

Mathématiques pré-calcul

11^e année (30S)

Cours destiné à l'enseignement à distance

Version à valider



MATHÉMATIQUES PRÉ-CALCUL
11^e ANNÉE (30S)

Cours destiné à l'enseignement à distance

Version à valider

Données de catalogage avant publication – Éducation et Enseignement
supérieur Manitoba

Mathématiques pré-calcul, 11^e année (30S) : cours destiné à l'enseignement à
distance, version à valider

ISBN: 978-0-7711-6072-1

1. Mathématiques – Étude et enseignement (Secondaire).
2. Mathématiques – Problèmes et exercices.
3. Programmes d'études – Manitoba.
- I. Manitoba. Étude et enseignement supérieure.

510.0712

Tous droits réservés © 2015, le gouvernement du Manitoba représenté par le
ministre de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur.

Éducation et Enseignement supérieur Manitoba
Division du Bureau de l'éducation française
Winnipeg (Manitoba) Canada

Tous les efforts ont été faits pour mentionner les sources aux lecteurs et
pour respecter la *Loi sur le droit d'auteur*. Dans le cas où il se serait produit
des erreurs ou des omissions, prière d'en aviser Éducation et Enseignement
supérieur Manitoba pour qu'elles soient rectifiées dans une édition future.
Nous remercions sincèrement les auteurs, les artistes et les éditeurs de nous
avoir autorisés à adapter ou à reproduire leurs originaux.

Les illustrations ou photographies dans ce document sont protégées par la
Loi sur le droit d'auteur et ne doivent pas être extraites ou reproduites pour
aucune raison autres que pour les intentions pédagogiques explicitées dans ce
document.

Les sites Web mentionnés dans ce document pourraient faire l'objet de
changement sans préavis. Les enseignants devraient vérifier et évaluer les
sites Web et les ressources en ligne avant de les recommander aux élèves.

This document is available in English.

Dans le présent document, les mots de genre masculin appliqués aux
personnes désignent les femmes et les hommes.

TABLE DES MATIÈRES

Remerciements	vii
<hr/>	
Introduction	1
Survol	3
De quoi auras-tu besoin pour ce cours?	4
Ressources obligatoires	4
Ressources facultatives	4
Fiche-ressource	4
Comment savoir si tu progresses bien?	5
Activités d'apprentissage	5
Devoirs	6
Examen de mi-session et examen final	7
Examens de préparation et corrigés	8
Tu as besoin d'aide?	8
Ton tuteur ou correcteur	8
Ton partenaire d'études	9
Combien de temps dois-tu prévoir?	9
Tableau A : Premier semestre	10
Tableau B : Deuxième semestre	10
Tableau C : Année scolaire complète (non divisée en semestres)	11
Quand envoyer tes devoirs?	11
Que signifient les symboles graphiques?	14
Buts mathématiques	15
Au travail!	15
Feuilles de présentation	

Module 1 : Les suites et les séries	1
Introduction	3
Leçon 1 : Les suites arithmétiques	5
Leçon 2 : Les séries arithmétiques	29
Leçon 3 : Les suites géométriques	47
Leçon 4 : La somme d'une série géométrique finie	67
Leçon 5 : La somme d'une série géométrique infinie	85
Sommaire du module 1	103
Corrigé des activités d'apprentissage du module 1	

Module 2 : La décomposition en facteurs et les expressions rationnelles	1
Introduction	3
Leçon 1 : Révision de la décomposition en facteurs	5
Leçon 2 : Régularités quadratiques; un binôme est-il un facteur d'un polynôme?	17
Leçon 3 : Les expressions rationnelles équivalentes	37
Leçon 4 : La multiplication et la division d'expressions rationnelles	53
Leçon 5 : L'addition et la soustraction d'expressions rationnelles	69
Sommaire du module 2	93
Corrigé des activités d'apprentissage du module 2	

Module 3 : Les fonctions quadratiques	1
Introduction	3
Leçon 1 : Qu'est-ce qu'une fonction quadratique?	5
Leçon 2 : Les fonctions quadratiques $y = ax^2$ et $y = ax^2 + q$	23
Leçon 3 : Les fonctions quadratiques $y = a(x - p)^2$	49
Leçon 4 : La représentation graphique au moyen de transformations	59
Leçon 5 : La complétion du carré	85
Leçon 6 : Les caractéristiques de la fonction quadratique	107
Leçon 7 : Applications de fonctions quadratiques	125
Sommaire du module 3	145
Corrigé des activités d'apprentissage du module 3	

Module 4 : La résolution d'équations rationnelles et quadratiques	1
Introduction	3
Leçon 1 : La résolution graphique d'équations quadratiques	7
Leçon 2 : La résolution d'équations quadratiques au moyen de l'extraction des racines carrées	19
Leçon 3 : La résolution d'équations quadratiques à l'aide de la décomposition en facteurs	33
Leçon 4 : La résolution d'équations quadratiques à l'aide de la complétion du carré et de la formule quadratique	43
Leçon 5 : Le discriminant	69
Leçon 6 : La résolution d'équations rationnelles	89
Sommaire du module 4	111
Corrigé des activités d'apprentissage du module 4	

Module 5 : Les radicaux	1
Introduction	3
Leçon 1 : La simplification d'expressions radicales	5
Leçon 2 : L'addition et la soustraction d'expressions radicales	25
Leçon 3 : La multiplication d'expressions radicales	43
Leçon 4 : La division d'expressions radicales	51
Leçon 5 : La résolution d'équations radicales	71
Sommaire du module 5	93
Corrigé des activités d'apprentissage du module 5	

Module 6 : Les systèmes d'équations et d'inéquations	1
Introduction	3
Leçon 1 : La résolution de systèmes d'équations linéaire et quadratique	5
Leçon 2 : La résolution de systèmes d'équations quadratiques	21
Leçon 3 : La résolution d'inéquations linéaires à deux variables	43
Leçon 4 : La résolution d'inéquations quadratiques à une variable	61
Leçon 5 : La résolution d'inéquations quadratiques à deux variables	83
Sommaire du module 6	99
Corrigé des activités d'apprentissage du module 6	

Module 7 : La trigonométrie	1
Introduction	3
Leçon 1 : Les rapports trigonométriques des angles compris entre 0° et 360°	5
Leçon 2 : Les angles de référence et la résolution d'équations trigonométriques de forme linéaire	19
Leçon 3 : Les régularités dans les rapports sinus, cosinus et tangente	51
Leçon 4 : La loi des sinus	67
Leçon 5 : La loi des cosinus	85
Leçon 6 : Le cas ambigu	95
Sommaire du module 7	115
Corrigé des activités d'apprentissage du module 7	

Module 8 : Les fonctions valeur absolue et inverses	1
Introduction	3
Leçon 1 : La valeur absolue	7
Leçon 2 : Le graphique de fonctions valeur absolue	19
Leçon 3 : La résolution d'équations valeur absolue	37
Leçon 4 : Le graphique de fonctions inverses : partie 1	53
Leçon 5 : Les fonctions inverses : partie 2	85
Sommaire du module 8	105
Corrigé des activités d'apprentissage du module 8	

REMERCIEMENTS

Éducation et Enseignement supérieur remercie sincèrement les personnes suivantes de leur contribution à l'élaboration du présent document *Mathématiques pré-calcul, 11^e année (30S)* :
Cours pour l'enseignement à distance : Version à valider.

Rédactrice	Megan Hudson Adjointe à la conception pédagogique	Section du développement Direction de l'enseignement des programmes et de l'évaluation
Vérificateurs	Gilbert Le Néal	Conseiller indépendant Winnipeg, Manitoba
	Carolyn Wilkinson	Conseillère indépendante Winnipeg, Manitoba
Éducation Manitoba Division des programmes scolaires	Carole Bilyk Chef de projet	Section du développement Direction de l'enseignement des programmes et de l'évaluation
	Louise Boissonneault Coordinatrice	Section du développement des documents Direction des ressources éducatives
	Ian Donnelly Conseiller (depuis février 2012)	Section du développement Direction de l'enseignement des programmes et de l'évaluation
	Lynn Harrison Opératrice en éditique	Section du développement des documents Direction des ressources éducatives
	Myrna Klassen Conseillère	Section de l'enseignement à distance Direction de l'enseignement des programmes et de l'évaluation
	Gilles Landry Direction du projet	Section du développement des documents Direction de l'enseignement des programmes et de l'évaluation
	Susan Lee Coordinatrice	Section de l'enseignement à distance Direction de l'enseignement des programmes et de l'évaluation
	Grant Moore Éditeur de publications	Section du développement Direction des ressources éducatives
Division du bureau de l'éducation française	Nadine Gosselin	Opératrice en éditique
	Philippe Leclercq	Conseiller pédagogique—Mathématiques 9 à 12
	Annette Risi	Opératrice en éditique



MATHÉMATIQUES PRÉ-CALCUL
11^e ANNÉE (30S)

Introduction

INTRODUCTION

Survol

Bienvenue au cours de *Mathématiques pré-calcul de 11^e année!* Ce cours s'inscrit dans la continuité des concepts de mathématiques pré-calcul que tu as étudiés par les années passées, et présente également une introduction à de nouveaux sujets. Tu utiliseras plusieurs des habiletés que tu as déjà acquises durant le cours de mathématiques de 10^e année, *Introduction aux mathématiques appliquées et pré-calcul*, tant pour résoudre des problèmes que pour acquérir de nouvelles habiletés. Ce cours t'aidera aussi à développer les habiletés, les notions et la confiance dont tu auras besoin pour continuer à étudier les mathématiques à l'avenir.

La résolution de problèmes, la communication, le raisonnement et le calcul mental sont quelques-uns des aspects que tu développeras dans chacun des modules. Tu réaliseras différentes activités qui aident à établir des liens entre les concepts et symboles mathématiques et le monde qui t'entoure.

Tu exploreras trois domaines principaux durant ce cours : le nombre, les relations et les régularités, et la forme et l'espace.

Ce cours est divisé en huit modules, présentés comme suit :

- Module 1 : Les suites et les séries
- Module 2 : La décomposition en facteurs et les expressions rationnelles
- Module 3 : Les fonctions quadratiques
- Module 4 : La résolution d'équations rationnelles et quadratiques
- Module 5 : Les radicaux
- Module 6 : Les systèmes d'équations et d'inéquations
- Module 7 : La trigonométrie
- Module 8 : Les fonctions valeur absolue et inverses

Il existe deux ressources en ligne pour ce cours

- Glossaire
- Papier graphique

Les ressources en ligne peuvent être trouvées à l'adresse suivante : « www.edu.gov.mb.ca/m12/appdist/telechargements/index.html ». Si tu n'as pas accès à Internet. Contacte le bureau de l'Option études indépendantes (OEI) au 1 800 465-99-15 pour obtenir une copie de ces ressources en ligne.

De quoi auras-tu besoin pour ce cours?

Tu n'as pas besoin d'un manuel pour suivre ce cours. Tout le contenu du cours est inclus dans la présente trousse.

Voici les ressources que tu utiliseras pour ce cours; certaines sont obligatoires, d'autres sont facultatives.

Ressources obligatoires

Les seules ressources obligatoires pour ce cours sont une calculatrice scientifique et du papier graphique. Le papier graphique est une des ressources disponibles en ligne que tu peux télécharger à l'adresse mentionnée précédemment.

Ressources facultatives

- Tu peux utiliser une calculatrice graphique, ou tout autre gratuiticiel ou application te permettant d'effectuer des graphiques. Aucune de ces ressources n'est obligatoire lorsque tu écriras l'examen de mi-session ou l'examen final.
- L'accès à un ordinateur avec un tableur et des capacités graphiques sera un avantage, mais n'est pas obligatoire. Internet est une ressource utile pour certains modules, mais si tu n'as pas accès à un ordinateur connecté à Internet, tu peux tout de même faire les activités d'apprentissage et les devoirs.
- L'accès à un photocopieur est utile parce qu'il te permet de faire une copie de tes devoirs avant de les envoyer à ton tuteur ou correcteur. De cette manière, si ton tuteur-correcteur ou toi voulez discuter d'un devoir, vous aurez chacun une copie que vous pourrez consulter.

Fiche-ressource

Lorsque tu te présenteras à l'examen de mi-session et à l'examen final, tu auras le droit d'apporter une fiche-ressource. Cette fiche doit tenir sur une seule feuille de papier, format lettre de 8,5 po sur 11 po, et peut être écrite à la main ou dactylographiée des deux côtés. Tu dois remettre cette fiche avec ton examen. On ne lui attribuera aucun point.

Créer une fiche-ressource est une excellente façon d'étudier. La fiche-ressource te permet d'avoir un résumé utile des renseignements importants de chacun des modules. Nous t'encourageons à préparer une fiche-ressource pour chaque module afin de t'aider à étudier et à revoir le contenu du cours.

Les résumés de leçons sont conçus pour te servir de guide, tout comme les sommaires de modules à la fin de chaque module. Réfère-toi à ces résumés et sommaires pour créer ta fiche-ressource. Consulte également le glossaire, disponible en ligne, situé à la page de téléchargements, pour vérifier l'information que tu as écrite dans ta fiche-ressource.

Après avoir complété une fiche-ressource pour chaque module, tu pourras résumer ces fiches afin de te préparer pour les examens. À la fin du module 4, tu pourras créer une fiche-ressource pour l'examen de mi-session à l'aide des fiches-ressources des modules 1 à 4; à la fin du module 8, tu pourras créer une fiche-ressource pour l'examen final à l'aide de toutes les fiches-ressources des modules 1 à 8.

Comment savoir si tu progresses bien?

Tu sauras que tu progresses bien dans ce cours si tu complètes correctement les activités d'apprentissage, les devoirs et les examens.

Activités d'apprentissage

Chaque activité d'apprentissage compte deux parties : la partie A contient des questions de calcul mental et la partie B contient des questions liées au contenu de la leçon.

Partie A - Calcul mental

Les questions de calcul mental sont offertes comme activité de préparation avant d'essayer de répondre aux autres questions. Tu dois répondre à chaque question rapidement sans l'aide d'une calculatrice. Tu dois être capable de répondre à la plupart des questions sans devoir écrire les étapes sur une feuille de papier. Certaines des questions porteront directement sur le contenu du cours. D'autres questions serviront à revoir le contenu de cours précédents qui est nécessaire pour pouvoir réussir le présent cours.

Tu devrais être en mesure de répondre à ces questions en quelques minutes pour pouvoir poursuivre tes études des mathématiques. Si tu trouves que tu prends trop de temps pour répondre aux questions, essaye de faire ce qui suit :

- travaille avec ton partenaire d'études afin de trouver des stratégies plus efficaces pour répondre aux questions;
- demande de l'aide à ton tuteur ou correcteur;
- recherche des sites Web qui t'aideront à t'exercer à faire les calculs nécessaires pour t'améliorer à répondre aux questions.



Nous ne te demanderons pas de faire les calculs des devoirs ou des examens rapidement ou sans calculatrice. Toutefois, il serait à ton avantage de répondre à ces questions, car elles t'aideront pour le cours. Aussi, en étant capable de réaliser les exercices de calcul mental, tu auras plus confiance en toi en ce qui a trait aux mathématiques. Les questions de calcul mental sont comme un réchauffement que tu ferais avant de participer à une compétition sportive.

Partie B - Questions de compréhension

L'une des manières les plus rapides et faciles de mesurer ton apprentissage est de remplir la partie B des activités d'apprentissage. Ces activités ont été conçues pour que tu puisses évaluer ta compréhension du contenu des leçons en comparant tes réponses avec celles du corrigé qui se trouvent à la fin de chaque module. Il y a au moins une activité d'apprentissage par leçon. Tu auras besoin d'un cahier ou de feuilles mobiles pour écrire tes réponses.

Assure-toi de compléter toutes les activités d'apprentissage. En plus de te donner une rétroaction instantanée, les activités d'apprentissage du cours t'aideront à mettre en application ce que tu as appris durant les leçons. Ainsi, non seulement tu mets en application ce que tu viens d'apprendre, mais tu te prépares également à compléter avec succès les devoirs et les examens. La plupart des questions des examens ressembleront aux questions des activités d'apprentissage. Si tu réponds correctement aux questions des activités d'apprentissage, tu seras fort probablement capable de bien répondre aux questions des examens. Si au contraire, tu n'as pas bien répondu aux questions des activités d'apprentissage, tu devras alors revoir la matière, les leçons et les exemples qui t'ont été données. Ne saute pas des leçons sans en apprendre le contenu sinon, tu ne seras probablement pas capable de réussir les leçons qui suivent. Si tu trouves les questions des activités d'apprentissage difficiles et que tu ne peux pas y répondre, demande de l'aide à ton partenaire d'études ou contacte ton tuteur/correcteur.

N'envoie aucune activité d'apprentissage à ton tuteur/correcteur.

Devoirs



Chaque module de ce cours contient des devoirs que tu dois compléter. Les devoirs des leçons se trouvent un peu partout dans les modules, et comprennent des questions semblables aux questions des activités d'apprentissage des leçons précédant les devoirs. Après chacune des questions, il y a suffisamment d'espaces pour que tu puisses écrire tes réponses sur les feuilles de questions. **Tu dois indiquer toutes les étapes menant à la solution et faire en sorte que les réponses soient claires (indique les unités au besoin).** Il n'y a pas de corrigé pour les devoirs, car tu dois les soumettre à ton tuteur-correcteur pour qu'il les corrige.

Il te les retournera par la suite. Les devoirs comptent pour un total de 55 % de ta note finale. Tu dois compléter chaque devoir afin de recevoir une note finale.

Envoie par la poste ou par courriel tous tes devoirs à ton tuteur/correcteur accompagnés de la feuille de présentation dès que tu auras complété chacun des modules.

Examen de mi-session et examen final



Le cours comprend un examen de mi-session et un examen final. Tu devras écrire les deux examens en présence d'un surveillant. Chacun des examens a une durée de 2,5 h. L'examen de mi-session porte sur les modules 1 à 4 et vaut 20 % de la note finale du cours. Tu devras écrire cet examen une fois le module 4 complété, et de façon à bien le réussir, tu devrais réviser tout le travail que tu as effectué du module 1 au module 4, incluant toutes les activités d'apprentissage et tous les devoirs. Tu pourras amener ta fiche-ressource de l'examen de mi-session afin d'avoir accès aux formules que tu n'auras pas mémorisées. Tu devras apporter avec toi le matériel suivant : des crayons et des stylos (2 ou 3 de chaque sorte), une règle, du papier brouillon, une calculatrice scientifique ou graphique et ta fiche-ressource de l'examen de mi-session.

L'examen final est cumulatif et porte sur les modules 1 à 8. Il vaut 25 % de la note finale du cours. Les questions de l'examen final porteront sur 20 % du matériel étudié durant les modules 1 à 4 et sur 80 % du matériel étudié durant les modules 5 à 8. Tu devras écrire cet examen une fois le module 8 terminé, et de façon à bien le réussir, tu devrais réviser tout le travail que tu as effectué du module 1 au module 8, incluant toutes les activités d'apprentissage et tous les devoirs. Tu pourras amener ta fiche-ressource de l'examen final afin d'avoir accès aux formules que tu n'auras pas mémorisées. **Une feuille de formules n'est pas fournie lors de l'examen.** Tu devras apporter avec toi le matériel suivant : des crayons et des stylos (2 ou 3 de chaque sorte), une règle, du papier brouillon, une calculatrice scientifique ou graphique et ta fiche-ressource de l'examen de mi-session.

Tu es responsable de t'inscrire aux examens et de prendre les dispositions nécessaires pour que le bureau de l'OEI envoie les examens à ton surveillant. Tu devrais prendre les dispositions nécessaires pour écrire ton examen de mi-session avant de terminer le module 4. De la même façon, tu devrais prendre les dispositions nécessaires pour écrire ton examen final avant de terminer le module 8. Tu écriras les deux examens, mi-session et final, sous la supervision d'un surveillant. Contacte le bureau de l'OEI au 1 800 465-99-15 si tu as besoin d'aide pour t'inscrire.

