LE CALCUL MENTAL ET L'ESTIMATION

Le calcul mental et l'estimation [CE] doivent être considérés comme une partie intégrale dans l'enseignement et l'apprentissage en mathématiques et non comme des concepts enseignés en isolation. Le calcul mental n'est pas l'habileté d'effectuer des algorithmes, mais plutôt de calculer avec souplesse et efficacité dans sa tête. L'accent devrait être mis sur la façon dont l'élève obtient la solution plutôt que sur la rapidité ou l'exactitude de sa réponse. L'estimation comprend diverses stratégies utilisées pour vérifier le caractère raisonnable d'une solution à l'aide de stratégies de calcul mental. Elle consiste aussi à déterminer des valeurs, des quantités et des mesures approximatives en se basant sur des référents.

À noter : Des stratégies de calcul mental et d'estimation ont été illustrées, en contexte, tout au long du document.

L'élève applique des stratégies de calcul mental (Voir *Le calcul mental et l'estimation* dans les cartes de route de la 1re à la 6e année) et d'estimation (Voir *Le calcul mental et l'estimation*, 5e année, p. 10) en :

- sélectionnant des stratégies :
  - de [CE] pour résoudre une variété de problèmes de façon efficace;
  - d'estimation liées aux opérations telles que l'approximation selon le premier chiffre, le regroupement, la partition, les nombres complémentaires et la compensation (Voir *Le calcul mental et l'estimation*, 5e année, p. 10);
  - d'estimation pour prédire et valider les réponses obtenues lorsqu'il fait des calculs mentalement, à la main ou à l'aide de la technologie, ce qui augmente alors sa capacité de détecter les erreurs quand elles se produisent;
- utilisant une variété de modèles pour représenter ses stratégies de [CE];
- démontrant la pertinence du [CE] dans la vie de tous les jours;
- communiquant son raisonnement et en évaluant si son estimation est plausible et si la réponse à ses calculs est vraisemblable;
- expliquant pourquoi une réponse approximative peut être utile et efficace selon le contexte, p. ex., le coût final d'un achat futur, y compris les taxes;
- démontrant qu'il n'y a pas "une bonne stratégie" ni "une bonne réponse" quand il effectue des calculs et des estimations;
- établissant des liens entre divers types de nombres, p. ex., entre un pourcentage et un nombre décimal, entre une fraction impropre et un nombre fractionnaire, entre des fractions équivalentes, etc.;
- utilisant :
  - des termes liés à l'estimation tels que tout près de, à peu près, presqu'égal à, entre, un peu plus que, un peu moins que, autour de, environ et approximativement;
  - des symboles liés à l'estimation tels que presque égal à ≈ et approximativement égal à ≅.

L'élève peut éprouver des difficultés s'il :

- a un nombre limité de stratégies de [CE] dans son répertoire;
- ne comprend pas les propriétés des opérations (distributivité, commutativité, associativité);
- tente d'utiliser des méthodes écrites standards dans sa tête (ardoise mentale);
- n'a pas de flexibilité avec les nombres, p. ex., s'il ne peut pas décomposer un nombre de multiples façons;
- s'appuie sur des stratégies de comptage;
- a une compréhension limitée de la valeur de position.

