

Unité D
Programmation linéaire

PROGRAMMATION LINÉAIRE

La programmation linéaire traite de la compréhension des concepts de l'unité C : systèmes d'équations linéaires. L'unité C devrait donc être effectuée avant l'unité D.

On doit entreprendre cette unité par l'analyse de l'exemple de feuille de calcul à la page D-4. Ainsi, les élèves pourront développer un sens d'intuition pour la résolution de problèmes qui ont de nombreuses solutions. Encouragez les élèves à réfléchir à la façon dont ils pourront définir la meilleure solution pour un problème particulier.

La résolution des inégalités en une seule dimension, telle que $2x + 1 \leq 4$ et l'établissement d'un graphique pour leurs solutions permettent aux élèves d'apprécier les enjeux de la programmation linéaire. Les élèves devraient apprendre à mettre sur graphique des inégalités de deux dimensions, telle que $y < 2x + 1$ et ensuite à enquêter les solutions des systèmes d'inégalités de deux dimensions telles que $3x + 4y > 12$ et $5x - 2y \leq 10$. Vous devez utiliser quelques graphiques préparés « à la main » pour débiter, puis vous pouvez ensuite utiliser une calculatrice graphique ou un graphiqueiel.

Dans cette unité, les élèves détermineront comment la programmation linéaire est utilisée pour définir la meilleure solution. Encouragez les élèves à consigner tous les sommets de la zone réalisable pour chaque problème qu'ils rencontrent. Vous devez rappeler aux élèves que cette méthode graphique n'est pas celle habituellement utilisée pour résoudre les problèmes qui utilisent la programmation linéaire dans la vie réelle. Une méthode utilisant les matrices, connue sous le nom de la méthode du simplexe, est habituellement appliquée.

Pratiques d'enseignement

Après avoir étudié le problème des chandails (page D-4) à l'aide d'une feuille de calcul, les élèves devraient apprendre à tracer les graphiques d'inégalités linéaires à une variable et d'inégalités linéaires à deux variables. Limitez l'utilisation de graphiques préparés « à la main » pour résoudre les inégalités, et mettez l'accent sur l'utilisation de la technologie, y compris les calculatrices graphiques, les feuilles de calcul ou les graphiqueiels tels que *Winplot*.

Projets

Vous devriez encourager les élèves à faire des enquêtes sur une variété de sujets, entre autres, sur la nutrition, en comparant deux genres de collations qu'ils mangent régulièrement. De plus, les enseignants devraient se servir des projets tirés du document *Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Supplément au programme d'études* ainsi que d'autres ressources textuelles.

Matériel d'enseignement

- calculatrice graphique
- graphiqueiel tel que *Winplot* ou *Zap-a-graph*

Durée

14 heures

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE

Résultat général

Utiliser la programmation linéaire pour résoudre des problèmes d'optimisation.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

Les enseignants peuvent donner aux élèves un aperçu de la programmation linéaire en leur demandant de répondre à la question suivante en utilisant une feuille de calcul, ainsi que la méthode de tâtonnement.

Cette méthode peut aider l'élève à justifier l'utilité de mettre sur graphique les inégalités linéaires.

Activité d'introduction

Pour l'exemple suivant, l'enseignant doit préparer la feuille de calcul au préalable.

Un manufacturier fabrique des chandails à manches longues et des chandails à manches courtes. Chaque chandail à manches longues demande 4 minutes à la machine à découper et 3 minutes à la machine à coudre. Chaque chandail à manches courtes demande 3 minutes à la machine à découper et 1 minute à la machine à coudre. La machine à découper n'est disponible que 2 heures par jour, et la machine à coudre n'est disponible qu'une heure par jour. Si les profits réalisés pour chaque chandail à manches courtes sont de 0,60 \$ et s'ils sont de 1,10 \$ pour les chandails à manches longues, combien de chandails devraient être fabriqués chaque jour?

L'enseignant doit fournir la feuille de calcul suivante aux élèves.

Formules

	A	B	C	D	E
1		Nombre	Temps de coupe	Temps de couture	Profits
2	Manches longues	10	=4*B2	=3*B2	=1,1*B2
3	Manches courtes	20	=3*B3	=B3	=0,6*B3
4	Total	=B2+B3	=C2+C3	=D2+D3	=E2+E3

Données

	A	B	C	D	E
1		Nombre	Temps de coupe	Temps de couture	Profits
2	Manches longues	10	40	30	11,60 \$
3	Manches courtes	20	60	20	6,00 \$
4	Total		100	50	17,00 \$

Comme vous pouvez le constater, dans cet exemple, 10 chandails à manches longues et 20 chandails à manches courtes produisent des profits de 17 \$. Toutefois, les machines ne sont pas utilisées à leur pleine capacité. Modifiez les valeurs des colonnes B2 et B3 pour déterminer le nombre de chandails de chaque type qui peuvent être fabriqués en utilisant le temps maximum disponible. N'oubliez pas de maintenir le temps d'utilisation des machines sous les limites permises.

Manches longues _____ Manches courtes _____

Solution

12 chandails à manches longues et 24 chandails à manches courtes produisent des profits de 27,60 \$.

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Les élèves doivent lire les coupures de presse et répondre aux questions présentées à la fin de cette unité (voir les annexes D-3 et D-4).

NOTES

Ressources imprimées

Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Exercices – Supplément au programme d'études Éducation et Formation professionnelle Manitoba

Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Cours destiné à l'enseignement à distance, Éducation et Formation professionnelle Manitoba
— Module 1, Leçons 3 et 4

Multimédia

Zap-a-Graph (partagiciel, français)

Winplot (gratuiciel, français)

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE
SPÉCIFIQUES

Résultat spécifique

D-1 Mettre sur graphique des inégalités linéaires en une dimension (une variable).

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• Résoudre des inégalités linéaires.

Les énoncés suivants : « je désire me trouver un emploi dont le salaire est supérieur au salaire minimum » ou « je dois dépenser moins de 10 \$ cette semaine » sont des exemples d'énoncés d'inégalités.

Les élèves devraient pouvoir résoudre des inégalités linéaires et illustrer leur solution sur la droite des nombres.

Vous devez revoir la signification de : $<$, \leq , $>$ et \geq .

Exemple

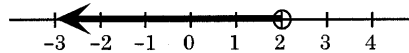
Solutionnez les équations ci-dessous sans aucune technologie. Il s'agit d'une révision des aptitudes d'algèbre de base.

Solutionnez cette équation et mettez sur graphique la solution sur la droite des nombres :

a) $3x + 6 < 12$

Solution

$x < 2$

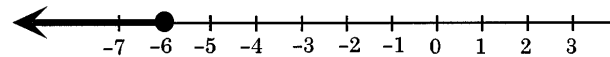


Nota : Rappelez aux élèves que $<$ et $>$ ne comprennent pas l'ombrage dans le cercle à l'extrémité du rayon.

b) $2x + 2 \leq -10$

Solution

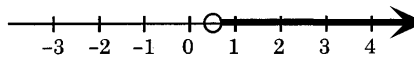
$x \leq -6$



c) $5x + 4(2x - 3) > 3(x - 2) - 1$

Solution

$x > \frac{5}{8}$

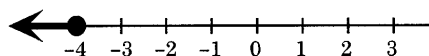


d) $2(x - 4) - 3(x + 2) \geq 7x + 3(2 - x)$

Solution

$x \leq -4$

Nota : L'inégalité change lorsqu'on fait une multiplication ou une division avec un nombre négatif.



STRATÉGIES D'ÉVALUATION

Problème

Solutionnez l'équation suivante de façon algébrique et mettez la solution sur graphique.

- a) $x > 6$
- b) $2x \leq 8$
- c) $2x + 5 > 3x - 1$
- d) $\frac{2x + 3}{5} \leq \frac{-x + 3}{2}$

NOTES

Ressources imprimées

*Mathématiques appliquées,
secondaire 3 – Cours destiné
à l'enseignement à distance,
Éducation et Formation
professionnelle Manitoba
— Module 2 leçon 1*

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE
SPÉCIFIQUES

D-2 Mettre sur graphique des inégalités linéaires à deux variables.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- Résoudre et mettre sur graphique des inégalités à deux variables à l'aide d'un crayon et d'un papier.

Vous devez revoir avec les élèves comment mettre sur graphique des fonctions linéaires. Donnez-leur des exemples qu'ils doivent inscrire sous la forme $y = mx + b$ afin qu'ils puissent introduire ces relations dans une calculatrice graphique.

Les deux premiers graphiques d'inégalités linéaires à deux variables devraient être effectués avec un papier et un crayon. Les élèves auront ainsi un meilleur aperçu de la zone ombrée.

N'oubliez pas de mentionner que $>$ ou $<$ requiert une droite pointillée pour démarquer les limites, contrairement à \leq ou \geq , qui requiert une droite solide.

Étapes pour résoudre les inégalités linéaires :

1. Déterminez la valeur de y .
2. Tracez la droite comme si $<$ ou $>$ correspondait à $=$.
Nota : Tracez une droite solide si \geq ou \leq et une ligne pointillée si $>$ ou $<$.
3. Si $>$ ou \geq la partie au-dessus de la droite doit être ombrée.
Si $<$ ou \leq la partie au-dessous de la droite doit être ombrée.

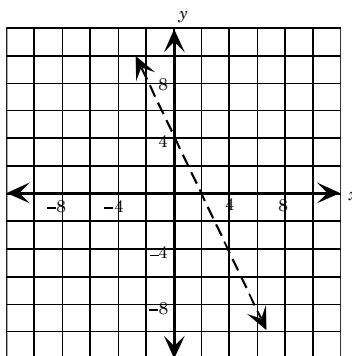
Exemple

Mettez sur graphique l'équation $2x + y < 4$.

Solution

La droite de délimitation est $2x + y = 4$. Vous pouvez mettre la droite sur graphique en la transférant en $y = -2x + 4$. Utilisez l'équation définie par l'intersection avec l'axe y , $b = 4$ et la pente -2 .

Utilisez une ligne pointillée pour indiquer que les points **sur** la droite ne représentent pas la solution de $2x + y < 4$.



Pour déterminer quel demi-plan correspond à la solution, choisissez un point de chaque demi-plan et déterminez quelle paire ordonnée rend l'inégalité véritable. L'origine (0,0) constitue un point de vérification efficace pourvu que la droite de délimitation ne traverse pas ce point.

— suite

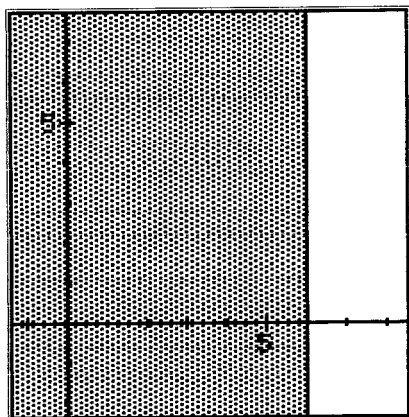
STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

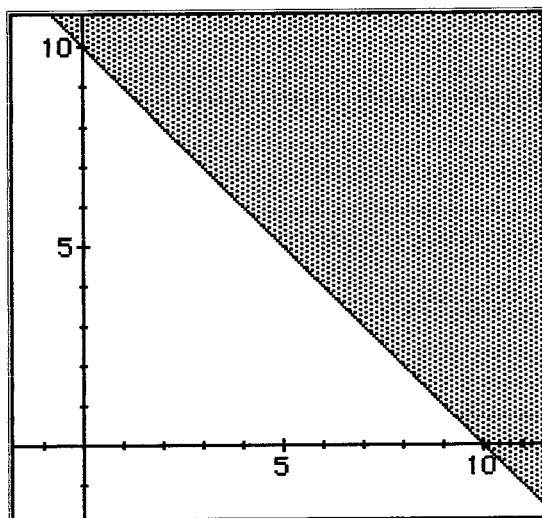
1. Mettez sur graphique la zone produite par $x \leq 6$.

Solution



2. Mettez sur graphique la zone produite par $x + y \geq 10$.

Solution



Multimédia

Winplot
Zap-a-graph

Ressources imprimées

Mathématiques appliquées,
secondaire 3 – Cours destiné
à l'enseignement à distance,
Éducation et Formation
professionnelle Manitoba
— Module 1, Leçon 1

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE
SPÉCIFIQUES

D-2 Mettre sur graphique des inégalités linéaires à deux variables.
— suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

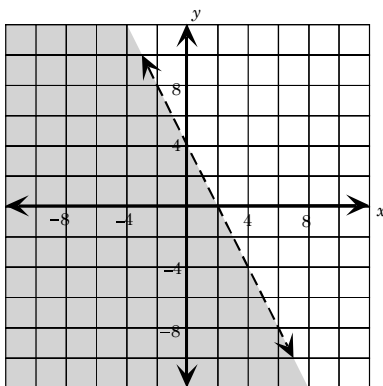
- Résoudre et mettre sur graphique des inégalités à deux variables à l'aide d'un crayon et d'un papier. (suite)

Exemple — suite

Solution — suite

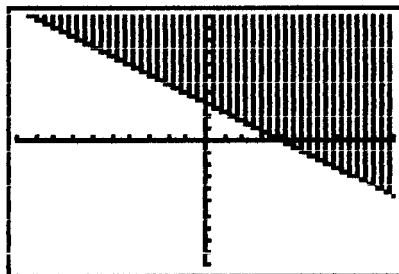
(0, 0) sur le côté gauche	(4, 0) sur le côté droit
$y < -2x + 4$	$y < -2x + 4$
$0 < -2(0) + 4$	$0 < -2(4) + 4$
$0 < 4$ Vrai	$0 < -4$ Faux

Puisque le point de vérification (0, 0) rend l'inégalité véritable, ombrez le demi-plan dans lequel ce point est situé.



- Résoudre et mettre sur graphique des inégalités à deux variables à l'aide d'outils graphiques.

Une fois que les élèves peuvent mettre ces inégalités sur graphique à l'aide d'un crayon et d'un papier, ils peuvent commencer à utiliser un outil graphique, tel une calculatrice graphique ou un graphiciel, tel que *Winplot*. Certains graphiciels permettront aux élèves d'introduire directement l'inégalité sous la forme $3x + 4y > 12$. Ceci peut être un avantage pour tous les élèves.



— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE
SPÉCIFIQUES

D-2 Mettre sur graphique des inégalités linéaires à deux variables.

– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- Résoudre et mettre sur graphique des inégalités à deux variables à l'aide d'outils graphiques. (suite)

Vous désirez peut-être que les élèves répondent à la question suivante sous forme de projet : comment utiliser une calculatrice graphique pour mettre des inégalités sur graphique. Ainsi, ils pourront perfectionner leurs aptitudes de communication technique. Un groupe pourrait même être choisi pour faire une présentation au reste de la classe.

Certains graphiciels qu'on retrouve dans la section des ressources d'apprentissage, ne peuvent peut-être pas mettre directement les inégalités sur graphique. