LISTE PARTIELLE DU VOCABULAIRE DE MATHÉMATIQUES AUQUEL L'ÉLÈVE DOIT ÊTRE EXPOSÉ

RÉGULARITÉS ET RELATIONS

Apparier, appliquer, communiquer, comparer, construire, créer, décomposer, décrire, démontrer, déterminer, estimer, évaluer, expliquer, exprimer, formuler, généraliser, identifier, isoler, maintenir, modéliser, observer, ordonner, prédire, préserver, prolonger, raisonner, regrouper, remplacer, représenter, résoudre, simplifier, substituer, tracer, transposer, vérifier

- Vocabulaire de régularité : régularité, régularité numérique, règle, relation, relation linéaire, tableau, table de valeurs, terme, rang du terme, valeur du terme, nombre d'entrée, nombre de sortie, augmente, diminue, graphique, axe horizontal et vertical, échelle, étiquette, droite, élément discret, énoncé
- Vocabulaire de variable et d'équation : équation, équation algébrique, équation linéaire, membre de droite et de gauche, terme, termes semblables, terme constant, maintien de l'égalité, substitution, coefficient numérique, énoncé, expression, expression algébrique, valeur, valeur numérique, variable, tuile (carreau) algébrique, tuile (carreau) unitaire, tuile (carreau de variable), résultat, essais systématiques, déduction

APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

PRIME Connaissances et stratégies, Chapitre 5

LES RÉGULARITÉS ET LA PENSÉE ALGÉBRIQUE (7.R.1, 7.R.2)

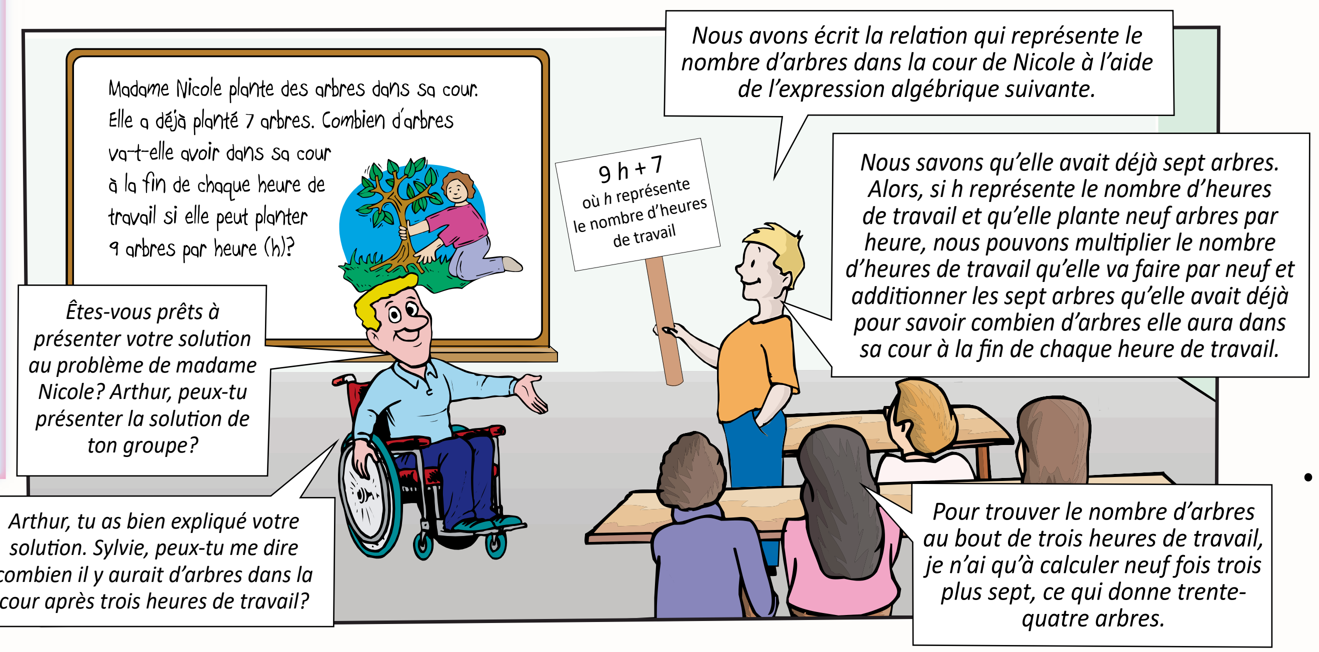
PRIME N4 : C1, C2, C3, C4, C5 et H2

Grandes idées :

- Une régularité peut être représentée d'une variété de façons.
- Les relations peuvent être décrites et des généralisations peuvent être faites pour des situations mathématiques de nombres ou d'objets qui se répètent de façons prédictibles.
- Les données peuvent être disposées de manière à mettre en relief des régularités et des relations.

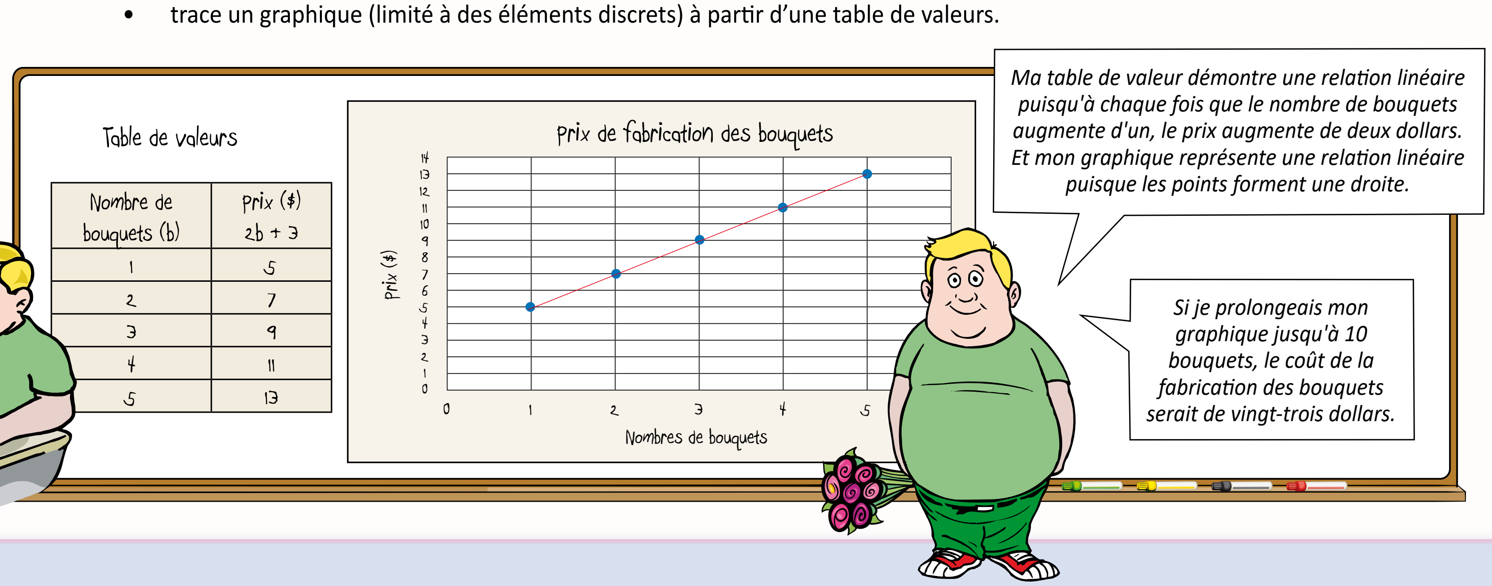
L'élève

- formule une relation pour représenter et décrire une régularité exprimée oralement ou par écrit;
- fournit un contexte de la vie quotidienne qui peut être représenté par une relation.