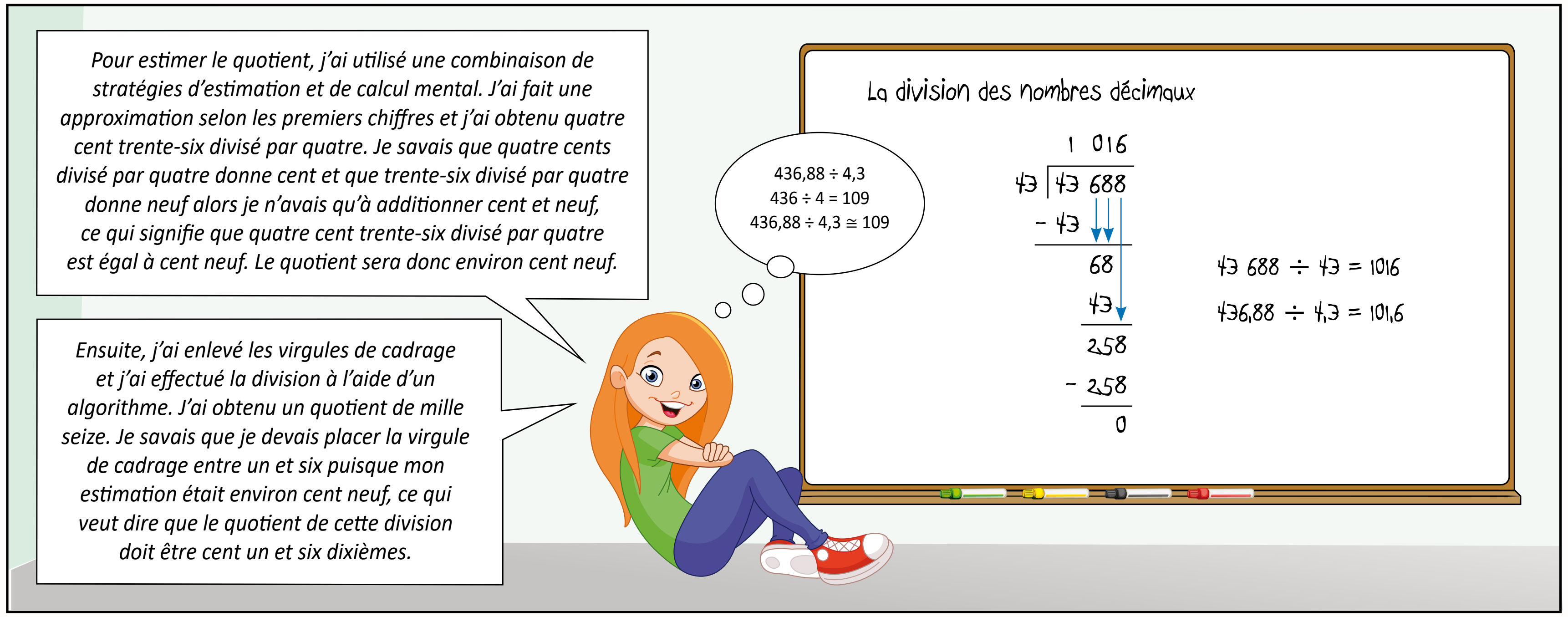
En 7e année, l'élève peaufine ses stratégies personnelles de [CE] afin d'accroître leur efficacité lorsqu'il :

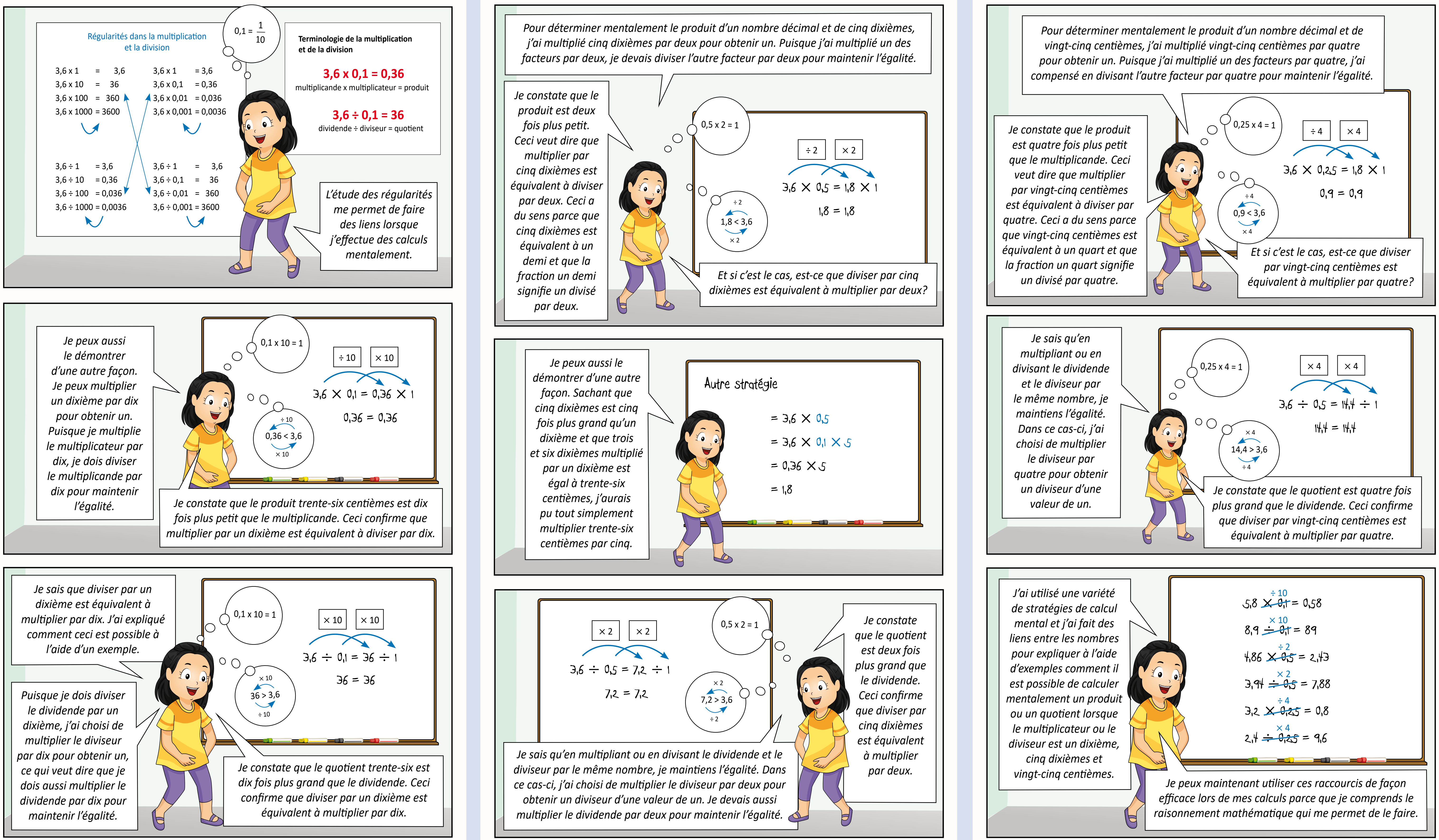
- explique, à l'aide d'un exemple, comment déterminer mentalement un produit ou un quotient dont le multiplicateur ou le diviseur est 0,1 ou 0,5 ou 0,25;
- effectue des opérations sur les types de nombres à l'étude en tenant compte de la priorité des opérations;
- effectue des additions et des soustractions sur des fractions et sur des nombres fractionnaires;
- résout des équations algébriques;
- détermine une solution à un problème qui fait appel à l'approximation;
- estime l'aire d'un cercle, d'un triangle ou d'un parallélogramme;
- place la virgule (virgule de cadrage) dans une somme, une différence, un produit et un quotient en appliquant la stratégie de l'approximation selon les premiers chiffres, p. ex. :
  - pour 8,5 + 9,23 + 221,758, penser à 8 + 9 + 221 et en conclure que la somme est supérieure à 238;
  - pour 276,57 $ - 75,45 $, penser à 276 $ – 75 $ et en conclure que la différence est approximativement 201 $;
  - pour 42,73 $ x 2,8, penser à 42 $ x 2 et en conclure que le produit est supérieur à 84 $;
  - pour 122,75 m ÷ 2,5, penser à 122 m ÷ 2 et en conclure que le quotient est approximativement 61 m.

L'élève peut éprouver des difficultés s'il :

- expose l'élève à une variété de modèles et de matériel de manipulation appropriés pour qu'il puisse visualiser un problème, appliquer une ou des stratégies de [CE] et évaluer la solution;
- intègre le [CE] au quotidien dans divers contextes mathématiques pour amener l'élève à en comprendre l'utilité et la pertinence dans la vie de tous les jours;
- fait en sorte que l'élève
  - soit en mesure de choisir et d'appliquer les stratégies de [CE] les plus efficaces selon le contexte et de justifier son choix, p. ex., combiner la stratégie de la compensation à d'autres stratégies dont celle de l'approximation selon le premier chiffre ou de trouver des nombres complémentaires (Voir *Le calcul mental et l'estimation*, 5e année, p. 10);
  - comprenne le raisonnement mathématique derrière tout raccourci, truc, règle ou procédure qu'il utilise pour être en mesure de les utiliser de façon efficace.
- favorise les discussions en classe pour offrir à l'élève la possibilité de/d' :
  - décrire sa démarche et de partager son raisonnement avec la classe;
  - évaluer et d'expliquer la ou les stratégies de [CE] qu'il a utilisées et ainsi consolider sa propre compréhension;
  - être sensibilisé à une variété de stratégies de [CE] pour élargir son répertoire.
- propose diverses situations d'apprentissage ou de résolution de problèmes qui encouragent l'élève à :
  - courir des risques, à critiquer, à faire des vérifications et à s'assurer que sa réponse est vraisemblable;
  - déterminer si une réponse approximative est adéquate et efficace selon le contexte.

À noter : L'utilisation du papier et du crayon lors du calcul mental permet à l'élève de
- prendre des notes informelles pendant les étapes intermédiaires d'un calcul afin d'appuyer la mémoire à court terme ou de permettre à l'élève qui est plus visuel qu'auditif de voir les nombres écrits pendant qu'il effectue ses calculs;
- noter ses explications relatives à la méthode utilisée;
- créer des modèles et des diagrammes qui appuient l'élaboration d'images mentales ou la visualisation.




Régularités dans la multiplication et la division
3,6 x 1 = 3,6
3,6 x 10 = 36
3,6 x 100 = 360
3,6 x 1000 = 3600
3,6 x 1 = 3,6
3,6 x 0,1 = 0,36
3,6 x 0,01 = 0,036
3,6 x 0,001 = 0,0036
3,6 ÷ 1 = 3,6
3,6 ÷ 10 = 0,36
3,6 ÷ 100 = 0,036
3,6 ÷ 1000 = 0,0036
3,6 ÷ 1 = 3,6
3,6 ÷ 0,1 = 36
3,6 ÷ 0,01 = 360
3,6 ÷ 0,001 = 3600
0,1 = 1/10
Terminologie de la multiplication et de la division
3,6 x 0,1 = 0,36
multiplicande x multiplicateur = produit
3,6 ÷ 0,1 = 36
dividende ÷ diviseur = quotient
L'étude des régularités me permet de faire des liens lorsque j'effectue des calculs mentalement.
Je peux aussi le démontrer d'une autre façon. Je peux multiplier un dixième par dix pour obtenir un. Puisque je multiplie le multiplicateur par dix, je dois diviser le multiplicande par dix pour maintenir l'égalité.
0,1 x 10 = 1
÷ 10
× 10
3,6 × 0,1 = 0,36 × 1
0,36 = 0,36
÷ 10
0,36 < 3,6
× 10
Je constate que le produit trente-six centièmes est dix fois plus petit que le multiplicande. Ceci confirme que multiplier par un dixième est équivalent à diviser par dix.
Je sais que diviser par un dixième est équivalent à multiplier par dix. J'ai expliqué comment ceci est possible à l'aide d'un exemple.
0,1 x 10 = 1
× 10
× 10
3,6 ÷ 0,1 = 36 ÷ 1
36 = 36
× 10
36 > 3,6
÷ 10
Puisque je dois diviser le dividende par un dixième, j'ai choisi de multiplier le diviseur par dix pour obtenir un, ce qui veut dire que je dois aussi multiplier le dividende par dix pour maintenir l'égalité.
Je constate que le quotient trente-six est dix fois plus grand que le dividende. Ceci confirme que diviser par un dixième est équivalent à multiplier par dix.
Pour déterminer mentalement le produit d'un nombre décimal et de cinq dixièmes, j'ai multiplié cinq dixièmes par deux pour obtenir un. Puisque j'ai multiplié un des facteurs par deux, je devais diviser l'autre facteur par deux pour maintenir l'égalité.
Je constate que le produit est deux fois plus petit. Ceci veut dire que multiplier par cinq dixièmes est équivalent à diviser par deux. Ceci a du sens parce que cinq dixièmes est équivalent à un demi et que la fraction un demi signifie un divisé par deux.
0,5 x 2 = 1
÷ 2
× 2
3,6 × 0,5 = 1,8 × 1
1,8 = 1,8
÷ 2
1,8 < 3,6
× 2
Et si c'est le cas, est-ce que diviser par cinq dixièmes est équivalent à multiplier par deux?
Je peux aussi le démontrer d'une autre façon. Sachant que cinq dixièmes est cinq fois plus grand qu'un dixième et que trois et six dixièmes multiplié par un dixième est égal à trente-six centièmes, j'aurais pu tout simplement multiplier trente-six centièmes par cinq.
Autre stratégie
= 3,6 × 0,5
= 3,6 × 0,1 × 5
= 0,36 × 5
= 1,8
× 2
× 2
3,6 ÷ 0,5 = 7,2 ÷ 1
7,2 = 7,2
0,5 x 2 = 1
× 2
7,2 > 3,6
÷ 2
Je constate que le quotient est deux fois plus grand que le dividende. Ceci confirme que diviser par cinq dixièmes est équivalent à multiplier par deux.
Je sais qu'en multipliant ou en divisant le dividende et le diviseur par le même nombre, je maintiens l'égalité. Dans ce cas-ci, j'ai choisi de multiplier le diviseur par deux pour obtenir un diviseur d'une valeur de un. Je devais aussi multiplier le dividende par deux pour maintenir l'égalité.
Pour déterminer mentalement le produit d'un nombre décimal et de vingt-cinq centièmes, j'ai multiplié vingt-cinq centièmes par quatre pour obtenir un. Puisque j'ai multiplié un des facteurs par quatre, j'ai compensé en divisant l'autre facteur par quatre pour maintenir l'égalité.
Je constate que le produit est quatre fois plus petit que le multiplicande. Ceci veut dire que multiplier par vingt-cinq centièmes est équivalent à diviser par quatre. Ceci a du sens parce que vingt-cinq centièmes est équivalent à un quart et que la fraction un quart signifie un divisé par quatre.
0,25 x 4 = 1
÷ 4
× 4
3,6 × 0,25 = 0,9 × 1
0,9 = 0,9
÷ 4
0,9 < 3,6
× 4
Et si c'est le cas, est-ce que diviser par vingt-cinq centièmes est équivalent à multiplier par quatre?
Je sais qu'en multipliant ou en divisant le dividende et le diviseur par le même nombre, je maintiens l'égalité. Dans ce cas-ci, j'ai choisi de multiplier le diviseur par quatre pour obtenir un diviseur d'une valeur de un.
0,25 x 4 = 1
× 4
× 4
3,6 ÷ 0,25 = 14,4 ÷ 1
14,4 = 14,4
× 4
14,4 > 3,6
÷ 4
Je constate que le quotient est quatre fois plus grand que le dividende. Ceci confirme que diviser par vingt-cinq centièmes est équivalent à multiplier par quatre.
J'ai utilisé une variété de stratégies de calcul mental et j'ai fait des liens entre les nombres pour expliquer à l'aide d'exemples comment il est possible de calculer mentalement un produit ou un quotient lorsque le multiplicateur ou le diviseur est un dixième, cinq dixièmes et vingt-cinq centièmes.
÷ 10
5,8 × 0,1 = 0,58
× 10
8,9 ÷ 0,1 = 89
÷ 2
4,86 × 0,5 = 2,43
× 2
3,94 ÷ 0,5 = 7,88
÷ 4
3,2 × 0,25 = 0,8
× 4
2,4 ÷ 0,25 = 9,6
Je peux maintenant utiliser ces raccourcis de façon efficace lors de mes calculs parce que je comprends le raisonnement mathématique qui me permet de le faire.