

## Exercice n° 28 : Notation factorielle – Principe de dénombrement

E-1

**Simplifie les expressions suivantes. (Ne te sers pas de ta calculatrice.)**

1. a.  $\frac{7!}{6!}$                       b.  $\frac{(31)!}{(30)!}$                       c.  $\frac{9!}{6!}$                       d.  $\frac{10!}{6!4!}$

2. a.  $\frac{(k+3)!}{(k+2)!}$                       b.  $\frac{7!(r+2)!r}{6!(r-1)!}$

3. Résous :  $n! = 20(n-2)!$

4. a) Laquelle des expressions suivantes est égale à  $n$ ? (il peut y avoir plusieurs réponses.)

i.  $\frac{n!}{(n+1)!}$                       ii.  $\frac{n!}{(n-1)!}$                       iii.  $\frac{(n+1)!}{n!} \cdot \frac{n}{n+1}$

iv.  $\frac{(n+1)!}{n!}$                       v.  $\frac{n^2(n-1)!}{n!}$

b) Écris deux autres expressions impliquant les factorielles qui sont égales à  $n$ .

5. Une pièce de cinq sous et une pièce de dix sous sont lancées sur une table. De combien de façons peuvent-elles retomber ?

6. Si 12 coureurs sont inscrits à une course, de combien de façons pourrait-on attribuer les première, deuxième et troisième places ?

7. Pizza Hut offre trois choix de salade, 20 sortes de pizza et 4 desserts différents. Combien de menus différents, composés de trois plats, pourrait-on commander?

8. Un étudiant de première année universitaire doit prendre un cours de langues modernes, un cours de sciences naturelles, un cours de sciences sociales et un cours d'anglais. Si quatre cours différents de langues modernes sont offerts, cinq de sciences naturelles, trois de sciences sociales, mais que tous les étudiants doivent prendre le même cours d'anglais, de combien de façons différentes cet étudiant peut-il composer son programme d'études ?

9. Supposons que le conseil d'administration de l'Association manitobaine des professeurs de mathématiques est composé de trois femmes et de deux hommes. De combien de façons pourrait-on combler les postes de président et de secrétaire si :

a. le poste de président doit être occupé par une femme et celui de secrétaire par un homme ?

b. le poste de président doit être occupé par un homme et celui de secrétaire par une femme ?

c. les postes de président et de secrétaire doivent être occupés par des personnes de sexe opposé ?

*Suite*

## Exercice n° 28 : Notation factorielle – Principe de dénombrement

E-1

10. Il y a cinq routes principales entre les villes A et B, et quatre entre les villes B et C. Combien d'itinéraires pourrait prendre une personne qui ferait l'aller-retour entre les villes A et C, en passant par la ville B à l'aller et au retour, sans passer par la même route deux fois ?
11. **Question à choix multiple.** Si  $f(x) = x^{-3}$ , alors  $f^{-1}(x) =$
- a.  $x^3$                       b.  $x^{\frac{1}{3}}$                       c.  $x^{-\frac{1}{3}}$
12. Prouve l'identité suivante :  $\sin^4 x - \cos^4 x = \sin^2 x - \cos^2 x$
13. Résous l'équation suivante et vérifie ta réponse :  $\log_2 \sqrt[3]{4} = x$
14. Résous l'équation suivante :  $2(3^x) = 5^{x-1}$
15. Montre que  $\log\left(\frac{2}{1,08}\right) \neq \frac{\log 2}{\log 1,08}$
16. Trouve la valeur de  $\theta$  dans l'équation suivante si  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  :
- $$4 \cos^2 \theta - 7 \cos \theta - 2 = 0$$
17. Une substance radioactive quelconque se désintègre selon la formule  $S = S_0 e^{-0,04t}$  où  $S_0$  représente la quantité initiale de matière et  $S$  la quantité de matière qui reste après  $t$  années. Si on avait au départ 50 grammes de cette substance radioactive, calculer la demi-vie de cette substance.
18. Montre que lorsqu'on calcule  $t$  dans l'équation  $S = S_0 e^{-0,04t}$ , le résultat est
- $$t = -25 \ln \left( \frac{S}{S_0} \right).$$
19. La pression atmosphérique  $P$  à une altitude de  $h$  kilomètres est donnée par l'équation  $P = P_0 e^{-kh}$ . La pression au niveau de la mer est donnée par  $P_0 = 101,3$  kPa.
- a. Si  $P = 89$  kPa lorsque  $h = 1$ , trouve  $k$ .
- b. Calcule la pression à une altitude de 2 km.
20. Trace le graphique de  $f(x) = -|x^2 - 1|$ .

Suite

## **Exercice n° 29 : Permutations avec répétitions et restrictions**

E-2

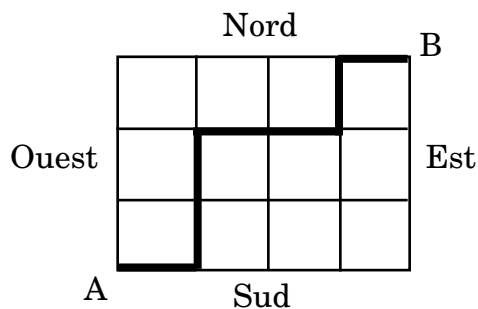
1. Combien y a-t-il de permutations distinctes des lettres dans les mots suivants ?
  - a. VERMETTE
  - b. MAGASINAGES
2. De combien de façons différentes peut-on placer 3 drapeaux rouges, 2 drapeaux bleus, 2 drapeaux verts et 4 drapeaux jaunes en rangée ?
3. Combien d'arrangements peut-on former avec les lettres du mot MAMAN, si le mot doit débiter par un N ?
4. À partir des lettres du mot FLEURS (sans répétition), combien peut-on former de mots de 4 lettres :
  - a. qui débutent par la lettre S ?
  - b. qui contiennent des voyelles aux deux positions du centre ?
  - c. qui ne contiennent que des consonnes ?
  - d. qui contiennent des voyelles et des consonnes alternées ?
5. Les plaques d'immatriculations du Manitoba comprennent 3 lettres suivies de 3 chiffres. Combien de différentes plaques peuvent être produites ?
6. Considère les chiffres 1, 3, 5, 7, 9. Si les répétitions sont permises, combien peut-on former de nombres
  - a. comprenant 3 chiffres ?
  - b. comprenant 3 chiffres si le nombre doit être moins que 600 et divisible par 5.
7. De combien de façons est-ce qu'on peut placer David, Viviane, Reynald, Normand et Lizanne dans une rangée si David et Normand insistent d'être assis ensemble ?
8. Refaire le numéro 7 si David et Normand insistent de ne PAS être assis ensemble.
9. Combien de façons quatre couples mariés peuvent être assis sur un banc si
  - a. chaque couple doit être assis ensemble ?
  - b. les femmes et les hommes alternent ?

*Suite*

## Exercice n° 29 : Permutations avec répétitions et restrictions

E-2

10.



Le diagramme montre une carte routière. La route indiquée de A à B peut être décrite comme ENNEENE, c'est-à-dire : «Conduis un pâté à l'est, deux pâtés au nord, deux pâtés à l'est, un pâté au nord et un pâté à l'est.» Combien d'autres routes y a-t-il de A à B si tu dois demeurer sur les routes ?

11. Exprime  $\left(\frac{1}{49}\right)^{-\frac{1}{2}} = 7$  sous forme logarithmique.

12. Prouve l'identité :  $\sec^4 x - \tan^4 x = 1 + 2 \tan^2 x$ .

13. Résous et vérifie :  $\log_{100} 10 = x$ .

14. Écris  $\log_5 \left(\frac{mn^2}{p^3}\right)^3$  sous forme développée.

15. La droite  $x - y + 2 = 0$  coupe le cercle  $x^2 + y^2 - 4 = 0$  en deux points. Trouve les coordonnées de ces points.

16. Résous :  $\log_2(\log_3 x) = 2$ .

17. Résous et donne ta réponse à une décimale près :  $5^{3x} = 63$ .

18. Résous l'équation :  $\tan^2 \theta - \tan \theta - 4 = 0$  dans  $[0, 2\pi]$ .

19. Trouve un polynôme du quatrième degré qui a pour racines, 1, -1,  $\frac{1}{2}$  et 2.

20. Le nombre de bactéries d'une certaine culture augmente selon la formule :

$A = 800(3)^t$  où  $t$  est le temps exprimé en heures à partir de maintenant.

a. Quel serait le nombre de bactéries 3,12 heures après ?

b. Quand le nombre de bactéries sera-t-il 100 000 ?