L'élève

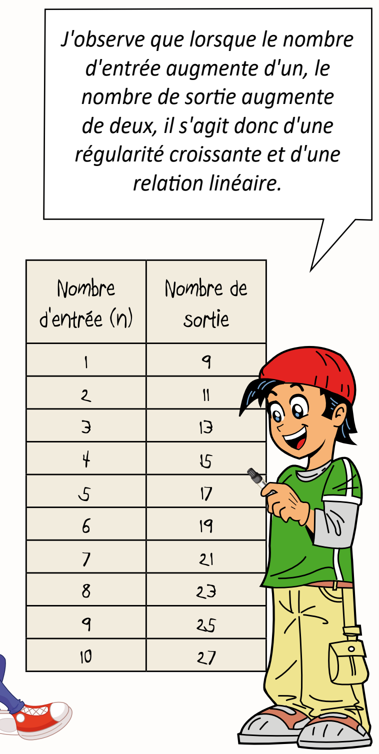
- décrit des régularités numériques à l'aide d'une relation, c'est-à-dire la règle qui lie le rang du terme à la valeur du terme;
- construit une table de valeurs à partir d'une relation en substituant des valeurs à la variable;
- trace un graphique (limité à des éléments discrets) à partir d'une table de valeurs.



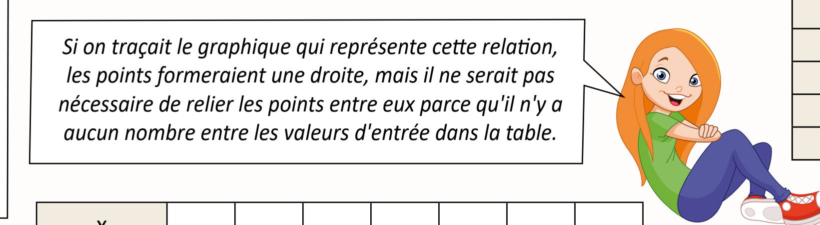
Nombre de bouquets (b)	Prix ($) 2b + 3
1	5
2	7
3	9
4	11
5	13

L'enseignant

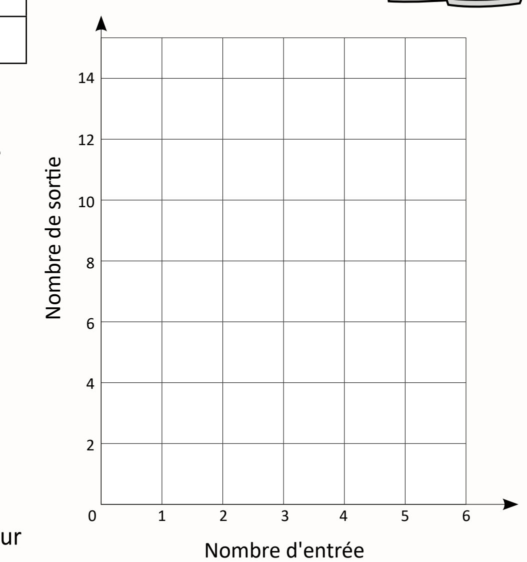
- utilise des modèles tels que des tables de valeurs et des graphiques;
- utilise la résolution de problèmes et l'enquête pour
  a. amener l'élève à :
     i. formuler des relations pour représenter et décrire une régularité numérique liée à un contexte de la vie quotidienne (énoncé);
     ii. établir des liens entre une relation ou une table de valeurs et le graphique qui les représente;
     iii. décrire, en ses propres mots, oralement ou par écrit, la relation représentée par un graphique pour résoudre des problèmes.
  b. offrir à l'élève la possibilité d'observer, de s'interroger et d'appliquer ses connaissances et sa compréhension des régularités et des relations mathématiques pour résoudre des problèmes;
  c. observer le raisonnement de l'élève afin de fournir de l'étayage.



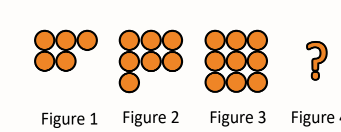
Nombre d'entrée (n)	Nombre de sortie
1	9
2	11
3	13
4	15
5	17
6	19
7	21
8	23
9	25
10	27



x							
y							



- pose des questions ouvertes qui favorisent la réflexion et le dialogue :
  - Crée un scénario de la vie quotidienne qui peut être représenté par une relation. Formule la relation et représente-la à l'aide du modèle de ton choix.
  - Crée une expression algébrique qui inclut au moins une variable et dont le terme constant est 3. Représente cette expression à l'aide du modèle de ton choix.
  - Jean a créé l'expression suivante $x + a$ où a représente un nombre négatif. Construis une table de valeurs avec des nombres d'entrée de ton choix et représente graphiquement la relation. Décris le graphique.
- pose des questions fermées ayant une seule réponse pour valider ou vérifier une connaissance précise :
  - Jeanne gagne 25 $ par jour plus 12 $ pour chaque heure de travail. Écris une relation qui représente son salaire pour une journée de travail de 8 heures à l'aide d'une expression algébrique.
  - Écris une expression algébrique qui représente l'énoncé suivant : cinq de moins que trois fois un nombre.
  - Représente graphiquement la relation $2f + 3$ et propose une situation de la vie quotidienne qu'elle peut représenter. Écris au moins 2 questions auxquelles tu peux répondre à l'aide du graphique. Réponds à ces questions.



APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

À noter :

Des éléments discrets sont des variables numériques ayant des valeurs dénombrables ou des nombres finis tels que 1, 2, 3, etc. entre deux valeurs, p. ex. : le nombre d'invités à une fête (car on ne peut pas avoir une demi-personne) ou le nombre de jeux vidéo par personne (car on ne peut pas avoir une portion de jeu vidéo).

Par contre, que des éléments continus sont des variables numériques ayant une infinité de valeurs entre deux valeurs dénombrables telles que 1, $1\frac{1}{2}$, 2, $2\frac{1}{2}$, etc., p. ex. : la quantité de tarte mangée (car on peut manger des parties d'une tarte) ou la distance parcourue (car on peut parcourir une valeur infinie de distances entre un ou deux kilomètres).

L'élève

- apparie une relation à un graphique et vice versa;
- décrit, en ses propres mots, oralement ou par écrit, la relation représentée par un graphique pour résoudre des problèmes.

1

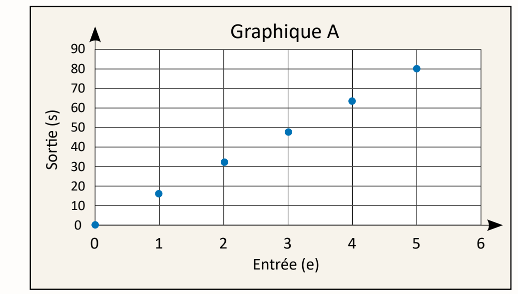
Le nombre de sacs de plastique ramassés est relié aux nombres d'élèves qui les ramassent. Il y a 25 sacs de plastique au départ. Chaque élève peut ramasser 12 sacs.

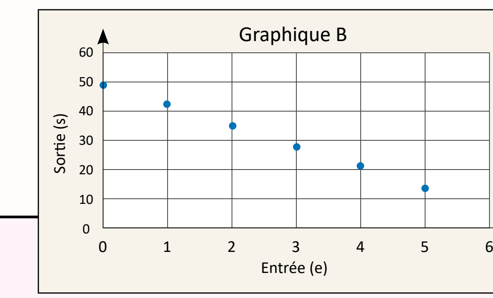
2

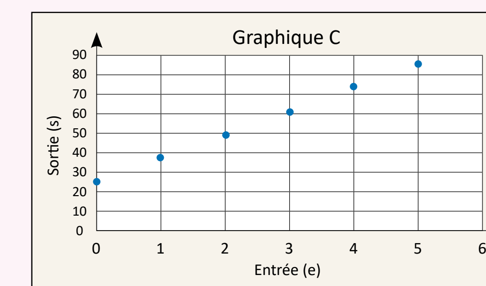
L'argent amassé d'une vente de gâteaux est relié au nombre de gâteaux vendus. Le coût par gâteau est de 16$.

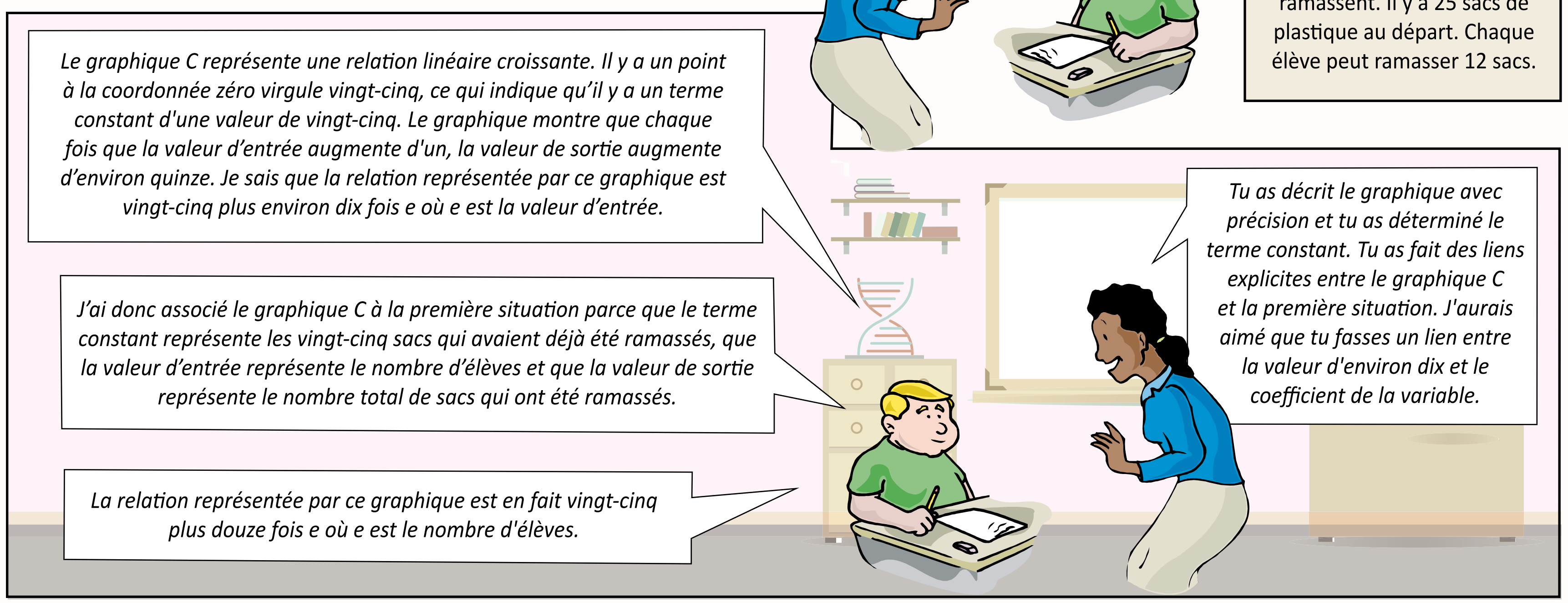
3

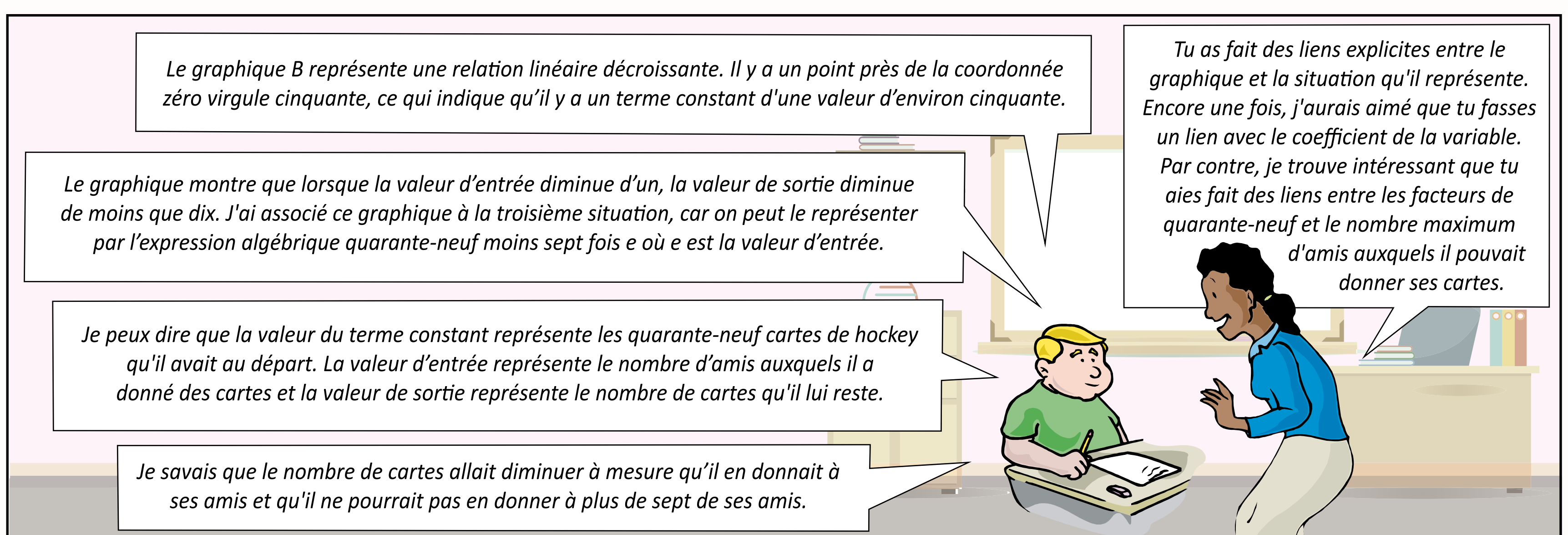
Le nombre de cartes de hockey que j'ai est relié au nombre de cartes que je donne à mes amis. J'ai 49 cartes au départ. Chacun de mes amis en reçoit 7.

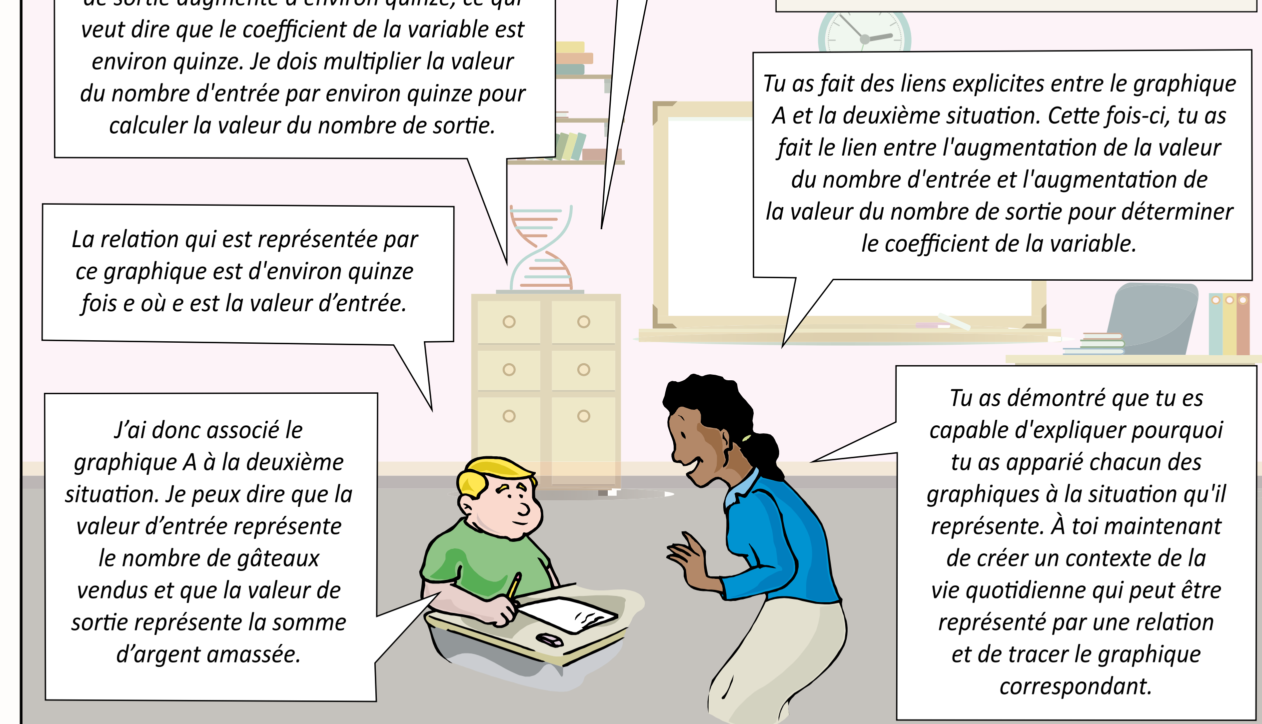












LISTE PARTIELLE DE LA TERMINOLOGIE ALGÉBRIQUE À LAQUELLE L'ÉLÈVE DOIT ÊTRE EXPOSÉ PAR L'ENTREMISE DE CONTEXTES D'APPRENTISSAGE AUTHENTIQUES

Une **expression algébrique** est composée de termes. Les termes peuvent être composés de nombres et de variables.

Les **termes** d'une expression algébrique sont séparés par des symboles d'addition (+) ou de soustraction (-), p. ex. : dans l'expression algébrique $2ab + 3ac + 4w - 5d + 4acd$ on retrouve 5 termes différents. Il est toutefois possible qu'une expression algébrique n'ait qu'un seul terme, p. ex. : 2ab.

Dans une expression algébrique, une **variable** est un élément qui peut être remplacé par plusieurs valeurs à l'intérieur d'une relation, p. ex. : dans l'expression $4x + 5$, x est la variable. La valeur de l'expression varie selon la valeur attribuée à x.

Une expression algébrique peut être composée de **termes variables** comprenant une variable représentée par une lettre de l'alphabet et de **termes constants** qui ne contiennent que des nombres ou des valeurs fixes, p. ex. :

$2p + 3$

Terme variable — Terme constant

Les termes variables peuvent être composés d'une variable, p. ex. : $4x$ ou d'un groupe de variables, p. ex. : $5xyz$ et d'un coefficient numérique.

Le **coefficient numérique** est un facteur de multiplication de la variable placé directement devant une ou plusieurs variables, p. ex. :

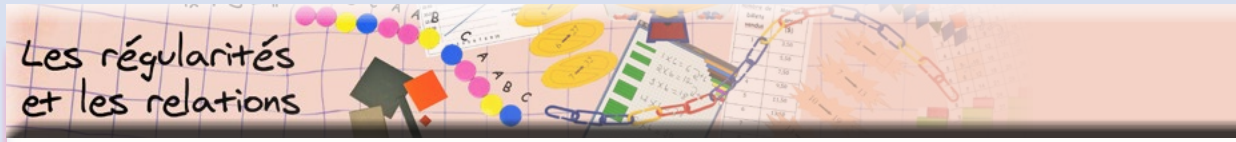
$2p + 3$

Coefficient numérique — Variable

Le terme $2p$ signifie deux fois la valeur de p ou 2 multiplié par la valeur de p.

S'il n'y a pas de nombre devant une variable, le coefficient numérique est 1 et non 0, p. ex. : dans l'expression $p + 3$, le coefficient de la variable p est 1.

Une expression algébrique peut aussi être composée de **termes semblables**. Ce sont des termes qui ont les mêmes variables affectées des mêmes exposants, p. ex. : dans l'expression $2ab + 3 - 4ab$, les termes $2ab$ et $-4ab$ sont des termes semblables.



APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

PRIME Connaissances et stratégies, Chapitre 5

LES REPRÉSENTATIONS ALGÉBRIQUES À L'AIDE D'EXPRESSIONS ET D'ÉQUATIONS (7.R.3, 7.R.4, 7.R.5, 7.R.6, 7.R.7)

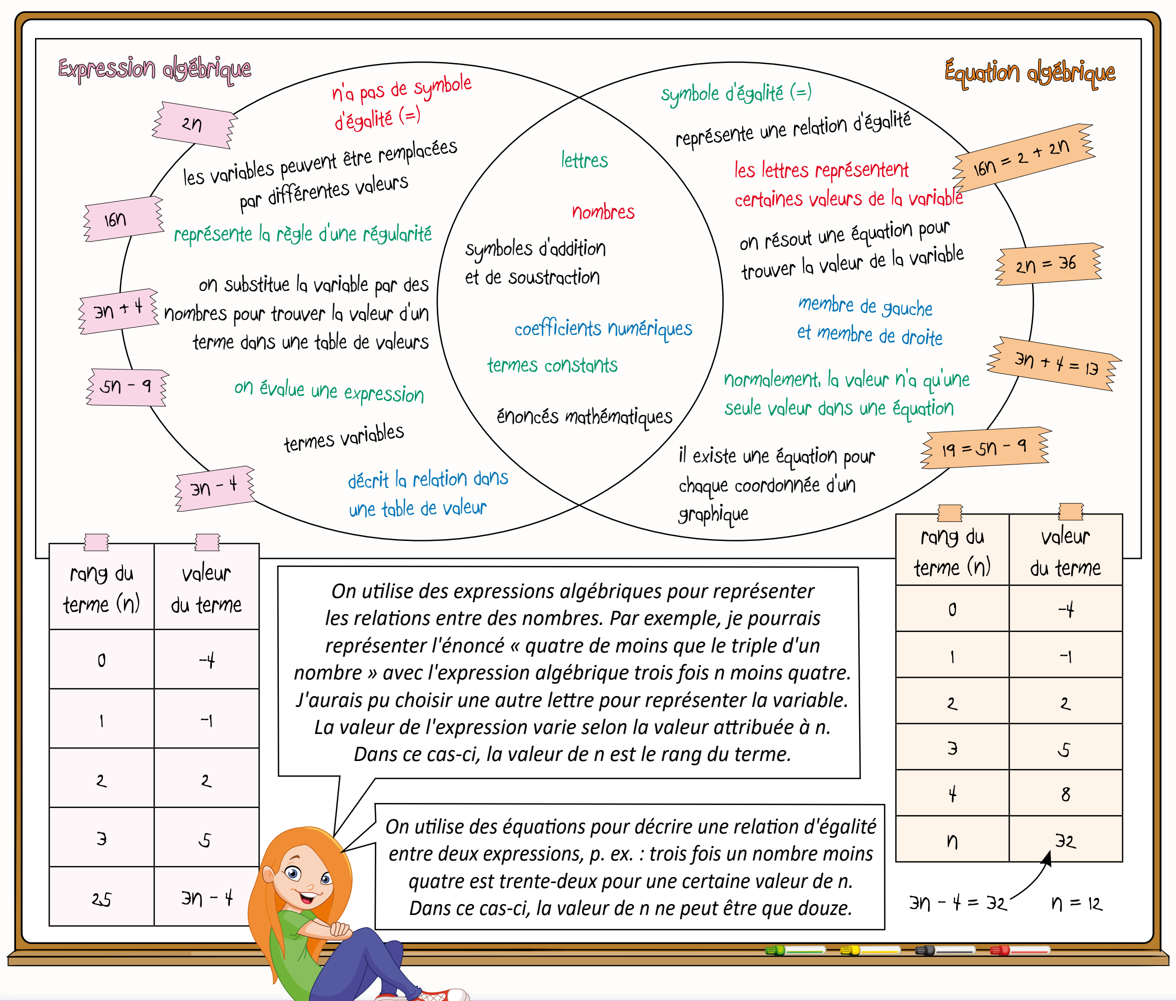
PRIME N4 : C1, C2, C3, C4, C5 et H2

Grandes idées :

- En algèbre, on utilise des symboles ou des variables, des expressions et des équations qui sous-tendent des concepts mathématiques et des régularités dans le monde qui nous entoure.
- Le symbole d'égalité (signe d'égalité) représente une relation entre les expressions numériques de chaque côté du symbole.
- L'égalité et l'inégalité sont utilisées pour exprimer des relations entre deux quantités.
- Les relations entre les quantités peuvent être décrites grâce à des règles comportant des variables.

L'élève

- identifie les composantes (terme constant, terme variable, coefficient numérique et variable) d'une expression;
- explique ce qu'est une variable dans une expression et évalue une expression où la valeur de toute variable est donnée;
- identifie les composantes d'une équation (membres de gauche et de droite, symbole d'égalité, terme constant, terme variable, coefficient numérique et variable);
- fournit un exemple d'une expression et d'une équation et explique en quoi elles se ressemblent et en quoi elles diffèrent.

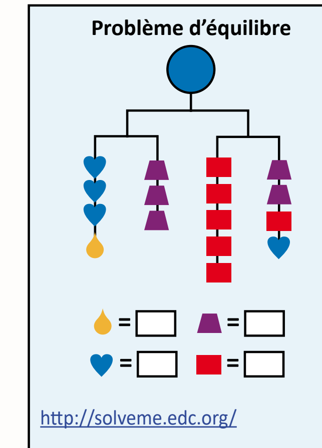


rang du terme (n)	valeur du terme
0	-4
1	-1
2	2
3	5
25	3n - 4

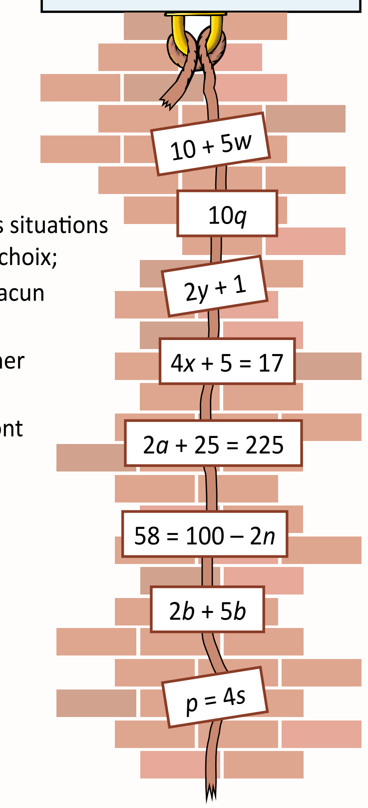
rang du terme (n)	valeur du terme
0	-4
1	-1
2	2
3	5
4	8
n	32

L'enseignant

- utilise des modèles d'équilibre;
- utilise du matériel de manipulation tel que des balances et des tuiles (carreaux) algébriques;
- utilise la résolution de problèmes et l'enquête pour
  a. amener l'élève à :
     i. comparer une expression et une équation, et identifier leurs composantes;
     ii. expliquer ce qu'est une variable dans une expression et évaluer une expression où la valeur de toute variable est donnée;
     iii. modéliser et appliquer le maintien de l'égalité pour résoudre des problèmes qui peuvent être représentés par des équations linéaires à une étape et en vérifier la solution.
  b. offrir à l'élève la possibilité d'observer, de s'interroger et d'appliquer ses connaissances et sa compréhension des expressions et des équations algébriques pour résoudre des problèmes;
  c. observer le raisonnement de l'élève afin de fournir de l'étayage.



