Unité D
Probabilité

PROBABILITÉ

Introduction

Cette unité met l'accent sur la résolution de problèmes reliés au dénombrement d'ensembles à l'aide de techniques comme le principe fondamental du dénombrement, les permutations et les combinaisons. Cette unité explique aussi comment créer le modèle de probabilité d'un événement composé et comment résoudre des problèmes d'après la combinaison de probabilités plus simples.

Pratiques d'enseignement

De nombreuses situations complexes comme le codage de systèmes de sécurité et la structure de l'ADN sont reliées aux probabilités. Cette unité est conçue pour permettre aux élèves de résoudre des problèmes à l'aide du principe fondamental du dénombrement, avant la formalisation de la situation à l'aide des concepts des permutations et des combinaisons. Toutefois, l'unité n'étudie pas en profondeur les permutations et les combinaisons. Les élèves peuvent aussi comprendre les concepts des événements qui s'excluent mutuellement et des événements complémentaires, ainsi que des événements indépendants et dépendants, afin de déterminer leurs probabilités respectives.

Projets

Les projets peuvent être pensés afin d'illustrer la différence entre la probabilité expérimentale et la probabilité théorique. Des simulations d'événements peuvent être effectuées sur les calculatrices et les ordinateurs.

Matériel d'enseignement

- Calculatrice graphique comprenant des fonctions relatives aux permutations, aux combinaisons et aux probabilités

Durée

14 heures

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE

Résultat général

Résoudre des problèmes reliés au dénombrement d'ensembles, à l'utilisation de techniques comme le principe fondamental du dénombrement (PFD), les permutations et les combinaisons.

Résultats spécifiques

D-1 Résoudre des problèmes reliés à des chemins en interprétant et en appliquant des contraintes.

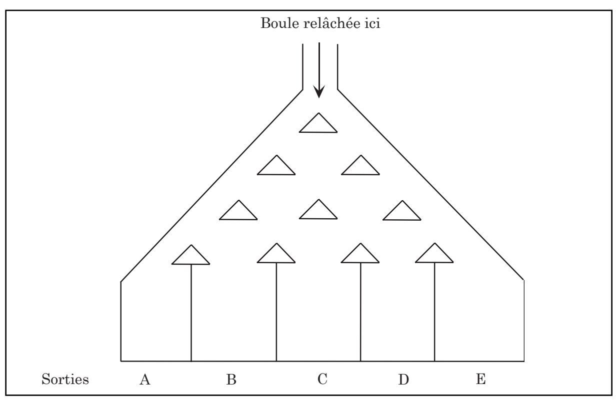
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Interpréter et appliquer des contraintes pour résoudre des problèmes reliés à des chemins.**

  Dans chaque situation, les routes ou façons d'exécuter les directives sont indiquées, comptées, ou les deux. Une méthode de description des routes est fréquemment requise, ainsi qu'un processus de comptabilisation de toutes les possibilités.

  Exemple 1

  Le diagramme ci-dessous représente une machine à boules. Lorsqu'une boule est relâchée dans la machine à boules, les probabilités qu'elle descende à gauche (G) sont aussi grandes que celles qu'elle descende à droite (D) à chaque tige jusqu'à ce qu'elle atteigne une des sorties A, B, C, D et E.



  Discutez de cette situation et choisissez une méthode pour décrire les routes et pour faire en sorte que toutes les possibilités soient couvertes.

  Déterminez toutes les routes possibles dans la machine. Indiquez le nombre de routes jusqu'aux sorties et le nombre total de routes.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

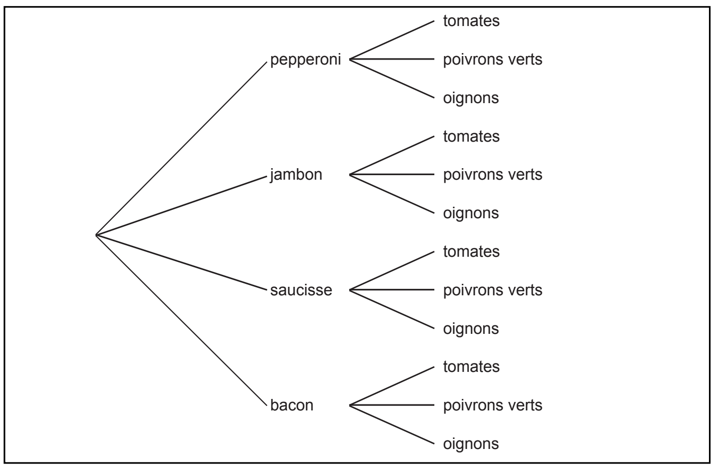
Problèmes

Utilisez le diagramme approprié pour répondre aux questions ci-dessous.

1. Une pizzeria offre quatre garnitures de viande (pepperoni, jambon, saucisse et bacon) et trois garnitures de légumes (tomates, poivrons verts et oignons). Combien de combinaisons de garnitures cette pizzeria peut-elle offrir en utilisant une sorte de viande et une sorte de légume seulement.

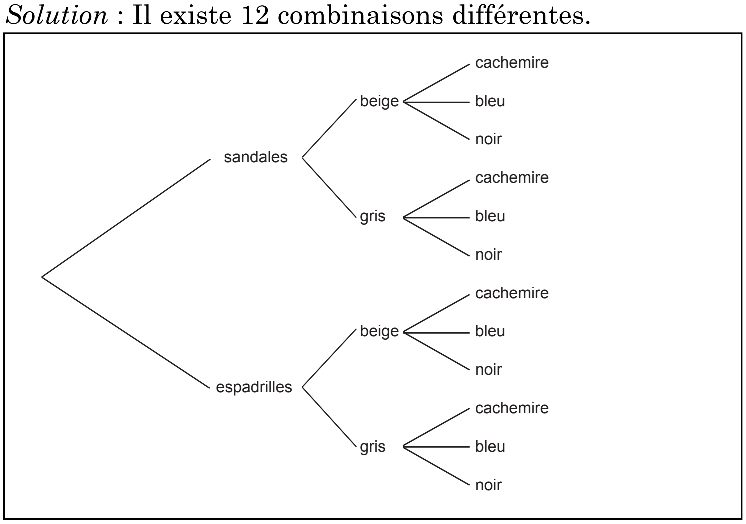
   Solution

   Il existe 12 combinaisons différentes.



2. Arlette a récemment acheté une nouvelle garde-robe de vêtements d'été comprenant deux pantalons (beige et gris), trois chandails (cachemire, bleu pâle et noir) et deux paires de chaussures (sandales et espadrilles). Quel est le nombre d'ensembles qu'Arlette peut porter?

   Solution : Il existe 12 combinaisons différentes.



NOTES

Ressources

Mathématiques appliquées, Secondaire 4 – Exercices – Supplément au programme d'études, Éducation et Formation professionnelle Manitoba, 2000

Mathématiques appliquées, Secondaire 4 – Cours destiné à l'enseignement à distance, Winnipeg, MB : Éducation et Formation professionnelle Manitoba, 2000.

— Module 4, Leçons 1 et 2

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

D-1 Résoudre des problèmes reliés à des chemins en interprétant et en appliquant des contraintes.

– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Interpréter et appliquer des contraintes pour résoudre des problèmes reliés à des chemins. (suite)**

Exemple 1 - suite

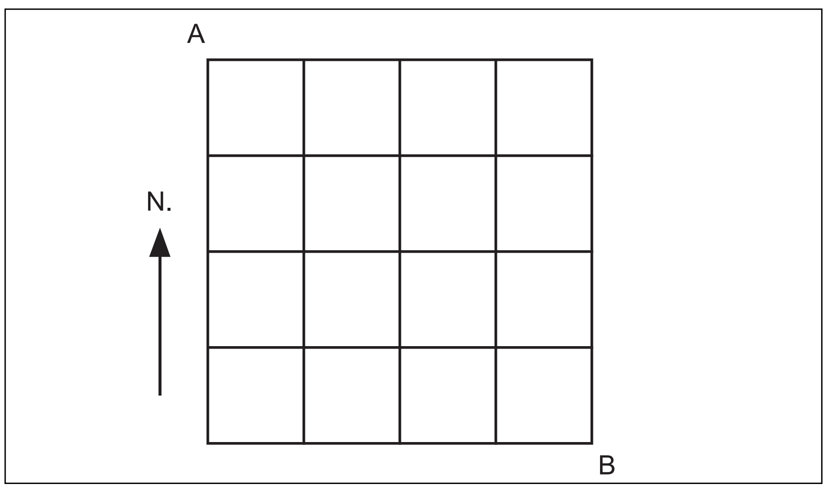
Une des solutions possibles

A	1 route	G à chaque tige	GGGG		
B	4 routes	G à trois tiges	GGGD	GGDG	
		D à une tige	GDGG	DGGG	
C	6 routes	G à deux tiges	GGDD	GDDG	DDGG
		D à deux tiges	GDGD	DGDG	DGGD
D	4 routes	G à une tige	DDDG	DDGD	
		D à trois tiges	DGDD	GDDD	
E	1 route	D à chaque tige	DDDD		

Nombre total de routes = 1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 16

Exemple 2

Le diagramme représente des rues. Si vous désirez partir de A pour vous rendre à B, vous ne pouvez vous diriger que vers l'est ou le sud à chaque intersection. Combien existe-t-il de routes de A à B?



— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

Le problème ci-dessous n'est pas seulement un problème de route; il s'agit aussi d'un problème pour lequel un diagramme de possibilités peut être créé pour faire en sorte que tous les cas soient couverts. Ce type de diagramme se nomme un schéma en arbre.

Une personne joue à un jeu de chance cinq fois au plus. Chaque fois, elle gagne ou elle perd 1 $ et elle s'arrêtera avant d'avoir joué cinq fois si elle perd tout son argent ou si elle gagne 3 $, c'est-à-dire si elle a 4 $ en mains. Déterminez le nombre de fois que la personne peut jouer.

Le schéma en arbre ci-dessous décrit la façon dont le jeu se déroule. Chaque nombre dans le diagramme correspond au nombre de dollars que la personne a en mains à un moment donné. Vous remarquerez que le jeu peut se dérouler de 11 façons différentes.

Le jeu se terminera avant que la personne ait joué cinq fois dans trois situations seulement :

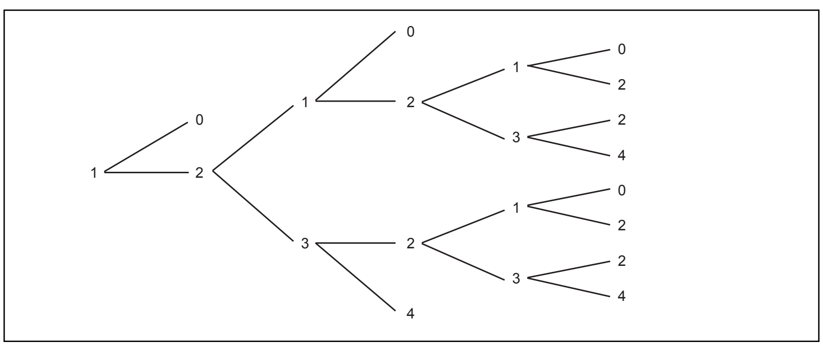
a) Quel est le nombre de façons dont la personne peut terminer le jeu avec 4 $ en mains?

b) Quel est le nombre de façons dont la personne peut terminer le jeu avec 0 $ en mains?

c) Quel est le nombre de façons dont la personne peut terminer le jeu avec plus d'argent qu'au départ?

d) Quel est le nombre de façons dont la personne peut terminer le jeu avec la même quantité d'argent qu'au départ?

Solution



a) Montant final de 4 $ = 3 façons

b) Montant final de 0 $ = 4 façons

c) Montant final supérieur à 1 $ = 7 façons

d) Montant final de 1 $ = aucune façon

Expliquez pourquoi ce jeu intéressant n'est pas offert à Las Vegas.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

D-1 Résoudre des problèmes reliés à des chemins en interprétant et en appliquant des contraintes.

– suite

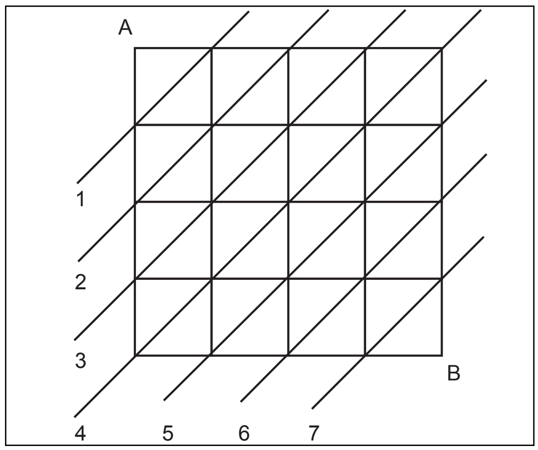
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Interpréter et appliquer des contraintes pour résoudre des problèmes reliés à des chemins. (suite)**

Exemple 2 – suite

Solution

Déterminez le nombre de routes à chaque point d'intersection de A à B en faisant le total de ces routes au fur et à mesure. Dans cette question, le nombre de routes est trop grand pour qu'elles soient toutes identifiées et indiquées de manière distincte.



Examinez le nombre de routes à partir de A jusqu'à chaque point sur chaque ligne.

Ligne 1	1,	1			
Ligne 2	1,	2,	1		
Ligne 3	1,	3,	3,	1	
Ligne 4	1,	4,	6,	4,	1
Ligne 5	5,	10,	10,	5	
Ligne 6	15,	20,	15		
Ligne 7	35,	35			

Par conséquent, le nombre de routes jusqu'au point B à partir du point A = 35 + 35 = 70

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

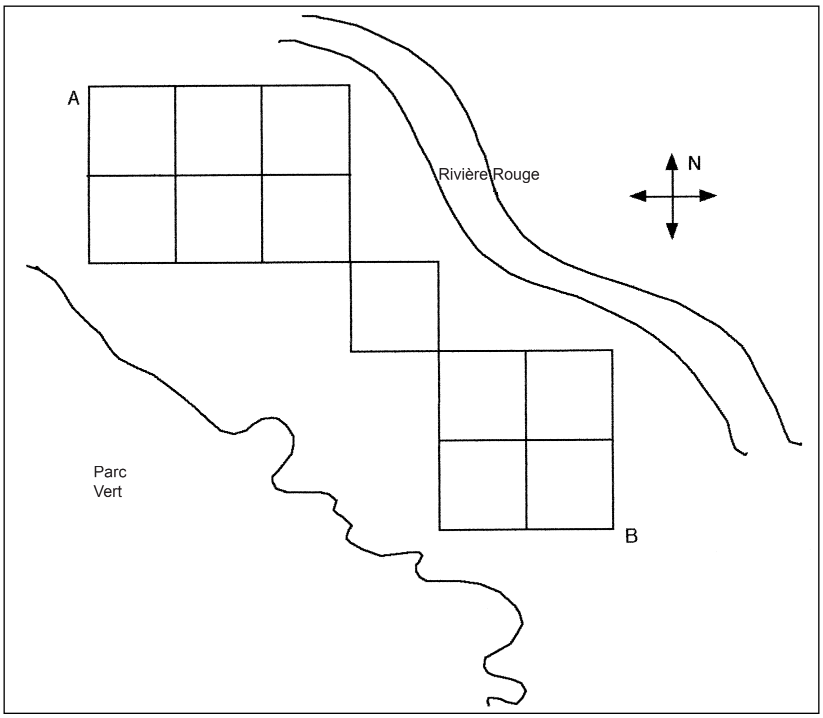
NOTES

Problème

Le diagramme ci-dessous représente la carte de la ville de Belleville. Les routes sont délimitées par la rivière d'un côté et par le parc de l'autre côté. André demeure au point A et Bernard demeure au point B. Quel est le nombre de routes qu'André peut emprunter pour rendre visite à son ami Bernard? Les restrictions sont les suivantes :

a) Il ne peut se diriger que vers le sud et l'est.

b) Il doit demeurer sur les routes.



— *suite*

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

D-1 Résoudre des problèmes reliés à des chemins en interprétant et en appliquant des contraintes.

– suite

- **Interpréter et appliquer des contraintes pour résoudre des problèmes reliés à des chemins. (suite)**

Exemple 3

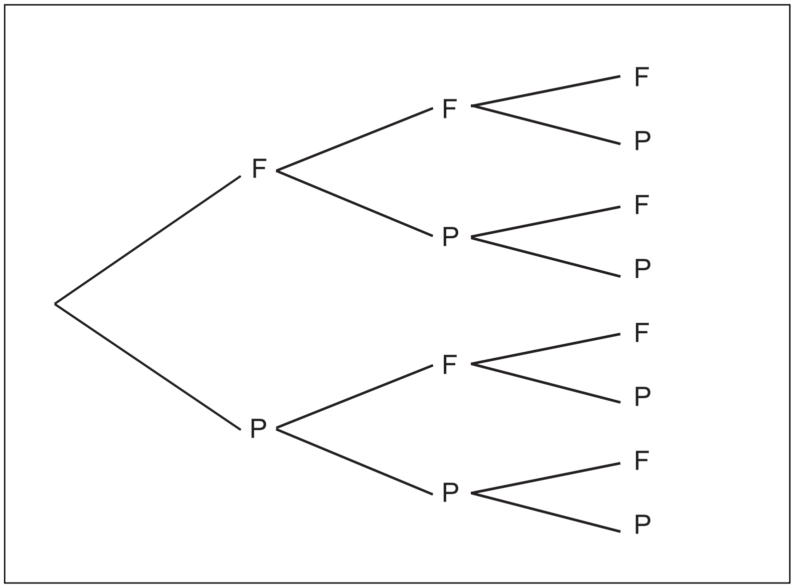
Lorsqu'on lance trois pièces de monnaie, combien existe-t-il de façons d'obtenir :

a) deux faces seulement?

b) deux piles ou plus?

Solution

Schéma en arbre



a) FFP
FPF
PFF 3 façons

b) FPP
PFP
PPF
PPP 4 façons

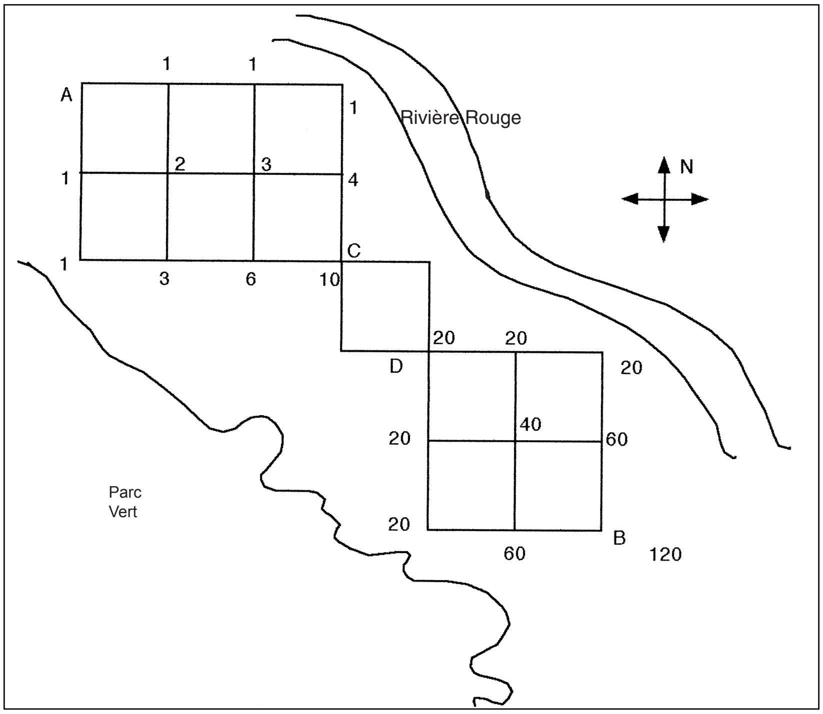
STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème (*suite*)

Solution

Le nombre de routes est trop grand pour qu'elles puissent être identifiées de manière distincte. Indiquez deux autres points, les points C et D.



Les nombres indiquent le nombre de routes jusqu'à chaque point d'intersection.

Il existe 120 routes en tout.

Nombre de routes de A à C = 10

Nombre de routes de C à D = 2

Nombre de routes de D à B = 6

Total = 10 x 2 x 6 = 120

Résultats d'apprentissage spécifiques

D-2 Utiliser le principe fondamental du dénombrement pour déterminer le nombre de façons différentes d'exécuter des opérations à plusieurs étapes.

Stratégies pédagogiques

- **Utiliser le principe fondamental du dénombrement.**

Cette section contient des techniques servant à déterminer le nombre de façons d'exécuter une série de directives.

***Méthode 1* :**

Combien de façons existe-t-il de former des codes à deux lettres à partir des lettres P, Q, R et S?

Scénario 1 : les lettres peuvent se répéter.

Scénario 2 : aucune répétition n'est permise.

Ce problème peut facilement être résolu en créant un tableau des résultats possibles et en répondant aux questions en utilisant le tableau.

Deux opérations doivent être effectuées.

Opération 1 : choisir la première lettre.

Opération 2 : choisir la deuxième lettre.

		PremiËrelettre			
		P	Q	R	S
DeuxiËme lettre	P	PP	PQ	PR	PS
	Q	QP	QQ	QR	QS
	R	RP	RQ	RR	RS
	S	SP	SQ	SR	SS

Solution

Scénario 1 : les 16 codes du tableau répondent à cette exigence.

Scénario 2 : les lettres ne peuvent pas se répéter; seulement 12 codes du tableau peuvent être utilisés.

***Méthode 2* :**

Le principe fondamental du dénombrement vous permet de déterminer les résultats sans devoir dresser la liste de tous ces résultats.

Si l'opération 1 peut être exécutée de « a » façons et que l'opération 2 peut être exécutée de « b » façons, donc le nombre de façons d'exécuter l'opération 1 suivie de l'opération 2 est de « a » x « b ».

Dans l'exemple ci-dessus, pour le scénario 1, le nombre de façons de choisir la première lettre = 4 et le nombre de façons de choisir la deuxième lettre = 4.

$\underline{\quad 4 \quad} \times \underline{\quad 4 \quad} = 16$

Pour le scénario 2, le nombre de façons de choisir la première lettre = 4, mais le nombre de façons de choisir la deuxième lettre est seulement de

$\underline{\quad 4 \quad} \times \underline{\quad 3 \quad} = 12$

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Problèmes

1. Une pièce de 25 ¢ et une pièce de 1 $ sont lancées sur une table. Quel est le nombre de façons dont elles peuvent retomber?
2. Si on répond à toutes les questions d'un test de 10 questions « vrai ou faux », de combien de façons peut-on répondre?
3. Il existe cinq routes principales entre Albany et Bank et sept routes principales entre Bank et Colworth. De combien de façons différentes une personne peut-elle se rendre de A à C en passant par B et revenir à A en passant par B sans utiliser la même route deux fois?
4. Combien de nombres à trois chiffres peuvent être formés en utilisant les nombres entiers 1, 2, 3, 4 et 5?
5. Combien de nombres à trois chiffres peuvent être formés en utilisant les nombres entiers 1, 2, 3, 4 et 5 si aucune répétition n'est permise?
6. Combien de nombres à trois chiffres peuvent être formés en utilisant les nombres entiers 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 et 8 si le nombre formé doit être inférieur à 600?
7. Combien de nombres peuvent être formés en utilisant au plus trois nombres différents parmi les nombres entiers 1, 2, 3, 4 et 5?
8. Trois personnes d'un groupe de quatre personnes doivent être choisies pour former un comité. La première personne choisie sera le président ou la présidente, la deuxième personne sera le ou la secrétaire et la troisième sera le trésorier ou la trésorière. Quel est le nombre de comités différents qui peuvent être formés?

Solutions

1. $\underline{\ 2\ } \times \underline{\ 2\ } = 4$
2. $\underline{\ 2\ } \times \underline{\ 2\ } \times \underline{\ 2\ } \times \underline{\ 2\ } \times \underline{\ 2\ } \times \underline{\ 2\ } \times \underline{\ 2\ } \times \underline{\ 2\ } \times \underline{\ 2\ } \times \underline{\ 2\ } =$ $2^{10} = 1024$
3. $\underline{\ 5\ } \times \underline{\ 7\ } \times \underline{\ 6\ } \times \underline{\ 4\ } = 840$
4. $\underline{\ 5\ } \times \underline{\ 5\ } \times \underline{\ 5\ } = 125$
5. $\underline{\ 5\ } \times \underline{\ 4\ } \times \underline{\ 3\ } = 60$
6. $\underline{\ 5\ } \times \underline{\ 8\ } \times \underline{\ 6\ } = 320$
7. $5 + 5 \times 4 + 5 \times 4 \times 3 = 85$
8. $4 \times 3 \times 2 = 24$

NOTES

***Principe fondamental du dénombrement* :** Si une décision peut être pise de *m* façons différentes et qu'une deuxième peut être prise de *n* façons différentes, alors les deux décisions peuvent être prises dans cet ordre, de *mn* façons différentes.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

D-2 Utiliser le principe fondamental du dénombrement pour déterminer le nombre de façons différentes d'exécuter des opérations à plusieurs étapes.

– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Utiliser le principe fondamental du dénombrement (PFD). (suite)**

Exemple 1

Ce processus peut être appliqué à plus de deux opérations et il est plus efficace que de dresser la liste des résultats lorsque de grands nombres et des opérations nombreuses doivent être utilisés.

Des codes d'identifications doivent être attribués à chacun des citoyens de la Tyrannie occidentale. Ces codes doivent être formés de trois lettres en alternance avec deux chiffres, choisis parmi 0, 1, 2 ,3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, et les répétitions sont permises (par exemple, A1B5M ou A3A3H).

Chaque lettre peut être choisie de 26 façons différentes et chaque nombre peut être choisi de 10 façons différentes.

Nombre requis = 26 x 10 x 26 x 10 x 26 = 1 757 600

Exemple 2

Au buffet du restaurant Super Souper, les légumes offerts sont des pommes de terre, des carottes, des courgettes et des navets. Combien de combinaisons différentes de légumes peuvent être choisies si au moins un légume doit être choisi?

Solution

Il existe deux façons de décider ce qu'on doit faire avec chaque légume : en prendre ou ne pas en prendre. Donc, le nombre de façons = 2 x 2 x 2 x 2 = 16. Mais cette opération inclut l'option de ne choisir aucun légume. Donc, le nombre de combinaisons différentes incluant au moins un légume = 16 – 1 = 15.

Exemple 3

Lorsque les nombres qui doivent être comptés sont élevés, il est préférable d'utiliser la notation factorielle.

Examinez le problème suivant : combien de nombres à cinq chiffres peuvent être formés à partir des nombres entiers 4, 5, 6, 7 et 8 si aucune répétition n'est permise?

Le premier chiffre peut être choisi de cinq façons. Le deuxième chiffre peut être choisi de quatre façons; le troisième chiffre peut être choisi de trois façons; le quatrième chiffre peut être choisi de deux façons; le dernier chiffre peut être choisi d'une seule façon. Pour déterminer le nombre total de façons, nous devons utiliser le PFD pour obtenir 5 x 4 x 3 x 2 x 1 = 120.

Dans les problèmes de dénombrement, les produits comme 5 x 4 x 3 x 2 x 1 surviennent souvent. Le symbole factoriel (!) est utilisé pour raccourcir le produit.

5! Signifie 5 x 4 x 3 x 2 x 1.

De même, 12! = 12 x 11 x 10 x 9 … x 3 x 2 x 1.

En général, n factoriel = $n! = n\ (n-1)\ (n-2)\ (n-3) \ldots \times 3 \times 2 \times 1$, et n correspond à un entier naturel. Donc, 0! serait égal à 1.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Combien de nombres comprenant trois chiffres différents peuvent être formés à partir des nombres entiers 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2?
2. Combien d'arrangements de huit lettres peuvent être créés avec les lettres du mot « AVERSION »?
3. Combien d'arrangements différents peuvent être créés avec les lettres du mot « varices » si la première lettre doit être un « a » et si la dernière lettre doit être un « s »?
4. De combien de façons différentes les lettres du mot « MESS » peuvent être disposées?
5. De combien de façons différentes une classe de 80 élèves peut-elle élire un président, un vice-président, un secrétaire et un trésorier?
6. Combien de nombres supérieurs à 400 formés de trois chiffres différents peuvent être formés à partir des nombres entiers 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ,8, et 9? Combien de nombres impairs à trois chiffres peuvent être formés en utilisant les chiffres 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9?
7. Le groupe rock Les Boules de gomme prévoit donner un spectacle au Citidome de Musiville. Le répertoire du groupe est formé de sept chansons. Quatre chansons ont été écrites par Rock Guitare et trois ont été écrites par Dorémi Piano. De combien de façons les chansons peuvent-elles être présentées si…
   a) les chansons écrites par Rock doivent être présentées en alternance avec les chansons écrites par Dorémi?
   b) toutes les chansons écrites par Rock doivent être jouées avant celles écrites par Dorémi?

Solutions

1. $7 \times 6 \times 5 = 210$
2. $8! = 40\,320$
3. $\underline{\;1\;} \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times \underline{\;1\;} = 120$
4. $\frac{4!}{2!} = 12$
5. $80 \times 79 \times 78 \times 77 = 37\,957\,920$
6. a) $6 \times 9 \times 8 = 432$
   b) $9 \times 10 \times 5 = 450$
7. a) $4 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 1 \times 1 = 144$
   b) $4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1 = 144$

$n! = n(n–1)(n–2)(n–3)...\times 3 \times 2 \times 1$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

D-2 Utiliser le principe fondamental du dénombrement pour déterminer le nombre de façons différentes d'exécuter des opérations à plusieurs étapes.

— suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Utiliser le principe fondamental du dénombrement (PFD). (suite)**

Une étude formelle des permutations n'est pas requise dans ce cours, mais les problèmes connexes constituent de bons exemples pour l'utilisation du principe fondamental du dénombrement, que vous décidiez d'utiliser ou non la notation formelle.

L'***arrangement*** d'objets dans lequel l'***ordre*** a une importance se nomme une ***permutation***. Voici l'exemple d'un problème comprenant des permutations.

Exemple 4
Combien de codes de trois lettres peuvent être formés à partir des lettres de l'alphabet si aucune répétition n'est permise?

Solution
Imaginez que vous devez remplir trois espaces : ____ ____ ____
Le premier espace peut être rempli de 26 façons différentes; le deuxième espace peut être rempli de 25 façons différentes et le troisième espace peut être rempli de 24 façons différentes. En utilisant le PFD, vous déterminerez que le nombre total de codes est le suivant :

$$\underline{26} \times \underline{25} \times \underline{24} = \frac{26 \times 25 \times 24 \times 23!}{23!} = \frac{26!}{23!} = 15\,600$$

La formule ci-dessous peut être utilisée lorsque vous utilisez une calculatrice scientifique ou graphique.
Le symbole pour le nombre de permutations de n objets calculées par groupe de r est

$$_nP_r \text{ et } _nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

n et r correspondent à des entiers naturels et $n \geq r$.

Une étude formelle des combinaisons n'est pas requise dans ce cours, mais ce genre de problème constitue de bons exemples de problèmes de dénombrement.

Une ***combinaison*** correspond à un ensemble d'objets choisis sans égard à l'ordre de sélection. (ABC correspond à la même combinaison que BAC, BCA, etc.).

Exemple 5
Voici un exemple portant sur les combinaisons. Il y a cinq livres, A, B, C, D et E sur une tablette. De combien de façons un groupe de trois livres peut-il être choisi sans égard à l'ordre de sélection?

Les ensembles possibles sont ABC, ABD, ABE, ACE, ADE, BDC, BDE, BCE, CDE, ACD. Il y a dix sélections.

$$\frac{5}{3} \times \frac{4}{2} \times \frac{3}{1} = \frac{5!}{2!3!}$$

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Combien de parties sont jouées si chacune des neuf équipes d'une conférence joue contre chacune des autres équipes une fois seulement?
2. Si dix points sont marqués sur une feuille et si aucun alignement de trois points n'est possible, combien de triangles peuvent être tracés en utilisant ces dix points comme sommets?
3. Combien de combinaisons sont possibles à partir de 49 nombres si ces combinaisons doivent être formées de six nombres? Vous avez choisi les nombres 7, 34, 23, 16, 10 et 41. Quelles sont vos chances de gagner si le tirage est effectué de manière équitable?
4. Jacob désire organiser une fête chez lui. Il a neuf amis.
   a) Combien de groupes de cinq amis peut-il choisir à partir de ses neuf amis?
   b) Si ses amis Philippe et Marc ne peuvent pas venir à la fête en même temps, combien de groupes différents peut-il former?
   c) S'il veut absolument inviter Gino, combien de groupes peut-il former?
5. Prenons l'exemple du mot « ROCHE ».
   a) Combien d'arrangements peuvent être formés avec ces lettres?
   b) Combien d'arrangements commencent par des voyelles?
   c) Combien d'arrangements de trois lettres peuvent être formés en utilisant des lettres différentes si la lettre « h » ne peut pas être utilisée?
6. Prenons l'exemple du mot « OASIS ».
   a) Combien d'arrangements peuvent être formés avec ces lettres?
   b) Pourquoi la réponse est-elle différente de la réponse de la question 5 ci-dessus?

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

D-2 Utiliser le principe fondamental du dénombrement pour déterminer le nombre de façons différentes d'exécuter des opérations à plusieurs étapes.

– *suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Utiliser le principe fondamental du dénombrement. (suite)**

Exemple 6 – suite

Le symbole ${}_nC_r$ est utilisé pour indiquer le nombre de combinaisons de *n* objets par groupes de *r* lorsque *n* et *r* sont des entiers naturels.

$$ {}_nC_r = \frac{n!}{(n-r)!\,r!} $$

Lorsque *n* et *r* sont des entiers naturels et $n \geq r$. Nous obtenons

$$ {}_5C_3 = \frac{5!}{(5-3)!\,3!} $$

Exemple 7

Deux garçons et trois filles d'une classe de 15 garçons et de 18 filles doivent être choisis pour former un comité. De combien de façons ce comité peut-il être formé?

Solution

L'ordre de sélection n'a aucune importance.

Les garçons peuvent être choisis de ${}_{15}C_2$ façons $= \dfrac{15!}{(15-2)!\,2!}$ = 105 façons.

Les filles peuvent être choisies de ${}_{18}C_3$ façons $= \dfrac{18!}{(18-3)!\,3!}$ = 816 façons.

Le nombre de façons = 105 x 816 = 85 680.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Solutions

1. $_9C_2 = \dfrac{9!}{7!2!} = 36$

2. $_{10}C_3 = \dfrac{10!}{7!3!} = 120$

3. $_{49}C_6 = \dfrac{49!}{43!6!} = 13\ 983\ 816$

4. a) $_9C_5 = \dfrac{9!}{4!\,5!} = 126$

   b) Choisir Philippe ou choisir Marc ou aucun

   $_7C_4 = \dfrac{7!}{3!\,4!} + {_7C_4} = \dfrac{7!}{3!\,4!} + {_7C_5} = \dfrac{7!}{2!\,5!}$

   $35 + 35 + 21$

   $= 91$

   c) $_8C_4 = \dfrac{8!}{4!\,4!}$

5. a) $_5P_5 = 5! = 120$

   b) $\underline{\ 2\ } \times \underline{\ 4\ } \times \underline{\ 3\ } \times \underline{\ 2\ } \times \underline{\ 1\ }$

   c) $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$

6. a) $\dfrac{5!}{2!} = 60$

   b) La lettre « s » est répétée.

$$_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$_nC_r = \frac{n!}{(n-r)!\,r!}$$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE

Résultat général

Établir le modèle de probabilité d'un événement composé et résoudre des problèmes fondés sur la combinaison de probabilités plus simples.

Résultats spécifiques

D-3 Construire et interpréter un espace échantillonnal pour deux ou trois événements.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Construire un espace échantillonnal pour deux ou trois événements.**

Définitions

Une ***expérience*** consiste en un procédé utilisé pour obtenir de l'information. Elle comprend une ***action*** et une ***observation***. Par exemple, on peut lancer un dé et enregistrer les résultats.

Les ***résultats*** sont les données obtenues à la suite de l'expérience. L'ensemble de tous les résultats possibles d'une expérience se nomme ***l'espace échantillonnal***. Par exemple, le dé retombe sur 1, 2, 3, 4, 5 ou 6. L'espace échantillonnal est E = {1, 2, 3, 4, 5, 6}.

Un ***événement*** correspond à une situation particulière qui peut survenir pendant une expérience, que le dé retombe sur un multiple de trois par exemple. L'ensemble de résultats pour cet événement est {3, 6}.

Un événement ou une expérience est ***aléatoire*** lorsque chaque résultat a une chance égale de survenir.

Terminologie

P(A) correspond à la probabilité de l'événement A. Pour tout événement A, $0 \leq P(A) \leq 1$

Si P(A) = 0, l'événement est impossible. Si P(A) = 1, l'événement est une certitude.

n(E) correspond au nombre de résultats possibles de E, et n(A) correspond au nombre de résultats de A.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(E)}$$

L'événement A' est le complément de A, c'est-à-dire que A ne survient pas.
P(A') = 1 – P(A).

$$P(A) = \frac{\text{No. de façons que «A» peut se produire}}{\text{No. total de résultats possibles}}$$

— *suite*

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Un sac contient un jeton de bingo rouge et un jeton de bingo vert. Un autre sac contient un jeton de bingo rouge, un jeton de bingo vert et un jeton de bingo bleu. Un jeton est pigé dans chaque sac. Déterminez l'espace échantillonnal. Indiquez la probabilité qu'un seul jeton rouge soit pigé.
2. Les as d'un jeu de cartes sont utilisés pour le problème suivant. L'expérience consiste à piger deux cartes de ces quatre cartes et à enregistrer la sorte de chacune des cartes. Indiquez l'espace échantillonnal pour chacun des procédés ci-dessous (l'ordre n'a aucune importance).
   a) Deux cartes sont pigées en même temps.
   b) Une carte est pigée et mise de côté. Puis, une carte est pigée parmi les trois autres cartes.
   c) Une carte est pigée puis remise avec les trois autres cartes. Ensuite, une deuxième carte est pigée.
3. Un dé spécial comporte trois côtés affichant le nombre 3, deux côtés affichant le nombre 2 et un côté affichant le nombre 1. Indiquez l'espace d'échantillon pour les résultats obtenus si ce dé est lancé deux fois.
   a) Déterminez le nombre de façons d'obtenir chacun des résultats ci-dessous :
      i) deux fois sur le 3;
      ii) une fois sur le 3 et une fois sur le 2;
      iii) sur le même nombre chaque fois;
      iv) aucune fois sur le nombre 3.
   b) Déterminez la probabilité de chacun des événements en a).
4. Une pièce est lancée quatre fois. Construisez un schéma en arbre et déterminez les probabilités ci-dessous.
   a) P(chaque fois sur face)
   b) P(deux fois sur face)
   c) P(au moins deux fois sur pile)
   d) P(nombre de fois sur face ≤ 3)
   e) P(au moins une fois sur pile)

— suite

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

D-3 Construire et interpréter un espace échantillonnal pour deux ou trois événements.
– suite

• **Construire un espace échantillonnal pour deux ou trois événements. (suite)**

Exemple 1

a) Lors d'une expérience, on lance une pièce non truquée et on enregistre les résultats. Indiquez l'espace échantillonnal.

b) Lors d'une expérience, on lance une pièce de 5 ¢ et une pièce de 10 ¢ et on enregistre les résultats. Indiquez l'espace échantillonnal.

c) Lors d'une expérience, on lance une pièce de 5 ¢, une pièce de 10 ¢ et une pièce de 25 ¢, et on enregistre les résultats. Indiquez l'espace échantillonnal.

Solution

a) Les seuls résultats obtenus peuvent être pile et face. L'espace échantillonnal est {F, P}.
b) Chaque pièce peut retomber sur pile ou sur face. L'espace échantillonnal est {FF, FP, PF, PP}.
c) Chaque pièce peut retomber sur pile ou sur face. L'espace échantillonnal est {FFF, FFP, FPF, PFF, PPF, PFP, FPP, PPP}.

Exemple 2

Lors d'une expérience, on lance deux dés réguliers non truqués et on enregistre les résultats.
a) Indiquez l'espace échantillonnal.
b) Événement A = au moins un dé retombe sur le 6. Dressez la liste des résultats et calculez P (A).
c) Événement B = la somme des scores est 1.
d) Événement C = la somme des scores est inférieure à 20.
e) Événement D = le chiffre du premier dé est inférieur de 1 au nombre du deuxième dé.

Solution

a) Cette fois, les résultats sont indiqués dans un tableau.

Deuxième dé

Premier dé	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

À partir de cet espace échantillonnal, les résultats de tout événement de l'expérience peuvent être indiqués ou comptés.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes (suite)

Solutions

1. {RR, RV, RB, VR, VV, VB}
   P (un jeton rouge seulement) = 3/6 = 0,5
2. a) {coeur-trèfle, coeur-carreau, coeur-pique, pique-carreau, pique-trèfle, carreau-trèfle}
   b) {coeur-trèfle, coeur-carreau, coeur-pique, pique-carreau, pique-trèfle, carreau-trèfle}
   c) {coeur-trèfle, coeur-carreau, coeur-pique, pique-carreau, pique-trèfle, carreau-trèfle, coeur-coeur, trèfle-trèfle, carreau-carreau, pique-pique}
3.

		Deuxième dé					
		3	3	3	2	2	1
Premier dé	3	(3, 3)	(3, 3)	(3, 3)	(3, 2)	(3, 2)	(3, 1)
	3	(3, 3)	(3, 3)	(3, 3)	(3, 2)	(3, 2)	(3, 1)
	3	(3, 3)	(3, 3)	(3, 3)	(3, 2)	(3, 2)	(3, 1)
	2	(2, 3)	(2, 3)	(2, 3)	(2, 2)	(2, 2)	(2, 1)
	2	(2, 3)	(2, 3)	(2, 3)	(2, 2)	(2, 2)	(2, 1)
	1	(1, 3)	(1, 3)	(1, 3)	(1, 2)	(1, 2)	(1, 1)

a) i) 9
   ii) 12
   iii) 9 + 4 + 1 = 14
   iv) 9

b)
   i) $\frac{9}{36} = \frac{1}{4} = 0{,}25$
   ii) $\frac{12}{36} = \frac{1}{3} = 0{,}33$
   iii) $\frac{14}{36} = \frac{7}{18} = 0{,}39$
   iv) $\frac{9}{36} = \frac{1}{4} = 0{,}25$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

D-3 Construire et interpréter un espace échantillonnal pour deux ou trois événements.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Construire un espace échantillonnal pour deux ou trois événements. (suite)**

Exemple 2 – suite

Solution – suite

b) Les résultats pour l'événement A sont {(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6), (5, 6), (4, 6), (3, 6), (2, 6), (1, 6)}.

$$n(A) = 11,\ n(E) = 36,\ P(A) = \frac{n(A)}{n(E)} = \frac{11}{36}$$

c) Il n'existe aucun résultat possible. P(B) = 0.
d) Cela est vrai pour tous les résultats. P (C) = 1.
e) Les résultats pour D sont {(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6)}.

$$n(D) = 5,\ n(E) = 36,\ P(D) = \frac{n(D)}{n(E)} = \frac{5}{36}$$

Exemple 3

Trois pièces sont lancées. Déterminez la probabilité qu'une pièce seulement retombe sur le côté face.

Événement A : un côté face seulement = {FPP, PFP, PPF}.
n(A) = 3

Espace échantillonnal, E = {FFF, FFP, FPF, PPF, PFP, FPP, PPP}.

n (E) = 8

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(E)} = \frac{3}{8}$$

Exemple 4

Deux dés sont lancés. Déterminez la probabilité que la valeur absolue de la différence entre les nombres soit de 1.
Événement B = la valeur absolue de la différence entre les nombres est 1.

B = {(1, 2), (2, 1), (2, 3), (3, 2), (3, 4), (4, 3), (5, 4), (4, 5), (5, 6), (6, 5)}

n(B) = 10

Dans l'exemple 2, n(E) = 36.

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(E)} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

— *suite*

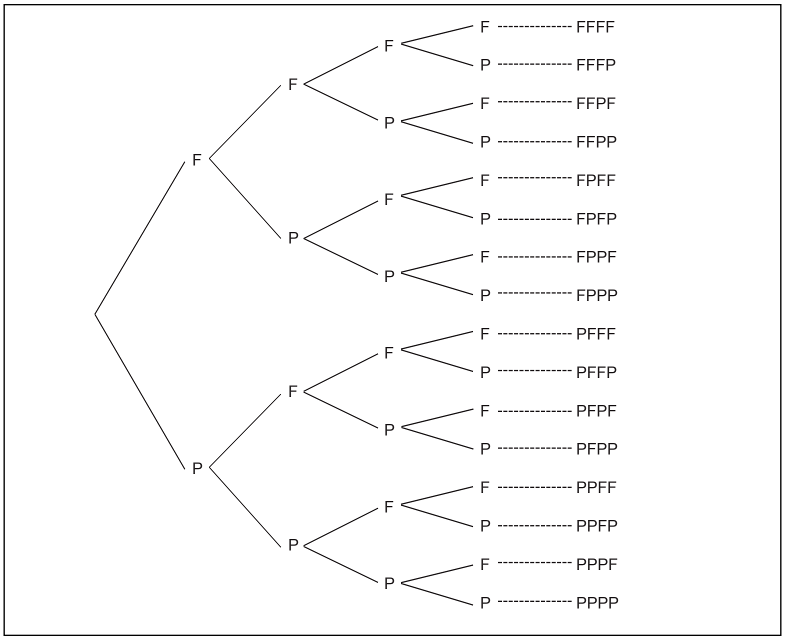
STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes (*suite*)

Solutions – suite

4.



a) 1/16
b) 3/8
c) 11/16
d) 15/16
e) 1 – 1/16 = 15/16

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

D-4 Résoudre des problèmes en utilisant les probabilités d'événements exclusifs et complémentaires.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Résoudre des problèmes en utilisant les probabilités d'événements exclusifs et complémentaires.**

Événements combinés

Dans une expérience, il est souvent nécessaire de combiner des événements.

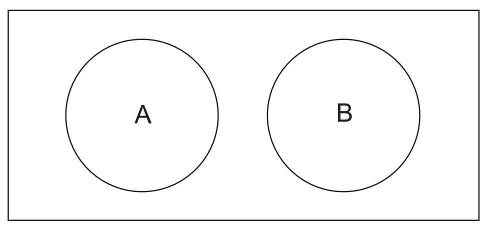
a) A ou B correspond à l'événement qui survient si A survient ***ou*** si B survient (ou les deux). (Il s'agit de la ***réunion*** de deux ensembles.)

b) A et B correspond à l'événement qui survient si A survient ***et*** si B survient. (Il s'agit de l'***intersection*** de deux ensembles.)

c) A', qui est le ***complément*** de A, correspond à l'événement qui survient si A ***ne survient pas***.

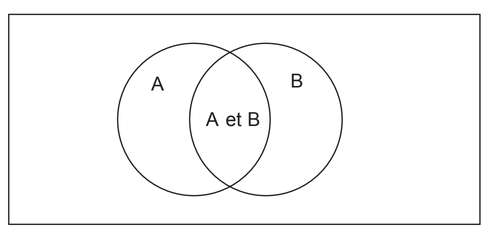
Définition

Deux événements ***s'excluent mutuellement*** si leurs ensembles de résultats n'ont aucun élément en commun. Autrement dit, il s'agit d'ensembles disjoints. Si A et B sont des événements qui s'excluent mutuellement, le diagramme ci-dessous les représente.



Dans le cas d'événements qui s'excluent mutuellement, n(A ou B) = n (A) + n (B).

Deux événements ***ne s'excluent pas mutuellement*** si leurs ensembles de résultats ont au moins un élément en commun. Si P et Q sont des événements qui ne s'excluent pas mutuellement, le diagramme ci-dessous les représente.



Dans le cas d'événements qui ne s'excluent pas mutuellement,
= n (A ou B)
= n (A) + n (B) – n (A et B)

— *suite*

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

1. Définissez les expressions ci-dessous et donnez un exemple pour chacune :
   a) événements qui s'excluent mutuellement
   b) événements complémentaires
2. Lorsqu'on pige des cartes dans un jeu de cartes ordinaire de 52 cartes, quelle est la paire d'événements qui s'excluent mutuellement? Pour la paire d'événements qui ne s'excluent pas mutuellement, indiquez le résultat pouvant être obtenu pour les deux événements.
   a) une carte de coeur et une carte de trèfle sont pigées
   b) une carte de coeur et un roi sont pigés
3. Si on choisit des nombres parmi les entiers naturels, quelles sont les paires d'événements qui s'excluent mutuellement? Pour les paires d'événements qui ne s'excluent pas mutuellement, indiquez le résultat pouvant être obtenu pour les deux événements.
   a) nombres carrés et nombres cubes
   b) multiples de 5 et multiples de 7
   c) nombres ayant une forme 2^x et 3^y, dans lesquels x et y sont des entiers naturels.
4. Lors d'une expérience, on choisit une saveur de crème glacée parmi les saveurs suivantes : vanille, fraise, chocolat, café, orange et amande. Événement A = choisir vanille ou fraise.
   a) quel est l'événement A'
   b) créez un événement B pour que A et B s'excluent mutuellement, mais pour que B soit différent de A'
5. Lors d'une expérience, on pige une carte dans un jeu de cartes ordinaire de 52 cartes. Indiquez les probabilités suivantes.
   a) P (un as est pigé)
   b) P (une carte de coeur est pigée)
   c) P (une carte de coeur ou une carte de pique est pigée)
   d) P (le roi de coeur est pigé)
   e) P (une carte de coeur ou un roi est pigé)
   f) P (un roi n'est pas pigé)
6. Un nombre est choisi au hasard parmi les 50 premiers nombres entiers positifs. Quelle est la probabilité que :
   a) ce nombre soit un nombre premier ou un carré parfait
   b) ce nombre soit un nombre pair et un carré parfait
   c) ce nombre soit un nombre premier et un carré parfait
   d) ce nombre soit un nombre impair et un carré parfait
7. La probabilité que Jamal vote aux élections de l'école est de 0,62 et la probabilité que Surrinder vote est de 0,34. Si la probabilité que Jamal ou Surrinder vote est de 0,83, déterminez la probabilité que les deux votent.

— *suite*

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

D-4 Résoudre des problèmes en utilisant les probabilités d'événements exclusifs et complémentaires.
– suite

- **Résoudre des problèmes en utilisant les probabilités d'événements exclusifs et complémentaires. (suite)**

Exemple 1

Si ***une*** carte est pigée dans un jeu de cartes ordinaire de 52 cartes, déterminez le nombre de façons dont une carte de coeur ***ou*** un as noir peut être pigé.

Solution

Événement A = une carte de coeur est pigée
Événement B = un as noir est pigé

n (A) et n (B) correspondent aux nombres de façons dont l'événement A et l'événement B peuvent survenir.

n(A) = 13, n(B) = 2. A et B sont des événements qui **s'excluent mutuellement** et ils correspondent à des façons différentes d'obtenir le résultat désiré.

Puis, n (A ou B) = n(A) + n(B) = 13 + 2 = 15

Aussi, P (A ou B) = P(A) + P(B) = 13/52 + 2/52 = 15/52

Dans le cas d'événements qui s'excluent mutuellement,
P(A ou B) = P(A) + P(B)

Exemple 2

Si ***une*** carte est pigée dans un jeu de cartes ordinaire de 52 cartes, déterminez le nombre de façons dont une carte de coeur ***ou*** un as peut être pigé.

Solution

Événement A = une carte de coeur est pigée
Événement B = un as est pigé

Cette fois, n (A) = 13, n (B) = 4, mais ces événements **ne s'excluent pas mutuellement** parce que l'as de coeur fait partie de A et de B.

n (A ou B) = n (A) + n (B) – n (A et B)

n (A ou B) = 13 + 4 – 1 = 16

P (A ou B) = P(A) + P(B) – P(A et B) = 13/52 + 4/52 – 1/52 =

16/52 = 4/13

Dans le cas d'événements qui ne s'excluent pas mutuellement,

$P(A \cap B)$
= P(A ou B)

= P(A) + P(B) – P(A et B)

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes (suite)

Solution

1. a) Les événements qui s'excluent mutuellement sont ceux qui n'ont aucun résultat en commun. Par exemple, une carte pigée dans un jeu de cartes ordinaire peut être rouge ou noir, pas les deux.
   b) Le complément de A correspond à tous les résultats de l'espace échantillonnal qui ne font pas partie de A.
   Si E = {1, 2, 3, 4, 5}, A = {1, 2}, donc A' = {3, 4, 5}.
2. a) s'excluent mutuellement
   b) ne s'excluent pas mutuellement : roi de coeur
3. a) ne s'excluent pas mutuellement : $64 = 8^2 = 4^3$
   b) ne s'excluent pas mutuellement : 35
   c) s'excluent mutuellement (les entiers naturels à la puissance 2 sont tous des nombres pairs et les entiers naturels à la puissance 3 sont tous des nombres impairs)
4. a) Événement A' : choisir chocolat, café, orange ou amande
   b) Événement B : choisir chocolat. Les réponses peuvent varier.
5.
   a) $\frac{4}{52} = \frac{1}{13}$
   b) $\frac{13}{52} = \frac{1}{4}$
   c) $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$
   d) $\frac{1}{52}$

e) P (coeur) + (P (roi) – P (roi de coeur) = $\frac{13}{52} + \frac{4}{52} - \frac{1}{52} = \frac{6}{52} = \frac{4}{13}$

f) 1 – P (roi) = $1 - \frac{4}{52} = \frac{48}{52} = \frac{12}{13}$

6. L'espace échantillonnal pour les nombres premiers ≤ 50 = {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47}

   L'espace échantillonnal pour les nombres carrés ≤ 50 = {1, 4, 9, 16, 25, 36, 49}

   a) n (nombres premiers ≤ 50) = 15; n (nombres carrés ≤ 50) = 7

      P (nombre premier ou carré) = $\frac{15}{50} + \frac{7}{50} = \frac{22}{50} = \frac{11}{25}$

   b) P (nombre pair et carré parfait) = $\frac{3}{50}$

   Ensemble de carrés parfaits pairs ≤ 50 = {4, 16, 36}

   c) P (nombre premier et carré parfait) = 0 (événements qui s'excluent mutuellement)

   d) P (nombre impair et carré parfait) = $\frac{4}{50} = \frac{2}{25}$

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

D-4 Résoudre des problèmes en utilisant les probabilités d'événements exclusifs et complémentaires.
– *suite*

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Résoudre des problèmes en utilisant les probabilités d'événements exclusifs et complémentaires. (suite)**

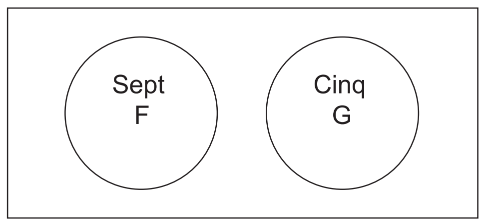
Exemple 3

Événement F = un 7 est pigé.
Événement G = un 5 est pigé.
Déterminez P (carte pigée est un 7 et un 5 à la fois) ou P (F et G).

Solution

Donc, F et G = la carte pigée est un 7 et un 5 à la fois.
Évidemment, cela est impossible.

Donc, F et G = ϕ et P(F et G) = ϕ.



STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes (suite)

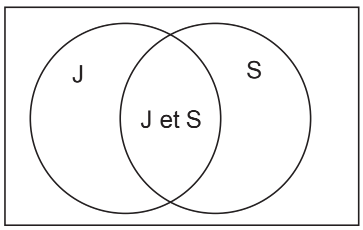
Solution

7. Ces événements ne s'excluent pas mutuellement.

   P (Jamal ou Surrinder vote) = P (Jamal vote) + P (Surrinder vote) – P (les deux votent)

   0,83 = 0,62 + 0,34 – P (les deux votent)

   P (les deux votent) = 0,62 + 0,34 – 0,83 = 0,13



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

D-5 Classer les événements dans des classes d'événements indépendants et d'événements dépendants, et résoudre des problèmes reliés aux probabilités.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Classer les événements dans les catégories des événements indépendants et des événements dépendants.**

Définition : Deux événements (A et B) sont **indépendants** lorsque les résultats de l'un n'influencent d'aucune façon les résultats de l'autre. Deux événements (P et Q) sont **dépendants** si les résultats de l'un influencent les résultats de l'autre.

Exemple 1

Dans un jeu de chance à la Super Ex, vous devez piger des billes dans deux sacs différents. Le premier sac contient deux billes rouges et huit billes bleues. Le deuxième sac contient quatre billes rouges et six billes bleues.

Lorsque vous pigez des billes dans le premier sac et ensuite dans le deuxième sac, deux événements indépendants surviennent.

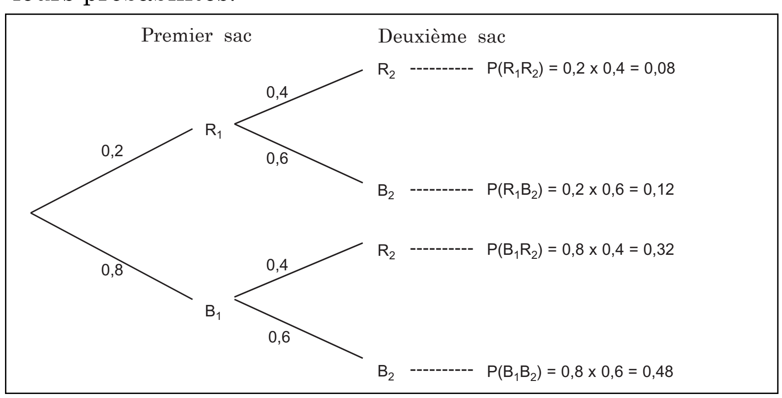
a) Déterminez P (bille rouge pigée dans le premier sac)
P (R1) = 0,2

b) Déterminez P (bille bleue pigée dans le premier sac)
P (B1) = 0,8

c) Déterminez P (bille rouge pigée dans le deuxième sac)
P (R2) = 0,4

d) Déterminez P (bille bleue pigée dans le deuxième sac)
P (B2) = 0,6

Construisez un schéma en arbre pour illustrer les résultats et leurs probabilités.



STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Problèmes

1. Quelle est la différence entre des événements indépendants et des événements dépendants? Donnez un exemple de chacun.
2. Quelle est la probabilité que…
   a) une carte rouge soit pigée puis qu'une figure soit pigée si la première carte est replacée dans le paquet après avoir été pigée? Ces événements sont-ils indépendants ou dépendants?
   b) une carte rouge soit pigée puis qu'une carte noire soit pigée si la première carte n'est pas replacée dans le paquet après avoir été pigée? Ces événements sont-ils indépendants ou dépendants?
3. Quelle est la probabilité d'obtenir deux fois un 6 lorsqu'un dé est lancé deux fois?
4. Le 15 décembre, les Aigles doivent jouer une partie. S'il neige, la probabilité qu'ils gagnent est de 0,8, mais s'il ne neige pas, la probabilité qu'ils gagnent est de 0,5. La probabilité qu'il neige est de 0,3. Construisez un schéma en arbre pour illustrer les résultats possibles et utilisez ce schéma pour calculer :
   a) P (il neige et les Aigles gagnent)
   b) P (il ne neige pas et les Aigles gagnent)
   c) P (les Aigles gagnent)
5. Vous avez acheté des billets pour deux tirages. La probabilité de gagner dans le premier tirage est de 0,002 et la probabilité de gagner dans le deuxième tirage est de 0,015. Déterminez la probabilité de gagner au moins un prix.
6. Une personne reçoit cinq cartes d'un jeu de cartes ordinaire de 52 cartes. Quelle est la probabilité que ces cartes soient toutes des trèfles? Quelle est la probabilité qu'elles soient toutes de la même ***couleur***?
7. Dans la ville de Lac Bleu, 30 % des personnes possèdent une calculatrice graphique, 50 % des personnes possèdent des téléphones cellulaires et 25 % des personnes possèdent des calculatrices graphiques et des téléphones cellulaires. Une personne est choisie au hasard. Quelle est la probabilité que cette personne possède ni de calculatrice graphique ni de téléphone cellulaire?

— suite

NOTES

couleur **:** l'un des quatre symboles qui distingue les cartes.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

D-5 Classer les événements dans des classes d'événements indépendants et d'événements dépendants, et résoudre des problèmes reliés aux probabilités.

– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- **Classer les événements dans les catégories des événements indépendants et des événements dépendants. (suite)**

Vous devez maintenant répondre aux questions ci-dessous.

a) Quelle est la probabilité de piger deux billes rouges ?
b) Quelle est la probabilité de piger une bille rouge et une bille bleue ?

c) Quelle est la probabilité de piger au moins une bille rouge?

Solution

a) Prenez la « branche » supérieur pour calculer :
$P(R_1R_2) = 0,2 \times 0,4 = 0,08$

b) Prenez la somme des deux prochaines branches pour calculer :
$P(R_1B_2) + P(B_1R_2) =$
$0,2 \times 0,6 + 0,8 \times 0,4 = 0,12 + 0,32 = 0,44$

c) Ceci est égal à $1 – P(B_1B_2) = 1 – 0,8 \times 0,6 = 1 – 0,48 = 0,52$

Exemple 2

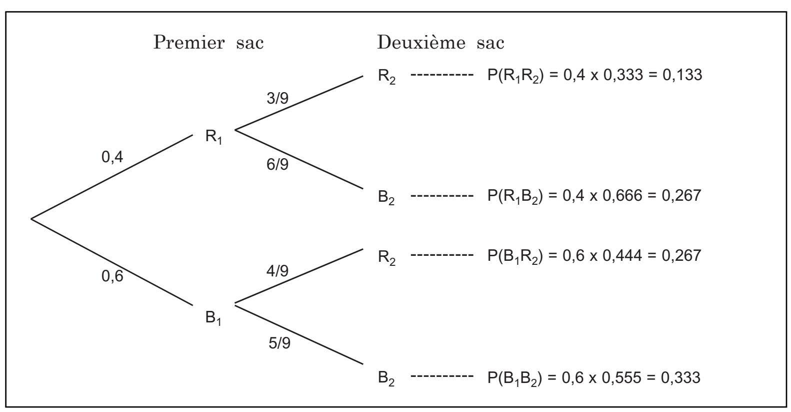
Dans un deuxième jeu les règles varient un peu. Cette fois-ci vous avez seulement un sac de billes qui contient quatre billes rouges et six billes bleues. Vous pigez deux billes d'affilées ***sans*** replacer la première bille dans le sac. Cette fois-ci, piger la première bille et piger la deuxième bille ***ne sont pas*** des événements indépendants.

a) Trouvez P(Bille rouge pigée en premier) $P(R_1) = 0,4$

b) Trouvez P(Bille bleue pigée en premier) $P(B_1) = 0,6$

La probabilité de piger une bille rouge au deuxième tour dépend de la première bille pigée. Évidemment, il en est de même pour la bille bleue.

Le schéma en arbre ci-dessous illustre les probabilités.

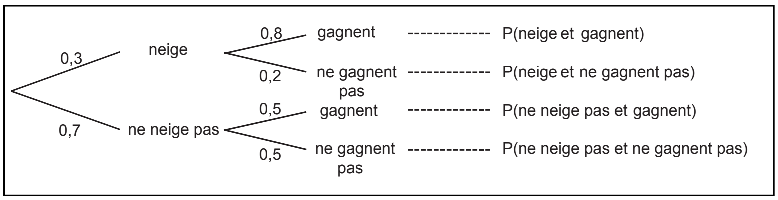


STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes (suite)

Solution

1. Des événements dépendants sont des événements pour lesquels la probabilité qu'un des événements survienne influe sur la probabilité que l'autre événement survienne.
2. a) 26/52 x 12/52 = 3/26 (indépendants)
   b) 26/52 x 6/51 = 1/17 (dépendants)
3. 1/6 x 1/6 = 1/36
4. 

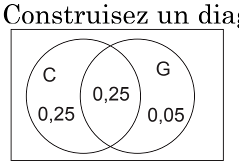
   a) P (neige et gagnent) = 0,3 x 0,8 = 0,24

   b) P (ne neige pas et gagnent) = 0,7 x 0,5 = 0,35

   c) P (gagnent) = 0,24 + 0,35 = 0,59

5. P (gagne au moins un prix)
   = 1 – P (ne gagne aucun prix)
   = 1 – P (ne gagne pas le premier prix) x P (ne gagne pas le deuxième prix)
   = 1 – (0,998)(0,985)
   = 1 – 0,983
   = 0,017
6. P (toutes des cartes de trèfle) $\dfrac{13}{52} \times \dfrac{12}{51} \times \dfrac{11}{50} \times \dfrac{10}{49} \times \dfrac{9}{48}$
   = 0,0004952

   Une autre façon : $\dfrac{{}_{13}C_5}{{}_{52}C_5} = 0{,}000\ 495\ 2$
7. Construisez un diagramme de Venn.



C = téléphones cellulaires

G = calculatrices graphiques

P (possède un téléphone cellulaire mais pas de calculatrice graphique)
= 0,5 – 0,25 = 0,25

P (possède une calculatrice graphique mais pas de téléphone cellulaire)
= 0,3 – 0,25 = 0,05

P (ne possède aucun des deux)
= 1 – (0,25 + 0,25 + 0,05)
(***Nota*** : = P (possède au moins un des deux)
= 1 – (0,55)
= 0,45

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES	STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

D-5 Classer les événements dans des classes d'événements indépendants et d'événements dépendants, et résoudre des problèmes reliés aux probabilités.
– suite

• **Classer les événements dans les catégories des événements indépendants et des événements dépendants. (suite)**

Vous devez maintenant répondre aux questions ci-dessous.

a) Quelle est la probabilité que deux billes rouges soient pigées?

b) Quelle est la probabilité qu'une bille rouge et une bille bleue soient pigées?

c) Quelle est la probabilité qu'au moins une bille rouge soit pigée?

Solution

a) Utilisez les « branches » supérieures pour calculer :
$P(R_1R_2) = 0{,}4 \times 0{,}333 = 0{,}133$

b) Utilisez la somme des deux « branches » suivantes pour calculer :
$P(R_1B_2) + P(B_1R_2) =$
$0{,}4 \times 0{,}667 + 0{,}6 \times 0{,}444 = 0{,}267 + 0{,}267 = 0{,}533$

c) Le résultat obtenu est $1 - P(B_1B_2) = 1 - 0{,}6 \times 0{,}555 =$
$1 - 0{,}333 = 0{,}667$

Exemple 3

Indiquez si les événements ci-dessous sont des événements indépendants ou dépendants.

a) Une bille rouge est pigée dans un sac et une bille bleue est pigée dans l'autre sac.

b) Deux 6 sont obtenus lorsque deux dés sont lancés.

c) Sept chiffres sont choisis pour un numéro de téléphone.

d) La première carte pigée est un as et la deuxième carte pigée est un roi si la première carte est replacée dans le paquet.

e) La première carte pigée est une dame, la deuxième carte pigée est un roi et la troisième carte pigée est un valet si les cartes ne sont pas replacées dans le paquet.

Solution

a) indépendants

b) dépendants

c) indépendants

d) indépendants

e) dépendants

Stratégies d'évaluation

Notes