

Apprentissage par la résolution de problèmes ou l'enquête
Un des buts visés en mathématiques est de faire progresser l'élève de processus mentaux de base à ceux de niveau élevé. Une façon d'y arriver consiste à transformer les questions fermées en questions qui sont plus ouvertes. Ces questions ouvertes sont essentielles, car elles procurent souvent une véritable fenêtre sur la façon de penser des élèves. Il est parfois utile de présenter aussi des questions de style fermé.

Ressources pour guider la planification pédagogique

DOCUMENTS ESSENTIELS DU MANITOBA

- *Cadre des résultats d'apprentissage, 2013*
- *Survot des programmes d'études : mathématiques, 7^e année*
- *Survot à travers les années : mathématiques*
- *Profil de rendement scolaire en mathématiques*
- *Évaluation des compétences de base*

AUTRES DOCUMENTS SUGGÉRÉS

- *Chenilière Mathématiques 7*, Édition PONC (Garneau et al.)
- PRIME (Small)
- *À pas de géant, 5/6 et 7/8* (Small)
- *Réduction des écarts de rendement, 6^e année* (Small)
- *Netmath* (Scolab)

Liste partielle de matériel de manipulation

- Balance
- Blocs de base 10
- Blocs mosaïques
- Carreaux ou tuiles algébriques
- Carreaux, tuiles ou jetons de couleur
- Cercles de pourcentage et de degrés
- Cubes emboîtables
- Ensemble d'anneaux à mesurer
- Ensemble de bandes, de carrés et de cercles fractionnaires
- Ensemble de pièces de monnaie et de billets
- Ensemble de polygones
- Géoplan
- Mira
- Réglettes Cuisenaire
- Thermomètre
- Variété de collections, de dés et de roulettes
- Trousse géométrique (règle, équerre, rapporteur d'angles, compas)

Liste partielle de modèles

- Arrangement rectangulaire
- Base dix
- Cartes de nombres (fractionnaires, décimaux finis et périodiques, entiers)
- Modèle d'équilibre
- Modèles de classement (Venn, Carroll, diagramme en arbre, etc.)
- Modèles de région, de mesure (surface, longueur, volume) et d'ensemble
- Plan cartésien
- Table de valeur
- Variété de droites numériques (horizontale et verticale, ouverte et fermée, divers points de repère)

Le nombre

APPRENTISSAGE PAR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

PRIME Connaissances et stratégies, Chapitre 5

L'élève a développé son sens du comptage de la maternelle à la 3^e année.

- Le comptage détermine combien d'éléments se trouvent dans un ensemble.
- Les nombres sont liés les uns aux autres par une variété de relations.
- On peut estimer des quantités à l'aide de référents.

Dorénavant, l'élève continue d'appliquer cette compréhension du comptage avec les nombres qui sont à l'étude.

LES REPRÉSENTATIONS DES NOMBRES RATIONNELS (7.N.4, 7.N.7)

PRIME N5 : C1, C2, C3, C4, C5, H2 et H3

Grandes idées :

- Les quantités peuvent être représentées de façon concrète, imagée et symbolique.
- Un nombre peut avoir des représentations différentes, mais équivalentes.
- Les nombres repères sont utiles pour comparer, mettre en relation et estimer des nombres.
- Notre système de numération est fondé sur des régularités (la valeur de position).
- La position d'un chiffre à l'intérieur d'un nombre détermine la quantité que ce nombre représente.
- La classification des nombres fournit des renseignements sur leurs caractéristiques.

L'élève

- démontre une compréhension de la relation entre les fractions et les nombres décimaux finis ou périodiques;
- a recours à une régularité pour représenter un nombre rationnel sous différentes formes.

Je remarque une régularité croissante! Quand la fraction augmente d'un huitième, le nombre décimal augmente de cent vingt-cinq millièmes.

Fraction	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{8}$ ou $\frac{1}{2}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{6}{8}$ ou $\frac{3}{4}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{8}{8}$ ou 1
Nombre décimal	0,125	0,250	0,375	0,500	0,625	0,750	0,875	1



Fraction	Nombre décimal
$\frac{1}{11}$	0,09
$\frac{2}{11}$	0,18
$\frac{3}{11}$	0,27
$\frac{4}{11}$?
...	

• Je remarque une régularité croissante.

• Quand la fraction augmente, $\frac{1}{11}$ le nombre décimal périodique augmente de 0,09.

• $\frac{4}{11}$ serait équivalent à 0,27 plus 0,09.

$$\begin{array}{r} 0,27 \\ + 0,09 \\ \hline 0,36 \end{array}$$

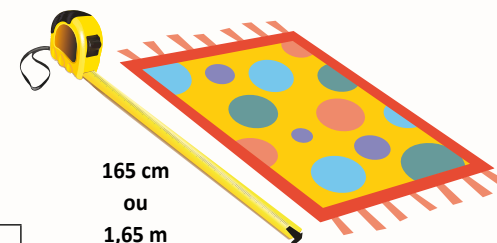


L'enseignant

- utilise des modèles tels que des tableaux de nombres, des variétés de droites numériques (points de repère tels que 0 et 1 ou 0 et 5), des grilles ou des disques de multiples de 10, des cartes de nombres (fractionnaires, décimaux finis et périodiques, entiers), des modèles de région, de mesure (longueur et volume) ou d'ensemble pour représenter les relations entre les nombres rationnels et faciliter leur comparaison.



Modèle de volume
1375 ml
ou
1,375 L



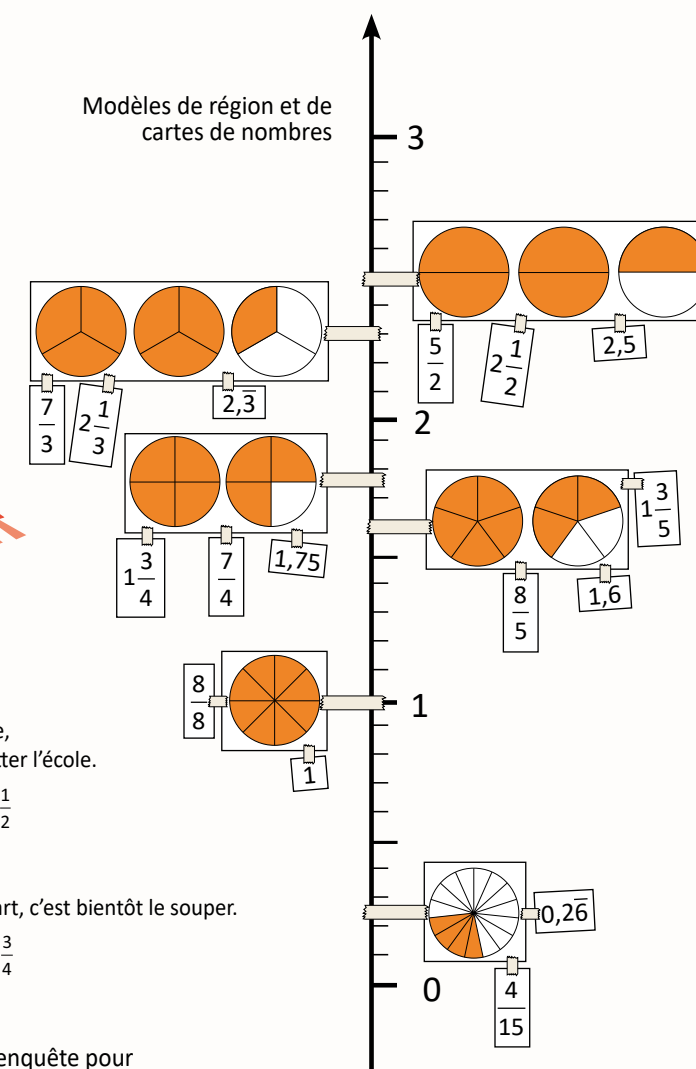
Modèle de longueur
165 cm
ou
1,65 m



Modèle de temps
Trois heures et demie, c'est le temps de quitter l'école.
3 h 30 ou 3 h $\frac{30}{60}$ ou 3 h $\frac{1}{2}$



Six heures moins quart, c'est bientôt le souper.
5 h 45 ou 5 h $\frac{45}{60}$ ou 5 h $\frac{3}{4}$



- utilise la résolution de problèmes ou l'enquête pour
 - amener l'élève à :
 - trier et comparer des nombres rationnels et des nombres entiers;
 - faire des liens entre les fractions et les nombres décimaux finis ou périodiques;
 - utiliser des points de repère, la valeur de position et l'équivalence pour comparer et ordonner des nombres fractionnaires, des nombres décimaux et des entiers;
 - communiquer son raisonnement de multiples façons;
 - démontrer une compréhension des rapports et des pourcentages.
 - offrir à l'élève la possibilité d'observer, de s'interroger et d'appliquer ses connaissances des relations entre les nombres rationnels;
 - observer le raisonnement de l'élève et sa flexibilité avec les nombres rationnels afin de fournir de l'échafaudage.

LISTE PARTIELLE DU VOCABULAIRE DE MATHÉMATIQUES AUQUEL L'ÉLÈVE DOIT ÊTRE EXPOSÉ

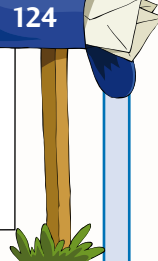
- Comparer, créer, décomposer, décrire, démontrer, déterminer, effectuer, estimer, évaluer, expliquer, exprimer, identifier, modéliser, ordonner, raisonner, représenter, résoudre, vérifier
- Concret, imagé, symbolique
- Stratégies

NOMBRE

- En ordre croissant ou décroissant, utiliser des points de repère, droite numérique horizontale ou verticale
- Équivalent à, est égal à (=), n'est pas égal à (\neq), est inférieur à ou plus petit que (<), est supérieur à ou plus grand que (>), est approximativement égal à ou à peu près égal à (\approx)
- Numéro, chiffre, nombre, nombre écrit symboliquement et en lettres, forme développée
- Nombre naturel, nombre premier, nombre composé (facteurs et multiples d'un nombre)
- Nombre réel :
 - nombre rationnel :
 - nombre fractionnaire, fraction (demi, tiers, quart, cinquième, etc.), fraction impropre, fractions équivalentes, numérateur, dénominateur, commun, parties égales d'un tout, parties d'un ensemble, simplifier une fraction, fraction irréductible, rapport
 - nombre entier, nombre entier négatif (moins 34), nombre entier positif (plus 34), nombres entiers opposés (moins 3 et plus 3), paire nulle (deux nombres opposés dont la somme est égale à zéro)
 - nombre décimal, nombre décimal fini, nombre décimal périodique, période
 - nombre irrationnel, nombre sans période
- Vocabulaire de valeur de position : tranche, virgule décimale ou virgule de cadrage (voir *Tableau de valeur de position*, p. 3)
- Pourcentage, rapport
- Diagramme de Venn, diagramme de Carroll



0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sont des chiffres
4 est un nombre à 1 chiffre
43 est un nombre à 2 chiffres
Sur ma boîte aux lettres, il est écrit le numéro 124, il est composé de 3 chiffres



7^e ANNÉE

Connaissance et compréhension
La construction de nouvelles connaissances

EN ROUTE VERS LA 8^e ANNÉE

Le nombre

100 \$ → 33 \$, 33 \$, 33 \$
1 \$ → 30 ¢, 30 ¢, 30 ¢
10 ¢ → 3 ¢, 3 ¢, 3 ¢

10 ¢ → 3 ¢, 3 ¢, 3 ¢

10 ¢ → 3 ¢, 3 ¢, 3 ¢

Enfin, je constate que nous allons recevoir un transfert électronique de trente-trois dollars et trente-trois cents chacun. Ma mère devra garder la cent en trop parce qu'on ne peut pas la partager entre nous. Je constate aussi que, si nous pouvions le faire il n'y aurait jamais de fin à ce partage, car il y aurait toujours une pièce en trop.

L'élève

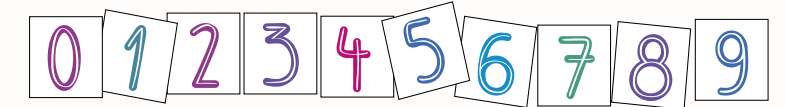
- trie des fractions d'un ensemble selon qu'elles sont équivalentes à des nombres décimaux périodiques ou à des nombres décimaux finis;
- exprime une fraction sous forme de nombre décimal fini ou périodique et vice versa.

Nombres réels				
Nombres rationnels				Nombres irrationnels
Fractions	Nombres entiers	Nombres décimaux (finis)	Nombres décimaux périodiques	Nombres sans période
$\frac{9}{3}$	3	3	3,000... ou 3,0*	
$\frac{7}{2}$		3,5	3,500... ou 3,50*	
$\frac{1}{3}$			0,33333... ou 0,3̄	
$\frac{1}{11}$			0,0909... ou 0,09̄	
$\frac{17}{3}$			5,6666... ou 5,6̄	
$\frac{23}{15}$			1,533... ou 1,53̄	
				$\sqrt{3} = 1,732\ 05...$
				$\pi = 3,141\ 59$

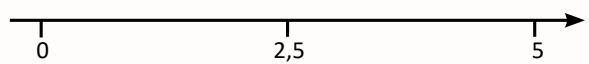
*Une fraction impropre tel que $\frac{9}{3}$ peut s'exprimer sous forme d'un nombre entier, c'est-à-dire 3. Il est à noter que 3 est un nombre entier, mais que le nombre décimal 3,000 ne l'est pas, il indique plutôt une précision de mesure et on dit de lui qu'il est un nombre décimal.

APPRENTISSAGE PAR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

PRIME Connaissances et stratégies, Chapitre 5



- pose des questions ouvertes qui favorisent la réflexion et le dialogue :
 - À l'aide de ces chiffres, crée 3 fractions selon les critères suivants :
 - chacune des fractions doit être équivalente à un nombre décimal périodique;
 - les chiffres de 1 à 9 ne peuvent être utilisés qu'une seule fois.
 Explique ton raisonnement.
 - À l'aide de ces chiffres, crée 3 fractions selon les critères suivants :
 - chacune des fractions doit être équivalente à un nombre décimal fini;
 - les chiffres de 1 à 9 ne peuvent être utilisés qu'une seule fois.
 Explique ton raisonnement.
 - À l'aide de ces chiffres, crée un ensemble de nombres selon les critères suivants :
 - ton ensemble doit comprendre au moins 2 nombres fractionnaires, 2 nombres décimaux finis, 2 nombres décimaux périodiques et 2 nombres entiers;
 - les chiffres de 1 à 9 peuvent être utilisés plus d'une fois.
 Ordonne les nombres en utilisant le modèle de ton choix. Explique ton raisonnement.
- pose des questions fermées ayant une seule réponse pour valider ou vérifier une connaissance précise :
 - Compare les nombres $\frac{1}{2}$, $\frac{8}{5}$, 3,75, 0,9̄, 4,015, 3 et place-les en ordre croissant à l'aide de la droite numérique. Explique ton raisonnement.

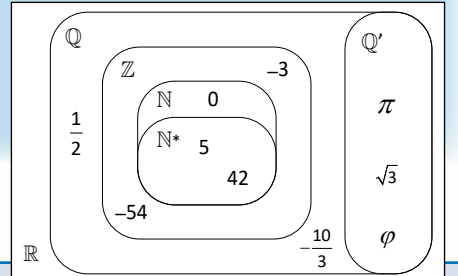


- Lequel de ces nombres est un nombre décimal périodique? Comment le sais-tu?
- Quelle est la fraction équivalente à :
 - 3,75
 - 4,015
 - 0,9̄?
 Explique ton raisonnement.

À noter :

Les **nombres réels**, $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$, englobent les nombres rationnels et irrationnels.
 Les **nombres naturels**, $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$, sont les nombres qui servent à compter ou à dénombrer les objets d'un ensemble.
 Les **nombres entiers**, $\mathbb{Z} = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$, sont des nombres positifs ou négatifs dont la valeur absolue est un nombre naturel.
 Les **nombres rationnels**, $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a \in \mathbb{Z}, b \in \{\mathbb{Z} \mid b \neq 0\} \right\}$, peuvent s'exprimer sous forme fractionnaire et sous forme décimale :
 p. ex. : trois et vingt-cinq centièmes peut s'écrire $3\frac{25}{100}$ (forme fractionnaire) ou 3,25 (forme décimale). Un nombre décimal peut être **fini** ou **périodique** :
 • Un **nombre décimal fini** est un nombre rationnel qui peut s'écrire sous la forme fractionnaire dont le dénominateur est un multiple de 10, p. ex. : $3,205 = 3\frac{205}{1000}$. La suite de chiffres après la virgule est finie.
 • Un **nombre décimal périodique** est un nombre rationnel qui ne peut pas s'écrire sous la forme fractionnaire dont le dénominateur est un multiple de 10, p. ex. : $\frac{1}{3} = 0,333\ 333...$ ou $0,3\bar{3}$ et dont une partie des décimales se répètent sans fin. Cette partie qui se répète sans fin est appelée la **période** du nombre décimal périodique. On la note en plaçant un tiret au-dessus de celle-ci, p. ex. : $0,533\ 333...$ s'écrit $0,5\bar{3}$

Les **nombres irrationnels**, \mathbb{Q}' , sont des nombres à virgule qui comportent une infinité de chiffres sans répétition. Tout nombre réel qui ne peut être représenté par une fraction est un nombre irrationnel.



Opérations

- Vocabulaire de calcul mental (Voir *Le calcul mental et l'estimation*, p. 37), nombres complémentaires (nombres compatibles)
- Vocabulaire d'estimation : estimer, référents, point de repère, à la hausse, à la baisse, à peu près, presque, environ, estimation selon le premier chiffre, au millier près, à la centaine près, sous-estimation, surestimation, compensation
- Vocabulaire des opérations, calcul, algorithme standard et non standard, priorité des opérations, solution :
 - Addition, ajouté, de plus, et, gagne, augmente, en tout, somme, total, commutativité
 - Soustraction, enlève, de moins, perd, diminue, écart, différence
 - Multiplication, multiplicateur, multiplicande, fois, multiplier par, produit, produit partiel, groupes égaux, en tout, facteurs, multiples, arrangement rectangulaire, rangées, colonnes, addition répétée, produit, produits partiels, commutativité, distributivité
 - Division, diviser par, groupes égaux, reste, quotient, dividende, diviseur, soustraction répétée, partage, arrangement rectangulaire, rangées, colonnes, règle de divisibilité

Le nombre

LES OPÉRATIONS AVEC DES NOMBRES ENTIERS — ADDITION/SOUSTRACTION (7.N.6) ET MULTIPLICATION/DIVISION (7.N.1) LES OPÉRATIONS AVEC DES NOMBRES RATIONNELS (7.N.2, 7.N.3, 7.N.5)

PRIME N5 : C1, C2, C3, H2 ET H3

Grandes idées :

- Les quatre opérations sont intrinsèquement reliées.
- Les méthodes de calcul flexibles permettent de décomposer et de combiner des nombres de multiples façons.
- Les méthodes de calcul flexibles demandent une bonne compréhension des opérations et des propriétés des opérations.
- Il y a une variété de méthodes appropriées pour estimer des sommes, des différences, des produits et des quotients dépendamment du contexte et des nombres utilisés.
- Les stratégies personnelles et les algorithmes sont des méthodes de calcul qui peuvent être flexibles et efficaces et qui diffèrent selon les nombres et les situations.

L'élève

- démontre une compréhension de l'addition et de la soustraction de nombres entiers, de façon **concrète, imagée et symbolique** en utilisant :
 - du matériel concret tel que des carreaux algébriques et des jetons;
 - des représentations imagées telles que des droites numériques horizontales ou verticales et des dessins;
- applique sa compréhension de l'addition et de la soustraction de nombres entiers pour résoudre des problèmes de la vie courante.

APPRENTISSAGE PAR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

PRIME Connaissances et stratégies, Chapitre 5

L'enseignant

- utilise des modèles tels que des droites numériques, des blocs de base dix, des grilles ou des disques, des modèles de région, de mesure (longueur) et des arrangements rectangulaires pour continuer à développer la compréhension d'opérations portant sur les nombres entiers, les nombres décimaux et les fractions positives de même que la résolution de problèmes comprenant des pourcentages.
- prépare avec soin le matériel de manipulation tel que des blocs mosaïques, des réglettes, un ensemble de cercles et de bâtonnets fractionnaires, des jetons ou des tuiles bicolores afin de créer des situations qui faciliteront la représentation et la compréhension :
 - de l'addition et de la soustraction de nombres entiers;
 - de la multiplication et de la division de nombres décimaux;
 - des règles de divisibilité;
 - de l'addition et de la soustraction de fractions positives et de nombres fractionnaires positifs;
 - de problèmes comprenant des pourcentages.
- utilise la résolution de problèmes ou l'enquête pour
 - amener l'élève à :
 - appliquer des stratégies d'estimation pour prédire des sommes, des différences, des produits et des quotients;
 - appliquer ses **propres stratégies** (méthodes de calcul flexibles) pour effectuer des opérations;
 - utiliser des algorithmes standard basés sur la compréhension du sens du nombre et des opérations et non sur la mémorisation de procédures pour effectuer des opérations;
 - établir des liens entre les représentations **concrètes, imagées et symboliques** des opérations sur les nombres décimaux, les nombres entiers et les fractions;
 - appliquer ses connaissances des concepts de facteur, de multiple, de plus grand facteur commun (PGFC) et de plus petit commun multiple (PPCM) pour effectuer des opérations sur les fractions;
 - communiquer son raisonnement de multiples façons.
 - offrir à l'élève la possibilité d'observer, de s'interroger et d'appliquer ses connaissances des relations entre les nombres et les opérations, sa pensée partie-partie-tout et partie-à-tout, ses stratégies de calcul et son sens du nombre;
 - observer le raisonnement de l'élève et sa flexibilité avec le nombre et les opérations afin de fournir de l'échafaudage.

Monsieur, l'autre jour, ma grande sœur m'a dit que quand tu soustrais un nombre négatif, tu n'as qu'à additionner l'opposé. Je me demande pourquoi je peux faire cela.

Paire nulle
Un jeton rouge et un jeton jaune $(+1) + (-1) = 0$
Un jeton jaune et un jeton rouge $(-1) + (+1) = 0$

En premier, je vais t'expliquer comment on peut utiliser des jetons de couleur différente pour représenter des nombres entiers. Tout d'abord, il faut bien comprendre que chaque jeton rouge a une valeur de plus un et chaque jeton jaune a une valeur de moins un. Chaque jeton positif peut être annulé par un jeton négatif et vice versa, c'est-à-dire qu'un jeton rouge et un jeton jaune forme une paire nulle. Je vais te montrer comment utiliser et noter ces paires nulles pour résoudre l'addition trois plus moins deux.

Tu vois, j'ai regroupé deux jetons rouges et deux jetons jaunes pour créer deux paires nulles. Donc, les deux jetons jaunes vont annuler les deux jetons rouges et je peux maintenant les éliminer. À la suite de cette élimination, il ne reste qu'un jeton rouge. Ma réponse est donc un.

Et pour une soustraction, comment fait-on cela?

Je vais te le démontrer à l'aide de la soustraction trois moins quatre, c'est-à-dire plus trois moins plus quatre. J'ai donc besoin de trois jetons rouges pour représenter ce que j'ai. Rappelle-toi que je veux soustraire quatre positifs, mais j'en ai seulement trois. Pour te faire comprendre ce que ta grande sœur t'a dit, je vais ajouter quatre jetons positifs et quatre jetons négatifs, donc quatre paires nulles.

À moi d'essayer. Je vais aussi utiliser des jetons pour représenter mon addition. L'addition que je choisis est : six plus moins sept. J'ai donc besoin de six jetons rouges et de sept jetons jaunes. Je vais les regrouper afin de créer des paires nulles. Donc, ces jetons vont s'éliminer. À la suite de cette élimination, il ne me reste qu'un jeton jaune. Ma réponse est donc moins un.

Je remarque qu'une fois que les quatre jetons rouges ont été enlevés, la prochaine étape est d'additionner trois moins quatre. C'est ce que ma grande sœur m'avait dit. C'est-à-dire que tu additionnes l'opposé de ce que tu veux soustraire. C'est génial, maintenant je comprends pourquoi on peut faire cela.

Tu ajoutes vraiment zéro comme valeur puisque tu as ajouté quatre paires nulles!

En effet, tu as raison. J'ai maintenant sept jetons rouges et quatre jetons jaunes. Je peux enlever quatre jetons rouges. Il me reste trois jetons rouges et quatre jetons jaunes. Et voilà, je complète comme dans le dernier problème que tu as fait.

À moi d'essayer. Je vais choisir la soustraction suivante : cinq moins moins trois. Je vais utiliser le même modèle pour le faire. J'ai donc besoin de cinq jetons rouges pour représenter ce que j'ai. Je vais bâtir des paires nulles pour enlever ce que je veux soustraire, c'est-à-dire trois jetons jaunes et trois jetons rouges.

J'ai maintenant huit jetons rouges et trois jetons jaunes. J'enlève trois jetons jaunes et il me reste huit jetons rouges. Je remarque qu'une fois que j'ai enlevé les trois jetons jaunes, l'expression est maintenant : cinq plus trois, ce qui confirme la procédure que ma grande sœur ne pouvait pas m'expliquer.

À noter : Il est préférable que l'enseignant utilise l'enquête pour permettre à l'élève de déterminer les règles de divisibilité. En effet, il ne s'agit pas de fournir les règles de divisibilité à l'élève et de lui demander de les mémoriser et de les appliquer sans les comprendre. Il est essentiel d'inviter l'élève à déterminer et à préciser lui-même les règles et à justifier le rationnel qui sous-tend chacune de celle-ci. L'élève sera alors mieux en mesure de déterminer des règles qui vont au-delà des règles conventionnelles.

Le nombre

APPRENTISSAGE PAR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

L'élève

- détermine et précise pourquoi un nombre est divisible par 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 ou 10 et explique pourquoi un nombre ne peut pas être divisé par 0;
- explique pourquoi un nombre n'est pas divisible par zéro;
- trie les nombres d'un ensemble selon leur divisibilité;
- détermine les facteurs d'un nombre en se basant sur les règles de divisibilité.

La règle de divisibilité de trois est : si la somme des chiffres qui composent le nombre est un multiple de trois, ce nombre est divisible par trois.

Pouvez-vous me démontrer et m'expliquer pourquoi cette règle est vraie?

Démontrer, modéliser et expliquer la règle de divisibilité par 3 de façon imagée et symbolique.

On peut démontrer la règle à l'aide de blocs de base dix. Essayons avec le nombre trois mille quatre cent quatorze.

On sait que trois fois trois cent trente-trois est égal à neuf cent quatre-vingt-dix-neuf et il nous reste une unité en trop. Donc, si on a trois cubes de mille, on a trois unités en trop.

On sait que trois fois trente-trois est égal à quatre-vingt-dix-neuf et il nous reste une unité. Donc, si on a quatre planchettes, on a quatre unités en trop.

3414

$$333 \times 3 = 999$$

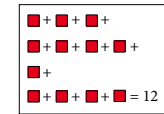
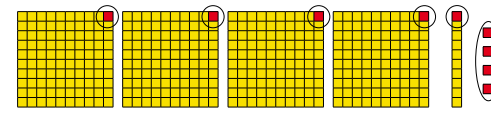
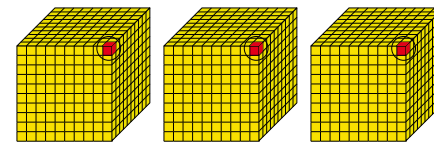
$$1000 - 999 = 1$$

$$33 \times 3 = 99$$

$$100 - 99 = 1$$

$$3 \times 3 = 9$$

$$10 - 9 = 1$$



$$3 + 4 + 1 + 4 = 12$$

Et puis, trois fois trois donne neuf, alors, pour la dizaine, il nous reste une unité en trop.

Si on regroupe toutes les unités en trop ensemble, nous avons douze unités. Douze est un multiple de trois, donc, selon la règle, trois mille quatre cent quatorze est divisible par trois.

En résumé, le nombre d'unités qui restent pour les blocs de mille est trois, ce qui correspond au chiffre dans la position des milliers. Le nombre d'unités qui restent pour les planchettes est quatre, ce qui correspond au chiffre dans la position des centaines. Le nombre d'unités qui restent pour le bâtonnet est un, ce qui correspond au chiffre dans la position des dizaines.

Il y a quatre unités, ce qui correspond au chiffre dans la position des unités.

Quand on a additionné toutes les unités, on a en fait additionné tous les chiffres qui composent le nombre.

Vous avez bien démontré et communiqué votre raisonnement. Vous avez clairement démontré pourquoi cette règle est vraie.

C'est important de comprendre les règles de divisibilité pour pouvoir les appliquer ou en inventer de nouvelles.

Y aurait-il une autre façon de démontrer cette règle?

Je peux aussi démontrer la règle à l'aide de l'algèbre. J'ai utilisé le nombre quatre mille trois cent cinquante-six pour le faire.

Pour 4356 je peux expliquer la règle avec l'équation algébrique suivante :

$$s = m(1000 - 999) + c(100 - 99) + d(10 - 9) + u$$

où
s est la somme des chiffres du nombre
m est le nombre de mille,
c est le nombre de centaines,
d est le nombre de dizaines et
u est le nombre d'unités

Je simplifie mon équation

$$s = m(1) + c(1) + d(1) + u \quad \text{si } m = 4, c = 3, d = 5 \text{ et } u = 6$$

$$s = 4 \times 1 + 3 \times 1 + 5 \times 1 + 6$$

$$s = 4 + 3 + 5 + 6$$

Cette étape démontre que nous additionnons les chiffres qui composent le nombre 4356.

$$s = 18 \quad \text{Donc, 4356 est divisible par 3 parce que 18 est un multiple de 3.}$$

Très bien, merci beaucoup pour ton explication de la règle avec l'équation algébrique.

Qui peut me créer une autre règle?

Moi, madame, j'ai créé une nouvelle règle. Au lieu d'additionner tous les chiffres d'un nombre, j'ai éliminé tous les chiffres qui étaient des multiples de trois et j'ai additionné les chiffres qui restaient.

Pour 89356, j'ai éliminé les chiffres 9, 3 et 6 parce que ce sont des multiples de 3.

Il me reste 8 et 5 et leur somme donne 13.

Selon ma règle, puisque 13 n'est pas un multiple de 3, le nombre 89356 n'est pas un multiple de trois.

J'ai vérifié ma règle à l'aide de ma calculatrice pour confirmer que j'avais raison.

$$\begin{array}{r} \del{89356} \\ 8 + 5 \\ = 13 \end{array}$$

Les problèmes d'application sont des exercices de pratiques utilisés pour maîtriser une connaissance nouvelle. La démarche utilisée pour résoudre des problèmes d'application est généralement immédiate puisqu'elle permet d'effectuer une technique étudiée ou d'appliquer de nouveaux concepts. Elle vise généralement l'utilisation de stratégies, de notions, de règles, de formules ou d'algorithmes puisés dans la théorie.

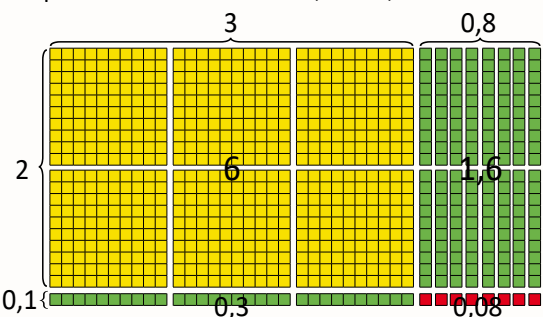
Par exemple :

Nathalie a acheté 2,1 mètres de tissu à un coût de 7,98 \$ n'incluant pas les taxes.

Quel était le prix d'un mètre de tissu ?



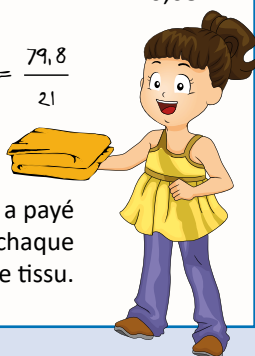
L'opération à effectuer est $7,98 \div 2,10$.



$$\begin{array}{r} 3,8 \\ 2,1 \overline{) 7,98} \\ \underline{63} \\ 168 \\ \underline{168} \\ 0 \end{array}$$

$$\frac{7,98}{2,1} \times \frac{10}{10} = \frac{79,8}{21}$$

Nathalie a payé 3,80\$ pour chaque mètre de tissu.



Le nombre

L'élève

- démontre et applique sa compréhension des opérations sur des nombres décimaux;
- place la virgule décimale (virgule de cadrage) dans une somme, une différence, un produit ou un quotient en appliquant des stratégies d'estimation telle que l'approximation selon les premiers chiffres;
- vérifie la vraisemblance de ses réponses à l'aide de l'estimation;
- résout des problèmes comportant des opérations sur des nombres décimaux (**limités aux millièmes**) en tenant compte de la priorité des opérations;
- explique, à l'aide d'exemples, comment on peut calculer mentalement un produit ou un quotient lorsque le multiplicateur ou le diviseur est 0,1 ou 0,5 ou 0,25 (Voir *Le calcul mental et l'estimation*, p. 37).

PRIME Connaissance et stratégies, pages 117-130

À noter : L'élève développe sa compréhension des opérations incluant des nombres décimaux depuis la 4^e année (Voir la section *Les opérations avec des nombres rationnels* dans les cartes de route, 4^e, 5^e et 6^e années) et il applique des stratégies d'estimation depuis la 5^e année (Voir *Le calcul mental et l'estimation*, 5^e année, p. 10).

Multiplication de nombres décimaux

1^{re} stratégie : Convertir les nombres décimaux en entiers positifs

Je sais que

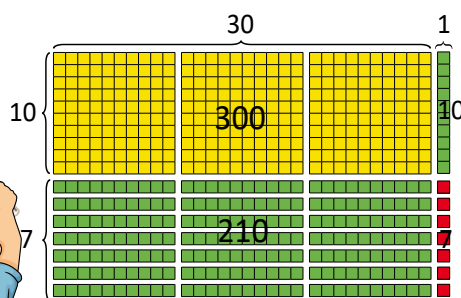
$$1,7 = 1 \frac{7}{10} \text{ ou } \frac{17}{10}$$

$$3,1 = 3 \frac{1}{10} \text{ ou } \frac{31}{10}$$

J'ai multiplié 17×31 en utilisant différentes méthodes de calcul.

Donc, je peux multiplier les deux facteurs par dix pour faciliter mes calculs, mais je ne dois pas oublier de diviser mon produit par cent.

Modèle rectangulaire à l'aide de blocs de base dix



Échange...

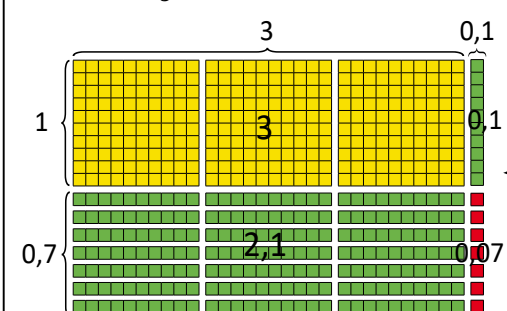
Méthode symbolique

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 31 \\ \hline 17 \\ + 210 \\ \hline 527 \end{array}$$

J'ai divisé mon produit par 100
 $\frac{527}{100} = 5,27$
donc, $1,7 \times 3,1 = 5,27$

2^e stratégie : Multiplier les nombres décimaux sans les convertir

Modèle rectangulaire à l'aide de blocs de base dix

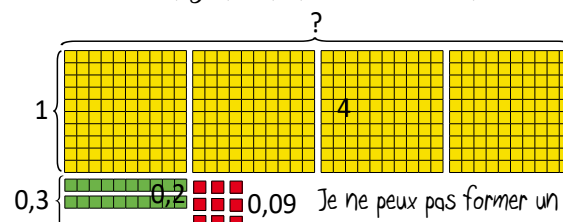


Méthode symbolique

$$\begin{array}{r} 1,7 \\ \times 3,1 \\ \hline 0,07 \text{ car } 1 \text{ dixième} \times 7 \text{ dixièmes} = 7 \text{ centièmes.} \\ 0,10 \text{ car } 1 \text{ dixième} \times 1 \text{ unité} = 1 \text{ dixième.} \\ + 2,10 \text{ car } 3 \text{ unités} \times 7 \text{ dixièmes} = 21 \text{ dixièmes.} \\ + 3,00 \text{ car } 3 \text{ unités} \times 1 \text{ unité} = 3 \text{ unités} \\ \hline 5,27 \end{array}$$

Ma réponse est vraisemblable, parce que trois fois deux est égal à six. J'ai utilisé la stratégie de compensation, c'est-à-dire que j'ai estimé un facteur à la hausse et l'autre à la baisse.

Modèle rectangulaire à l'aide de blocs de base dix



Division de nombres décimaux

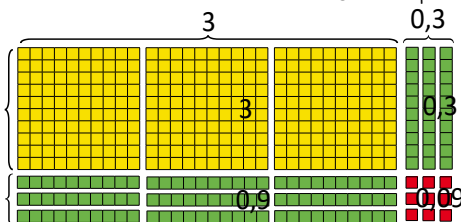
Avant d'effectuer l'opération, je vais estimer le quotient en utilisant la stratégie de nombres compatibles.

$$4,29 \div 1,3 \approx 4,5 \div 1,5$$

$$4,5 \div 1,5 = 4,5 \div 1,5 \quad \text{Ma réponse devrait être } \approx 3.$$

Pour effectuer $4,29 \div 1,3 = b$:

- je pense à $4,29 = b \times 1,3$;
- je vais utiliser les blocs de base 10 et la méthode rectangulaire;
- j'ai besoin de 4 planchettes, 2 bâtonnets et 9 petits cubes.



Maintenant, je peux utiliser tous les blocs pour former un rectangle. Mon rectangle a les dimensions de $1,3 \times 3,3$ donc $4,29 \div 1,3 = 3,3$. Ma réponse est vraisemblable selon mon estimation.

Je peux aussi utiliser des méthodes symboliques.

$$\text{Je sais que } \frac{4,29}{1,3} \times \frac{10}{10} = \frac{42,9}{13}$$

$$\begin{array}{r} 3,3 \\ 1,3 \overline{) 4,29} \\ \underline{39} \\ 0,39 \\ \underline{0,39} \\ 0,09 \\ \underline{0,09} \\ 0 \end{array}$$

car 1 unité x 3 unités = 3 unités

car 3 dixièmes x 3 unités = 9 dixièmes } 12 dixièmes

car 3 dixièmes x 1 unité = 3 dixièmes } ou 1,2 dixièmes

car 3 dixièmes x 3 dixièmes = 9 centièmes

$7,25 \div 3,6 =$
Mon estimation est 2 puisque 3,6 est à peu près la moitié de 7,25.

20 138888

Les touches que j'ai appuyées sur ma calculatrice sont

7, 2, 5, ÷, 3, 6, =

et ma calculatrice indique 2,0138888.
Donc, ma réponse finale est 2,0138.

Ma réponse est vraisemblable selon mon estimation.



À noter : L'élève peut utiliser la technologie pour résoudre des problèmes lorsque le diviseur comporte plus d'un chiffre ou que le multiplicateur comporte plus de deux chiffres. Il doit toutefois être en mesure de vérifier la vraisemblance de ses réponses à l'aide de l'estimation et d'expliquer sa démarche.

Le nombre

APPRENTISSAGE PAR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

Apprentissage par la résolution de problèmes ou l'enquête

Les centres ou ateliers de mathématiques favorisent l'interaction, l'exploration de nouvelles idées et de nouveaux concepts ou peuvent fournir le temps et l'espace nécessaires à la consolidation de nouveaux acquis. Lors de la période d'implantation, il est important de respecter son propre rythme et d'enseigner les habiletés de collaboration de façon explicite pour favoriser l'autonomie chez les élèves. Le nombre et le type de centres varieront en fonction des apprentissages visés, des besoins et des intérêts des élèves, de l'espace disponible et du niveau d'autonomie chez les élèves.

PRIME Connaissances et stratégies, pages 12-14

L'élève

- exprime un pourcentage sous forme décimale ou fractionnaire;
- résout des problèmes comportant des pourcentages de 1 % à 100 % :
 - où un pourcentage doit être déterminé;
 - qui comporte des pourcentages et qui fait appel à l'approximation;
- explique pourquoi une réponse approximative peut être utile dans son quotidien.

À noter : Pour être en mesure de résoudre des problèmes comportant des pourcentages, l'élève doit être à l'aise avec l'établissement de lien entre les fractions équivalentes, les nombres décimaux, les rapports et les pourcentages. Il ne s'agit pas de nouveaux concepts, mais il serait important de s'assurer que l'élève soit en mesure d'établir ces liens avant de leur proposer de résoudre des problèmes comportant des pourcentages.

L'enseignant

- détermine les concepts à construire, explorer ou consolider;
- planifie des expériences d'apprentissage pouvant cibler un ou plusieurs :
 - a. domaines;
 - b. apprentissages ciblés et grandes idées;
 - c. concepts.
- favorise la compréhension des concepts en :
 - a. modélisant les comportements attendus et l'utilisation du matériel de manipulation pour amener l'élève à prendre progressivement la responsabilité de ses apprentissages;
 - b. animant des échanges mathématiques au quotidien;
 - c. faisant un retour avec les élèves à la suite des périodes de centres;
 - d. posant des questions telles que :
 - i. Comment avez-vous réussi à aider un autre élève à résoudre un problème?
 - ii. Quels liens avez-vous faits avec vos connaissances antérieures ou vos activités quotidiennes?
 - iii. Comment pouvez-vous communiquer ce que vous avez compris?
 - iv. Y a-t-il des centres qui devraient être modifiés? Si oui, lesquels et comment pourraient-ils être modifiés? Pouvez-vous en proposer de nouveaux?
- circule, passe du temps avec un élève ou avec des petits groupes, note leurs intérêts, les questions qu'ils se posent et leur niveau de compétence;
- recueille de l'information au sujet des connaissances antérieures des élèves, de leur attitude envers l'apprentissage des mathématiques et de la façon dont ils construisent et expriment leur pensée et leurs connaissances;
- note la façon dont les élèves interagissent entre eux et avec le matériel de manipulation mis à leur disposition en les observant, en ayant des conversations avec eux et en examinant leurs produits;
- se pose des questions telles que :
 - a. Quels concepts et habiletés ont-ils maîtrisés? Quels processus mathématiques utilisent-ils pour accomplir les tâches proposées dans les centres?
 - b. Sont-ils engagés dans le processus de résolution de problèmes?
 - c. Comment représentent-ils leurs apprentissages et démontrent-ils leur compréhension des concepts visés?
 - d. Utilisent-ils le vocabulaire lié aux mathématiques? Peuvent-ils exprimer leurs idées et leurs pensées de façon spontanée?
 - e. Comment communiquent-ils leurs apprentissages mathématiques?
 - f. Quelles sont les conceptions erronées? Comment puis-je les aborder?
 - g. Que puis-je faire de plus pour approfondir leur apprentissage? Quel type d'échafaudage puis-je leur fournir?
 - h. Comment puis-je améliorer le milieu d'apprentissage?
 - i. Comment puis-je différencier les apprentissages?

Centre 1 :

Les pourcentages autour de moi

Les pourcentages sont tout autour de nous. Trouvez au moins trois situations où on utilise des pourcentages. Préparez-vous à présenter vos choix à la classe. Assurez-vous d'inclure une représentation visuelle et une brève description de chacune des situations et une explication de ce que signifient les pourcentages pour chacune d'entre elles.

Situation 1 Annonce publicitaire d'un magasin

Ce magasin offre jusqu'à 60% de rabais. Il faut faire attention à ce type d'annonce. Il est souvent utilisé pour nous attirer dans les magasins. Il y a souvent très peu d'articles qui sont vendus au taux de rabais indiqué.

Situation 2 Étiquette qui indique la teneur de produits naturels en pourcentage.

Les compagnies doivent indiquer le pourcentage de produit naturel contenu dans leurs produits que nous achetons au magasin. Selon cette étiquette, ce pot de miel contient uniquement du miel naturel, sans aucun produit de conservation ou autres.

Situation 3 Diagramme circulaire qui présente des données avec des pourcentages.

préférences musicales des jeunes de la 7^e année

- Rap
- Jazz
- Rock
- Country
- Classique

Dans ce diagramme, on peut voir que 50% ou $\frac{1}{2}$ des jeunes de 7^e année préfèrent la musique "rap" et que 25% ou $\frac{1}{4}$ préfèrent la musique "jazz".

Centre 2 :

Les achats au rabais

Un magasin de sport offre des rabais jusqu'à 60 % sur l'équipement de hockey. Choisissez 5 articles et déterminez chacun des pourcentages de rabais réels à l'aide de stratégies de calcul mental. Préparez une affiche indiquant les articles choisis, leur prix courant, leur prix de solde et leur pourcentage de rabais. Lors de votre présentation, vous aurez à communiquer les stratégies que vous avez utilisées.

- Aucun des 5 articles choisis n'est offert à 60 % de rabais.
- 60 % de rabais signifie que le prix de solde serait moins que la moitié du prix courant.
- Les stratégies de calcul mental et d'estimation peuvent être utiles pour savoir si nous faisons une bonne affaire ou non.
- Il faut faire attention aux annonces publicitaires parce que les rabais sont souvent utilisés pour nous attirer dans le magasin.

Les rabais réels

Articles	Prix courant	Prix de solde	Rabais réels
	139,99 \$	83,99 \$	40 %
	259,99 \$	207,99 \$	20 %
	349,99 \$	241,99 \$	30 %
	399,99 \$	299,99 \$	25 %
	249,99 \$	124,99 \$	50 %

Même avec un rabais, ces prix sont exorbitants.



Le prix régulier des patins était d'environ quatre cents dollars et le prix de solde est d'environ trois cents dollars soit trois quarts ou soixante-quinze pour cent du prix régulier, ceci veut donc dire que les patins sont à vingt-cinq pour cent de rabais et non pas soixante.

La différence entre les deux prix est de cinquante-deux dollars. Donc, le rabais représente un cinquième ou vingt pour cent du prix régulier.

Pour les gants, je sais que chaque dix pour cent de rabais représente quatorze dollars. Étant donné que la différence entre le prix courant et le prix actuel est de cinquante-six dollars et que cinquante-six divisé par quatorze égale quatre, je multiplie dix pour cent par quatre, ce qui représente quarante pour cent de rabais.

Le rabais actuel pour la casque est de cent cinq dollars. Cent cinq dollars représente environ un tiers de trois cent cinquante dollars. Je sais que dix pour cent de trois cent cinquante dollars représente trente-cinq dollars, que vingt pour cent de trois cent cinquante dollars représente soixante-dix dollars, donc trente pour cent de trois cent cinquante dollars représente cent cinq dollars. Le rabais est donc de trente pour cent.

Les pantalons sont à demi-prix, donc ils sont à cinquante pour cent de rabais. C'est toute une aubaine, mais ce n'est pas un rabais de soixante pour cent.

Le nombre

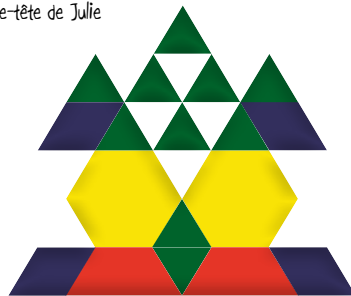
APPRENTISSAGE PAR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

Apprentissage par la résolution de problèmes ou l'enquête

Les centres ou ateliers de mathématiques favorisent l'interaction, l'exploration de nouvelles idées et de nouveaux concepts ou peuvent fournir le temps et l'espace nécessaires à la consolidation de nouveaux acquis. Lors de la période d'implantation, il est important de respecter son propre rythme et d'enseigner les habiletés de collaboration de façon explicite pour favoriser l'autonomie chez les élèves. Le nombre et le type de centres varieront en fonction des apprentissages visés, des besoins et des intérêts des élèves, de l'espace disponible et du niveau d'autonomie chez les élèves.

Centre 3 : Déterminez le pourcentage que représente chacune des couleurs du casse-tête de Julie. Soyez prêts à présenter vos données et à expliquer votre démarche.

Casse-tête de Julie



Nous savons que

- le triangle représente la plus petite unité;
- les autres blocs sont des multiples du triangle;
- si on refaisait le même casse-tête en utilisant uniquement les triangles verts, nous aurions besoin de 36 triangles;
- 36 triangles représentent le tout.



10 triangles : 36 triangles
 $\frac{10}{36}$ ou $\frac{5}{18}$ du casse-tête est vert

1 hexagone : 6 triangles
2 hexagones : 12 triangles
12 triangles : 36 triangles
 $\frac{12}{36}$ ou $\frac{1}{3}$ du casse-tête est jaune

1 trapèze : 3 triangles
2 trapèzes : 6 triangles
6 triangles : 36 triangles
 $\frac{6}{36}$ ou $\frac{1}{6}$ du casse-tête est rouge

1 losange : 2 triangles
4 losanges : 8 triangles
8 triangles : 36 triangles
 $\frac{8}{36}$ ou $\frac{2}{9}$ du casse-tête est bleu

$0,2777$ ou $0,2\bar{7}$
 $\approx 28\%$

$0,3333$ ou $0,3\bar{3}$
 $\approx 33\%$

$0,1666$ ou $0,1\bar{6}$
 $\approx 17\%$

$0,2222$ ou $0,2\bar{2}$
 $\approx 22\%$

Pour trouver le pourcentage du vert, j'ai choisi d'utiliser ma calculatrice pour convertir le rapport en nombre décimal. Ensuite, j'ai multiplié le nombre décimal par cent. Le vert représente environ vingt-huit pour cent du casse-tête.

Pour trouver le pourcentage du jaune, sachant qu'un tiers, c'est zéro virgule trois périodique, j'ai multiplié ce nombre par cent. Le jaune représente environ trente-trois pour cent du casse-tête.

Pour trouver le pourcentage du rouge, j'ai décidé de faire mon calcul à la main. J'ai divisé le numérateur par le dénominateur. J'ai obtenu zéro virgule un six, six, six. J'ai multiplié ce nombre par cent et j'ai trouvé que le rouge représente environ dix-sept pour cent du casse-tête.

Comme un neuvième est égal à zéro virgule un périodique, je sais que deux neuvièmes est égal à zéro virgule deux périodique. Pour trouver le pourcentage du bleu, j'ai multiplié zéro virgule deux périodique par cent. Le bleu représente environ vingt-deux pour cent du casse-tête.

Vous avez clairement expliqué votre raisonnement. Je me demande ce qui arriverait à vos données si on doublait le casse-tête de Julie ou si on y ajoutait deux hexagones et un losange?

Centre 4 : Choisissez trois des options suivantes. Soyez prêts à présenter une ou des solutions possibles et à expliquer votre démarche.

Cette année, il y a 25 élèves de plus à l'école.

Option 1

Si cela représente une augmentation de 10 %, combien y avaient-ils d'élèves à l'école l'année dernière?

Amina hésite entre deux paires d'espadrilles.

Le prix de la première est de 175 \$ avec un rabais de 30 %.

La deuxième coûte 140 \$ et on accorde un rabais de 15 %.

Option 2

Quelle paire d'espadrilles lui conseillerais-tu d'acheter? Pourquoi?

Option 3

Si on connaissait la valeur de 25 % d'un nombre, quels autres pourcentages de ce nombre pourrait-on calculer mentalement?

Anaë travaille à l'animalerie de ses parents. Elle reçoit 4 % des ventes totales de la journée.

Combien a-t-elle reçu si les ventes totales étaient de 2400 \$?

Option 4

Créez une situation authentique qui inclut des pourcentages.

Soyez prêts à présenter votre situation et la démarche que vous avez utilisée pour la résoudre.

Option 5

Marc a placé 4 boules identiques numérotées 1, 2, 3, 4 dans un sac. Il a effectué 20 tirages en remettant chaque fois la boule tirée dans le sac. Il a obtenu les résultats suivants.

Numéro de la boule	1	2	3	4
Nombre de fois tirées	4	3	7	6
Fréquences				
Fréquences en %				

Aidez-lui à compléter son tableau et à créer un diagramme circulaire pour présenter ses données.

On a choisi le nombre 84 comme exemple.
25 % est le quart de 84 donc 25 % de 84 = 21

21	21
21	21

On pourrait calculer 50 % et 75 % de 84 mentalement. 50 % serait le double de 21, c'est-à-dire 42 et 75 % serait le triple de 21, soit 63.

On pourrait aussi calculer mentalement 10 % de 84 car il s'agit de diviser 84 par 10 qui est 8,4. 5 % de 84 serait la moitié de 8,4 soit 4,2.

Notre situation : L'équipe de soccer de l'école a perdu 20 % des 25 parties qu'elle a disputées cette année. Combien de parties a-t-elle gagnées?

Solution 1
 $20\% = \frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$ de 25 = 5
donc, 20 % de 25 = 5

Solution 2
Si l'équipe a perdu 20 % de ses parties, elle en a gagné 80 %.
80% de 25
 $\frac{80 \times 25}{100} = \frac{80 \times 1}{4} = 20$
L'équipe a gagné 20 parties.

Résultats de l'expérience de Marc

Numéro de la boule	1	2	3	4
Nombre de fois tirées	4	3	7	6
Fréquences	$\frac{4}{20}$ ou 0,2	$\frac{3}{20}$ ou 0,15	$\frac{7}{20}$ ou 0,35	$\frac{6}{20}$ ou 0,3
Fréquences en %	20 %	15 %	35 %	30 %

On a utilisé Excel pour créer le diagramme.

Expérience de Marc

- Boule 1 (30%)
- Boule 2 (15%)
- Boule 3 (35%)
- Boule 4 (20%)

Le nombre

APPRENTISSAGE PAR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES OU L'ENQUÊTE

L'élève

- démontre une compréhension de l'addition et de la soustraction de fractions positives et de nombres fractionnaires positifs, avec ou sans dénominateurs communs, de façon concrète, imagée et symbolique (se limiter aux sommes et aux différences positives);
- modélise l'addition et la soustraction de fractions positives ou de nombres fractionnaires positifs de façon concrète et imagée et les note de façon symbolique;
- détermine la somme ou la différence de deux fractions positives ou de nombres fractionnaires positifs ayant des dénominateurs communs ou des dénominateurs différents (voir *Progression de la complexité de l'addition et de la soustraction de fractions positives et de nombres fractionnaires positifs*, p. 10);
- résout des problèmes comportant l'addition ou la soustraction de fractions positives ou de nombres fractionnaires positifs et vérifie la vraisemblance de la solution.

Supposons que notre situation est la suivante. On a une boîte de palettes de chocolat identiques et j'ai mangé cinq huitièmes d'une des palettes et toi, tu as mangé trois quarts d'une autre palette. Combien de palettes de chocolat avons-nous mangées en tout?

On sait que :

- on a mangé plus que 1 palette, mais moins que 2;
- pour additionner $\frac{5}{8}$ et $\frac{3}{4}$ on doit trouver un dénominateur commun ou le PPCM de 4 et 8.
- 8 est le PPCM de ces deux nombres, donc le dénominateur commun est 8.

Utilisons les images des blocs mosaïques et des déci blocs pour représenter une palette de chocolat puisque le trapèze noir peut être divisé en huit triangles.

Je vais utiliser cinq triangles pour représenter les cinq huitièmes que j'ai mangés.

Moi, je vais utiliser six triangles parce que je sais que deux triangles représentent un quart du trapèze noir et que six triangles représentent trois quarts.

$\frac{5}{8}$ de ma palette de chocolat

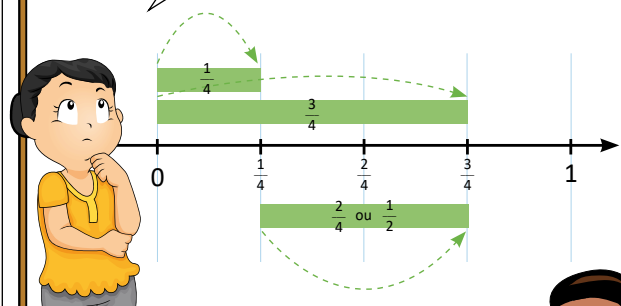
$\frac{6}{8}$ ou $\frac{3}{4}$

Déplaçons les triangles d'une palette à l'autre pour représenter ce que nous avons mangé en tout. On peut voir qu'on a mangé onze morceaux de chocolat ou une palette et trois huitièmes d'une autre.

Selon notre estimation, notre réponse est vraisemblable. Il nous reste cinq morceaux ou cinq huitièmes d'une palette de chocolat à partager entre nous.

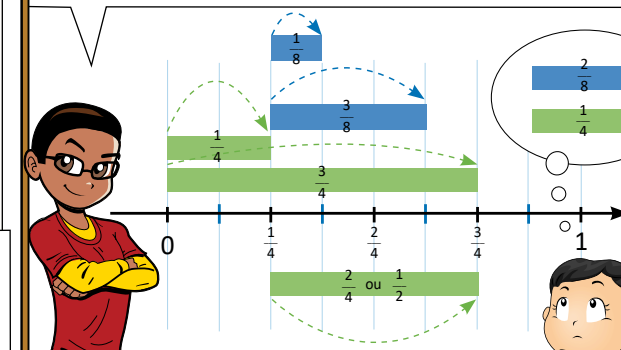
Pour que ce soit équitable, tu pourrais manger deux cinquièmes de ce qui reste et moi trois cinquièmes.

Essayons de trouver deux fractions ayant des dénominateurs différents, qui ne sont pas équivalentes, et dont la somme est moins que trois quarts.



Chacune des fractions doit être plus petite que trois quarts. Si l'une des fractions est un quart, l'autre doit être plus petite que deux quarts ou un demi. Utilisons la droite numérique pour démontrer notre raisonnement.

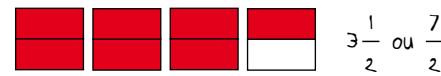
Si on augmentait le dénominateur, les segments deviendraient plus petits. Essayons de découper la droite en segment d'un huitième. Si la première fraction demeure un quart, la deuxième fraction doit être plus petite que quatre huitièmes. Elle pourrait être un huitième ou trois huitièmes, mais elle ne peut pas être deux huitièmes parce que deux huitièmes est équivalent à un quart.



Je me demande combien de réponses possibles nous aurions obtenues si nous avions utilisé des neuvièmes.

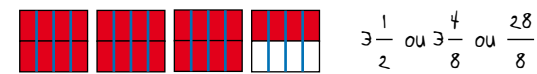
Il y a $3\frac{1}{2}$ L de jus dans le frigo de Julie et Pierre. Ils doivent s'assurer d'en avoir au moins $1\frac{3}{4}$ L pour un brunch. Combien de jus peuvent-ils boire, et encore en avoir suffisamment pour le brunch?

On doit soustraire un et trois quarts de trois et un demi. On pourrait utiliser des grilles pour représenter la soustraction.



Pour représenter les litres, utilisons quatre grilles divisées en deux de façon horizontale et colorions sept cases en rouge pour représenter trois litres et un demi.

Divisons chacune des grilles en quatre de façon verticale. On va pouvoir plus facilement enlever un et trois quarts.



Mettons des X sur les cases qui représentent le litre et trois quarts qu'ils doivent garder pour le brunch.

$$\begin{aligned} 3\frac{1}{2} - 1\frac{3}{4} &= \frac{28}{8} - \frac{7}{4} \\ &= \frac{28}{8} - \frac{14}{8} \\ &= \frac{14}{8} \text{ ou } \frac{6}{8} \text{ ou } 1\frac{3}{4} \end{aligned}$$

Il reste un et six huitièmes. Donc Julie et Pierre peuvent boire un litre et six huitièmes ou un litre et trois quarts de jus, et en avoir suffisamment pour le brunch. Ils peuvent boire la moitié du jus qui est dans le frigo.

On pourrait la résoudre symboliquement d'une différente façon.

$$\begin{aligned} 3\frac{1}{2} - 1\frac{3}{4} &= 3\frac{2}{4} - 1\frac{3}{4} \\ &= 2\frac{6}{4} - 1\frac{3}{4} \\ &= 1\frac{3}{4} \end{aligned}$$

Il est essentiel d'inviter l'élève à déterminer et à préciser lui-même le rationnel de chacune des règles utilisées pour effectuer des opérations sur les fractions. L'élève à qui on a fourni les règles et à qui on a demandé de les mémoriser et de les appliquer sans les comprendre finira par les appliquer de façon aléatoire. Par contre, l'élève qui a la compréhension conceptuelle des opérations sur les fractions sera en mesure de porter un regard métacognitif sur son raisonnement et de déterminer des règles qui vont au-delà des règles conventionnelles.

Avant d'inviter l'élève à effectuer des opérations sur les fractions, il est essentiel qu'il ait une compréhension solide des concepts liés aux fractions et aux opérations. Afin de s'en assurer, l'enseignant se pose les questions suivantes :

L'élève peut-il appliquer les concepts suivants :

- plus petit commun multiple (PPCM);
- fractions équivalentes?

L'élève comprend-il les divers sens des fractions :

- région (aire ou surface);
- ensemble (collection);
- mesure (longueur et volume);
- division;
- rapport partie-à-tout?

À noter : toutes les fractions sont des rapports, mais tous les rapports ne sont pas des fractions.

L'élève peut-il expliquer son raisonnement lorsqu'il affirme que :

- $\frac{5}{8} > \frac{3}{8}$ (comparer des fractions dont les dénominateurs sont communs);
- $\frac{5}{8} > \frac{5}{9}$ (comparer des fractions dont les numérateurs sont communs);
- $\frac{7}{9} > \frac{1}{15}$ (comparer des fractions en utilisant des points de repère, p. ex., expliquer que $\frac{1}{15}$ est plus près de 0 que de 1 et que $\frac{7}{9}$ est plus près de 1);
- $3\frac{1}{4}, 2\frac{5}{4}, 1\frac{9}{4}$ et $\frac{13}{4}$ sont tous des nombres équivalents?

L'élève comprend-il que :

- le sens de chaque opération demeure le même, que ce soit des opérations sur des nombres entiers ou sur des nombres fractionnaires;
- pour additionner ou soustraire une quantité quelconque, il faut dénombrer les mêmes unités, p. ex., 5 oranges et 3 oranges font 8 oranges alors que 5 oranges et 3 pommes ne font pas 8 oranges ni 8 pommes;
- le numérateur indique le nombre d'unités fractionnaires et que le dénominateur indique l'unité fractionnaire, p. ex., $\frac{2}{5} + \frac{4}{5} = \frac{6}{5}$ alors que $\frac{2}{5} + \frac{4}{10} \neq \frac{6}{5}$ et que $\frac{2}{5} + \frac{4}{10} \neq \frac{6}{10}$.

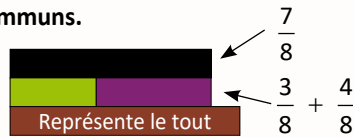
Le nombre

Progression de la complexité de l'addition et de la soustraction de fractions positives et de nombres fractionnaires positifs

Lorsque l'élève décompose une fraction partie-tout en fractions unitaires, il peut utiliser divers modèles, dont l'un d'eux est souvent une phrase mathématique d'addition, pour communiquer sa pensée. Ces représentations permettent à l'élève de développer une compréhension du rôle du numérateur (dénombrement) et du dénominateur (unité fractionnaire) et de voir que pour l'addition comme pour la soustraction, l'unité fractionnaire (dénominateur) est conservée. Ces possibilités offrent une base solide sur laquelle les algorithmes peuvent être développés et appliqués.

La somme ou la différence inférieure à 1 de deux fractions positives inférieures à 1 ayant des dénominateurs communs.

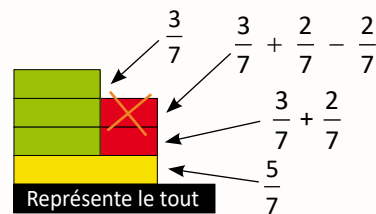
$$\frac{3}{8} + \frac{4}{8}$$



Je décompose cinq septièmes en trois septièmes et deux septièmes.

En 7^e et 8^e années, dans le cas de la soustraction, le deuxième terme (diminuteur) doit être inférieur au premier terme (diminuende), car l'élève ne travaille qu'avec des fractions positives.

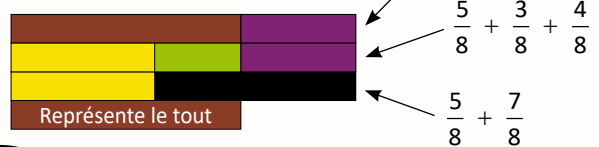
$$\frac{5}{7} - \frac{2}{7}$$



À noter : toute réglette peut être considérée comme un tout. La fraction représentée par chaque réglette varie en fonction du tout.

La somme supérieure à 1 de deux fractions positives inférieures à 1 ayant des dénominateurs communs.

$$\frac{5}{8} + \frac{7}{8}$$



J'ai décomposé sept huitièmes en trois huitièmes et quatre huitièmes. J'ai recomposé cinq huitièmes et trois huitièmes en huit huitièmes. Puis, j'ai recomposé huit huitièmes et quatre huitièmes pour obtenir douze huitièmes ou un et un demi.

La somme ou la différence inférieure à 1 de deux fractions positives inférieures à 1 ayant des dénominateurs différents.

Le plus petit commun multiple ou le PPCM de quatre et de huit est huit. La réglette brune représente huit, soit le dénominateur commun (tout).

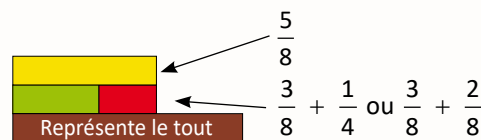


La réglette verte représente trois huitièmes.

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{4}$$



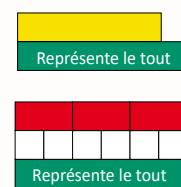
Chacune des réglettes rouges représente un quart ou deux huitièmes.



En 7^e et 8^e années, dans le cas de la soustraction, le deuxième terme (diminuteur) doit être inférieur au premier terme (diminuende), car l'élève ne travaille qu'avec des fractions positives.

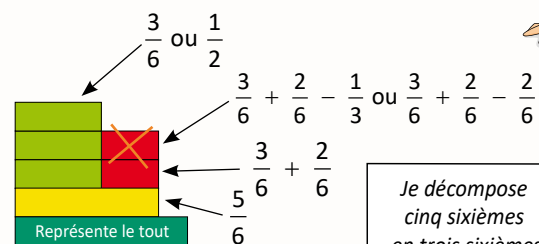
$$\frac{5}{6} - \frac{1}{3}$$

Le PPCM de six et trois est six. La réglette vert foncé représente six, soit le dénominateur commun (tout).

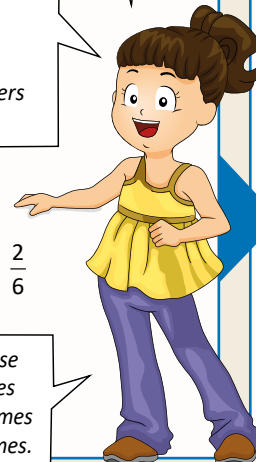


La réglette jaune représente cinq sixièmes.

Chacune des réglettes rouges représente un tiers ou deux sixièmes.

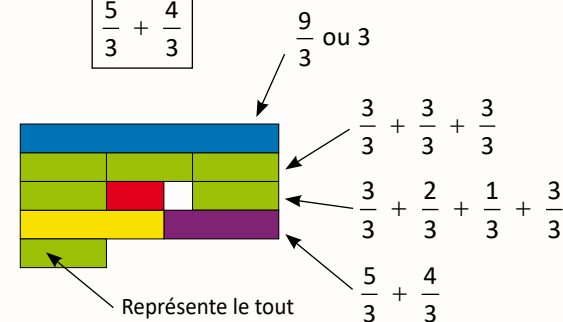


Je décompose cinq sixièmes en trois sixièmes et deux sixièmes.



La somme ou la différence de deux fractions impropres ou de nombres fractionnaires positifs ayant des dénominateurs communs.

$$\frac{5}{3} + \frac{4}{3}$$

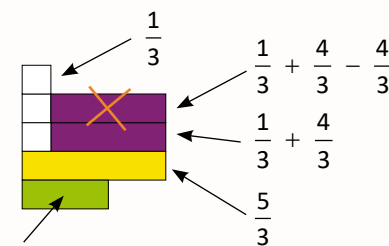


J'ai décomposé cinq tiers en trois tiers et deux tiers. J'ai décomposé quatre tiers en un tiers et trois tiers. J'ai recomposé deux tiers et un tiers en trois tiers. J'ai fini avec neuf tiers ou trois.

En 7^e et 8^e années, dans le cas de la soustraction, le deuxième terme (diminuteur) doit être inférieur au premier terme (diminuende), car l'élève ne travaille qu'avec des fractions positives.

$$\frac{5}{3} - \frac{4}{3}$$

Pour la soustraction, j'ai décomposé cinq tiers en un tiers et quatre tiers. J'ai enlevé quatre tiers. Il reste un tiers.



À noter : Les réglettes peuvent être utilisées pour représenter des fractions impropres et des nombres fractionnaires.

La somme ou la différence de deux fractions impropres ou de nombres fractionnaires positifs ayant des dénominateurs différents.

$$\frac{4}{2} + \frac{5}{4}$$

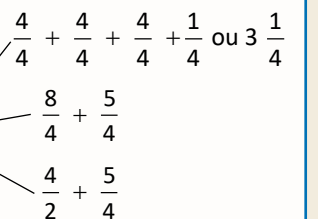
Le PPCM de deux et quatre est quatre. La réglette mauve représente quatre, soit le dénominateur commun (tout).



Chacune des réglettes rouges représente un demi ou deux quarts.



Chacune des réglettes blanches représente un quart et la réglette jaune représente cinq quarts.



En 7^e et 8^e années, dans le cas de la soustraction, le deuxième terme (diminuende) doit être inférieur au premier terme (diminuende), car l'élève ne travaille qu'avec des fractions positives.

Je sais que quatre est le PPCM de deux et quatre.

Je sais que quatre demis est équivalent à huit quarts. J'ai décomposé huit quarts en trois quarts et cinq quarts, puis j'ai enlevé cinq quarts. Il reste trois quarts.

