Unité B : Analyse de jeux et de nombres

Demi-cours III

DEMI-COURS III

Unité B : Analyse de jeux et de nombres

Durée : 5 heures

Résultats d'apprentissage généraux :

Développer, utiliser et justifier des stratégies mathématiques en analysant divers problèmes et jeux; augmenter le niveau de sensibilisation relié à l'utilisation des nombres dans la société.

Le matériel fourni pour cette unité devrait être utilisé tout au long du cours pour modifier le rythme des cours et ce, dans un contexte agréable mais qui requiert tout de même une réflexion mathématique et logique.

Résultats spécifiques

B-1 Démontrer l'utilisation d'une stratégie appropriée pour la résolution de problèmes et l'exécution de jeux avec des formes.

B-2 Savoir comment les nombres sont utilisés dans la société.

ANALYSE DE JEUX ET DE NOMBRES

Matériel d'appui

- *Explorations 11 – Les mathématiques au quotidien*
- Se reporter aux activités proposées à l'Annexe

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

Résultats généraux

Développer, utiliser et justifier les stratégies mathématiques en analysant divers problèmes et jeux; augmenter le niveau de sensibilisation relié à l'utilisation des nombres dans la société.

Résultats spécifiques

B-1 Démontrer l'utilisation d'une stratégie appropriée pour la résolution de problèmes et l'exécution de jeux avec des régularités.

- ✓ **Communications**
- Liens
- ✓ **Raisonnement**
- ✓ **Sens du nombre**
- ✓ **Organisation et structure**
- ✓ **Régularités**
- ✓ **Résolution de problèmes**
- Technologie de l'information
- ✓ **Visualisation**

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Le but visé par cette série d'activités consiste à ce que les élèves effectuent les jeux et découvrent des stratégies gagnantes. Les élèves devraient découvrir ces stratégies et devraient être en mesure de les expliquer à l'aide d'une démonstration, de communication verbale et de communication écrite.

Il faut accorder le temps nécessaire aux élèves pour qu'ils puissent participer à un jeu et prendre le temps de l'apprécier avant de leur demander d'en faire l'analyse. Ensuite, les élèves pourront discuter du jeu et expliquer leurs stratégies gagnantes.

La découverte de la stratégie constitue la première étape. Les étapes suivantes sont d'importance égale. Les élèves étudieront leur propre processus de réflexion. Cet examen n'est pas facile à faire, et il ne s'agit pas d'une activité que les élèves ont l'habitude de faire. Les résultats obtenus peuvent être non significatifs, mais la découverte des résultats en est l'objectif principal. La communication des stratégies et des processus définis constitue un autre objectif clé.

Les enseignants devraient expérimenter ces activités avant de les présenter aux élèves.

Ces activités peuvent être présentées aux élèves de tous les niveaux scolaires et plus d'une fois. Une variante de l'activité de la 10e année peut être présentée à ce stade ou un peu plus tard à l'intérieur du programme.

De plus, ces activités n'ont pas été conçues pour être exécutées en bloc; elles devraient plutôt être exécutées sur une base périodique tout au long de l'année.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Il est important que les élèves participent et acceptent les défis présentés par les activités. Vous devez tenir un registre quotidien.

Vous voudrez peut-être aussi tenir des notes sur la manière dont les élèves établissent leurs stratégies.

Les activités de loisirs constituent un contexte approprié pour inscrire des entrées dans le journal, sur le plan du contenu et sur leurs attitudes personnelles.

NOTES

Ressources imprimées

Mathématiques du consommateur, 11e année
– Cours destiné à l'enseignement à distance : Demi-cours III

NOTE : **Vous trouverez dans la colonne *Notes* des définitions pour certains termes qui risquent être inconnus de vos élèves.**

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

B-2 Savoir comment les nombres sont utilisés dans la société.

- ✓ **Communications**
- Liens
- ✓ **Raisonnement**
- ✓ **Sens du nombre**
- ✓ **Organisation et structure**
- ✓ **Régularités**
- ✓ **Résolution de problèmes**
- Technologie de l'information
- ✓ **Visualisation**

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Les enseignants devraient présenter un sujet illustrant comment les nombres sont utilisés dans la société et demander aux élèves de discuter de l'utilisation des nombres.

Par exemple, on peut lire les renseignements suivants sur l'or et répondre aux questions qui suivent le texte.

L'or

Le système des karats prête à confusion parce que tout d'abord on parle de « carats » lorsqu'il s'agit de pierres précieuses et de « karats » lorsqu'il s'agit de l'or. Les deux systèmes sont différents : un diamant de 1 carat et un diamant respectable, tandis que de l'or de 1 karat ne constitue par une concentration d'or de grande qualité. Lorsqu'il s'applique à l'or, le karat représente le rapport or-alliage (autres métaux) : l'or 100 pour cent pur est de l'or 24k, l'or 14k contient 14 parties d'or, l'or 10k contient 10 parties d'or, et ainsi de suite.

Pourquoi compte-t-on 24 parties? Pourquoi pas 16 ou 100? Il y a des siècles, l'or était pesé au moyen du système de poids de troy, en vertu duquel une livre équivalait à 12 onces. Le karat était utilisé pour décrire ½ once de troy d'or pur.

L'or 24k (100 % pur) est trop mou pour fabriquer des bijoux. Aux États-Unis, la plupart des bijoux sont fabriqués en or 14k (14 parties d'or pour 10 parties d'autres métaux), mais l'or 18k est aussi très populaire. La loi exige que les bijoux en or soient au moins en or 10k (10 parties d'or) pour être vendus en tant que bijoux en or. Les bijoux ***plaqués*** en or sont des bijoux fabriqués en métal et recouverts d'une fine couche d'or. Si le bijoux est plaqué en or supérieur à 10k (minimum requis pour les bijoux plaqués en or), on y retrouvera une inscription semblable à 14KGF, ce qui signifie plaqué en or 14k (14 Karat *Gold-Filled*)

L'or peut être plaqué par l'***électrolyse*** (plaqué-or galvanique) et être utilisé pour la bijouterie fantaisie. La couche plaqué-or ***galvanique*** doit être au moins de sept millionièmes de pouce et au moins en or 10k.

Questions

1. Pourquoi l'or 14k contient-il 14 parties d'or et 10 parties d'***alliage***?
2. a) Dans l'or 18k, combien retrouve-t-on de parties d'or pur et de parties d'alliage?
   b) Exprime ta réponse sous forme de rapport entre les parties d'or et les parties d'alliage.
   c) Quels autres rapports peuvent être établis à partir des renseignements fournis? Que représentent ces rapports?

(suite)

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

plaqué : mince couche de métal

électrolyse : décomposition chimique obtenue par le passage de l'électricité

galvanique : un procédé par lequel un métal est couvert par une mince couche d'un deuxième métal

alliage : combinaison de métaux

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE PRESCRITS

B-2 Savoir comment les nombres sont utilisés dans la société.
– suite

- ✓ **Communications**
- Liens
- ✓ **Raisonnement**
- ✓ **Sens du nombre**
- ✓ **Organisation et structure**
- ✓ **Régularités**
- ✓ **Résolution de problèmes**
- Technologie de l'information
- ✓ **Visualisation**

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

d) Quel pourcentage de l'or 18k correspond à de l'or pur?

3. a) Dans l'or 10k, combien retrouve-t-on de parties d'or pur et de parties d'alliage?

   b) Exprime ta réponse sous forme de rapport entre les parties d'or et les parties d'alliage.

   c) Quel pourcentage de l'or 10k correspond à de l'or pur?

4. Informe-toi du prix de l'or. (Le prix de la livre de troy d'or est indiqué dans la section financière de la plupart des journaux ***quotidiens***.) Compare ce prix au coût des bijoux en or de divers karats dans les bijouteries de ta localité. Quelles conclusions peut-on tirer?

Solutions

1. L'or se compose de 24 parties. Donc, s'il y a 14 parties d'or, il en reste 10 pour d'autres métaux.

2. a) 18 parties d'or et 6 parties d'alliage

   b) 18 : 6 ou 3 : 1

   c) Les réponses varieront. Par exemple :

   18 : 24 ou 3 : 4 — parties d'or par rapport au nombre total de parties

   6 : 24 ou 1 : 4 — parties d'alliage par rapport au nombre total de parties

   d) $\frac{18}{24} \times 100 = 75\ \%$

3. a) 10 parties d'or et 14 parties d'alliage

   b) 10 : 14 ou 5 : 7

   c) $\frac{10}{24} \times 100 \approx 42\ \%$

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

quotidien : qui a lieu tous les jours

Résultats d'apprentissage prescrits

Stratégies pédagogiques

Annexe

Renseignements pour l'enseignant : Des nombres truqués

Compétences requises

- arithmétique

Matériel

- calculatrice

Quand doit-on utiliser cette activité?

Cette activité peut être effectuée en tout temps.

Suggestions d'enseignement

Ces activités pourraient être amusantes. Avec quelques élèves, vous pourriez vouloir examiner les notions d'algèbre à la base de ces jeux. Voici les notions d'algèbre pour les trucs nos 1, 2 et 3.

Truc no 1 :

$$\frac{2(x+5)-4}{2}-x=3$$

Le résultat sera 3 à chaque fois.

Truc no 2 :

$$\frac{\frac{3(2x-6)}{2}+9}{3}=x$$

Le résultat est le nombre choisi à chaque fois.

Truc no 3 :

Le nombre précédant la décimale sera le numéro municipal de ta maison, et le nombre qui suit la décimale sera ton âge.

Feuille à reproduire : Des nombres truqués

Truc nº 1

1. Choisis n'importe quel nombre.
2. Ajoute 5.
3. Multiplie le résultat par 2.
4. Soustrais 4.
5. Divise par 2.
6. Soustrais le nombre original.

Essaie plusieurs fois avec des nombres différents. Quels résultats obtiens-tu?

Truc nº 2

1. Choisis n'importe quel nombre.
2. Multiple-le par 2.
3. Soustrais 6.
4. Multiplie par 3.
5. Divise par 2.
6. Ajoute 9.
7. Divise par 3.

Essaie plusieurs fois avec des nombres différents. Quels résultats obtiens-tu?

Maintenant, essaie d'inventer d'autres trucs avec des nombres!

Truc nº 3

1. Prends le numéro de porte de ta maison. (Tu trouveras peut-être utile d'utiliser une calculatrice pour ce problème-ci!)
2. Multiplie-le par 2 puis ajoute 5.
3. Multiplie la somme par 50.
4. Ajoute ton âge au produit de la somme.
5. Ajoute 365 jours pour le nombre de jours dans une année.
6. Soustrais 615.
7. Place un signe décimal comme si la réponse était en dollar et en cents.

Si tu as effectué ces calculs attentivement et correctement, tu remarqueras quelque chose de spécial dans le résultat. De quoi s'agit-il?

Renseignements pour l'enseignant : Kalah

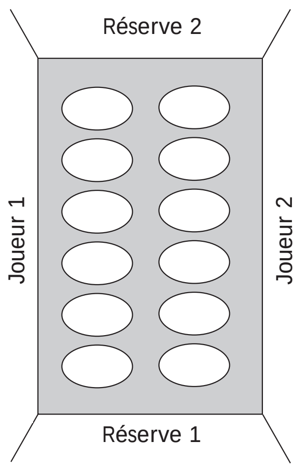
On s'adonne à ce jeu depuis les temps anciens, et ce, dans de nombreuses cultures différentes. Essayez de mettre au point une stratégie qui vous permet de gagner chaque fois.

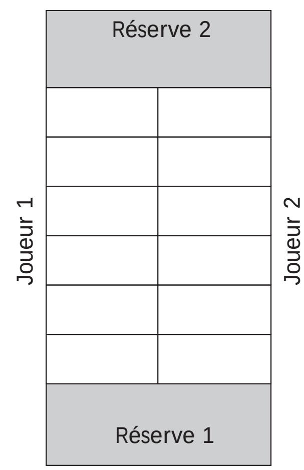
Compétences requises

- reconnaissance de régularités
- planification stratégique

Matériel

Créez une grande planchette de jeu semblable au diagramme et utilisez des jetons de bingo, ou encore utilisez une boîte à œufs vide complètement ouverte et des pois secs ou de petites billes.





Quand doit-on utiliser cette activité?

Cette activité peut être effectuée en tout temps.

Suggestions d'enseignement

- Créez une planchette de jeu pour le rétroprojecteur afin d'aider à faire la démonstration du jeu.
- Commencez par quatre articles par trou et passez à des quantités plus élevées à mesure que les aptitudes augmentent.

Recherche en classe

1. Quelle est ta stratégie pour gagner à ce jeu? Décris-la par écrit.
2. Décris ta stratégie à un camarade de classe autre que ton partenaire de jeu. Vois si elle ou il peut utiliser la stratégie pour gagner.
3. Plusieurs versions du jeu Kalah portent des noms différents dans d'autres pays du monde, notamment Congklak, bille dans le trou, Leab El-akil, et Mancala. Trouve les règles pour un certain nombre de ces versions et joue au jeu. Est-ce que ta stratégie fonctionne avec les différentes versions?
4. Les joueurs devraient mettre en application leurs stratégies en utilisant cinq ou six marqueurs par trou.

Feuille à reproduire : Kalah

On joue à ce jeu depuis des temps anciens et dans de nombreuses cultures. Essaie de mettre au point une stratégie qui te permet de gagner la plupart du temps.

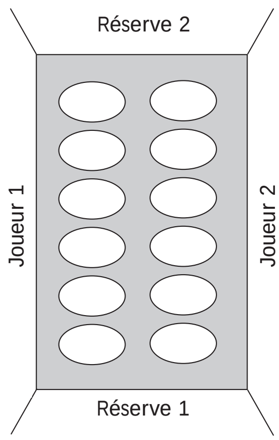
Nombre de joueurs : 2

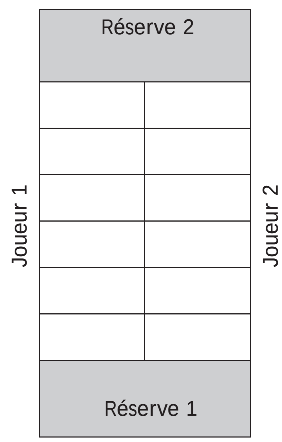
Matériel nécessaire :

a) une boîte d'œufs vide et 72 fèves

OU

b) la planchette de jeu et 72 pions





Objectif : Celui qui a le plus de pions dans son Kalah, ou « magasin », a gagné.

Règles :

- Sur la planchette (tu peux utiliser une boîte d'œufs vide), il y a six cases plus un magasin, le Kalah, pour chaque joueur.
- Tu dois placer quatre pions (pour commencer) dans chaque case.
- Un joueur prend tous les pions de n'importe laquelle de ses cases. Dans le ***sens anti-horaire***, il les déplace un par un dans toutes les cases de la planchette, y compris son Kalah, mais non dans le Kalah de son adversaire.
- Si le dernier pion arrive dans son Kalah, le joueur peut jouer de nouveau.
- Si le dernier pion arrive dans une case vide, le joueur prend les pions de la case opposée de son adversaire, et les met dans son Kalah.
- La partie est finie dès qu'un des joueurs n'a plus de pion de son côté.
- Le joueur qui a le plus de pions dans son Kalah gagne.

sens anti-horaire : le sens inverse du mouvement des aiguilles d'une montre

Jeux de stratégies : Kalah : Gorman, J., « Strategy Games: Treasures from Ancient Times », *Mathematics Teaching in the Middle School* 3(2) : 110-16. Copyright © 1997, National Council of Teachers of Mathematics.

Renseignements pour l'enseignant : Mission Impossible

Compétences requises

- raisonnement logique

Matériel

- papier quadrillé pour faire un graphique afin d'aider à organiser l'information

Quand doit-on utiliser cette activité?

Cette activité peut être effectuée en tout temps.

Suggestions d'enseignement

Les élèves pourraient faire un graphique qui leur permettrait d'inscrire l'information. Le graphique serait passablement grand, mais les élèves pourraient le trouver utile. Par exemple, si vous n'aviez que les facteurs de la couleur, de la nationalité et de la boisson gazeuse, le graphique ressemblerait à ceci.

	Coke	Dr. Pepper	Orangeade Crush	Pepsi	7-Up	Américain	Canadien	Anglais	Irlandais	Norvégien
Bleu										
Brun										
Vert										
Rouge										
Jaune										
Américain										
Canadien										
Anglais										
Irlandais										
Norvégien										

Solution

Jaune	Bleu	Rouge	Brun	Vert
Norvégien	Américain	Anglais	Canadien	Irlandais
Orangeade Crush	Coke	Dr. Pepper	7-Up	Pepsi
Remington	Fédéral	Winchester	Western	Peters
Fuligule à tête rouge	Fuligule à dos blanc	Canard colvert	Morillon	Sarcelle

Feuille à reproduire : Mission Impossible

Le casse-tête suivant n'est pas facile : il pourrait te prendre beaucoup de temps, mais si tu organises l'information, tu peux certainement y arriver. ***Bonne chance!***

Les 15 faits suivants sont tout ce dont tu as besoin pour résoudre le casse-tête :

1. Il y a cinq chalets de chasse sur la rive d'un lac. Chaque chalet est de couleur différente et est habité par un homme de nationalité différente qui boit une sorte de boisson gazeuse différente, emploie une marque différente de cartouche et chasse une espèce de canard différente.
2. L'Anglais habite le chalet rouge.
3. Le Canadien ne chasse que le morillon huppé.
4. On boit du Pepsi dans le chalet vert.
5. L'Américain boit du Coca-Cola.
6. Le chalet vert est situé immédiatement à droite (à ta droite) du chalet brun.
7. Le chasseur qui utilise des cartouches Winchester chasse le colvert.
8. L'occupant du chalet jaune utilise des cartouches Remington.
9. Il se boit du Dr Pepper dans le chalet du milieu.
10. Le Norvégien habite le premier chalet à gauche.
11. L'homme qui achète des cartouches Fédéral habite le chalet situé immédiatement à côté du chalet de l'homme qui chasse le fuligule à tête rouge.
12. Les cartouches Remington sont utilisées dans le chalet situé à côté du chalet où habite l'homme qui chasse le fuligule à dos blanc.
13. Le chasseur qui utilise les cartouches Western boit du 7-Up.
14. L'Irlandais emploie les cartouches Peters.
15. Le Norvégien habite à côté du chalet bleu.

Qui boit l'orangeade Crush et qui chasse la sarcelle?

Renseignements pour l'enseignant : Jeu des chevilles de bois

Compétences requises

- organiser l'information

Matériel

- On peut le construire à l'aide d'une petite pièce de bois dans lequel on perce partiellement onze trous.
- Des tés pour le golf ou des jetons de bingo peuvent servir de chevilles.

Quand doit-on utiliser cette activité?

Cette activité peut être effectuée en tout temps.

Suggestions d'enseignement

Les chevilles doivent être déplacées de manière définie. Il serait peut-être préférable que les élèves commencent par une cheville de chaque couleur et trois trous, puis qu'ils utilisent deux chevilles de chaque couleur et ainsi de suite, afin de les aider à découvrir le modèle. La prédiction du nombre de déplacements par rapport au nombre de chevilles peut être considérée comme un prolongement.

Feuille à reproduire : Jeu des chevilles de bois

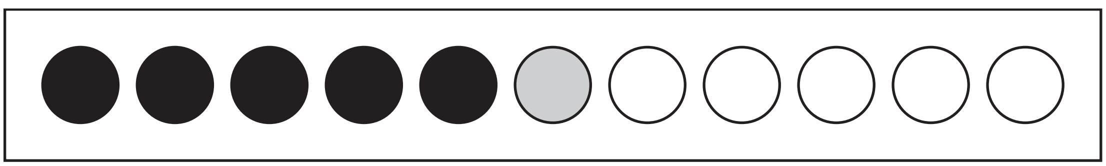
La planchette de jeu ci-dessous a deux séries de chevilles enfoncées dans des trous. Les chevilles « noires » sont à gauche et les chevilles « blanches » sont à droite. Il y a un trou vide au centre.

Le but du jeu est d'intervertir les positions des chevilles blanches et des noires.

Règles

- Tu ne peux délacer qu'une seule cheville à la fois.
- Tu ne peux qu'avancer, c'est-à-dire envoyer les noires à droite et les blanches à gauche.
- Tu peux avancer une cheville dans un espace vide adjacent; ou
- Tu peux passer au-dessus d'une seule cheville (de n'importe quelle couleur) pour atterrir dans un espace vide.

Peux-tu trouver une façon d'y arriver? (Il y a une séquence de déplacements.) Décris et explique la séquence de déplacements réalisés.



Renseignements pour l'enseignant : Folies bergères

Compétences requises

- arithmétique

Matériel

- une feuille de calcul serait utile pour que les élèves puissent faire des conjectures et vérifier

Quand doit-on utiliser cette activité?

Cette activité peut être effectuée en tout temps.

Suggestions d'enseignement

Encourager les élèves à utiliser une feuille de calcul. On peut également le faire algébriquement (quoique ce ne soit pas recommandé pour tous les élèves).

Si x = le nombre de poules

et y = le nombre de moutons,

alors x = le nombre de têtes de poule,

$2x$ = le nombre de pattes de poule,

y = le nombre de têtes de mouton et

$4y$ = le nombre de pattes de mouton

$\therefore x + y = 29$

$2x + 4y = 100$

Selon la première équation, $y = -x + 29$. Si on remplace y dans la deuxième équation par cette expression, on obtient $x = 8$.

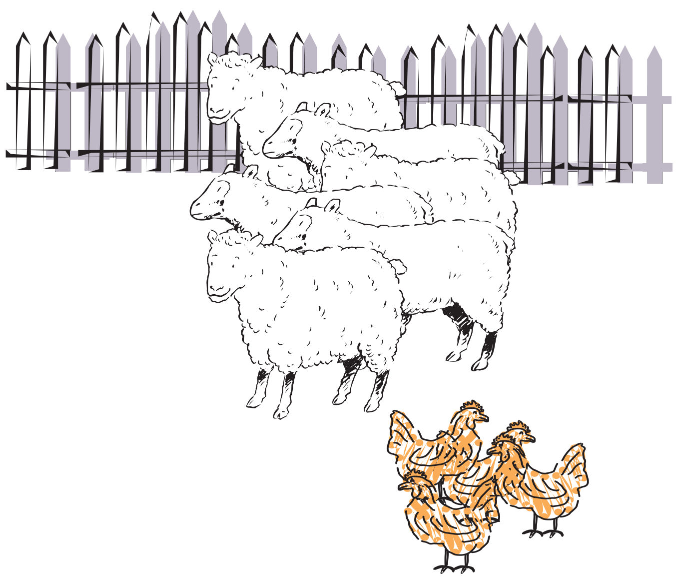
Il y a donc 8 poules et 29 – 8 = 21 moutons.

Feuille à reproduire : Folies bergères

Une bergère regarde dans un champ et voit des poules dans son troupeau de moutons. Elle compte le nombre de pattes de tous les animaux. Il y en a 100. Elle compte les têtes; il y en a 29.

Combien y a-t-il de moutons et combien y a-t-il de poules dans le champ?

Note : Il y a plusieurs façons de résoudre ce problème. Il peut être utile d'employer un tableur.



Renseignements pour l'enseignant : Les nombres heureux et leurs amis

Compétences requises

- arithmétique

Matériel

- papier et crayon

Quand doit-on utiliser cette activité?

Cette activité peut être effectuée en tout temps.

Suggestions d'enseignement

Il y a trois activités distinctes et des renseignements au sujet d'un quatrième type de nombre. Les enseignants pourraient vouloir diviser l'activité de façon à ne pas accabler les élèves.

Solutions

1. 11 n'est pas un nombre heureux.
2. 1, 7, 10, 13, 19, 23, 28, 31, 32, 44, 49, 68, 70, 79, 82, 86, 91, 94, 97, 100
3. 4 – 16 – 37 – 58 – 89 – 145 – 42 – 20 – 4
4. Non
5. Non
6. Non; Non
7. Les quatre premiers nombres parfaits sont : 6, 28, 496, 8 128
8. Les nombres imparfaits de 1 à 20 : 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 17, 19
   Les nombres abondants de 1 à 20 : 12, 18, 20
   Remarque que tous les nombres premiers sont imparfaits. Pourquoi?

Prolongement

Trouve une autre paire de nombres amiables.

Feuille à reproduire : Les nombres heureux et leurs amis

La théorie des nombres est une branche fascinante des mathématiques qui étudie les caractéristiques des nombres entiers. En voici quelques exemples simples.

Les nombres heureux

Un nombre heureux est un nombre entier pour lequel la somme des carrés des chiffres le composant donne éventuellement 1.

19 est-il un nombre heureux?

Calcule la somme des carrés des chiffres le composant : $1^2 + 9^2 = 1 + 81 = 82$

Si le résultat est 1, arrête; sinon, répète le processus.

Calcule la somme des carrés des chiffres composant le nombre 82 :
$8^2 + 2^2 = 64 + 4 = 68$

$6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$

$1^2 + 0^2 + 0^2 = 1$

Arrête! Le résultat est 1.

Le nombre 19 est donc un nombre heureux!

1. Détermine si, oui ou non, 11 est un nombre heureux.
2. Vingt des 100 premiers nombres entiers sont heureux. Découvre-les. Utilise des raccourcis si tu en trouves.
3. Tous les nombres qui ne sont pas heureux entrent dans un cycle répétitif de huit nombres. Tu l'as peut-être remarqué aux étapes précédentes. Le cycle ne se termine jamais : il se répète et ne donne jamais 1. Quel est ce cycle de huit nombres?
4. La somme de deux nombres heureux donne-t-elle toujours un nombre heureux?
5. Le produit de deux nombres heureux est-il toujours un nombre heureux?
6. 1998 est-il un nombre heureux? Et 2000?

Les nombres heureux et leurs amis : Reimer, W. et L. Reimer, « Les nombres heureux et leurs amis, » *Historical Connections in Mathematics*. Copyright © 1992, AIMS Education Foundation

Les nombres parfaits

Un nombre parfait est un nombre entier qui est égal à la somme de ses facteurs, c.-à-d., les facteurs autres que le nombre lui-même.

6 est un nombre parfait parce que la somme de ses facteurs est égale à 6 : $1 + 2 + 3 = 6$

Les nombres parfaits ne sont pas communs, mais il y en a un autre parmi les nombres inférieurs à 30.

7. Peux-tu le découvrir? Peux-tu en trouver d'autres?

Nombres abondants et nombres déficients

Comme nous l'avons constaté précédemment, beaucoup de nombres ne sont pas parfaits. Certains nombres sont abondants, d'autres déficients. Un nombre abondant est un nombre entier dont la somme des facteurs est supérieure au nombre lui-même. Par exemple, 12 est un nombre abondant, car

$$1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16 > 12.$$

À l'inverse, 8 est un nombre déficient parce que la somme de ses facteurs est inférieur à 8 :

$$1 + 2 + 4 = 7 < 8.$$

8. Prends les nombres de 2 à 20 et détermine lesquels sont parfaits, abondants et déficients. S'en dégage-t-il une régularité? Peux-tu en dire davantage sur ces catégories de nombres si tu étudies aussi les nombres allant de 12 à 50? Ou à 100?

Nombres amiables

Les nombres amiables, ou amicaux, sont des paires de nombres tels que chacun d'eux est égal à la somme des facteurs de l'autre. Les plus petits nombres amiables sont 220 et 284.

La somme des facteurs de 220 est :

$$1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284$$

La somme des facteurs de 284 est :

$$1 + 2 + 4 + 71 + 142 = 220$$

Renseignements pour l'enseignant : Les chiffres romains

Compétences requises

- compréhension de la lecture

Matériel

- papier et crayon

Quand doit-on utiliser cette activité?

Cette activité peut être effectuée en tout temps.

Suggestions d'enseignement

Demander aux élèves de travailler par paires ou par petits groupes et demander à un élève de lire les renseignements aux autres membres du groupe.

Solutions

1.

Chiffres romains	Chiffres arabes
XXIX	29
XXXV	35
MCD	1 400
CLIX	159
MMXIV	2 014
MDCCXCIV	1 794
MCMXCVIII	1 998

2. LXXXXVIIII
3. XLIX = [50 – 10] + [10 – 1] = 49
4. Les chiffres arabes et romains font partie de la longue histoire de l'évolution du calcul. Essentiellement, il est plus facile de faire des calculs à l'aide de chiffres arabes. Les chiffres arabes ont un zéro.
5. 494 = CDXCIV = CCCCLXXXXIIII

Feuilles à reproduire : Les chiffres romains

Lis l'encadré suivant. Ensuite, réponds aux questions. Prends soin de montrer toutes les étapes qui ont été nécessaires pour arriver à ta réponse.

Tels Dracula, les chiffres romains quittent leur cercueil au milieu de la nuit et s'estampillent sur des édifices, se glissent dans des livres, numérotent des chapitres et pénètrent dans les ébauches de travaux. Les chiffres romains n'ont rien de mystérieux et les décoder peut même devenir un passe-temps amusant.

Voici les lettres utilisées pour symboliser les nombres dans le système de numération des Romains :

I	=	1	C	=	100
V	=	5	D	=	500
X	=	10	M	=	1 000
L	=	50	Il n'y a pas de zéro.		

Pour déchiffrer un nombre, il suffit d'additionner les nombres de gauche à droite (des plus gros aux plus petits).

Chiffres romains	**Chiffres arabes**
II	1 + 1 = 2
III	1 + 1 + 1 = 3
VIII = V + III	5 + 3 = 8
XXVII = XX + V + II	10 + 10 + 5 + 2 = 27
LXXXVI = L + XXX + V + I	50 + 30 + 5 + 1 = 86
CCLI = CC + L + I	200 + 50 + 1 = 251
MMMCCCVI = MMM+CCC + V + I	3 000 + 300 + 6 = 3 306

Les Romains, tout comme la plupart d'entre nous, étaient toujours à la recherche de manières de simplifier les choses et, après un certains temps, ont introduit les soustractions pour raccourcir les nombres les plus longs. La soustraction ne touche que les nombres 4 et 9, où qu'ils se trouvent, y compris dans 14, 19, 24, 29, etc. ainsi que dans 40 et 90, 400 et 900, et 4 000 (techniquement, les chiffres romains ne dépassaient pas 4 999). Il s'agit donc de soustraire les chiffres plus petits qui précèdent les chiffres plus gros : au lieu d'écrire MMMMCCCCXXXXIIII (4 444), on peut écrire avec plus de ***concision*** MMMMCDXLIV (4 000 + [500 – 100] + [50 – 10] + [5 – 1]). Voici quelques exemples plus faciles :

IV	=	V – I	=	4
IX	=	X – I	=	9
XIV	=	X + (V – I)	=	14
XL	=	L – X	=	40
XCIX	=	(C – X) + (X – I)	=	99

Il est littéralement impensable d'additionner et de soustraire des chiffres romains ou de les multiplier et les diviser, ce qui explique leur disparition.

concision : (nom f.) qualité de ce qui s'exprime en peu de mots

Les chiffres romains : Réimpression avec permission de l'agence littéraire Mary Blocksma, *Reading the Numbers* par Mary Blocksma, © 1989 par Mary Blocksma.

1. Remplis le tableau suivant :

Chiffres romains	Chiffres arabes
XXIX	
	35
MCD	
	159
MMXIV	
	1 794
MCMXCVIII	

2. Si les Romains n'avaient pas pensé à la soustraction pour écrire les 4 et les 9, comment auraient-ils écrit 99?

3. Montre comment le nombre romain XLIX est équivalent au nombre arabe 49.

4. Pourquoi les chiffres arabes ont-ils remplacé les chiffres romains dans l'usage courant?

5. Donne deux façons différentes d'écrire 494 en chiffres romains.

Renseignements pour l'enseignant : Les balances

Compétences requises

- arithmétique
- raisonnement logique

Matériel

- papier et crayon

Quand doit-on utiliser cette activité?

Cette activité peut être effectuée en tout temps.

Suggestions d'enseignement

La notion de balance peut être difficile à comprendre pour les élèves. Faites les exemples avec les élèves en utilisant le rétroprojecteur.

Solutions

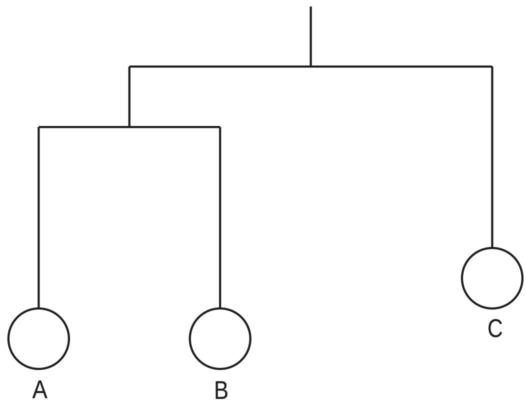
1. A = 5; B = 5; D = 2,5; E = 2,5 (kg)
2. B = 7; C = 7; D = 14; E = 7; F = 3,5; G = 3,5 (kg)
3. A = 64; B = C = 32; D = E = F = 8; G = H = 4; I = 32; J = 64; K = 64; L = 128; M = 32; N = 16; 0 = 8; P = 4; R = 2 (g)

Les balances : Tiré de Reimer, W. et L. Reimer. « Balances », *Historical Connections in Mathematics*. Copyright © 1992, AIMS Educational Foundation.

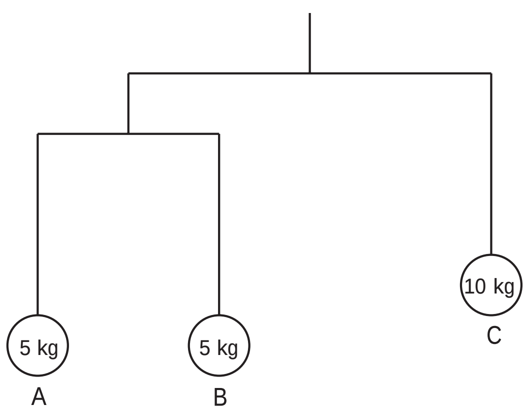
Feuilles à reproduire : Les balances

Dans chacun des mobiles suivants, les poids attachés doivent être en équilibre les uns avec les autres.

Exemple : Le poids total est 20 kg.

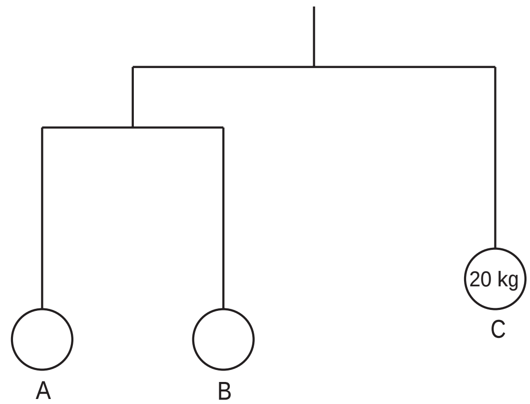


Dans ce mobile, le poids A doit être égal au poids B pour que cette partie du mobile soit en équilibre. Pour que tout le mobile soit en équilibre, A + B = C, le poids C doit être de 10 kg. Le mobile complété est illustré ci-contre.



Les balances : Reimer, W. et L. Reimer. « Les balances » *Historical Connections in Mathematics*. Copyright © 1992, AIMS Educational Foundation.

Maintenant, détermine les poids manquants du mobile ci-dessous :

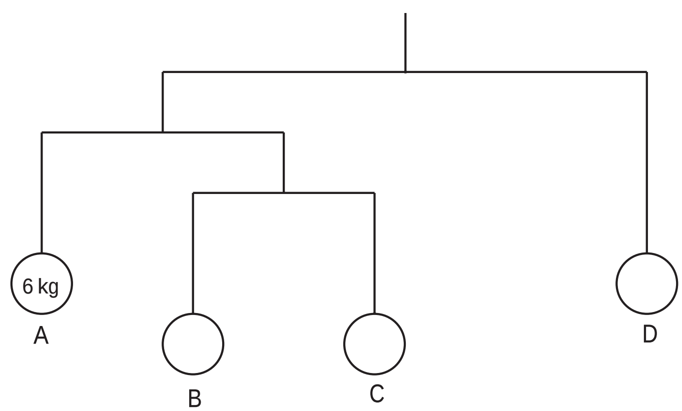


En voici un autre à essayer :

Remarque que B + C = A, et B = C.

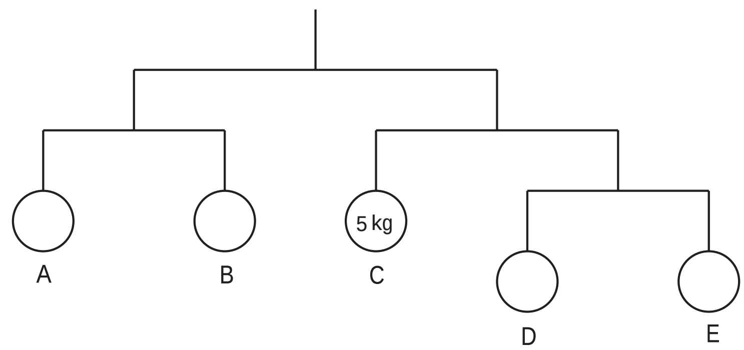
Pour trouver D, il faut comprendre que A + B + C = D.

D = ____________________

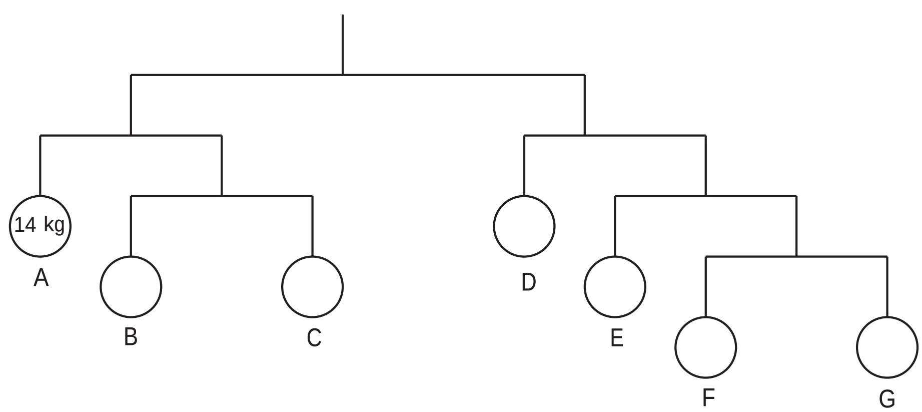


Maintenant essaie ceux-ci :

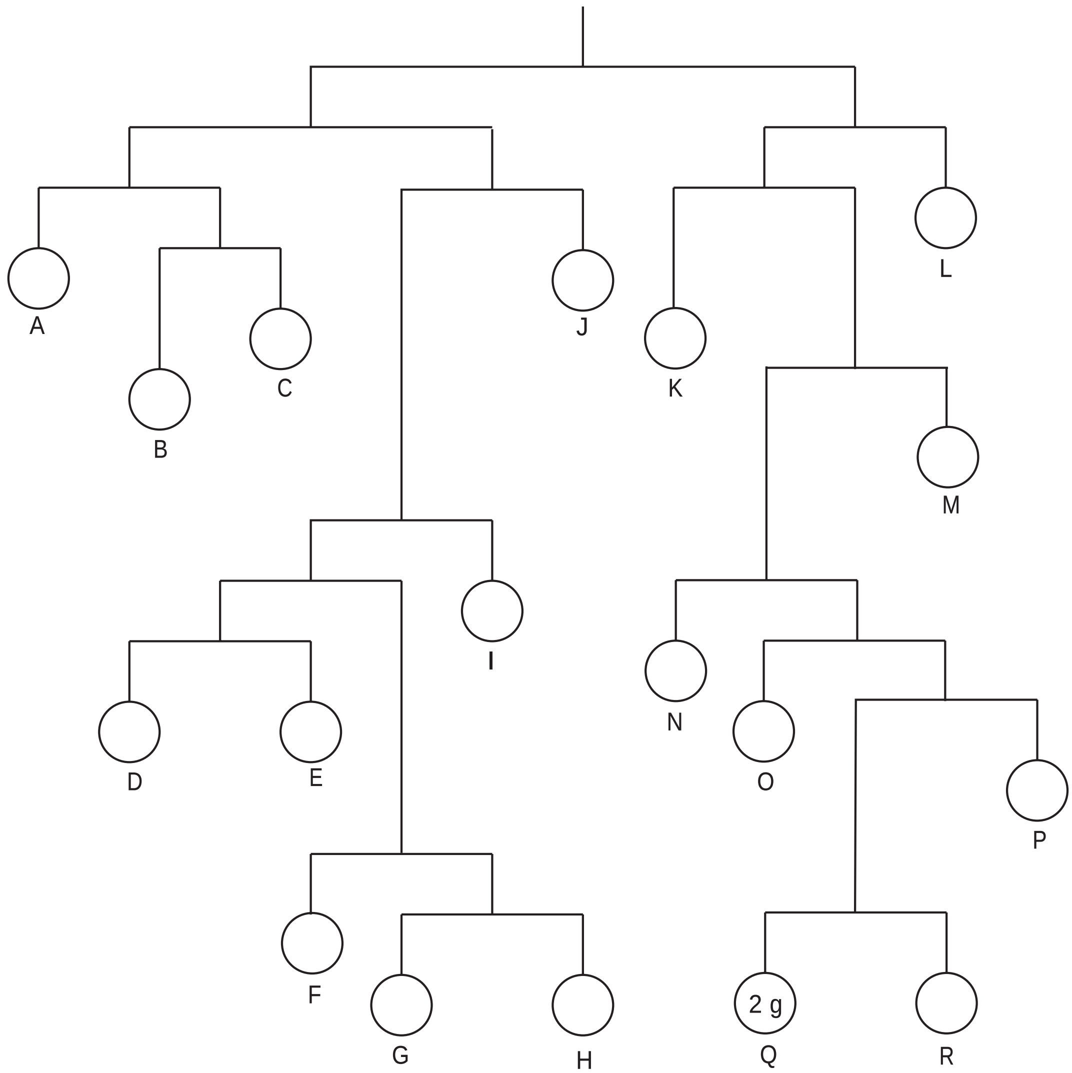
1.



2.



3.



4. ***Conçois*** un mobile en équilibre inspiré des précédents. N'oublie pas de fournir le corrigé. Échange tes questions avec un camarade de classe.

concevoir : (v.) créer, imaginer

Renseignements pour l'enseignant : Additions de surface I

Compétences requises

- arithmétique simple
- visualisation spatiale

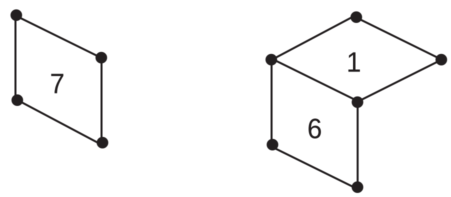
Quand doit-on utiliser cette activité?

Cette activité peut être effectuée en tout temps.

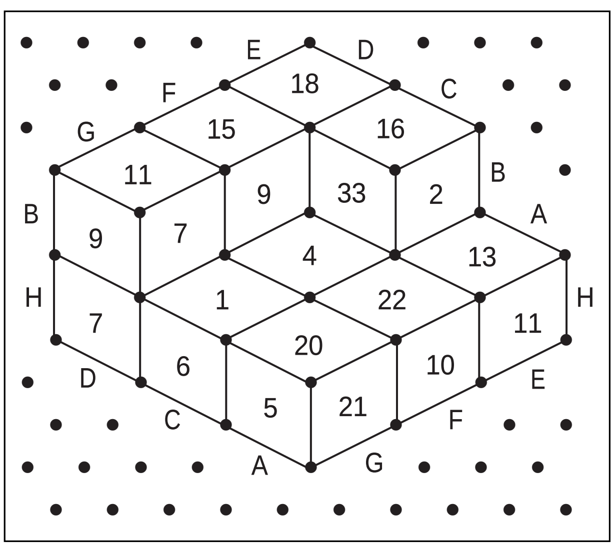
Suggestions d'enseignement

Commencez le casse-tête avec les élèves. Affichez le casse-tête à l'aide du rétroprojecteur et examinez les endroits où pourraient aller les pièces. Placez les deux pièces qui ne peuvent aller qu'à un seul endroit.

Par exemple :



Solution



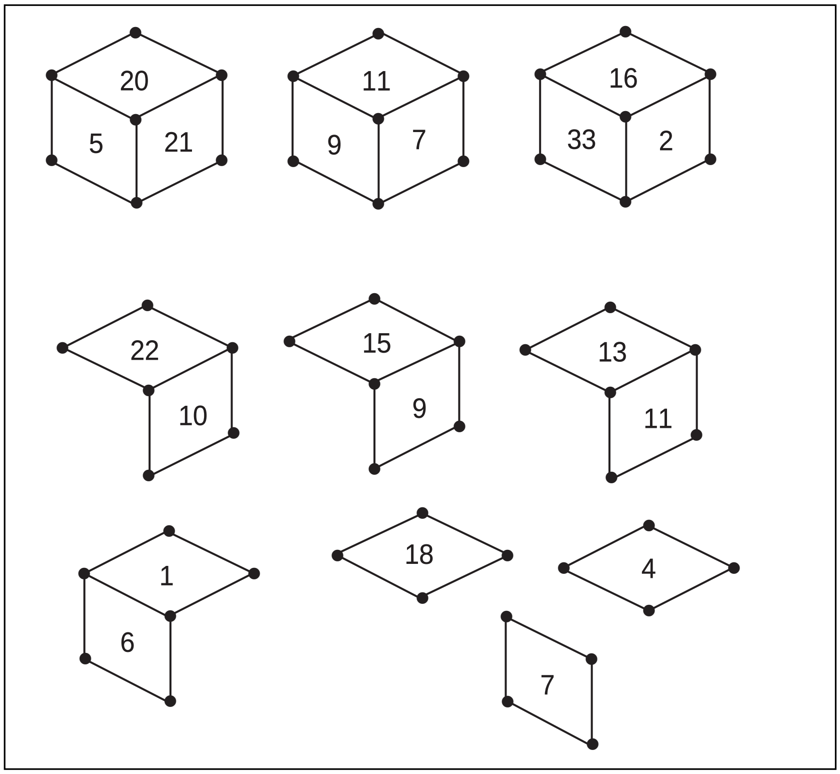
Note : Il y a deux pièces que l'on peut poser immédiatement : la pièce unique « 7 » sur D et la pièce « 1/6 » sur C. En continuant sur la ligne C, il faut soit 18, soit 4 et deux côtés des cubes pour obtenir 53. Les deux côtés du cube à la ligne C peuvent avoir un total possible de 25, 20 ou 49. Seulement 49 se combinera à 4 pour donner 53. Donc, la ligne C est complétée et la pièce « 18 » devra aller dans le coin (sous D, E). Si nous suivons la ligne E, nous avons 18 + 16 + 2 = 36. Il nous faut 24 et nous avons deux possibilités avec les pièces « 15/9 » et « 10/11 ». Si nous vérifions la ligne D, nous avons déjà 18 + 7 = 25. Il nous faut 35 de plus à partir de deux côtés d'un cube et soit 15 soit 23. Les cubes restants ont pour somme 25 ou 20 sur les deux côtés qu'il nous faut. Seulement 20 + 15 = 35. Par conséquent, la pièce « 15/9 » va sur la ligne F et la pièce « 13/11 » va sur ligne E. Les deux dernières pièces s'insèrent comme il est indiqué ci-dessus.

Prolongement

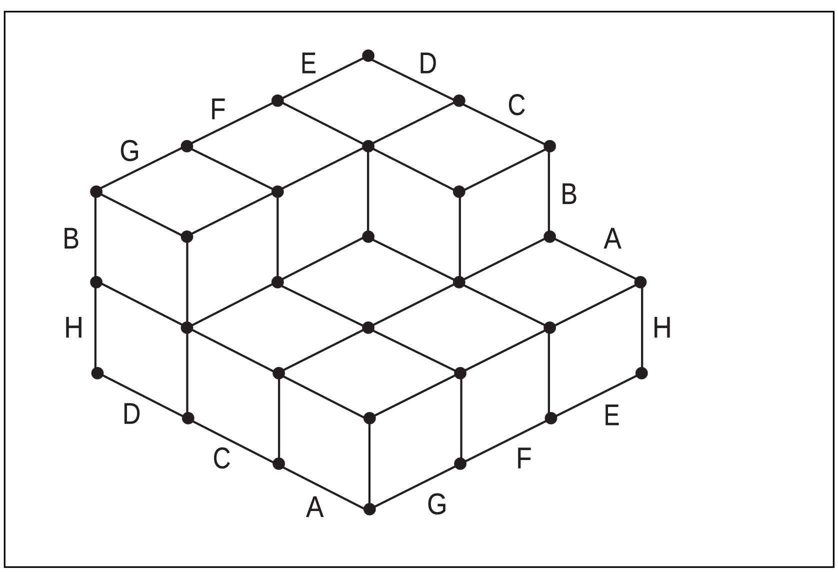
- Les élèves peuvent modifier le nombre cible et faire un nouveau casse-tête à partir de la même structure.
- Les élèves peuvent dessiner une structure différente à l'aide de papier isométrique et créer leur propre casse-tête.

Feuilles à reproduire : Additions de surface I

Insère les pièces ci-dessous dans le diagramme de façon à ce que les nombres sur les surfaces de chaque rangée lettrée (de A à A, de B à B, etc.) totalisent le nombre cible. Ne fais pas pivoter les pièces et n'essaie pas d'insérer une pièce dans une section du diagramme qui ne correspond pas exactement à la pièce.



Nombre cible : 60



Prolongement

Nombre cible :