APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

LISTE PARTIELLE DU VOCABULAIRE DE MATHÉMATIQUES AUQUEL L'ÉLÈVE DOIT ÊTRE EXPOSÉ

STATISTIQUES ET PROBABILITÉ

Calculer, choisir, communiquer, comparer, construire, critiquer, décrire, déterminer, étiqueter, évaluer, expliquer, exprimer, interpréter, justifier, prédire, raisonner, recueillir, représenter, résoudre, tirer des conclusions, vérifier

- Vocabulaire de la statistique : mesures de la tendance centrale, moyenne, mode, médiane, étendue, valeur aberrante, ensemble de données, collecte, données primaires, secondaires et continues, sondage, questionnaire, information fiable, média, expérience, table, tableau, tableur, marque de pointage, fréquence, marque de fréquence, diagramme à bandes, à bandes doubles, à ligne (linéaire), de Carroll, de Venn et circulaire, pictogramme, légende, étiquette, titre, axe horizontal, axe vertical, échelle, intervalle, correspondance biunivoque et multivoque, secteur, catégorie, rapport, fraction, pourcentage

LA COLLECTE, L'ORGANISATION ET L'ANALYSE DES DONNÉES (7.S.1, 7.S.2, 7.S.3)

PRIME N4 : C2, C3, H2 ET H3

Grandes idées :

- Les données sont recueillies et organisées pour répondre à des questions.
- La question à laquelle on doit répondre détermine les données qui seront recueillies.
- Les présentations visuelles révèlent rapidement de l'information sur les données.
- Les renseignements contenus dans des graphiques sont utilisés pour faire référence, pour interpréter, pour tirer des conclusions et pour faire des prédictions.

PRIME Connaissances et stratégies, pages 93 à 100

L'élève

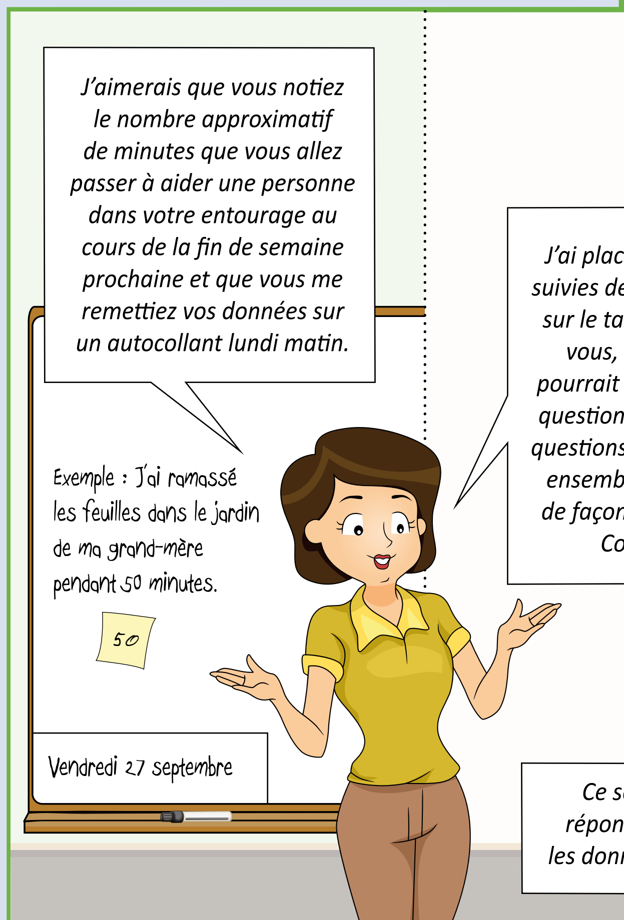
- détermine l'**étendue** et les mesures de la tendance centrale (**moyenne, médiane et mode**) d'un ensemble de données et explique pourquoi ces mesures peuvent être identiques ou différentes;
- détermine laquelle des mesures de la tendance centrale est la plus appropriée pour refléter les données recueillies;
- fournit un contexte dans lequel une des mesures de la tendance centrale est la plus appropriée pour le contexte en question;
- résout un problème qui comprend des mesures de la tendance centrale;
- analyse un ensemble de données afin d'en identifier toute **valeur aberrante**;
- explique les effets des valeurs aberrantes sur les mesures de la tendance centrale d'un ensemble de données et explique pourquoi il est approprié ou non d'en tenir compte lors de la détermination de mesures de la tendance centrale;
- fournit des exemples de situations dans lesquelles des valeurs aberrantes seraient ou ne seraient pas incluses lors de la détermination de mesures de la tendance centrale.

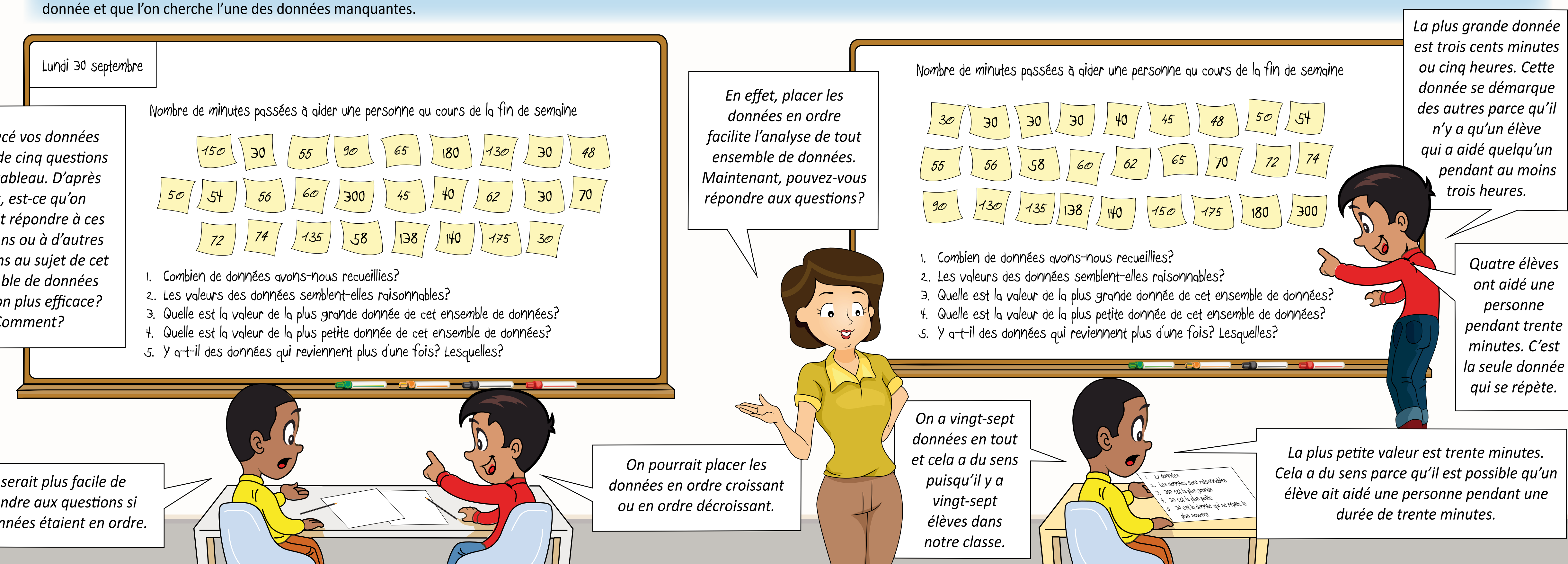
PRIME Connaissances et stratégies, Chapitre 5

L'enseignant

- utilise la résolution de problèmes ou l'enquête pour
  a. amener l'élève à :
     i. choisir une méthode de collecte de données et justifier son choix;
     ii. concevoir et administrer un questionnaire ou mener une expérience pour répondre à une question, en noter les résultats puis en tirer une conclusion;
     iii. analyser l'ensemble des données recueillies pour déterminer l'étendue et les mesures de la tendance centrale;
     iv. déterminer la mesure de la tendance centrale qui est la plus appropriée pour refléter les données recueillies;
     v. déterminer les valeurs aberrantes et expliquer leur effet sur les mesures de la tendance centrale.
  b. offrir à l'élève la possibilité d'observer, de s'interroger et d'appliquer ses connaissances de la collecte de données, de l'étendue et des mesures de la tendance centrale pour analyser et interpréter un ensemble de données;
  c. observer le raisonnement de l'élève afin de fournir de l'étayage.
- pose des questions ouvertes qui favorisent la réflexion et le dialogue, et des questions fermées ayant une seule réponse pour valider ou vérifier une connaissance précise.

À noter : L'utilisation précoce de la formule du calcul de la moyenne arithmétique qui consiste à additionner l'ensemble des données puis à diviser la somme par le nombre de données n'amène pas l'élève à la compréhension de ce qu'est la moyenne arithmétique. Il est important de proposer des situations d'apprentissage où l'élève aura à faire des échanges pour obtenir un partage égal et à discuter des stratégies utilisées afin de les amener à dégager une définition de la moyenne. L'élève qui a mémorisé la formule sans comprendre le concept de la moyenne éprouvera des difficultés à la manipuler et à l'appliquer dans divers contextes tels que résoudre des problèmes où la somme ou la moyenne est déjà donnée et que l'on cherche l'une des données manquantes.





La statistique et la probabilité

APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

En statistiques, on recueille de l'information ou des données qu'on analyse afin, entre autres, d'émettre des hypothèses ou de prendre des décisions éclairées. Lors de cette analyse, on recherche l'étendue de l'ensemble des données et les mesures de la tendance centrale que sont le mode, la moyenne et la médiane.

Quand on parle de l'étendue d'un ensemble, on peut penser à du beurre d'arachides qu'on étend sur une tranche de pain.

En statistiques, l'étendue :

- est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur d'un ensemble de données;
- représente la distribution des données.

10, 9, 7, 6, 4, 3, 3, 2

ou

2, 3, 3, 4, 6, 7, 9, 10

Dans cet ensemble, l'étendue est la différence entre 10 et 2, soit 8

L'étendue
300 − 30 = 270

Lors de notre enquête sur le nombre de minutes passées à aider une personne, la plus grande valeur était trois cents et la plus petite était trente. Donc, l'étendue de notre ensemble de données est deux cent soixante-dix.

Quand on parle du mode d'un ensemble, on peut penser à quelque chose tel une paire de jeans qui est très populaire, car elle est à la mode.

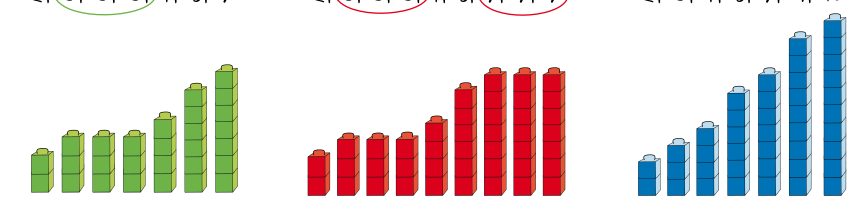
Le mode est une mesure souvent utilisée par les marchands pour déterminer le type de marchandise, la taille des vêtements, la pointure des chaussures, la couleur des voitures, les genres de livres, etc. qu'ils doivent commander pour s'assurer de se défaire de leur inventaire.

Le mode est la donnée qui revient le plus souvent dans un ensemble de données.
Certains ensembles de données peuvent avoir un mode ou plusieurs modes ou n'avoir aucun mode.

Un mode
2, 3, 3, 3, 4, 6, 7

Plus d'un mode
2, 3, 3, 3, 4, 6, 7, 7, 7

Aucun mode
2, 3, 4, 6, 7, 9, 10



Le mode de cet ensemble de données est 3.

Les modes de cet ensemble de données sont 3 et 7.

Cet ensemble de données n'a pas de mode.

Lorsqu'on analyse les données recueillies lors de notre enquête, on peut voir que le mode de notre ensemble de données est trente puisque c'est la valeur qui se répète le plus souvent.

30, 30, 30, 30, 40, 45, 48, 50, 54, 55, 56, 58, 60, 62, 65, 70, 72, 74, 90, 120, 135, 138, 140, 150, 175, 180, 300
Le mode est 30.

Quand on parle de la moyenne, on peut penser à la moyenne de temps que tu consacres à ton passe-temps favori dans une semaine. Tu sais que tu n'y consacres pas le même nombre d'heures chaque jour, mais tu sais le nombre d'heures total que tu y consacres par semaine. Sachant qu'il y a sept jours dans une semaine, tu peux diviser le nombre d'heures total par sept pour savoir la moyenne d'heures que tu consacres à ton passe-temps favori par jour.

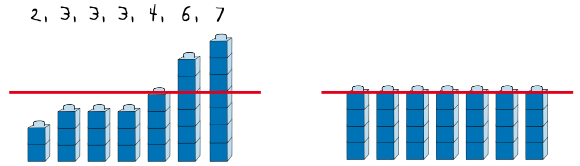
La moyenne d'un ensemble de données :

- est la somme des données (x) divisée par le nombre de données (n);

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \ldots + x_n}{n}$$

- sera toujours supérieure à la plus petite donnée et inférieure à la plus grande donnée;
- est souvent la meilleure mesure de la tendance centrale à utiliser lorsqu'aucune des données d'un ensemble ne se démarque des autres données.

2, 3, 3, 3, 4, 6, 7



$$\frac{2+3+3+3+4+6+7}{7} = 4$$

La moyenne de cet ensemble de données est 4.

Pour calculer la moyenne de l'ensemble de données recueillies lors de notre enquête, on a divisé la somme des données par vingt-sept et on a obtenu une moyenne d'environ quatre-vingt-sept.

$$\frac{30+30+30+30+40+45+48+50+54+55+56+58+60+62+65+70+72+74+90+120+135+138+140+150+175+180+300}{27} \cong 87$$

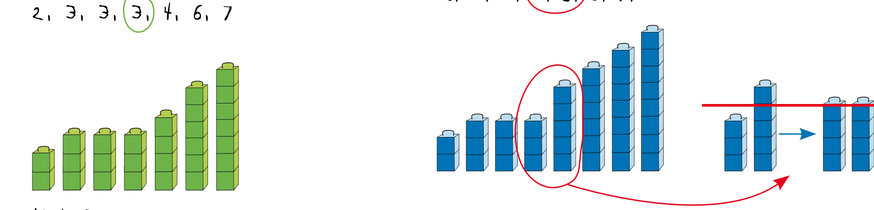
Quand on parle de la médiane, on peut penser à une personne qui est au milieu d'une file d'attente. On sait qu'il y a autant de personnes devant elle que derrière elle.

La médiane est la :

- valeur centrale d'un ensemble de données placées en ordre croissant ou décroissant;
- valeur centrale lorsqu'il y a un nombre impair de données;
- moyenne des valeurs centrales lorsqu'il y a un nombre pair de données;
- meilleure mesure de la tendance centrale à utiliser lorsque l'ensemble de données est composé de certaines données qui se démarquent des autres données.

Nombre impair de données
2, 3, 3, 3, 4, 6, 7

Nombre pair de données
2, 3, 3, 3, 5, 6, 7, 8



Med : 3

La médiane est la moyenne de 3 et 5.

Med = $\frac{3+5}{2}$

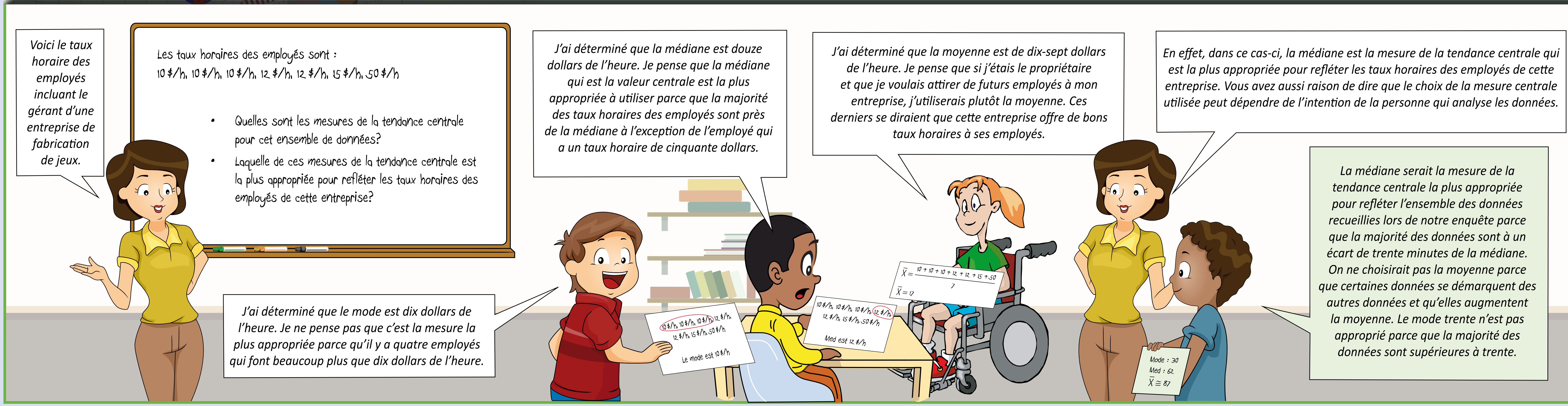
Med : 4

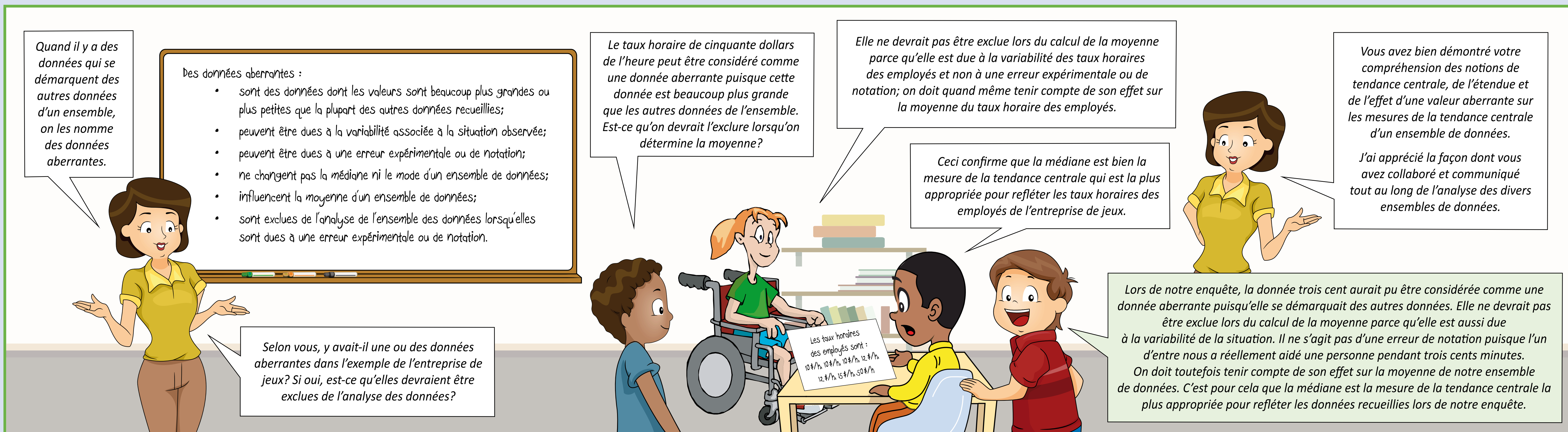
L'ensemble des données recueillies lors de notre enquête comprend un nombre impair de données. La médiane de notre ensemble est soixante-deux parce c'est le nombre qui est au centre de l'ensemble de données.

30, 30, 30, 30, 40, 45, 48, 50, 54, 55, 56, 58, 60, 62, 65, 70, 72, 74, 90, 120, 135, 138, 140, 150, 175, 180, 300

La statistique et la probabilité

APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE





Les **données discrètes** ont des valeurs dénombrables et elles peuvent être classées selon des catégories bien définies et clairement distinctes, p. ex. :

- la couleur des automobiles dans le parc de stationnement;
- les matières scolaires favorites;
- les sports préférés.

Les **données continues** sont mesurables et elles peuvent être décomposées en fraction ou en nombre décimal, p. ex. :

- la taille et le poids des personnes;
- les sommes d'argent;
- la distance parcourue.

APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

PRIME Connaissances et stratégies, pages 74 à 76

L'élève

- construit et étiquette (titre, étiquette et légende) un diagramme circulaire, avec ou sans l'aide de la technologie, pour présenter un ensemble de données discrètes;
- compare des diagrammes circulaires dans divers médias imprimés et électroniques tels que les quotidiens, les magazines et Internet;
- exprime les pourcentages présentés dans un diagramme circulaire sous forme de quantités afin de résoudre un problème;
- interprète un diagramme circulaire afin de répondre à des questions.

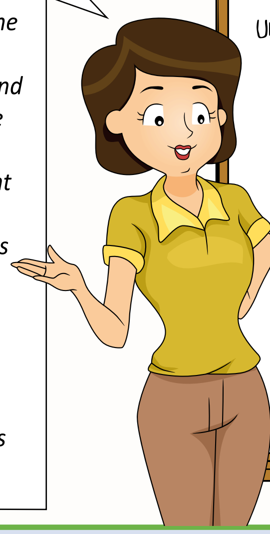
À noter : Dans la plupart des tableurs, les diagrammes circulaires se nomment graphique en secteurs. Par contre, le terme juste est diagramme circulaire.

PRIME Connaissances et stratégies, Chapitre 5

L'enseignant

- utilise la résolution de problèmes ou l'enquête pour
  a. amener l'élève à :
     i. choisir une méthode de collecte de données et justifier son choix;
     ii. concevoir et administrer un questionnaire ou mener une expérience pour répondre à une question;
     iii. présenter un ensemble de données discrètes à l'aide d'un diagramme circulaire;
     iv. construire, étiqueter et interpréter des diagrammes circulaires pour en tirer des conclusions.
  b. offrir à l'élève la possibilité d'observer, de s'interroger et d'appliquer ses connaissances de la collecte de données discrètes et d'une variété de diagrammes, dont les diagrammes circulaires, pour représenter et interpréter des données;
  c. observer le raisonnement de l'élève afin de fournir de l'étayage.
- pose des questions ouvertes qui favorisent la réflexion et le dialogue, et des questions fermées ayant une seule réponse pour valider ou vérifier une connaissance précise.

Vous avez remarqué qu'il est souvent plus facile d'interpréter un diagramme qu'une liste de nombres. Le diagramme utilisé dépend généralement du type de données à représenter. Vous avez appris comment représenter des données à l'aide de différents types de diagrammes comme des pictogrammes, des histogrammes et des diagrammes à bandes. Maintenant nous allons apprendre ce que sont les diagrammes circulaires.



Un diagramme circulaire :

- est une représentation graphique de différentes catégories de données discrètes;
- est aussi appelé un diagramme à secteurs;
- comprend généralement un maximum de 6 secteurs :
  - qui correspondent à chacune des catégories;
  - dont la mesure de l'angle au centre est proportionnelle à la valeur de chaque donnée exprimée en pourcentage;
  - qui sont placés en ordre de grandeur (du plus grand au plus petit) dans le sens horaire;
- compare les parties d'un tout, le « tout » correspondant à 100 % des données;
- peut être tracé à la main à l'aide d'un compas, d'un cercle de pourcentages, d'un cercle de degrés ou d'un rapporteur d'angles;
- peut être tracé à l'aide de la technologie;
- doit comprendre un titre descriptif et une légende expliquant ce que chaque secteur représente.

Voici les étapes à suivre pour tracer un diagramme circulaire à la main.

Étapes à suivre pour tracer un diagramme circulaire à l'aide d'un cercle de pourcentages ou d'un cercle de degrés :

1. Vérifier si les données sont discrètes;
2. Déterminer la fréquence en pourcentage associée à chaque catégorie de données;
3. Déterminer la mesure de l'angle au centre de chacun des secteurs si on utilise un cercle de degrés;
4. Tracer un cercle, puis utiliser le cercle de pourcentages ou le cercle de degrés pour tracer les secteurs;
5. Étiqueter le diagramme : un titre descriptif et une légende expliquant ce que chaque secteur représente;
6. Inscrire, si possible, le pourcentage et l'étiquette de la catégorie à côté de chacun des secteurs afin d'éviter d'avoir à revenir constamment à la légende pour interpréter le diagramme.

Voici des données qui ont été recueillies à la suite d'un sondage mené auprès d'un groupe d'élèves de la 7e et de la 8e années pour déterminer les activités sportives qui pourraient être offertes à l'école. Est-ce que nous pouvons utiliser un diagramme circulaire pour représenter ces données?

Sports préférés des élèves de la 7e et de la 8e années

Catégories	Nombre d'élèves
soccer	10
basketball	10
volleyball	8
softball	6
autres	4
badminton	2
Total	40

Oui, parce que ce sont des données discrètes qui peuvent être réparties dans des catégories distinctes.

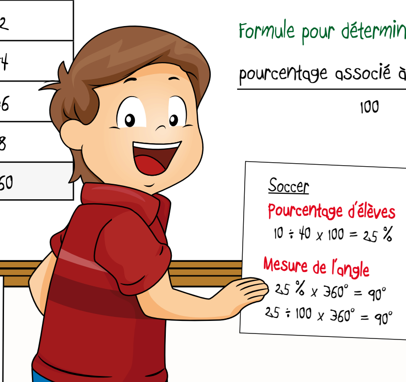
Catégories	Nombre d'élèves	Fréquence (%)	Angle au centre (en degrés)
soccer	10	25	90
basketball	10	25	90
volleyball	8	20	72
softball	6	15	54
autres	4	10	36
badminton	2	5	18
Total	40	100	360

Formule pour déterminer un pourcentage :

$$\frac{\text{nombre d'élèves par catégorie}}{\text{nombre total d'élèves}} \times 100 = \text{pourcentage associé à la catégorie}$$

Formule pour déterminer un angle au centre :

$$\frac{\text{pourcentage associé à la catégorie}}{100} \times 360^\circ = \text{angle au centre associé à la catégorie}$$



À noter : Expliquer à l'élève qu'il aura parfois à ajuster les pourcentages et la mesure des angles, car il se peut que le total de la fréquence ne donne pas 100 % ou que le total des angles au centre ne donne pas 360°.

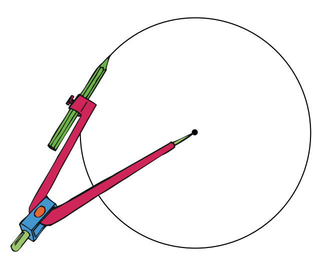
La prochaine étape serait de calculer le pourcentage d'élèves associé à chacune des catégories si on voulait utiliser un cercle de pourcentages pour tracer les secteurs. On doit aussi déterminer la mesure de l'angle au centre de chacun des secteurs si on veut utiliser un cercle de degrés ou un rapporteur d'angles pour tracer les secteurs.

La statistique et la probabilité

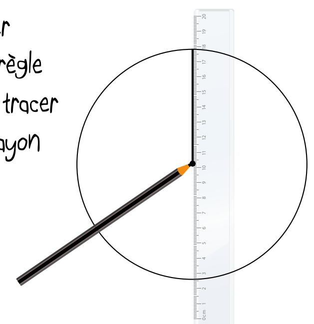
APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

Tout d'abord, on doit tracer un cercle à l'aide d'un compas, identifier le centre du cercle et tracer un rayon.

Tracer un cercle à l'aide d'un compas

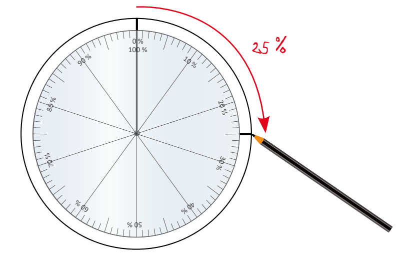


Placer une règle pour tracer un rayon

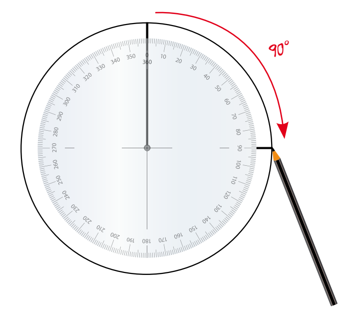


Par la suite, on peut utiliser un cercle de pourcentages ou un cercle de degrés pour tracer chacun des secteurs.

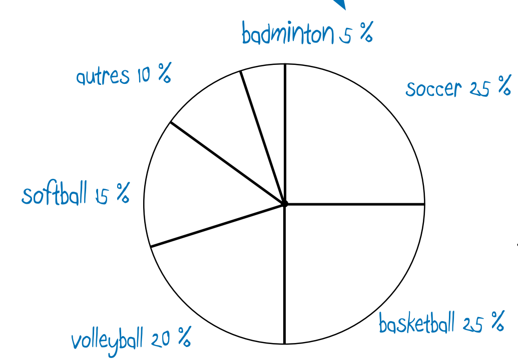
Tracer, à l'aide d'un cercle de pourcentages, les secteurs qui représentent la fréquence en % associée à chacune des catégories.



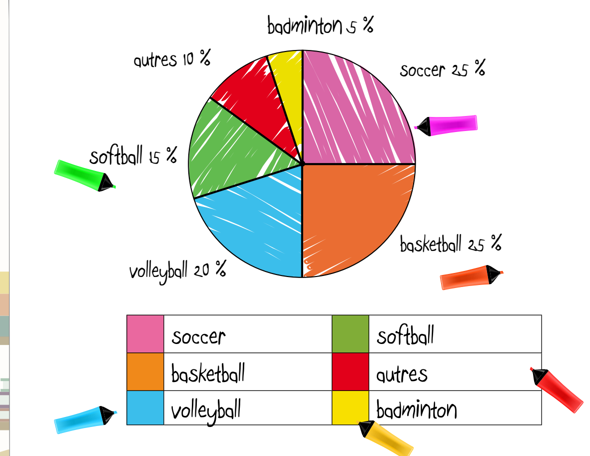
Tracer, à l'aide d'un cercle de degrés, l'angle au centre associé à chacune des catégories.



Inscrire, au fur et à mesure, le pourcentage correspondant à chacun des secteurs ou le pourcentage correspondant à l'angle au centre de chacun des secteurs.



Enfin, un diagramme circulaire doit comprendre un titre descriptif et une légende expliquant ce que chaque secteur représente.



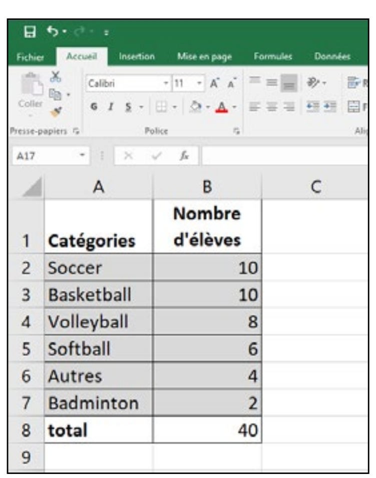
Le titre du diagramme, le choix de couleurs, le type d'étiquettes et le style de légende facilitent l'interprétation du diagramme.

Vous savez maintenant comment construire un diagramme circulaire à la main. Il est aussi possible d'utiliser la technologie pour le faire. Cela permet de sauter une ou deux étapes. Voici les étapes de base à suivre lorsqu'on utilise un tableur pour tracer un diagramme circulaire.

Étape 1

Cliquer sur l'onglet **Accueil** et entrer les catégories dans la colonne **A** et les données dans la colonne **B**.

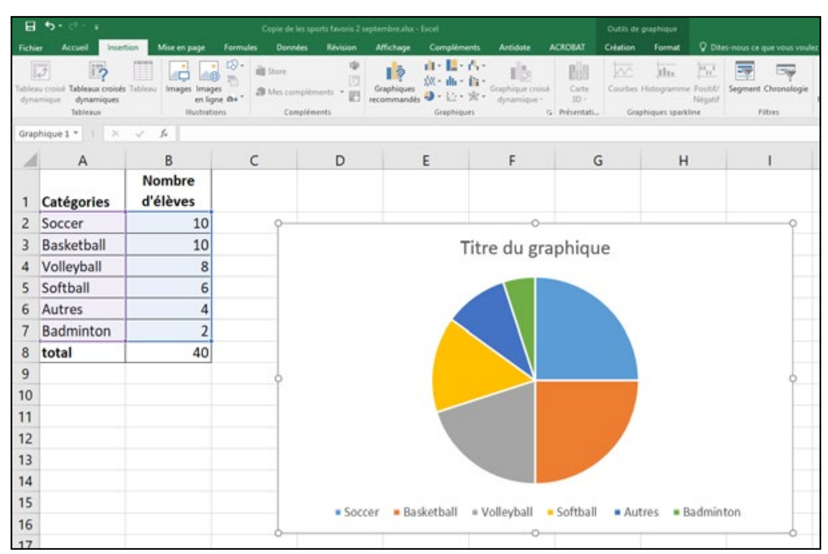
Sélectionner les noms des catégories et les données pour chacune des catégories.



	A	B
1	Catégories	Nombre d'élèves
2	Soccer	10
3	Basketball	10
4	Volleyball	8
5	Softball	6
6	Autres	4
7	Badminton	2
8	total	40

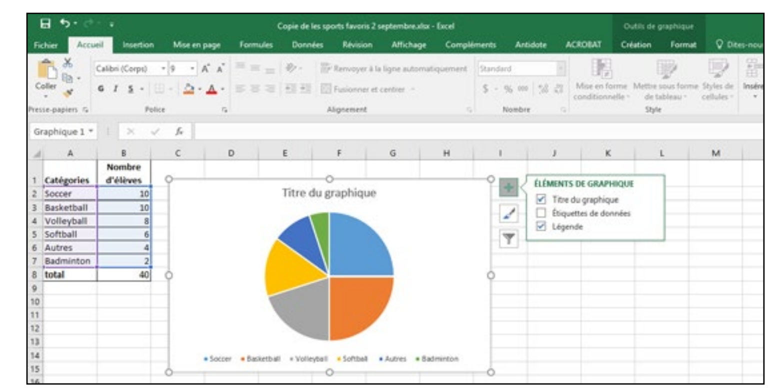
Étape 2

Cliquer sur l'onglet **Insertion**, puis sur **Insérer un graphique en secteurs ou en anneau** et sélectionner un type de diagramme circulaire.

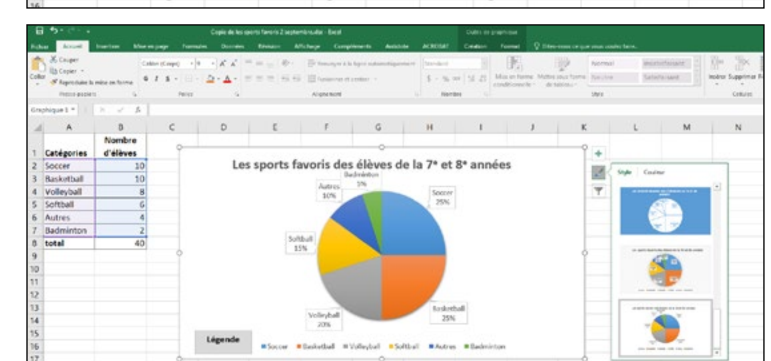


Étape 3

Cliquer sur l'icône **Éléments de graphique** pour étiqueter le diagramme et insérer le titre.



Enfin, cliquer sur l'icône **Styles de graphique** pour choisir les couleurs, le type d'étiquettes, le style de légende, etc.



APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

Résultats d'un sondage qui a été mené par le conseil étudiant auprès des élèves de la 8e année dans le but d'organiser des activités artistiques à l'heure du midi pour la 8e année.

Question d'enquête

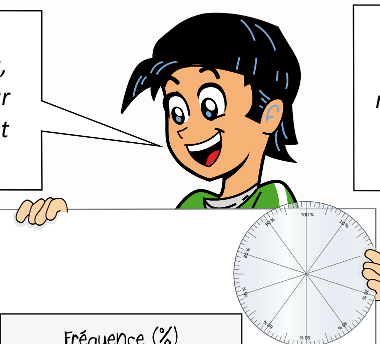
Quel médium préfères-tu utiliser pour exprimer tes idées : les arts visuels, la musique, la danse, le théâtre ou un autre médium?

Médiums	Fréquence
Arts visuels	15
Danse	12
Autre médium	10
Musique	8
Théâtre	5
Total	50

Quelles conclusions le conseil étudiant peut-il tirer de ce diagramme?

Vous devez représenter ces données à l'aide d'un diagramme circulaire en utilisant les trois méthodes que nous venons d'explorer.

À noter : Il est important d'inviter l'élève à construire des diagrammes circulaires à la main avant de lui proposer d'utiliser des outils technologiques. Ceci lui permettra de mieux comprendre comment déterminer le pourcentage et l'angle au centre associés à chacun des secteurs et de faire des liens entre les concepts de fraction, rapport, pourcentage, angle au centre, etc.



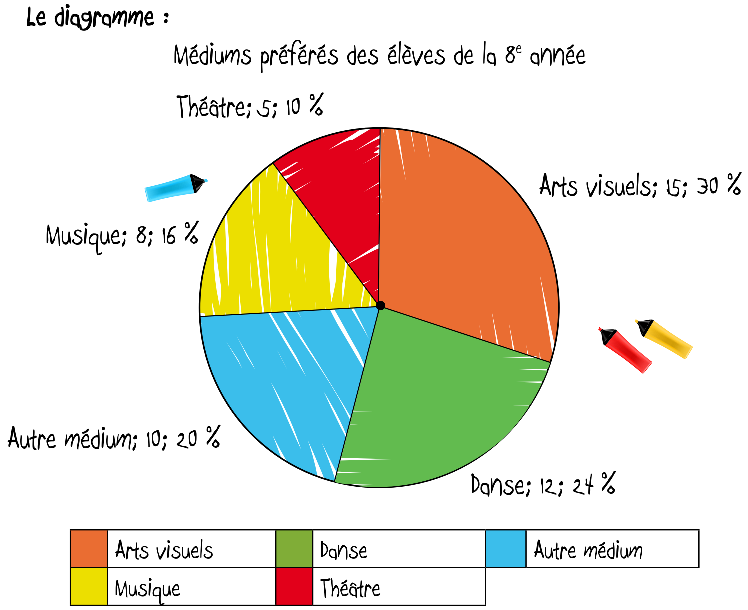
Pour déterminer la fréquence en pourcentage de chacune des catégories, nous avons divisé le nombre d'élèves par catégorie par le nombre total d'élèves et nous avons multiplié par cent.

Les données

Médiums	Fréquence	Fréquence (%)
Arts visuels	15	30
Danse	12	24
Autre médium	10	24
Musique	8	20
Théâtre	5	16
Total	50	100

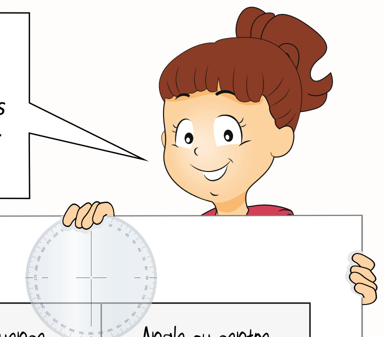
Outil utilisé : un cercle de pourcentages

Le diagramme :



Interprétation

Le diagramme démontre que les médiums préférés sont les arts visuels et la danse. Les activités devraient inclure au moins ces deux médiums sans ignorer les autres médiums possibles.



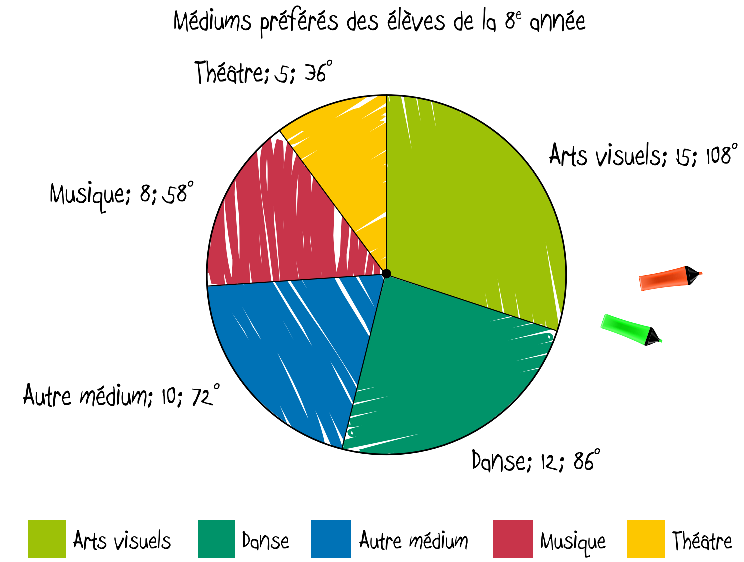
Après avoir déterminé la fréquence en pourcentage pour chacune des catégories, nous avons multiplié trois cent soixante degrés par la fréquence en pourcentage pour obtenir l'angle au centre de chacune des catégories.

Les données

Médiums	Fréquence	Fréquence (%)	Angle au centre (en degrés)
Arts visuels	15	30	108
Danse	12	24	86
Autre médium	10	24	72
Musique	8	20	58
Théâtre	5	16	36
Total	50	100	100 x 360 = 360

Outil utilisé : cercle de degrés

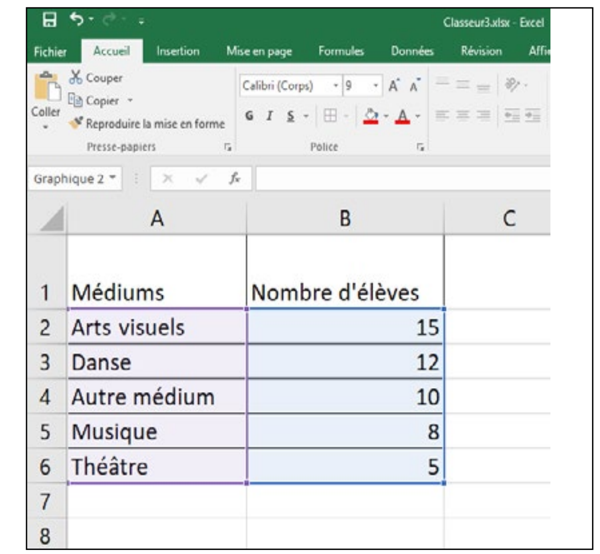
Le diagramme :



Interprétation

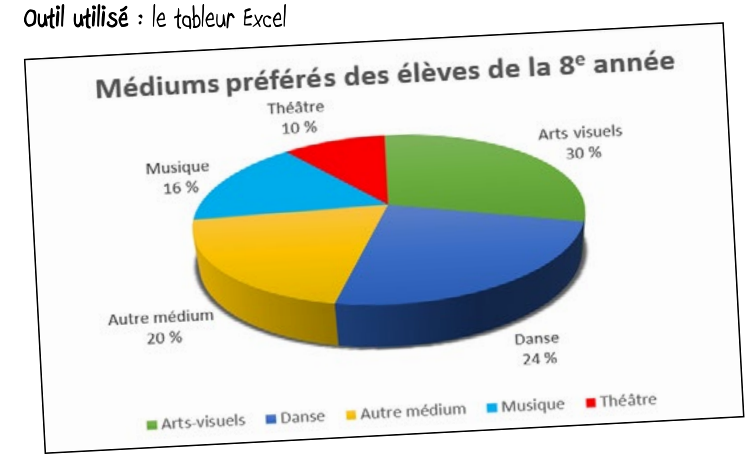
Le théâtre et la musique sont les médiums les moins populaires. Les activités devraient quand même inclure ces deux médiums afin d'adresser les intérêts de ces élèves et d'éveiller l'ensemble des élèves à ces deux médiums.

Les données



	A	B
1	Médiums	Nombre d'élèves
2	Arts visuels	15
3	Danse	12
4	Autre médium	10
5	Musique	8
6	Théâtre	5
7		
8		

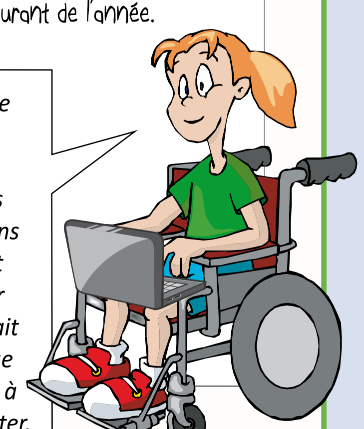
Outil utilisé : le tableur Excel



Interprétation

Le diagramme démontre que 20 % des élèves ont indiqué Autre médium. Il serait important de sonder davantage ces élèves afin de déterminer d'autres activités qui pourraient être offertes au courant de l'année.

Nous avons suivi les étapes suivantes pour créer notre diagramme circulaire à l'aide de la technologie : en premier, on a inséré les données dans un tableur en ordre de grandeur, puis on a sélectionné les noms des catégories et les données tels qu'on l'a montré dans notre première image. Après, on a cliqué sur l'onglet d'insertion d'un graphique en secteurs afin de choisir notre type de diagramme. Par la suite, il ne nous restait plus qu'à cliquer sur l'icône des éléments de graphique pour inscrire un titre et étiqueter notre diagramme et à cliquer sur l'icône du style de graphique pour le compléter.



LISTE PARTIELLE DU VOCABULAIRE DE MATHÉMATIQUES AUQUEL L'ÉLÈVE DOIT ÊTRE EXPOSÉ (suite)

- Vocabulaire de la probabilité : probabilité expérimentale et théorique, chance, expérience, observation, résultat, évènement, indépendant, certain, possible, impossible, improbable, probable, également probable, équiprobable, diagramme en arbre, espace échantillonnal

APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

LA PROBABILITÉ (7.S.4, 7.S.5, 7.S.6)

PRIME N3 : C1, C2 ET H

Grandes idées :

- La probabilité utilise les mathématiques pour décrire le degré de certitude qu'un évènement se produise.
- Les probabilités théoriques et expérimentales peuvent être déterminées de diverses façons.

L'élève

- fournit un exemple d'un évènement dont la probabilité est **0 ou 0 % (impossible)** et d'un évènement dont la probabilité est **1 ou 100 % (certain)**;
- détermine la probabilité théorique et expérimentale d'un résultat d'une expérience comportant deux évènements indépendants et exprime cette probabilité sous forme de rapport, de fraction ou de pourcentage;
- identifie l'espace échantillonnal dont **l'espace combiné a 36 éléments ou moins** (ensemble des résultats possibles) d'une expérience comportant **deux évènements indépendants** en utilisant un diagramme en arbre, un tableau ou un autre outil de classement graphique;
- mène une expérience de probabilité pour comparer la probabilité théorique et la probabilité expérimentale de deux évènements indépendants avec ou sans l'aide de la technologie;
- résout un problème de probabilité comportant deux évènements indépendants.

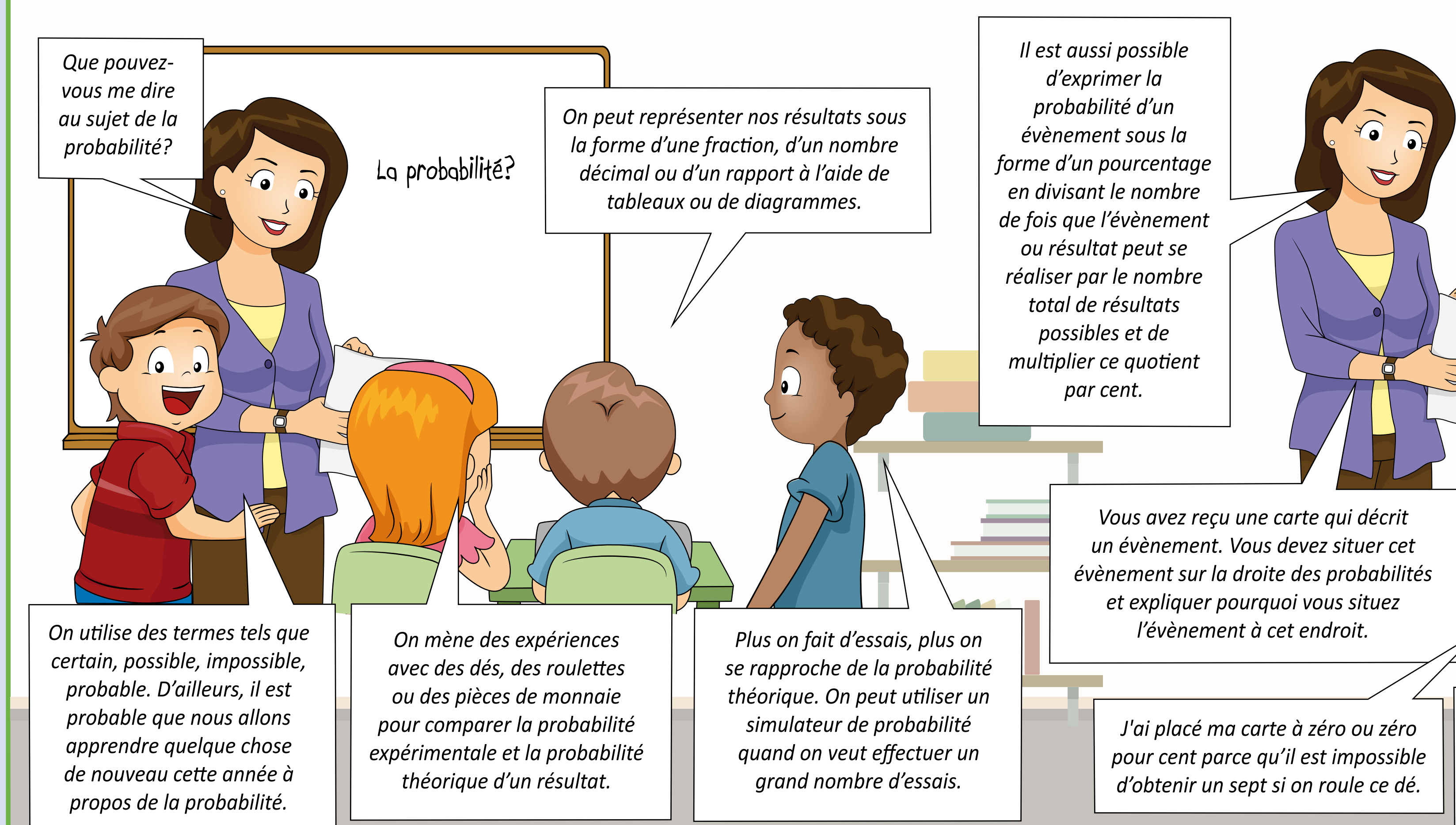
PRIME Connaissances et stratégies, pages 111 à 118

