

INTRODUCTION AUX PUISSANCES - Activités

RAS 9N1

Puces :

■

A. Présentation

Les activités proposées doivent être faites avant de passer à la prochaine section sur les puissances.

Les élèves doivent former des groupes de trois (pas plus que 3) personnes. Chaque groupe d'élèves doit choisir un des deux groupes d'activités.

Groupe d'activités #1		Groupe d'activités #2	
1.1	Le Papyrus Rhind	2.1	Les bits
1.2	Distance Terre-Lune	2.2	La rumeur
1.3	Les grains de riz	2.3	L'appât du gain

Les élèves doivent résoudre toutes les activités du groupe choisi. Lorsque tous les groupes d'élèves ont terminé leurs activités, ils doivent les présenter à toute la classe sur une feuille de papier conférence par activité - 50cm sur 64 cm - en l'affichant sur les murs de la salle de classe (Il serait bien de regrouper les activités pour que les élèves puissent les comparer). L'enseignant pourrait demander aux élèves de présenter oralement une de leurs activités (résolution, explications, problèmes rencontrés ...)

Le but des activités est formatif. Il s'agit de leur faire découvrir la multiplication répétée. La méthode de résolution doit contenir des explications claires - Comment l'activité a-t-elle été abordée ? Quelles stratégies ont été utilisées ? Quelles sont les réponses aux questions ? Quels problèmes ont été rencontrés ? Il faut s'assurer d'un travail créatif, propre et faisant preuve d'une bonne compréhension du problème.

B. Activités

Activité 1.1 *Le Papyrus Rhind*

Le Papyrus Rhind aurait été écrit par le scribe Ahmès, qui vécut vers 1700 av. J.-C. Son nom vient d'un Écossais qui l'acheta en 1858 à Louxor. Il aurait été découvert sur le site de la ville de Thèbes. Actuellement conservé au British Museum de Londres, il contient 87 problèmes résolus d'arithmétique, d'algèbre, de géométrie et d'arpentage, sur plus de 5 m de longueur et 32 cm de large. Voici un des problèmes que l'on trouve dans ce papyrus.

« Dans chacune des 7 cabanes, il y a 7 chats. Chaque chat surveille 7 souris. Chaque souris a 7 épis de blé. Chaque épi est composé de 7 grains. Combien de grains de blé y a-t-il en tout ? »

Activité 1.2 *Distance Terre-Lune*

Une feuille de papier mesure 0,1 mm d'épaisseur. La distance entre la Terre et la Lune est d'environ 384 400 km.

En pliant une feuille de papier en deux, on double son épaisseur. En la repliant en quatre, l'épaisseur quadruple et ainsi de suite. Combien de fois faut-il plier la feuille de papier pour obtenir la distance Terre-Lune ?

* Il sera peut-être nécessaire de travailler sur la conversion des unités de longueur suivantes du système international : $1 \text{ km} = 1\,000 \text{ m}$ et $1 \text{ m} = 1\,000 \text{ mm}$; donc $1 \text{ km} = 1\,000\,000 \text{ mm}$.

Activité 1.3 Les grains de riz

Au pays de Tyrausie, un Empereur propose le marché suivant à un de ses prisonniers : « Fais un vœu ; si je parviens à le réaliser, tu seras décapité ; si je n’y arrive pas, tu seras libéré ». Le prisonnier demande alors à l’Empereur de faire venir un échiquier, puis lui dit : « Sire, vous avez devant vous un échiquier ; mettez un grain de riz sur la 1^{re} case, 2 grains de riz sur la 2^e case, 4 sur la 3^e, 8 sur la 4^e et ainsi de suite jusqu’à la dernière case. Je prendrai uniquement le contenu de la dernière case. »

Pour faciliter les calculs, arrondir toutes les réponses à l’unité.

* Le site <http://fr.wikipedia.org/wiki/Oryza> fournit de bonnes informations sur le riz.

Répondre aux questions suivantes :

1. Remplir l’échiquier en écrivant sur chacune des cases des deux premières rangées le nombre de grains de riz que l’empereur doit y déposer.
2. Observer la régularité obtenue lors des deux premières rangées. Pour une case donnée, quelle valeur est répétée, pourquoi est-elle répétée et combien de fois est-elle répétée?
3. Faire la même observation pour la case suivant celle observée dans la question 2.
4. Si on devait répéter la multiplication jusqu’à la 64^e case, compléter le tableau suivant :

Case #	12	13	14	25	32	48	64
Valeur répétée							
Nombre de fois que la valeur est répétée							

5. À l’aide d’une calculatrice, déterminer la valeur exacte du nombre de grains de riz que l’empereur doit déposer sur la 32^e case.

6. Sachant que la masse d'un grain de riz est de 0,018 g, déterminer la masse, en tonnes, de tous les grains de riz déposés sur la 32^e case. (1 tonne = 1 000 000 g)

7. Quelle sera la masse des grains de riz, en tonnes, que l'Empereur devra déposer sur la 33^e case ?

8. Quelle sera la masse des grains de riz, en tonnes, que l'Empereur devra déposer sur la 34^e case ? 35^e case ?

9. Quelle sera la masse des grains de riz, en tonnes, que l'Empereur devra déposer sur la 64^e case ?

10. Sachant que la production mondiale actuelle de riz est de 595 millions de tonnes, combien d'années faudrait-il à l'Empereur pour exhausser le vœu du prisonnier ? Sera-t-il libéré ou décapité?

11. Échiquier

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		■		■		■		■
2	■		■		■		■	
3		■		■		■		■
4	■		■		■		■	
5		■		■		■		■
6	■		■		■		■	
7		■		■		■		■
8	■		■		■		■	

Activité 2.1 Les bits

Une image numérique est constituée de pixels. La couleur de l'image dépend du nombre de bits utilisés pour chaque pixel. Un bit est codé soit par 0, soit par 1. Il y a donc 2 possibilités. Ceci donne une image en noir et blanc sans aucune nuance de gris. Une image à deux bits (00, 01, 10 ou 11) aurait donc 4 couleurs. Une image à trois bits (000, 001, 010, 100, 011, 110, 101, 111) aurait alors 8 couleurs. Plus le nombre de bits augmente, plus le nombre de couleurs augmente. De combien de fois augmente le nombre de couleurs lorsqu'on augmente de « 1 » le nombre de bits ? Déterminer le nombre de couleurs dans une image à 4 bits. Combien y aurait-il de couleurs dans une image à 8 bits ?

Les écrans d'ordinateurs d'aujourd'hui ont la capacité de montrer au delà de 16 millions de couleurs. De combien de bits serait constituée une telle image ? Les télévisions Haute Définition pourraient produire des images qui contiendraient plus que 4 billions (4 000 milliards) de couleurs. Combien de bits cela ferait ?

Activité 2.2 La rumeur

Mademoiselle Jeanne habite à Winnipeg. Cette nuit, elle a rêvé qu'elle prenait son petit-déjeuner avec T. Croose, son acteur préféré. En arrivant au bureau à 9 h., elle raconte le fait à ses trois amies, mais elle oublie de leur dire qu'il s'agissait simplement d'un rêve. Naturellement, les trois amies se hâtent de faire les intéressantes et chacune d'entre elles annonce ce qu'elle vient d'apprendre à trois nouvelles personnes. Évidemment, chacune de ces nouvelles personnes raconte cette histoire à trois autres personnes et ainsi de suite.

Sachant qu'environ 650 000 personnes habitent à Winnipeg et que l'information est répétée à de nouveaux groupes de trois personnes toutes les 10 minutes, à quelle heure la ville entière de Winnipeg croira savoir que T. Croose a pris son petit déjeuner avec Mademoiselle Jeanne ?

Activité 2.3 L'appât du gain

Monsieur B. Bête est un homme très riche, mais qui n'aime pas beaucoup réfléchir. Monsieur R. E. Nard est un homme très rusé, mais qui n'a pas beaucoup d'argent. Un jour, R. E. Nard fait la proposition suivante à B. Bête:

« Demain, je vous donnerai 1 000 \$ et vous, pour me remercier, vous me donnerez 1 cent. Le lendemain, je vous apporterai à nouveau 1 000 \$ et vous me donnerez cette fois-ci 2 cents. Le troisième jour, je vous apporterai encore 1 000 \$ et vous devrez me donner 4 cents. Nous continuerons ces échanges pendant 30 jours. Ainsi :

- Je vous apporte chaque jour la somme de 1 000 \$,

- Vous me donnez chaque jour le double de la somme que vous m'avez donnée la veille.»

Monsieur B. Bête réfléchit un instant et se dit qu'après trois jours, il aura déjà reçu 3 000 \$, alors qu'il n'aura payé que 7 cents. Pensant que sa fortune grossira très vite, il accepte la proposition de R. E. Nard. A-t-il eu raison d'accepter ?

1. Compléter le tableau suivant pour les huit premières journées :

Jour	1	2	3	4	5	6	7	8
Somme reçue par R. E. Nard (\$)								
Somme reçue par B. Bête (\$)								
Somme totale reçue par R. E. Nard (\$)								
Somme totale reçue par B. Bête (\$)								

2. À la fin du 8^e jour, B. Bête réévalue ce qu'il a reçu et ce qu'il a donné. Jusqu'à maintenant, est-ce qu'il a pris une bonne décision d'accepter la proposition de R. E. Nard ? Expliquer.

3. Compléter le tableau suivant pour les journées restantes de la proposition.

Jour	10	14	18	22	26	30
Somme reçue par R. E. Nard (\$)						
Somme reçue par B. Bête (\$)						
Somme totale reçue par R. E. Nard (\$)						
Somme totale reçue par B. Bête (\$)						

4. Quelle valeur est toujours répétée dans le calcul de la somme d'argent reçue par R. E. Nard? Pourquoi est-elle répétée ?

5. Combien de fois la valeur déterminée dans la question 5. est-elle répétée le sixième jour ? Combien de fois cette valeur est-elle répétée le 7^e jour; le 12^e jour; le 30^e jour ?

6. Au bout de 30 jours, combien d'argent B. Bête a-t-il reçu et combien a-t-il donné? Qui est gagnant dans cette proposition ?

7. Quel jour est-ce que les deux personnages, R. E. Nard et B. Bête, auraient-ils à peu près reçu et donné la même somme d'argent ?

8. Que se passerait-il si B. Bête devait donner 1 cent le premier jour, 3 cents le deuxième jour, 9 cents le troisième jour et ainsi de suite jusqu'au trentième jour? En quoi est-ce que la résolution du problème changerait ?