Unité D
Probabilité
Corrigé

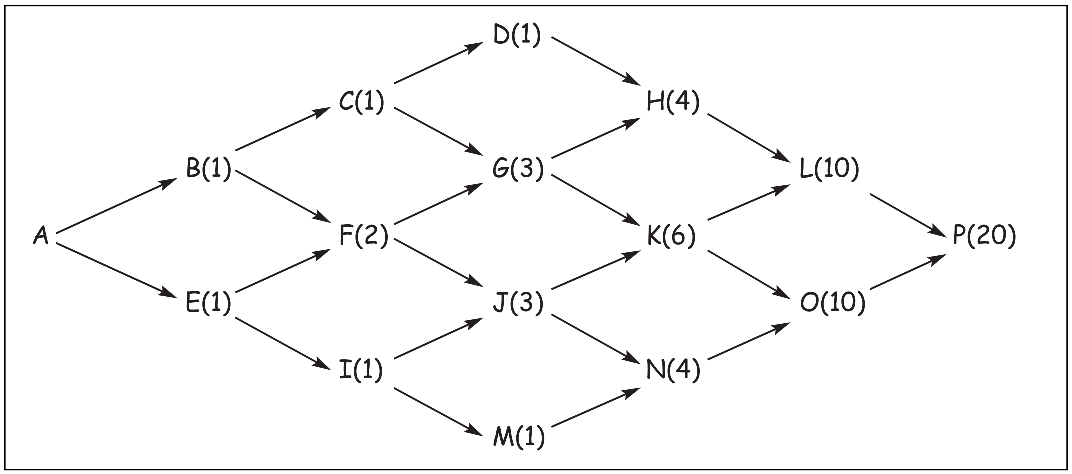
Exercice 1 : Trajectoires — Corrigé

1. a) Dresse la liste des possibilités : ADB, ACB, AEB, ACDB — 4 chemins.
   b) Ne tiens pas compte des chemins contenant C. Seulement deux trajectoires sont possibles.

2. Les trajectoires possibles sont : ADB, AEB, AC dans le sens des aiguilles d'une montre B, AC dans le sens contraire des aiguilles d'une montre B, AC dans le sens des aiguilles d'une montre DB, AC dans le sens contraire des aiguilles d'une montre DB — 6 chemins.

3. Le diagramme ci-dessous illustre le nombre de façons de passer à chacune des cases à partir de la case A.

   Dessine un diagramme en arbre.



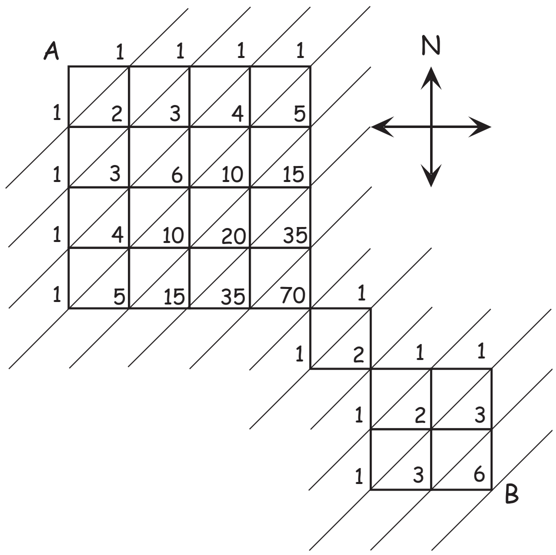
Tu peux utiliser ce diagramme en arbre pour dresser la liste des trajectoires et éviter les répétitions ou les omissions.

ABCDHLP	ABFGHLP	AEIJKLP	AEFGHLP
ABCGHLP	ABFGKLP	AEIJKOP	AEFGKLP
ABCGKLP	ABFGKOP	AEIJNOP	AEFGKOP
ABCGKOP	ABFJKLP	AEIMNOP	AEFJKLP
	ABFJKOP		AEFJKOP
	ABFJNOP		AEFJNOP

Nombre total : 20

Exercice 1 : Trajectoires — Corrigé (*suite*)

4. 70 x 2 x 6 = 840



Exercice 2 : Principes de comptage — Corrigé

1. Hors-d'œuvre x Entrée x Dessert = 3 x 4 x 2 = 24
2. 4 x 3 x 2 x 1 = 4! = 24
3. Considérons le mot PLUS. Il y a 4! agencements possibles. Cependant, dans le mot JAZZ, il n'est pas possible de distinguer les 2 Z. Par conséquent, il existe seulement la moitié des agencements possibles, soit 12 agencements.
4. G F G F G — Nombre de façons : 3 x 2 x 2 x 1 x 1 = 12

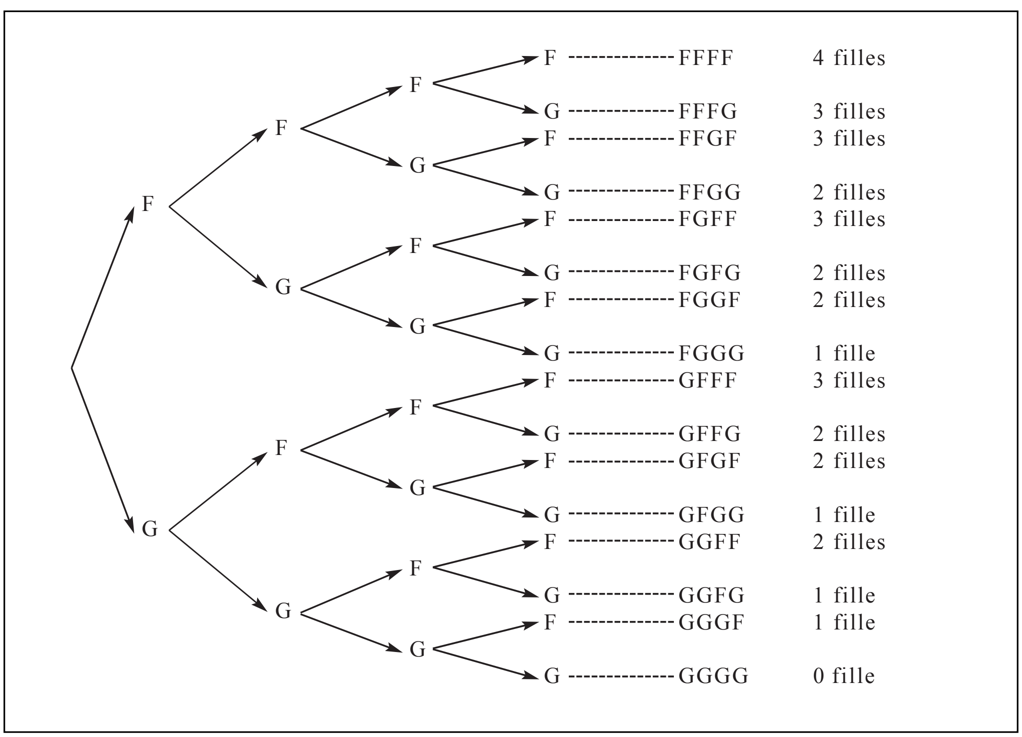
   Le coût est 36 $ (plus taxes).
5. Le nombre de façons au total = 5! = 120. Le nombre de moyens si on les place côté à côté = 2 x (4!) = 48.

   Le nombre de moyens si on les sépare = 120 – 48 = 72.
6. Nombre de moyens = 3 x 4 x 3 x 2 = 72
7. Nombre de moyens = 26 x 25 x 24 x 23 x 22 = 7 893 600 ou $_{26}P_5$ = 7 893 600
8. Nombre de moyens = 7 893 600 ÷ 5! = 65 780 ou $_{26}C_5$ = 65 780

   Dans ce problème, l'ordre dans lequel tu reçois les cartes ne compte pas, alors que dans la question 7, un ordre différent donne lieu à un code différent.
9. a) 9 x 8 x 7 = 504

   b) 9 x 9 x 9 = 729

   c) 8 x 7 x 4 = 224 (les chiffres à la fin doivent être pairs)
10. a) $(a + b)^4$



Exercice 2 : Principes de comptage — Corrigé (*suite*)

b) 16

c) Il s'agit d'un exemple de situation binomiale. Chaque événement a les mêmes résultats possibles.

Nombre de filles	0	1	2	3	4
Nombre d'ordres	1	4	6	4	1

11. $\dfrac{10!}{3!3!2!} = 50\ 400$

Exercice 3 : Ensembles fondamentaux — Corrigé

1.

	2	2	4	4	4	6
1	3	3	5	5	5	7
1	3	3	5	5	5	7
1	3	3	5	5	5	7
5	7	7	9	9	9	11
5	7	7	9	9	9	11
5	7	7	9	9	9	11

a) $\text{P(somme} < 6) = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$

b) $\text{P(somme} > 2) = \frac{36}{36} = 1$

c) $\text{P(somme est égale)} = 0$

d) $\text{P(somme égale 11 ou 5)} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$

e) $\text{P(somme} = 7 \text{ et un dé tombe sur 5)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

2. a) GGGG GGGD GGDG GGDD GDGG GDGD GDDG GDDD
DGGG DGGD DGDG DGDD DDGG DDGD DDDG DDDD

b) i) $\text{P(va à G exactement trois fois)} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$

ii) $\text{P(va toujours à D)} = \frac{1}{16}$

iii) $\text{P(va à G au moins trois fois)} = \frac{4}{16} + \frac{1}{16} = \frac{5}{16}$

iv) $\text{P(la direction alterne)} = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$

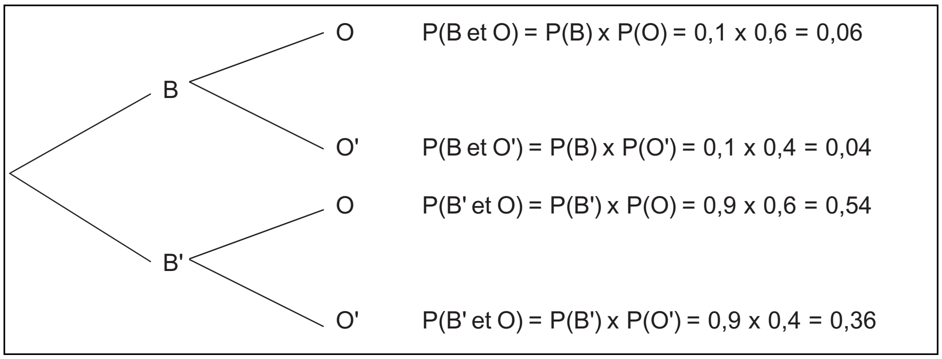
Exercice 3 : Ensembles fondamentaux — Corrigé (*suite*)

3. a) Disons B l'événement (perdre un bagage). Par conséquent, B' est l'événement (ne pas perdre un bagage).

   P(B) = 0,1   P(B') = 0,9

   Disons O l'événement (voir un ours polaire). Par conséquent O' est l'événement (ne pas voir un ours polaire).

   P(O) = 0,6   P(O') = 0,4



   b) P(perdre un bagage et ne pas voir un ours polaire) = P(B et O') = 0,04

   c) P(soit perdre un bagage, soit voir un ours polaire, mais pas les deux)
   = P(B et O') + P(B' et O) = 0,04 + 0,54 = 0,58

4. Voici les possibilités d'envoi : TRP, TPR, PRT, PTR, RPT, RTP. L'ordre « correct » est TRP.

   a) PTR et RTP ne sont envoyés à aucun destinataire visé. Par conséquent, P(aucun visé) = $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

   b) TPR, PRT et RTP comportent un destinataire visé. Par conséquent, P(un visé) = $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

   c) Il n’y a aucun avec deux bon envois. P(deux visés) = 0.

   d) Il existe une seule façon que tous les destinataires visés aient reçu le bon message. P(tous visés) = $\frac{1}{6}$.

Exercice 4 : Événements mutuellement exclusifs et complémentaires — Corrigé

1. a) B et C, C et D, C et E

   b) A' = (choisir un nombre impair)

2. a) P(le rouge tombe sur trois) = $\frac{1}{6}$

   b) P(le vert tombe sur trois) = $\frac{1}{6}$

   c) P(au moins un dé tombe sur trois) $= 1 - (\frac{5}{6})(\frac{5}{6}) = \frac{11}{36}$

   d) Dans un résultat au moins, les deux dé s tombent sur trois. Il ne s'agit pas d'évènements mutuellement exclusifs.

   P(au moins un dé tombe sur trois) = $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{36} = \frac{11}{36}$

   P(le rouge ou le vert tombe sur trois) n'est pas équivalent à

   P(le rouge tombe sur trois) + P(le ve rt tombe sur trois).

   Nota : P(les deux dés tombent sur tro is) = $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

3. a) $P(A) = \frac{7}{10} = 0,7$

   b) $P(B) = \frac{8}{10} = 0,8$

   c) $P(C) = \frac{2}{10} = 0,2$

   d) C et A pourraient être mutuellement exclusifs parce que n(C) + n(A) n'est pas plus grand que 10.
   C et B pourraient être mutuellement exclusifs parce que n(C) + n(B) n'est pas plus grand que 10.
   A et B ne pourraient être mutuellement exclusifs parce que n(A) + n(B) est plus grand que 10.
   Ou tu pourrais appliquer la loi des probabilités et dire que P(A) + P(B) > 1.

4. a) $P(A) = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$

   b) P(B ou C) = $\frac{13}{52} + \frac{26}{52} = \frac{39}{52} = \frac{3}{4}$, mutuellement exclusifs

   c) P(A ou C) = $\frac{12}{52} + \frac{26}{52} - \frac{6}{52} = \frac{32}{52} = \frac{8}{13}$, pas mutuellement exclusifs

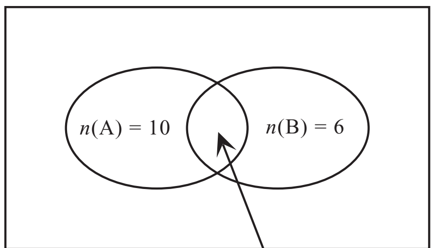
Exercice 4 : Événements mutuellement exclusifs et complémentaires — Corrigé (*suite*)

5. $n(\text{A}) = 30 \times \frac{1}{3} = 10,\ n(\text{B}) = 30 \times \frac{1}{5} = 6$

   $n(\text{pas piqué ni brûlé}) = 30 \times \frac{1}{2} = 15$

   $n(\text{A}) + n(\text{B}) = 16$

   Une personne a été piquée et brûlée par le soleil. Par conséquent, les événements ne sont pas mutuellement exclusifs.



Le nombre dans (A et B) doit être 1.

6. a) P(la somme est un multiple de trois) $= \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$

   b) P(la somme est un multiple de deux) $= \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$

   c) P(la somme est un multiple de cinq) $= \frac{7}{36}$

   d) Les multiples de trois et de cinq sont des événements mutuellement exclusifs dans cette expérience.

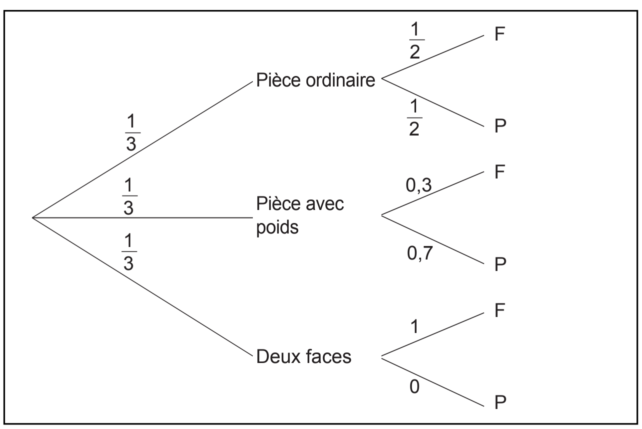
Exercice 5 : Événements indépendants et dépendants — Corrigé

1. a) Indépendants
   b) Dépendants. Choisir deux cartes ensemble équivaut à la même chose que les choisir de façon consécutive et de ne pas remplacer la première carte, ce qui changerait les probabilités pour la deuxième carte.

2. a) $\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{12}=0,083\ 3$
   b) $\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{16}=0,187\ 5$
   c) $1-\text{P(pas de rouge)}=1-\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}=0,875$

3. a) $\frac{15}{20}\times\frac{14}{19}=\frac{21}{38}=0,552\ 6$
   b) $\frac{5}{20}\times\frac{15}{19}\times\frac{14}{18}=\frac{35}{228}=0,153\ 5$
   c) $1-\text{P(pas de rouge)}=1-\frac{5}{20}\times\frac{4}{19}\times\frac{3}{18}=\frac{1}{114}=0,991$

4. a)



   b) P(Face) = P(Ordinaire, Face) + P(Poids, Face) + P(Deux faces, Face)

$$= \frac{1}{3}\times\frac{1}{2} \quad +\frac{1}{3}\times 0,03 \quad +\frac{1}{3}\times 1$$

$$= \frac{1}{6} \quad + \frac{1}{10} \quad + \frac{1}{3}$$

$$= \frac{6}{10} = 0,6$$

5. a) P(la première est du groupe O et la deuxième est du groupe A) = 0,45 x 0,4 = 0,18
   b) P(même groupe) = P(deux A) + P(deux B) + P(deux AB) + P(deux O)
   = 0,40 x 0,40 + 0,12 x 0,12 + 0,03 x 0,03 + 0,45 x 0,45
   = 0,160 0 + 0,014 4 + 0,000 9 + 0,202 5
   = 0,377 8

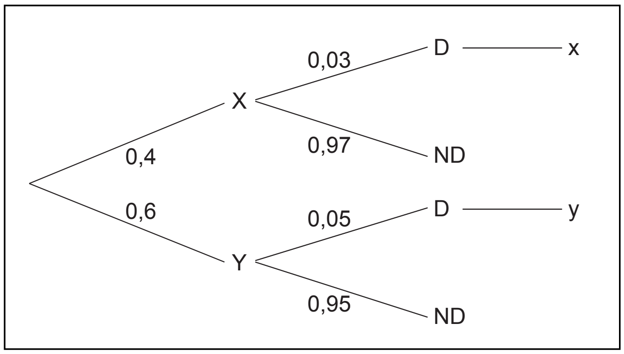
Exercice 6 : Questions diverses — Corrigé

1. a) P(gagner le billet de 100 $) = $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{27}$

   b) P(gagner soit un billet de 100 $, soit un billet de 50 $) = $2\times\frac{1}{27}=\frac{2}{27}$

   Ce concours ne semble pas très rentable. S'il y a environ 27 participants, ils peuvent s'attendre à donner le prix de 100 $ et celui de 50 $, et de tirer un profit de 54 $ seulement.

2. Le diagramme en arbre ci-dessous illustre la situation.



   a) P(objet défectueux) = P(de machine X et défectueux) + P(de machine Y et défectueux)
   = x + y = 0,4 x 0,03 + 0,6 x 0,05 = 0,012 + 0,03 = 0,042

   b) Nombre d'objets défectueux de la machine X = 0,012 x 4000 = 48
   Nombre total d'objets défectueux pour une production totale de 4 000 = 0,042 x 4000 = 168

   c) P(nombre connu d'objets défectueux de la machine X) = $\frac{48}{168}=0,286$

3. P(deux défectueux) $=\frac{4}{12}\times\frac{3}{11}=\frac{1}{11}$

   Remarque que, quand un objet défectueux a été sélectionné, il en reste seulement 3 parmi les 11 objets restants.

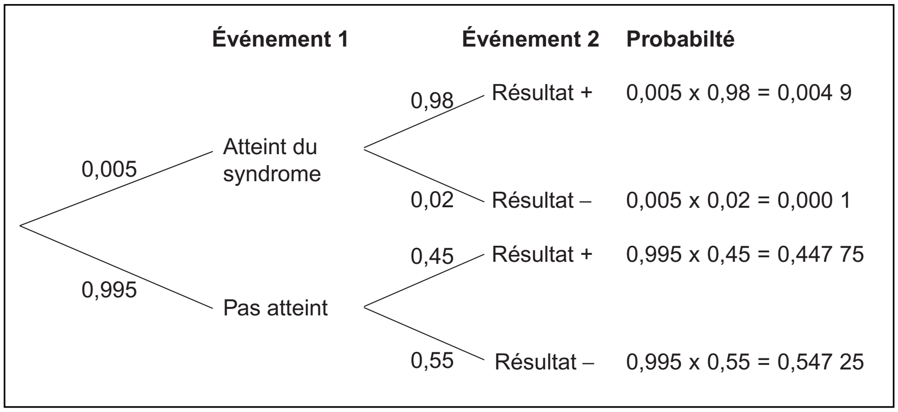
4. P(au moins un succès) = 1 – probabilité(aucune réussite)
   = 1 – (0,75)4 = 1 – 0,316 = 0,684

5. Il existe 32 possibilités (c.-à-d. 2 x 2 x 2 x 2 x 2 = 32). Le nombre de combinaisons pour 5 enfants dont 3 sont des filles correspond à ${}_5C_3$ = 10.

   $\therefore$ P(3 filles et 2 garçons) $=\frac{10}{32}=0,312\,5$

Exercice 6 : Questions diverses — Corrigé (*suite*)

6.



Pour répondre à la deuxième partie de la question, il faut partir des résultats des tests subis par 10 000 personnes.

Le tableau ci-dessous illustre les résultats attendus.

	Résultats +	Résultats –
Atteints du syndrome	49	1
Pas atteints	4478	5472
Totaux	4527	5573

$$\text{P(atteints du syndrome si résultat +)} = \frac{n(\text{atteints du syndrome et résultat +})}{n(\text{résultat +})}$$

$$= \frac{49}{4527} = 0{,}010\,8$$