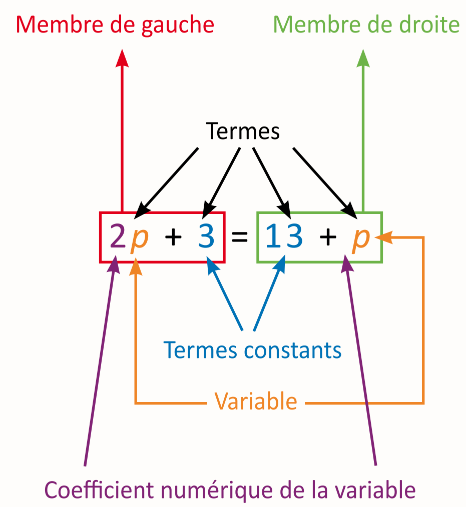
- pose des questions ouvertes qui favorisent la réflexion et le dialogue :
  - Choisis, parmi ces étiquettes,
    - au moins deux expressions algébriques et deux équations, et décris des situations de la vie quotidienne qui peuvent être représentées par chacun de tes choix;
    - une expression algébrique et une équation, et écris un énoncé pour chacun de tes choix;
    - au moins une équation, et utilise le modèle de ton choix pour déterminer la valeur de la variable;
    - une expression algébrique et une équation, et explique en quoi elles sont semblables et en quoi elles sont différentes.
  - Fournis 3 équations différentes dont la solution est 4. Au moins une de tes équations doit démontrer une relation d'égalité entre 2 expressions.



- pose des questions fermées ayant une seule réponse pour valider ou vérifier une connaissance précise :
  - Représente chaque énoncé à l'aide d'une expression algébrique :
    - l'aire d'un triangle
    - l'aire d'un parallélogramme
    - la circonférence et l'aire d'un cercle
  - Écris un énoncé pour chacune des expressions algébriques et évalue-les en fonction de la valeur donnée à la variable :
    - $10 + 5w$ si $w = 2$
    - $2y + 1$ si $y = 20$
  - Identifie la variable, le terme constant, le coefficient numérique et les membres dans les équations suivantes. Résous chaque équation, puis vérifie la solution.
    - $2a + 25 = 225$
    - $58 = 100 – 2n$
  - Quelle expression algébrique représente chacun des énoncés?
    - un de plus que deux fois un nombre
    - la somme de trois et de six fois un nombre

LISTE PARTIELLE DE LA TERMINOLOGIE ALGÉBRIQUE À LAQUELLE L'ÉLÈVE DOIT ÊTRE EXPOSÉ PAR L'ENTREMISE DE CONTEXTES D'APPRENTISSAGE AUTHENTIQUES (SUITE)

Une équation algébrique est un énoncé mathématique qui décrit une relation d'égalité entre deux membres dont au moins un des membres doit être une expression algébrique. Les expressions algébriques peuvent se retrouver à gauche, à droite ou de part et d'autre du symbole d'égalité, p. ex. : $2w + 3 = 7$, $10 = 3w + 4$ et $2w + 3 = w + 5$.



Dans une équation algébrique, une variable est un élément qui peut normalement être remplacé par certaines valeurs à l'intérieur d'une relation d'égalité entre les deux membres, p. ex. :

- L'équation $4x + 5 = 17$ signifie que les deux membres ont la même valeur pour une certaine valeur de x. Pour cette équation, la valeur de x ne peut être que 3.
- L'équation $5a = 5a$ signifie que les deux membres ont la même valeur pour une certaine valeur de a. Pour cette équation, toutes les valeurs de a sont possibles.
- L'équation $5b + 2 = 5b$ signifie que les deux membres ont la même valeur pour une certaine valeur de b. Par contre, pour cette équation, il n'y a aucune valeur possible. Il s'agit d'une inéquation, donc une relation d'inégalité $5b + 2 = 5b$. ***Ces situations seront abordées au secondaire***.
- L'équation $w^2 - 2w \neq 8$ signifie que les deux membres ont la même valeur pour une certaine valeur de w. Pour cette équation, il y a deux valeurs possibles pour w soit 4 ou -2. ***Ces situations seront abordées au secondaire***.

Si le même symbole est utilisé plus d'une fois dans une équation, la valeur qu'il représente reste identique, p. ex. : dans $3a + 2a = 25$, la valeur de la variable a est 5.

APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

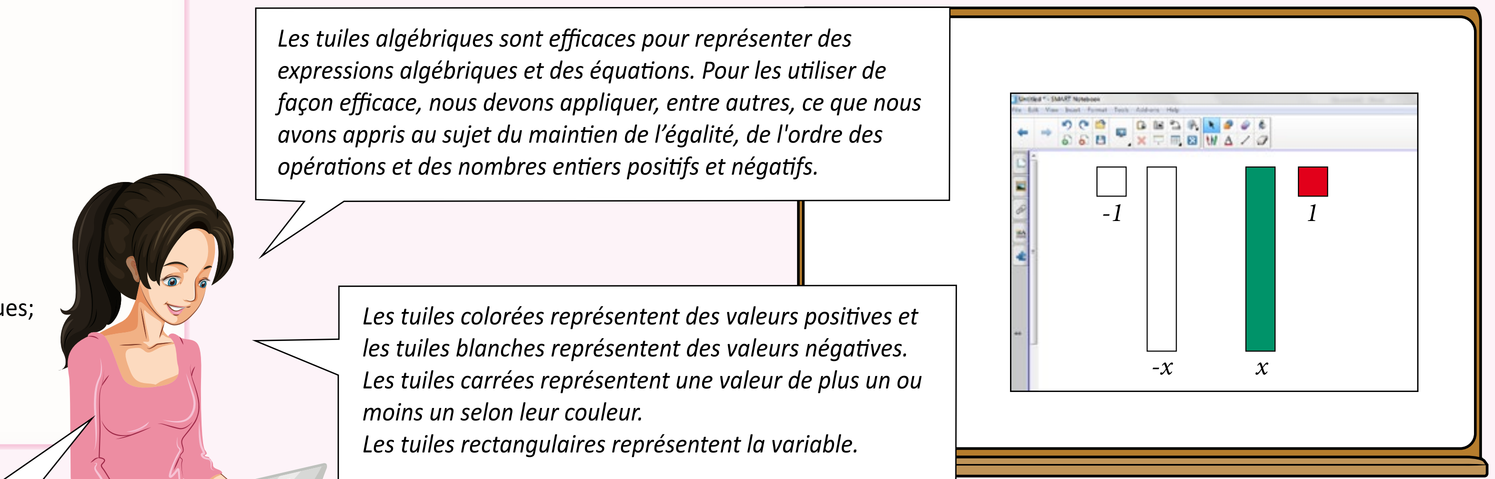
L'élève

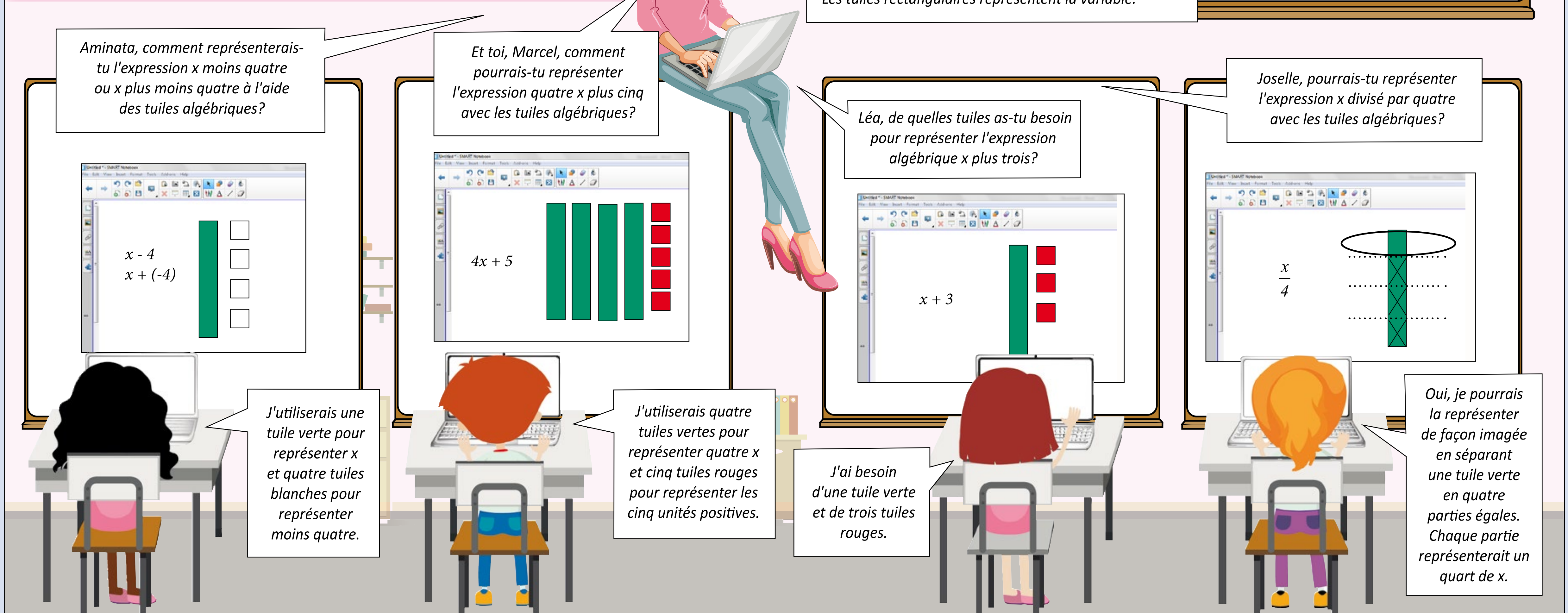
- modélise le maintien de l'égalité pour chacune des opérations à l'aide de matériel concret et d'une représentation imagée, explique le processus oralement et le note de façon symbolique;
- applique le maintien de l'égalité pour résoudre des équations et des problèmes;
- modélise et résout des problèmes qui peuvent être représentés par des équations linéaires à une étape sous la forme :
  - $x + a = b$ (où a et b sont des entiers)
  - $ax + b = c$
  - $ax = b$
  - $\frac{x}{a} = b,\ a \neq 0$

  (pour les trois dernières formes) où a, b et c sont des entiers positifs

  en résolvant l'équation à l'aide de matériel concret et en notant les étapes requises de façon imagée et symbolique;
- vérifie la solution d'une équation linéaire à l'aide de matériel concret ou de graphiques;
- substitue une solution possible à une variable dans une équation linéaire pour en vérifier l'égalité.

À noter : Il est essentiel d'allouer le temps nécessaire à l'exploration des tuiles algébriques. L'élève devrait être invité à les utiliser pour représenter des expressions avant d'être invité à les utiliser pour résoudre des équations.

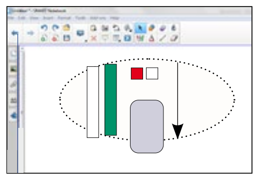


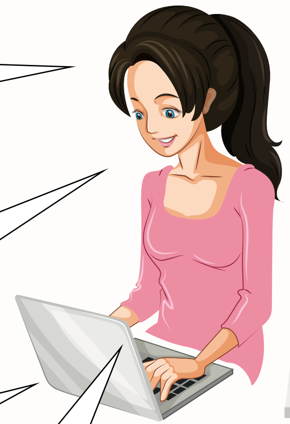


APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

Les tuiles algébriques peuvent aussi être utilisées pour modéliser et résoudre des problèmes. Il faut se rappeler qu'une équation représente une relation d'égalité entre deux membres.

Lorsqu'on utilise des tuiles algébriques pour résoudre une équation, chacun des membres peut être représenté à l'aide des tuiles et le symbole d'égalité peut être représenté par une flèche. On utilise un ovale gris pour représenter l'ensemble des paires nulles.



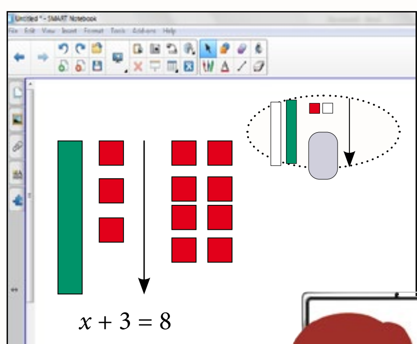


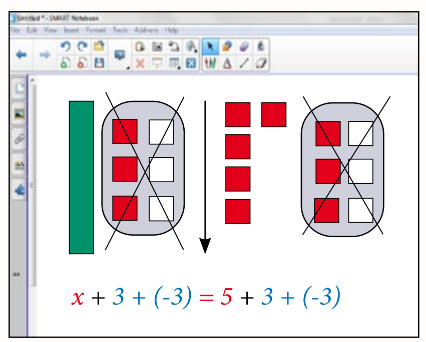
Je sais que lorsque nous enlevons ou ajoutons une quantité à la gauche, nous devons enlever ou ajouter la même quantité à la droite pour maintenir l'égalité.

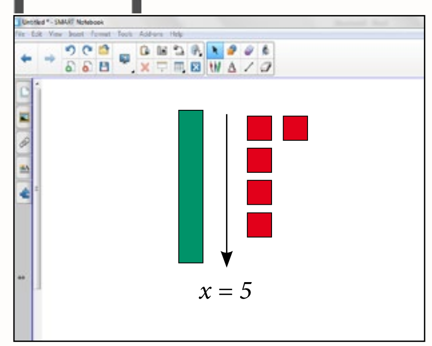
Je me souviens que pour résoudre des additions et des soustractions contenant des nombres entiers, nous devions créer des paires nulles.

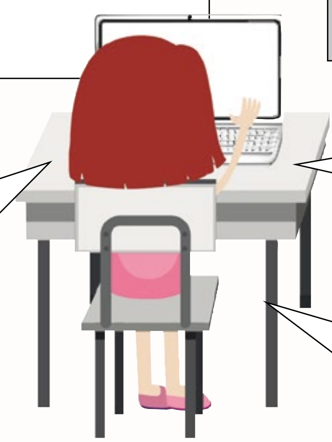
Par exemple, pour l'équation x plus trois égale huit, nous pouvons représenter le membre de gauche x plus trois à l'aide d'une tuile verte et de trois tuiles rouges, le symbole d'égalité par une flèche et le membre de droite, huit, à l'aide de huit tuiles rouges.

Comment pourrait-on résoudre cette équation à l'aide des tuiles algébriques, c'est-à-dire trouver la valeur de la variable?









Pour isoler la variable, on doit créer trois paires nulles en ajoutant trois tuiles blanches à chacun des membres pour maintenir l'égalité.

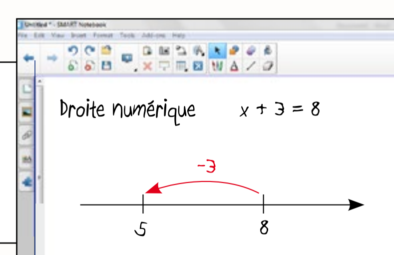
Ensuite, on doit décomposer les huit tuiles rouges en un groupe de cinq et un groupe de trois pour créer trois paires nulles.

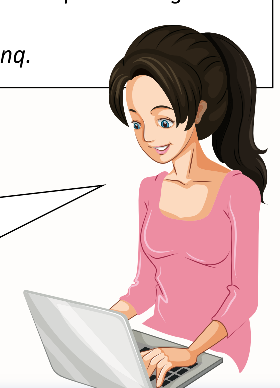
En éliminant les trois paires nulles de chaque côté, on va réussir à isoler la variable x.

En conclusion, ceci veut dire qu'on peut substituer la tuile verte par cinq tuiles rouges. On aurait alors cinq tuiles rouges de chaque côté de la flèche. On peut affirmer que x plus trois égale huit si la valeur de x est cinq.

Comment votre connaissance des stratégies d'addition et de soustraction des nombres entiers vous a-t-elle été utile pour résoudre ce problème?

On pourrait aussi utiliser le modèle de la droite numérique pour représenter cette équation algébrique. Voici la représentation de cette équation.



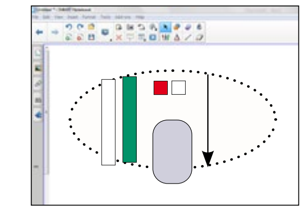


Il ne faut pas oublier d'amener l'élève à faire des liens avec ses apprentissages antérieurs. En effet, les concepts liés à l'algèbre ont été abordés depuis la 1re année (Voir les cartes de route de la 1re à la 6e année, Relations d'égalité et raisonnement algébrique). L'élève a eu l'occasion d'explorer des relations d'égalité et de développer les habiletés qui s'y rattachent. Ces habiletés consistent à reconnaître, à expliquer, à créer, à rétablir et à maintenir une situation d'égalité. L'élève a développé ces habiletés et sa compréhension du concept d'égalité en explorant la relation entre les membres qui se trouvent de part et d'autre du symbole d'égalité de façon concrète, imagée et symbolique.

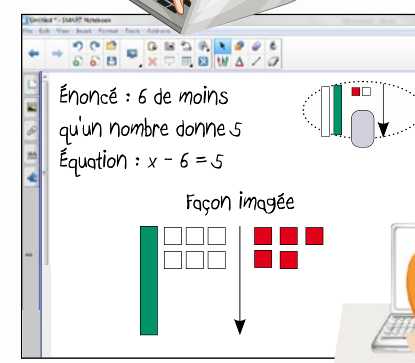
Composez une situation-problème qui peut être représentée sous la forme de l'équation $x + a = b$ où a et b sont des nombres entiers.

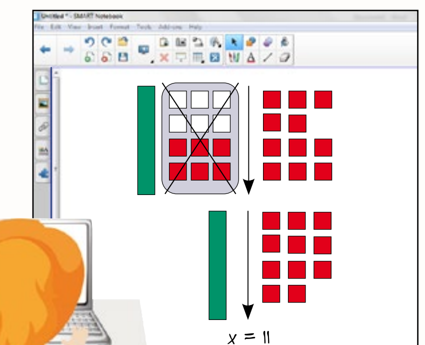
Vous pouvez choisir un des scénarios suivants :

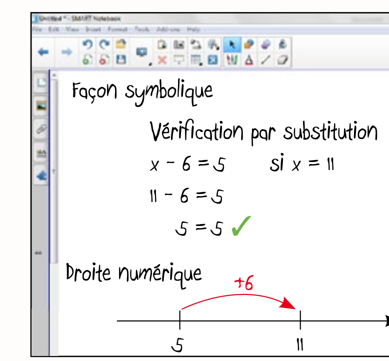
- a et b sont des nombres positifs;
- a et b sont des nombres négatifs;
- a est un nombre positif et b est un nombre négatif;
- a est un nombre négatif et b est un nombre positif.

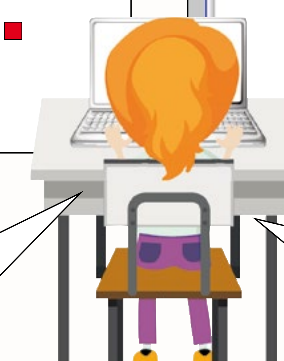


Représentez votre situation-problème par un énoncé et une équation. Résolvez votre équation à l'aide de tuiles algébriques et de la droite numérique puis vérifiez votre solution par substitution.



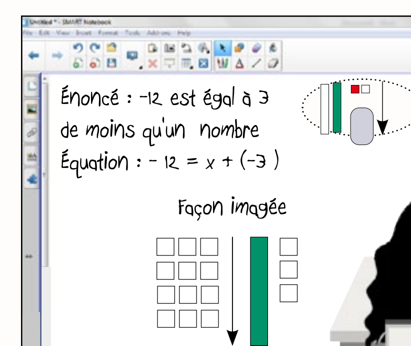


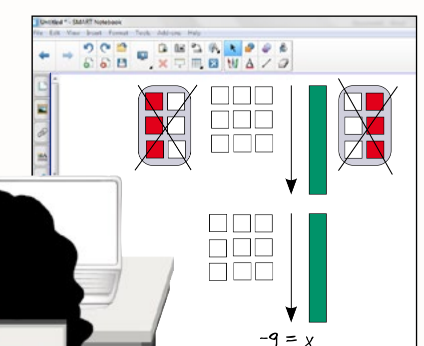


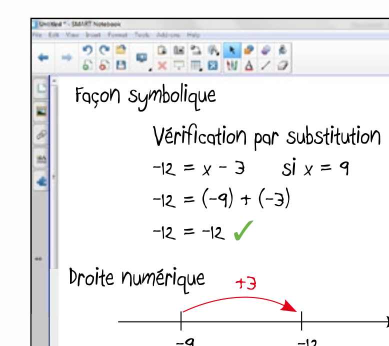


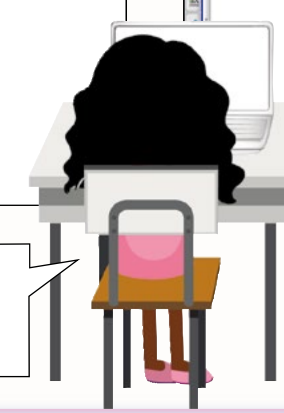
J'ai créé un problème où la valeur de a est négative et la valeur de b est positive.

Ma situation-problème est la suivante. Jasmine invite des amis pour aller jouer au golf. Six de ses amis partent après avoir complété le neuvième trou. Cinq amis restent pour finir la ronde de dix-huit trous. Combien d'amis Jasmine avait-elle invités?









J'ai créé un problème où les valeurs de a et de b sont négatives.

La situation-problème que j'ai composée est la suivante. Ce matin, la température est de moins douze degrés Celsius. Elle a baissé de trois degrés Celsius pendant la nuit. Quelle était la température hier soir?

Les régularités et les relations

APPRENTISSAGE PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE