

Unité A
Modèles matriciels

Exercice 1 : Introduction aux matrices

1. Le revenu médian d'emploi pour les hommes et les femmes (selon Statistique Canada) au Canada et dans les provinces est indiqué dans le tableau ci-dessous.

Revenu médian d'emploi par province en 1995			
	Hommes	Femmes	Total
Canada	25 900 \$	16 000 \$	20 600 \$
T.-N.	17 500	10 200	13 600
Î.-P.-É.	16 500	10 600	13 500
N.-É.	21 800	12 500	16 800
N.-B.	20 400	11 300	15 400
Qué.	24 100	15 400	19 700
Ont.	28 800	18 100	23 000
Man.	22 900	14 800	18 400
Sask.	21 000	13 500	16 900
Alb.	26 300	14 800	19 900
C.-B.	27 900	16 700	21 600
Yukon	27 600	20 400	24 100
T.-N.-O.	29 200	19 700	24 400

- a) Complète la matrice R pour les provinces de l'Ouest.

$$R = \begin{matrix} & \text{Hommes} & \text{Femmes} \\ \text{Man.} & (22\ 900 & 14\ 800) \\ \text{Sask.} & & \\ \text{Alb.} & & \\ \text{C.-B.} & & \end{matrix}$$

Les questions suivantes se rapportent à la matrice R .

- b) Combien de rangées la matrice R comporte-t-elle?
 c) Combien de colonnes la matrice R comporte-t-elle?
 d) Quelle est la dimension de la matrice R ?
 e) Quelle est la valeur de r_{2j} ? Que représente cette valeur?

2. a) Tu dois créer une matrice de 5×2 qui affiche les parties gagnées et les parties perdues de la section est.
 b) Avec un camarade, tu dois recueillir des données dans un journal courant. Tu dois ensuite afficher ces données sous forme de matrice.

Ligue nationale									
Section est									
	G	P	Moy	Diff	10d	Séq	Dom	Ext	Intr
Atlanta	47	28	0,627	—	5-5	P-2	21-13	28-15	2-4
Floride	44	30	0,595	2 1/2	6-4	G-1	22-11	22-19	4-2
New York	43	32	0,573	4	7-3	G-6	24-14	19-18	2-4
Montréal	42	32	0,568	4 1/2	z6-4	P-1	29-14	13-18	5-1
Philadelphie	23	50	0,315	23	1-9	P-1	13-23	10-27	1-5
Section centrale									
	G	P	Moy	Diff	10d	Séq	Dom	Ext	Intr
Houston	37	39	0,487	—	5-5	P-2	20-16	17-23	2-4
Pittsburgh	35	40	0,467	1 1/2	3-7	G-2	16-19	19-21	2-4
St. Louis	34	40	0,459	2	z4-6	G-1	20-15	14-25	1-5
Cincinnati	31	43	0,419	5	z5-5	G-1	18-18	13-25	3-3
Chicago	29	46	0,387	7 1/2	z4-6	P-1	17-15	12-31	3-3
Section ouest									
	G	P	Moy	Diff	10d	Séq	Dom	Ext	Intr
San Francisco	43	32	0,573	—	z7-3	G-1	25-19	18-13	5-1
Colorado	40	36	0,526	3 1/2	z5-5	G-1	20-14	20-22	2-4
Los Angeles	37	38	0,493	6	5-5	P-1	24-16	13-22	3-3
San Diego	32	43	0,427	11	3-7	P-1	18-25	14-18	1-5

z — première partie gagnée

Exercice 1 : Introduction aux matrices (suite)

3. Ci-dessous est illustrée la matrice des distances D . Les distances sont indiquées en kilomètres.

$$D = \begin{matrix} & \text{Br} & \text{Wi} & \text{Po} & \text{Ne} & \text{Th} \\ \begin{matrix} \text{Brandon} \\ \text{Winnipeg} \\ \text{Portage} \\ \text{Neepawa} \\ \text{Thompson} \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 197 & 126 & 75 & 855 \\ 197 & 0 & 70 & 175 & 738 \\ 126 & 70 & 0 & 101 & 824 \\ 75 & 175 & 101 & 0 & 782 \\ 855 & 738 & 824 & 782 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

