante et intelligente.

Le raisonnement

Le raisonnement mathématique aide les élèves à penser de façon logique et à saisir le sens des mathématiques. Les élèves doivent développer de la confiance dans leurs habiletés à raisonner et à justifier leur raisonnement mathématique. Les questions incitant les élèves à réfléchir, à analyser et à faire des synthèses les aident à développer leur compréhension des mathématiques. Tous les élèves devraient être mis au défi de répondre à des questions telles que « Pourquoi pensez-vous que ceci est vrai/faux? » ou « Que se passerait-il si…? ».

Des expériences mathématiques fournissent des occasions propices aux raisonnements inductif et déductif. Les élèves expérimentent le raisonnement inductif lorsqu'ils observent et notent des résultats, analysent leurs observations, font des généralisations à partir de régularités et cherchent à valider ces généralisations. Quant au raisonnement déductif, il intervient lorsque les élèves arrivent à de nouvelles conclusions fondées sur ce qui est déjà connu ou assumé vrai. Les aptitudes à réfléchir développées en se centrant sur le raisonnement peuvent être appliquées dans des contextes et des sujets très variés de la vie quotidienne.

L'enseignant doit encourager les élèves à expliquer leurs idées mathématiques à l'aide de représentations concrètes, imagées, symboliques, graphiques, verbales et écrites.

La technologie

La technologie peut être utilisée efficacement pour alimenter et soutenir l'apprentissage d'une gamme étendue de résultats d'apprentissage en mathématiques. Elle permet aux élèves d'explorer et de créer des régularités, d'étudier des relations, de tester des conjectures et de résoudre des problèmes. Certains établissements postsecondaires s'attendent à ce que leurs étudiants maîtrisent la technologie.

La technologie a le potentiel d'enrichir l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. On peut s'en servir pour :

- explorer et démontrer des relations mathématiques et des régularités;
- organiser et présenter des données;
- élaborer et vérifier des conjectures par induction;
- faire des extrapolations et des interpolations;
- faciliter des calculs dans le contexte de la résolution de problèmes;
- accorder une plus grande priorité à la compréhension conceptuelle en réduisant le temps consacré à des procédures répétitives;
- renforcer l'apprentissage de faits de base;
- développer des procédures personnelles pour des opérations mathématiques;
- simuler des situations;
- développer leur sens du nombre et leur sens spatial;
- créer des figures géométriques.

La technologie contribue à un environnement d'apprentissage propice à la curiosité des élèves, ce qui peut les mener à de belles découvertes en mathématiques, à tous les niveaux scolaires. Les élèves ont besoin de savoir quand il est approprié d'utiliser la technologie telle qu'une calculatrice et quand appliquer leurs habiletés en calcul mental, en raisonnement et en estimation pour prédire et valider les réponses. L'utilisation de la technologie peut améliorer la compréhension conceptuelle, la pensée procédurale et la résolution de problèmes (mais ne devrait pas les remplacer).

La visualisation

La visualisation « met en jeu la capacité de penser en images et de percevoir, de transformer et de recréer différents aspects du monde visuel et spatial. » (Armstrong, 1993, p. 10 [traduction]). Le recours à la visualisation dans l'étude des mathématiques facilite la compréhension de concepts mathématiques et l'établissement de liens entre ces concepts.

Les images et le raisonnement imagé jouent un rôle important dans le développement du sens du nombre, du sens spatial et du sens de la mesure. La visualisation du nombre a lieu quand les élèves créent des représentations mentales des nombres.

La capacité de créer, d'interpréter et de décrire une représentation visuelle fait partie du sens spatial et du raisonnement spatial. La visualisation et le raisonnement spatiaux permettent aux élèves de décrire les relations parmi et entre des objets à trois dimensions et des figures à deux dimensions.

« La visualisation de la mesure va au-delà de l'acquisition d'habiletés spécifiques à la mesure. Le sens de la mesure inclut l'habileté de juger quand il est nécessaire de prendre des mesures et quand il est approprié de faire des estimations, ainsi que la connaissance de plusieurs stratégies d'estimation. » (Shaw et Cliatt, 1989, p. 150 [traduction])

La représentation visuelle est favorisée par l'emploi de matériel concret, de support technologique et de diverses représentations visuelles. C'est par des représentations visuelles que des concepts abstraits peuvent être compris de façon concrète par les élèves. Pour les élèves, la visualisation est à la base de la compréhension des concepts abstraits ainsi que de la confiance et de l'aisance à cet égard.

La nature des mathématiques

Les mathématiques font partie des outils qui contribuent à la compréhension, à l'interprétation et à la description du monde dans lequel nous vivons. La définition de la nature des mathématiques repose sur plusieurs caractéristiques, dont le changement, la constance, le sens du nombre, les régularités, les relations, le sens spatial et l'incertitude.

Le changement

Il est important pour les élèves de comprendre que les mathématiques, loin d'être statiques, ont une nature dynamique. De ce fait, la reconnaissance du changement constitue un élément clé de la compréhension et de l'apprentissage des mathématiques. En mathématiques, les élèves sont exposés à des modalités de changement et doivent tenter d'en fournir des explications. Pour faire des prédictions, les élèves doivent décrire et quantifier leurs observations, y rechercher des régularités et décrire les quantités qui restent invariables et celles qui varient. Par exemple, la suite 4, 6, 8, 10, 12, … peut être décrite de différentes façons :

- compter par bonds de 2, à partir de 4;
- une suite arithmétique avec 4 comme premier terme et une raison arithmétique de 2;
- une fonction linéaire avec un domaine discret. (Steen, 1990, p. 184 [traduction])

La constance

En mathématiques, de nombreuses propriétés importantes demeurent inchangées quelles que soient les conditions externes. En voici quelques exemples :

- la conservation de l'égalité lors de la résolution d'équations;
- la somme des angles intérieurs d'un triangle;
- la probabilité théorique d'un évènement.

La résolution de certains problèmes mathématiques exige que les élèves se concentrent sur des propriétés constantes. L'habileté des élèves à reconnaître de telles propriétés leur permet, par exemple, de résoudre des problèmes relatifs aux taux de change constants, à la pente de droites données ou à la variation directe.

Le sens du nombre

« Le sens du nombre, que l'on peut considérer comme étant une compréhension poussée et de la souplesse avec les nombres, constitue la base la plus fondamentale de la numératie. » *(British Columbia Ministry of Education, 2000, p. 146 [traduction]).* Il est essentiel de continuer de favoriser le sens du nombre pour renforcer la compréhension en mathématiques.

Le sens du nombre est une prise de conscience et une compréhension de ce que sont les nombres, leurs liens, leur grandeur et l'effet relatif des opérations sur les nombres, en utilisant notamment le calcul mental et l'estimation (Fennel et Landis, p. 187 [traduction]).

Les régularités

Les mathématiques concernent la reconnaissance, la description et la manipulation de régularités numériques et non numériques. Les régularités figurent dans tous les domaines mathématiques et grâce à leur étude, les élèves peuvent établir des liens solides entre les concepts d'un même domaine ou de domaines variés. Le travail avec des régularités permet également aux élèves d'établir des relations au-delà des mathématiques. Cette capacité à analyser les régularités façonne la compréhension par les élèves de leur environnement.

Les régularités peuvent être représentées de façon concrète, visuelle, auditive ou symbolique. Les élèves devraient développer une facilité de passer d'une représentation à une autre.

Les élèves doivent apprendre à reconnaître, à prolonger, à créer et à utiliser des régularités mathématiques. Cette compréhension des régularités permet aux élèves de faire des prédictions et de justifier leur raisonnement dans la résolution de problèmes. Apprendre à travailler avec les régularités aide les élèves à développer leur pensée algébrique, élément fondamental des mathématiques plus abstraites.

Les relations

Les mathématiques sont utilisées pour décrire et expliquer des relations. La recherche de relations au sein des nombres, des ensembles, des figures, des objets, des variables et des concepts fait partie de l'étude des mathématiques. Cette recherche de relations possibles nécessite la collecte et l'analyse de données numériques, l'analyse des régularités ainsi que la description de relations possibles de façon imagée, symbolique, orale ou écrite. La technologie devrait être utilisée pour aider l'élève dans sa recherche de relations.

Le sens spatial

Le sens spatial comprend la représentation et la manipulation d'objets à trois dimensions (3D) et de figures à deux dimensions (2D). Il permet aux élèves d'analyser et d'interpréter des représentations à deux dimensions et trois dimensions.

Le sens spatial se développe par des expériences variées avec des modèles visuels et concrets, qui nécessitent dans certains cas l'utilisation de la technologie. Ces expériences permettent d'interpréter l'environnement physique et ses représentations 2D et 3D, et d'y réfléchir.

Dans certains problèmes, il est nécessaire de représenter les dimensions d'objets par des nombres et des unités pertinentes (mesure). Le sens spatial permet aux élèves de prédire les effets qu'aura la modification de ces dimensions.

Le sens spatial est aussi un aspect crucial dans la compréhension des liens existant entre les équations et les graphiques des fonctions et, en fin de compte, pour comprendre comment les équations et les graphiques peuvent servir à représenter une situation concrète. Des calculatrices graphiques ou des logiciels graphiques peuvent aider les élèves à développer cette compréhension.

L'incertitude

En mathématiques, l'interprétation de données et les prédictions basées sur des données manquent par essence de certitude.

Certains évènements et certaines expériences génèrent des données statistiques pouvant servir à faire des prédictions. Il est important pour les élèves de reconnaître que les prédictions (interpolations et extrapolations) sont basées sur des régularités comportant nécessairement un certain degré d'incertitude. La qualité d'une interprétation ou d'une conclusion est directement reliée à la qualité des données sur lesquelles elle se fonde. Les élèves qui ont conscience de l'incertitude sont en mesure de comprendre pourquoi et comment évaluer la fiabilité des données et de leur interprétation.

La chance concerne la prévisibilité d'un résultat donné. À mesure que les élèves développent leur compréhension de la probabilité, le langage mathématique gagne en spécificité et permet de décrire le degré d'incertitude de façon plus précise. Ce langage doit être utilisé efficacement et correctement pour transmettre des messages utiles.

L'utilisation des mathématiques

L'étude des mathématiques est importante du fait de leurs nombreuses applications dans la vie quotidienne et dans des domaines de travail spécialisés. Les élèves doivent connaître les mathématiques pour mieux percevoir et comprendre leur environnement et être plus épanouis. Dans ce contexte, les mathématiques devraient être envisagées sous les différentes facettes suivantes :

- **Comme un mode de communication**

  Les mathématiques sont un langage. Pour que les élèves puissent bien communiquer en mathématiques, ils doivent apprendre les concepts fondamentaux sans pour autant devoir satisfaire les exigences liées à une rigueur logique. Au départ, le langage acquis devrait servir à décrire les régularités et les liens observés dans la vraie vie et permettre aux élèves de partager leur raisonnement mathématique. Plus tard, des symboles devraient être introduits pour annoter des liens, élargir le vocabulaire mathématique et communiquer ce qui a été compris.

- **Comme un outil**

  Les mathématiques sont un outil utilisé pour répondre à des questions pratiques; il faut donc démontrer aux élèves que pour fonctionner en société, ils doivent bien comprendre l'arithmétique, l'algèbre et la statistique. Le fait de mieux comprendre les mathématiques permet aux élèves de résoudre des problèmes de différentes façons, de voir les concepts mathématiques depuis des perspectives variées, d'acquérir un vaste éventail d'outils mathématiques et d'appliquer ces outils de manière appropriée et efficiente. Les élèves devraient devenir capables d'employer un processus structuré et parfois créatif menant à la résolution d'un problème. Cela peut passer par l'application d'opérations fondamentales et de compétences en traitement de l'information — comme la collecte, l'organisation et l'interprétation des données — à des contextes plus ou moins connus. Des problèmes réalistes liés à l'environnement des élèves peuvent être stimulants pour certains d'entre eux, car ils font le lien avec des contextes auxquels ils pourraient avoir à faire face à l'avenir.

- **Comme une source de plaisir esthétique**

  Les mathématiques sont une discipline esthétique, comme la musique. Un grand nombre d'élèves peuvent apprendre à aimer les mathématiques par la découverte de régularités dans les nombres ou dans des formes ou dessins naturels ou artificiels. Une solution élégante à un problème mathématique peut être agréable du point de vue esthétique. Il convient d'employer des méthodes et des techniques propices à l'éveil d'attitudes positives dans le questionnement à l'égard des mathématiques.

Il faut proposer aux élèves des occasions de reconnaître et d'apprécier ces trois façons d'utiliser les mathématiques. En classe, on ne peut pas toujours traiter ces utilisations de manière égale, mais la priorité doit être accordée à l'une ou l'autre des utilisations selon la nature du sujet traité ainsi que l'intérêt et les aptitudes des élèves.

DÉTAILS DU CADRE DU PROGRAMME D'ÉTUDES

Le cadre du programme d'études pour les cours Introduction au calcul et Mathématiques avancées est énoncé autour de grandes idées et de résultats d'apprentissage spécifiques, les détails étant fournis sous la forme d'indicateurs de réalisation.

Les grandes idées décrivent des concepts englobant largement un sujet et donnant un sens et une intention de nature générale aux résultats d'apprentissage spécifiques. Elles sont des énoncés qui orientent le personnel enseignant et les élèves dans l'exploration et le travail de mise en relation des détails d'un sujet en mathématiques. Les enseignants devraient communiquer les grandes idées à leurs élèves et en débattre avec eux pour les aider à observer et faire les liens avec les concepts d'un sujet donné et d'autres concepts mathématiques faisant partie des acquis des élèves.

Les résultats d'apprentissage spécifiques sont des énoncés des connaissances, des habiletés et de la compréhension spécifiques que chaque élève doit acquérir à la fin d'un cours donné. Chaque résultat doit être atteint par une variété d'expériences et de stratégies d'apprentissage.

Les indicateurs de réalisation précisent la profondeur et l'ampleur de l'apprentissage attendues pour chaque résultat. Ces indicateurs peuvent servir à déterminer si les élèves ont atteint le résultat d'apprentissage spécifique correspondant. Des notes supplémentaires peuvent parfois être fournies sous forme de précisions pour aider les enseignants dans la planification de la portée et de la séquence d'enseignement.

L'élaboration des concepts liés au résultat n'a pas besoin d'être présentée dans l'ordre donné. De plus, un enseignant peut choisir d'élaborer les concepts du résultat au moyen d'indicateurs autres que ceux indiqués.

Aperçu des cours facultatifs

Ces cours sont facultatifs et ne permettent pas d'obtenir le crédit obligatoire en mathématiques 12e année. Ils sont destinés aux élèves qui ont obtenu ou sont en voie d'obtenir leur crédit obligatoire en mathématiques 12e année (en général Mathématiques pré-calcul 40S). Ces cours s'adressent aux élèves qui montrent de bonnes dispositions en mathématiques ou un fort intérêt pour cette matière et qui envisagent de poursuivre leurs études en mathématiques au niveau postsecondaire.

Conformément aux horaires d'autres cours du secondaire, 55 heures d'enseignement sont requises pour chaque demi-crédit, et 110 heures sont requises pour chaque crédit. Chaque cours d'un demi-crédit se compose de quatre sujets décrits dans le présent document.

- ½ crédit — Introduction au calcul
- ½ crédit — Mathématiques avancées I (1er demi-crédit — 4 sujets)
- ½ crédit — Mathématiques avancées II (2e demi-crédit — 4 sujets différents de ceux de Mathématiques avancées I)
- 1 crédit — Introduction au calcul et Mathématiques avancées I (4 sujets)
- 1 crédit — Mathématiques avancées I et II (8 sujets)

Pour obtenir le demi-crédit d'Introduction au calcul, l'élève doit achever avec succès les quatre sujets en atteignant les résultats décrits dans le présent document. Pour obtenir un demi-crédit de Mathématiques avancées, l'élève doit achever avec succès les quatre sujets mentionnés dans la liste des sujets de base ou additionnels. En revanche, pour obtenir un plein-crédit, l'élève doit achever avec succès huit sujets mentionnés dans la liste des sujets de base ou additionnels des Mathématiques avancées. Les sujets des Mathématiques avancées peuvent être choisis par l'enseignant en tenant compte des intérêts de l'élève, ou par l'élève avec l'approbation de l'enseignant.

Introduction au calcul

Les élèves devraient avoir suivi le cours de Mathématiques pré calcul 40S avant de s'inscrire au cours d'Introduction au calcul. Dans des circonstances spéciales, il est possible de suivre le cours d'Introduction au calcul parallèlement au cours de Mathématiques pré calcul 40S si l'ordre des sujets est choisi avec soin. Le cours Introduction au calcul mène à un demi-crédit et se compose des quatre sujets suivants :

- Limites
- Dérivées
- Applications des dérivées
- Intégration

Mathématiques avancées

Il est recommandé que les élèves aient suivi le cours de Mathématiques pré calcul 40S avant de s'inscrire au cours de Mathématiques avancées. Par ailleurs, les élèves ayant obtenu le crédit du cours de Mathématiques appliquées 40S peuvent suivre ce cours et choisir intentionnellement les sujets comportant le moins d'algèbre.

Le cours de Mathématiques avancées, 12^e^ année se compose de quatre sujets choisis qui sont différents pour chaque demi-crédit. La structure flexible du cours permet aux enseignants de choisir les sujets et aux élèves de donner plus facilement leur avis. Pour obtenir un plein-crédit en Mathématiques avancées, il faut choisir huit sujets différents.

Les sept sujets de base du cours Mathématiques avancées ont des résultats d'apprentissage spécifiques (RAS) et des indicateurs de réalisation présentés ci-après. Les résultats des sujets additionnels en Mathématiques avancées doivent être définis par l'enseignant ou par l'élève en consultation avec l'enseignant. Une liste suggérée (non exhaustive) de sujets additionnels en Mathématiques avancées est présentée ci-après. Même si l'ordre des sujets n'est pas prescrit, il existe des liens entre les sujets. De plus, un énoncé sommaire de chaque sujet est donné pour aider les enseignants et les élèves à comprendre les liens entre l'apprentissage acquis, en cours et futur de manière à ce qu'ils puissent choisir des sujets appropriés.

Sujets de base en Mathématiques avancées (détails des résultats présentés ci-après) :

- Nombres complexes et coordonnées polaires
- Statistique
- Théorie des nombres
- Matrices et systèmes d'équations
- Géométrie à trois dimensions
- Vecteurs
- Sections coniques

Sujets additionnels en Mathématiques avancées (détails des résultats établis par l'enseignant) :

- Géométrie fractale
- Sujets en calcul (au-delà du contenu du cours d'Introduction au calcul)
- Histoire des mathématiques
- Applications des mathématiques à l'informatique (p. ex., cryptographie)
- Combinatoire, au-delà des permutations et des combinaisons (p. ex., principe des tiroirs de Dirichlet)
- Projet interdisciplinaire

Résultats d'apprentissage par cours

Les pages suivantes présentent les résultats d'apprentissage spécifiques et les indicateurs de réalisation des quatre sujets du cours d'Introduction au calcul ainsi que des sujets de base du cours de Mathématiques avancées.

Introduction au calcul, 12e année

Programme d'études :
cadre des résultats d'apprentissage

Sujet : Limites

Grandes idées :

- Les limites peuvent décrire les valeurs des fonctions à mesure que les valeurs d'entrée s'approchent d'un nombre ou de l'infini.
- Les limites sont particulièrement utiles lorsque la valeur d'entrée ne fait pas partie du domaine d'une fonction.

Résultats d'apprentissage spécifiques *L'élève devra :*		**Indicateurs de réalisation**

IC.1.1	Démontrer une compréhension du concept de limite.	■ Explorer le concept des limites en analysant le graphique et la table de valeurs d'une fonction.
		■ Utiliser la définition et la notation appropriée des limites pour exprimer la limite d'une fonction à un point précis.
		■ Vérifier les théorèmes des limites :
		  ▪ fonction identité
		  ▪ fonction constante
		  ▪ multiplication d'une fonction par une constante
		  ▪ somme ou différence de fonctions
		  ▪ produit ou quotient de fonctions
		  ▪ puissance d'une fonction
		■ Utiliser les théorèmes des limites pour déterminer la limite de fonctions par substitution directe.

IC.1.2	Évaluer des limites pour analyser des fonctions.	■ Expliquer pourquoi $\frac{0}{0}$ est appelé une forme indéterminée. ■ Calculer les limites d'une forme indéterminée par manipulation algébrique. ■ Définir des limites unilatérales. ■ Évaluer les limites unilatérales de fonctions (y compris des fonctions définies par intervalles) graphiquement et algébriquement. ■ Expliquer le comportement de limites sous la forme $\lim_{x \to 0}\left(\frac{\text{nombre}}{x}\right)$. ■ Déterminer les limites à l'infini. ■ Appliquer les limites pour déterminer les équations des asymptotes horizontales et verticales.
IC.1.3	Appliquer le concept de limite à la continuité d'une fonction.	■ Déterminer graphiquement si une fonction est continue. ■ Déterminer algébriquement si une fonction est continue.

Sujet : Dérivées

Grandes idées :

- La dérivée étend le concept de pente à la pente d'une courbe en un point donné.
- Une fonction dérivée peut nous aider à décrire la « forme » de la courbe avec cette dérivée.

Résultats d'apprentissage spécifiques *L'élève devra :*		**Indicateurs de réalisation**
IC.2.1	Formuler la définition de la dérivée comme la pente d'une courbe en un point donné.	*Remarque : Les connaissances préalables incluent la détermination de la pente et l'équation d'une droite.* ■ Expliquer comment les pentes de droites sécantes permettent d'approximer la pente d'une tangente. ■ Définir la dérivée comme la limite du quotient de différences, qui est la pente d'une tangente en un point donné. ■ Décrire la fonction dérivée, $f'(x)$, comme une fonction déterminant la pente en tout point de la fonction $f(x)$. *Remarque : Les élèves devraient être exposés à différentes notations pour les dérivées* $\left(f',\ y',\ \text{et}\ \frac{dy}{dx}\right)$.

IC.2.2	Élaborer et appliquer les règles de la dérivation.	■ Élaborer et appliquer les règles de la dérivation :
		  ■ multiplication de $f(x)$ par une constante
		  ■ la règle des puissances avec des exposants rationnels
		  ■ somme et différence
		  ■ produit
		  ■ quotient
		  ■ règle de dérivation en chaîne
		■ Appliquer les règles relatives aux dérivées pour déterminer l'équation d'une tangente en un point donné, à partir de l'équation d'une fonction et d'un point sur la fonction.
		■ Définir et déterminer les dérivées d'ordre supérieur d'une fonction.
		Remarque : Les fonctions explorées dans ce cours d'introduction n'incluent pas de fonction trigonométrique, exponentielle ou logarithmique.

IC.2.3	Démontrer une compréhension d'une dérivation implicite.	■ Déterminer implicitement la dérivée d'une relation. ■ Déterminer l'équation d'une tangente par rapport à une relation, à partir d'un point donné. ■ Déterminer les dérivées d'ordre supérieur d'une relation en utilisant une dérivation implicite.

Sujet : Applications des dérivées

Grandes idées :

- L'application des dérivées peut nous aider à résoudre des problèmes en se fondant sur de nombreux autres modèles de fonctions de manière aussi exacte et efficiente que celles reposant sur des modèles linéaires ou quadratiques.

Résultats d'apprentissage spécifiques *L'élève devra :*		**Indicateurs de réalisation**
IC.3.1	Appliquer les dérivées pour résoudre des problèmes concernant le mouvement des particules.	■ Décrire la signification d'une fonction de déplacement. ■ Déterminer la vitesse moyenne et la vitesse instantanée compte tenu d'une fonction de déplacement. ■ Déterminer l'accélération moyenne et l'accélération instantanée compte tenu d'une fonction de déplacement. ■ Résoudre des problèmes concernant le mouvement des particules.
IC.3.2	Déterminer les caractéristiques d'une fonction en utilisant les dérivées pour tracer correctement la fonction.	*Remarque : Les aptitudes préalables pour ce sujet comprennent la capacité à décrire le domaine en utilisant la notation d'intervalle, la notation ensembliste et les droites numériques. Les enseignants peuvent vouloir réviser les inégalités linéaires et non linéaires au moyen de l'analyse de signes.* ■ Déterminer les valeurs critiques d'une fonction. ■ Déterminer les intervalles dans lesquels une fonction est croissante et décroissante. ■ Déterminer les extremums relatifs et les extremums absolus graphiquement et algébriquement. ■ Déterminer les intervalles dans lesquels le graphique d'une fonction est concave vers le haut et concave vers le bas. ■ Déterminer les points d'inflexion. ■ Tracer avec exactitude une fonction polynomiale en utilisant ses caractéristiques (coordonnées à l'origine, domaine, image, maximums, minimums, points d'inflexion et concavité). *Remarque : Les fonctions explorées dans ce cours d'introduction n'incluent pas de fonction trigonométrique, exponentielle ou logarithmique.*
IC.3.3	Appliquer les dérivées pour résoudre des problèmes d'optimisation et de taux connexes.	■ Résoudre des problèmes d'optimisation. ■ Appliquer la règle de dérivation en chaîne et la dérivation implicite pour déterminer les taux de variation. ■ Résoudre des problèmes concernant des taux liés.

Sujet : Intégrales

Grandes idées :

- L'intégration élargit l'aire de formes géométriques à l'aire située sous la courbe d'une fonction lorsque la hauteur d'une région change.
- Les dérivées et les intégrales sont inversement reliées.

Résultats d'apprentissage spécifiques *L'élève devra :*		**Indicateurs de réalisation**
IC.4.1	Démontrer une compréhension de la relation entre l'antidérivation et l'intégration de fonctions.	■ Décrire l'antidérivation comme étant l'opération inverse de la dérivation. ■ Déterminer l'antidérivée générale (famille de fonctions), compte tenu de la dérivée d'une fonction. ■ Définir l'intégration en tant que l'aire délimitée par la courbe d'une fonction et l'axe des x. ■ Établir le lien entre l'antidérivation et l'intégration comme étant le théorème fondamental du calcul (première partie). ■ Définir l'intégrale indéfinie.
IC.4.2	Appliquer l'intégration pour résoudre des problèmes.	■ Déterminer une antidérivée précise, compte tenu de la fonction dérivée et des coordonnées d'un point. ■ Appliquer l'intégration dans un contexte comme le mouvement de particules.
IC.4.3	Démontrer et appliquer une compréhension de l'intégrale définie.	■ Définir l'intégrale définie. ■ Évaluer les intégrales définies géométriquement en calculant la superficie. ■ Évaluer les intégrales définies en utilisant les intégrales indéfinies et le théorème fondamental du calcul (deuxième partie). ■ Évaluer l'intégrale définie de fonctions algébriquement et géométriquement lorsque des parties de la fonction peuvent être situées sous l'axe des x. ■ Faire le lien entre l'aire totale délimitée par la courbe d'une fonction, $f(x)$, et l'axe des x sur l'intervalle $[a, b]$, et l'intégrale définie de la valeur absolue de la fonction $\int_a^b \lvert f(x) \rvert dx$. ■ Déterminer l'aire entre deux fonctions sur un intervalle donné. ■ Déterminer l'aire entre deux fonctions lorsque les points d'intersection déterminent l'intervalle.

MATHÉMATIQUES AVANCÉES, 12E ANNÉE

Programme d'études :
cadre des résultats d'apprentissage

Sujet : Nombres complexes et coordonnées polaires

Grandes idées :

- Tous les autres systèmes de nombres sont des sous-ensembles du système des nombres complexes.
- Les opérations et les propriétés applicables aux autres systèmes de nombres s'appliquent également au système des nombres complexes.
- Les nombres complexes peuvent être représentés sur un plan deux-dimensionnel sous forme rectangulaire ou polaire.

Aperçu : L'ensemble des nombres complexes a été conçu pour décrire toutes les racines des fonctions polynomiales, y compris les racines réelles. Contrairement au système des nombres réels, qui peut être représenté sur une droite numérique unidimensionnelle, le système des nombres complexes est représenté sur un plan deux-dimensionnel. On désigne souvent *i* comme une unité imaginaire, un symbole avec la propriété $i = \sqrt{-1}$ ou $i^2 = -1$. Les nombres complexes s'utilisent en génie électrique, en conception d'avions, en médecine et en graphisme. Les coordonnées polaires nous permettent de dessiner bien plus facilement certaines relations qui ne sont pas des fonctions. Parmi les utilisations des coordonnées polaires, mentionnons le guidage de navires et de robots industriels.

Résultats d'apprentissage spécifiques *L'élève devra :*		Indicateurs de réalisation
MA.1.1	Définir et effectuer des opérations avec des nombres complexes.	■ Définir le système des nombres complexes et décrire son histoire. ■ Déterminer la valeur absolue d'un nombre complexe. ■ Déterminer la représentation géométrique d'un nombre complexe. ■ Comparer des nombres complexes. ■ Effectuer des opérations avec des nombres complexes. ■ Définir des nombres complexes conjugués et les appliquer à la division de nombres complexes.
MA.1.2	Établir des liens entre les nombres complexes et les solutions d'équations quadratiques.	■ Résoudre des équations quadratiques avec des racines complexes. ■ Résoudre des équations quadratiques avec des coefficients complexes. ■ À partir de racines, réelles ou complexes, déterminer l'équation quadratique correspondante.
MA.1.3	Démontrer une compréhension des coordonnées polaires et de leurs graphiques.	■ Démontrer comment lire des coordonnées polaires. ■ Tracer un point exprimé en coordonnées polaires. ■ Convertir des coordonnées rectangulaires en coordonnées polaires et vice versa. ■ Convertir des équations sous forme polaire en forme rectangulaire et vice versa. ■ Tracer diverses équations polaires. ■ Appliquer la symétrie pour tracer un graphique polaire.
MA.1.4	Établir des liens entre les nombres complexes et les coordonnées polaires.	■ Déterminer l'argument d'un nombre complexe. ■ Représenter un nombre complexe en forme polaire. ■ Convertir en forme rectangulaire un nombre complexe donné sous forme polaire et vice versa.

Sujet : Statistique

Grandes idées :

- À partir d'un échantillon de données, les statistiques peuvent servir à décrire un ensemble de données ou nous permettre de faire des prédictions concernant un ensemble de données en nous fondant sur la probabilité.
- La statistique permet d'explorer, de décrire, de modéliser et d'expliquer des données.
- La statistique permet de décrire la tendance centrale d'un ensemble de données et la dispersion des données.

Aperçu : La statistique est l'étude des données et les manières de les représenter. Par l'analyse de données, la statistique nous aide à comprendre les données et à faire des déductions connexes. Les données peuvent être décrites par des mesures de tendance centrale et des mesures de dispersion. La statistique est liée au concept de probabilité lorsqu'on l'applique aux distributions de probabilités telles que la distribution binomiale et la distribution normale. Les distributions binomiales s'appuient sur les connaissances déjà acquises par les élèves sur le théorème du binôme. L'analyse des données est très répandue et fait partie intégrante du travail dans un vaste éventail de domaines comme les sciences sociales, les équipes sportives, les affaires, la recherche scientifique et les analyses de données.

Résultats d'apprentissage spécifiques *L'élève devra :*		**Indicateurs de réalisation**
MA.2.1	Démontrer une compréhension des concepts de mesure de tendance centrale et de dispersion.	■ Définir le vocabulaire utilisé en statistique (y compris les mesures de tendance centrale et de dispersion). ■ Représenter les données sous forme d'histogrammes, de tableaux de fréquences et de tableaux de fréquences stratifiés. ■ Calculer les quartiles, l'écart interquartile et l'étendue des données. ■ Déterminer si une donnée est une valeur aberrante. ■ Représenter les données au moyen d'un diagramme de quartiles. ■ Démontrer une compréhension des propriétés de variance et d'écart type. ■ Calculer la variance et l'écart type de données.
MA.2.2	Démontrer une compréhension des distributions de probabilités, incluant la distribution binomiale.	■ Définir les variables aléatoires discrètes et les distributions de probabilités. ■ Reconnaître que, dans une distribution de probabilités, la somme des probabilités est toujours égale à 1. ■ Représenter les données au moyen d'arborescences et de graphiques de distribution de probabilités. ■ Utiliser les distributions de probabilités pour résoudre des problèmes. ■ Définir la distribution binomiale. ■ Utiliser la formule pour le calcul des probabilités dans une distribution binomiale. ■ Trouver la moyenne et l'écart type d'une distribution binomiale. *Remarque : Il est recommandé aux enseignants de faire le lien entre la formule de développement du binôme du cours de Mathématiques pré calcul 40S et la formule de calcul des distributions binomiales.*
MA.2.3	Découvrir et appliquer les propriétés d'une distribution normale.	■ Décrire les propriétés de la distribution normale et de la distribution normale standard. ■ Analyser la distribution normale pour montrer que les probabilités peuvent s'estimer au moyen de la règle 68-95-99,7. ■ Appliquer la formule de calcul des cotes z et utiliser la cote z pour comparer les données. ■ Calculer les probabilités dans des distributions normales avec des cotes données. ■ Calculer les cotes dans des distributions normales avec des probabilités données. ■ Utiliser une distribution normale pour estimer une distribution binomiale lorsque cela convient. ■ Déterminer les intervalles de confiance. ■ Calculer la marge d'erreur d'un intervalle de confiance.

Sujet : Théorie des nombres

Grandes idées :

- De nombreuses idées s'appliquent correctement à tous les entiers, certaines ne s'appliquent qu'à des sous-ensembles d'entiers et d'autres encore ne s'appliquent qu'à un seul entier.
- Pour prouver que quelque chose est exact pour tous les entiers, une preuve d'une sorte ou d'une autre est nécessaire, car on ne peut pas soumettre tous les entiers à une vérification.

Aperçu : La théorie des nombres est une branche des mathématiques qui est en grande partie consacrée à l'étude des entiers. Les sujets importants relevant de la théorie des nombres incluent les nombres premiers, la factorisation première et les propriétés des nombres composés d'entiers, comme les nombres rationnels. Les preuves sont des exemples de raisonnement déductif ou inductif et démontrent qu'un énoncé est toujours vrai dans les conditions données. En mathématiques, un grand nombre de questions sans réponse trouvent leur origine dans la théorie des nombres. La théorie des nombres est utilisée dans l'arithmétique modulaire, la cryptographie et certains domaines de l'informatique; cela dit, la théorie des nombres n'est souvent étudiée que pour le plaisir.

Résultats d'apprentissage spécifiques *L'élève devra :*		**Indicateurs de réalisation**

MA.3.1	Appliquer les techniques de preuves pour prouver des énoncés ou des théorèmes mathématiques.	■ Démontrer une compréhension des techniques de preuves :
		  ■ preuve directe (preuve par construction)
		  ■ preuve par contradiction
		  ■ preuve par induction
		Remarque : D'autres techniques de preuves peuvent être présentées.

MA.3.2	Explorer, établir et appliquer les propriétés des entiers.	■ Illustrer et expliquer la divisibilité des entiers et la propriété d'Archimède. ■ Démontrer une compréhension de l'arithmétique modulaire. ■ Définir, développer et appliquer le plus grand commun facteur (PGCF). ■ Appliquer l'algorithme d'Euclide pour trouver le PGCF. ■ Exprimer le PGCF sous la forme d'une équation linéaire. ■ Définir les nombres premiers et les nombres composés. ■ Démontrer une compréhension du crible d'Ératosthène. ■ Prouver qu'il existe un nombre infini de nombres premiers. ■ Démontrer une compréhension du théorème fondamental de l'arithmétique. ■ Définir le plus petit commun multiple (PPCM). ■ Appliquer la factorisation en facteurs premiers pour déterminer le PPCM et le PGCF. *Remarque : Il est recommandé aux enseignants de démontrer la preuve formelle du théorème fondamental de l'arithmétique.*
MA.3.3	Représenter les nombres en différentes bases.	■ Définir la représentation décimale (base 10). ■ Représenter un nombre entier dans des bases autres que 10. ■ Convertir un nombre d'une base en une autre. ■ Démontrer une compréhension de la notation binaire et hexadécimale.

Sujet : Matrices et systèmes d'équations

Grandes idées :

- La relation intrinsèque des quatre opérations dans leur application aux nombres est identique à leur relation intrinsèque lorsqu'elles sont appliquées aux matrices.
- L'écriture des coefficients et des constantes dans un système linéaire sous la forme d'une matrice est une façon de représenter le système et peut aider à trouver des solutions pour ce système.

Aperçu : Une matrice est un tableau rectangulaire de nombres ayant des propriétés algébriques et des relations géométriques avec des systèmes linéaires et des vecteurs dans des espaces bidimensionnels, tridimensionnels et n-dimensionnels (avec n'importe quel nombre de dimensions). Ces sujets sont étudiés en détail dans les cours postsecondaires portant sur l'algèbre linéaire. Les matrices ont de nombreuses applications en informatique.

Résultats d'apprentissage spécifiques *L'élève devra :*		Indicateurs de réalisation
MA.4.1	Démontrer une compréhension des matrices.	■ Définir les termes suivants : ▪ matrice ▪ dimension ou ordre d'une matrice ▪ entrée d'une matrice ▪ matrices égales ▪ matrice carrée ▪ matrice nulle ▪ matrice de rangées et de colonnes ▪ transposition d'une matrice ■ Donner des exemples d'utilisation de matrices.
MA.4.2	Effectuer des opérations sur des matrices.	■ Effectuer des additions et des soustractions de matrices lorsque c'est possible. ■ Effectuer une multiplication scalaire d'une matrice. ■ Utiliser les opérations matricielles pour résoudre des équations matricielles simples. ■ Multiplier des matrices lorsque c'est possible. ■ Expliquer pourquoi la multiplication matricielle n'est pas commutative. ■ Déterminer l'inverse d'une matrice 2×2 au moyen d'une formule. ■ Expliquer les trois opérations utilisées dans la réduction linéaire d'une matrice. ■ Expliquer la différence entre une matrice échelonnée et une matrice échelonnée réduite. ■ Appliquer la réduction linéaire d'une matrice pour trouver l'inverse d'une matrice carrée.
MA.4.3	Résoudre des systèmes d'équations en utilisant des matrices.	■ Définir un déterminant. ■ Déterminer le déterminant d'une matrice au moyen : ▪ de la réduction linéaire ▪ du développement de cofacteurs ▪ de la méthode des flèches pour une matrice de 3×3 ■ Résoudre un système d'équations au moyen : ▪ de la réduction linéaire ▪ de l'inverse ▪ de la règle de Cramer *Remarque : On ne s'attend pas à la résolution d'un système d'équations dépassant un système 2×2 au moyen de l'inverse ou de la règle de Cramer.*

Sujet : Géométrie à trois dimensions

Grandes idées :

- Il faut trois renseignements pour décrire un point dans un espace tridimensionnel.
- Les concepts algébriques développés pour la géométrie en deux dimensions peuvent être élargis à trois dimensions.

Aperçu : La géométrie à trois dimensions est un prolongement de la géométrie euclidienne bidimensionnelle étudiée aux niveaux intermédiaire et secondaire. Elle est utilisée dans des domaines comme l'infographie, la conception assistée par ordinateur, l'architecture, la décoration intérieure et la modélisation 3D. Le sujet de la géométrie à trois dimensions a des liens avec les sujets des matrices (3×3), des vecteurs et du calcul.

Résultats d'apprentissage spécifiques *L'élève devra :*		**Indicateurs de réalisation**

MA.5.1	Démontrer une compréhension de l'espace tridimensionnel.	■ Définir les termes suivants en espace tridimensionnel :
		  ■ plan des coordonnées
		  ■ coordonnées d'un point
		  ■ octant
		■ Tracer les axes de coordonnées et des points à partir de coordonnées données.
		■ Tracer un plan ou un prisme rectangulaire dans un espace tridimensionnel.
		■ Déterminer la distance entre deux points dans un espace tridimensionnel.

MA.5.2	Représenter et analyser algébriquement et graphiquement des droites, des plans et des surfaces dans un espace tridimensionnel.	■ Déterminer l'équation point-vecteur normal d'un plan. ■ Prouver que deux plans sont parallèles. ■ Déterminer l'équation générale d'un plan. ■ Déterminer l'équation générale d'une sphère. ■ Tracer la courbe de l'intersection de surfaces. ■ Déterminer les points d'intersection de plans non parallèles. ■ Déterminer l'équation d'une sphère. ■ Déterminer l'équation d'un solide de révolution.

Sujet : Vecteurs

Grandes idées :

- Quantités ayant à la fois une grandeur et une direction pouvant être représentées de manière efficace par un vecteur.
- Les vecteurs peuvent être représentés géométriquement et algébriquement, certaines idées concernant les vecteurs pouvant être plus faciles à voir avec une représentation qu'avec l'autre.

Aperçu : Un vecteur est une quantité pouvant être représentée par un segment de droite orienté. L'étude des vecteurs en mathématiques aide à comprendre la manière dont les vecteurs interagissent et peut être appliquée aux notions de la cinématique et des forces en physique. Les mathématiques vectorielles sont liées à la géométrie analytique en deux dimensions et aide à élargir le concept d'une équation d'une droite à l'espace tridimensionnel. Ce sujet est lié aux matrices et à la géométrie à trois dimensions. Les vecteurs sont couramment utilisés en physique et ont des applications dans certains domaines de l'ingénierie.

Résultats d'apprentissage spécifiques *L'élève devra :*		**Indicateurs de réalisation**
MA.6.1	Développer une compréhension des vecteurs et effectuer des opérations vectorielles de base.	■ Définir un vecteur et un scalaire. ■ Déterminer l'amplitude d'un vecteur. ■ Déterminer le vecteur unitaire. ■ Ajouter et soustraire des vecteurs. ■ Appliquer l'addition et la soustraction de vecteurs à des situations géométriques. ■ Multiplier des vecteurs par un scalaire.
MA.6.2	Démontrer une compréhension du produit scalaire et du produit vectoriel de vecteurs pour résoudre des problèmes.	■ Définir le produit scalaire et explorer ses propriétés. ■ Appliquer le produit scalaire pour calculer l'angle entre deux vecteurs. ■ Définir le produit vectoriel et explorer ses propriétés. ■ Appliquer la règle de la main droite pour déterminer la direction du vecteur d'un produit vectoriel. ■ Représenter le produit vectoriel sous forme cartésienne. ■ Appliquer le produit vectoriel à des problèmes dans des contextes comme l'aire d'un parallélogramme et le couple de torsion.

MA.6.3	Développer et appliquer l'équation vectorielle d'une droite.	■ Écrire l'équation vectorielle d'une droite en utilisant le vecteur de direction.
		■ Écrire les formes paramétrique et cartésienne de l'équation vectorielle d'une droite.
		■ Déterminer si un point est situé sur une droite.
		■ Déterminer le point d'intersection de deux droites en deux et trois dimensions à l'aide de vecteurs.
		■ Appliquer l'équation vectorielle d'une ligne à la cinématique, par exemple :
		  ■ déterminer la vitesse d'un objet à partir de son équation
		  ■ déterminer si les objets entreront en collision compte tenu de la trajectoire de chaque objet
		  ■ déterminer la distance entre les objets à des moments donnés

Sujet : Sections coniques

Grandes idées :

- Le fait de considérer des sections coniques de façon géométrique rend certaines propriétés des sections coniques plus faciles à voir que si on y pense de façon algébrique, et vice versa.

Aperçu : Les courbes associées aux sections coniques sont le cercle, l'ellipse, la parabole et l'hyperbole. On peut définir les sections coniques en termes de distance entre des points ou de distance séparant une droite d'un point. Ce sujet élargit l'apprentissage par les élèves des cercles et des paraboles. Les sections coniques sont un aspect de la géométrie analytique et ont de nombreuses applications en calcul et en sciences, en particulier en physique et en astronomie.

Résultats d'apprentissage spécifiques *L'élève devra :*		**Indicateurs de réalisation**
MA.7.1	Représenter et analyser les sections coniques algébriquement et géométriquement.	■ Définir les sections coniques algébriquement et géométriquement : ▪ cercle ▪ parabole ▪ ellipse ▪ hyperbole ■ Analyser les sections coniques du point de vue de leurs caractéristiques (selon le cas), comme le centre, les sommets, les axes de symétrie, la longueur des grands axes et des petits axes et les asymptotes. *Remarque : Il est recommandé aux enseignants de faire le lien entre les sections coniques et les tranches en section transversale d'une paire de cônes (dont un renversé). Les sections coniques se limitent à celles dont l'équation respecte la forme suivante :* $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$*, où* $B = 0$*.*
MA.7.2	Démontrer une compréhension des foyers d'une section conique.	■ Déterminer les foyers de toute section conique. ■ Déterminer l'équation d'une section conique compte tenu de son ou ses foyers. ■ Déterminer la directrice d'une parabole et sa relation avec le foyer.
MA.7.3	Analyser une section conique du point de vue de son excentricité.	■ Définir l'excentricité et sa relation avec chacune des sections coniques. ■ Compte tenu de l'excentricité, identifier la section conique. ■ Évaluer l'excentricité d'une section conique. ■ Déterminer l'équation d'une section conique compte tenu de son excentricité et d'autres caractéristiques.

Références

Références

ARMSTRONG, Thomas. *Seven Kinds of Smart: Identifying and Developing Your Many Intelligences*, NAL-Dutton, 1993.

BANKS, J.A., et C.A.M. BANKS. *Multicultural Education: Issues and Perspectives*, Allyn and Bacon, 1993.

BRITISH COLUMBIA MINISTRY OF EDUCATION. *The Primary Program: A Framework for Teaching*, British Columbia Ministry of Education, 2000.

CAINE, Renate Numella, et Geoffrey CAINE. *Making Connections: Teaching and the Human Brain*, Addison-Wesley Publishing Company, 1991.

FENNELL, F., et T.E. LANDIS. "Number Sense and Operations Sense." *Windows of Opportunity: Mathematics for Students with Special Needs*, C.A. Thornton and N.S. Blay, eds. National Council of Teachers of Mathematics, 1994, p. 187–203.

HOPE, Jack A., Larry LEUTZINGER, Barbara J. REYS, et Robert E. REYS.
Mental Math in the Primary Grades.
Dale Seymour Publications, 1988.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM). *Computation, Calculators, and Common Sense*, NCTM, May 2005.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM). *Principles and Standards for School Mathematics*, National Council of Teachers of Mathematics, 2000.

RUBENSTEIN, Rheta N. "Mental Mathematics beyond the Middle School: Why? What? How?" *Mathematics Teacher*, vol. 94, n° 6, septembre 2001, p. 442.

SHAW, J.M., et M.F.P. CLIATT. "Developing Measurement Sense." *New Directions for Elementary School Mathematics*, P.R. Trafton, ed. NCTM, 1989, p. 149–155.

STEEN, L.A., ed. *On the Shoulders of Giants – New Approaches to Numeracy*, National Research Council, 1990.

Printed in Canada
Imprimé au Canada