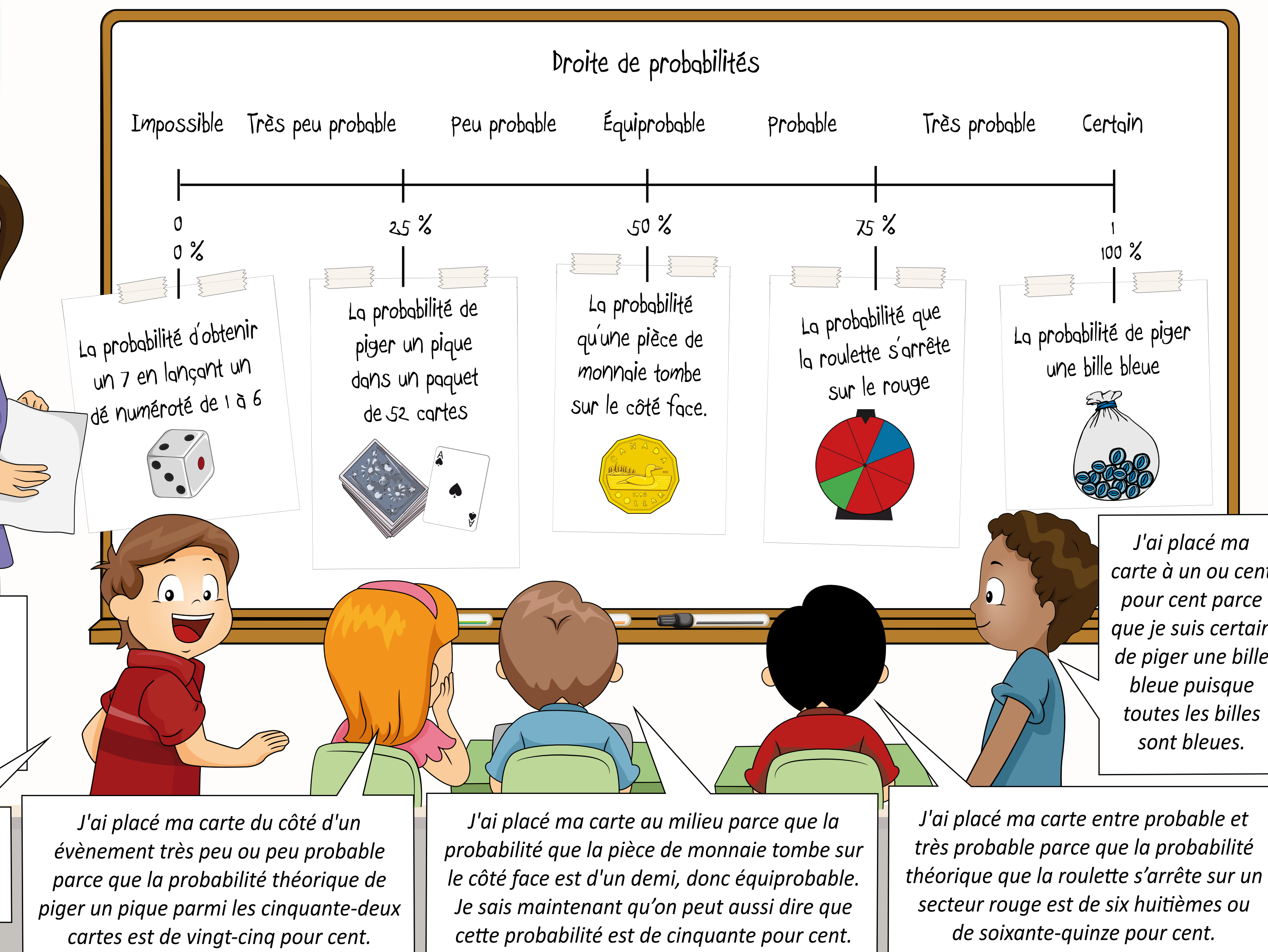
L'enseignant

PRIME Connaissances et stratégies, Chapitre 5

- utilise la résolution de problèmes ou l'enquête pour
  a. amener l'élève à :
     i. déterminer la probabilité théorique et expérimentale d'un résultat d'une expérience de probabilité et exprimer cette probabilité sous forme de rapport, de fraction ou de pourcentage;
     ii. identifier l'espace échantillonnal (l'ensemble des résultats possibles) d'une expérience comportant deux évènements indépendants en utilisant un diagramme en arbre, un tableau ou un autre outil de classement graphique;
     iii. mener une expérience de probabilité et comparer les résultats expérimentaux à la probabilité théorique de deux évènements indépendants avec ou sans l'aide de la technologie;
     iv. identifier des évènements dont la probabilité est 0 ou 0 % (impossible) et dont la probabilité est 1 ou 100 % (certain).
  b. offrir à l'élève la possibilité d'observer, de s'interroger, d'appliquer ses connaissances de la probabilité théorique et des résultats expérimentaux pour comparer les résultats expérimentaux à la probabilité théorique de deux évènements indépendants;
  c. observer le raisonnement de l'élève afin de fournir de l'étayage.
- pose des questions ouvertes qui favorisent la réflexion et le dialogue, et des questions fermées ayant une seule réponse pour valider ou vérifier une connaissance précise.

À noter : L'étude de la probabilité se prête bien à la résolution de problèmes comportant des pourcentages et à la compréhension des relations entre les nombres (7.N.3. et 7.N.4.).

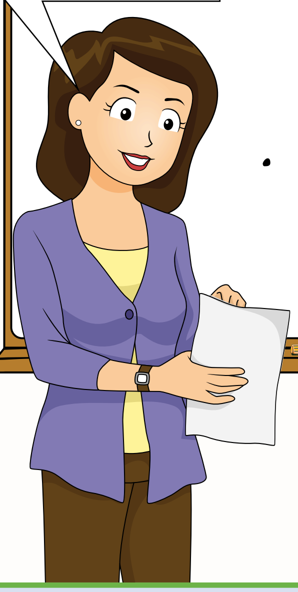




La statistique et la probabilité

APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

À vous maintenant de concevoir et de mener une expérience de probabilité en exprimant la probabilité théorique et expérimentale sous la forme d'un pourcentage.

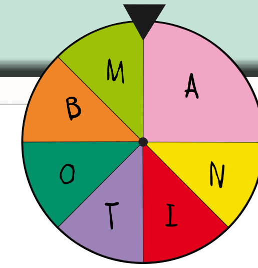


En équipe :

- Concevez une expérience de probabilité.
- Menez votre expérience à l'aide d'un simulateur et soyez prêts à présenter vos données à la main ou de façon électronique.
- Comparez la probabilité théorique et la probabilité expérimentale et communiquez vos observations.

Nous voulions savoir la probabilité qu'une roulette dont chacune des sections représentait les lettres contenues dans le mot MANITOBA s'arrête sur chacune des lettres.

Nous avons utilisé un simulateur pour nous permettre de faire un grand nombre d'essais.



La probabilité théorique d'obtenir chacune des lettres est de :

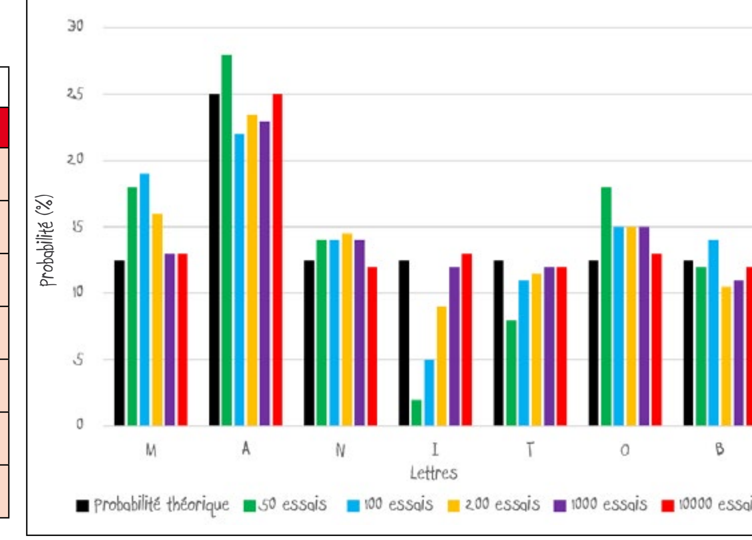
p (M, N, I, T, O ou B) est de $\frac{1}{8}$ ou 12,5 %

p (A) est de $\frac{2}{8}$, $\frac{1}{4}$ ou 25 %

Les résultats

Résultats possibles	Probabilité théorique	Probabilité expérimentale après :				
		50 essais	100 essais	500 essais	1000 essais	10 000 essais
M	1 : 8 ou 12,5 %	9 : 50 ou 18 %	19 : 100 ou 19 %	32 : 200 ou 16 %	134 : 1000 ou 13 %	1324 : 10 000 ou 13 %
A	2 : 8 ou 25 %	14 : 50 ou 28 %	22 : 100 ou 22 %	47 : 200 ou 24 %	233 : 1000 ou 23 %	2498 : 10 000 ou 25 %
N	1 : 8 ou 12,5 %	7 : 50 ou 14 %	14 : 100 ou 14 %	29 : 200 ou 15 %	136 : 1000 ou 14 %	1210 : 10 000 ou 12 %
I	1 : 8 ou 12,5 %	1 : 50 ou 2 %	5 : 100 ou 5 %	18 : 200 ou 9 %	119 : 1000 ou 12 %	1252 : 10 000 ou 13 %
T	1 : 8 ou 12,5 %	4 : 50 ou 8 %	11 : 100 ou 11 %	23 : 200 ou 12 %	117 : 1000 ou 12 %	1228 : 10 000 ou 12 %
O	1 : 8 ou 12,5 %	9 : 50 ou 18 %	15 : 100 ou 15 %	30 : 200 ou 15 %	150 : 1000 ou 15 %	1287 : 10 000 ou 13 %
B	1 : 8 ou 12,5 %	6 : 50 ou 12 %	14 : 100 ou 14 %	21 : 200 ou 11 %	111 : 1000 ou 11 %	1201 : 10 000 ou 12 %

Comparaison des probabilités théorique et expérimentale d'obtenir les lettres M, A, N, I, T, O et B lors du lancement d'une roulette



$$\text{Probabilité} = \frac{\text{nombre de résultats favorables}}{\text{nombre de résultats possibles}}$$

Les probabilités théorique et expérimentale d'obtenir :

- la lettre A étaient très près l'une de l'autre tout au long de l'expérience, mais elles concordaient davantage après 10 000 essais;
- les autres lettres ont varié tout au long de l'expérience. Plus on a fait d'essais, plus elles se sont rapprochées l'une de l'autre. Elles concordaient davantage après 10 000 essais.

Vous êtes maintenant très habiles à mener des expériences de probabilité comprenant un seul évènement et à exprimer la probabilité théorique et expérimentale de différentes façons.

Nous allons maintenant explorer des expériences de probabilité comprenant deux évènements indépendants. Ces deux évènements n'ont pas de lien entre eux et la réalisation de l'un n'influence pas la réalisation de l'autre.

Des <u>évènements indépendants</u> sont des évènements qui n'ont pas de lien entre eux, c'est-à-dire que le résultat d'un évènement n'affecte pas le résultat d'un autre évènement.

Exemple : Lancer une pièce de monnaie de dix cents et une pièce de monnaie de cinq cents de façon simultanée

Un <u>espace échantillonnal</u> contient tous les résultats possibles d'une expérience de probabilité. On peut montrer l'espace échantillonnal d'une expérience de probabilité comportant deux évènements indépendants à l'aide d'un diagramme de Carroll ou en arbre.

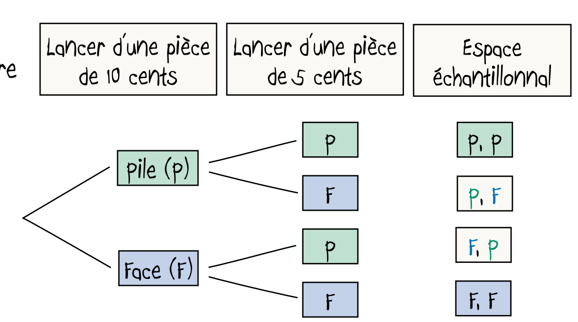
Exemple :

Diagramme de Carroll

		Pièce de 5 cents	
		Pile (P)	Face (F)
Pièce de 10 cents	Pile (P)	P, P	P, F
	Face (F)	F, P	F, F

espace échantillonnal

Diagramme en arbre



Un <u>résultat favorable</u> est un résultat souhaité dans une expérience de probabilité.

Exemples : Quelle est la probabilité d'obtenir 2 piles ou (PP)?
Quelle est la probabilité d'obtenir 2 faces ou (FF)?
Quelle est la probabilité d'obtenir 1 pile et 1 face ou (PF et FP)?

On peut exprimer la probabilité d'obtenir un résultat favorable sous la forme d'un rapport, d'une fraction, d'un nombre décimal ou d'un pourcentage en comparant le nombre de résultats favorables et le nombre total de résultats possibles.

Exemples :

$$\text{Probabilité (p)} = \frac{\text{nombre de résultats favorables}}{\text{nombre de résultats possibles}}$$

p (P, F et F, P) = $\frac{2}{4}$, 2 : 4 ou 50 %

p (P, P) = $\frac{1}{4}$, 1 : 4 ou 25 %

p (F, F) = $\frac{1}{4}$, 1 : 4 ou 25 %

La statistique et la probabilité

APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

Éléments :

- Description de votre expérience de probabilité;
- Présentation de l'espace échantillonnal à l'aide d'un diagramme en arbre ou de Carroll;
- Expression de la probabilité théorique d'obtenir les résultats favorables identifiés sous la forme d'un rapport, d'une fraction et d'un pourcentage;
- Expression de la probabilité expérimentale d'avoir obtenu les résultats favorables identifiés sous deux formes différentes;
- Comparaison des probabilités théorique et expérimentale d'obtenir les résultats favorables identifiés.

En équipe, concevez et menez une expérience de probabilité comportant deux évènements indépendants dont l'espace échantillonnal a trente-six résultats possibles ou moins. Votre présentation doit inclure les éléments présentés au tableau.

L'expérience que nous avons choisie de mener consistait à tirer une bille d'un sac contenant trois billes bleues et deux billes vertes à deux reprises. Entre les deux tirages, la bille initiale devait être remise dans le sac. On se demandait quelles seraient les probabilités théorique et expérimentale de tirer deux billes bleues, vertes ou deux billes de couleurs différentes du sac.

Nous avons utilisé un diagramme de Carroll pour montrer l'espace échantillonnal.

Notre espace échantillonnal contient vingt-cinq résultats possibles.

Diagramme de Carroll

1er évènement \ 2e évènement	Bleue (B)	Bleue (B)	Bleue (B)	Verte (V)	Verte (V)
Bleue (B)	B, B	B, B	B, B	B, V	B, V
Bleue (B)	B, B	B, B	B, B	B, V	B, V
Bleue (B)	B, B	B, B	B, B	B, V	B, V
Verte (V)	V, B	V, B	V, B	V, V	V, V
Verte (V)	V, B	V, B	V, B	V, V	V, V

Nous avons déterminé la probabilité théorique d'obtenir chacun des résultats favorables. Nous l'avons exprimée sous la forme d'un rapport, d'une fraction et d'un pourcentage.

Nous avons déduit qu'il est peu probable d'obtenir deux billes bleues, équiprobable qu'on obtienne des billes de différentes couleurs et très peu probable d'obtenir deux billes vertes.

$$\text{Probabilité} = \frac{\text{nombre de résultats favorables}}{\text{nombre de résultats possibles}}$$

$P(B, B) = \frac{9}{25}$, 9 : 25 ou 36 %

$P(B, V \text{ et } V, B) = \frac{12}{25}$, 12 : 25 ou 48 %

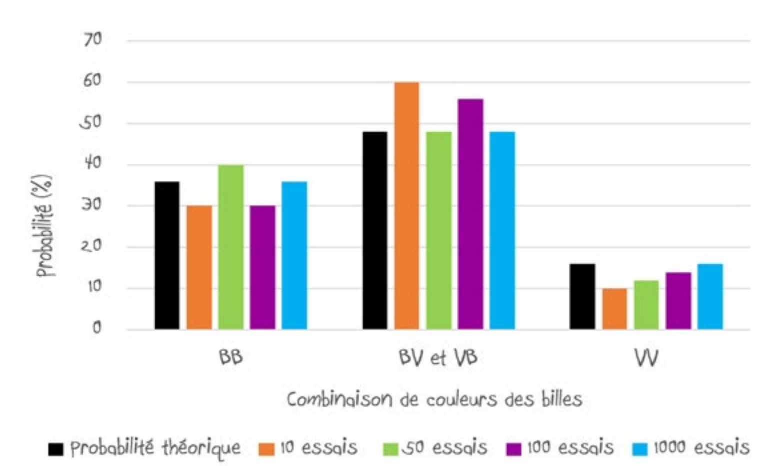
$P(V, V) = \frac{4}{25}$, 4 : 25 ou 16 %

Nous avons utilisé un simulateur pour mener notre expérience afin de pouvoir faire un grand nombre d'essais. En plus de la probabilité théorique, notre tableau présente la probabilité expérimentale d'obtenir chacun des résultats favorables après dix, cinquante, cent et mille essais.

Résultats favorables	Probabilité théorique	Probabilité expérimentale après : 10 essais	50 essais	100 essais	1000 essais
B, B	$\frac{9}{25}$ ou 36 %	$\frac{3}{10}$ ou 30 %	$\frac{20}{50}$ ou 40 %	$\frac{30}{100}$ ou 30 %	$\frac{360}{1000}$ ou 36 %
B, V et V, B	$\frac{12}{25}$ ou 48 %	$\frac{6}{10}$ ou 60 %	$\frac{24}{50}$ ou 48 %	$\frac{56}{100}$ ou 56 %	$\frac{480}{1000}$ ou 48 %
V, V	$\frac{4}{25}$ ou 16 %	$\frac{1}{10}$ ou 10 %	$\frac{6}{50}$ ou 12 %	$\frac{14}{100}$ ou 14 %	$\frac{160}{1000}$ ou 16 %

Nous avons créé un diagramme à bandes à l'aide d'un tableur pour représenter visuellement la comparaison entre la probabilité théorique et la probabilité expérimentale d'obtenir les trois résultats favorables.

Comparaison des probabilités théorique et expérimentale de tirer deux billes bleues (BB), deux billes vertes (VV) ou deux billes de couleurs différentes (BV et VB) lors d'une simulation d'expérience



En comparant la bande noire qui représente la probabilité théorique aux autres bandes, on peut voir que plus le nombre d'essais augmente, plus la probabilité expérimentale concorde avec la probabilité théorique.