

Unité F : Géométrie dans l'espace

Demi-cours I

DEMI-COURS I

Unité F : Géométrie dans l'espace

Durée : 13 heures

Résultat d'apprentissage général :

Analyser et découvrir les relations entre des figures (bidimensionnelles) et des objets (tridimensionnels).

En exploitant cette unité, les élèves apprendront à visualiser des formes géométriques et à les dessiner dans le cadre de travaux pratiques stimulants.

Résultat d'apprentissage général

Analyser et découvrir les relations entre des figures (bidimensionnelles) et des objets (tridimensionnels).

Résultats d'apprentissage spécifiques

- F-1 Tracer l'image de figures (bidimensionnelles) obtenues par rotation de 90° , 180° et 270° dans le sens des aiguilles d'une montre.
- F-2 Tracer l'image des réflexions de figures (bidimensionnelles) par rapport à une ligne de réflexion verticale, horizontale, diagonale gauche et diagonale droite.
- F-3 Dessiner la vue du haut et les élévations avant latérales de bâtonnets et de cubes ainsi que leur croquis (tridimensionnels).
- F-4 Tracer l'image de bâtonnets ou de blocs (tridimensionnels) en utilisant du papier pointillé isométrique.

GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

Matériel d'appui – enseignant

- L'enseignant peut utiliser les bâtonnets Cuisenaire ou des blocs à emboîtement dans cette unité. L'unité a toutefois été rédigée en fonction de bâtonnets Cuisenaire.
- Un exemplaire du manuel, *Résolution de problèmes spatiaux avec les bâtonnets Cuisenaire*, par enseignant. Les droits de reproduction sont limités. On peut se procurer ce texte auprès du Centre des manuels scolaires du Manitoba. Consulter la colonne « Notes » à la page I-F-5. On y trouvera des renseignements bibliographiques.
- Un ensemble de bâtonnets de Cuisenaire, qu'on peut se procurer auprès du Centre des manuels scolaires du Manitoba, qui peuvent être divisés en 24 paquets contenant chacun un bâtonnet jaune, deux violets, deux verts, quatre rouges et trois blancs.
- Papier pointillé isométrique (voir la feuille à reproduire à la page I-F-25)
- Réflecteurs Mira (ou miroirs)
- *Explorations 10 – Les mathématiques au quotidien*

Matériel d'appui – élève

- Crayons

Relations avec les unités « Analyse de problèmes » et « Analyse de jeux et de nombres »

En principe, chacune des activités des unités « Analyse de problèmes » et « Analyse de jeux et de nombres » peut être intercalée dans l'ensemble des problèmes de l'unité « Géométrie dans l'espace ».

L'enseignant est toutefois invité à utiliser des activités qui exigent la visualisation et comportent des motifs.

Le chevalier errant
À vos carrés!
Points de bonification

**RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS**

Résultat général

Analyser et découvrir les relations entre des figures (bidimensionnelles) et des objets (tridimensionnels).

Résultats spécifiques

F-1 Tracer l'image de figures (bidimensionnelles) obtenues par rotation de 90°, 180° et 270° dans le sens des aiguilles d'une montre.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Voici une séquence possible de présentation des expériences d'apprentissage. Certains enseignants ont trouvé utile de diviser l'unité en deux parties pour la durée du semestre.

Partie I Images (bidimensionnelles) (résultats d'apprentissage spécifiques F-1 et F-2)
Rotations et réflexions
Temps prévu : environ 5 heures

Partie II Images (tridimensionnelles) (résultats d'apprentissage spécifiques F-3 et F-4)
Plans et élévations
Temps prévu : environ 8 heures

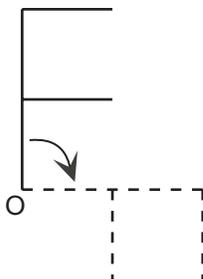
F-1.1 Du matériel de manipulation est requis pour cette unité. On peut utiliser des bâtonnets Cuisenaire ou des cubes à emboîtement. Le manuel *Résolutions de problèmes spatiaux avec les bâtonnets Cuisenaire* de Patricia S. Davidson et Robert E. Willcutt est une ressource pédagogique fortement recommandée. On peut se procurer les bâtonnets et ce livre auprès du Centre des manuels scolaires du Manitoba.

L'enseignant peut préparer des transparents de couleur pour faire la démonstration de rotations. Les élèves utilisent les bâtonnets pour créer une forme, puis ils font tourner soit la structure elle-même, soit le papier pointillé sous celle-ci.

Rotation : Transformation du plan d'une image résultant de la rotation des points de l'image autour d'un point fixe.

Exemples

On effectue une rotation de la figure F ci-dessous sur 90° autour du point O.



Communications	Régularités
✓ Liens	Résolution de problèmes
Raisonnement	✓ Technologie de l'information
Sens du nombre	✓ Visualisation
Organisation et structure	

–suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Les élèves doivent démontrer qu'ils comprennent ce concept à l'aide de manipulations.

L'enseignant pourrait, par exemple, vérifier une rotation effectuée par un élève à l'aide de bâtonnets. Il pourrait par ailleurs demander à l'élève de colorier une nouvelle figure tracée sur du papier pointillé. Il pourrait aussi inviter les élèves à élaborer leurs propres questions et à les présenter à la classe. La création d'un élève pourrait être intégrée à son portfolio.

NOTES

Ressources imprimées

Mathématiques du consommateur, 10^e année, Premier cours d'un demi-crédit destiné à l'enseignement à distance, Éducation et Formation professionnelle Manitoba, 2000 — Module 3, Leçon 5

Baron, Celia, Rick Wunderlich et Leanne Zorn. *Explorations 10 – Les mathématiques au quotidien*, Vancouver, C.-B. : ministère de l'Éducation de la Colombie-Britannique, 2002, chapitre 5.
ISBN 0-7726-4675-9

NOTE : Vous trouverez dans la colonne *Notes* des définitions pour certains termes qui risquent d'être inconnus par vos élèves.

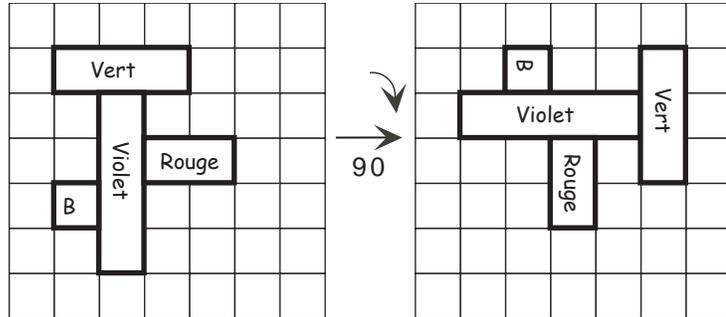
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

F-1 Tracer l'image de figures (bidimensionnelles) obtenues par rotation de 90°, 180° et 270° dans le sens des aiguilles d'une montre.

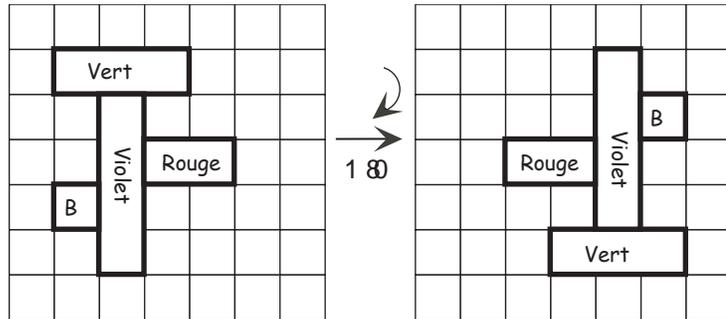
— suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

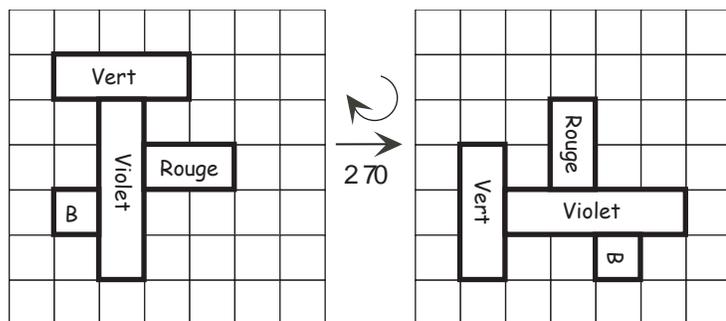
L'exemple ci-dessous illustre une rotation de 90° dans le sens des aiguilles d'une montre.



L'exemple ci-dessous illustre une rotation de 180° dans le sens des aiguilles d'une montre.



L'exemple ci-dessous illustre une rotation de 270° dans le sens des aiguilles d'une montre.



Communications	Régularités
✓ Liens	Résolution de problèmes
Raisonnement	✓ Technologie de l'information
Sens du nombre	✓ Visualisation
Organisation et structure	

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

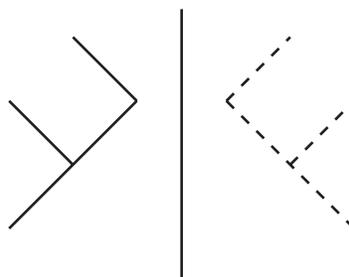
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

F-2 Tracer l'image des réflexions de figures (bidimensionnelles) par rapport à une ligne de réflexion verticale, horizontale, diagonale gauche et diagonale droite.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

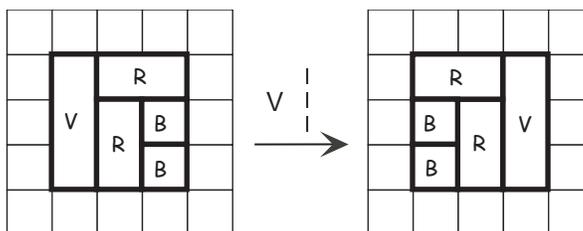
F-2.1 Les réflecteurs Mira aident les élèves à voir les réflexions. Si l'enseignant n'a pas accès à ces réflecteurs, des miroirs se révèleront tout aussi efficaces. L'enseignant est invité à dessiner des figures sur des transparents et à en colorier les parties de manière à refléter la disposition des bâtonnets de couleur. Il est aussi utile d'inviter les élèves à constater la disposition sur le plateau du rétroprojecteur de manière à ce qu'ils puissent visualiser la réflexion sur le Mira. Il est conseillé d'inviter les élèves à deviner la destination de l'image avant d'utiliser le Mira pour la visualiser.

Réflexion : Transformation entraînant la projection d'une figure en symétrie de l'autre côté d'un axe.

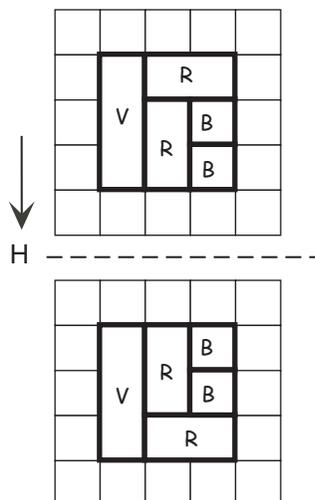


Exemples

L'exemple ci-dessous illustre une réflexion verticale.



L'exemple ci-dessous illustre une réflexion horizontale.



Communications	Régularités
✓ Liens	Résolution de problèmes
Raisonnement	✓ Technologie de l'information
Sens du nombre	✓ Visualisation
Organisation et structure	

-suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Les élèves doivent démontrer qu'ils comprennent ce concept à l'aide de manipulations.

L'enseignant pourrait par exemple vérifier l'exécution d'une transformation par un élève à l'aide de bâtonnets. Il pourrait par ailleurs demander à l'élève de colorier une nouvelle figure tracée sur du papier pointillé. Il pourrait aussi inviter les élèves à élaborer leurs propres questions et à les présenter à la classe. La création d'un élève pourrait être intégrée à son portfolio.

NOTES

Ressources imprimées

Mathématiques du

consommateur, 10^e année,

Premier cours d'un demi-
crédit destiné à

l'enseignement à distance,

Éducation et Formation

professionnelle Manitoba, 2000.

— Module 5, Leçon 2

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

F-2 Tracer l'image des réflexions de figures (bidimensionnelles) par rapport à des lignes de réflexion verticale, horizontale, diagonale gauche et diagonale droite.

— suite

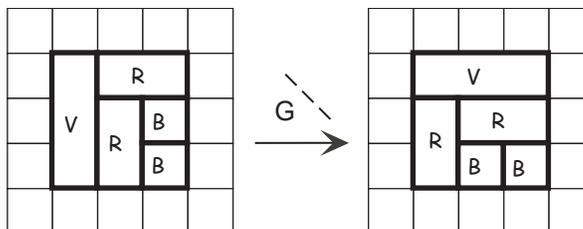
Communications	Régularités
✓ Liens	Résolution de problèmes
Raisonnement	✓ Technologie de l'information
Sens du nombre	✓ Visualisation
Organisation et structure	

F-3 Dessiner le plan et les vues de bâtonnets et de cubes (tridimensionnels) ainsi que leur croquis.

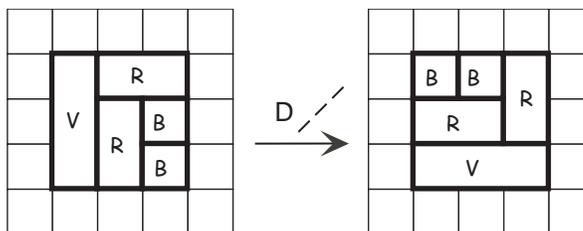
Communications	Régularités
✓ Liens	Résolution de problèmes
Raisonnement	✓ Technologie de l'information
Sens du nombre	✓ Visualisation
Organisation et structure	

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

L'exemple ci-dessous illustre une réflexion diagonale gauche.



L'exemple ci-dessous illustre une réflexion diagonale droite.



F-3.1 Les élèves doivent démontrer qu'ils comprennent ce concept à l'aide de manipulations. Ils devraient être tenus de construire la structure donnée à l'aide de bâtonnets ou de cubes à emboîtement.

Trois vues seront abordées (la vue de haut, l'élévation avant et l'élévation droite). Il faut encourager les élèves à quitter leur place pour aller se tenir au-dessus, à côté ou devant la structure à l'étude afin de bien voir les vues exactes.

Il faut fournir du papier pointillé carré aux élèves pour qu'ils puissent dessiner des images bidimensionnelles de chaque vue. Certains élèves voudront colorier les carrés, tandis que d'autre inscriront tout simplement la lettre représentant la couleur dans les carrés.

La séquence idéale consiste à dessiner les vues de la structure donnée, puis de dessiner ou de construire la structure à partir des vues données. Certains élèves trouveront cette dernière tâche ardue.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Observez les élèves dans leurs déplacements autour de leurs pupitres pour examiner l'objet à partir des trois vues différentes. La précision des dessins des vues peut facilement être évaluée. L'enseignant pourrait aussi fournir les trois vues aux élèves et leur demander de construire l'objet à partir de ces vues à l'aide de bâtonnets. À nouveau, certains élèves trouveront cette tâche ardue.

Encouragez les élèves à élaborer leurs propres questions et à les présenter à la classe. L'activité prend ainsi une dimension davantage significative et les questions des élèves peuvent être intégrées à leur portfolio respectif.

Ressources imprimées

Mathématiques du consommateur, 10^e année, Premier cours d'un demi-crédit destiné à l'enseignement à distance, Éducation et Formation professionnelle Manitoba, 2000.
— Module 5, Leçon 5

On retrouvera, à la page I-F-27, une feuille de papier pointillé carré pouvant être reproduite.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

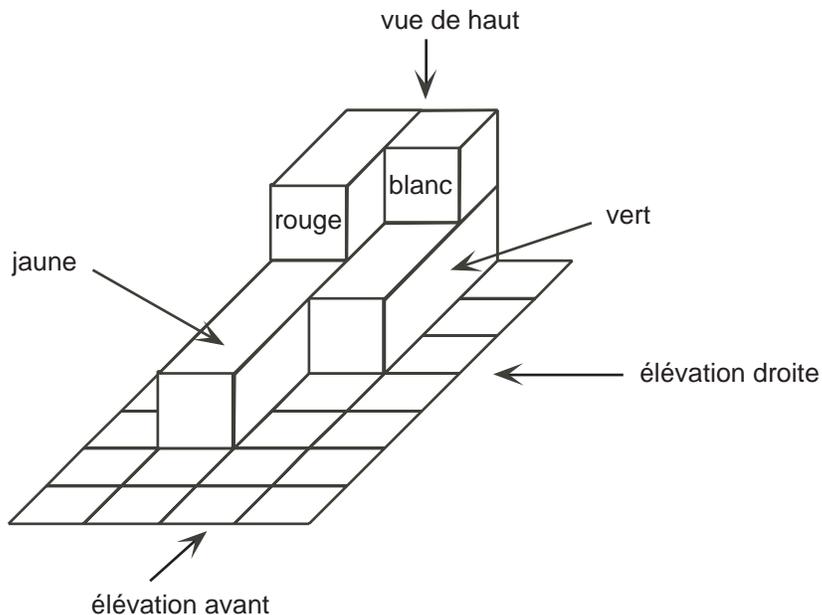
F-3 Dessiner le plan et les vues de bâtonnets et de cubes (tridimensionnels) ainsi que leur croquis.
— suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

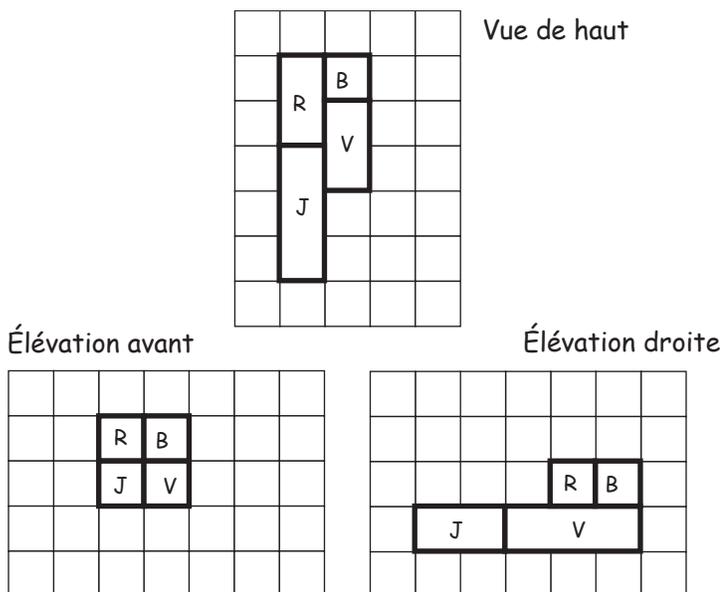
Exemple 1

Visualisation tridimensionnelle de la représentation bidimensionnelle d'assemblages de bâtonnets

Construisez ce modèle tridimensionnel en utilisant un bâtonnet jaune, un vert, un rouge et un blanc.



Voici le même modèle en deux dimensions vu du haut, de l'avant et du côté. Observez soigneusement de quelle façon on a réalisé le croquis.



Communications	Régularités
✓ Liens	Résolution de problèmes
Raisonnement	✓ Technologie de l'information
Sens du nombre	✓ Visualisation
Organisation et structure	

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

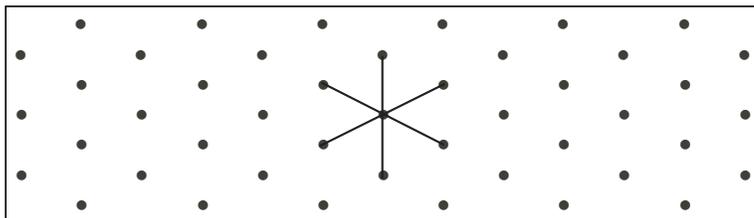
F-4 Tracer l'image de bâtonnets ou de blocs (tridimensionnels) en utilisant du papier pointillé isométrique.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

F-4.1 Le papier pointillé isométrique est utilisé pour dessiner des objets (tridimensionnels). Remarquez comment les points sont placés. C'est ce type d'arrangement qui vous permet de dessiner plus facilement des objets (tridimensionnels).

Choisissez n'importe quel point sur une feuille de papier pointillé isométrique. Dessinez un segment de droite à partir de celui-ci jusqu'au point le plus rapproché. Notez que vous pouvez donner diverses orientations à ce segment de droite :

- vers le haut
- vers le bas
- diagonale vers le haut à droite
- diagonale vers le haut à gauche
- diagonale vers le bas à droite
- diagonale vers le bas à gauche

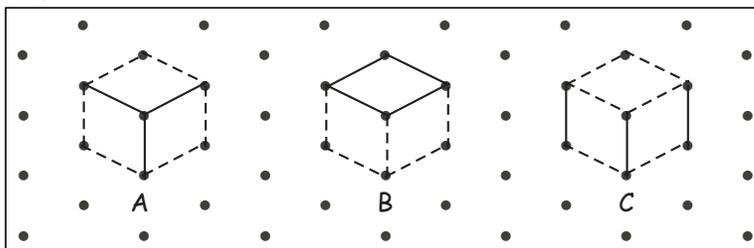


Les segments de droite que vous avez dessinés ont tous la même longueur. Le mot « isométrique » signifie d'égal mesure. Le préfixe « iso » signifie « égal » et « métrique » signifie mesure.

F-4.2 Préliminaires

Dessinez le bâtonnet de Cuisenaire blanc sur du papier pointillé isométrique. (**Note :** Veillez à ce que l'orientation du papier pointillé isométrique soit correcte. Voir les échantillons ci-dessous.) Pour certains élèves, il sera plus facile de travailler en plaçant le bâtonnet de façon à regarder directement l'une des arêtes verticales. Ils peuvent ainsi représenter le bâtonnet sur papier comme ils le voient.

Certains élèves trouvent utile de dessiner un Y, puis de compléter la figure comme dans le diagramme A, ou de dessiner un losange, puis de dessiner des lignes vers le bas, comme le montre le diagramme B. Pour d'autres, il sera plus facile de dessiner d'abord les trois lignes verticales, puis de compléter la figure comme sur le diagramme C.



–suite

Communications	Régularités
✓ Liens	Résolution de problèmes
Raisonnement	✓ Technologie de l'information
Sens du nombre	✓ Visualisation
Organisation et structure	

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

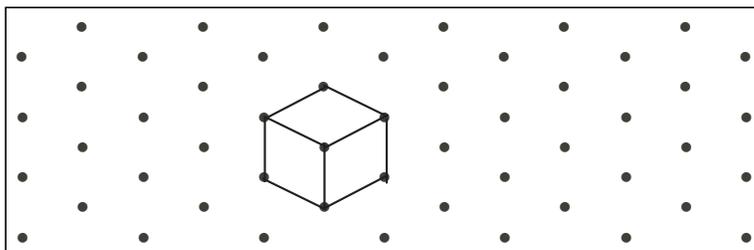
NOTES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

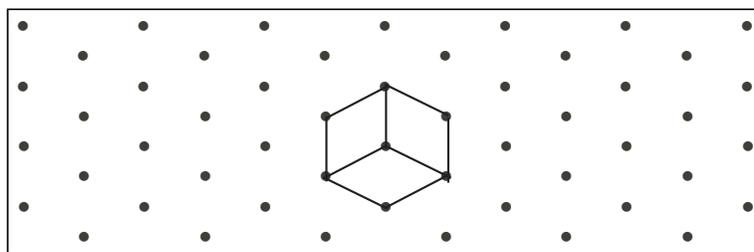
F-4 Tracer l'image de bâtonnets ou de blocs (tridimensionnels) en utilisant du papier pointillé isométrique.
— suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

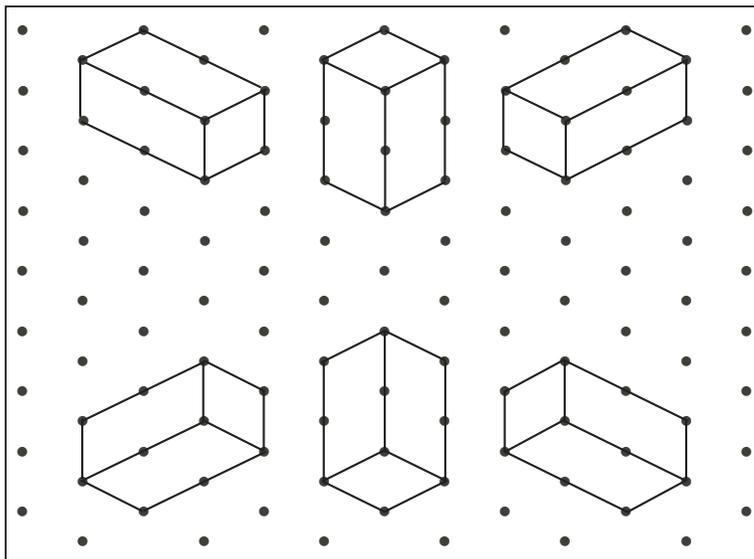
Votre figure devrait ressembler à la suivante :



Procédez de la façon qui vous convient le mieux.
Essayez de reproduire l'image suivante :



Prenez maintenant le bâtonnet rouge et dessinez-le. Comme toute figure solide, celui-ci n'a qu'une forme, mais il est possible de le représenter sur du papier pointillé isométrique de six façons. Pouvez-vous dessiner toutes ces représentations?



Le papier pointillé isométrique permet de tracer des segments de droite verticaux, mais non des segments de droite horizontaux. Au lieu de segments de droite horizontaux, vous pouvez tracer des segments qui font un angle de 30° par rapport à l'horizontale.

—suite

Communications	Régularités
✓ Liens	Résolution de problèmes
Raisonnement	✓ Technologie de l'information
Sens du nombre	✓ Visualisation
Organisation et structure	

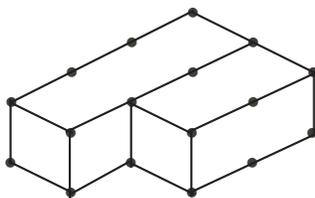
STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

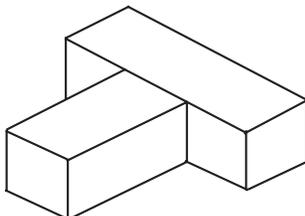
Devoir

Reproduisez les six figures ci-dessous sur papier isométrique.

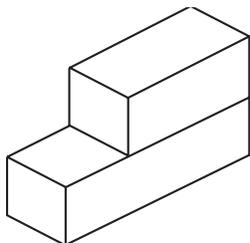
a)



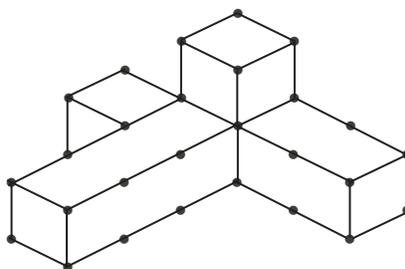
b)



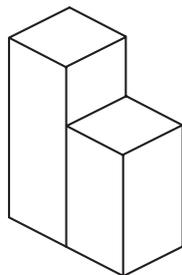
c)



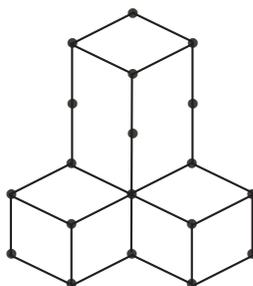
d)



e)



f)



Ressources imprimées

Mathématiques du consommateur, 10^e année, Premier cours d'un demi-crédit destiné à l'enseignement à distance, Éducation et Formation professionnelle Manitoba, 2000. — Module 5, Leçon 4

On retrouvera, à la page I-F-28, une feuille de papier pointillé isométrique pouvant être reproduite.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

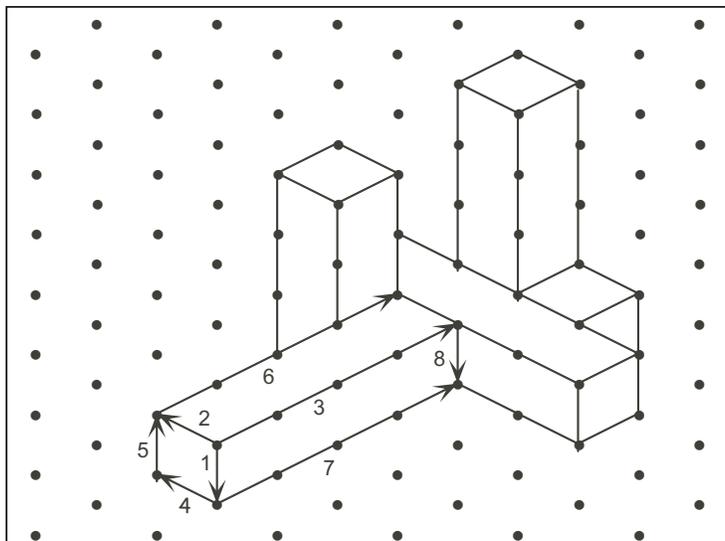
F-4 Tracer l'image de bâtonnets ou de blocs (tridimensionnels) en utilisant du papier pointillé isométrique.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Suggestions pour tracer des diagrammes isométriques tridimensionnels

Note : Assurez-vous que le papier soit orienté dans la position portrait si vous utilisez la copie qui se trouve à la page I-F-28 afin que les lignes verticales restent verticales (voir le diagramme ci-dessous).

1. Examinez le modèle par la gauche ou par la droite. Chaque membre du groupe doit avoir sa vue « personnelle ».
2. Commencez en traçant le côté vertical (n° 1) du bâtonnet le plus proche de votre œil.
3. Maintenant, tracez les côtés le long du sommet de ce bâtonnet (n° 2 et n° 3). Il peut être utile de visualiser la lettre « Y » pour commencer chaque dessin.
4. Ajoutez les lignes nécessaires pour donner de la profondeur à la surface obtenue (n° 4 à 8). Une, deux, ..., cinq unités selon la longueur du bâtonnet.)
5. Poursuivez en dessinant les bâtonnets qui touchent le précédent jusqu'à ce que tous les bâtonnets soient représentés sur le dessin.



L'enseignant peut demander aux élèves de reproduire divers agencements de bâtonnets sur du papier pointillé isométrique.

Communications	Régularités
✓ Liens	Résolution de problèmes
Raisonnement	✓ Technologie de l'information
Sens du nombre	✓ Visualisation
Organisation et structure	

–suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

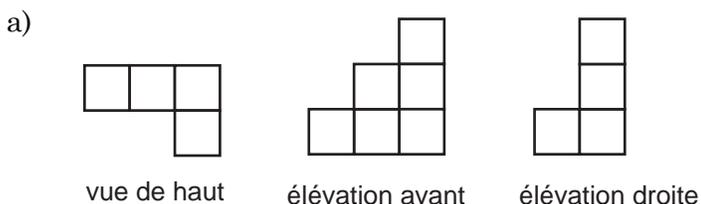
RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS

F-4 Tracer l'image de bâtonnets ou de blocs (tridimensionnels) en utilisant du papier pointillé isométrique.
– suite

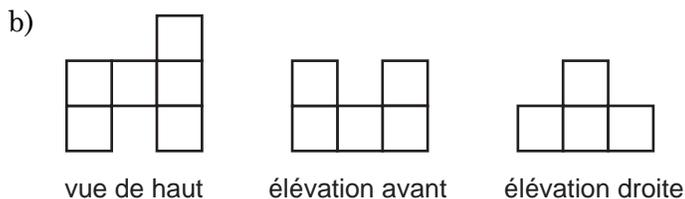
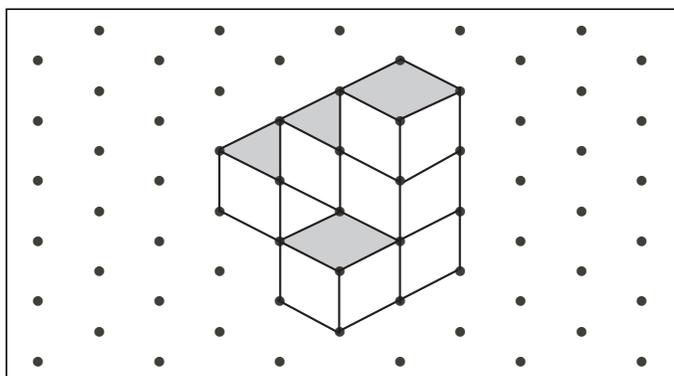
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Exemple 2

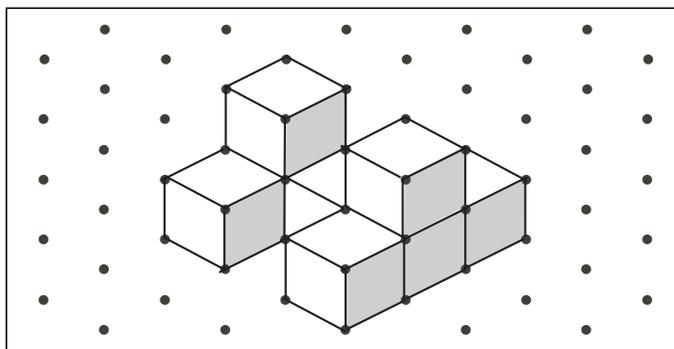
Construisez un objet à l'aide de cubes disposés de manière à présenter les plans ci-dessous. Puis dessiner l'objet tridimensionnel sur papier isométrique.



Solution



Solution



Communications	Régularités
✓ Liens	Résolution de problèmes
Raisonnement	✓ Technologie de l'information
Sens du nombre	✓ Visualisation
Organisation et structure	

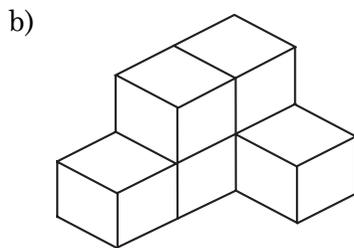
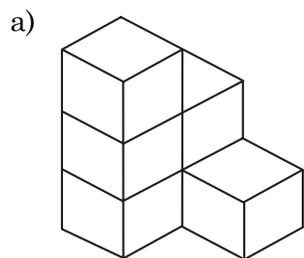
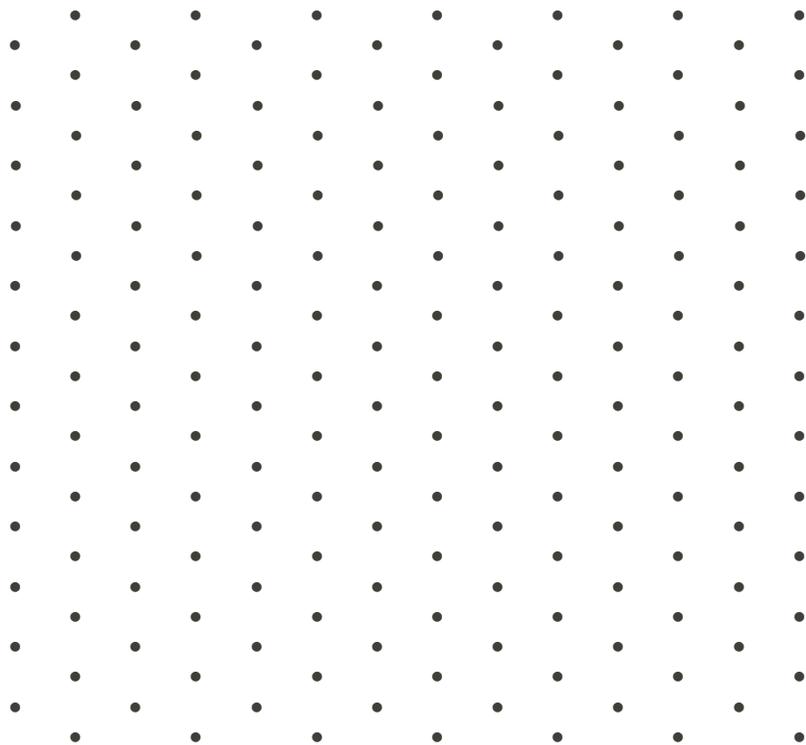
–suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Devoir

Reproduis chacune des figures ci-dessous sur papier isométrique.



**RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS**

F-4 Tracer l'image de bâtonnets ou de blocs (tridimensionnels) en utilisant du papier pointillé isométrique.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

L'enseignant peut donner les instructions suivantes aux élèves pour la réalisation de cette activité.

Prolongement

A. À partir des trois vues :

1. Dessinez des images de réflexion ou de rotation.
2. Dessinez une vue isométrique de l'objet transformé.
3. Construisez l'objet (tridimensionnel).

B. À partir d'un modèle ou du croquis isométrique d'un objet (tridimensionnel), dessinez les vues d'un objet en rotation ou en réflexion.

1. Faites réfléchir le plan d'étage du niveau inférieur (vue de haut) au moyen d'une ligne verticale. Dessinez la nouvelle vue de haut et la nouvelle élévation droit ainsi que le nouveau croquis isométrique.
2. Faites réfléchir la vue de haut au moyen d'une ligne verticale, puis dessinez la nouvelle vue de haut et la nouvelle élévation droite ainsi que le nouveau croquis isométrique.
3. Faites réfléchir la vue de haut au moyen d'une diagonale gauche et compléter les trois autres croquis.
4. Exercez une rotation de la vue de haut de 90° dans le sens anti-horaire, puis dessinez les nouvelles vues et le croquis isométrique.

Prolongement ou Projet

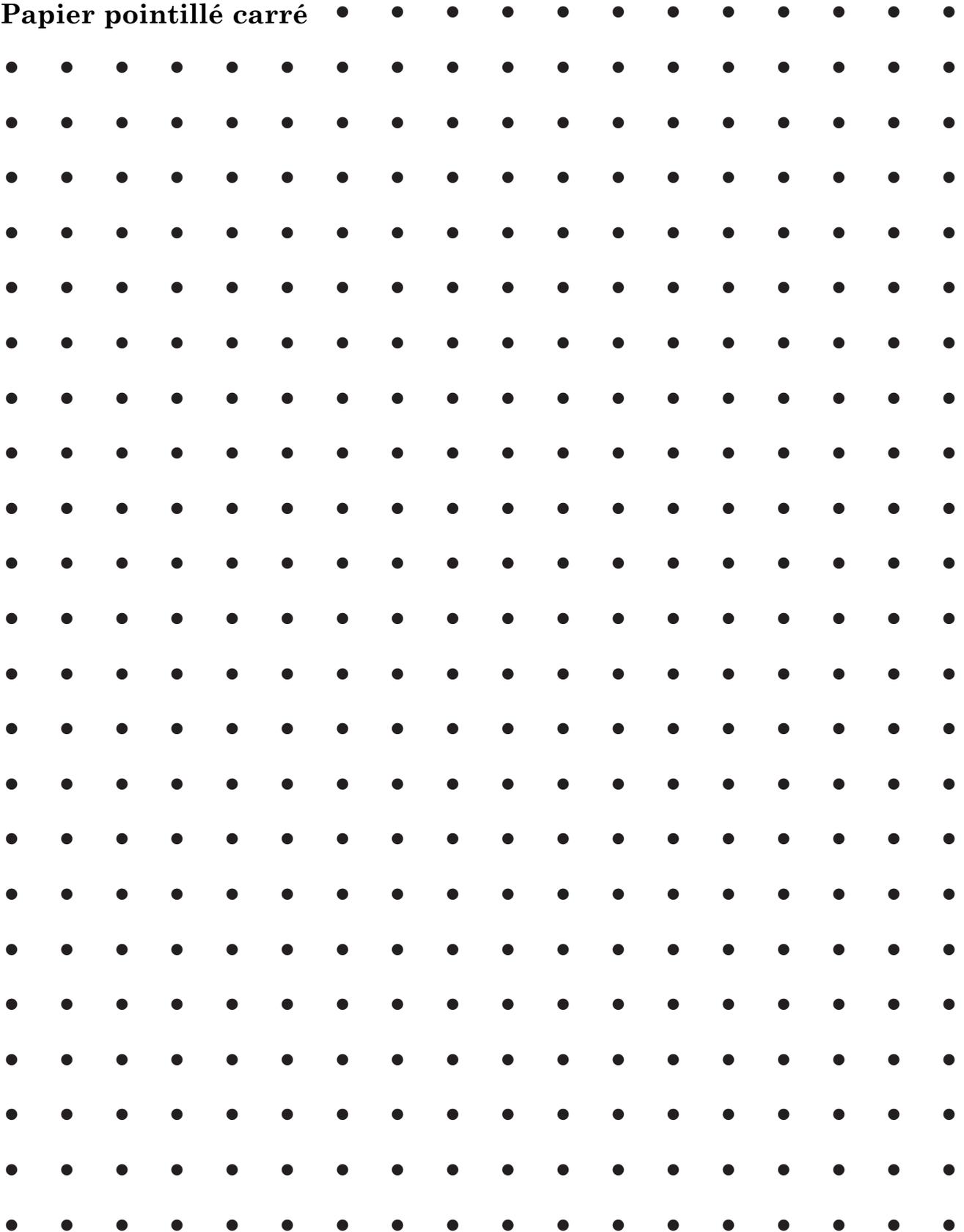
C. Activité de bonification

1. Construisez un modèle « complexe » en utilisant tous les bâtonnets qui vous ont été donnés.
2. Dessinez et coloriez les trois vues.
3. Dessinez et coloriez l'image isométrique tridimensionnelle de ce modèle.
4. Sur une feuille de papier distincte, dessinez un ensemble de vues « incolores ».
5. Remettez cet ensemble de vues incolore à un camarade de classe et demandez-lui d'essayer de reproduire votre modèle.
6. Vérifiez l'exactitude du travail de votre camarade en utilisant vos vues colorées et l'image tridimensionnelle.
7. L'évaluation par les pairs ou l'autoévaluation sont des méthodes à envisager.
8. Ce travail pourrait être intégré au portfolio de l'élève.

Communications	Régularités
✓ Liens	Résolution de problèmes
Raisonnement	✓ Technologie de l'information
Sens du nombre	✓ Visualisation
Organisation et structure	

Annexe

Papier pointillé carré



Papier pointillé isométrique

