A - Polynômes et factorisation

C	COMMUNICATION	RP	RÉSOLUTION DE PROBLÈMES
L	LIENS	R	RAISONNEMENT
E	ESTIMATION ET CALCUL MENTAL	T	TECHNOLOGIE
		V	VISUALISATION

Résultats d'apprentissage généraux

- **généraliser les opérations portant sur les polynômes pour y inclure les expressions rationnelles**

Le contenu algébrique du présent cours s'étend sur cinq unités (Polynômes et factorisation, Exposants et radicaux, Expressions et équations rationnelles, Fonctions et Variation et suite), des notions de géométrie, de géométrie analytique ainsi que de statistique et de probabilité étant intercalées. Les élèves ont ainsi la possibilité de connaître le succès dans des domaines autres que l'algèbre. En donnant des notions d'algèbre tout au long du cours, on peut relier l'algèbre à toutes les autres unités, ce qui rend l'apprentissage de l'algèbre encore plus complet.

Dans la présente unité, les élèves additionnent, soustraient, multiplient et divisent des expressions algébriques;

❖ décomposent en facteurs des expressions polynomiales de la forme $ax^2 + bx + c$ et de la forme $a^2x^2 - b^2y^2$
❖ exécutent des opérations mathématiques mentales.

On devrait insister davantage sur la compréhension conceptuelle, sur l'algèbre en tant que moyen de représentation, et sur les méthodes algébriques en tant qu'outils permettant de résoudre des problèmes. Les connaissances et la confiance acquises au cours de la présente unité aideront les élèves pour ce qui est du calcul préalable.

Pratiques d'enseignement

Dans le but de tenir compte des différents styles d'apprentissage des élèves, les enseignants doivent envisager diverses méthodes et stratégies de résolution de problèmes, notamment utiliser des pavés algébriques (comme matériel) pour comprendre les expressions algébriques et les opérations de base;

❖ relier des modèles concrets à des expressions verbales et algébriques;
❖ relier des exemples algébriques à des notions de géométrie;
❖ relier la division non abrégée en arithmétique à la division non abrégée en algèbre, et utiliser d'autres formules pour exprimer la réponse;
❖ utiliser des stratégies d'enseignement en groupe;
❖ relier la multiplication et la factorisation à des pavés algébriques pour illustrer les processus inverses;
❖ utiliser la technologie pour relier les notion de factorisation aux zéros d'une fonction quadratique sur les graphiques;
❖ utiliser des activités papier-crayon pour illustrer la différence des carrés.

Matériel

Pavés algébriques : ❖ papier quadrillé ❖ ciseaux ❖ calculatrices graphiques

Durée : 12 heures

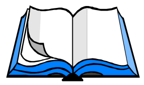
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

L'élève sera en mesure de/d' :

1. Trouver le produit de polynômes. [E,R]

SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT



- Cours autodidacte, Module 1, leçons 1, 2.
- Pré-calcul 20S: exercices cumulatifs

- **Pour multiplier deux polynômes, il faut multiplier chaque terme du premier polynôme par chaque terme de l’autre. La propriété de distributivité est illustrée dans les exemples suivants.**

1. Effectuer et simplifier chaque produit:

a) $(x - 2)(3x^2 + 2x - 1)$

Solution :

$= (x)(3x^2) + (x)(2x) + (x)(-1) + (-2)(3x^2) + (-2)(2x) + (-2)(-1)$

$= 3x^3 + 2x^2 - x - 6x^2 - 4x + 2$

$= 3x^3 - 4x^2 - 5x + 2$

b) $(x + 2)(x - 2)$

Solution :

$= x^2 + 2x - 2x - 4$

$= x^2 - 4$

c) $(2x - y)^3$

Solution :

$= (2x - y)(2x - y)(2x - y)$

$= (4x^2 - 4xy + y^2)(2x - y)$

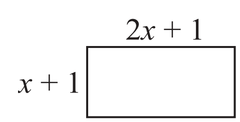
$= 8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3$

SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

TRAVAIL PRATIQUE

1. Trouve le produit de binômes qui ont la forme suivante: $(a + b)$ et/ou $(a - b)$.
   a) Détermine le produit de $(a + b)$ et $(a + b)$.
   b) Détermine le produit de $(a + b)$ et $(a - b)$.
   c) Détermine le produit de $(a - b)$ et $(a - b)$.
   d) Trouve le produit de $(a + b)(a - b)(a + b)$ de deux façons différentes. Prends note de ces deux façons et explique en quoi elles diffèrent l’une de l’autre.

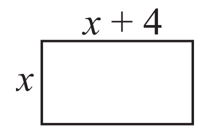
2. Soit un rectangle mesurant $(x + 1)$ cm sur $(2x + 1)$ cm. Calcule la superficie du rectangle.



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

Utiliser des exemples géométriques pour faire la récapitulation des multiplications algébriques.

2. Soit un rectangle mesurant x cm sur $(x + 4)$ cm. Calculer la superficie du rectangle.



Solution :
$S = x\,(x + 4)$
$S = x^2 + 4x$
La superficie est $(x^2 + 4x)$ cm^2.

Remarques:

– Donner aux élèves des devoirs hebdomadaires de nature cumulative qui comprennent des problèmes tirés du *Cahier d’exercices cumulatifs en mathématiques*. Travailler seul ou en petits groupes.

– Utiliser les tuiles algébriques “ALGE-TILES” pour aider les élèves à voir que la superficie du rectangle est égale au total de la superficie de ses composantes.

3. Représenter $(x + 2)(x + 1)$ en utilisant les tuiles algébriques ou un diagramme. Trouver la superficie totale.

Solution :

	x	1	1
x	x^2	x	x
1	x	1	1

$= (x + 2)(x + 1)$
$= x^2 + 2x + x + 2$
$= x^2 + 3x + 2$

CALCUL MENTAL

a) $(x + 4)(x + 4) – (x + 4)^2$
b) $(x – 3)^2$
c) $(2x – 4)^2$
d) $(2x + 3y)\,(2x – 3y)$
e) $x\,(x^2 + 4)$
f) $x^2\,(x^3 + 6)$
g) Quelle est la superficie d’un carré dont le côté mesure $(x + 4)$ unités?

INSCRIPTION AU JOURNAL

1. Explique pourquoi il n’y a que deux termes dans le produit de $(a – b)\,(a + b)$.

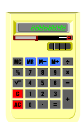
2. Explique l’algorithme (régularité) à utiliser pour multiplier des expressions telles que $(a + b)^2$ et $(a – b)^2$.

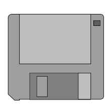
3. Utilise les tuiles algébriques pour représenter la multiplication $(2x + 1)(x + 1)$. Dessine un diagramme montrant chaque étape que tu franchis avec les tuiles pour trouver la réponse.

4. François utilise 30 m de clôture pour entourer tous les côtés de sa cour rectangulaire. Utiliser du papier quadrillé pour illustrer toutes les formes rectangulaires possibles. Quelles seront les dimensions de la cour qui aura la plus grande superficie? Utiliser la calculatrice à graphique ou un tableur pour dresser un tableau permettant de calculer la superficie.

Solution :

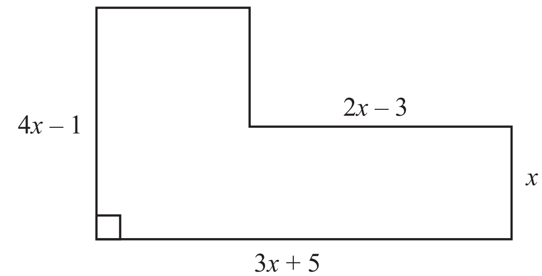
Largeur	Longueur	Périmètre	Superficie
1234567	1413	3,030e+13	14



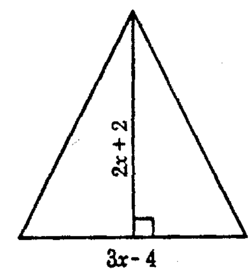


- Excel
- Works

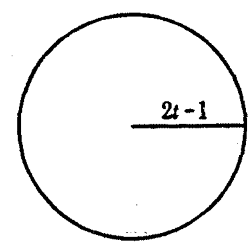
4. Trouve l’aire de la figure ci-dessous. Tous les angles sont droits.



5. Trouve l’expression de l’aire de ce triangle.



6. Trouve l’expression de l’aire de ce cercle.



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

5. Avec un morceau de carton carré de 8 cm de côté, former une boîte ouverte en découpant à chaque coin un carré de longueur *x* cm. Quel est le volume de la boîte ? Quelle est la valeur maximale de la longueur *x* cm ?

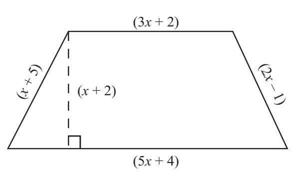
   Solution :

   Volume = longueur x largeur x hauteur
   $= (8 - 2x)(8 - 2x)x$
   $= (64x - 32x^2 + 4x^3)$ cm^3

   La valeur maximale de x doit être telle que la longueur, la largeur et la hauteur > 0.

   $\therefore$ $8 - 2x > 0$ ET $x > 0$
   $x < 4$ ET $x > 0$
   $\therefore$ Pour définir la longueur, la largeur et la hauteur, *x* doit être un nombre positif, plus petit que 4 $\Rightarrow 0 < x < 4$.

6. Trouver une expression pour calculer la superficie du trapèze suivant en cm^2 : $A = \frac{1}{2}h(a+b)$



   Solution :

   $= \frac{1}{2}(x+2)(3x+2+5x+4)$

   $= \frac{1}{2}(x+2)(8x+6)$

   $= \frac{1}{2}(8x^2+22x+12)$

   $= 4x^2+11x+6$ unités^2

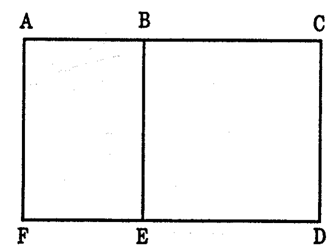
TRAVAIL PRATIQUE

1. Francine a une clôture de 24 m à poser autour de son jardin rectangulaire. Un côté du jardin longera la maison, et la clôture entourera les trois autres côtés. Quelles dimensions donneront la plus grande superficie du jardin? Utilise une calculatrice graphique ou un tableur pour générer différentes valeurs de longueurs, largeurs et aires possibles.

2. Le rayon d'un cylindre est $(3x - 1)$ cm, et sa hauteur, $(2x + 4)$ cm. Si l'on augmente la valeur de chacune de ces dimensions de 1 cm, quelle sera l'augmentation :

   a) du volume ?
   b) de l'aire ?

3. BCDE est un carré. $AC = 4x - 6$, $CD = 3x + 4$. Trouve l'aire de ABEF.

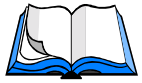


RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

L'élève sera en mesure de/d' :

2. Diviser un polynôme par un binôme et exprimer les résultats sous les formes:
   - $\frac{P}{D} = Q + \frac{R}{D}$
   - $P = DQ + R$
     $P(x) = D(x)Q(x) + R$

   [E,R]



- Cours autodidacte, Module 1, leçon 3

- **Utiliser des exemples géométriques pour introduire la division et montrer que la division et la multiplication sont des opérations inverses.**

1. Si l'aire du rectangle ci-dessous est $x^2 + 4x$ cm^2 et que sa largeur est x, quelle est sa longueur?

   Solution : x cm $\boxed{A = (x^2 + 4x)\text{ cm}^2}$

$$\begin{aligned}\text{Longueur } &= \frac{\text{Aire}}{\text{Largeur}}\\ &= \frac{x^2+4x}{x}\\ &= \frac{x^2}{x}+\frac{4x}{x}\\ &= (x+4)\text{ cm}\end{aligned}$$

Il serait peut être nécessaire d'établir le lien entre la division arithmétique et l'équivalent en algèbre.

CALCUL MENTAL

1. $(6x^3 + 3x^2) \div 3x$
2. $(4x^2 - 12xy) \div 4x$
3. La superficie d'un rectangle est égale à $(3x^2 + x)$ unités carrées. Si la largeur est égale à x unités, quelle est la longueur ?
4. $3x^3 \div x^2$
5. $2x^2 \div x$
6. $(3x^2 - 6x) \div 3x$
7. $6x^5 \div 9x^2$

INSCRIPTION AU JOURNAL

Un de tes amis a mal fait un problème du devoir, comme tu le vois ci-après. Écris un paragraphe pour expliquer l'erreur (les erreurs) qu'il a commise(s) et pour montrer la bonne réponse.

$$\frac{3y + 18y^3 - 9y^2}{3y} = 6y^2 - 3$$

TRAVAIL PRATIQUE

1. a) Complète la division suivante :

$$\begin{array}{r|l} & x + ? \\ \hline x+2 & x^2 + 8x + 14 \\ & \underline{x^2 + ?x} \\ & \quad 6x + 14 \\ & \quad \underline{6x + \ ?} \\ & \qquad\quad ? \end{array}$$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT

2. Diviser : $4x^2 + x^3 + 5x + 2$ par $x + 2$.

   Solution :

   Souligner que l'écriture des polynômes dividende et diviseur doit se faire dans l'ordre décroissant de la puissance à laquelle la variable est élevée.

   Penser à $\dfrac{x^3}{x} = x^2$

   Penser à $\dfrac{2x^2}{x} = 2x$

   Penser à $\dfrac{x}{x} = 1$

$$
\begin{array}{r|l}
 & x^2 + 2x + 1 \\
\hline
x + 2 & x^3 + 4x^2 + 5x + 2 \\
 & \underline{x^3 + 2x^2} \\
 & \quad 2x^2 + 5x \\
 & \quad \underline{2x^2 + 4x} \\
 & \qquad\quad x + 2 \\
 & \qquad\quad \underline{x + 2}
\end{array}
$$

-------------------- multiplier x^2 par x +2.

-------------------- soustraire, et abaisser $5x$

-------------------- multiplier $2x$ par x +2

-------------- soustraire, et abaisser 2

-------------- multiplier 1 par x +2

La réponse peut être rédigée comme suit :

$$\frac{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}{x + 2} = x^2 + 2x + 1$$

ou

$$x^3 + 4x^2 + 5x + 2 = (x + 2)\left(x^2 + 2x + 1\right)$$

SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

b) Écris la réponse sous la forme $P(x) = D(x)Q(x)+R$.

2. Complète la division suivante:

$$
\begin{array}{r|l}
 & 2x^2 + ?x + ? \\
\hline
x - 3 & 2x^3 - 5x^2 + 10x - 3 \\
 & \underline{2x^3 - 6x^2} \\
 & \qquad ?x^2 + 10x \\
 & \qquad \underline{?x^2 - \ \ 3x} \\
 & \qquad\qquad ?x - 3 \\
 & \qquad\qquad \underline{?x - ?} \\
 & \qquad\qquad\quad ?
\end{array}
$$

Écris ta réponse sous la forme $\dfrac{P}{D} = Q + \dfrac{R}{D}$ et aussi sous la forme $P = DQ + R$.

3. Trouve un polynôme dont le quotient est $2x - 1$ et le reste est 0 quand il est divisé par $2x + 3$.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

Stratégie de groupe:

- Diviser les élèves en groupes de trois ou quatre. Donner un problème de division à chaque groupe.
- Le premier élève effectue la première étape, le deuxième vérifie le travail et effectue la deuxième étape et ainsi de suite.
- Chaque groupe présente la solution de son problème au tableau.

Préciser que, quand il n'y a pas de reste, cette forme représente les facteurs du polynôme.

3. Dans l'exemple suivant, il y a un reste :

   Diviser : $\dfrac{3a^3+2a^2+a+11}{a+1}$

   Solution :

$$
\begin{array}{r|l}
 & 3a^2 - a + 2 \\ \hline
a+1 & 3a^3 + 2a^2 + a + 11 \\
 & \underline{3a^3 + 3a^2} \\
 & \quad -a^2 + a \\
 & \quad \underline{-a^2 - a} \\
 & \qquad 2a + 11 \\
 & \qquad \underline{2a + \ \ 2} \\
 & \qquad\qquad 9
\end{array}
$$

La réponse peut s'écrire de la façon suivante :

$$\frac{3a^3+2a^2+a+11}{a+1} = 3a^2 - a + 2 + \frac{9}{a+1}$$

ou

$$3a^3+2a^2+a+11 = (a+1)(3a^2-a+2)+9$$

4. Trouve le reste quand $4x^3 + 5x^2 - 6x + 7$ est divisé par $x - 2$.

5. Divise : $(8x^3 - 27)$ par $(2x - 3)$.

6. Ton ami divise $x^2 - 6x + 8$ par $x - 4$ et obtient $-5x - 2$ comme réponse.

   A-t-il raison? Justifie ta réponse.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	Envisager les cas où des termes manquent dans le dividende.	

4. $(8x^3 - 1) \div (2x - 1)$

   Solution :
   Dire que les termes manquants sont $0x^2$ et $0x$.

$$\begin{array}{r}
4x^2 + 2x + 1 \\
2x - 1 \overline{)\, 8x^3 + 0x^2 + 0x - 1} \\
\underline{8x^3 - 4x^2} \qquad\qquad \\
4x^2 + 0x \quad\; \\
\underline{4x^2 - 2x} \quad\; \\
2x - 1 \\
2x - 1
\end{array}$$

$$\frac{8x^3 - 1}{2x - 1} = 4x^2 + 2x + 1 \qquad \textit{ou} \qquad 8x^3 - 1 = (2x - 1)\left(4x^2 + 2x + 1\right)$$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	Autres exemples qu'il convient d'inclure : 5. a) Diviser $(3x^3 - 7x + 2x^2 + 8)$ par $(x + 2)$ b) Diviser $(b^4 - 16)$ par $(b + 2)$ c) Trouver la longueur d'un rectangle si la superficie est égale à $(x^2 + 5x + 6)$ m^2 et que la largeur est égale à $(x + 2)$ m. d) $\dfrac{6x^3 - 2x^2 + 7x - 11}{3x - 2}$ **Remarques** : - S'en tenir à des questions comportant des variables élevées à la quatrième puissance au maximum. - Les problèmes de divisions impliquant deux variables ou un diviseur du second degré devraient être considérés comme enrichissement.	7. Les dimensions de la base d'un prisme rectangulaire sont $(x + 2)$ sur $(x + 4)$ unités. Trouve la hauteur, si le volume est égal à $x^3 + 9x^2 + 26x + 24$ unités au cube. Le volume d'un prisme rectangulaire est $V = l \cdot L \cdot h$. 8. $\dfrac{3x+2}{x-1} = A + \dfrac{B}{x-1}$ Trouve les valeurs de A et de B. 9. Quand le polynôme $P(t) = 4t^3 - 17t^2 - 36t - 20$ est divisé par $(2t - 5)$. Exprime la division sous les formes suivantes : $\dfrac{P(t)}{2t-5} = Q(t) + \dfrac{R}{2t-5}$ $P(t) = Q(t)(2t-5) + R$ 10. La superficie d'un rectangle est égale à $(10x^3 + 12x^2 - 5x - 6)$ cm^2. Si la longueur est égale à $(2x^2 - 1)$ cm, quel est le périmètre du rectangle ? 11. Les dimensions d'une boîte rectangulaire fermée sont représentées par $2x$, $2x + 1$, et $2x - 1$. Trouve la superficie totale et le volume de la boîte. 12. Trouve un polynôme quadratique qui donne un reste de 3 lorsqu'il est divisé par $x + 2$. 13. Divise : $\dfrac{x^2-1}{x-1}$, $\dfrac{x^3-1}{x-1}$, $\dfrac{x^4-1}{x-1}$ Cherche un patron qui se développe.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

L’élève sera en mesure de/d’:

3. Factoriser les expressions polynomiales de la forme :

- $ax^2 + bx + c$
- $a^2x^2 - b^2y^2$. [E]

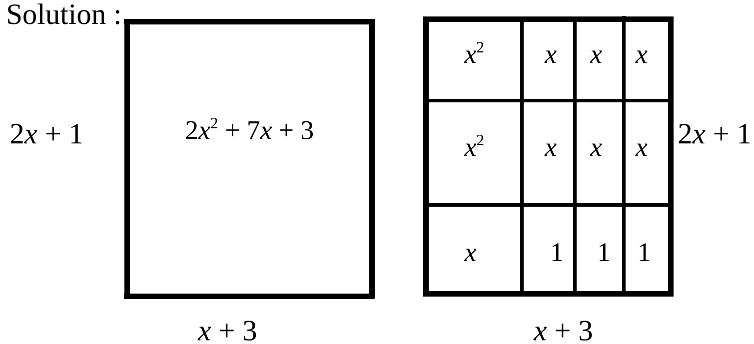
Indiquer que la factorisation est le procédé inverse du produit:

Développer : $x(x + 2) = x^2 + 2x$
Factoriser : $x^2 + 2x = x(x + 2)$

1. Élaborer une décomposition pour le trinôme général $ax^2 + bx + c$. Utiliser les tuiles algébriques pour exprimer le lien entre les dimensions du rectangle représentant le trinôme et ses facteurs.

   $2x^2 + 7x + 3 = (2x + 1)(x + 3)$

   Solution :



Pour l’expression générale ax^2 + bx + c, supposer la décomposition suivante:

$$\overbrace{}^{\text{facteurs de } a}$$
$$ax + bx + c = (\_\_\,x + \square)(\_\_\,x + \square)$$
$$\underbrace{}_{\text{facteurs de } c}$$

CALCUL MENTAL

Décompose en facteurs :

a) $x^2 + x$
b) $x^2 - 10x + 25$
c) $x^2 + 10x + 25$
d) $26x^3 + 13x^2$
e) $x^2 + 7x + 10$
f) $x^2 + 12x + 36$
g) Insère les bons signes aux facteurs
$x^2 - x - 2 = (x \square 2)(x \square 1)$.

TRAVAIL PRATIQUE

Construire un modèle utilisant les tuiles algébriques ou dessiner un diagramme qui représente $x^2 + 6x + 5$.

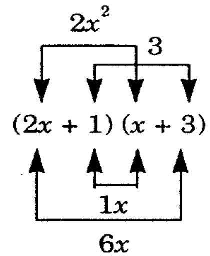
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

2. Factoriser $2x^2 + 7x + 3$

Solution :

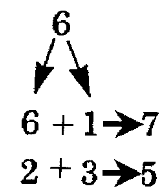
Méthode 1

Procéder par essai et erreur. Les termes indépendants doivent donner comme produit 3 et les deux premiers, doivent donner $2x^2$. La somme des termes intérieurs et extérieurs est $7x$.



Méthode 2

Le produit des deux nombres extrêmes est 6. Trouver les facteurs possibles de ce nombre.



En combinant les facteurs on obtient le terme du centre.

$$2x^2 + 7x + 3$$

$$\underbrace{2x^2 + 6x}_{} + 1x + 3$$

En regroupant les facteurs

$$2x(x+3) + 1(x+3)$$
$$= (x+3)(2x+1)$$

CALCUL MENTAL

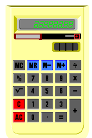
Jeu : J'ai...

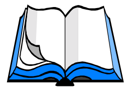
Écrire "J'ai.." sur un côté d'une carte et "Qui a..." sur l'autre côté. Distribuer les cartes aux élèves, 1 ou 2 par élève. L'élève doit trouver son partenaire.

1. J'ai $(x + 6)(x + 4)$.
   Qui a les facteurs de l'expression $x^2 + 6x – 7$?
2. J'ai $(x – 1)(x + 7)$.
   Qui a les facteurs de l'expression $x^2 – 4x – 60$?
3. J'ai $(x – 10)(x + 6)$.
   Qui a les facteurs de l'expression $x^2 + 5x + 6$?
4. J'ai $(x + 2)(x + 3)$.
   Qui a les facteurs de l'expression $x^2 – 3x – 4$?
5. J'ai $(x – 4)(x + 1)$.
   Qui a les facteurs de l'expression $x^2 – 6x + 5$?
6. J'ai $(x – 1)(x – 5)$.
   Qui a les facteurs de l'expression $x^2 – 4x + 3$?
7. J'ai $(x – 3)(x – 1)$.
   Qui a les facteurs de l'expression $x^2 – 4x$?
8. J'ai $x(x – 4)$.
   Qui a les facteurs de l'expression $x^2 – x – 6$?
9. J'ai $(x – 3)(x + 2)$.
   Qui a les facteurs de l'expression $x^2 – 2x – 15$?
10. J'ai $(x – 5)(x + 3)$.
    Qui a les facteurs de l'expression $2x^2 + x – 1$?
11. J'ai $(2x – 1)(x + 1)$.
    Qui a les facteurs de l'expression $x^2 – 10x + 21$?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

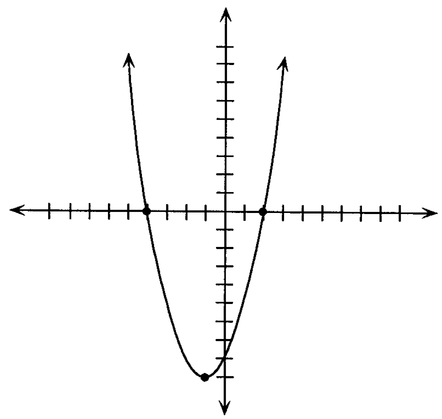
Méthode 3





- Pré-calcul 20S : cours autodidacte, Module 6, leçons 1, 2, 3.

3. En utilisant la calculatrice à affichage graphique, établir le lien entre la factorisation et les points d'intersection d'une courbe quadratique avec l'axe des x.
   Par exemple, les facteurs de $x^2 + 2x – 8$ sont $(x + 4)$ et $(x – 2)$, les points d'intersections de la courbe avec l'axe des x sont –4 et 2.



4. **Renverser le processus afin de construire le trinôme à partir des zéros.**

   Trouver un trinôme à partir des zéros – 1 et 3.
   Solution :
   Un trinôme possible : $(x + 1)(x – 3)$
   $x^2 – 2x – 3$

12. J'ai $(x – 7)(x – 3)$.
    Qui a les facteurs de l'expression $x^2 + 14x + 48$?
13. J'ai $(x + 6)(x + 8)$.
    Qui a les facteurs de l'expression $x^2 + 15x + 54$?
14. J'ai $(x + 9)(x + 6)$.
    Qui a les facteurs de l'expression $x^2 + 12x + 27$?
15. J'ai $(x + 9)(x + 3)$.
    Qui a les facteurs de l'expression $x^2 + 8x + 15$?
16. J'ai $(x + 5)(x + 3)$.
    Qui a les facteurs de l'expression $x^2 + 9x + 18$?
17. J'ai $(x + 3)(x + 6)$.
    Qui a les facteurs de l'expression $x^2 + 5x + 4$?
18. J'ai $(x + 4)(x + 1)$.
    Qui a les facteurs de l'expression $x^2 + 10x + 24$?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

5. Factoriser : $12x^2 + x - 6$

Solution :

le produit des extrêmes est: $12 \cdot (-6) = -72$

les facteurs possibles sont:

	–72
–1	+72
–2	+36
–3	+24
–4	+18
–6	+12
–8	+9

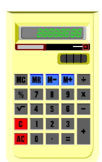
En regroupant:

$$12x^2 + x - 6$$

$$12x^2 - 8x + 9x - 6$$

$$4x(3x - 2) + 3(3x - 2)$$

$$\therefore\ (3x - 2)(4x + 3)$$



Utiliser la calculatrice à graphique pour vérifier les facteurs d'un trinôme.

CALCUL MENTAL

JEU : CASSE-TÊTE

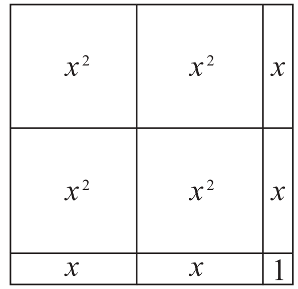
Découpe et mélange les carrés suivants.
Jumèle les questions avec les réponses afin de construire un casse-tête de 3 × 4.

$x^2 + 10x + 25$ $(x+7)(x+3)$ $x^2 + 9x + 18$ $(x^2+3)(x^2+3)$	$(x-9)(x+9)$ $(x+3)(x+6)$ $x^2 + 8x + 15$ $x^2 + 4x + 4$	$x^2 + 5x + 4$ $(x+5)(x+3)$ $x^2 + 10x + 21$ $(x-2)(x+3)$
$x^4 + 6x^2 + 9$ $(x+6)(x+5)$ $x^2 + 10x + 27$ $(x-2)(x+2)$	$(x+2)(x+2)$ $(x+3)(x+9)$ $x^2 + 11x + 24$ $(x+y)^2$	$x^2 + x - 6$ $(x+8)(x+3)$ $x^2 + 11x + 30$ $x^2 - 121$
$x^2 - 4$ $(x^2+3)(x^2+4)$ $x^2 + 10x + 24$ $x^2 + 5x + 4$	$x^2 + 2xy + y^2$ $(x+6)(x+4)$ $x^2 + 9x + 18$ $x^2 - 100$	$(x-11)(x+11)$ $(x+6)(x+3)$ $x^4 + 7x^2 + 12$ $(x+6)(x+8)$
$(x+4)(x+1)$ $x^2 - 144$ $x^2 + 15x + 54$ $(x+5)^2$	$(x-10)(x+10)$ $(x+9)(x+6)$ $x^2 - 9$ $x^2 - 81$	$x^2 + 14x + 48$ $(x-3)(x+3)$ $(x-12)(x+12)$ $(x+4)(x+1)$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

6. Modéliser le polynôme $4x^2 +4x +1$ avec les tuiles algébriques. Faire comprendre aux élèves que la figure résultante est un carré dont les dimensions sont $(2x +1)$ et $(2x +1)$.

$4x^2 + 4x +1 \quad = (2x +1)(2x +1)$



Encourager les élèves à donner la réponse dans la forme: $4x^2 + 4x + 1 = (2x + 1)^2$

Le carré d’un binôme résulte en un **trinôme carré parfait.** Dans ces trinômes, le premier et dernier termes sont toujours des carrés parfaits. Le terme du milieu est le double produit des racines carrées du premier et dernier termes.

L’expression $x^2 – y^2$ est appelée ***différence de carrés***. Elle résulte de la démarche suivante :

$$(x – y)(x + y) = x^2 + xy – xy – y^2 = x^2 – y^2$$

Note: La différence de deux carrés comme dans $x^2 – 25$ peut être écrite sous la forme $x^2 + 0x – 25$ et factorisée par une des méthodes du trinôme.

Encourager les élèves à utiliser l’identité: $a^2 – b^2 = (a – b)(a + b)$ pour la factorisation.

CALCUL MENTAL

1. Factorise si possible:
   a) $x^2 – 16$ b) $x^2 + 4$
   c) $x^2 – y^2$ d) $x^4 + y^4$
   e) $9x^2 – 49y^2$ f) $x^2 + 2xy + y^2$
   g) $x^2 – 2xy + y^2$

2. Effectue les produits:
   a) $(x + 4)(x – 4)$ b) $(x – 4)(x – 4)$
   c) $(x – 2)(x + 2)$ d) $(x + 2)(x + 2)$
   e) $(x + 2)^2$ f) $(x – 4)^2$
   g) $(x + 9y)^2$ h) $(x + 13)^2$

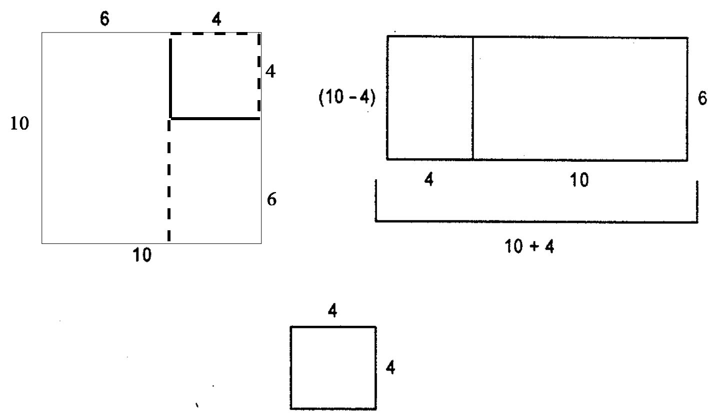
INSCRIPTION AU JOURNAL

1. Explique comment tu peux voir si un trinôme est celui correspondant à un carré parfait.
2. Montre comment la factorisation d’un trinôme correspondant à un carré parfait et la factorisation de la différence de carrés sont des cas particuliers de la factorisation de l’expression $ax^2 +bx +c$, où a, b et c sont des entiers et $a \neq 0$.
3. Quelle différence y a-t-il entre les facteurs d’un trinôme correspondant à un carré parfait et ceux d’un trinôme général ?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION

7. Compléter le tableau suivant.

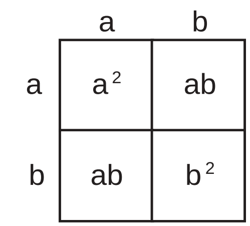
Aire du grand carré	Aire du petit carré	Aire de la figure en L	Longeur du rectangle	Largeur du rectangle	Aire du rectangle	Aire
10^2	4^2	$10^2 – 4^2$	(10 + 4)	(10 – 4)	(10 + 4)(10 – 4)	84
8^2	2^2	$8^2 – 2^2$	(8 + 2)	(8 – 2)	(8 + 2)(8 – 2)	60
12^2	3^2	$12^2 – 3^2$	(12 + 2)	(12 – 2)	(12 + 2)(12 – 2)	140
7^2	2^2					
16^2	5^2					
a^2	b^2	$a^2 – b^2$	(a + b)	(a – b)	(a + b)(a – b)	



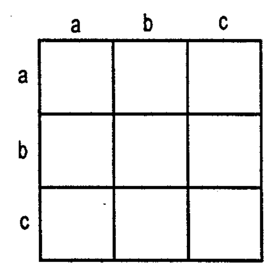
TRAVAIL PRATIQUE

1. Ce diagramme illustre l'identité:

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$



Complète le diagramme suivant et trouve une expression pour l'identité $(a + b + c)^2$.



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D'ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D'ÉVALUATION
	8. Décomposer complètement en facteurs : a) $9x^2 - 25 = (3x)^2 - 5^2 = (3x - 5)(3x + 5)$ b) $3x^2 - 12 = 3(x^2 - 4) = 3(x + 2)(x - 2)$ c) $8a^2 - 24a + 18 = 2(4a^2 - 12a + 9) = 2(2a - 3)(2a - 3) = 2(2a - 3)^2$ d) $9x^3 - 6x^2 + x = x(9x^2 - 6x + 1) = x(3x - 1)(3x - 1) = x(3x - 1)^2$ e) $\frac{1}{16}a^2b^2 - 81 = \left(\frac{1}{4}ab - 9\right)\left(\frac{1}{4}ab + 9\right)$	2. Utilise une calculatrice graphique ou ordinateur pour découvrir le lien entre les points d'intersection avec l'axe des x des courbes de trinômes carrés parfaits et différence de deux carrés et leurs facteurs. ***TRAVAIL PRATIQUE*** 1. Décompose en facteurs : a) $(\cos \theta)^2 - (\sin \theta)^2$ b) $(\tan \theta)^2 - 5\tan \theta + 4$ c) $\Delta^2 + \Delta - 2$ 2. Pour quelles valeurs entières de k peut-on décomposer en facteurs l'expression $4x^2 + kx + 3$? 3. Décompose en facteurs : $12m^3 - 75m$. 4. Écris les facteurs de : a) $x^4 - 1$ b) $x^8 - 1$ c) $x^{16} - 1$ d) prédis le nombre de facteurs de $x^{64} - 1$.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	SUGGESTIONS ET EXEMPLES D’ENSEIGNEMENT	SUGGESTIONS D’ÉVALUATION

9. Le tableau suivant sert de guide pour les genres de polynômes que les élèves puissent décomposer en facteurs et sur ceux qui représentent un enrichissement de la matière seulement.

Genre	Décomposer en facteurs	Enrichissement
Facteur commun	a) $3a + 3b + 3c$ b) $ax^2y + 6xy$ c) $\mathbf{3(a + b)^2 + (a + b)}$ d) comprendre des cas que l’on ne peut décomposer en facteurs	a) $x^2 - 3y + x - 3b$ b) $\frac{5}{12}x^3 - \frac{4}{9}x + \frac{2}{3}xy$
Différence de carrés	a) $x^2 - y^2$ b) $4x^2 - 25y^2$ c) $4 - \frac{1}{9}x^2$ d) $x^4 - 1$ e) inclure un facteur commun dans: $2x^2 - 8$	a) $(a + b)^2 - (a - b)^2$ b) $(x + 9)^2 - (a - 3)^2$ c) $x^2 - 7$
Trinômes	a) $x^2 + 6x + 5$ b) $2x^2 + 5x + 3$ c) $4x^2 - 20x + 25$ d) $4x^2 --16x - 20$ e) $6x^4 - x^2 - 2$ f) $x^3 + 4x^2 + 4x$ g) $4x^2 + 20x + 25$ h) $4x^2 + 9xy - 9y^2$	a) $(x + b)^2 + 6(x + b) + 8$ b) $m^4 - 10m^2 + 9$

5. L’expression $x^4 - 10x^2 + 9$ comporte quatre facteurs binomiaux. Trouve-les.

6. Il est possible de factoriser $x^3 - 3x + 2$. Si $(x - 1)$ est un facteur, trouve les autres facteurs.