

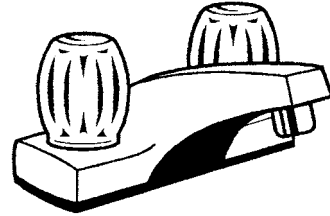
Unité A : Analyse de problèmes

Demi-cours V
Guide de l'élève

1. Conservation des eaux

Beaucoup de personnes laissent couler l'eau du robinet lorsqu'elles se brossent les dents.

- Évalue la quantité d'eau qu'une personne, ayant cette habitude, peut gaspiller en une année.
- Si $\frac{1}{10}$ des habitants de Winnipeg ont cette habitude, quelle quantité d'eau est gaspillée? (Suppose que la population de la ville est de 600 000 habitants.)
- Si chaque personne au Canada gaspille autant d'eau chaque jour, quelle quantité d'eau est gaspillée au pays annuellement? (Suppose que la population du Canada est de 30 000 000 habitants)



Conservation des eaux : *Mathematical Association of America et National Council of Teachers of Mathematics*. « A Sourcebook of Applications of School Mathematics. » Reston, VA. Copyright © 1980 par la *Mathematical Association of America* et le *National Council of Teachers of Mathematics*.

2. Le jardinage

Il est plus avantageux de planter certains légumes en lot rectangulaire qu'en rangée. Grâce à la plantation en lots, les feuilles ombragent le sol, ce qui permet de conserver l'humidité et de réduire la croissance de mauvaises herbes. Lorsque les légumes sont plantés ainsi, ils sont espacés de façon égale par rapport à la largeur et à la longueur du lot. Pour que le désherbage soit plus facile, il est préférable que le lot n'ait pas plus de deux pieds de large. On peut adapter la longueur du lot pour obtenir les résultats voulus. Examine les renseignements qui suivent sur les haricots grimpants :



- espace entre les plants : de 4 à 6 pouces;
 - avec 1 livre de graines, on peut semer une rangée de 100 pieds;
 - une rangée de 100 pieds peut produire environ 50 livres de haricots.
- a) Combien de pieds doit avoir une rangée pour produire 300 livres de haricots?
 - b) Si les graines sont semées par lots de deux pieds de large et à un espacement minimal, quelle longueur le lot doit-il avoir pour produire 300 livres de haricots? Indique quels facteurs tu as considérés en déterminant ta réponse.
 - c) Combien faut-il de livres de graines pour la plantation?

Le jardinage : *Mathematical Association of America et National Council of Teachers of Mathematics.*
 « A Sourcebook of Applications of School Mathematics. » Reston, VA. Copyright © 1980 par la *Mathematical Association of America* et le *National Council of Teachers of Mathematics*.

3. Godzilla : le réel ou l'imaginaire?

Godzilla aurait-il vraiment été assez grand pour regarder par les fenêtres de gratte-ciels comme l'on voit au cinéma? Des créatures comme Godzilla, King Kong, Rodan ou Mothra ont-elles déjà parcouru la terre? Le tyrannosaure, qui ressemble à Godzilla, est le plus grand animal carnivore ayant vécu sur la planète, mais il ne mesurait qu'environ vingt pieds de haut et quarante-cinq pieds de long, et avait une tête de quatre pieds de largeur. Pourquoi aucun fossile animal de la taille de Godzilla ou de King Kong n'a-t-il jamais été trouvé?



Godzilla® : le réel ou l'imaginaire? Billstein, Rick et Jim Trudnowski. « Godzilla®: Fact or Fiction », *NCTM Student Math Notes* (novembre 1989). Copyright© 1989 par le *National Council of Teachers of Mathematics*. Tous droits réservés.

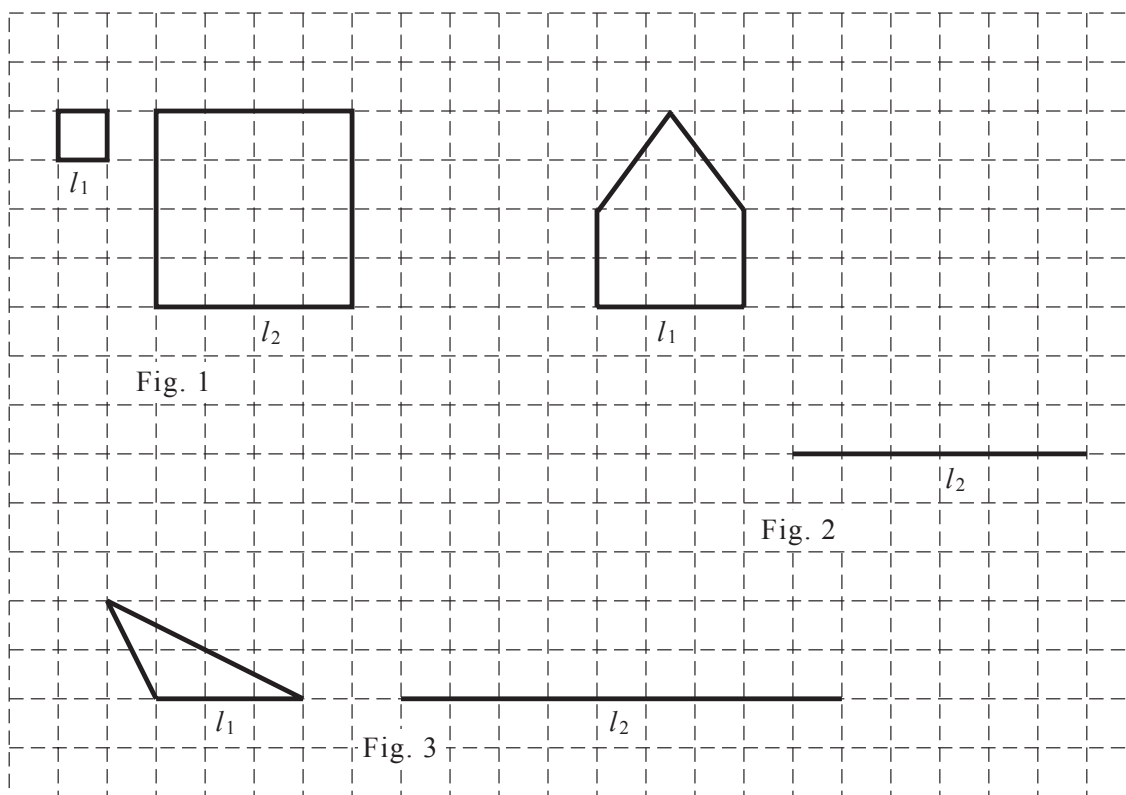
Similitude

On peut utiliser le concept de la similitude pour examiner l'existence possible de créatures de la taille de Godzilla. La figure 1 démontre deux carrés semblables. Les figures semblables ont la même forme. À la figure 2, en utilisant le pentagone dans le quadrillé, dessine un pentagone semblable pour que :

1. l_2 corresponde à l_1 , et que le segment soit deux fois plus long;
2. chacun des autres côtés soit deux fois plus long que son côté correspondant.

À la figure 3, en utilisant le triangle dans le quadrillé, dessine un triangle semblable pour que :

1. l_2 corresponde à l_1 , et que le segment soit trois fois plus long;
2. chacun des autres côtés soit trois fois plus long que son côté correspondant.



Inscris les mesures des figures 1 à 3 au tableau 1. À partir de ces données, remplis le tableau 1. A_1 et A_2 représentent l'aire des figures semblables correspondantes. Laisse les rapports à la forme réduite.

Tableau 1						
	l_1	l_2	A_1	A_2	l_2/l_1	A_2/A_1
Figure 1						
Figure 2						
Figure 3						
Figure 4						

Choisis deux points sur le dessin du petit Godzilla ci-dessous. Représente le segment liant les deux points par l_1 . Trouve les points correspondants sur le dessin du grand Godzilla. Représente le segment liant les deux points par l_2 . Mesure les segments l_1 et l_2 , puis estime l'aire des deux figures Godzilla. Inscris les mesures et les estimations au tableau 1.

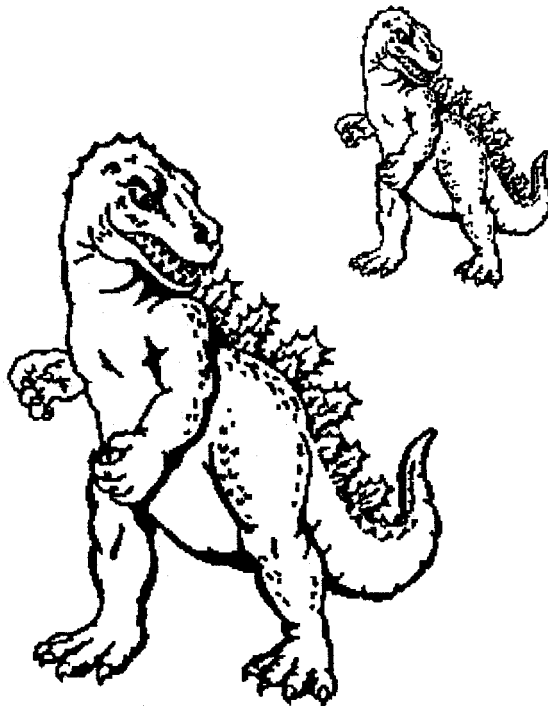


Figure 4

1. Utilise l'information contenue dans le tableau 1 pour comparer le rapport entre l'aire de chaque figure semblable au rapport entre la longueur des segments correspondants de chaque figure.

2. Si le rapport entre la longueur des segments correspondants des deux figures semblables est de deux tiers, quel est le rapport entre l'aire de chacune des figures?

3. Si le rapport entre la longueur des segments correspondants de deux créatures semblables est de trois cinquièmes, quel est le rapport entre l'aire de chacune des créatures?

Objets tridimensionnels

Pour déterminer le volume relatif d'objets semblables, on peut étudier des cubes de tailles différentes. À la figure 5, l_1 représente la longueur de chaque face; le volume du cube, V_1 , est égal à une unité cube. Utilise des cubes de $1 \times 1 \times 1$ pour bâtir de plus grands cubes, dont les côtés sont deux fois, trois fois et quatre fois plus grands que le cube de la figure 5. Inscris les résultats au tableau 2.

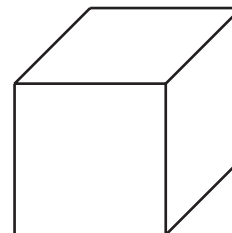


Figure 5

Tableau 2						
Cube	l_1	l_2	V_1	V_2	l_2/l_1	V_2/V_1
$2 \times 2 \times 2$	1	2				
$3 \times 3 \times 3$	1	3				
$4 \times 4 \times 4$	1	4				
$n \times n \times n$	1	n				

- Utilise l'information contenue dans le tableau 2 pour comparer le rapport entre le volume de chaque cube au rapport entre la longueur des segments de chaque cube.

- Si le rapport du volume des représentations tridimensionnelles de Godzilla correspond à la généralisation proposée à la question 4, utilise ces données et le tableau 1 pour trouver le rapport du volume des deux Godzilla à la figure 4.

Quelle est la taille possible de Godzilla?

Si l'on agrandit un animal, en forme géante de proportions semblables, par un facteur de 20, il faut multiplier la hauteur, la largeur et la profondeur par 20. Le poids et le volume de l'animal augmentent par 20^3 . Nous savons d'après le livre de John Haldane intitulé *On Being the Right Size in Possible Worlds* (1928) que le fémur humain (grand os de la cuisse) peut soutenir jusqu'à dix fois le poids d'une personne mesurant six pieds. De la même manière, le fémur de Godzilla pourrait soutenir jusqu'à dix fois le poids d'un animal mesurant vingt pieds.

6. Si Godzilla mesure quarante pieds de haut, soit le double d'un animal semblable de vingt pieds, quel est le rapport de son poids et celui du plus petit animal?

7. Godzilla peut-il mesurer quarante pieds?

8. Est-il possible que Godzilla soit assez grand - 100 pieds - pour regarder par les fenêtres des étages supérieurs d'un édifice à dix étages? Explique ta réponse.

Savais-tu que...

- Galilée (1564-1642) avait prédit que le plus grand arbre ne pouvait mesurer plus de 300 pieds?
- le séquoia géant, qui pousse uniquement sur la côte ouest des États-Unis, dépasse les 360 pieds? Que son écorce peut compter jusqu'à deux pouces d'épaisseur, que son tronc a un diamètre de 30 pieds, et que certains arbres ont plus de 3 000 ans?
- en doublant la longueur d'un poisson, son poids est multiplié par environ huit? Le poids d'un poisson double s'il grandit de quatre pouces à cinq pouces?
- selon le Livre des records Guinness, l'homme le plus grand au monde était Robert Wadlow, d'Alton, en Illinois, qui mesurait 8 pieds et 11,1 pouces?

4. Graphiques, couleurs et nombres chromatiques

Le graphique est un outil important et puissant pour représenter des données et aider à résoudre des problèmes. Tu as sans doute vu plusieurs exemples de graphiques à secteurs, de pictogrammes, de graphiques linéaires et ainsi de suite. Dans les mathématiques discrètes, les graphiques bidimensionnels utilisent souvent des points pour représenter les sommets et des droites ou des arcs pour représenter les côtés. Examinons l'exemple simple qui suit.

Le diagramme de l'Île aux mathématiques de la figure 1 démontre les attractions touristiques par les points **D**, **E**, **I**, **O** et **P**. Les arcs ou les côtés **IO**, **OD**, **ID** et **IP** représentent les routes liant ces sites.

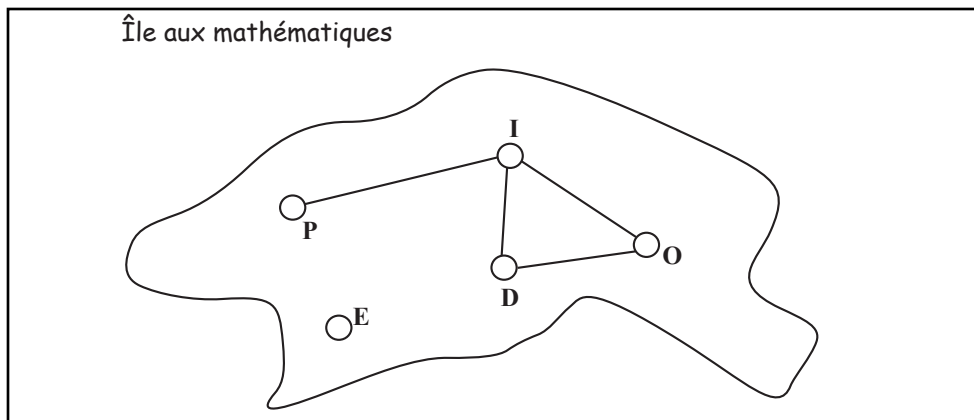


Figure 1

1. Combien de sommets (points) y a-t-il dans le graphique? _____
2. Combien de droites (côtés) y a-t-il dans le graphique? _____
3. Est-il possible de te rendre du point **I** au point **D** par une route? _____
 Du point **P** au point **E**? _____

Les graphiques simples peuvent aider à résoudre de nombreux problèmes.

Graphiques, couleurs et nombres chromatiques : *National Council of Teachers of Mathematics*. « Graphs, Colors, and Chromatic Numbers. » NCTM Student Math Notes (janvier 1998). Copyright © 1998 par le *National Council of Teachers of Mathematics*

Il y a cinq clubs à l'école secondaire Fractal. Ces clubs se rencontrent une fois par semaine pendant la période d'activités après les classes. M. Graphineau, le directeur, veut dépenser le moins d'argent possible pour le service d'autobus après les heures normales de classe et demande que les clubs se rencontrent le moins de jours possibles. Certains élèves sont membres de plus d'un club et ne veulent pas en abandonner un. À la figure 2, des droites lient deux clubs si un élève est membre des deux clubs.

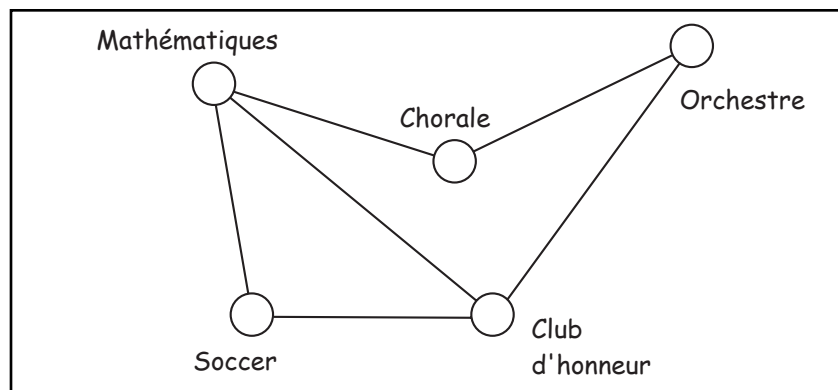


Figure 2

On demande aux élèves d'aider M. Graphineau à déterminer le plus petit nombre de journées où il faut offrir le service d'autobus après les heures de classe.