- a) Quelle est la distance entre Winnipeg et Neepawa?
 - b) Quel est le temps requis pour un voyage de Thompson à Winnipeg si la vitesse moyenne est de 90 km/h?
 - c) Une entreprise de camionnage demande 2 \$ par kilomètre. Tu dois créer la matrice C pour illustrer les coûts de transport routier entre ces villes.
 - d) Dans une matrice de distances, les éléments de la diagonale principale sont tous des zéros. Pourquoi?
4. a) Enregistre la matrice A dans ta calculatrice graphique ou dans ton ordinateur.

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 8 & 5 \\ 6 & 10 & 1 \end{pmatrix}$$

- b) Inscris une série d'instructions indiquant les étapes à suivre pour l'enregistrement de la matrice dans ta calculatrice graphique ou dans ton ordinateur.
- c) Tu constateras que l'élément a_{23} devrait être 11. Indique les étapes à suivre pour faire les changements.

Exercice 2 : Addition et soustraction matricielle

1. Le fabricant de stores Morden possède deux usines et fabrique des stores horizontaux et verticaux. La matrice A illustre la production pour la semaine 1, la matrice B illustre la production pour la semaine 2 et la matrice C illustre la production combinée pour les semaines 3 et 4. Dans chaque matrice, la rangée 1 représente les stores horizontaux, la rangée 2 représente les stores verticaux, la colonne 1 représente la grande usine et la colonne 2 représente la petite usine.

$$A = \begin{pmatrix} 100 & 40 \\ 500 & 280 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 80 & 40 \\ 440 & 320 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 100 & 50 \\ 600 & 280 \end{pmatrix}$$

- Combien de stores ont été fabriqués par la petite usine pendant la première semaine?
 - Combien de stores horizontaux ont été fabriqués par la grande usine pendant la première semaine?
 - Combien de stores horizontaux ont été fabriqués par la petite usine pendant les troisième et quatrième semaines?
 - Combien de stores verticaux ont été fabriqués par la petite usine pendant les troisième et quatrième semaines?
 - Combien de stores verticaux ont été produits pendant la deuxième semaine?
 - Combien de stores horizontaux ont été produits pendant la deuxième semaine?
 - Tu dois créer une matrice qui illustre la production totale pour les deux premières semaines.
 - Tu dois créer une matrice qui illustre la production totale pour les quatre premières semaines.
 - Combien de stores horizontaux ont été produits à la grande usine pendant la période de quatre semaines?
 - Combien de stores verticaux ont été produits à la petite usine pendant la période de quatre semaines?
2. Le magasin B annonce des rabais d'une journée. Des rabais sont offerts sur les articles ci-dessous.

Magasin B : Magasin Bonne affaire		
Lecteur de disque compact :	prix régulier 449,99 \$;	prix de rabais 224,99 \$
Chandail pour homme :	prix régulier 29,99 \$;	prix de rabais 20,99 \$
Pyjama de bébé :	prix régulier 13,99 \$;	prix de rabais 8,39 \$

Le magasin E annonce des rabais d'une journée. Des rabais sont offerts sur les articles ci-dessous.

Magasin E : Magasin Entrepôt du consommateur		
Pyjama de bébé :	prix régulier 18,99 \$;	prix de rabais 13,29 \$
Lecteur de disque compact :	prix régulier 419,39 \$;	prix de rabais 251,63 \$
Chandail pour homme :	prix régulier 48,99 \$;	prix de rabais 24,49 \$

- Tu dois créer une matrice de 2×3 pour chaque magasin. Les prix (réguliers et de rabais) doivent être indiqués dans les rangées et les articles doivent être indiqués dans les colonnes. Enregistre ces matrices dans ta calculatrice graphique ou dans ton ordinateur.
- Effectue l'opération matricielle appropriée pour illustrer toutes les différences de prix entre les deux magasins.
- Peux-tu déterminer quel magasin offre les meilleurs achats? Explique les raisons pour lesquelles un magasin offre les meilleures achats et pourquoi l'autre magasin n'offre pas les meilleurs achats.

Exercice 2 : Addition et soustraction de matricielle (suite)

3. Deux usines fabriquent les quantités suivantes d'articles (en milliers) chaque jour.

Article	Usine A	Usine B
Trucs	12	10
Accessoires	40	32
Outils	24	21
Gadgets	56	42

a) Complète la matrice qui représente cinq jours de production.

$$5 \cdot \begin{pmatrix} 12 & 10 \\ 40 & 32 \\ 24 & 21 \\ 56 & 42 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 60 & \\ & \end{pmatrix}$$

b) Tu dois maintenant créer la matrice qui représente (i) 10 jours, (ii) 1,5 jours et (iii) n jours.

4. Une entreprise possède deux magasins. Pour le magasin A, les revenus des mois de mars et d'avril étaient de 89 000 \$ et de 83 500 \$, et les profits des mois de mars et d'avril étaient de 14 500 \$ et de 11 700 \$. Pour le magasin B, les revenus des mois de mars et d'avril étaient de 63 700 \$ et de 72 900 \$, et les profits des mois de mars et d'avril étaient de 9 300 \$ et de 11 800 \$.

a) Tu dois créer une matrice qui illustre les revenus pour les deux magasins pour les mois de mars et d'avril.

b) Tu dois aussi créer une deuxième matrice pour les profits.

c) Utilise les deux matrices que tu as produites pour les questions (a) et (b) pour créer la matrice qui illustre les dépenses des deux magasins pour les mois de mars et d'avril.

d) Quelles étaient les dépenses du magasin A pour le mois de mars? Le mois d'avril? Les mois de mars et d'avril?

5. a) Tu dois créer une matrice qui illustre le stock final en main dans les deux magasins.

Inventaire :			Ventes :			Nouveau stock reçu		
Stock au début :			Pour la semaine :			à la fin de la semaine :		
Article	Stock Mag. 1	Stock Mag. 2	Article	Stock Mag. 1	Stock Mag. 2	Article	Stock Mag. 1	Stock Mag. 2
Trucs	52	20	Trucs	12	10	Trucs	0	25
Accessoires	0	12	Accessoires	0	12	Accessoires	35	20
Outils	30	20	Outils	3	0	Outils	15	15
Gadgets	40	50	Gadgets	23	50	Gadgets	48	24

b) Chaque truc se vend 0,50 \$, chaque accessoire se vend 0,75 \$, chaque outil se vend 2,00 \$ et chaque gadget se vend 0,60 \$. Tu dois créer une matrice illustrant les ventes de la semaine pour chaque article.

Exercice 2 : Addition et soustraction matricielle (suite)

6. Examine les matrices ci-dessous :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \\ 4 & 7 & 10 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 8 & 0 & 1 \\ 4 & 6 & 0 \end{pmatrix}$$

- Quelle matrice peut être ajoutée à A ? Détermine la somme et nomme cette somme la matrice E .
 - Quelle matrice peut être soustraite de la matrice A ? Détermine la différence et nomme cette différence la matrice D .
 - Quelle est la règle relative aux dimensions des matrices lorsque tu additionnes ou soustrais des matrices?
7. Enregistre les matrices ci-dessous dans ta calculatrice graphique ou dans ton ordinateur.

$$A = \begin{pmatrix} 2,2 & 1,5 \\ 12 & 0,8 \\ 8,8 & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 14 & 4,4 & 16 \\ 8,8 & 3,7 & 10 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 9 & 5,2 \\ 13 & 7 \\ 7,5 & 2,8 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 4,0 & 2,2 \\ 3,1 & 5,9 \end{pmatrix}$$

Évalue les valeurs ci-dessous à l'aide de la calculatrice graphique ou de l'ordinateur.

- $7B$
- $A + B$
- $2A + 3C$
- $2,2C - 1,2A$
- $4,3(C - A)$

Exercice 3 : Introduction à l'utilisation de la multiplication matricielle

Un entreprise de fabrication produit trois types de jouets en bois : des voitures de course, des bateaux à voile et des tracteurs. La matrice ci-dessous illustre le nombre d'heures de travail requis pour chaque type de jouet.

$$\begin{array}{l}
 \text{Coupage} \\
 \text{Construction} \\
 \text{Finition}
 \end{array}
 \begin{pmatrix}
 \text{B} & \text{V} & \text{T} \\
 0,4 & 0,6 & 0,8 \\
 0,8 & 0,5 & 1,0 \\
 0,3 & 0,8 & 0,5
 \end{pmatrix}$$

Les commandes suivantes sont reçues pour les mois de janvier et de février :

$$\begin{array}{l}
 \text{Bateaux} \\
 \text{Voitures} \\
 \text{Tracteurs}
 \end{array}
 \begin{matrix}
 \text{jan.} & \text{fév.} \\
 \left(\begin{array}{cc}
 1500 & 1200 \\
 800 & 900 \\
 600 & 800
 \end{array} \right)
 \end{matrix}$$

- Détermine le nombre d'heures requis en janvier pour couper le matériel pour chaque type de jouet.

	Nombre d'heures
Bateaux	
Voitures	
Tracteurs	
Total	

- Détermine le nombre d'heures requis en janvier pour construire le matériel pour chaque type de jouet.

	Nombre d'heures
Bateaux	
Voitures	
Tracteurs	
Total	

Exercice 3 : Introduction à l'utilisation de la multiplication matricielle (suite)

3. Le processus utilisé pour répondre aux questions 1 et 2 se nomme la multiplication matricielle. Pour déterminer le nombre d'heures de finition requis en janvier, inscris la rangée des heures de finition de la première matrice et la colonne de janvier de la deuxième matrice.

$$(0,3 \quad 0,8 \quad 0,5) \begin{pmatrix} 1500 \\ 800 \\ 600 \end{pmatrix}$$

Ensuite, multiplie le premier nombre de la matrice en rangées par le premier nombre de la matrice en colonnes. Puis, multiplie les deuxièmes nombres de chaque matrice et les troisièmes nombres de chaque matrice. Enfin, additionne chaque produit.

$$(0,3)(1500) + (0,8)(800) + (0,5)(600) =$$

4. Utilise le nombre total d'heures des questions 1, 2 et 3 dans la matrice ci-dessous :

	jan.
Coupage	$\begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$
Construction	
Finition	

5. La matrice des heures de travail requises indique les heures requises pour les mois de janvier et de février. Utilise le même procédé et calcule les totaux du mois de février.

	jan.	fév.
Coupage	$\begin{pmatrix} & \\ & \\ & \end{pmatrix}$	
Construction		
Finition		

Ce procédé se nomme la **multiplication matricielle**.

Exercice 3 : Introduction à l'utilisation de la multiplication matricielle (suite)

6. Une entreprise de fabrication détient trois usines : une à Toronto, une à Québec et l'autre à Winnipeg. La matrice de gauche (ci-dessous) illustre le taux horaire en dollars versé à chaque type de travailleur à chaque usine. Détermine le coût de production applicable à chaque type de jouet à chaque usine. N'oublie pas d'utiliser la rangée de la première matrice et la colonne de la deuxième rangée pour multiplier les deux matrices. Arrondis tes réponses au cent (¢) près.

	Coupage	Constr.	Finition		Bateaux	Voitures	Tracteurs
Toronto	$\begin{pmatrix} 11,25 & 11,50 & 11,25 \\ 10,75 & 11,00 & 11,00 \\ 9,50 & 10,25 & 9,75 \end{pmatrix}$			Coupage	$\begin{pmatrix} 0,4 & 0,6 & 0,8 \\ 0,8 & 0,5 & 1,0 \\ 0,3 & 0,8 & 0,5 \end{pmatrix}$		
Québec				Construction			
Winnipeg				Finition			

	Bateaux	Voitures	Tracteurs
Toronto	$\begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$		
Québec			
Winnipeg			

7. a) Quelles règles relatives aux dimensions doivent être suivies lorsque tu multiplies des matrices?
 b) Que sais-tu à propos des dimensions de la matrice résultante (produit)?

Exercice 4 : Multiplication matricielle

1. Examine les matrices ci-dessous et réponds aux questions qui suivent.

$$A = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -3 \\ 8 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 6 & -2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -8 & 0 \\ 4 & 2 & 12 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 7 & -4 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \\ -5 & 2 & -7 \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 5 & -6 \\ 0 & -2 & 8 & 4 \\ -1 & -3 & 2 & 10 \\ 0 & -4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- Peux-tu obtenir une matrice de produit P de $B \times C$? Si oui, fais-le. Si non, explique pourquoi pas.
 - Peux-tu obtenir une matrice de produit T de $D \times C$? Si oui, fais-le. Si non, explique pourquoi pas.
 - Peux-tu obtenir une matrice de produit S de $D \times E$? Si oui, fais-le. Si non, explique pourquoi pas.
 - Peux-tu obtenir une matrice de produit R de $A \times E$? Si oui, fais-le. Si non, explique pourquoi pas.
 - Peux-tu obtenir une matrice de produit Q de $E \times A$? Si oui, fais-le. Si non, explique pourquoi pas.
2. Le fabricant de meubles Le Palais du confort possède deux magasins de vente au détail, les magasins A et B. Le nombre de divans, de fauteuils, d'armoires et d'ensembles de salle à dîner que détient chaque magasin est indiqué dans le tableau ci-dessous.

	Divans	Fauteuils	Armoires	Ensembles
Magasin A	7	12	10	10
Magasin B	15	6	8	6

Le prix des divans est de 800 \$ chacun, celui des fauteuils est de 525 \$ chacun, celui des armoires est de 650 \$ chacun et celui des ensembles de salle à dîner est de 725 \$ chacun.

- Tu dois créer la matrice X de 2×4 pour le stock en main.
 - Tu dois créer la matrice Y de 4×1 pour les valeurs unitaires.
 - Calcule XY pour déterminer la valeur du stock détenu par chaque magasin.
3. L'équipe de basket-ball de l'école a disputé quatre parties cette saison. La matrice N illustre le nombre de paniers marqués dans chaque partie. La matrice P illustre la valeur des points.

$N =$	Partie	tc	3p	1f						
	1	26	4	10	$P =$ <table style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>tirs de champ</td> <td rowspan="4" style="vertical-align: middle; padding: 0 10px;"> $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ </td> </tr> <tr> <td>tirs de champ de 3 points</td> </tr> <tr> <td>lancers francs</td> </tr> <tr> <td></td> </tr> </table>	tirs de champ	$\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$	tirs de champ de 3 points	lancers francs	
tirs de champ	$\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$									
tirs de champ de 3 points										
lancers francs										
	2	31	2	12						
	3	28	3	9						
	4	35	5	15						

	Tir	Légende
	tirs de champ	tc
	tirs de champ de 3 points	3p
	lancers francs	1f

- Quelles sont les dimensions de la matrice N ? De la matrice P ?
- Décris les données de l'élément n_{42} .
- Utilise la multiplication matricielle pour déterminer le nombre total de points pour la partie 4.
- Utilise la multiplication scalaire pour déterminer le nombre total de points produits par des tirs de champ.
- Utilise la multiplication matricielle pour déterminer le total des points marqués dans chacune des quatre parties.
- Si la matrice N comprend les données de toutes les parties d'une saison de neuf parties, quelles seraient les dimensions de la matrice de produit résultante?