

Exercice d'algèbre**• simplifier des exposants rationnels et fractionnaires**

Les élèves devraient être en mesure de simplifier des expressions qui comprennent des exposants rationnels et fractionnaires dont les dénominateurs sont inférieurs ou égaux à 5.

Exemple

Évalue :

a) 2^{-2}

b) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$

c) $8^{\frac{2}{3}}$

d) $27^{\frac{-4}{3}}$

e) $32^{\frac{3}{5}}$

Solutions

a) $2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$

b) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 2^2 = 4$

c) $8^{\frac{2}{3}} = 2^2 = 4$

d) $27^{\frac{-4}{3}} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$

e) $32^{\frac{3}{5}} = 2^3 = 8$

• **simplifier des fractions complexes**

Les élèves devraient être en mesure de simplifier des fractions complexes pour qu'elles contiennent un seul numérateur et un seul dénominateur.

En calcul universitaire, l'expression $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ revêt une grande importance. Les élèves de ce cours devraient être en mesure de manipuler des expressions rationnelles afin d'être à l'aise avec l'expression $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$.

Exemple

Simplifie :

a)
$$\frac{\frac{x+2}{4x+1}}{x-1}$$

b)
$$\frac{2(x-h)^2}{x-h+1} - \frac{2x^2}{x+1}$$

c)
$$\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}$$

d)
$$\frac{\frac{1}{\sin x} - \frac{\sin x}{\cos x}}{\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x}}$$

Solutions

a)
$$\frac{x+2}{4x+1}$$

b)
$$\frac{(x+1)2(x-h)^2 - (x-h+1)(2x^2)}{(x-h+1)(x+1)}$$

c)
$$\sqrt{3}$$

d)
$$\frac{\cos x - \sin^2 x}{\sin^2 x + \cos^2 x}$$

- trouver le plus petit dénominateur commun de deux ou trois expressions rationnelles quand les dénominateurs sont faciles à décomposer en facteurs ou quand ils sont déjà mis en facteurs

Exemple

Trouve le plus petit dénominateur commun des expressions rationnelles suivantes :

a) $\frac{2x-1}{x^2-4}; \frac{x}{x-2}$

b) $\frac{x^2+3x+2}{2x^2+7x+3}; \frac{x^2}{x^2-9}$

c) $\frac{\sin x}{\cos x}; \frac{1-\sin x}{\sin x}$

Solutions

a) $(x-2)(x+2)$ ou x^2-4

b) $(2x+1)(x-3)(x+3)$ ou $(2x+1)(x^2-9)$

c) $\cos x \sin x$

- utiliser la notation fonctionnelle pour évaluer des fonctions

Exemple 1

Si $f(x) = x^2 + 2$, $g(x) = \frac{1}{x}$, $h(x) = \sqrt{3x}$, trouve :

a) $f(4)$

b) $g(-2)$

c) $f\left(g\left(\frac{1}{2}\right)\right)$

d) $h(3)$

e) $g(h(27))$

f) $g(f(0))$

Solutions

a) $f(4) = 4^2 + 2 = 18$

b) $g(-2) = \frac{1}{-2}$

c) $f\left(g\left(\frac{1}{2}\right)\right) = f(2) = 2^2 + 2 = 6$

d) $h(3) = \sqrt{3(3)} = 3$

e) $g(h(27)) = g(\sqrt{3(27)}) = g(9) = \frac{1}{9}$

f) $g(f(0)) = g(0^2 + 2) = g(2) = \frac{1}{2}$