Une élève décide de colorer les points à la figure 2. Si un point est lié par deux autres points, elle s'assure d'utiliser des couleurs différentes. Après avoir coloré la figure de diverses façons, elle décide que le plus petit nombre de couleurs à utiliser est de trois. Donc, trois autobus devraient suffire. Le club de mathématiques peut se rencontrer une journée, la chorale et la société d'honneur, une autre journée, et l'orchestre et l'équipe de soccer, une troisième journée.

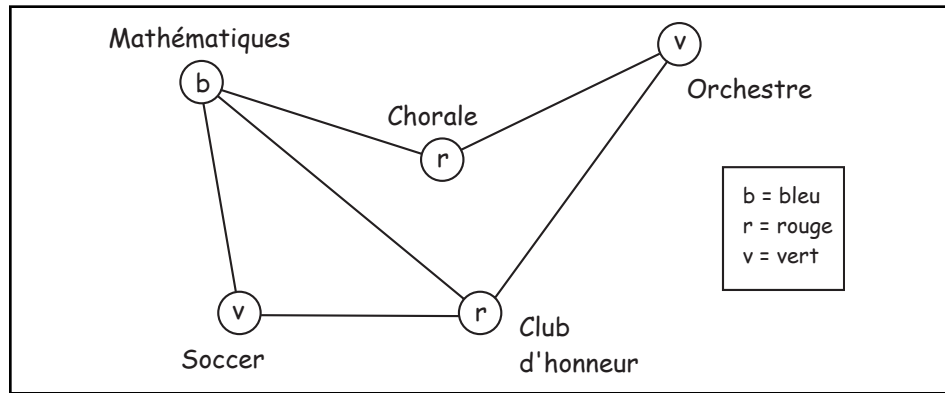


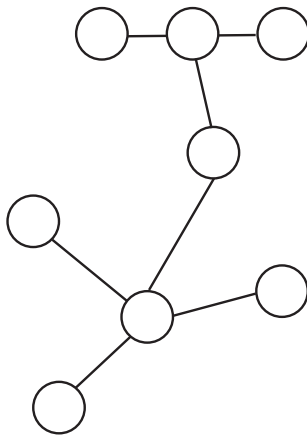
Figure 3

4. Selon toi, le directeur peut-il utiliser seulement deux autobus ? _____

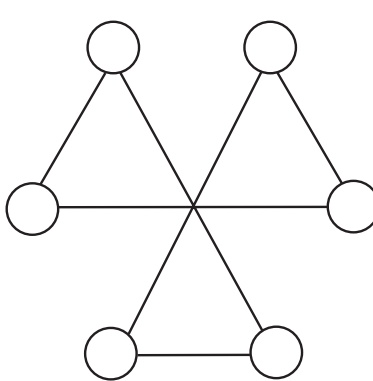
On dit que le plus petit nombre de couleurs requis pour colorier un graphique comme celui ci-dessus est le nombre chromatique d'un graphique. Le nombre chromatique de ce graphique est 3.

5. Colorie le graphique à la figure 3 sur une autre feuille de papier à l'aide de :
 (a) trois couleurs; (b) quatre couleurs; et (c) cinq couleurs.

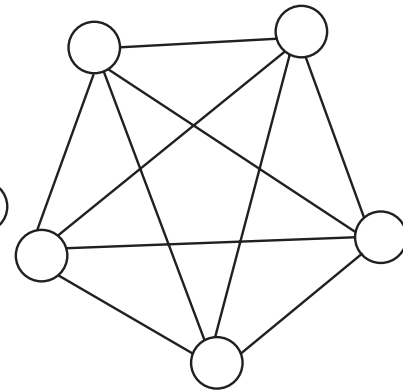
6. Détermine le nombre chromatique de chacun des graphiques suivants.



(a)



(b)



(c)

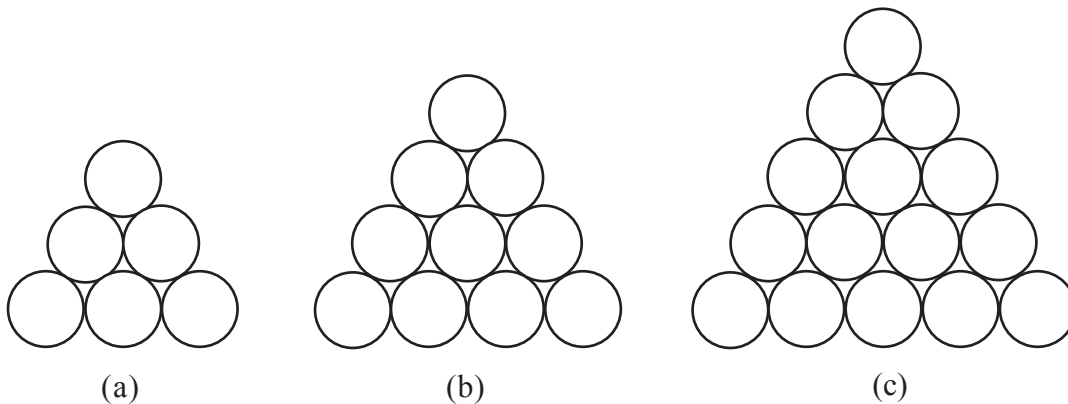
7. Marina Doré, une amatrice de poissons tropicaux, possède six types de poissons : l'alpha, le beta, le ceta, le delta, l'epsa et le feta, que l'on désigne respectivement par **A**, **B**, **C**, **D**, **E** et **F**. À cause des relations prédateur-proie, des conditions de l'eau et de leur taille, certains poissons ne peuvent rester dans le même aquarium. Le tableau qui suit représente les poissons qui ne peuvent demeurer dans le même aquarium.

Type	A	B	C	D	E	F
Ne peut être avec	B,C	A,C,E	A,B,D,E	C,F	B,C,F	D,E

Quel est le nombre minimum d'aquariums dont aura besoin M^{me} Doré pour conserver tous les poissons? Pour t'aider à répondre à cette question, dessine six points pour représenter chaque type de poisson, puis trace un graphique qui démontre une droite liant les sommets des types de poissons qui ne sont pas compatibles. Ensuite, détermine le nombre chromatique du graphique et enfin, trouve la réponse à la question originale.

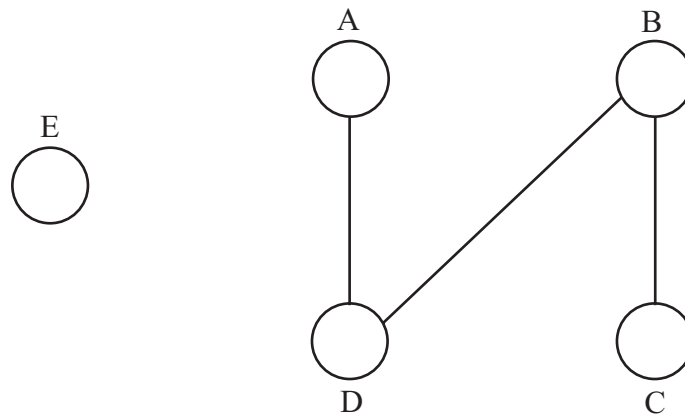
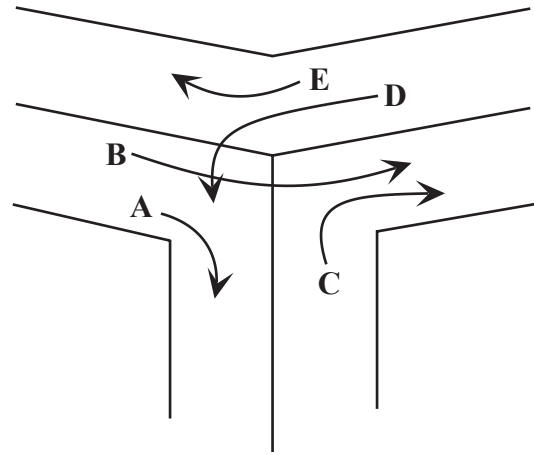
D'autres problèmes de couleurs

8. Détermine le nombre minimum de couleurs nécessaires pour les boules de billards dans les arrangements suivants, s'il ne peut y avoir deux boules de même couleur qui se touchent.



9. Il faut installer des feux de circulation à l'intersection représentée par le graphique ci-contre. Deux des voies qui se croisent ne pourront faire circuler les voitures en même temps. Il faut donc régler les feux pour assurer une circulation sécuritaire.

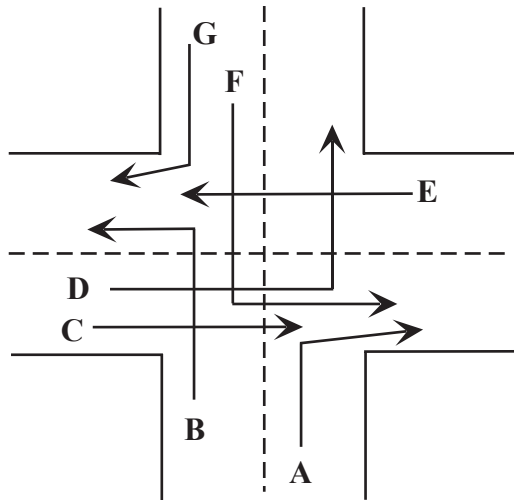
Les voitures circulent dans cinq directions, représentées par les sommets du graphique ci-dessous. Nous avons tracé les droites reliant les sommets lorsque les directions représentées par les sommets peuvent se croiser et causer un accident.



Maintenant, colorie le graphique et détermine le nombre chromatique.

Que représente ce nombre?

10. Trace un graphique correspondant à l'intersection ci-dessous. Détermine le nombre chromatique du graphique et décris les mouvements de la circulation pour le réglage des feux.



11. Dans un jardin, certaines plantes ne doivent pas être semées dans le même lot de terre. Pourquoi?

12. M. Herbert Racine prépare un jardin composé de cinq sortes de fleurs, Azalée, Bégonia, Crocus, Dahlia et Élodée, représentées respectivement par **A**, **B**, **C**, **D** et **E**. Selon les conditions dans lesquelles il compte planter les fleurs, Herbert remarque les incompatibilités suivantes :

Type	A	B	C	D	E
Ne peut être planté avec	B,C	A,D,E	A	B,E	B,D

Utilise un graphique et son nombre chromatique pour déterminer le nombre minimum de lots de terre requis pour le jardin de Herbert.

Peux-tu...

- tracer un graphique ayant un nombre chromatique supérieur ou égal à 2?
- écrire un algorithme pouvant déterminer le nombre chromatique d'un graphique?
- produire une matrice pour un graphique qui représente les sommets par différentes couleurs?
- écrire un algorithme pour déterminer le nombre chromatique de la droite d'un graphique?

Savais-tu que...

- les nombres chromatiques peuvent aider à résoudre les problèmes séquentiels?
- le « problème à quatre couleurs » consiste à colorier les régions d'un plan?
- chaque graphe planaire a un nombre chromatique ≤ 4 ?
- l'algorithme Welsh et Powell utilise les degrés des sommets, le nombre de droites qui se croisent à un sommet, pour colorier un graphique?

5. Médicaments et aire totale

Les médecins ont découvert qu'il est possible de déterminer la posologie sécuritaire de la plupart des médicaments destinés aux humains par des expériences menées sur des animaux, en donnant la même dose par unité d'aire totale à un humain comme à un animal. Ainsi, il est important de bien évaluer l'aire totale d'une personne à partir de données faciles à obtenir comme la taille ou le poids.

1. Taille : M^{me} Alphonse pèse 64 kg et mesure 1,5 m, tandis que M^{me} Bouvier pèse 64 kg et mesure 1,73 m. Crois-tu que leur aire totale est semblable? Pour t'aider à résoudre le problème, examine deux cylindres, le premier ayant un rayon de 2 m et une hauteur de 0,5 m et l'autre ayant un rayon de 1 m et une hauteur de 2 m.
 - a) Quel est le volume de chacun des cylindres?
 - b) Quelle est l'aire totale latérale de chaque cylindre (sans compter le dessus et le dessous)?
 - c) Quelle est l'aire totale de chaque cylindre?
2. Poids : Pense à deux personnes qui n'ont pas le même poids mais qui ont la même taille. À l'aide d'analogies et de calculs, détermine si leur aire totale est différente.
3. En fait, l'activité précédente suggère que la taille et le poids, à eux seuls, ne peuvent pas donner une bonne indication de l'aire totale d'une personne. À partir d'expériences, c'est-à-dire la mesure de l'aire totale, de la hauteur et du poids de certaines personnes, des chercheurs (D. DuBois et E.F. DuBois, 1916) suggèrent que la formule suivante est applicable :

$$A_t = XH^Y P^Z$$

A_t représentant l'aire totale en mètres carrés, H représentant la hauteur en centimètres et P représentant le poids en kilogrammes. X , Y et Z représentent des chiffres à déterminer. Les chercheurs Gelhan et George ont déterminé que de bons chiffres à utiliser sont :

$$X = 0,023\ 50 \qquad Y = 0,422\ 46 \qquad Z = 0,514\ 56$$

parce que ces chiffres sont exacts pour 401 mesures de A_t .

- a) À l'aide de ces valeurs, trouve l'aire totale d'un homme qui pèse 70 kg et qui mesure 1,70 m.
- b) Trouve la valeur de A_t pour le même homme si $X = 0,02$, $Y = 0,4$ et $Z = 0,5$.
- c) Trouve la valeur de A_t pour le même homme si $X = 0,023$, $Y = 0,42$ et $Z = 0,51$.
- d) Trouve la valeur de A_t pour un homme mesurant 5 pi 11 po et qui pèse 160 livres, en utilisant les valeurs totales de X , Y et Z .

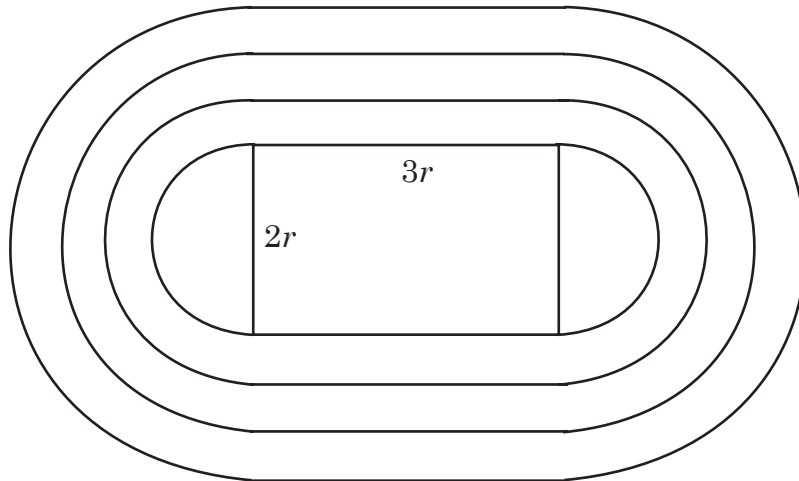
6. Aménagement de la piste

Une piste de course à pied doit être aménagée dans un champ rectangulaire de manière à ce que le centre corresponde à un rectangle de $3r$ mètres sur $2r$ mètres comprenant un demi-cercle à chaque extrémité. Chaque voie a une largeur de 1 m.

1. Quelle est la valeur de r si le couloir intérieur mesure 500 m (mesurée selon le cadre intérieur)?

Dans le cas d'une course de 1 km (1 000 m), le coureur intérieur commence à la ligne d'arrivée et fait deux tours de piste; dans le cas d'un « mille métrique » (1 500 m), il doit faire trois tours de piste.

2. Pour chacune de ces courses, trouve la position de départ des coureurs dans les trois autres voies. La plupart des pistes ont six voies. Peux-tu déterminer les points de départ des trois voies supplémentaires?



Aménagement de la piste : *Mathematical Association of America* et *National Council of Teachers of Mathematics*. « A Sourcebook of Applications of School Mathematics. » Copyright © 1989 par la *Mathematical Association of America*.

7. Résultats du marathon

On ne court pas le marathon sur une piste, mais dans les rues. Le marathon habituel est d'une longueur de 26 milles et 385 verges. Trois équipes ont participé au marathon, soit les Autruches d'Avalon, les Bisons de Blumendale et les Caribous de Carson. Chaque équipe compte dix coureurs. Les résultats figurent dans le tableau ci-dessous. Selon toi, quelle équipe a remporté la course? Trouve autant de façons possibles pour choisir l'équipe championne.

Résultats du marathon															
Classement	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Équipe	A	B	A	C	B	B	C	A	C	C	C	B	A	A	B
Classement	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Équipe	B	C	A	C	B	C	B	B	A	C	A	A	A	C	B

8. Nombres « honnêtes » : la langue et les mathématiques

Certains nombres sont dits « honnêtes ». En fait, les nombres honnêtes sont présents dans plusieurs langues et dialectes du monde entier. L'étude des nombres honnêtes produit des tendances intéressantes parmi les nombres et les mots. Cette activité examine la signification des nombres honnêtes à l'aide d'exemples dans plusieurs langues. Si tu parles plus d'une langue, les exercices et les questions te permettront de déterminer s'il existe des nombres honnêtes dans ta langue.

Qu'est-ce qu'un nombre « honnête »?

En anglais :

- *one* représente 1 objet, mais *one* a 3 lettres;
- *two* représente 2 objets, mais *two* a 3 lettres;
- *three* représente 3 objets, mais *three* a 5 lettres;
- *four* représente 4 objets et *four* a 4 lettres.

En anglais, *four* représente autant d'objets que le nombre de lettres qui composent le mot *four*. Donc, *four* est un nombre honnête. Selon toi, y a-t-il d'autres nombres honnêtes en anglais? Si oui, lesquels?

Qu'en est-il des nombres honnêtes dans d'autres langues? Les linguistes estiment qu'il existe entre 6 000 et 8 000 langues dans le monde aujourd'hui. Il est possible que toi ou certains de tes camarades de classe parliez d'autres langues. Il semble que plusieurs langues ont des nombres honnêtes. Par exemple, en allemand *vier* est un nombre honnête puisque *vier* signifie 4 et ce mot compte 4 lettres. En espagnol, *cinco* est un nombre honnête puisque ce mot signifie 5 et compte 5 lettres. En russe, *три* signifie 3 et a trois lettres. Un autre nombre honnête en russe est *одиннадцать*, qui signifie 11 et a 11 lettres. Ainsi, certaines langues comptent plus d'un nombre honnête. Une forme de la langue hawaïenne a trois nombres honnêtes :

- le mot *alima* signifie 5 et a 5 lettres;
- le mot *umikumamalu* signifie 12 et a 12 lettres;
- le mot *umikumakolu* signifie 13 et a 13 lettres.

Les nombres honnêtes de certaines langues sont inscrits à la figure 1. Nous savons que plusieurs autres langues ont des nombres honnêtes. On peut examiner le lien entre les nombres honnêtes d'une langue et les autres nombres de la langue. Comme premier exemple, examine le nombre honnête 4 en anglais.

Nombres « honnêtes » : la langue et les mathématiques Bezuska, S.J. et M. Kenney, « Honest Numbers: A Mathematics and Languages Connection. » *Mathematics Teaching in the Middle School* (3) 2 : 142-147. Copyright © 1997 par Bezuska, S.J. et M. Kenney.

Langue	Nombres honnêtes		
Danois	to (2)	tre (3)	
Hollandais	vier (4)		
Anglais	four (4)		
Finlandais	viisi (5)		
Allemand	vier (4)		
Grec	πεντε (5)		
Hawaïen	alima (5)	umikumamalua (12)	umikumamakolu (13)
Italien	tre (3)		
Japonais	ni (2)	san (3)	muttsu (6)
	nanatsu (7)	kokonotsu (9)	
Lamba (Zambie de l'ouest)	fine (4)		
Lithuanien	du (2)	penki (5)	septyni (7)
Maori	tekau mā tāhi (11)		
Norvégien	to (2)	tre (3)	fire (4)
Russe	триг (3)	одиннадцать (11)	
Espagnol	cinco (5)		
Ukrainien	три (3)	одинадцять (11)	

Figure 1. Nombres honnêtes dans quelques langues

Exemple 1 : anglais

- | | |
|--|------------------------------|
| 1. Choisis un entier naturel. | 261 |
| 2. Écris l'entier au long en anglais. | <i>two hundred sixty-one</i> |
| 3. Inscris le nombre de lettres contenues dans les mots. | 18 |
| 4. Écris le nouveau nombre au long en anglais. | <i>eighteen</i> |
| 5. Inscris le nombre de lettres contenues dans le mot. | 8 |
| 6. Écris le nouveau nombre au long en anglais. | <i>eight</i> |
| 7. Inscris le nombre de lettres contenues dans le mot. | 5 |
| 8. Écris le nouveau nombre au long en anglais. | <i>five</i> |
| 9. Inscris le nombre de lettres contenues dans le mot. | 4 |

Si nous continuons ce procédé, le chiffre 4 revient toujours. Ainsi, nous pouvons dire que le procédé se termine au nombre honnête 4.

Exercice

- Démontre ce procédé à l'aide du nombre 1275. Quel est le résultat? Maintenant, fais le même exercice avec un autre nombre.

Exemple 2 : allemand

- | | |
|--|-----------------------|
| 1. Choisis un nombre. | 52 |
| 2. Écris l'entier au long en allemand. | <i>zweiundfünfzig</i> |
| 3. Inscris le nombre de lettres contenues dans le mot. | 14 |
| 4. Écris le nouveau nombre au long en allemand. | <i>vierzehn</i> |
| 5. Inscris le nombre de lettres contenues dans le mot. | 8 |
| 6. Écris le nouveau nombre au long en allemand. | <i>acht</i> |
| 7. Inscris le nombre de lettres contenues dans le mot. | 4 |
| 8. Écris le nouveau nombre au long en allemand. | <i>vier</i> |

Dans cet exemple, nous obtiendrons aussi le nombre honnête 4, *vier*, si nous continuons le procédé.

Exercice

2. Selon toi, la tendance se maintiendra-t-elle pour tous les nombres en allemand?
Pourquoi?

Le français est l'une de plusieurs langues qui n'a pas de nombres honnêtes. Nous pouvons tout de même appliquer le procédé comme dans les exemples ci-dessus. Le résultat est différent.

Exemple 3 : français

- | | |
|---|----------|
| 1. Choisis un nombre. | 40 |
| 2. Écris l'entier au long en français. | quarante |
| 3. Inscris le nombre de lettres contenues dans le mot. | 8 |
| 4. Écris le nouveau nombre au long en français. | huit |
| 5. Inscris le nombre de lettres contenues dans le mot. | 4 |
| 6. Écris le nouveau nombre au long en français. | quatre |
| 7. Inscris le nombre de lettres contenues dans le mot. | 6 |
| 8. Écris le nouveau nombre au long en français. | six |
| 9. Inscris le nombre de lettres contenues dans le mot. | 3 |
| 10. Écris le nouveau nombre au long en français. | trois |
| 11. Inscris le nombre de lettres contenues dans le mot. | 5 |
| 12. Écris le nouveau nombre au long en français. | cinq |
| 13. Inscris le nombre de lettres contenues dans le mot. | 4 |



Dans cet exemple, le chiffre 4 produit un cycle. Ainsi 40 produit un cycle comprenant quatre nombres : 4, 6, 3, 5.

Exercice

3. Existe-t-il d'autres cycles en français?

Pour prédire et étudier les nombres dans une langue en particulier, il peut être utile de dresser une liste schématique afin de démontrer le comportement de nombres ayant jusqu'à un nombre précis de lettres dans le mot correspondant. Examine l'illustration ci-dessous (figure 2) qui donne l'exemple de l'anglais. Commence par le plus grand nombre de lettres par mot, 10 dans ce cas, et applique la tendance de nombres du compte de lettres utilisée ci-dessus. (La figure 3 présente le même cheminement sous forme de tableau schématique.)

Nombre de départ	N	N	N	N	N
Compte de lettres par mot	10	9	8	7	6
Nom	<i>ten</i>	<i>nine</i>	<i>eight</i>	<i>seven</i>	<i>six</i>
Nombre de lettres	3	4	5	5	3
Nom	<i>three</i>		<i>five</i>	<i>five</i>	<i>three</i>
Nombre de lettres	5		4	4	5
Nom	<i>five</i>				<i>five</i>
Nombre de lettres	4				4

Figure 2. Tableau des nombres de départ

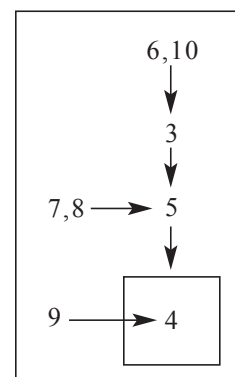


Figure 3. Schéma des nombres

Maintenant, suppose que le nombre N a 95 lettres lorsqu'il est écrit au long en anglais :

- Nombre de départ N
- Nombre de lettres 95
- Nom écrit au long *ninety-five*
- Nombre de lettres 10

Si l'entier contenant 95 lettres lorsqu'il est écrit au long peut aller jusqu'à 10, il est possible d'appliquer le tableau à la figure 2 et de voir que N peut aller jusqu'à 4, soit la séquence suivante :

$$N \rightarrow 95 \rightarrow 10 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 4$$

Dans ce cas, nous pouvons dire qu'il faut suivre cinq étapes pour atteindre le nombre 4. Les nombres de la séquence passent de N à 4.

Exercice

4. Peux-tu produire un nombre dont le nom en anglais exige 95 lettres?

Pour écrire de très grands nombres en anglais, tu peux utiliser la figure 4 contenant des exemples d'expressions qui désignent le chiffre 10 à certaines puissances. À la fin de cette section, la figure 5 présente un tableau (incomplet) donnant la séquence des nombres de départ allant jusqu'à 200. Le tableau indique que ces nombres produisent des séquences se terminant toutes par le chiffre 4.

10^0 <i>one</i>	10^{12} <i>trillion</i>	10^{30} <i>nonillion</i>
10^1 <i>ten</i>	10^{15} <i>quadrillion</i>	10^{33} <i>decillion</i>
10^2 <i>hundred</i>	10^{18} <i>quintillion</i>	10^{36} <i>undecillion</i>
10^3 <i>thousand</i>	10^{21} <i>sextillion</i>	10^{39} <i>duodecillion</i>
10^6 <i>million</i>	10^{24} <i>septillion</i>	10^{42} <i>tredecillion</i>
10^9 <i>billion</i>	10^{27} <i>octillion</i>	10^{45} <i>quattuordecillion</i>

Figure 4. Quelques exemples du chiffre 10 à certaines puissances et la désignation correspondante (anglais de l'Amérique du Nord)

Exercices

Choisis une des trois langues qui suivent et complète les activités décrites. Inscris tes réponses et toute autre information que tu découvriras dans un rapport écrit sur la langue choisie.

Anglais

1. Remplis le tableau de la figure 5 en insérant les nombres manquants dans les espaces prévus.
2. Quel pourcentage des nombres à deux chiffres nécessite cinq étapes pour obtenir 4?
3. La façon dont on lit un nombre crée-t-elle une différence, p. ex. on peut lire 1998 comme « one thousand, nine hundred ninety-eight » ou « nineteen hundred ninety-eight »? Si tu étudies les tendances en anglais, assure-toi d'indiquer quelle forme tu choisis et pourquoi.
4. Peux-tu estimer le nombre d'étapes requis pour obtenir un nombre honnête?
5. Examine les différences que présentent les désignations du chiffre 10 à des puissances élevées en anglais de l'Amérique du Nord, en anglais britannique, en français et en allemand (voir figure 4).

Français

1. Dresse un tableau des nombres de départ comme celui de la figure 2 pour les nombres 1 à 6. Explique en quoi les nombres 7 à 10 s'appliquent au tableau.
2. Le français n'a pas de nombres honnêtes, mais en appliquant le procédé de façon répétitive, on obtient un cycle, 6 3 5 4, qui correspond à plusieurs exemples de nombres de départ. Les nombres font-ils tous partie de ce cycle ou en existe-t-il d'autres? Pourquoi ou pourquoi pas? Quelle est la durée du cycle ou des cycles?
3. Dessine un graphique pour représenter le cycle produit en français (voir exemple 3 : français).
4. Dresse un tableau comme celui de la figure 5 pour tous les nombres allant jusqu'à 100 (ou jusqu'à 200).

Autres langues

1. Choisis une langue autre que l'anglais ou le français. Contient-elle des nombres honnêtes? Si oui, lesquels? Comment peux-tu déterminer s'il n'en existe pas d'autres?
2. Si la langue a un ou plusieurs nombres honnêtes, le procédé appliqué au nombre N permet-il d'obtenir un des nombres honnêtes? Cela est-il toujours le cas?
3. S'il n'existe aucun nombre honnête, ou si l'application du procédé ne permet pas toujours d'obtenir un nombre honnête, est-il possible de déterminer des cycles? Lesquels?
4. Dresse un tableau des nombres de départ comme celui de la figure 2.
5. Dresse un tableau schématique comme celui de la figure 3 dans la langue choisie.
6. Dresse un tableau comme celui de la figure 5 contenant tous les nombres allant jusqu'à 100.

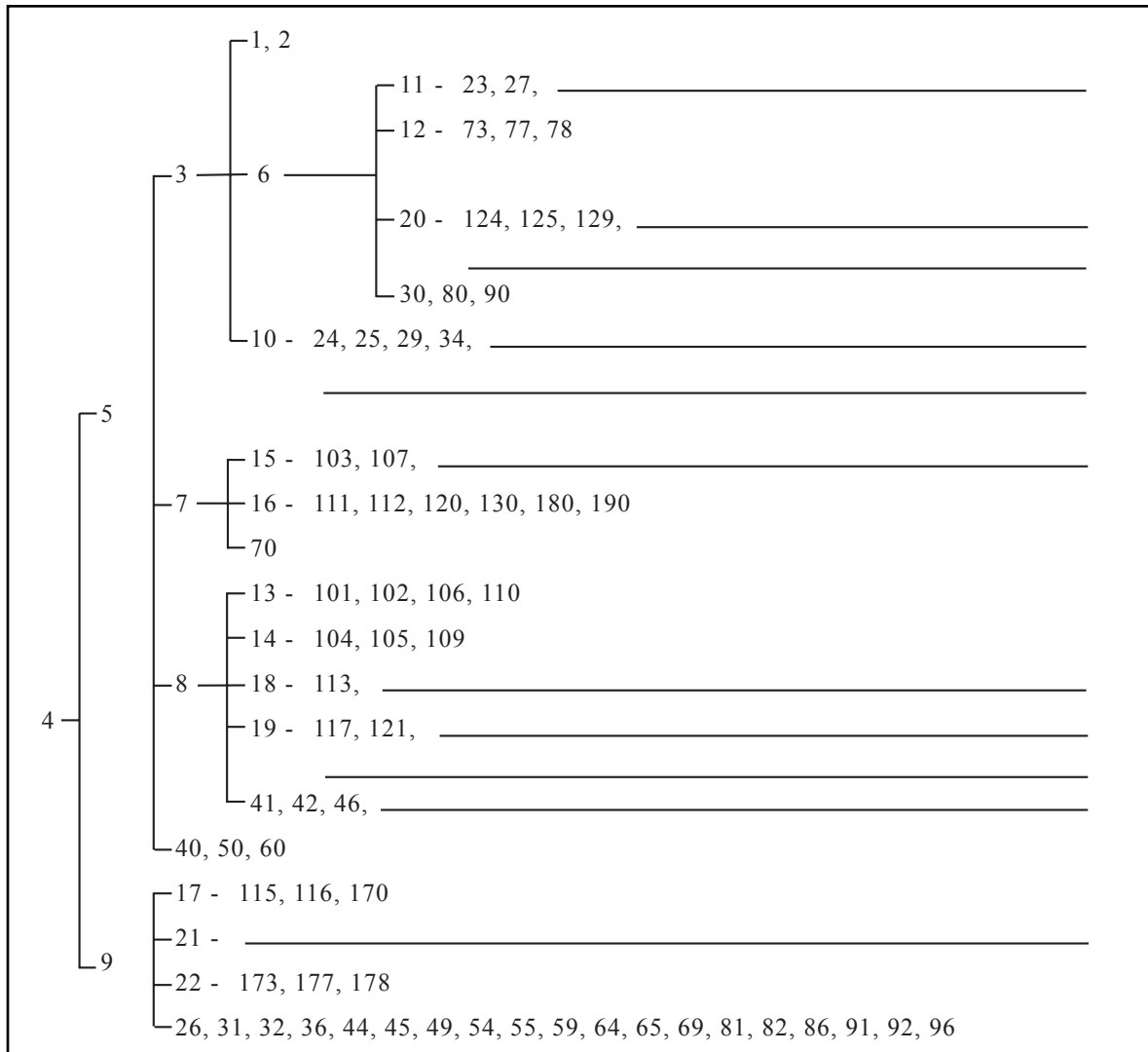
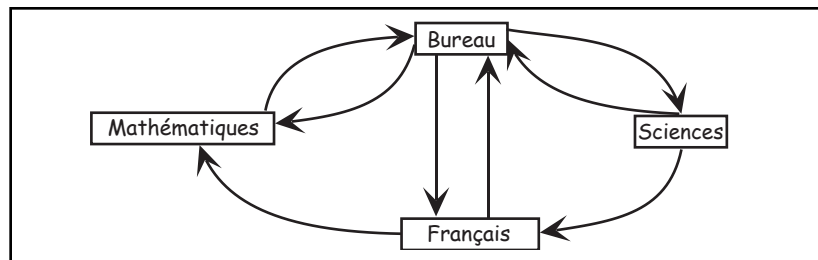


Figure 5. Tableau des nombres honnêtes - anglais

9. Graphes orientés

Dans une école secondaire, les lignes d'intercom sont reliées de la manière indiquée au graphique ci-dessous. Ce diagramme est un graphe orienté, ou digramme, dont les flèches indiquent la direction du mouvement.



Une autre méthode qui démontre les mêmes renseignements comprend l'utilisation des paires ordonnées, où m = mathématiques, f = français, b = bureau et s = sciences. Par exemple, dans les paires ordonnées ci-dessous, (m, b) signifie que « m peut communiquer avec b ».

$$(m, b), (b, m), (b, f), (b, s), (s, b), (s, f), (f, b), (f, m)$$

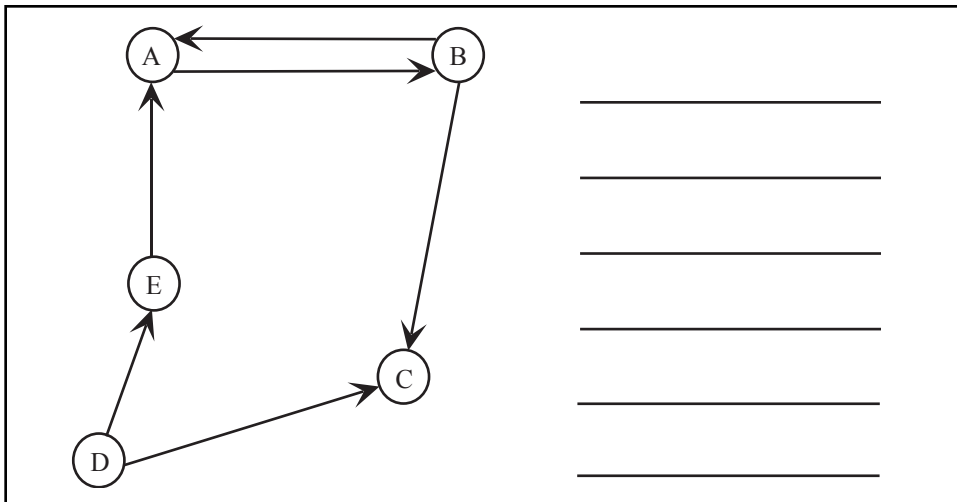
On peut utiliser une troisième méthode pour représenter ces renseignements ou pour inscrire des paires ordonnées, soit une *matrice*. Chaque entrée de la matrice correspond au nombre de flèches reliant les sommets consécutifs. Un « 1 » paraît à la cellule (f, m) parce qu'une flèche relie le français et les mathématiques. Il faut prendre note que le premier élément de la paire ordonnée, f , représente la *rangée*, et que le second élément, m , représente la *colonne*.

	m	s	b	f
m	0	0	1	0
s	0	0	1	1
b	1	1	0	1
f	1	0	1	0

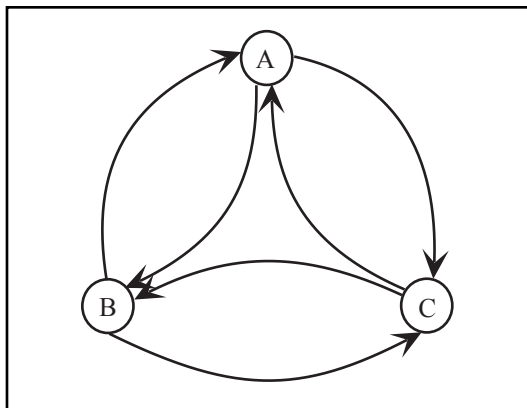
1. Quelle est la différence entre (b, s) et (s, b) ? _____
2. Le département des mathématiques peut-il appeler directement le département de français? _____
3. Comment le département des mathématiques peut-il appeler le département de français? _____
4. Que signifie le 1 qui correspond à la paire (f, b) dans la matrice? _____

Dans les diagrammes ci-dessous, le symbole $A \rightarrow B$ signifie que l'équipe A a vaincu l'équipe B.

5. Indique les paires ordonnées qui décrivent le graphique.



6. Écris la matrice du digramme.

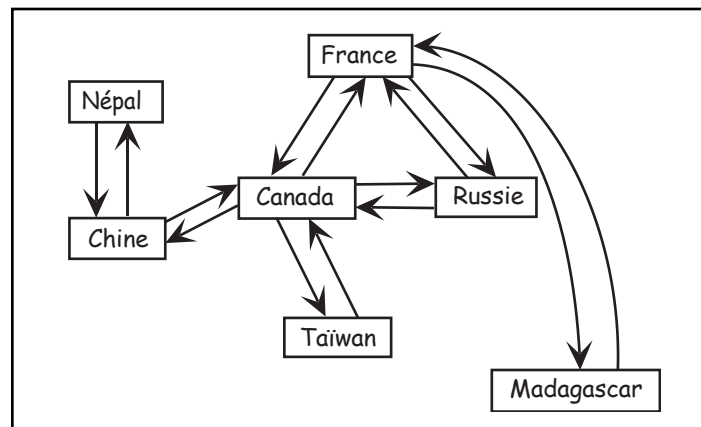


7. À partir de l'information dans le digramme, utilise les paires ordonnées indiquées à la question 5 pour créer une matrice. Par exemple, au numéro 5 tu peux voir la paire ordonnée (E, A). Grâce au digramme, nous savons que l'équipe E a vaincu l'équipe A. Dans la matrice à la rangée E et sous la colonne A, 1 est inscrit. Si l'équipe E n'avait pas gagné contre l'équipe A, il aurait fallu indiquer la valeur 0. Remplis la matrice ci-dessous.

	A	B	C	D	E
A	0	1			
B			1		0
C					
D					
E	1				

8. Utilise la matrice créée à la question 7 pour répondre aux questions suivantes.
- Quelle est la fiche de victoires et de défaites de l'équipe A? _____
 - Selon toi, si A joue contre D, quelle équipe va gagner? _____
 - Quel est le nombre total de victoires dans la conférence? _____
 - Quelles équipes ont le meilleur rendement? _____
 - Quelle équipe a le pire rendement? _____

Les gouvernements du monde entier communiquent entre eux par les ambassades. Par contre, les gouvernements n'ont pas tous des ambassades dans chaque pays; ils doivent parfois communiquer ensemble par des pays intermédiaires. Le digramme ci-dessous représente les relations diplomatiques entre certains gouvernements.



9. Comment la Russie peut-elle communiquer avec Madagascar?

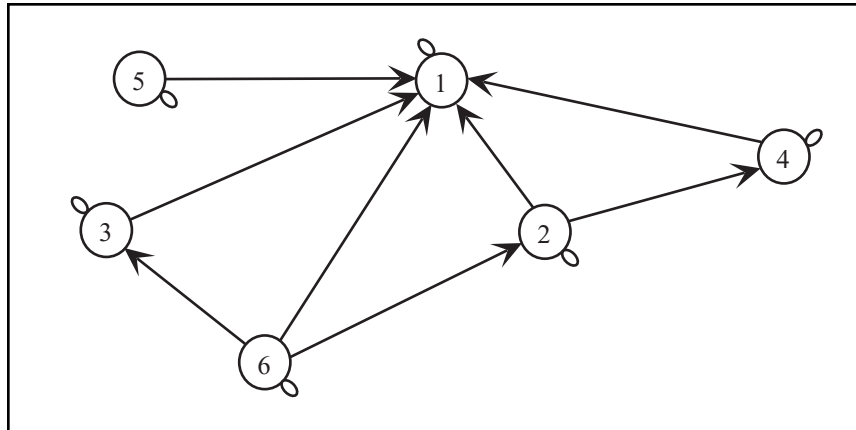
10. Comment Taïwan peut-il communiquer avec la Chine?

11. Quels pays sont les plus isolés?

12. Si tous les pays pouvaient communiquer directement entre eux, combien de paires ordonnées y aurait-il?

Application poussée des résultats

On peut utiliser les digrammes pour étudier les ensembles de paires ordonnées portant sur des renseignements précis, comme des réseaux téléphoniques ou des calendriers de tournois. Dans le cas d'un exemple mathématique, examine la relation « est un multiple de » pour l'ensemble $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ (voir le digramme ci-dessous). Comme chacun des nombres est un multiple de lui-même, cette relation réflexive est indiquée au moyen d'une petite boucle.



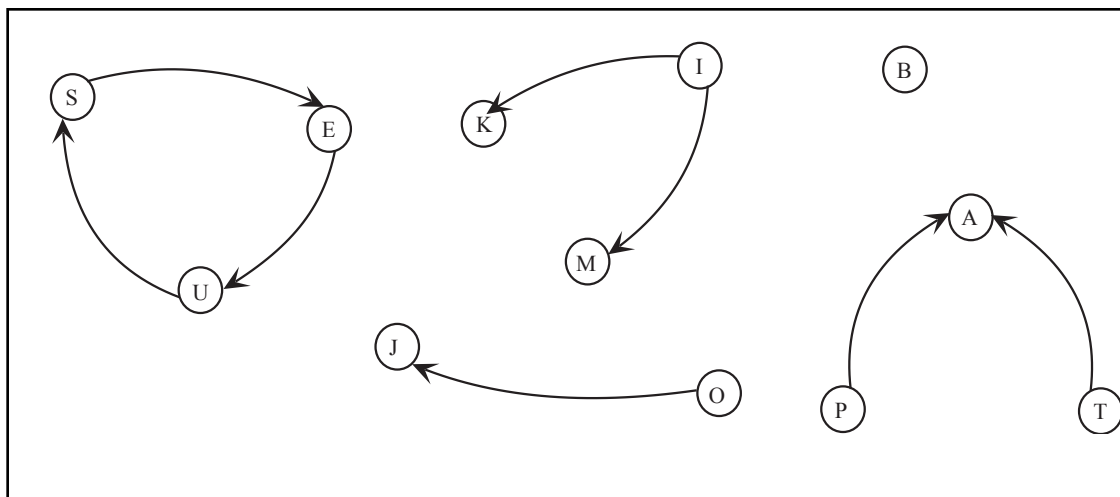
13. Dessine un digramme pour la relation « est un multiple de » pour l'ensemble $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$.

14. À l'aide du tableau ci-dessous, dessine un digramme pour les données en utilisant la relation « est plus grand que ».

Nom	Taille
Anne	85 cm
Benoît	90 cm
Carmen	72 cm
Danielle	110 cm

15. Dessine un digramme pour la relation « est un facteur de » pour l'ensemble $\{1, 2, 4, 8\}$.

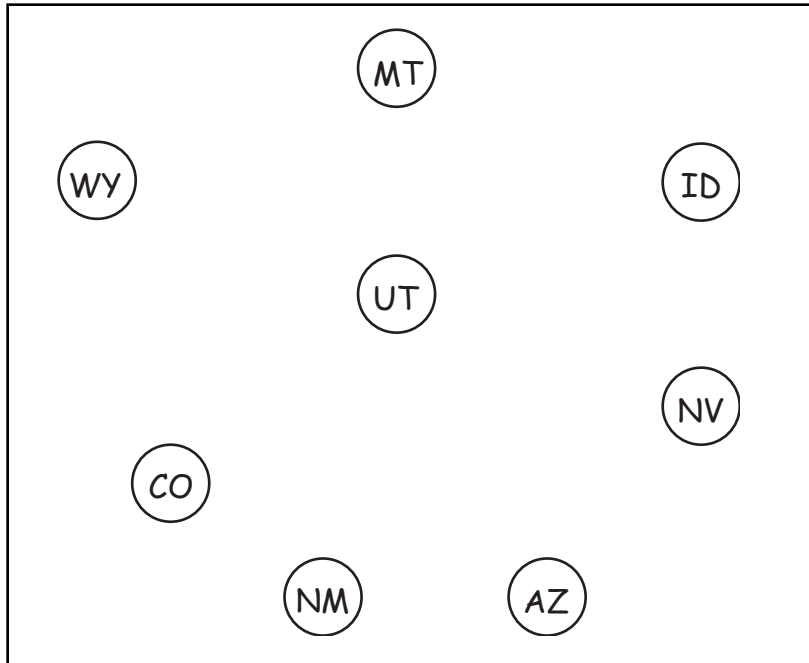
16. Dans le digramme ci-dessous, représentant douze personnes, seulement quelques-unes des flèches sont dessinées selon la relation « est la sœur de ». Ajoute les autres flèches qui, selon toi, devraient faire partie du graphique.



17. Tu songes à faire un voyage dans les États montagneux de l'Ouest des États-Unis. L'aire de l'État de l'Arizona, du Colorado, de l'Idaho, du Montana, du Nevada, du Nouveau-Mexique, du Utah et du Wyoming est donnée ci-dessous en milles carrés :

AZ	113 909	NM	121 666
CO	104 247	NV	110 540
ID	83 557	UT	84 916
MT	147 138	WY	97 914

Tu voudrais toujours voyager vers l'État ayant la plus grande aire. Insère les flèches pour remplir le graphe orienté ci-dessous, à l'aide de la relation « voyager vers le plus grand État de frontière ». Suppose que deux des États sont des États de frontière s'ils partagent au moins une frontière commune.



18. Utilise cette même information afin de compléter la matrice correspondante. Utilise 0 si aucun passage n'existe et 1 s'il y a un passage entre deux États.

	AZ	CO	ID	MT	NM	NV	UT	WY
AZ								
CO								
ID								
MT								
NM								
NV								
UT								
WY								

19. Quel est le plus grand nombre d'États dans lesquels tu peux voyager en séquence selon cette relation? Décris le voyage sous forme de séquence de paires ordonnées.

20. Des voyageurs provenant de l'étranger obtiennent souvent des billets d'avion spéciaux leur permettant de visiter plusieurs endroits à un coût peu élevé. Ce type d'entente spéciale permet au voyageur de prendre l'avion de ville en ville, tant qu'il existe un vol direct vers une plus petite ville. Ces données sont inscrites dans la matrice ci-dessous. Les villes sont indiquées par ordre décroissant selon la population (1991) :

	C	E	M	Q	S	T	V	W
Toronto	0	0	0	0	1	0	0	1
Montréal	1	0	0	0	1	0	0	1
Vancouver	0	0	0	1	0	0	1	1
Edmonton	0	0	0	0	0	0	0	0
Calgary	0	0	0	0	0	0	0	0
Winnipeg	0	0	0	0	0	0	0	0
Québec	1	1	1	1	0	0	1	1
Saskatoon	1	1	0	0	0	0	0	1
	0	0	0	0	1	0	0	0

Par exemple, la paire ordonnée (V, C) a la valeur 1; ainsi, il est possible de prendre un vol direct de Vancouver à Calgary. Lorsqu'on examine quelques paires ordonnées dont la seconde ville est plus petite, (M, S) par exemple, la valeur 0 indique qu'il n'existe aucun vol direct entre Montréal et Saskatoon.

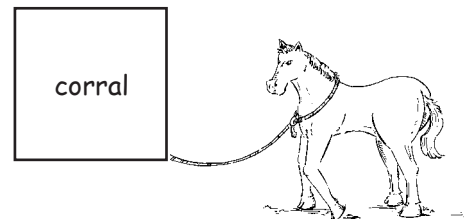
Dessine un digramme pour représenter ces données.

21. Si tu faisais un voyage, quelle serait la meilleure route à prendre pour voir le plus grand nombre de villes? Utilise les données de la question 20.

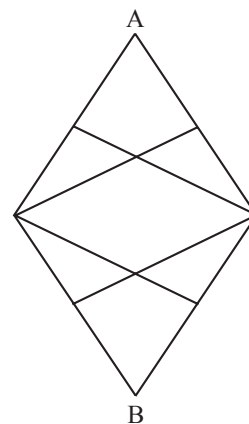
10. Problèmes variés

1. Si tu as trois récipients pouvant contenir 3, 7 et 10 litres respectivement, et que le plus grand est rempli d'eau, détermine une méthode à utiliser pour répartir cette quantité d'eau en deux parts égales de 5 litres, en utilisant uniquement les trois récipients pour mesurer les quantités.

2. On attache un cheval avec une corde à un coin d'un corral carré. La corde mesure 16 mètres et chaque côté du corral mesure 10 mètres. Quelle est l'aire de pâturage disponible pour le cheval?



3. Un fabricant a produit un grand nombre de tuyaux ayant 1 mètre de diamètre. Sur un plancher à niveau d'un entrepôt, il place une rangée de tuyaux côte à côte de manière à ce que les tuyaux se touchent. Une deuxième rangée est placée au-dessus de la première afin de remplir les crevasses entre les tuyaux adjacents. Il poursuit ce procédé jusqu'à ce qu'il ait six rangées. Quelle est la hauteur totale de la pile de tuyaux? Donne ta réponse au centimètre près.
4. On fabrique une boîte à partir d'un carton carré. On découpe un carré de 3 cm à chaque coin du carton, puis on replie les rabats vers le haut pour créer une boîte ouverte ayant un volume de 192 centimètres cubes. Quelles sont les dimensions du carton original?
5. Si seuls les mouvements descendants sont permis, trouve le nombre de chemins de A à B dans le diagramme ci-contre.



6. Cinq lignes droites distinctes sont tracées sur une feuille de papier. Quel est le nombre maximal de points d'intersection?