Voici les dispositions que tu dois prendre pour présenter une demande d'inscription à un examen :

- **Si tu fréquentes une école**, demande à ton facilitateur scolaire de l'OEI d'ajouter ton nom à la liste des candidats à l'examen OEI. Il faut faire cela au moins **trois semaines avant** que tu n'écrives l'examen. Pour plus d'information sur les procédures que tu dois suivre, contacte ton facilitateur scolaire de l'OEI ou consulte le site de l'éducation à distance « www.edu.gov.mb.ca/m12/appdist/oei/index.html ».
- **Si tu ne fréquentes pas d'école**, vérifie le formulaire de demande d'inscription à l'examen pour voir quelles sont tes options. Ce formulaire t'a été envoyé en même temps que le cours. **Trois semaines avant** que tu n'écrives l'examen, remplis le formulaire et envoie-le par la poste, courriel ou télécopieur à l'adresse suivante :

Inscription OEI
555, rue Main
Winkler (Manitoba) R6W 1C4
Télécopieur : 204 325-1719
Téléphone : 1 800 465-9915
Courriel : distance.learning@gov.mb.ca

Examens de préparation et corrigés

Pour t'aider à réussir tes examens, final et de mi-session, tu devrais passer les examens de préparation. Ces deux examens et leur corrigé se trouvent à l'adresse « www.edu.gov.mb.ca/m12/appdist/oei/index.html ».

Ces examens ressemblent beaucoup aux véritables examens que tu passeras. Ils comprennent un corrigé détaillé pour que tu puisses vérifier tes réponses. Ces examens devraient te permettre d'être plus confiant au moment de passer les véritables examens. Si tu n'as pas d'accès Internet, communique avec l'Option Études indépendantes au 1 800 465-9915 pour obtenir une copie des examens de préparation.

Tu as besoin d'aide?

Suivre un cours à distance est différent de suivre un cours assis dans une salle de classe. Au lieu de te fier à ton enseignant pour te dire de compléter les activités d'apprentissage, les devoirs et les examens, tu devras être responsable de ton propre apprentissage et respecter les échéances, surtout pour les devoirs et les examens. Cependant, il y a deux personnes qui peuvent t'aider à réussir ce cours : ton tuteur/correcteur et ton partenaire d'études.

Ton tuteur/correcteur



Le tuteur/correcteur est un enseignant d'expérience qui offre du tutorat aux élèves de l'Option Études indépendantes et qui corrige leurs devoirs et leurs examens. Si tu as de la difficulté à n'importe quel moment pendant ce cours, communique avec ton tuteur/correcteur. Il est là pour t'aider. Le nom de ton tuteur-correcteur et ses coordonnées t'ont été envoyés avec le matériel de cours. Tu peux également obtenir cette information en visant le site « www.edu.gov.mb.ca/m12/appdist/oei/index.html » sous la section « Qui est mon tuteur/correcteur? ».

La première activité d'apprentissage de ce cours de demandera de contacter ton tuteur/correcteur.

Ton partenaire d'études



La prochaine personne qui peut t'aider avec ce cours est ton partenaire d'études. Un partenaire d'études est une personne que tu choisis pour t'aider à apprendre. Tu peux choisir une personne qui s'y connaît bien en mathématiques, mais cela n'est pas obligatoire. Un partenaire d'études peut être une personne qui suit le cours, un enseignant, un parent, un ami, un frère ou une sœur, ou toute autre personne qui peut t'aider. Surtout, un partenaire d'études devrait être une personne avec qui tu te sens à l'aise et qui te soutiendra pendant que tu suis ce cours.

Ton partenaire d'études peut vérifier ton travail, t'aider à respecter les échéances, t'aider à comprendre les devoirs, passer en revue le cours avec toi ou examiner tes activités d'apprentissage et te donner des commentaires. Tu peux même étudier pour ton examen avec ton partenaire d'études.

La meilleure façon qu'un partenaire d'études puisse t'aider est de revoir avec toi tes examens de préparation, de mi-session et final. Ces deux examens et leur corrigé se trouvent à l'adresse « www.edu.gov.mb.ca/m12/appdist/oei/index.html ». Ton partenaire d'études peut te faire passer l'examen, vérifier tes réponses avec toi et t'aider à apprendre le matériel que tu ne comprends pas.

Combien de temps dois-tu prévoir?

L'apprentissage dans le cadre des études indépendantes compte plusieurs avantages par rapport à l'apprentissage en salle de classe. Tu es responsable de la manière dont tu procèdes et tu peux choisir le rythme auquel tu suis le cours. Tu peux suivre autant de leçons que tu le souhaites à la fois. Tu n'as pas besoin d'attendre ton enseignant ou les autres élèves. Lis les pages qui suivent pour avoir une bonne idée quant à la manière d'établir ton rythme. Tu as une année entière pour terminer ce cours, à partir de la date d'inscription. Tu peux travailler aussi rapidement que tu le veux.

Tableau A : Premier semestre

Voici une **proposition d'échéancier** que tu peux suivre si tu commences le cours en septembre et que tu dois l'avoir terminé d'ici la fin janvier.

Module	Dates d'achèvement
Module 1	Mi-septembre
Module 2	Fin septembre
Module 3	Mi-octobre
Module 4 et examen de mi-session	Début novembre
Module 5	Mi-novembre
Module 6	Début décembre
Module 7	Mi-décembre
Module 8 et examen final	Mi-janvier

Tableau B : Deuxième semestre

Voici une **proposition d'échéancier** que tu peux suivre si tu commences le cours en janvier et que tu dois l'avoir terminé d'ici le mois de juin.

Module	Dates d'achèvement
Module 1	Mi-février
Module 2	Fin février
Module 3	Mi-mars
Module 4 et examen de mi-session	Fin mars
Module 5	Mi-avril
Module 6	Fin avril
Module 7	Mi-mai
Module 8 et examen final	Fin mai

Tableau C : Année complète (non divisée en semestres)

Voici une **proposition d'échéancier** que tu peux suivre si tu commences le cours en septembre et que tu dois l'avoir terminé d'ici le mois de juin.

Module	Dates d'achèvement
Module 1	Mi-septembre
Module 2	Fin octobre
Module 3	Fin novembre
Module 4 et examen de mi-session	Mi-janvier
Module 5	Mi-février
Module 6	Mi-mars
Module 7	Mi-avril
Module 8 et examen final	Fin mai

N'attends pas à la dernière minute pour compléter tes travaux, car ton tuteur ou correcteur pourrait ne pas être disponible pour les corriger immédiatement. Assure-toi de garder assez de temps pour l'expédition de tes travaux par la poste, qui pourrait prendre plus d'une semaine. Il faudra peut-être aussi quelques semaines pour que ton tuteur ou correcteur corrige tous les travaux et envoie les notes à ton école.

Si tu as besoin des crédits de ce cours pour passer ton année scolaire, tu dois t'inscrire à l'examen final et le passer avant le **1^{er} juin**.

Comment remettre les devoirs

Dans ce cours, tu as le choix d'envoyer tes devoirs soit par la poste soit par courriel. Tu dois soumettre tes devoirs à la fin de chacun des modules.

- **Envoi par la poste :** Chaque fois que tu envoies quelque chose par la poste, tu dois inclure une version imprimée de la page de présentation appropriée qui se trouve à la fin de cette introduction.
- **Envoi électronique :** Chaque fois que tu envoies quelque chose par courriel, tu dois inclure la version numérique de la page de présentation appropriée qui se trouve à l'adresse « www.edu.gov.mb.ca/m12/appdist/telechargements/presentation.html ».

Fournis les renseignements demandés au haut de chacune de la page de couverture avant de l'envoyer avec tes devoirs, par la poste ou par courriel.



Remettre tes devoirs par la poste

Si tu choisis d'envoyer tes devoirs complétés par la poste, photocopie ou numérise toutes les pages afin d'en avoir une copie au cas où ton envoi se perdrait. Insère la page de présentation appropriée ainsi que les devoirs dans une enveloppe adressée à :

Tuteur/Correcteur OEI
555, rue Main
Winkler (Manitoba) R6W 1C4

Ton tuteur/correcteur corrigera ton travail puis te le renverra par la poste.

Remettre tes devoirs par courriel



Si tu choisis d'envoyer tes devoirs par courriel, assure-toi d'en avoir sauvegardé une copie numérique. De cette façon, tu peux t'y reporter quand tu en discutes avec ton tuteur/correcteur. De plus, si les devoirs originaux sont perdus, tu peux les envoyer à nouveau.

Pour envoyer tes devoirs complétés par courriel, tu devras tout d'abord procéder à une des démarches suivantes :

- **Si tu fréquentes une école**, demande à ton facilitateur scolaire de l'OEI (la personne qui a signé ton formulaire d'inscription à l'OEI) la permission d'envoyer tes devoirs par courriel et la démarche à suivre pour envoyer des devoirs par courriel à partir de ton école. Communique avec ton tuteur/correcteur pour confirmer que le matériel didactique peut être corrigé électroniquement.
- **Si tu ne fréquentes pas d'école**, obtiens la permission d'envoyer tes devoirs électroniquement directement de ton tuteur/correcteur. De plus, confirme que le matériel didactique peut être corrigé électroniquement.

Sauvegarde et remise des devoirs

1. Sauvegarde ton travail tel qu'indiqué ci-dessous

Nom des fichiers

Quand tu sauvegardes ton travail, identifie le(s) numéro(s) du (des) devoir(s) dans le nom du fichier (par exemple Devoir 1.1.doc).

Types de fichiers

Sauvegarde ton travail sous un des types de fichiers suivants (selon le cas) :

- **Travail écrit** : fichiers Microsoft Word (.doc) ou fichiers RTF
- **Travail numérisé** : fichiers PDF (sauvegarde de pages multiples dans un fichier)

Le bureau d'Options d'études indépendantes ne peut accéder à :

- des fichiers dont le suffixe est autre que ceux mentionnés ci-dessus;
- des serveurs « cloud » pour la sauvegarde/le partage (c.-à-d. SkyDrive).

Taille des fichiers

- La taille totale des fichiers joints ne doit pas dépasser 5 Mo.
- Si la taille totale des fichiers joints est supérieure à 5 Mo, tu dois les remettre sous forme de fichiers condensés. Si ce processus ne t'est pas familier, rends-toi en ligne sur « www.wikihow.com/ » pour apprendre comment condenser des fichiers avec ton système d'exploitation.

2. Utilise le format suivant pour rédiger ton courriel.

À :	distance.learning@gov.mb.ca
c. c. :	[l'adresse électronique du facilitateur scolaire OEI de ton école si tu la fréquentes]
Objet :	[Ton nom] Mathématiques pré-calcul 11 ^e année
Pièce(s) jointe(s):	Module 1, Page de présentation, Devoir 1.1.doc, Devoir 1.2.doc et Devoir 1.3.doc
Message :	Module 1, Page de présentation, Devoir 1.1.doc, Devoir 1.2.doc et Devoir 1.3.doc
	Tuteur/correcteur : _____
	École : _____

La ligne « Objet » de ton courriel doit indiquer de façon claire ton nom et le nom du cours. Les numéro(s) du (des) devoir(s) doivent figurer parmi les noms de fichiers ainsi que dans le corps du message de ton courriel, comme démontré dans le modèle fourni ci-haut.

3. Joins tes fichiers au courriel.
4. Envoie tes devoirs à distance.learning@gov.mb.ca. N'envoie pas tes devoirs directement à ton tuteur/correcteur. Les courriels envoyés directement au tuteur/correcteur seront rendus non lus.

Ton tuteur/correcteur corrigera ton travail et te le renverra par courriel.



Le bureau de l'Option Études indépendantes ne pourra pas t'aider si tu as besoin d'assistance technique concernant un problème informatique ou d'ordinateur. Consulte un technicien professionnel.

Que signifient les symboles graphiques?

Des graphiques ont été insérés dans les marges du cours pour identifier une tâche précise. Chaque graphique vise à te guider d'une manière particulière. Voici la description de chaque graphique :



Introduction à la leçon : L'introduction prépare le terrain pour la leçon. Elle peut faire appel à tes connaissances antérieures ou décrire brièvement la manière dont la leçon est organisée. Elle indique également les résultats de la leçon. Ces résultats décrivent ce que tu apprendras.



Activité d'apprentissage : Réalise les activités d'apprentissage pour t'aider à passer en revue ou à mettre en pratique ce que tu as appris et te préparer à ton devoir et à l'examen. Tu **ne** dois **pas** envoyer les activités d'apprentissage à ton tuteur ou correcteur.



Devoir : Il s'agit d'un devoir que tu dois réaliser et envoyer à ton tuteur ou correcteur. Tu dois envoyer tes devoirs à la fin de chaque module.



Envoi par la poste : Indique quand il est temps d'envoyer par la poste tes devoirs à ton tuteur/correcteur.



Envoi par courriel : Indique quand il est temps d'envoyer électroniquement tes devoirs à ton tuteur/correcteur.



Tuteur/correcteur : Indique qu'il pourrait être un bon moment de communiquer avec ton tuteur/correcteur par téléphone ou courriel.



Partenaire d'études : Indique quand les élèves peuvent demander de l'aide à leur partenaire d'études.



Fiche-ressource : Indique les éléments qu'il pourrait être utile d'inclure dans ta fiche-ressource.



Examen : Indique qu'il est temps d'écrire ton examen de mi-session ou ton examen final.



Note : Indique que tu devrais prendre note de cette information importante et de t'en rappeler.

Buts mathématiques

La première activité du module 1 te demandera d'avoir une conversation avec ton tuteur/correcteur. Cette conversation est importante pour deux raisons.

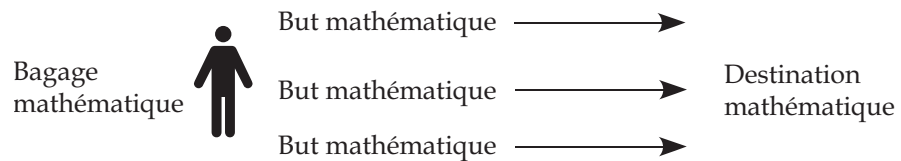
Premièrement, tu feras la connaissance d'une ressource importante, celle de ton tuteur/correcteur. Il sera disponible pour répondre à tes questions, t'expliquer des concepts et te guider à travers ce cours. Tu pourras discuter avec lui de ton expérience et de tes progrès en mathématiques. Sens-toi libre de le contacter n'importe quand durant ce cours, soit par téléphone soit par courriel.

La deuxième raison de communiquer avec ton tuteur/correcteur est de te faire penser à tes buts en mathématiques. Tu sais peut-être ce que tu aimerais faire plus tard comme carrière; pour t'en rapprocher, ce cours t'offre les prérequis nécessaires à un futur cours obligatoire. Il y a peut-être des habilités spécifiques ou des sujets que tu aimerais apprendre et qui sont couverts dans ce cours.

Voici trois points qui peuvent t'éclairer dans l'élaboration de tes buts mathématiques et qui te montrent pourquoi ils sont importants :

- les buts te guideront et te donneront une raison pour laquelle tu prends ce cours;
- les buts t'aideront à te motiver afin d'apprendre à faire de ton mieux, même si cela est difficile;
- lorsque tu accomplis tes buts, tu ressens un grand sens d'accomplissement et de réussite.

De bons buts doivent être réalistes, spécifiques et doivent refléter ce que tu trouves important. D'où tu étais, les buts doivent te diriger pour t'amener jusqu'à l'endroit où tu désires être, plus loin dans ton cheminement.



Les buts peuvent être soit à court terme soit à long terme, mais ils t'indiquent toujours le chemin qui t'amène de l'endroit où tu étais jusqu'à l'endroit où tu veux être.

Au travail!

Maintenant que tu as contacté ton tuteur/correcteur et établis avec lui tes buts mathématiques, prends le temps de passer au travers du matériel du cours, de localiser les pages de présentation, et de te familiariser avec la façon dont le cours est organisé. Prépare-toi à travailler et à apprendre des nouveaux concepts mathématiques!

Notes



MATHÉMATIQUES PRÉ-CALCUL
11^e ANNÉE (30S)

Module 1
Les suites et les séries

MODULE 1

LES SUITES ET LES SÉRIES

Introduction



Dans des cours de mathématiques précédents, tu as étudié la représentation graphique de modèles réguliers. Dans le présent module, tu verras des modèles réguliers sous un angle différent. De nombreux objets de la nature sont réguliers. Les pétales des fleurs présentent très souvent une régularité. Les cônes de pin présentent une régularité appelée *suite de Fibonacci*.

On trouve aussi des régularités dans des nombres. Quand on observe une régularité dans une liste de nombres, on dit qu'il s'agit d'une *suite*. Les suites sont utilisées dans de nombreux contextes. Par exemple, la dépréciation d'une automobile correspond à une suite. La croissance des intérêts ou de la valeur de placements immobiliers et de divers autres placements évolue aussi selon une suite précise. Les prêts sont remboursés en fonction d'une suite prédéterminée. Dans le présent module, tu étudieras deux types de suites différentes, des suites arithmétiques et des suites géométriques. Tu étudieras aussi deux types de séries différentes, des séries arithmétiques et des séries géométriques. On utilise des séries pour trouver la somme de listes de nombres très longues, voire même infinies. Dans ce module, tu apprendras quand il est possible de trouver la somme de différents types de séries.

Devoirs du module 1

Tu dois faire les trois devoirs ci-dessous et les envoyer à ton tuteur ou correcteur quand tu auras terminé ce module.

Leçon	Numéro du devoir	Titre du devoir
1	Devoir 1.1	Les suites et les séries arithmétiques
4	Devoir 1.2	Les suites et les séries géométriques
5	Devoir 1.3	Le calcul de la somme de séries géométriques infinies

Fiche-ressource

Quand tu te présenteras à l'examen de mi-session, on t'encourage d'y apporter une fiche-ressource d'examen de mi-session. Cette fiche sera une seule feuille de papier format lettre, 8 ½ po sur 11 po, recto verso, écrite de ta main ou dactylographiée. Tu la remettras avec ton examen, mais aucun point n'y sera attribué.

Plusieurs élèves trouvent que la préparation d'une fiche-ressource est un excellent moyen de réviser. Elle résume les points importants de chaque module. On demande à chaque élève de rédiger une fiche-ressource de chacun des modules pour mieux étudier et réviser. Des résumés de leçon ainsi que des résumés de module sont fournis pour te servir de guide.

Afin de te préparer à la rédaction de ta fiche-ressource, tu peux consulter la liste de consignes ci-dessous. Des termes mathématiques, des formules, des exemples de questions ou une liste d'endroits où tu fais souvent des erreurs devraient y figurer. Tu peux aussi inclure des notions à revoir en indiquant le numéro des pages pertinentes.

Une fois que tu auras rédigé les fiches-ressources de chacun des modules, tu seras en mesure de résumer les fiches des modules 1, 2, 3 et 4, pour en faire ta fiche-ressource de l'examen de mi-session. Rappelle-toi, l'examen de mi-session ne porte que sur les quatre premiers modules du cours.

Fiche-ressource pour le module 1

1. Inclus tous les termes mathématiques importants, et définis-les au besoin.
2. Inclus toutes les formules et peut-être un exemple de son utilisation.
3. Inclus, au besoin, la solution de certains problèmes, y compris comment tu as effectué les calculs.
4. Copie toute question représentative des points clés de la leçon, et peut-être même leur solution.
5. Identifie les problèmes les plus difficiles, et indique les pages pertinentes afin que tu puisses les revoir avant l'examen. Tu peux aussi copier les problèmes et leur solution sur ta fiche-ressource, et les inclure sur ta fiche-ressource d'examen de mi-session.
6. Inclus tout ce qui pourrait t'être utile durant l'examen, tel que des commentaires, des idées, des raccourcis ou d'autres rappels.

LEÇON 1 – LES SUITES ARITHMÉTIQUES

Objectifs de la leçon

Dans cette leçon, tu vas

- reconnaître des suites arithmétiques
- déterminer le premier terme, la différence commune, le nombre de termes et la valeur d'un terme spécifique dans une suite arithmétique
- décrire la relation entre des suites arithmétiques et des fonctions linéaires
- dériver une règle pour déterminer le terme général d'une suite arithmétique

Introduction à la leçon



Quand tu étais plus jeune, on t'a probablement demandé de compter les unités de 1 jusqu'à des nombres de plus en plus grands. On t'a probablement déjà aussi demandé d'énumérer en ordre croissant les nombres pairs, les nombres impairs, les multiples de cinq, les multiples de dix ou d'autres valeurs. Ce sont tous des exemples de suites arithmétiques.

On trouve souvent des suites arithmétiques dans la vie réelle. Les matchs de hockey et la construction de pyramides sont deux exemples de situations où l'on retrouve des suites arithmétiques. Dans cette leçon, tu apprendras ce que sont les suites arithmétiques et leurs diverses applications.

Les suites arithmétiques

Une suite est une liste ordonnée de termes. La **forme générale d'une suite** est : t_1, t_2, t_3, t_4 , etc ... où chacun des nombres en indice désigne le terme dans la suite. Cela signifie que si tu veux trouver le cinquième terme d'une suite, tu dois chercher t_5 . Ainsi, t_{12} représente le douzième terme d'une suite.

Une suite de nombres qui suit une régularité où le même nombre (positif ou négatif) est additionné à un terme afin d'obtenir le terme suivant s'appelle une **suite arithmétique**. En d'autres mots, une suite arithmétique est une liste de termes dont chaque terme subséquent s'obtient en additionnant ou en soustrayant une valeur constante au terme précédent.



Écris toutes les définitions des deux paragraphes précédents sur ta fiche-ressource.

Exemple 1

Parmi les suites suivantes, lesquelles sont des suites arithmétiques?

- a) 2, 5, 8, 11, ...
- b) 1, 2, 4, 7, 11, ...
- c) 7, 3, -1, -5, ...
- d) 1, 1, 2, 3, 5, ...

Solution

- a) Dans cette suite, si on ajoute 3 au premier terme, on obtient le terme suivant. Ceci s'applique à toute paire de termes consécutifs (ou termes qui se suivent) de la suite. Par conséquent, il s'agit d'une suite arithmétique.
- b) Dans cette suite, si on additionne 1 au premier terme, on obtient le prochain terme. Toutefois, pour obtenir le troisième terme, il faut additionner le nombre 2 au deuxième terme. Ce n'est pas une suite arithmétique, parce que ce n'est pas la même valeur qui est additionnée à chaque terme pour obtenir le terme suivant.
- c) Dans cette suite, si on additionne -4 à un terme ou si on soustrait 4 de chaque terme, on obtient le terme suivant. Par conséquent, il s'agit d'une suite arithmétique.
- d) Dans cette suite, les deux premiers termes sont identiques. Le troisième terme et le quatrième terme sont obtenus par l'addition du nombre 1. Toutefois, le même nombre n'est pas additionné à *chacun* des termes pour obtenir le suivant. Par conséquent, il ne s'agit pas d'une suite arithmétique.



Dans une suite arithmétique, le nombre qui est additionné à chaque terme pour obtenir le terme suivant s'appelle la **différence commune**. Écris cette définition sur ta fiche-ressource.

Exemple 2

Trouve la différence commune de chacune des suites arithmétiques suivantes.

- a) 5, 9, 13, 17, ...
- b) 1, 0, -1, -2, ...
- c) 2, 4, 6, 8, ...

Solution

- a) Le nombre qui est additionné à chaque terme pour obtenir le terme suivant est 4. Par conséquent, la différence commune de cette suite arithmétique est 4.

- b) Le nombre qui est additionné à chaque terme pour obtenir le terme suivant est -1 . Par conséquent, la différence commune de cette suite arithmétique est -1 .
- c) Le nombre qui est additionné à chaque terme pour obtenir le terme suivant est 2 . Par conséquent, la différence commune de cette suite arithmétique est 2 .

Les suites arithmétiques et les fonctions linéaires

Soit une suite arithmétique, telle que $1, 6, 11, 17, \dots$. Tu trouveras probablement facilement le 10^{e} ou même le 20^{e} terme en additionnant simplement 5 (la différence commune) à chaque terme, jusqu'à ce que tu obtiennes une suite de 20 termes. Qu'arrive-t-il quand tu dois trouver le 600^{e} terme (t_{600})?

Calculer le 600^{e} terme de cette façon serait très long. Une formule peut être utilisée pour trouver des termes de plus en plus éloignés du premier terme d'une suite. Par exemple, observe la suite arithmétique suivante :

$$2, 5, 8, 11, \dots$$

Chacun des termes de la suite représente 3 de plus que le terme précédent :

$$2, 2 + 3 = 5, 5 + 3 = 8, 8 + 3 = 11, \dots$$

On peut représenter la suite comme suit :

$$t_1 = 2 \quad (t_1 \text{ est le premier terme})$$

$$t_2 = t_1 + 3 \quad (t_2 \text{ est le deuxième terme})$$

$$t_3 = t_2 + 3$$

De manière générale $t_n = t_{n-1} + 3$, $n \geq 2$, où le n^{e} terme représente 3 de plus que le terme précédent. La variable n sert de compteur pour compter le nombre de termes. Son domaine est $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$ qui est l'ensemble des nombres naturels non nuls.

La définition de cette suite arithmétique comprend deux énoncés, soit :

$$\begin{cases} t_1 = 2 \\ t_n = t_{n-1} + 3, n \geq 2 \end{cases}$$

Ici, n doit être 2 ou plus parce que t_1 est déjà défini.

Les deux parties de l'énoncé sont requises.

Selon la définition,

- a) le premier terme est 2 ($t_1 = 2$);
- b) tout autre terme après le premier est 3 de plus que le terme précédent, tel qu'indiqué par le deuxième énoncé, $t_n = t_{n-1} + 3$, quand $n \geq 2$.

Remarque que 7, 10, 13, 16, ... est une autre suite dans laquelle chaque terme après le premier est 3 de plus que le terme précédent. Toutefois, c'est une série différente de la série 2, 5, 8, 11, ... car les premiers termes sont différents.

On peut représenter la suite arithmétique 7, 10, 13, 16, ... comme suit :

$$\begin{cases} t_1 = 7 \\ t_n = t_{n-1} + 3, n \geq 2 \end{cases}$$

Remarque qu'il est important de distinguer entre le rang du terme et la valeur du terme.

Exemple 3

Écris les cinq premiers termes de la suite arithmétique définie par :

$$t_1 = 4$$

$$t_n = t_{n-1} + 5$$

Solution :

Déterminer des valeurs à partir de la formule peut aisément se faire à l'aide d'un tableau. Le rang du terme, n , est inscrit dans la première colonne ; la valeur du terme est calculée dans la deuxième colonne.

$t_1 = 4$	$t_n = t_{n-1} + 5, n \geq 2$
1	$t_1 = 4$ (du premier énoncé)
2	$t_2 = t_{2-1} + 5$ (du second énoncé) $= t_1 + 5$ simplifie $= 4 + 5$ substitue $= 9$ simplifie
3	$t_3 = t_{3-1} + 5$ $= t_2 + 5$ $= 9 + 5$ $= 14$
4	$t_4 = t_{4-1} + 5$ $= t_3 + 5$ $= 14 + 5$ $= 19$
5	$t_5 = t_{5-1} + 5$ $= t_4 + 5$ $= 19 + 5$ $= 24$

Donc les cinq premiers termes sont : 4, 9, 14, 19, 24.



À l'exemple 3, après le premier terme, les termes subséquents sont calculés en fonction de la valeur du terme précédent et la différence commune. Si après le premier terme ou les premiers termes, les autres termes sont déterminés en fonction de la valeur du terme ou des termes précédents, la définition est appelée **récurtivité** ou **formule réursive**. Il pourrait t'être utile d'écrire cette définition sur ta fiche-ressource.

Exemple 4

Écris une formule réursive pour la suite arithmétique 7, 11, 15, 19, ... , et trace-en le graphique à l'aide de papier quadrillé et une calculatrice à affichage graphique, si tu en as une.

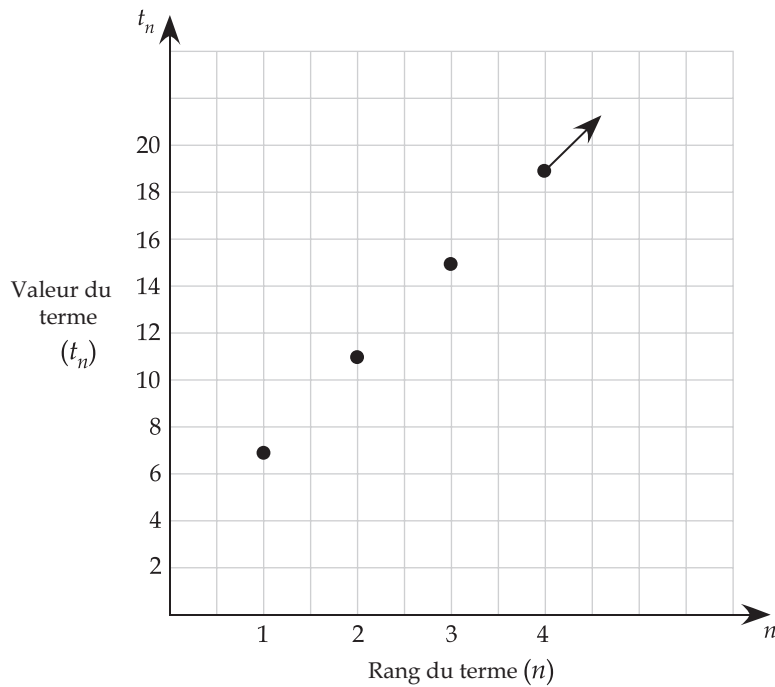
Solution :

$$t_1 = 7$$

Étant donné que chacun des termes représente 4 de plus que le terme précédent, cela signifie que la différence commune est 4, et que : $t_2 = t_1 + 4$, $t_3 = t_2 + 4$, Donc, la formule réursive est :

$$\begin{cases} t_1 = 7 \\ t_n = t_{n-1} + 4, n \geq 2 \end{cases}$$

Les points sur le graphique seront l'ensemble des points où la première coordonnée représente le rang du terme et la deuxième coordonnée sa valeur correspondante. Les coordonnées sont (1, 7), (2, 11), (3, 15), (4, 19), ...
Le graphique apparaît à la page suivante. Remarque que les points ne sont pas reliés les un aux autres. Les données sont discrètes, non continues. Remarque aussi qu'il n'y a pas de façon simple d'indiquer la régularité des points, qui continue indéfiniment. La flèche rattachée à (4, 19) ne pointe que dans une seule direction.



Avec une calculatrice graphique, utilise le mode séquentiel pour tracer le graphique de la suite à l'aide de la formule récurrente :

$$\begin{cases} t_1 = 7 \\ t_n = t_{n-1} + 4, n \geq 2 \end{cases}$$

et du premier point de la suite, (1, 7).

À l'aide du mode Seq, entre ton information dans Y=.

```

Plot1 Plot2 Plot3
nMin=1
u(n)≡(u(n-1))+4

u(nMin)≡(7)
v(n)=
v(nMin)=
w(n)=

```

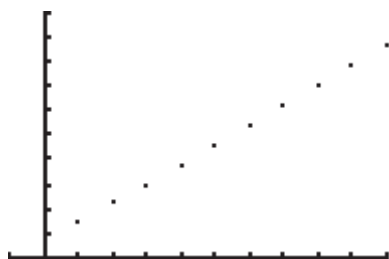
Puis règle la fenêtre.

```

WINDOW
  ZMin=1
  ZMax=10
  PlotStart=1
  PlotStep=1
  Xmin=-1
  Xmax=10
  Xscl=1
  Ymin=-1
  Ymax=50
  Yscl=5

```

Enfin appuie sur GRAPH.



Si tu as besoin d'aide quant à l'utilisation de ta calculatrice graphique avec des suites, tu pourrais tenter une recherche à Internet. Un site pratique est le <www.mathbits.com> (en anglais).

À partir de ces exemples, on pourrait généraliser la formule récursive d'une suite arithmétique ainsi :

$$\begin{cases} t_1 = \text{Premier terme} \\ t_n = t_{n-1} + d, n \geq 2 \end{cases}$$

où d est la différence commune.

Exemple 5

Trouve t_7 et t_{100} de la suite arithmétique 50, 42, 34, 26,

Solution

La différence commune est -8 et la formule récursive est :

$$\begin{cases} t_1 = 50 \\ t_n = t_{n-1} - 8 \end{cases}$$

Dressant la liste de termes de t_2 à t_7 , on obtient :

$$t_2 = 50 - 8 = 42$$

$$t_3 = 42 - 8 = 34$$

$$t_4 = 34 - 8 = 26$$

$$t_5 = 26 - 8 = 18$$

$$t_6 = 18 - 8 = 10$$

$$t_7 = 10 - 8 = 2$$

Donc, $t_7 = 2$.

Lorsqu'on utilise une formule ou une définition récursive, il faut connaître t_{n-1} pour trouver t_n . Il faut connaître t_{99} pour trouver t_{100} . Cela serait très long, puisqu'il faudrait beaucoup de temps pour arriver à t_{100} .

L'utilisation de la récurrence prendrait beaucoup de temps, car il faudrait dresser la liste de tous les termes jusqu'à t_{100} . Il y a une différente façon de résoudre ce problème.

Il est plus facile de déterminer t_{100} en associant la suite arithmétique à une fonction linéaire. La réponse apparaît suite à l'exemple 7.

Une **fonction linéaire** est une fonction dont le graphique est une droite oblique ou horizontale. Si le **domaine** d'une fonction linéaire consiste de l'ensemble des **nombre naturels non nuls**, son **image** est une suite arithmétique.



Écris les définitions précédentes sur ta fiche-ressource.

Exemple 6

Parmi les suivantes, quelle(s) équation(s) définissent une fonction linéaire? Trace le graphique de toute fonction linéaire.

a) $y = \frac{1}{x-2}$

b) $y = 3x + 5$

c) $y = \sqrt{x-1}$

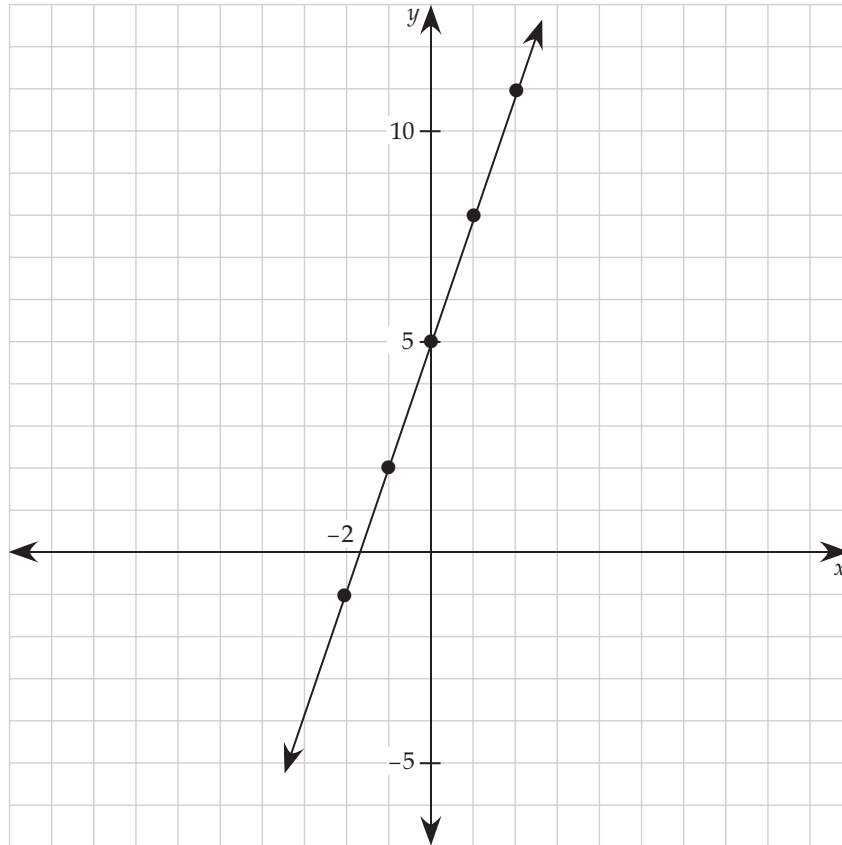
d) $y = x^2 + 1$

e) $y = 4 - x$

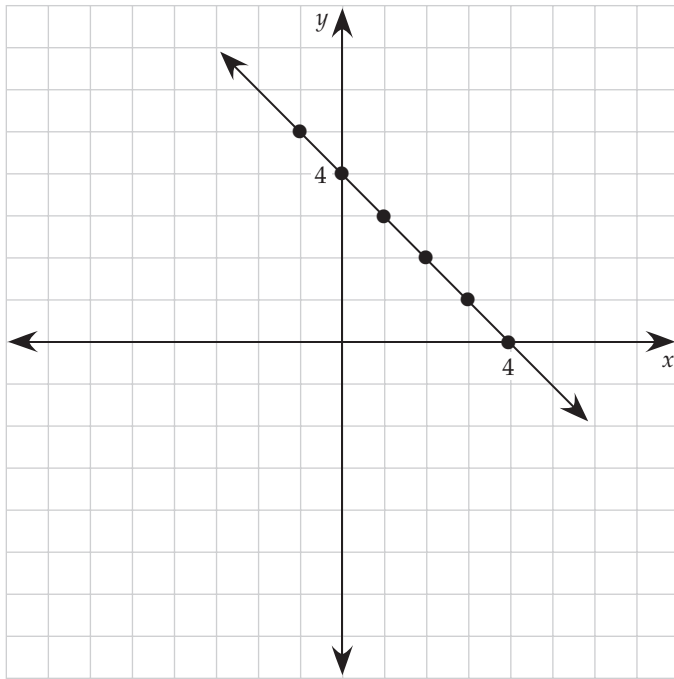
Solution :

Les seules équations qui donnent des lignes droites sont $y = 3x + 5$ et $y = -x + 4$. Donc (b) et (e) sont des fonctions linéaires.

Les graphiques des deux fonctions linéaires figurent ci-dessous. Remarque que leur domaine consiste de nombres réels et que les points sont reliés l'un à l'autre.



$y = 3x + 5$
pente = 3
ordonnée à l'origine = 5



$y = 4 - x$ ou
 $y = -x + 4$
 pente = -1
 ordonnée à l'origine = 4



Remarque : L'équation d'une droite s'exprime sous la forme $y = mx + b$ où m est la pente de la droite et b est l'ordonnée à l'origine. À l'exemple 6, partie (e) ci-dessus, l'équation $y = 4 - x$ peut être réécrite sous la forme $y = -x + 4$.

Exemple 7

Donne les cinq premiers termes ainsi que la différence commune de chacune des suites arithmétiques suivantes définies par des fonctions dont le domaine est les nombres naturels non nuls.

- a) $f(x) = 2x + 5$
- b) $g(x) = -3x + 10$

Solution

Étant donné que le domaine est représenté par les nombres naturels non nuls $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ les cinq premiers termes sont les suivants :

a) $f(x) = 2x + 5$

x	$f(x)$
1	$f(1) = 2(1) + 5 = 2 + 5 = 7$
2	$f(2) = 2(2) + 5 = 4 + 5 = 9$
3	$f(3) = 2(3) + 5 = 6 + 5 = 11$
4	$f(4) = 2(4) + 5 = 8 + 5 = 13$
5	$f(5) = 2(5) + 5 = 10 + 5 = 15$

Les cinq premiers termes sont 7, 9, 11, 13, 15.
La différence commune est 2.

b) $g(x) = -3x + 10$

x	$g(x)$
1	$g(1) = -3(1) + 10 = -3 + 10 = 7$
2	$g(2) = -3(2) + 10 = -6 + 10 = 4$
3	$g(3) = -3(3) + 10 = -9 + 10 = 1$
4	$g(4) = -3(4) + 10 = -12 + 10 = -2$
5	$g(5) = -3(5) + 10 = -15 + 10 = -5$

Les cinq premiers termes sont 7, 4, 1, -2, -5.
La différence commune est -3.

Si on compare la différence commune de chacune des suites arithmétiques à l'équation linéaire qui la définit, on remarque que la différence commune a la même valeur que la pente. Autrement dit, la pente de la droite correspond à la progression de la valeur des termes au fur et à mesure qu'on passe d'un terme au suivant.



Remarque : Il te sera très utile de te rappeler que la *pente* = *différence commune* dans une suite arithmétique.

Maintenant que tu sais que les équations linéaires sont reliées aux suites arithmétiques, tu peux faire un retour à l'arrière et déterminer t_{100} à l'exemple 5. Tu avais trouvé les données suivantes au sujet de la suite arithmétique à l'exemple 5 :

$$t_1 = 50$$

$$t_2 = 42$$

$$t_3 = 34$$

$$t_4 = 26$$

$$t_5 = 18$$

$$t_6 = 10$$

$$t_7 = 2$$

Les coordonnées des points pour les sept premiers termes de la fonction sont :

$$(1, 50), (2, 42), (3, 34), (4, 26), (5, 18), (6, 10), (7, 2)$$

Comme toute suite arithmétique correspond à une fonction linéaire, cet ensemble de points appartient à une droite. Par conséquent, tu peux utiliser la pente pour trouver une fonction linéaire qui définit la droite et qui t'aidera à trouver t_{100} . Souviens-toi que la formule de la pente étant donné deux points (x_1, y_1) et (x_2, y_2) d'une droite est :

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

L'équation d'une droite étant donné sa pente, m , et un point (x_1, y_1) et de la droite est :

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Tu peux utiliser deux points quelconques de la droite pour en trouver la pente et l'équation.

Si tu utilises les deux premiers points de la droite $(1, 50)$ et $(2, 42)$, alors la pente est :

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{42 - 50}{2 - 1} = \frac{-8}{1} = -8$$

L'équation de la fonction linéaire est : $y - y_1 = m(x - x_1)$

$$y - 50 = -8(x - 1)$$

$$y = -8x + 8 + 50$$

$$y = -8x + 58$$

La fonction qui définit la droite est $f(x) = -8x + 58$, dont la pente est la différence commune de la suite. Le domaine de $f(x)$ est l'ensemble des nombres naturels non nuls.

Il est maintenant plus facile de déterminer t_{100} . Afin de trouver cette valeur, remplace x par 100.

$$f(100) = -8(100) + 58$$

$$f(100) = -800 + 58$$

$$f(100) = -742$$

Donc, $t_{100} = -742$.

À partir de cet exemple, tu peux voir que $f(x)$ représente la valeur du terme tandis que x représente le rang du terme.

Exemple 8

Quelle est la fonction linéaire qui produit les quatre premiers termes des suites arithmétiques suivantes?

a) $f(x) : 1, 3, 5, 7, \dots$

b) $g(x) : 2, 4, 6, 8, \dots$

Solution

a) Étant donné que le domaine de la fonction est l'ensemble des nombres naturels non nuls, les coordonnées des points de la fonction sont $(1, 1)$, $(2, 3)$, $(3, 5)$, $(4, 7)$, ...

Puisque chacun des ensembles de points appartient à une droite, sers-toi de la pente pour trouver l'équation.

$$\text{Avec } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ et } y - y_1 = m(x - x_1) \text{ alors } m = \frac{3 - 1}{2 - 1} = \frac{2}{1} = 2.$$

$$\text{L'équation est : } y - 1 = 2(x - 1)$$

$$y = 2x - 2 + 1$$

$$y = 2x - 1$$

La fonction correspondante est $f(x) = 2x - 1$

b) Les coordonnées des points sont $(1, 2)$, $(2, 4)$, $(3, 6)$, $(4, 8)$, ...

$$\text{L'équation est: } y - 2 = 2(x - 1)$$

$$y = 2x - 2 + 2$$

$$y = 2x$$

La fonction correspondante est $f(x) = 2x$.

Formule du terme général

En général, la suite arithmétique t_1, t_2, t_3, \dots peut être écrite sous la forme $t_1, t_1 + d, t_1 + 2d, \dots$ où d est la différence commune entre les termes consécutifs. Nous avons aussi constaté que d est la pente de la fonction linéaire correspondante. Remarque la régularité du coefficient de d de chaque terme. Dans le premier terme, aucun d ; dans le deuxième terme, un d ; dans le troisième terme, deux d . Il y a donc toujours un d de moins que le rang du terme. En général, $t_n = t_1 + (n - 1)d$. On appelle cette formule le **terme général d'une suite arithmétique**. Il pourrait t'être utile d'écrire cette explication ainsi que cette formule sur ta fiche-ressource.



Exemple 9

Utilise la formule $t_n = t_1 + (n - 1)d$ pour trouver t_{10} , t_{21} , et t_{1000} dans la suite arithmétique 30, 36, 42, 48, ...

Solution :

$$t_1 = 30 \text{ et } d = 36 - 30 = 6 \text{ ou}$$

$$d = t_3 - t_2 = 42 - 36 = 6 \text{ ou}$$

$$d = t_4 - t_3 = 48 - 42 = 6$$

Ainsi,

$$t_{10} = t_1 + (10 - 1)d = 30 + 9(6) = 30 + 54 = 84$$

$$t_{21} = t_1 + (21 - 1)d = 30 + 20(6) = 30 + 120 = 150$$

$$t_{1000} = t_1 + (1\,000 - 1)d = 30 + 999(6) = 30 + 5\,994 = 6\,024$$

La formule du terme général d'une suite arithmétique $t_n = t_1 + (n - 1)d$ peut servir à résoudre des questions sur une suite mathématique, notamment pour trouver les valeurs inconnues de t_n , de t_1 , de n ou de d .

Exemple 10

Combien de termes y a-t-il dans la suite arithmétique 26, 28, 30, ..., 1 062?

Solution :

En utilisant la formule du terme général d'une suite arithmétique $t_n = t_1 + (n - 1)d$, on a : $t_n = 1062$; $t_1 = 26$ et $d = 2$. Substitue maintenant ces valeurs dans la formule et résous l'équation.

$$1062 = 26 + (n - 1)2$$

$$1062 = 26 + 2n - 2$$

$$1062 = 24 + 2n$$

$$1038 = 2n$$

$$519 = n$$

Par conséquent, $1\,062 = t_{519}$. Donc, la suite comporte 519 termes.

On peut aussi résoudre la question de l'exemple 10 en trouvant la fonction linéaire correspondante avec les points (1, 26) et (2, 28).

$$m = \frac{28 - 26}{2 - 1} = 2$$

$$y - 26 = 2(x - 1)$$

$$y = 2x - 2 + 26$$

$$y = 2x + 24 \text{ ou}$$

$$f(x) = 2x + 24$$

Vu que tu sais que la valeur du terme est 1 062, tu connais $f(x)$. Tu n'as qu'à substituer et résoudre l'équation, obtenant ainsi son rang.

$$\text{Donc : } 1\ 062 = 2x + 24$$

$$1\ 038 = 2x$$

$$519 = x$$

Par conséquent, la suite comporte 519 termes.

Assure-toi de faire l'activité d'apprentissage suivante pour mettre en pratique ce que tu viens d'apprendre dans cette leçon. Rappelle-toi que les activités d'apprentissage comportent deux parties. La partie A comprend des questions de calcul mental qui sont des activités de réchauffement pour te préparer aux questions de la partie B. La partie B contient des questions qui te permettent de mettre en pratique ce que tu viens d'apprendre dans la leçon. Tu n'as pas besoin de remettre les activités d'apprentissage. Toutefois, en répondant à chacune des questions des activités d'apprentissage, tu te feras une idée du style des questions qui te seront posées dans les devoirs, ainsi que dans les examens.

Notes



Activité d'apprentissage 1.1

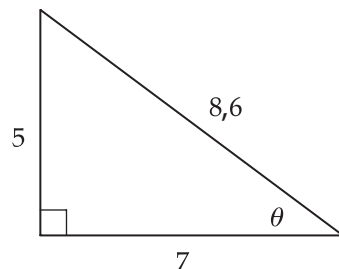
Réponds aux questions suivantes, puis vérifie tes réponses à l'aide du corrigé des activités d'apprentissage situé à la fin de ce module.

Partie A : Calcul mental

Les questions de calcul mental servent d'activités de réchauffement avant de passer aux questions de la partie B. Essaie de répondre à chacune des questions rapidement sans utiliser de calculatrice et sans écrire beaucoup d'étapes sur papier.

1. À la fin d'une partie de poker, Alysha a 62 \$. Pendant la partie, elle a gagné 250 \$, perdu 175 \$, gagné 35 \$, puis perdu 55 \$. Quelle somme d'argent Alysha avait-elle au départ, en dollars?
2. Termine la régularité : 1, 2, 5, 10, 17, ____, ____, ____.
3. Évalue $(3z + 1)(z - 5)$ quand $z = -1$.
4. Calcule $\frac{8}{16} \times 12$.
5. Une boutique de vêtements vend des chemises 30 \$. Le gérant décide d'augmenter leur prix de 20 %. Quelques jours plus tard, le gérant décide d'augmenter de nouveau le prix de 20 %. Quel est le nouveau prix d'une chemise, en dollars?

Utilise le triangle rectangle suivant pour répondre aux trois prochaines questions. Ne simplifie pas ta réponse.



6. Détermine le sinus de θ .
7. Détermine le cosinus de θ .
8. Détermine la tangente de θ .

suite

Activité d'apprentissage 1.1 (suite)

Partie B : Les suites arithmétiques

Souviens-toi que ces questions sont semblables à celles qui te seront posées dans les devoirs et les examens. Donc, si tu peux y répondre correctement, tu auras probablement de bons résultats à tes devoirs et tes examens. Si tu n'as pas eu la bonne réponse, révise la leçon et apprend les notions qui te manquent.

1. Parmi les suites suivantes, lesquelles sont arithmétiques?
 - a) 2, 5, 8, 11, ...
 - b) -5, -1, 3, 7, ...
 - c) 2, 5, 7, 10, ...
 - d) $2, 2\frac{1}{2}, 1, 1\frac{1}{2}, 0, \dots$
2. Écris une formule récursive pour chacune des suites suivantes. Indique si la suite est arithmétique ou non.
 - a) 10, 7, 4, 1, ...
 - b) 2, 4, 8, 16, ...
 - c) 30, 41, 52, 63, ...
 - d) 3, -6, 12, -24, ...
 - e) 5, 15, 45, 135, ...
3. Écris les quatre premiers termes de chacune des suites suivantes.
 - a) $t_1 = 3$
 $t_n = t_{n-1} + 5; n \geq 2$
 - b) $t_1 = 10$
 $t_n = t_{n-1} - 2; n \geq 2$
 - c) $t_1 = 3,7$
 $t_n = t_{n-1} + 1,3; n \geq 2$
 - d) $t_1 = 1 \quad t_2 = 1$
 $t_n = t_{n-1} + t_{n-2}; n \geq 3$
 - e) $t_1 = 3$
 $t_2 = -1$
 $t_n = t_{n-1} + t_{n-2}; n \geq 3$

suite

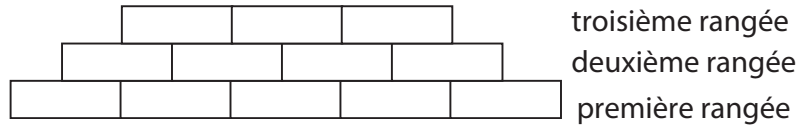
Activité d'apprentissage 1.1 (suite)

4. Écris les trois premiers termes de la suite arithmétique à partir de sa fonction linéaire.
 - a) $f(x) = 2x + 4$
 - b) $g(x) = 5x - 2$
 - c) $h(x) = -3x + 2$
 - d) $m(x) = x - 5$
5. Trois termes d'une suite arithmétique, pas nécessairement les trois premiers, sont 27, 30 et 33. Écris deux fonctions linéaires différentes qui peuvent avoir généré cette suite.
6. Trouve une équation de la fonction linéaire qui génère les trois premiers termes des suites arithmétiques ci-après.
 - a) 5, 8, 11, ...
 - b) $6, 6\frac{1}{2}, 7, \dots$
 - c) 10, 8, 6, ...
 - d) $2, 2\frac{1}{10}, 2\frac{1}{5}, \dots$
7. Trouve le 50^e terme de chacune des suites arithmétiques suivantes :
 - a) $f(x) : 7, 11, 15, \dots$
 - b) $g(x) : 10, 15, 20, \dots$
 - c) $h(x) : 4\frac{1}{2}, 5, 5\frac{1}{2}, \dots$
8. Le cinquième terme d'une suite arithmétique est -15 et le neuvième terme est -3. Détermine la valeur du centième terme.

suite

Activité d'apprentissage 1.1 (suite)

9. Une pile de briques est disposée en rangées. Le nombre de briques de chaque rangée forme une suite arithmétique. Une telle pile de briques ayant 3 rangées figure ci-dessous :



- Dans une autre pile de briques, il y a 45 briques dans la cinquième rangée et 33 briques dans la onzième rangée.
- Combien y a-t-il de briques dans la première rangée?
 - Combien de briques y a-t-il dans la n^{e} rangée?
 - Quel est le nombre maximal de rangées de briques possibles?
10. Dans la suite arithmétique 20, 23, 26, ..., détermine le rang du terme ayant une valeur de 245 :
- à l'aide de la formule du terme général;
 - à l'aide de sa fonction linéaire correspondante.
11. Trouve le terme indiqué dans chacune des suites arithmétiques à l'aide de la formule du terme général d'une suite arithmétique.
- $5, 3, 1, \dots t_{20}$
 - $8, 11, 14, \dots t_{21}$
 - $6, 3, 0, -3, \dots t_{57}$
 - $18, 17, 16, 15, \dots t_{132}$
 - $7; 8,3; 9,6; 10,9; \dots t_{172}$
12. Joe a acheté une peinture au coût de 1 800 \$. Sept ans plus tard, la même peinture s'est vendue 10 550 \$. En supposant que la peinture a pris de la valeur de façon arithmétique, détermine la valeur annuelle de son appréciation.
13. Détermine t_{29} de la suite arithmétique 7, 11, 15, 19, ...
14. Donne un exemple de suite arithmétique, puis :
- prouve qu'il s'agit d'une suite arithmétique;
 - écris l'équation linéaire qui correspond à ta suite;
 - écris ta suite arithmétique à l'aide de la formule du terme général.

15. Trace le graphique des six premiers termes de la suite arithmétique 7, 11, 15, 19, ...
- a) sur du papier graphique (une feuille de papier graphique reproductible figure sur la page de téléchargements);
 - b) à l'aide d'une calculatrice graphique.
-



Maintenant que tu as terminé la première leçon et la première activité d'apprentissage du cours de mathématique pré-calcul, 11^e année, il sera utile que tu communique avec ton tuteur/correcteur. Tu communiqueras avec ton tuteur/correcteur dans le cadre de l'activité d'apprentissage 1.2. Tel qu'indiqué dans l'introduction de ce cours, ton tuteur/correcteur est disponible si tu as besoin d'aide concernant la matière. De plus, c'est ton tuteur/correcteur qui corrigera tous tes devoirs et tes examens. Les coordonnées de ton tuteur/correcteur sont indiquées sur la page couverture qui accompagne ce cours. Si tu l'as égarée, téléphone à l'Option études indépendantes au 1 800 465-9915 et on te fournira les renseignements dont tu as besoin.



Activité d'apprentissage 1.2

Cette activité d'apprentissage est la seule à ne pas inclure de calcul mental, même si elle comprend deux parties.

Partie A : communiquer avec ton tuteur/correcteur

La première chose que tu dois faire est de communiquer par téléphone avec ton tuteur/correcteur.

Remplis les espaces à l'aide des renseignements fournis avec le cours :

Nom de mon tuteur/correcteur _____

Je peux lui téléphoner au numéro suivant 1 866 _____

Le courriel de mon tuteur/correcteur est _____

Sois prêt à discuter avec ton tuteur/correcteur des sujets suivants et à justifier tes réponses pendant la conversation téléphonique. Si tu veux, prends quelques notes avant de téléphoner, afin de t'aider à te sentir prêt. N'hésite pas à ajouter d'autres questions ou des commentaires.

1. Je suis le cours de formation à distance parce que...

2. Ce que j'aime des mathématiques et ce que je sais faire en mathématiques est (sujet préféré, habileté, où tu utilises les mathématiques, etc...) est...

Suite

Activité d'apprentissage 1.2 (suite)

3. Ce que je n'aime pas ou ce avec quoi j'ai de la difficulté en mathématiques est...

4. Les expériences précédentes en mathématiques qui ont influencé la façon dont je me sens par rapport aux mathématiques sont...

5. Le prochain cours de mathématiques que j'aimerais entreprendre...

6. Ce que j'aimerais que ce cours m'aide à accomplir ou à apprendre en vue du futur est...

Suite

Activité d'apprentissage 1.2 (suite)

7. Ce que je fais ou comment je m'organise pour réussir ce cours...

Durant ta conversation téléphonique avec ton tuteur ou correcteur, note sur une feuille de papier une phrase ou deux résumant ce que vous avez dit. Par exemple, si tu suis ce cours parce qu'il n'entre pas dans ton horaire à l'école ou parce que tu voyages beaucoup avec ton équipe de sport et que c'est plus pratique pour toi, indique-le dans l'espace sous la question 1.

Partie B : Ton cheminement en mathématiques

Utilise les réponses aux questions abordées lors de la conversation téléphonique avec ton tuteur/correcteur comme point de départ pour remplir le diagramme suivant. Dans la colonne « Expérience en mathématiques », écris sous forme abrégée quelques notes sur tes expériences précédentes et tes connaissances en mathématiques (questions 2, 3 et 4). Dans la colonne « Destination en mathématiques », écris comment ce cours t'aidera à réaliser tes objectifs (questions 5 et 6). Dans la colonne « Cheminement », écris ce que tu devras faire pour te rendre de ton expérience en mathématiques jusqu'à ta destination.

Expérience en mathématiques	Cheminement	Destination en mathématiques

Suite

Activité d'apprentissage 1.2 (suite)

Par exemple, ta destination pourrait être celle d'obtenir une note d'au moins 75 % dans ce cours, ce qui te donnerait la confiance d'entreprendre le cours de mathématiques pré-calcul de 12^e année, ce qui te permettrait de t'inscrire à un cours de techniques infirmières après ta graduation. Ta destination pourrait être aussi celle d'apprendre à résoudre des équations, et tu tentes de découvrir ce qui t'aiderait à accomplir ceci. Il peut aussi s'agir de déterminer la meilleure façon d'apprendre et d'étudier les mathématiques, ou de te faire un calendrier pour t'assurer de remettre tes devoirs à temps. Tu devras peut-être trouver le guide d'utilisation de ta calculatrice et apprendre à t'en servir, fixer des rencontres régulières avec ton partenaire d'études, faire une recherche sur un sujet à Internet, ou lire un manuel qui explique un concept ou une habileté particulière en mathématiques. Ton cheminement est unique et il t'appartient.

Au fur et à mesure que tu avances dans ce cours et que tu t'appliques à atteindre tes objectifs, l'autoévaluation joue le rôle important de t'aider à déterminer si tu te rapproches de ta destination et si les étapes de ton cheminement t'aident à y arriver. Tu devras te poser régulièrement les questions : Est-ce que je fais mes devoirs? Mon habileté à prendre des notes s'améliore-t-elle? Combien de fois ai-je communiqué avec mon tuteur/correcteur ou travaillé avec mon partenaire d'études? Mon calendrier est-il efficace? Que devrais-je changer ou ajuster afin d'arriver à ma destination?

Tu devras refaire ce cycle plusieurs fois et te demander d'où tu pars, où tu veux te rendre, et où tu te trouves à ce moment. Tout au long du parcours, tu peux réviser tes objectifs ou en établir de nouveaux après avoir évalué tes progrès et ton apprentissage.

- Expérience/historique – Réfléchis à ce que tu sais, au chemin que tu as parcouru jusqu'à maintenant.
- Tour d'horizon/cheminement – Évalue si tu atteins tes objectifs, détermine si de l'apprentissage ou de nouvelles compréhensions ont eu lieu, et vérifie ton progrès.
- Le futur/destination – Détermine ce que tu veux savoir, fixe des objectifs.

Chaque fois que tu suis ces étapes, tu t'amélioreras en mathématiques!

Il est important que tu gardes ce diagramme à portée de main puisque tu devras y revenir à d'autres moments durant ce cours.

Résumé de la leçon

Dans cette leçon, tu as appris ce que sont les suites arithmétiques et la façon dont elles sont formées. Tu as aussi vu comment les suites arithmétiques sont liées aux fonctions linéaires. À partir de ces fonctions linéaires, tu as constaté que la pente d'une relation linéaire est égale à la différence commune d'une suite arithmétique. Dans la prochaine leçon, tu consolideras tes acquis sur les suites arithmétiques et tu étudieras les séries arithmétiques.



Printed in Canada
Imprimé au Canada