

Unité A : Analyse de problèmes

Demi-cours I

DEMI-COURS I

Unité A : Analyse de problèmes

Durée : 9 heures

Résultat d'apprentissage général :

Élaborer et utiliser des stratégies mathématiques afin de résoudre des problèmes dans diverses situations.

L'unité présente une gamme de problèmes intéressants qui ne sont pas axés sur l'algèbre. Ces problèmes complètent les travaux effectués dans les autres unités.

Résultat d'apprentissage spécifique

A-1 Résoudre des problèmes en recourant à diverses approches non algébriques.

ANALYSE DE PROBLÈMES

Matériel d'appui

- *Explorations 10 – Les mathématiques au quotidien*
- Se reporter aux activités proposées à l'Annexe I
- Se reporter aux ressources additionnelles proposées à l'Annexe II

**RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE
PRESCRITS**

Résultat général

Élaborer et utiliser des stratégies mathématiques afin de résoudre des problèmes dans diverses situations.

Résultat spécifique

A-1 Résoudre des problèmes en recourant à diverses approches non algébriques.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Les problèmes présentés dans l'Annexe I fournissent du matériel qui est intéressant en soi et qui sert de complément aux autres unités du programme. Ils sont offerts aux fins d'illustration et ne représentent pas l'éventail complet des possibilités. Certaines activités ont été choisies pour illustrer une grande variété d'applications mathématiques non algébriques dans les domaines du travail et de la consommation. D'autres ont été choisies en raison de leur intérêt intrinsèque ou parce qu'elles forcent l'élève à trouver et à utiliser de nouvelles façons d'analyser et de penser mathématiquement. Les élèves n'ont pas tous besoin d'exécuter les mêmes activités.

La présentation des activités proposée à l'Annexe I ne reflète pas la séquence qu'il faut suivre. L'enseignant est encouragé à compléter cet ensemble d'activités par du matériel provenant d'autres sources, comme Internet. L'Annexe II présente une liste préliminaire de ressources pédagogiques utiles.

On recommande d'intercaler ces problèmes et ces activités tout au long du cours, soit à titre de prolongement ou d'enrichissement, soit pour changer le rythme du travail quotidien en classe. Certains problèmes sont directement liés à des unités en particulier, mais la plupart ne le sont pas et peuvent être utilisés n'importe quand. On peut consacrer quelques jours, voire une semaine à l'analyse des problèmes, puis insérer les exercices qui restent tout au long du cours.

Note : Pour certaines des activités d'apprentissage, on a recours aux unités de mesure impériales. Le cas échéant, l'enseignant peut :

1. présenter aux élèves les unités de mesure impériales requises ou attendre jusqu'à ce qu'ils aient effectué les travaux dans le cadre de l'unité Projet de géométrie;
2. convertir les unités de mesure des problèmes en unités métriques, si la situation s'y prête;
3. exécuter une autre expérience d'apprentissage ou un autre problème.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Il faut évaluer le progrès des élèves sur de longues périodes. Recherchez, par exemple, le recours par les élèves à un éventail de stratégies de résolution de problèmes et la formulation d'explications de plus en plus raffinées. La tenue de dossiers **anecdotiques** où sont consignées des observations sur la façon dont les élèves travaillent, à deux ou en groupes, pour réaliser les activités sont utiles. Des solutions bien élaborées et des exemples de raisonnement pourraient figurer au dossier d'un élève.

Les activités de résolution de problèmes ne se prêtent pas vraiment aux tests écrits à temps fixe.

NOTES

Ressources imprimées

Mathématiques du consommateur, 10^e année, Premier cours d'un demi-credit destiné à l'enseignement à distance, Éducation et Formation professionnelle Manitoba, 2000.

— Devoir d'introduction
Modules 1 à 5

anecdotiques : qui contient des récits courts d'un fait particulier

NOTE : Vous trouverez dans la colonne *Notes* des définitions pour certains termes qui risquent d'être inconnus par vos élèves.

Annexe I

Renseignements pour l'enseignant : Réseaux I

Compétences requises

- reconnaissance des formes

Quand réaliser cette activité

Cette activité d'apprentissage peut être réalisée à n'importe quel moment durant le cours. Si les élèves n'ont pas déjà abordé le matériel sur les réseaux, il faudrait leur en inculquer les rudiments avant d'entreprendre le problème *Le gardien du musée*.

Renseignements pour l'enseignant

1. On peut toujours traverser un réseau fermé comptant un nombre pair de sommets sans passer deux fois par le même arc.
2. Si un réseau fermé contient exactement deux sommets impairs, on peut le traverser sans passer deux fois par le même arc en partant d'un sommet pair.
3. Si un réseau fermé contient plus de deux sommets impairs, on ne peut le traverser sans retracer un arc.
4. Le cadre de ce problème est élargi dans le demi-cours II.

Démarche

Faire travailler les élèves individuellement ou deux par deux. Demandez aux élèves d'essayer de dessiner les deux figures. Vous devrez peut-être les encourager à persévérer et à s'y prendre de nouveau s'ils ne réussissent pas la première fois. Incitez-les à recommencer en partant d'un sommet différent.

Demandez aux élèves de remplir le tableau et de répondre aux questions. Lorsque les élèves auront terminé cette activité, vous pourriez leur demander de comparer leurs résultats avec ceux d'un autre groupe ou de tous les élèves.

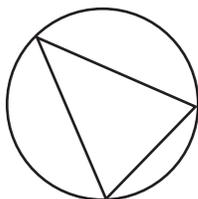
Tableau

Figure	Est-il possible de dessiner la figure?
a	oui
b	non
c	oui
d	non
e	oui
f	oui

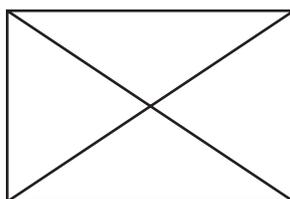
Feuille à reproduire : Réseaux I

Essayez de dessiner chacune des figures illustrées ci-dessous au moyen d'une ligne continue et sans dessiner un arc quelconque plus d'une fois.

a)



b)



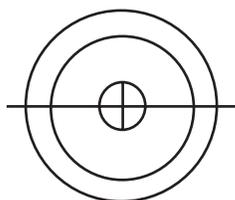
c)



d)



e)



f)



Questions

1.

Mathématiques du consommateur, 11 ^e année	
Demi-cours III	Demi-cours IV
Unité	Unité
A. Analyse de problèmes B. Analyse de jeux et de nombres	A. Analyse de problèmes B. Analyse de jeux et de nombres
C. Relations et formules D. Revenus et dettes E. Analyse et interprétation de données	C. Métrologie D. Acquisition et utilisation d'un véhicule E. Impôt personnel sur le revenu F. Applications reliées à la probabilité

2. Quelles difficultés as-tu éprouvées en essayant de dessiner la figure?

3. Qu'est-ce que tu as appris au sujet des figures que tu as réussi à dessiner?

4. Qu'est-ce que tu as constaté au sujet des figures que tu n'as pas réussi à dessiner?

Renseignements pour l'enseignant : Le gardien du musée

Compétences requises

- visualisation géométrique
- expérience des réseaux

Quand réaliser cette activité

Cette activité peut être réalisée à n'importe quel moment, mais de préférence une fois que les élèves ont réalisé l'activité précédente portant sur les réseaux. Les principes appris dans le cadre de cette activité s'appliquent au problème *Le gardien du musée*.

Renseignements pour l'enseignant

Vous devrez peut-être revenir avec les élèves sur les conclusions tirées à la suite de l'activité sur les réseaux, surtout s'il y a déjà quelque temps qu'ils l'ont réalisée. Si les élèves éprouvent de la difficulté, proposez-leur de considérer chaque aile du musée au même titre qu'un réseau – il faut leur laisser toute latitude pour réaliser cette activité, car il s'agit d'une situation réelle.

Solutions

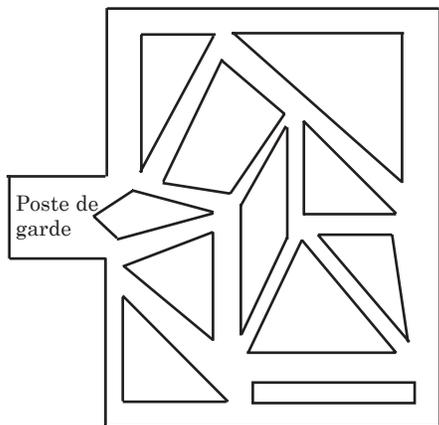
Il est possible de tracer l'aile est (deux sommets impairs) et l'aile du centre (aucun sommet impair), c.-à-d., il y a un chemin prévu. Il n'en va pas de même pour l'aile ouest, laquelle ne comporte qu'un seul sommet.

Le gardien du musée : Activité tirée de *A Sourcebook of Applications of School Mathematics*, une publication conjointe de la Mathematical Association of America et du National Council of Teachers of Mathematics. Tous droits réservés © 1980, National Council of Teachers of Mathematics.

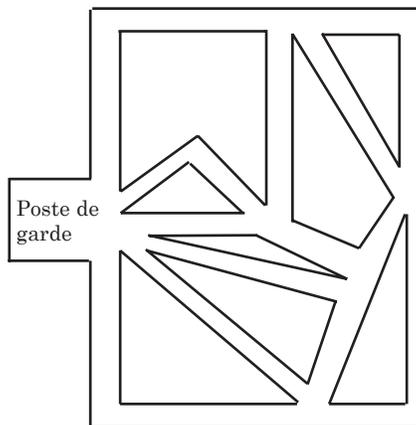
Feuille à reproduire : Le gardien du musée

Le gardien d'un musée est tenu de faire une patrouille dans les couloirs de l'établissement, et ce de manière à parcourir chaque couloir au moins une fois par heure. Le gardien s'intéresse naturellement à un parcours qui l'amène à passer par chaque couloir une seule fois. Le schéma de chaque aile du musée est reproduit ci-dessous.

Aile est

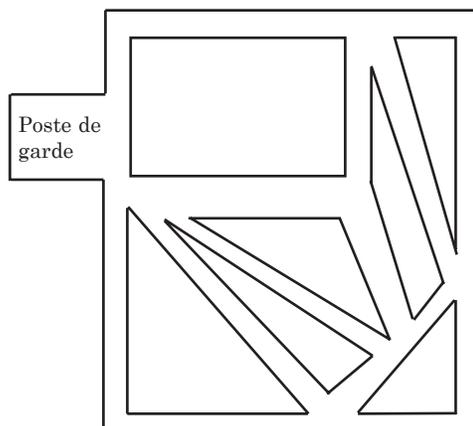


Aile du centre



Quelles ailes permettent au gardien de commencer sa patrouille depuis le poste de garde et de parcourir chaque couloir une seule fois pour aboutir au point de départ? Trouve ce parcours s'il existe.

Aile ouest



Le gardien du musée : Activité tirée de *A Sourcebook of Applications of School Mathematics*, une publication conjointe de la Mathematical Association of America et du National Council of Teachers of Mathematics. Tous droits réservés © 1980, National Council of Teachers of Mathematics.

Renseignements pour l'enseignant : Formes magiques I

Compétences requises

- notions d'arithmétique simple

Quand réaliser cette activité

À n'importe quel moment.

Renseignements pour l'enseignant

Définition : un carré magique est un tableau de nombres disposés de sorte que la somme des nombres qui figurent dans chaque colonne, dans chaque ligne et dans chaque diagonale soit constante.

Historique : le carré magique Lo Shu compte parmi les premiers carrés magiques connus. On peut consulter plusieurs sources pour en savoir plus long sur l'histoire des carrés magiques. Certains des sites Web énumérés ci-dessous pourraient être utiles à cette fin.

1. <<http://chronomath.com>>
Carrés magiques, carrés latins
2. <http://www.recreomath.qc.ca/dict_magique_carre.htm>
Divers carrés magiques
3. <<http://www.multimagie.com>>
Carrée mutimagiques

Réponses

Carré magique

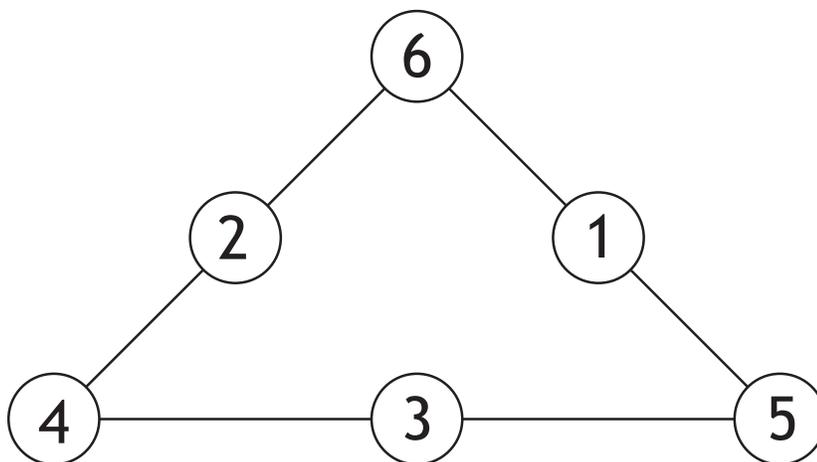
Une réponse possible

8	3	4
1	5	9
6	7	2

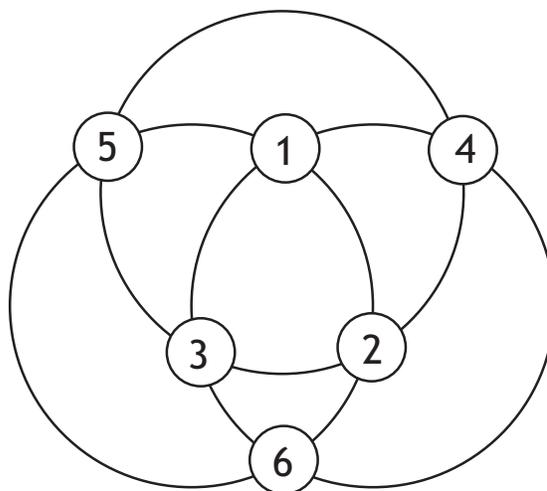
D'autres réponses sont possibles. Demandez aux élèves de trouver d'autres solutions et de les comparer. Comportent-elles des points de ressemblance? Consultez les sites Web énumérés ci-dessus pour de plus amples informations.

Renseignements pour l'enseignant : Formes magiques I (suite)

Pyramide magique



Somme des cercles



Prolongement

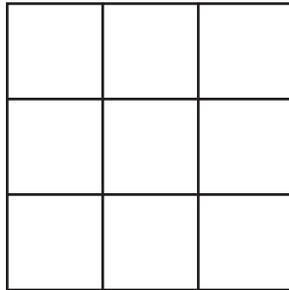
Demandez aux élèves de construire un carré anti-magique. Un carré anti-magique est un tableau de nombres dont la somme des nombres qui figurent dans chaque colonne, dans chaque ligne et dans chaque diagonale diffère. Certains des sites Web énumérés ci-dessus traitent des carrés anti-magiques.

5	1	3
4	2	6
8	7	9

Feuilles à reproduire : Formes magiques I

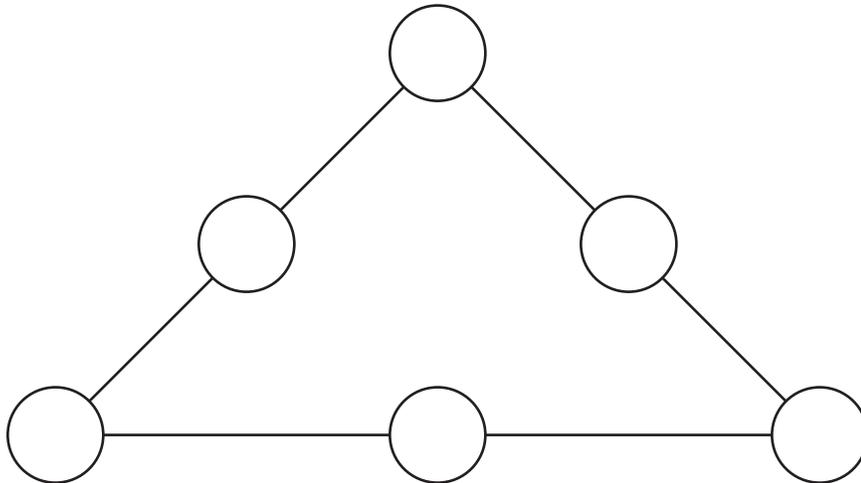
Carré magique

Inscris les nombres de 1 à 9 dans chacune des cases. La répétition d'un nombre est interdite. La somme de chaque colonne, de chaque ligne et de chaque diagonale doit être égale à 15.



Pyramide magique

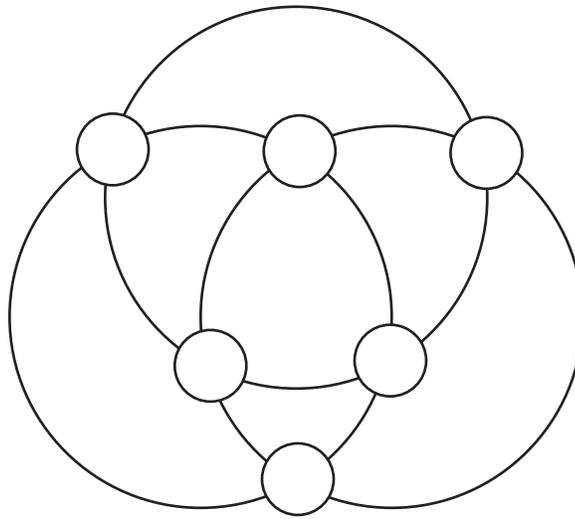
Inscris les nombres 1, 2, 3, 4, 5 et 6 dans les cercles de la pyramide. Un seul nombre doit figurer dans chaque cercle. Lorsque tous les cercles auront été remplis, la somme des trois nombres de chaque côté doit être constante.



Feuilles à reproduire : Formes magiques I (suite)

Somme des cercles

Inscris les nombres de 1 à 6 dans les petits cercles de la figure ci-dessous. La répétition d'un nombre est interdite. Les nombres doivent être disposés de sorte que la somme des quatre nombres figurant sur la circonférence d'un cercle est égale à la somme des nombres figurant sur la circonférence de tout autre cercle.



Renseignements pour l'enseignant : Cubes numériques

Compétences requises

- notions d'arithmétique simple

Quand réaliser cette activité

À n'importe quel moment.

Renseignements pour l'enseignant

Astuce : Si les élèves éprouvent de la difficulté à commencer, proposez-leur de calculer la somme des nombres de chaque colonne et la moyenne des nombres de chaque colonne.

Solution

Déplacer un des 3 de la deuxième colonne dans la première colonne.

Le 10 dans la troisième colonne est déplacé dans la deuxième colonne.

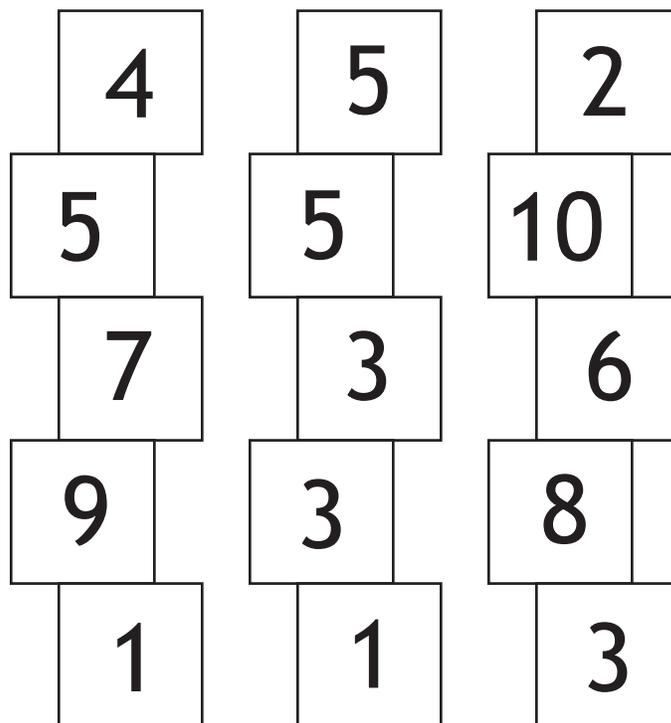
Le 5 dans la première colonne est déplacé dans la troisième colonne.

Prolongement

Demandez aux élèves de créer un problème similaire.

Feuille à reproduire : Cubes numériques

Examine les trois piles de cubes numériques ci-dessous. Peux-tu réorganiser les cubes en déplaçant un cube (un seul) de chaque pile de sorte que la somme des nombres dans chaque pile soit égale à la somme des nombres des deux autres piles?



Renseignements pour l'enseignant : La face des choses

Compétences requises

- visualisation spatiale
- dessiner des figures tridimensionnelles sur papier isométrique (prolongement)

Quand réaliser cette activité

Cette activité peut être réalisée à n'importe quel moment. Si les élèves font l'exercice de prolongement, ils auront besoin des compétences acquises dans le cadre de l'unité sur la géométrie descriptive.

Renseignements pour l'enseignant

Si les élèves éprouvent de la difficulté, ils pourraient construire la figure au moyen de cubes.

Demandez aux élèves d'envisager les six faces de chaque cube et d'imaginer combien de faces touchent les autres cubes.

Solutions

Figure 1 : 18

Figure 2 : 26

Figure 3 : 22

Prolongement

Demandez aux élèves de construire leur propre figure tridimensionnelle et de la dessiner sur du papier isométrique.

Feuille à reproduire : La face des choses

Examine la figure ci-dessous. Tu peux voir trois des quatre cubes qui la composent. Imagine que tu peux la prendre et l'examiner sous tous les angles. Combien de faces différentes pourrais-tu compter?

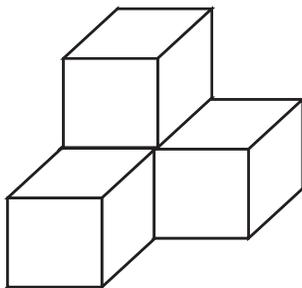


Figure 1

Le « L jumelé » se compose de six cubes. Le sixième, à l'arrière de la rangée inférieure, est invisible. Si tu pouvais examiner la pile de cubes sous tous les angles, combien de faces pourrais-tu compter?

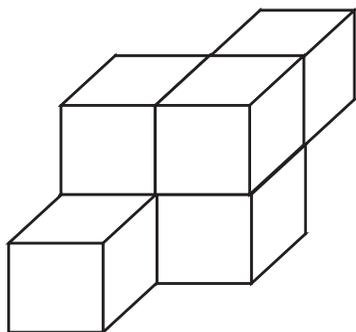


Figure 2

En voici une autre : Si la figure se compose de cinq cubes, combien de faces pourrais-tu observer en l'examinant sous tous les angles?

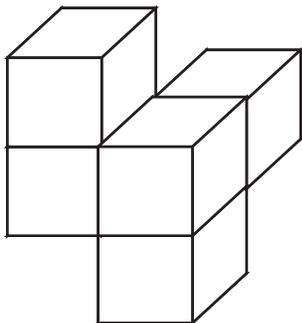


Figure 3

Renseignements pour l'enseignant : L'échiquier

Compétences requises

- notions d'arithmétique simple

Quand réaliser cette activité

À n'importe quel moment.

Renseignements pour l'enseignant

- Demandez aux élèves de remplir la première rangée seulement et de rechercher une régularité.
- Demandez aux élèves à quel point la fille aura gagné 1 000,00 \$ et à quel point elle aura gagné 1 000 000,00 \$.
- Les élèves n'ont pas besoin de savoir le montant total d'argent donné pour répondre à la question. Ils devraient justifier leur réponse.
- Une feuille de calcul pourrait être utile.

Solution

N ^o du carré	1	2	3	4	5	6	• • •	64	
N ^{bre} de cents	1	2	4	8	16	32			1,84 x 10 ¹⁹
Total	1	3	7	15	31	63			
ou	2-1	4-1	8-1	16-1	32-1	64-1			
ou	2 ¹ -1	2 ² -1	2 ³ -1	2 ⁴ -1	2 ⁵ -1	2 ⁶ -1		2 ⁶⁴ -1	

Feuille à reproduire : L'échiquier

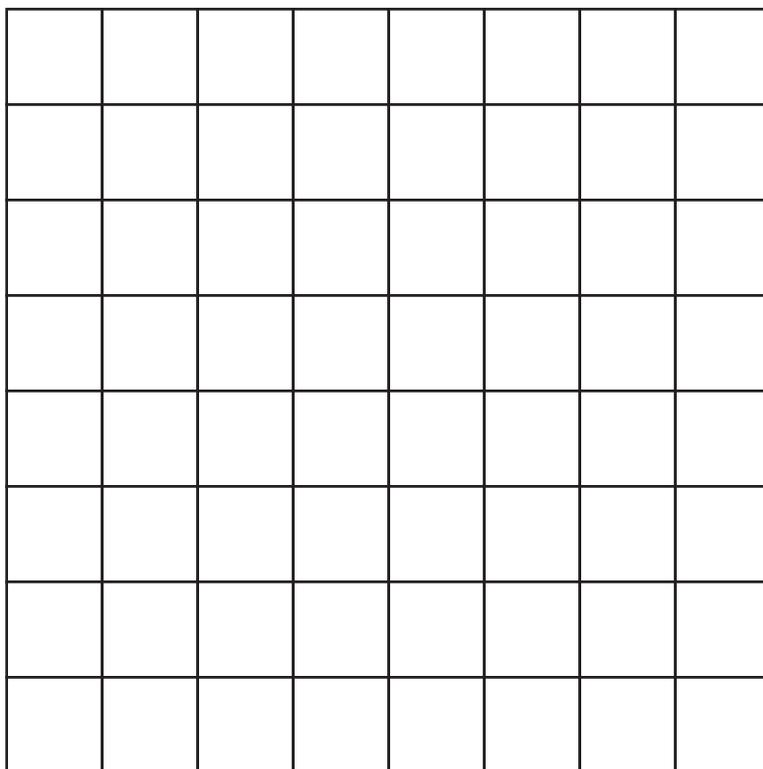
Il y a longtemps, dans une lointaine galaxie, des animaux nuisibles avaient envahi un royaume. Aucune des mesures que le roi avait prises pour s'en débarrasser n'avait réussi. Il a donc décidé de publier un message sur son site Web pour expliquer la nature du problème et inviter des aventuriers à le résoudre.

Une seule personne a répondu à son invitation : une jeune paysanne. Elle s'est rendue au royaume, apportant avec elle une variété d'herbes et de graines à partir desquelles elle a préparé une solution qu'elle a répandue sur tout le territoire. En conséquence, les animaux nuisibles sont devenus stériles et le problème s'est résolu.

Le roi lui a offert une récompense – la main du beau prince, la moitié du royaume, un laissez-passer Monde des merveilles du Canada, bref, tout ce qu'elle voudrait. La paysanne a carrément refusé.

Elle a déclaré au roi que ses besoins se résumaient à peu de chose. Elle a demandé qu'on apporte un échiquier et un sac de cents. On a apporté ce qu'elle avait demandé. Elle a demandé ensuite qu'on place un cent sur la première case, deux cents sur la deuxième, quatre cents sur la troisième, et ainsi de suite. Au fur et à mesure que l'échiquier se recouvrait de cents, chaque case recevait deux fois le nombre de cents déposé sur la case précédente, et ce jusqu'à ce que les 64 cases de l'échiquier aient été remplies.

La paysanne a-t-elle reçu une récompense équitable? Explique et justifie ta réponse.



Renseignements pour l'enseignant : Le casse-tête du pont

Compétences requises

- pensée critique
- notions d'arithmétique simple

Quand réaliser cette activité

À n'importe quel moment.

Renseignements pour l'enseignant

1. Demandez aux élèves de reconstituer la situation pour les aider à en visualiser le déroulement.
2. Il n'est pas nécessaire de recourir à des astuces pour résoudre le problème. On peut le résoudre sans jeter la lampe de poche, marcher dans l'obscurité et ainsi de suite.
3. Lorsque les élèves auront trouvé une première solution, incitez-les à en trouver d'autres.
4. Il existe de nombreux casse-tête comme celui-ci. Une grande entreprise demande à ses employés éventuels d'en résoudre un. On leur accorde cinq minutes pour trouver la solution.

Solution

Solution 1 : Faire passer 5 et 10
 Renvoyer 10
 Faire passer 20 et 25
 Renvoyer 5
 Faire passer 5 et 10

Temps

10 minutes
 10 minutes
 25 minutes
 5 minutes
10 minutes
 Total : 60 minutes

Solution 2 : Faire passer 5 et 10
 Renvoyer 5
 Faire passer 20 et 25
 Renvoyer 10
 Faire passer 5 et 10

Temps

10 minutes
 5 minutes
 25 minutes
 10 minutes
10 minutes
 Total : 60 minutes

Feuille à reproduire : Le casse-tête du pont

Quatre explorateurs parviennent à un pont suspendu durant la nuit. Deux personnes au plus peuvent franchir le pont en même temps et elles doivent utiliser une lampe de poche pour voir où mettre les pieds.

Les explorateurs n'ont qu'une seule lampe de poche dont la capacité d'éclairage est de 60 minutes.

Un des explorateurs pourrait franchir le pont en cinq minutes et un deuxième en 10 minutes. Les deux autres auraient besoin de 20 et de 25 minutes respectivement.

Comment les quatre explorateurs pourraient-ils franchir le pont avant que les piles de la lampe de poche ne s'épuisent?



Annexe II

Internet

Un grand nombre de sites dans Internet offrent des problèmes et des casse-tête. Si vous utilisez un moteur de recherche pour les trouver, effectuez votre recherche à l'aide des mots-clés « mathématiques problèmes casse-tête jeux ».

Dernière consultation en date du 18 janvier 2007.

aMATHeur.net - tous les jeux de logique

<<http://www.amateur.net>>

aMATHeur.net est un site qui cherche à créer une véritable communauté ludique. Vous trouverez sur le site des dizaines de jeux de logique qui vous feront travailler vos neurones.

Aux mathématiques amusantes pour vous détendre

<<http://membres.lycos.fr/ericmer>>

Ce site est destiné aux amateurs d'énigmes de mathématiques. Il contient plusieurs dizaines d'énigmes avec leur réponse.

Mathématiques magiques

<<http://perso.wanadoo.fr/therese.eveilleau/>>

Vous découvrirez des jeux, des puzzles magiques, des paradoxes et des trucs malins pour comprendre les maths et beaucoup d'autres choses dans ce site.

La liste jeuxmaths

<<http://jeuxmaths.free.fr>>

Ce site contient une liste de diffusion de problèmes ou jeux de logique, réflexion et mathématiques.