*Suite*

## Exercice n° 30 : Permutations

E-2

1. Évalue

a.  ${}_5P_2$

b.  ${}_7P_3$

2. Écris une expression algébrique pour :

a.  ${}_nP_2$

b.  $\frac{{}_nP_3}{{}_nP_2}$

3. Trouve la valeur de  $n$  si  $2n + {}_nP_2 = 56$

4. Trois frères et trois soeurs sont alignés devant le photographe. Combien y a-t-il d'arrangements possibles :

a. pour le groupe au complet ?

b. si les frères et les soeurs se placent de manière alternée ?

5. Cinq étudiants entrent dans une classe de français contenant 10 bureaux. De combien de façons différentes pourraient-ils prendre place à un bureau ?

6. Le Stadium de Winnipeg comporte quatre entrées et 9 sorties. De combien de façons deux personnes entrant à la même porte pourraient-elles quitter par des sorties différentes ?

7. De combien de façons pourrait-on combler les postes de président, de secrétaire et de trésorier dans un comité composé de huit personnes ?

8. Combien de nombre à cinq chiffres peut-on former à partir de 1, 2, 3, 4 et 5 si :

a. les chiffres impairs occupent les positions impaires

b. les chiffres impairs occupent les positions impaires en ordre croissant ?

9. a. Combien de "mots" de 4 lettres peut-on former à partir des lettres du mot DIMANCHE ?

b. Combien se terminent par la lettre E ?

c. Combien ne commencent pas par un N et se terminent par un E ?

10. Explique ce que  ${}_8P_3$  représente. Pourquoi  ${}_3P_8$  n'a pas de sens ?

11. Indique l'image de  $f(x) = \cos^2x$ .

12. Exprime l'équation suivante sous forme exponentielle :  $\log_5\left(\frac{1}{5}\right) = -1$

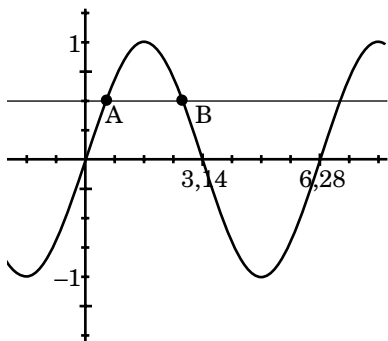
*Suite*

## Exercice n° 30 : Permutations

E-2

13. Prouve l'identité suivante :  $\tan^2 \theta - \sin^2 \theta = \tan^2 \theta \sin^2 \theta$
14. Si  $\log_b x = n^2$  et que  $\log_x b = \frac{4}{n}$ , montre que  $n = \frac{1}{4}$ . ( $b > 0, b \neq 1$ )
15. Trouve l'image et la ou les ordonnée(s) à l'origine pour les graphiques de  $f(x) = e^{-x}$  et de  $g(x) = -e^x$ .
16. Trouve la valeur de  $x$  :  $e^{2x-5} = 25$
17. Trace le graphique de  $y = 2 - 2 \cos\left(\frac{1}{2}x\right)$ .

18.



La droite  $y = \frac{1}{2}$  coupe le graphique de  $y = \sin x$  aux points A et B. Trouve la longueur de AB.

19. Trace le graphique de  $y = |x^2 - 4|$ .
20. La droite horizontale  $y = k$  coupe le graphique de  $y = |x^2 - 4|$  en exactement trois points. Quelle est la valeur de  $k$  ?

## **Exercice n° 31 : Permutations circulaires**

E-2

1. a. De combien de façons 8 personnes peuvent-elles s'asseoir autour d'une table ronde ?  
b. De combien de façons peuvent-elles s'asseoir si Marie et Suzanne insistent pour être assises l'une à côté de l'autre ?
2. Cinq hommes et cinq femmes sont assis autour d'une table ronde, les hommes et les femmes alternant. Combien y a-t-il de différents arrangements possibles ?
3. Il y a 12 pupitres dans la classe de sciences, tout comme dans celle d'histoire. Dans la classe de sciences, les élèves sont assis en cercle et dans la classe d'histoire, ils sont assis en rangée. Dans quelle classe pourrait-on faire le plus d'arrangements possibles ?
4. De combien de façons pourrait-on agencer 4 perles de couleurs différentes pour former un bracelet ?
5. De combien de façons 3 bons amis pourraient-ils être assis ensemble autour d'une table ronde comportant dix chaises si Brad refuse d'être assis à côté d'eux et si 5 autres personnes doivent trouver place autour de la table ?
6. Combien de nombres à 4 chiffres supérieurs à 5 600 peut-on former à partir des chiffres 0, 1, 2, 5, 6, 8, 9 ?
7. À partir des chiffres 1, 2, 3, 5, 6, 8, 0 (sans répétition) :
  - a. combien de nombres à 4 chiffres sont possibles ?
  - b. combien sont divisibles par 5 ?
  - c. combien sont pairs ?
8. Combien de nombres inférieurs à 700 ne contiennent aucune répétition de chiffres ?
9. À partir des chiffres 2, 2, 2, 3, 3, 4, 5 :
  - a. combien peut-on former de nombres à 7 chiffres ?
  - b. combien sont supérieurs à 3 400 000 ?
  - c. combien sont supérieurs à 3 400 000 et divisibles par 5 ?
10. De combien de façons 5 hommes et 3 femmes peuvent-ils former une rangée si un homme doit se trouver à chaque bout de la rangée ?

*Suite*

## Exercice n° 31 : Permutations circulaires

E-2

11. Une classe compte dix élèves. Trois d'entre eux appartiennent au mouvement scout et s'assoient toujours ensemble. Trois autres appartiennent à un mouvement de guides et s'assoient toujours ensemble. À la période 1, les pupitres forment une rangée de 10. À la période 2, les pupitres forment un cercle de 10.
- Dans quelle classe peut-on former le plus d'arrangements de sièges possibles ?
  - Quelle est la différence entre les arrangements ?
12. Prouve l'identité suivante :  $(\sin^2 x + \cos^2 x)^6 = 1$
13. Simplifie l'expression suivante :  $2 \log_6 3 + \frac{1}{2} \log_6 16$
14. Trouve la valeur de  $x$  :  $e^{x^2} = e^x e^{\frac{3}{4}}$
15. Trace le graphique de  $f(x) = e^{x+1}$ . Trouve ensuite la réciproque de  $f(x)$  graphiquement et algébriquement.
16. Trouve la valeur de  $n$  :  $\frac{(n+2)!}{8!(n-2)!} = \frac{57}{16}$
17. Trouve la valeur de  $n$  :  $\frac{(n+1)!}{(n-1)!} - 30 = 0$
18. Trouve la valeur de  $x$  si  $5^{\sin x} = \frac{1}{5}$  and  $x \in \mathfrak{R}$ .
19. **Question à choix multiple.** Laquelle des expressions suivantes n'est pas égale à  $\sin x$  ?
- $\sin(x+2\pi)$
  - $\sin(-x)$
  - $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$
  - $\sin(x-6\pi)$
20. **Question à choix multiple.** Laquelle des expressions suivantes n'est pas égale à  $\cos x$  ?
- $\cos(x+2\pi)$
  - $\cos(-x)$
  - $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$
  - $\cos(x+\pi)$



## **Exercice n° 32 : Permutations avec restrictions**

E-2

1. Il y a 11 chaises dans une rangée. De combien de façons 5 personnes peuvent-elles s'asseoir si elles prennent place dans des chaises consécutives ?
2. Un collectionneur de livres possède 5 livres différents de Dickens, 3 pièces de théâtre différentes de Shakespeare et 3 romans différents de Danielle Steele. Il possède aussi un original d'un roman de Margaret Laurence. De combien de façons peut-on placer ces livres sur une tablette si les livres de chacun des auteurs doivent être rangés ensemble.
3. a. De combien de façons 8 personnes peuvent-elles s'asseoir autour d'une table ronde si Nicole et Monique insistent pour être assises ensemble ?  
b. Si, en plus, Georges et Bernard refusent d'être assis ensemble, combien y a-t-il d'arrangements possibles ?
4. De combien de façons 4 filles et 2 garçons peuvent-ils s'asseoir dans une rangée de 6 sièges, si :
  - a. une fille doit se trouver à chaque bout de la rangée ?
  - b. 4 filles insistent pour s'asseoir ensemble ?
5. a. Combien peut-on former de "mots" de 5 lettres à partir des lettres de JOYEUX ?  
b. Combien contiennent la lettre O en deuxième position ?  
c. Combien ne débutent pas par un U ?
6. Les lettres du mot BARRIER sont déplacées toutes en même temps.
  - a. trouve le nombre de permutations possibles.
  - b. trouve le nombre d'arrangements possibles commençant par la lettre R.
  - c. trouve le nombre d'arrangements possibles commençant par exactement un R.
7. Huit garçons sont placés en rangée. Deux garçons particulièrement agités se voient refuser la permission de s'asseoir ensemble ou de s'asseoir à l'un ou l'autre des bouts de la rangée. Combien y a-t-il d'arrangements possibles ?
8. Combien de nombres à 4 chiffres supérieurs à 5 364 peut-on former à partir des chiffres 1, 2, 3, 5, 7, 8 ?
9. Un autobus scolaire peut asseoir 14 personnes de chaque côté de l'allée. Les garçons s'assoient toujours à gauche et les filles à droite. Au moment de faire un arrêt, l'autobus contient déjà 9 garçons et 7 filles à son bord. De combien de façons 4 nouveaux garçons et 5 nouvelles filles peuvent-elles s'asseoir dans l'autobus ?

*Suite*

## **Exercice n° 32 : Permutations avec restrictions**

E-2

10. Six garçons et six filles marchent en cercle dans le sens anti-horaire, l'un derrière l'autre.

- De combien de façons peuvent-ils être placés ?
- De combien de façons peuvent-ils être placés si les filles sont réunies ?
- De combien de façons peuvent-ils être placés si les garçons et les filles alternent ?

11. Donne la valeur exacte de  $\sin\left(\sin\frac{\pi}{16}\right)\left(\cos\frac{3\pi}{16}\right) - \left(\cos\frac{\pi}{16}\right)\left(\sin\frac{3\pi}{16}\right)$

12. Résous  $4^x = 2^6$ .

13. A quel quadrant appartient  $P(4)$  ?

14. Trouve la valeur de  $x$ :

a.  $9^x = \frac{1}{27}$

b.  $27^x = 3$

15. Choisis la paire de fonctions qui sont équivalentes :

a.  $f(x) = (0,5)^{x-4}$

b.  $f(x) = -2^{4-x}$

c.  $f(x) = 2^{-(x-4)}$

16. Résous l'équation suivante et vérifie ta réponse :

$$\log_b 2t + \log_b 3t = \log_b 24, (b > 0, b \neq 1)$$

17. Trouve les solutions exactes de l'équation  $2 \sin^2 \theta + \cos \theta = 1; 0 \leq \theta \leq 2\pi$ .

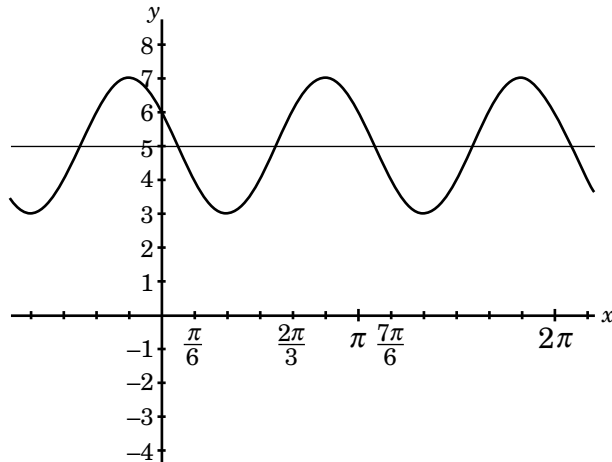
18. À  $100^\circ$  C, de l'eau chaude se refroidit, dans une pièce où la température est de  $20^\circ$  C, selon  $T = 20 + 80e^{-0,03t}$ , où  $T$  représente la température et  $t$  les minutes écoulées depuis le début du refroidissement. Combien faudra-t-il de temps pour que l'eau atteigne une température de  $40^\circ$  C dans cette pièce ?

*Suite*

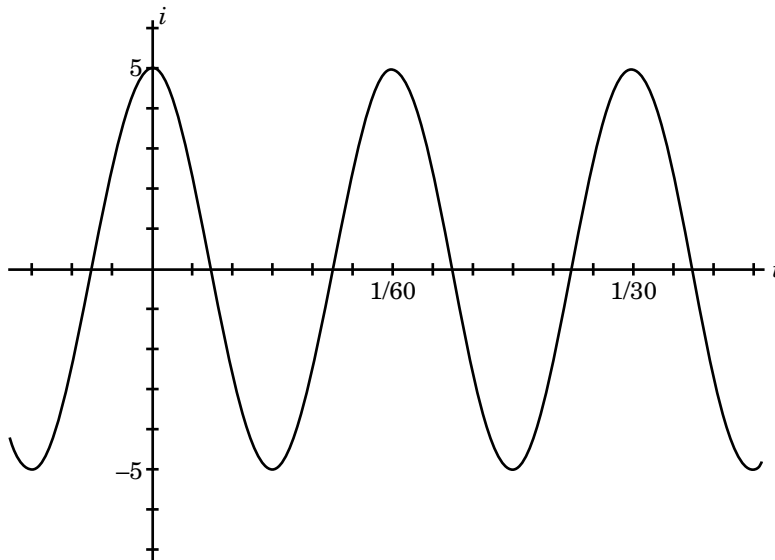
## Exercice n° 32 : Permutations avec restrictions

E-2

19. Formule une équation sinus et cosinus pour le graphique sinusoidal donné ci-dessous.



20. L'électricité acheminée à ta maison est appelé "courant alternatif", parce que le courant varie de façon sinusoidale avec le temps. La fréquence de la fonction sinusoidale est de 60 cycles par seconde. Supposons qu'au moment où  $t = 0$  seconde, le courant atteint son maximum, soit  $i = 5$  ampères.



- Formule une équation qui exprime le courant en fonction du temps.
- Quel est le courant lorsque  $t = 0,01$  ?

*Suite*

## Exercice n° 33 : Combinaisons

E-3

- Évalue :
  - ${}_4C_2$
  - ${}_6C_3$
  - ${}_7C_5$
- Évalue  ${}_8C_2$  et  ${}_8C_6$ .
  - Évalue  ${}_5C_2$  et  ${}_5C_3$ .
  - Que remarques-tu dans les réponses en a et b ?
  - Explique pourquoi  ${}_cC_r = {}_nC_{n-r}$ .
- Résous les équations :
  - ${}_nC_2 = {}_nC_8$
  - ${}_{12}C_{x+1} = {}_{12}C_{x+3}$
- La Loto 6-49 est une loterie où l'on choisit 6 chiffres de 1 à 49. Combien y a-t-il d'arrangements possibles ?
- L'équipe de baseball d'un collège est composée de trois receveurs, de cinq lanceurs, de sept joueurs de champ intérieur et de sept joueurs de champ extérieur. Combien d'alignements différents de neuf joueurs peuvent être formés ?
- Une main de poker est constituée de 5 cartes. Combien de mains de poker différentes sont possibles ?
  - Combien contiennent des cartes toutes rouges ?
  - Combien contiennent exactement 2 cartes de coeur et 2 cartes de trèfle ?
- Combien de sommes d'argent différentes sont possibles si on utilise au moins 3 pièces d'une collection constituée d'une pièce de un sous, d'une pièce de 5 sous, d'une pièce de 10 sous, d'une pièce de 25 sous et d'un huard ?
- Un club d'investissements est composé de 4 femmes et de 6 hommes. Un comité d'études composé de trois personnes doit être formé. Combien y a-t-il d'arrangements possibles si :
  - le comité doit être composé de 2 femmes et de un homme ?
  - le comité doit être composé d'au moins une femme ?
  - les trois personnes formant le comité doivent être du même sexe ?
- Supposons qu'un sac contienne 4 balles noires et 7 balles blanches. (Présume que les balles sont différentes, par exemple, qu'elles sont numérotées.) De combien de façons peut-on sortir du sac un groupe de 3 balles composé :
  - d'une balle noire et de deux balles blanches ?
  - de balles de même couleur ?
  - d'au moins une balle noire ?

*Suite*

## **Exercice n° 33 : Combinaisons**

D-2

10. Une dame donne un souper pour 6 de ses 9 amies.
- De combien de façons peut-elle choisir ses 6 invités ?
  - De combien de façons peut-elle faire son choix si Dorothy et Lori ne peuvent venir ensemble ?
11. Si  $4({}_n P_3) = 5({}_{n-1} P_3)$ , trouve la valeur de  $n$ .
12. Dix enfants jouent un jeu de sorte qu'un enfant soit au centre tandis que les autres forment un cercle autour de lui. Combien d'arrangements sont possibles ?
13. Prouve l'identité suivante :  $\frac{1 + \tan^2 \theta}{1 + \cot^2 \theta} = \sec^2 \theta - 1$
14. Combien de mots peut-on former à partir des lettres de ELEMENT ECOLE ?
15. Résous l'équation suivante et vérifie ta réponse :  $\log_2(x - 1) + \log_2(x + 2) = 2$
16. Sans recourir au changement de base, calcule  $\log_5 25 + \log_2 \sqrt[3]{512}$ .
17. a. Combien de permutations sont possibles à partir des lettres de CINCINNATI OHIO ?
- b. Combien débutent par un T ?
18. Combien de nombres à 4 chiffres supérieurs à 5687 peut-on former à partir des chiffres 0, 2, 4, 5, 6, 8 (aucune répétition n'est permise) ?
19. Si  $0^\circ < \theta < 45^\circ$  et que  $\sin \theta = \frac{2}{3}$ , trouve les valeurs exactes de :
- $\sin 2\theta$
  - $\cos 2\theta$
20. Si  $0^\circ < \theta < 45^\circ$  et que  $\sin \theta = \frac{2}{3}$ , trouve les valeurs exactes de :
- $\sin 3\theta$
  - $\cos 3\theta$

*Suite*

## **Exercice n° 34 : Théorème du binôme**

E-4

1. Écris le développement complet de
  - a.  $(a + b)^3$
  - b.  $(a + b)^4$
2. Écris le développement complet de  $(2x - y)^4$ .
3. Écris et simplifie les trois premiers termes de chacun des suivants :
  - a.  $(2x + 1)^9$
  - b.  $(2x^2 - x)^{11}$
4. Trouve le quatrième terme de  $\left(3a^2 - \frac{3}{a}\right)^7$ .
5. Trouve le septième terme de  $(a + b)^{10}$ .
6. Trouve le cinquième terme de  $\left(\frac{y}{4} - \frac{2}{y}\right)^7$ .
7. Trouve le terme du milieu de  $\left(2x - \frac{1}{2x}\right)^{12}$ .
8. Trouve le 6<sup>e</sup> terme de  $(2y + x)^{11}$ .
9. Trouve le  $(r + 1)^e$  terme de  $\left(3a - \frac{1}{6a^2}\right)^9$ .
10. Trouve le terme contenant  $x^{20}$  dans  $(2x - x^4)^{14}$ .
11. Durant une chasse au trésor, un groupe de 15 chasseurs arrivent à une éclaircie à trois sorties. Après décision, 7 se dirigent à gauche, 4 prennent la route du centre et ceux qui restent prennent la route de droite. De combien de façons, ceci peut être accompli ?
12. Combien de bracelets différents à 6 perles peut-on former à partir de 10 perles de couleurs différentes ?
13. Un club de tennis compte 18 membres, dont 10 garçons et 8 filles.
  - a. Combien peut-on organiser de matchs avec un garçon contre une fille ?
  - b. Combien peut-on organiser de matchs avec 2 garçons contre 2 filles ?
  - c. Combien peut-on organiser de matchs avec un garçon et une fille contre un autre garçon et une autre fille ?

*Suite*

## Exercice n° 34: Théorème du binôme

E-4

14. L'alphabet anglais compte 5 voyelles et 21 consonnes.
- Combien peut-on former de "mots" constitués de 2 voyelles différentes et de 3 consonnes différentes ?
  - Combien peut-on former de "mots" de 5 lettres à partir de 2 voyelles différentes et de 3 consonnes différentes ?
  - Combien peut-on former de "mots" de 5 lettres différentes si chaque "mot" contient au moins 3 consonnes ? (Ne pas simplifier.)
15. a. De combien de façons 6 personnes peuvent-elles s'asseoir autour d'une table ronde si 2 personnes en particulier insistent pour être assises l'une en face de l'autre, 2 personnes insistent pour être assises ensemble et les 2 autres insistent pour être séparées ?
- b. Combien y a-t-il d'arrangements possibles s'il y a 8 chaises autour de la table ?
16. Prouve l'identité suivante :  $\frac{\tan x}{\sec x - 1} = \frac{\sec x + 1}{\tan x}$
17. Une culture bactérienne a une croissance qui répond à la formule  $y = 10000e^{0,6x}$ , où  $x$  représente le temps en jours.
- Trouve le nombre de bactéries après une semaine.
  - Combien faudra-t-il de temps pour que la culture triple ?
18. Il y a 23 équipes dans la division A de la ligue allemande de soccer.
- Si chaque équipe joue l'une contre l'autre une fois, combien de rencontres auront lieu ?
  - Si chaque équipe joue l'une contre l'autre deux fois (pas nécessairement à l'occasion de rencontres consécutives), combien de rencontres auront lieu ?
19. Trouve les solutions exactes de l'équation :  $2 \cos \theta = 3 \tan \theta$ ,  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ .
20. Si un montant de 4 000 \$ est placé aujourd'hui, quelle sera sa valeur après 10 ans si le taux est de 8 % et que les intérêts sont capitalisés :
- annuellement ?
  - trimestriellement ?
  - mensuellement ?
  - quotidiennement ?
  - de manière continue ?

*Suite*

## **Exercice n° 35 : Permutations, Combinaisons et théorème du binôme**

E-2, E-3, E-4

- De combien de façons peut-on former un comité de 5 personnes choisies parmi 10 conservateurs et 8 libéraux, de façon que les libéraux aient la majorité au comité.
- Une équipe de baseball doit être formée à partir d'un échantillon de 12 joueurs. Deux équipes constituées des mêmes neuf joueurs sont considérées comme différentes si au moins quelques joueurs occupent des positions différentes. De combien de façons peut-on former une équipe si :
  - il n'y a aucune restriction?
  - seulement 2 de ces joueurs peuvent lancer et que ces 2 joueurs ne peuvent jouer à aucune autre position ?
  - seulement 2 de ces joueurs peuvent lancer mais qu'ils peuvent aussi jouer à une autre position ?
- Écris le développement de  $\left(2x - \frac{1}{x}\right)^3$ .
- Quel est le 10<sup>e</sup> terme de  $(x - 2y)^{20}$  ? Ne pas simplifier.
- Trouve le terme contenant  $x^2$  dans  $\left(\frac{x^5}{2} - \frac{2}{x^3}\right)^{10}$ .
- Trouve le terme ne contenant aucun  $x$  dans  $\left(2x^4 - \frac{1}{2x^2}\right)^{12}$ .
- Trouve le terme contenant  $x^{14}$  dans  $(2x - x^2)^{11}$ .
- Un conseil étudiant est composé d'un président et de 8 autres membres. On doit choisir parmi ces personnes les 5 qui composeront le comité chargé de la préparation de l'album-souvenir.
  - Combien y a-t-il d'arrangements possibles si le président doit faire partie du comité ?
  - Combien y a-t-il d'arrangements possibles si le président ne doit pas faire partie du comité ?
- Une équipe de hockey possède 9 joueurs d'avant et on en a besoin de 3 pour former une ligne d'attaque.
  - Dans combien de lignes d'attaque trouvera-t-on le meilleur marqueur de l'équipe ?
  - Si Mario et Serge sont deux des joueurs d'avant, dans combien de lignes d'attaque trouvera-t-on au moins un de ces deux joueurs ?
  - Dans combien de lignes d'attaque trouvera-t-on les trois pires joueurs de l'équipe ?

*Suite*



## **Exercice n° 35 : Permutations, Combinaisons et théorème du binôme**

E-2, E-3, E-4

10. Combien de mot différents de 5 lettres peut-on former à partir des lettres de JUILLET ?
11. Combien de rectangles sont formés quand 4 droites horizontales coupent 7 droites verticales ?
12. Trouve la valeur de  $n$  dans l'équation suivante :  ${}_{(n+2)}C_4 = 6({}_nC_2)$ .
13. Trace le graphique de  $f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ . Indique le domaine, l'image, les asymptotes et toutes les coordonnées à l'origine de la fonction. Compare ce graphique à celui de la fonction  $g(x) = 5^{-x}$ .
14. Résous l'équation suivante et vérifie ta réponse :  $\log_{2a}(4a^2)^3 = x$
15. Exprime l'énoncé suivant sous forme d'un produit ou d'un quotient de logarithmes :  $\log_x 9,3 + \log_x 8,6 - \log_x 19,1$
16. Un homme et sa femme invitent 4 couples à souper. L'hôte et l'hôtesse s'assoient à chaque bout de la table, et les invités s'assoient 4 de chaque côté de la table. Si les hommes et les femmes alternent autour de la table et qu'aucun des hommes n'est assis à côté de sa femme, combien d'arrangements sont possibles ?
17. Combien de signaux différents composés de 7 drapeaux peut-on faire avec 3 drapeaux blancs, 2 drapeaux rouges et 2 drapeaux bleus ?
18. Sans tenir compte de cas spéciaux, combien de lignes droites peut-on déterminer à l'aide de 9 points ?
19. On doit choisir un comité de 5 personnes à partir de 12 candidats.
  - a. Trouve le nombre d'arrangements possibles si une personne en particulier doit absolument faire partie du comité.
  - b. Trouve le nombre d'arrangements possibles si une personne en particulier ne doit absolument pas faire partie du comité.
20. À l'aide de ta calculatrice, résous l'équation  $x - \cos x = 0$  dans l'intervalle  $0 \leq x \leq 2\pi$ . Exprime ta réponse à trois décimales près.

*Suite*