

Unité F : Probabilité et échantillonnage

Demi-cours II

DEMI-CRÉDIT II

Unité F : Probabilité et échantillonnage

Durée : 18 heures

Résultat d'apprentissage général :

Utiliser les probabilités et les méthodes d'échantillonnage pour prendre et justifier des décisions dans des situations concrètes.

Dans le cadre de cette unité, l'élève étudiera les probabilités et les méthodes d'échantillonnage dans un cadre expérimental.

Résultats d'apprentissage spécifiques

- F-1 À l'aide de diverses méthodes d'échantillonnage, estimer la population.
- F-2 Utiliser des données d'échantillon pour prendre des décisions.
- F-3 Appliquer la probabilité et les méthodes d'échantillonnage aux situations de la vie réelle.

PROBABILITÉ ET ÉCHANTILLONNAGE

Matériel d'appui

- Calculatrice
- Règle
- Papier quadrillé
- Matériel additionnel
 - craquelins orange et blanc Pepperidge Farm
 - dés
 - cents
- *Explorations 10 – Les mathématiques au quotidien*

Relations avec les unités « *Analyse de problèmes* » et « *Analyse de jeux et de nombres* »

En principe, chacune des activités des unités « *Analyse de problèmes* » et « *Analyse de jeux et de nombres* » peut être intercalée dans l'ensemble de problèmes de l'unité « *Probabilités et échantillonnage* ».

**RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS**

Résultat général

Utiliser les probabilités et les méthodes d'échantillonnage pour prendre et justifier des décisions dans des situations concrètes.

Résultats spécifiques

F-1 À l'aide de diverses méthodes d'échantillonnage, estimer la population.

✓ Communications	Régularités
✓ Liens	Résolution de problèmes
✓ Raisonnement	Technologie de l'information
Sens du nombre	
Organisation et structure	✓ Visualisation

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Il est recommandé que les élèves :

- travaillent en groupes pour réaliser les activités et consigner leurs résultats;
- fassent et justifient leurs propres prédictions;
- acceptent de prendre des risques en faisant des prédictions;
- utilisent des objets concrets, par exemple des dés, des cartes, des pièces de monnaie, des cubes, et ainsi de suite pour augmenter le réalisme de leurs activités;
- conçoivent des projets ayant trait à la vie quotidienne.

F-1.1 L'échantillonnage vise essentiellement à en apprendre davantage au sujet d'un ensemble quelconque (la population) par l'examen d'une partie (échantillon) de l'ensemble en question. On ne peut pas surestimer l'importance de bonnes stratégies de collecte de données si on espère établir des conclusions significatives à partir de l'analyse des données. Chacune des méthodes d'échantillonnage au hasard énumérées ci-dessous peut être utilisée pour déterminer la taille, les caractéristiques ou les deux d'une population particulière.

1. *Échantillonnage en grille* — Cette méthode utilise une grille rectangulaire pour effectuer l'échantillonnage d'une population particulière.
2. *Capture et recapture* — Cette méthode est fondée sur l'hypothèse selon laquelle si on capture un nombre suffisant d'animaux d'une espèce donnée, qu'on les identifie à l'aide d'une étiquette et qu'on les relâche, la fraction des animaux étiquetés d'un échantillon suffisamment large d'animaux recapturés au hasard sera équivalente à celle qui s'applique à la population entière des animaux en question.

Termes dont il y a lieu de souligner l'importance :

- *Population* — L'ensemble du groupe de personnes/animaux/objets au sujet duquel on veut obtenir de l'information.
- *Échantillon* — Nombre (habituellement restreint) de la population à l'étude qui fait l'objet d'un examen pour obtenir de l'information sur la population elle-même.
- *Échantillon pris au hasard* — Échantillon d'une population dont tous les membres ont une chance égale d'être sélectionnés. Un échantillon pris au hasard est habituellement représentatif de la population à l'étude.
- *Échantillon biaisé* — Échantillon qui n'est pas représentatif de l'ensemble d'une population. Certains segments de la population sont soit surreprésentés, soit sousreprésentés.
- *Échantillon sans biais* — Échantillon dont la variation correspond à celle de la population à l'étude, c'est-à-dire, chaque segment de la population est représenté dans l'échantillon.

—suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Une biologiste voulait déterminer l'efficacité d'une certaine marque d'herbicide. À cette fin, il a d'abord fallu qu'elle détermine le nombre de mauvaises herbes dans la parcelle de terrain à l'étude. Elle a donc divisé la parcelle de terrain en 50 sections et elle en choisi 10 au hasard pour constituer son échantillon. Le nombre de mauvaises herbes dénombrées dans les sections échantillonnées s'établissait à : 16, 35, 18, 6, 22, 19, 31, 22, 4, et 0.

- a) Déterminez le nombre total des mauvaises herbes dénombrées dans les sections échantillonnées. (173)
- b) Déterminez le nombre estimatif des mauvaises herbes présentes sur l'ensemble de la parcelle de terrain.

$$\frac{173}{10} = \frac{n}{50}$$

$$\frac{(173)(50)}{10} = n$$

$$865 = n$$

Par conséquent, le nombre estimatif de mauvaises herbes sur cette parcelle de terrain s'élève à 865.

- c) Quel serait l'effet sur la population estimative des mauvaises herbes si l'on sélectionnait un échantillon moins nombreux? (Plus l'échantillon est petit, moins la représentation de la population sera conforme à la réalité. Par conséquent, l'estimation de la population pourrait être soit surestimée, soit sous-estimée.

Calcul mental

Déterminez la valeur manquante dans chaque proportion d'échantillonnage.

a) $\frac{8}{5} = \frac{n}{20}$ (32)

b) $\frac{15}{8} = \frac{n}{40}$ (75)

c) $\frac{25}{10} = \frac{n}{200}$ (500)

Ressources imprimées

Mathématiques du consommateur, 10^e année, Deuxième cours d'un demi-crédit destiné à l'enseignement à distance, Winnipeg, MB, Éducation et formation professionnelle Manitoba, 2000.
— Module 6, Leçon 1

Montesanto, Ralph et David Zimmer. *Traitement des données : Probabilité et échantillonnage*, Éducation et Formation professionnelle, Manitoba, 2000.

Baron, Celia, Rick Wunderlich et Leanne Zorn. *Explorations 10 – Les mathématiques au quotidien*, Vancouver, C.-B. : ministère de l'Éducation de la Colombie-Britannique, 2002, Chapitre 6.
ISBN 0-7726-4675-9

NOTE : Vous trouverez dans la colonne *Notes* des définitions pour certains termes qui risquent d'être inconnus par vos élèves.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

F-1 À l'aide de diverses méthodes d'échantillonnage, estimer la population.
— suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

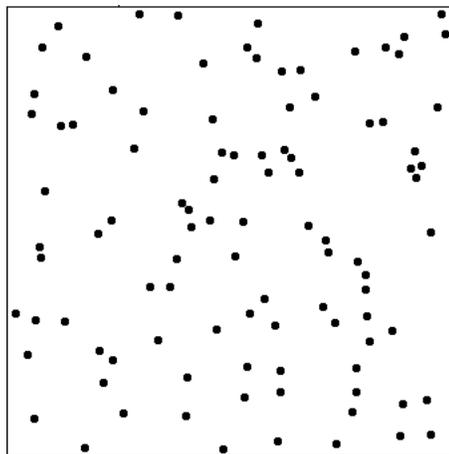
F-1.2 Méthodes d'échantillonnage au hasard
Échantillonnage en grille — Peut être utilisé pour calculer la population faunique estimative dans un secteur donnée.

Démarche

1. Identifiez la population à l'étude et le secteur où l'échantillonnage aura lieu.
2. Divisez le secteur en sections égales désignées par des numéros ou par des lettres (carrés ou rectangles).
Note : l'utilisation de long rectangles étroits pourrait donner un échantillon davantage représentatif.
3. Sélectionnez au hasard les sections d'étude. Pour ce faire, utiliser le nombre au hasard généré par un tableur, un tableau de nombres au hasard déjà produits, ou de petites cartes portant des numéros ou des lettres correspondant à des sections de la grille.
4. Dénombrer les animaux dans chaque section sélectionnée au hasard.
5. Déterminez le nombre total des animaux dénombrés dans les sections sélectionnées au hasard.
6. Utilisez la proportionnalité pour calculer la population estimative dans le secteur donné.

Exemple

Le diagramme ci-dessous représente une vue aérienne d'un marais forestier. Chaque point représente un canard. Utilisez la méthode d'échantillonnage en grille pour déterminer le nombre total des canards dans le marais.



✓ Communications	Régularités
✓ Liens	Résolution de problèmes
✓ Raisonnement	Technologie de l'information
Sens du nombre	
Organisation et structure	✓ Visualisation

—suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Un élève de 10^e année voulait déterminer le nombre de papillons qui s'arrêtent dans l'arrière-cour de sa maison un jour d'été.

Elle a donc capturé 20 papillons qu'elle a « étiquetés » en marquant leur aile gauche d'un point blanc inoffensif. Plusieurs jours plus tard, elle en capturé 10 autres et constaté que quatre d'entre eux étaient « étiquetés ».

- a) Utilisez la règle de trois pour déterminer le nombre estimatif de papillons dans sa cour ce jour-là.

Solution

$$\frac{4}{10} = \frac{20}{n}$$

$$4 \times n = 10 \times 20$$

$$n = \frac{10 \times 20}{4}$$

$$n = 50$$

Par conséquent, le nombre estimatif de papillons s'élève à 50.

- b) Ce nombre est-il égal au nombre réel de papillons?

Solution

Non. Il s'agit d'un nombre approximatif. Le nombre de papillons varie d'une journée à l'autre. L'échantillonnage sur plusieurs jours sur une période de temps permettrait d'obtenir une estimation plus précise.

- c) Quels problèmes le recours à cette méthode entraîne-t-il sur le plan pratique?

Solution

Il n'y a aucune limite de sa cour qui permette de « contenir » les papillons. Il pourrait aussi être difficile de les capturer. Et les populations pourraient varier en fonction des conditions du temps et de l'heure de la journée.

Calcul mental

Déterminez la valeur manquante dans chaque proportion d'échantillonnage.

a) $\frac{2}{20} = \frac{30}{n}$ (300)

b) $\frac{5}{40} = \frac{30}{n}$ (240)

c) $\frac{6}{15} = \frac{60}{n}$ (150)

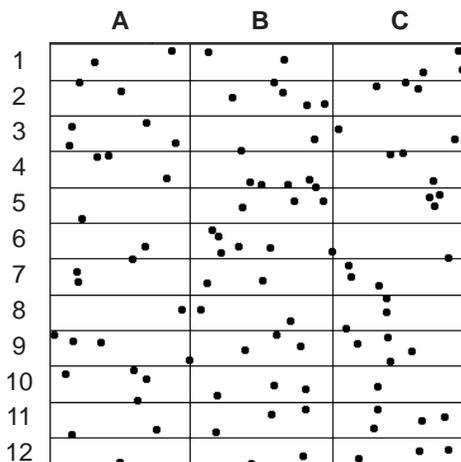
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

F-1 À l'aide de diverses méthodes d'échantillonnage, estimer la population.
— suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Solution

- Divisez cette parcelle du marais en sections égales numérotées (carrés ou rectangles). **Note** : l'utilisation de long rectangles étroits pourrait donner un échantillon davantage représentatif.



- Sélectionnez au hasard les sections qui seront examinées. Pour ce faire, utilisez le nombre au hasard généré par un tableur, un tableau de nombres au hasard déjà produits, ou de petites cartes portant des numéros ou des lettres correspondant à des sections de la grille.
- Les sections sélectionnées au hasard sont : A5, A7, B11, B1, B9 et C4.
- Comptez le nombre de canards dans chacune des sections sélectionnées au hasard.
- A5(1), A7(3), B11(3), B1(2), B9(3) et C4(3).
- Calculez le nombre total de canards dénombrés dans les sections échantillonnées. Total = 15.
- Utilisez la règle de trois pour calculer la population estimative des canards dans la parcelle à l'étude.

$$\frac{\text{Nombre de canards dans l'échantillon}}{\text{Nombre de sections échantillonnées}} = \frac{\text{Nombre total de canards dans le marais}}{\text{Nombre total de sections}}$$

$$\frac{15}{6} = \frac{n}{36}$$

$$\frac{(15)(36)}{6} = n$$

$$90 = n$$

Par conséquent le nombre estimatif de canards dans le marais s'élève à 90 (dénombrement actuel = 100)

Note : Les élèves/groupes peuvent décider s'il y a lieu de compter un canard qui se trouve sur une ligne séparant deux rectangles.

✓ Communications	Régularités
✓ Liens	Résolution de problèmes
✓ Raisonnement	Technologie de l'information
Sens du nombre	
Organisation et structure	✓ Visualisation

—suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes additionnels de capture et de recapture

1. Supposez que des naturalistes capturent, étiquettent et relâchent 40 chevreuils dans une forêt. Quelques semaines plus tard, ils capturent un échantillon de 100 chevreuils, dont 8 portent une étiquette. Quelle est la population estimative des chevreuils dans la forêt? (500)
2. Supposez que l'école secondaire dans une petite ville compte 900 élèves (échantillon étiqueté). Un échantillon au hasard de la population de la ville compte 15 élèves de niveau secondaire. Quelle est la population estimative de la population de la ville? (6 000)
3. En milieu naturel, certains animaux sont plus facilement piégés que d'autres. Il est donc plus facile de les capturer et de les étiqueter une première fois et il est habituellement plus facile de les capturer de nouveau. Ainsi, un tel animal étiqueté en tant que membre d'un premier échantillon est aussi susceptible d'être capturé de nouveau dans le cadre d'un deuxième échantillonnage. Quel serait l'effet de cette caractéristique sur l'estimation de la population? Montre tes calculs pour justifier ta réponse.

Solution possible

Si un nombre d'animaux facilement piégés sont étiquetés, puis recapturés, la proportion d'animaux étiquetés dans l'échantillon de recapture serait plus élevée que prévu. Ainsi, la population d'animaux serait sous-estimée.

Soit un échantillon de 50 animaux étiquetés et un échantillon de 20 animaux recapturés.

Peu d'animaux facilement piégés

De nombreux animaux facilement piégés

$$\frac{2}{20} = \frac{50}{n} \quad (500)$$

$$\frac{8}{20} = \frac{50}{n} \quad (125)$$

4. Si certains animaux perdent leur étiquette durant l'étude dans le cadre de la méthode de capture et de recapture, quel sera l'effet de la perte de l'étiquette sur l'estimation de la population? Montre tes calculs pour justifier ta réponse.

Solution possible

Si un certain nombre des animaux étiquetés perdent leur étiquette et sont recapturés par la suite, la proportion d'animaux étiquetés dans l'échantillon recapturé serait plus petite que prévue. Ainsi, la population des animaux serait surestimée.

Soit un échantillon de 50 animaux étiquetés et un échantillon de 20 animaux recapturés.

Peu d'animaux perdent leur étiquette

De nombreux animaux perdent leur étiquette

$$\frac{8}{20} = \frac{50}{n} \quad (125)$$

$$\frac{2}{20} = \frac{50}{n} \quad (500)$$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

F-1 À l'aide de diverses méthodes d'échantillonnage, estimer la population.
— suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Notes

- Demandez à divers groupes d'élèves d'utiliser des nombres au hasard différents. Recueillir les données des groupes et déterminer la population estimative « moyenne ».
- Reprenez l'exercice en utilisant des grilles de taille ou de forme différente.
- Discutez des effets résultant de la variation de la taille de l'échantillon, c.-à-d., du nombre de sections échantillonnées.

F-1.3 Méthode de capture et de recapture

Simulation

Matériel : craquelins sous forme de poissons Pepperidge Farm de couleur orange et de couleur blanche. (Un sac contient environ 300 poissons), 1 grand bol (l'étang), 1 pelle

Méthode

1. Divisez les élèves en groupes de 3 ou de 4.
2. Remettez à chaque groupe un « étang » contenant le même nombre de poissons oranges (de 50 à 100).
3. Remettez à chaque groupe un contenant de 15 poissons blancs.
4. Capturez 15 poissons oranges. Simuler leur étiquetage en les remplaçant par des poissons blancs et remettez-les dans l'étang. C'est l'étape de la capture.
5. Agitez bien l'étang.
6. Capturez les poissons de nouveau en « capturant » un échantillon d'environ 10 poissons. Dénombrez les poissons étiquetés et non étiquetés dans l'échantillon.
7. Répétez l'expérience quatre fois pour voir dans quelle mesure les nombres varient. Déterminez le nombre « moyen » de poissons étiquetés et non étiquetés faisant partie des échantillons sélectionnés.
8. Construisez une règle de trois pour déterminer la population estimative des poissons.
9. Recueillez les résultats de la classe et calculez la moyenne estimative du nombre de poissons dans l'étang.
10. Demandez à chaque groupe de compter le nombre de poissons dans leur étang et de le comparer au nombre estimatif de leur groupe et au nombre estimatif de la classe. Discuter des résultats.
11. Une fois l'exercice terminé, savourez les échantillons!

✓ Communications	Régularités
✓ Liens	Résolution de
✓ Raisonnement	problèmes
Sens du nombre	Technologie de
Organisation et	l'information
structure	✓ Visualisation

—suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Une compagnie spécialisée dans la fabrication de pièces de monnaie est en train de frapper une pièce commémorative spéciale. La frappe doit s'effectuer sur plusieurs presses à monnayer, et ce pendant plusieurs semaines. On envisage de frapper 100 000 exemplaires de cette pièce de monnaie. Pour en vérifier la qualité, les spécialistes du contrôle de la qualité ont pris un échantillon de 80 pièces au fur et à mesure qu'une presse les produisait. Ils ont placé chacune des pièces de monnaie sur une balance pour en déterminer la masse. La distribution des masses est reproduite dans le tableau ci-dessous.

Masse des pièces (g)	Fréquence	Fréquence en pourcentage
4,00	8	
4,25	18	
4,50	28	
4,75	16	
5,00	10	
Total	80	

- Calculez la fréquence en pourcentage de chacune des masses.
- Construisez un histogramme de la masse des pièces de monnaie par rapport à leur fréquence en pourcentage.
- Pensez-vous que cet échantillon représente avec suffisamment de précision les masses des 100 000 pièces de monnaie qui seront frappées? Explique.
- Quels facteurs les spécialistes du contrôle de la qualité devraient-ils prendre en considération pour constituer un échantillon sans biais et représentatif des 100 000 pièces de monnaie?

Solution

a)

Masse des pièces (g)	Fréquence	Fréquence en pourcentage
4,00	8	10,0 %
4,25	18	22,5 %
4,50	28	35,0 %
4,75	16	20,0 %
5,00	10	12,5 %
Total	80	100 %

-suite

**RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS**

F-1 À l'aide de diverses méthodes d'échantillonnage, estimer la population.
— suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Exemple de solution (100 poissons dans l'étang)

Échantillon	Nombre de poissons « étiquetés »
1	1
2	2
3	1
4	0
5	3
Moyenne	1,4

$$\frac{\text{nombre de poissons étiquetés dans l'échantillon}}{\text{nombre de poissons dans l'échantillon}} = \frac{\text{nombre de poissons étiquetés dans la population}}{\text{nombre de poissons dans la population}}$$

$$\frac{1,4}{10} = \frac{15}{n}$$

$$1,4 \times n = (10)(15)$$

$$n = \frac{(10)(15)}{1,4}$$

$$n = 107$$

Le nombre estimatif de poissons dans l'étang s'élève à 107.

Notes

- On pourrait varier cet exercice de simulation en utilisant des poissons différents, par exemple deux couleurs différentes de perles, des bonbons M&M et des Skittles marqués à l'aide d'un marqueur non toxique.
- On pourrait aussi tracer le graphique des résultats des groupes et de la classe.

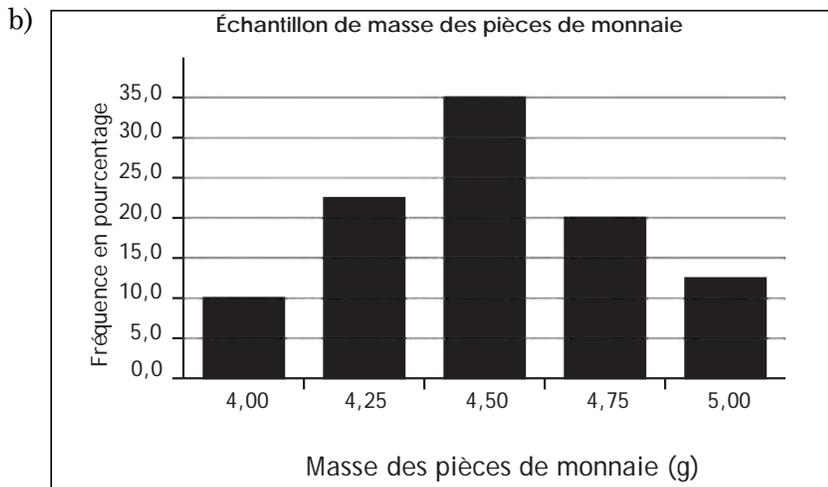
✓ Communications	Régularités
✓ Liens	Résolution de problèmes
✓ Raisonnement	Technologie de l'information
Sens du nombre	
Organisation et structure	✓ Visualisation

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Solution — suite



- c) Cet échantillon ne constitue pas un bon échantillon. Il a été pris à partir d'une seule presse, et une seule fois. L'échantillon pourrait aussi être trop petit.
- d) Parmi les facteurs que les spécialistes du contrôle de la qualité devraient prendre en considération, signalons :
- la prise d'échantillons à partir de plusieurs presses;
 - la prise d'échantillons à divers moments;
 - la prise d'un échantillon plus grand.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

F-1 À l'aide de diverses méthodes d'échantillonnage, estimer la population.
— suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Exemple 1

Un garde-chasse capture 200 truites au filet dans un lac du nord du Manitoba et il les étiquette. Deux mois plus tard, il capture 50 truites au filet, dont 4 truites étiquetées. Utilisez la règle de trois pour déterminer la population estimative des truites dans le lac.

Solution

$$\frac{4}{50} = \frac{200}{n}$$

$$4 \times n = 50 \times 200$$

$$n = \frac{50 \times 200}{4}$$

$$n = 2\,500$$

Par conséquent, le nombre estimatif de truites dans le lac s'élève à 2 500.

Exemple 2

Un garde-chasse capture 80 élans dans un parc provincial du Manitoba et il les étiquette. Deux mois plus tard, il capture 20 élans, dont 2 élans étiquetés. Utilisez la règle de trois pour déterminer le nombre estimatif d'élans dans le parc.

Solution

$$\frac{2}{20} = \frac{80}{n}$$

$$2 \times n = 20 \times 80$$

$$n = \frac{20 \times 80}{2}$$

$$n = 800$$

Par conséquent, le nombre estimatif d'élans s'élève à 800.

✓ Communications	Régularités
✓ Liens	Résolution de problèmes
✓ Raisonnement	Technologie de l'information
Sens du nombre	
Organisation et structure	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Les élèves d'une classe de 10^e année ont préparé un sondage comportant la question suivante : « Pensez-vous que l'âge légal pour boire devrait être porté à 21 ans? » Ils ont sélectionné un échantillon au hasard d'élèves dans leur école et obtenu les résultats présentés dans le tableau suivant.

Porter l'âge légal de boire à 21			
	Oui	Non	% de Oui
10 ^e année	25	20	
11 ^e année	15	20	
12 ^e année	10	20	
Total	50	60	

- a) Combien d'élèves de chaque niveau ont été interrogés dans le cadre du sondage?
- b) Si l'échantillon total représente 20 % des élèves de l'école, déterminez la population étudiante totale.
- c) Déterminez le pourcentage des élèves interrogés qui ont répondu « Oui ».
- d) Quelle est la probabilité qu'un élève de secondaire 3 sélectionné au hasard dans cette école réponde « Non » à cette question?
- e) Déterminez le nombre estimatif d'élèves de 10^e année dans cette école qui répondraient « Oui » à cette question.
- f) Quelles conclusions peux-tu tirer à partir des données recueillies?
- g) Pensez-vous que la réaction de cet échantillon représente le point de vue des élèves dans votre école? Menez votre propre sondage et comparez les résultats avec ceux du sondage de la classe.

**RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS**

F-2 Utiliser des données d'échantillon pour prendre des décisions.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

F-2.1 Recueillir des données auprès de différentes sources afin de prendre des décisions et à des fins d'application.

Exemple

Un fabricant de chaussures d'athlétisme envisage de promouvoir des chaussures auprès de la population étudiante de votre école. La compagnie a demandé à votre classe de recueillir des données au sujet des pointures. Vous avez recueilli les données en mesurant la pointure de tous les élèves de deux classes de mathématiques de 10^e année. Les données sont présentées dans les tableaux suivants :

Pointure (cm)	Fréquence Filles	Pourcentage de fréquence
22,0	1	
22,5	2	
23,0	3	
23,5	4	
24,0	5	
24,5	6	
25	4	
25,5	5	
26	2	
26,5	2	
27	1	
Total	32	

Pointure (cm)	Fréquence Garçons	Pourcentage de fréquence
25,0	1	
25,5	1	
26,0	2	
26,5	2	
27,0	5	
27,5	7	
28,0	4	
28,5	3	
29,0	2	
29,5	2	
30,0	1	
Total	30	

- ✓ **Communications** Régularités
- ✓ **Liens** Résolution de problèmes
- ✓ **Raisonnement** Technologie de l'information
- Sens du nombre Organisation et structure
- ✓ **Visualisation**

–suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Solutions

a) 10^e année — 45, 11^e année — 35, 12^e année — 30

b) Nombre total de l'échantillon : $45 + 35 + 30 = 110$

$$20\% \times n = 110 \quad \text{ou} \quad \frac{20}{100} = \frac{110}{n}$$

$$n = \frac{110}{20\%} \quad 20 \cdot n = 100 \cdot 110$$

$$n = 550 \text{ élèves} \quad n = \frac{100 \cdot 110}{20}$$

$$n = 550 \text{ élèves}$$

c)

Porter l'âge légal de boire à 21			
	Oui	Non	% de Oui
10 ^e année	25	20	
11 ^e année	15	20	
12 ^e année	10	20	
Total	50	60	

d) Élèves de la 11^e année qui ont répondu « Non » : 57,1 %

e) Élèves de la 10^e année qui ont répondu « Oui » : 125

$$\frac{45}{110} = \frac{n}{550} \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$n = 225 \text{ élèves de } 10^{\text{e}} \text{ année}$$

$$225 \times 55,6\% = 125$$

f) On peut tirer plusieurs conclusions à partir des données de l'échantillon : la majorité des élèves de 10^e année appuient l'idée; la majorité des élèves de la 11^e année et de la 12^e année ne l'appuient pas. En règle générale, plus les élèves sont âgés, moins ils ont tendance à appuyer cette idée.

g) Les réponses varieront.

**RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS**

F-2 Utiliser des données
d'échantillon pour
prendre des décisions.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

1. Calculez le pourcentage de fréquence pour chaque pointure de chaussure dans chaque tableau.
2. Construisez un histogramme montrant la distribution des pointures pour les filles et un autre pour les garçons.

Solution

1.

Pointure (cm)	Fréquence Filles	Pourcentage de fréquence
22,0	1	3,1 %
22,5	2	6,2 %
23,0	3	6,2 %
23,5	4	9,4 %
24,0	5	12,5 %
24,5	6	18,8 %
25,0	4	12,50 %
25,5	5	15,60 %
26,0	2	6,20 %
26,5	2	6,20 %
27,0	1	3,10 %
Total	32	100 %

Pointure (cm)	Fréquence Garçons	Pourcentage de fréquence
25,0	1	3,3 %
25,5	1	3,3 %
26,0	2	6,7 %
26,5	2	6,7 %
27,0	5	16,7 %
27,5	7	23,3 %
28,0	4	13,3 %
28,5	3	10,0 %
29,0	2	6,7 %
29,5	2	6,7 %
30,0	1	3,3 %
Total	30	100 %

✓ Communications	Régularités
✓ Liens	Résolution de problèmes
✓ Raisonnement	Technologie de l'information
Sens du nombre	
Organisation et structure	✓ Visualisation

–suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes divers

1. Une compagnie fabrique des casques pour cyclistes. Le Service de contrôle de la qualité constate que 8 % des casques comportent au moins un défaut. Combien de casques défectueux penseriez-vous retrouver dans un échantillon au hasard de :
 - a) 40 casques (3)
 - b) 120 casques (10)
 - c) 450 casques (36)
2. Selon les données du gouvernement provincial la probabilité qu'un jeune conducteur de 16 à 18 ans soit impliqué dans un accident cette année est de 15 %. Dans une population scolaire de 520 jeunes conducteurs dans cette plage d'âge, calculez le nombre d'élèves qui seront probablement impliqués dans un accident cette année. (78 élèves).
3. On a posé la question suivante à un échantillon d'élèves pris au hasard : « Devrait-on accorder des crédits additionnels pour la participation aux activités sportives parascolaires de niveau secondaire? » Le sondage a donné les réponses suivantes : Oui — 52; Non — 36; Pas d'opinion — 12.
 - a) Combien d'élèves l'échantillon comptait-il?
 - b) Quel est le pourcentage des membres de l'échantillon qui ont répondu oui, non et pas d'opinion?
 - c) Si l'échantillon représentait 10 % des élèves qui fréquentent l'école, calculez la population étudiante de l'école.
 - d) Si l'échantillon a été pris alors que les élèves quittaient le gymnase après une partie de basket-ball, l'échantillon serait-il représentatif de la population étudiante de l'école? Explique ta réponse.

Solutions

- a) 100
- b) Oui — 52 %, Non — 36 %, Pas de réponse — 12 %
- c) 1 000 élèves
- d) Cet échantillon ne serait probablement pas représentatif de la population étudiante de l'école parce que les élèves quittant le gymnase appuieraient probablement l'octroi de crédits additionnels pour la participation aux sports parascolaires. Les élèves que le sport n'intéresse pas et ceux qui ne sont pas en faveur de l'octroi de crédits additionnels seraient probablement sousreprésentés dans cet échantillon.

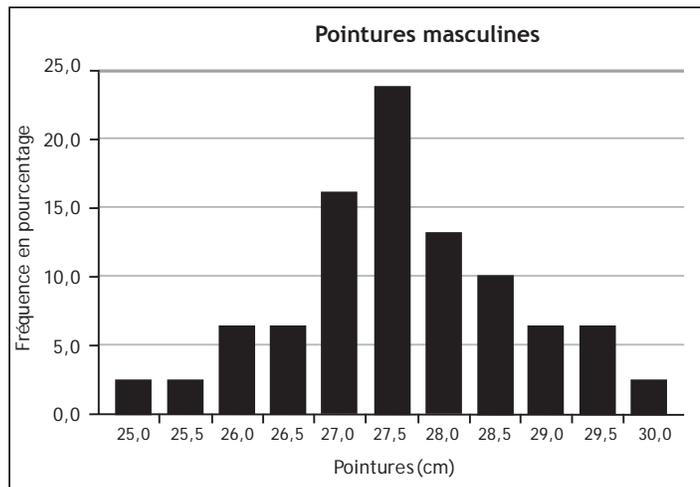
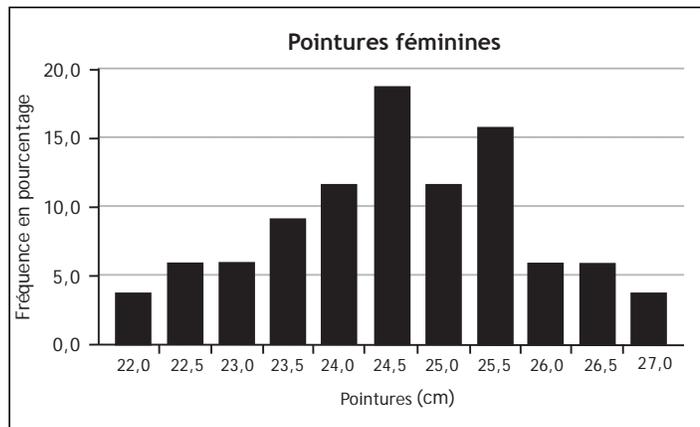
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

F-2 Utiliser des données
d'échantillon pour
prendre des décisions.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Solution — suite

2.



Questions possibles ayant trait à ces données :

1. Pensez-vous que ces données d'échantillon représentent la population cible dans ton école? Expliquez votre réponse.
2. Comment pourriez-vous constituer un échantillon des élèves de ton école qui serait davantage représentatif de la population cible?
3. Supposons que vous constituez un échantillon de 60 élèves à chaque niveau scolaire dans votre école. L'échantillon serait-il davantage représentatif?
4. Quels facteurs devriez-vous prendre en considération pour vous assurer que votre échantillon représente fidèlement la distribution des pointures de chaussures dans votre école?

✓ Communications	Régularités
✓ Liens	Résolution de problèmes
✓ Raisonnement	Technologie de l'information
Sens du nombre	
Organisation et structure	✓ Visualisation

–suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

F-2 Utiliser des données
d'échantillon pour
prendre des décisions.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

5. Supposez que la fréquence en pourcentage des
données d'échantillon représente fidèlement la
population cible dans votre école. Calculez le nombre
estimatif des élèves pour chaque pointure.
Note : Utilisez une population étudiante de
600 élèves (300 filles et 300 garçons) pour tous
les calculs.

Solutions

1. Cet échantillon ne représente pas fidèlement la
population cible de l'école parce qu'il représente
seulement les élèves d'une classe de 10^e année. La
plupart des élèves de secondaire 3 et de secondaire 4
ne seraient pas inscrits à ce cours et ne seraient pas
représentés dans l'échantillon.
2. Un échantillon davantage représentatif comporterait
des élèves de secondaire 3 et de secondaire 4. Le
nombre d'élèves sélectionnés pourrait être fondé sur
le pourcentage des élèves à chaque niveau scolaire.
Par exemple, si 35 % de tous les élèves étaient des
élèves de secondaire 3 et qu'il fallait constituer un
échantillon de 60 garçons et de 60 filles, il faudrait
choisir 21 garçons de secondaire 3 et 21 filles de
secondaire 3 (60 x 35 %).
3. Cet échantillon serait davantage représentatif s'il
y avait un nombre égal d'élèves aux trois niveaux
scolaires.
4. Facteurs à considérer : Quel pourcentage d'élèves
y a-t-il à chaque niveau scolaire? Quel pourcentage
de filles et de garçons y a-t-il à chaque niveau
scolaire? Quelle devrait être la taille de
l'échantillon? Comment les élèves seraient-ils choisis
au hasard? Où et à quel moment les données
seraient-elles recueillies?
5. Réponse type en fonction d'une population étudiante
de 600 élèves.
Filles, pointure 24,0 cm : $300 \times 12,5 \% = 37,5 \%$
(37 ou 38 filles)

Note : Vous pourriez utiliser une feuille de calcul pour
déterminer la fréquence en pourcentage et le nombre
estimatif d'élèves pour chaque pointure et pour
construire l'histogramme.

✓ Communications	Régularités
✓ Liens	Résolution de
✓ Raisonnement	problèmes
Sens du nombre	Technologie de
Organisation et	l'information
structure	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

**RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS**

F-3 Appliquer la probabilité et les méthodes d'échantillonnage aux situations de la vie réelle.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

L'enseignant peut fournir des données aux élèves à partir desquelles ils peuvent tirer des conclusions. Il peut aussi leur demander de concevoir un sondage et recueillir leurs propres données.

F-3.1 Problème — Données fournies

Le directeur de la production de la compagnie CD-Mélodies se soucie de la qualité des cédéroms que l'entreprise produit. Il prévoit en produire 5 000 par jour. Le directeur choisit au hasard un échantillon de 250 cédéroms et constate que 10 d'entre eux sont défectueux.

1. Quel pourcentage des cédéroms de l'échantillon comportent des défauts?
2. Si l'échantillon est représentatif du nombre de cédéroms produits ce jour-là, quelle est la probabilité qu'un cédérom pris au hasard à partir de la production du jour serait défectueux?
3. Si l'échantillon est représentatif du nombre de cédéroms produits ce jour-là, combien des 5 000 cédéroms produits ce jour-là seraient probablement défectueux?
4. Si l'échantillon est représentatif du nombre total des cédéroms produits par l'entreprise, combien de cédéroms dans un lot de 25 000 cédéroms seraient probablement défectueux?
5. L'entreprise a mis en œuvre des améliorations au niveau de la chaîne de production. Un échantillon ultérieur de 250 cédéroms ne comportait que quatre cédéroms défectueux. Calculez le taux des cédéroms défectueux et combien des 5 000 cédéroms produits ce jour-là comporteraient probablement des défauts.

Solution

$$1. \frac{10}{250} \times 100 = 4 \%$$

$$2. P(\text{défectueux}) = \frac{\text{nombre de cédéroms défectueux}}{\text{nombre dans l'échantillon}},$$

$$P(\text{défectueux}) = \frac{10}{250} \text{ ou } \frac{1}{25}$$

ou 4 %

$$3. 4 \% \text{ de } 5\,000 \text{ ou } 4 \% \times 5\,000 = 200 \text{ cédéroms défectueux}$$

$$4. 4 \% \text{ de } 25\,000 \text{ ou } 4 \% \times 25\,000 = 1\,000 \text{ cédéroms défectueux}$$

$$5. \frac{4}{250} \times 100 = 1,6 \%, 1,6 \% \times 5\,000 = 80$$

ou

$$\frac{(4)(5\,000)}{250} = n$$

—suite

✓ Communications	Régularités
✓ Liens	Résolution de
✓ Raisonnement	problèmes
Sens du nombre	Technologie de
Organisation et	l'information
structure	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

F-3 Appliquer la probabilité et les méthodes d'échantillonnage aux situations de la vie réelle.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

F-3.2 Problème — Données recueillies par les élèves
L'enseignant devrait encourager les élèves à recueillir des données à partir desquelles ils pourraient tirer des conclusions. La collecte de données pourrait s'effectuer dans l'école, dans la collectivité, dans les journaux et même dans Internet.

Si les données sont recueillies à l'aide d'un sondage, il faut apporter une attention particulière à sa conception.

L'élaboration d'un bon sondage comporte plusieurs étapes :

- identifier la population à l'étude;
- sélectionner la méthode de constitution d'un sondage sans biais;
- rédiger le questionnaire ou la question du sondage;
- procéder à la collecte des données;
- calculer les résultats et les présenter à l'aide de graphiques;
- tirer des conclusions au sujet de la population.

Exemple

Un grand nombre d'enseignants se soucient du nombre d'heures que les élèves du secondaire consacrent à un emploi à temps partiel. De ces enseignants, certains estiment que ces emplois nuisent au succès des élèves à l'école. La première étape de l'étude de ce problème consiste à déterminer combien d'élèves ont un emploi à temps partiel et, le cas échéant, combien d'heures ils y consacrent par semaine. Suivez les étapes susmentionnées pour préparer un bon sondage.

Solution type

1. Identifier la population à l'étude. (*Tous les élèves dans l'école.*)
2. Sélectionner la méthode de constitution d'un sondage sans biais (*Chaque niveau scolaire devrait être représenté dans l'échantillon en fonction de sa proportion de la population étudiante. Par exemple, si 30 % de la population étudiante est constituée d'élèves de 10^e année, alors l'échantillon devra comporter 30 % d'élèves de ce niveau scolaire. On pourrait constituer un échantillon au hasard en sélectionnant chaque cinquième élève de chaque classe, chaque cinquième élève qui entre dans l'école, et ainsi de suite.*)
3. Rédiger les questions ou la question du sondage. Par exemple : À quel niveau es-tu? As-tu un emploi à temps partiel? En moyenne combien d'heures par semaine consacres-tu à cet emploi? Le questionnaire peut aussi contenir des questions additionnelles ayant trait aux conséquences d'un emploi à temps partiel sur le succès scolaire.

✓ Communications	Régularités
✓ Liens	Résolution de problèmes
✓ Raisonnement	Technologie de l'information
Sens du nombre	
Organisation et structure	✓ Visualisation

–suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

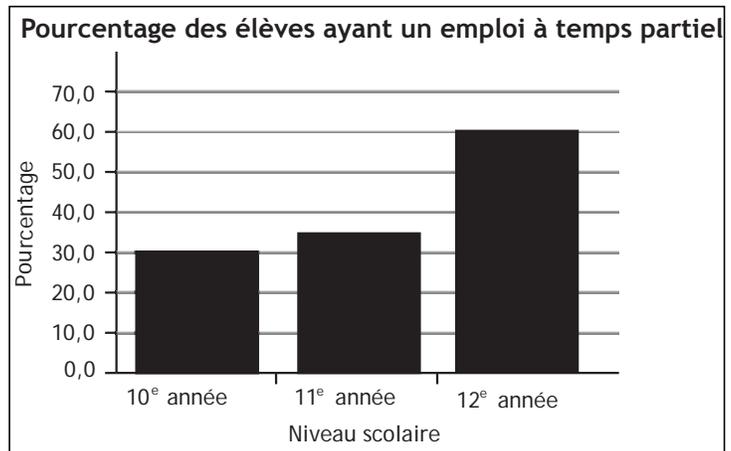
**RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS**

F-3 Appliquer la probabilité et les méthodes d'échantillonnage aux situations de la vie réelle.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

4. Recueillez les données et calculez les résultats. Les données suivantes sont fictives et fondées sur la population étudiante suivante : 10^e année — 163; 11^e année — 175; 12^e année — 162. Taille de l'échantillon — 80 élèves.

Emplois à temps partiel?			
	Oui	Non	% qui travaille
10 ^e année	8	18	30,8 %
11 ^e année	10	18	35,7 %
12 ^e année	16	10	61,5 %
Totaux	34	46	42,5 %



Nombre d'heures par semaine	Niveau scolaire		
	10 ^e année	11 ^e année	12 ^e année
<5	1	2	0
5-10	2	2	3
10-15	3	3	5
15-20	2	2	6
>20	0	1	2
Totaux	8	10	16

- ✓ **Communications** Régularités
- ✓ **Liens** Résolution de problèmes
- ✓ **Raisonnement** Technologie de l'information
- Sens du nombre
- Organisation et structure
- ✓ **Visualisation**

–suite

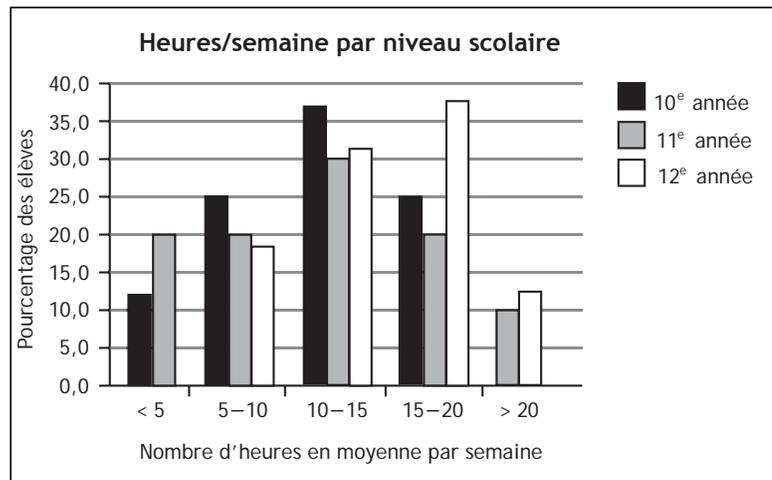
STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

F-3 Appliquer la probabilité et les méthodes d'échantillonnage aux situations de la vie réelle.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES



F-3.3 Tirez des conclusions au sujet de la population (en supposant que l'échantillon est valide).

Questions types

1. Calculez la probabilité qu'un élève de n'importe quel niveau scolaire choisi au hasard ait un emploi à temps partiel.

10^e année : $\frac{8}{26}$ ou 30,8 %

11^e année : $\frac{10}{28}$ ou 35,7 %

12^e année : $\frac{16}{26}$ ou 61,5 %

2. Calculez la probabilité qu'un élève de n'importe quel niveau choisi au hasard travaille de 10 à 15 heures par semaine.

10^e année : $\frac{3}{8}$ ou 37,5 %

11^e année : $\frac{3}{10}$ ou 30,0 %

12^e année : $\frac{5}{16}$ ou 31,2 %

3. Calculez le nombre estimatif des élèves de chaque niveau scolaire qui ont un emploi à temps partiel.

10^e année : 30,8 % x 163 = 50 élèves

11^e année : 35,7 % x 175 = 62 élèves

12^e année : 61,5 % x 162 = 100 élèves

✓ Communications	Régularités
✓ Liens	Résolution de problèmes
✓ Raisonnement	Technologie de l'information
Sens du nombre	
Organisation et structure	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

**RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS**

F-3 Appliquer la probabilité et les méthodes d'échantillonnage aux situations de la vie réelle.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

4. Pensez-vous que les résultats pour votre école seraient représentatifs de tous les élèves de niveau secondaire au Manitoba? au Canada? Expliquez votre réponse.

F-3.4 D'autres sujets de sondage

- Nombre d'heures par semaine consacrées aux devoirs
- Nombre d'élèves qui viennent à l'école en voiture, en autobus, etc.
- Les cyclistes devraient-ils être tenus de porter un casque?
- L'âge légal de boire devrait-il être porté à 21 ans?
- Êtes-vous d'accord avec la décision de la province d'adopter un programme d'octroi de permis de conduire par étapes pour les conducteurs débutants?

F-3.5 Prépare un sondage d'une question sur un sujet qui t'intéresse. Formule la question de manière à ce que les personnes interrogées y répondent par un « oui » ou par un « non ». Effectue le sondage auprès d'un échantillon au hasard de personnes. Affiche les résultats à l'aide de tableaux et de graphiques et tire des conclusions à partir des données.

F-3.6 Recueillez des données à partir de journaux, de magazines ou dans Internet. Déterminez la population cible et décrivez comment le sondage a été effectué. Quels conclusions ont été tirées à partir des données du sondage? Êtes-vous d'accord ou non avec ces conclusions? Expliquez. Menez un sondage auprès de la population étudiante de ton école sur le même sujet et prépare un rapport sur tes constatations. Différents groupes d'élèves pourraient choisir différents sujets de sondage et présenter leurs résultats à l'ensemble des élèves.

✓ Communications	Régularités
✓ Liens	Résolution de
✓ Raisonnement	problèmes
Sens du nombre	Technologie de
Organisation et	l'information
structure	✓ Visualisation

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES
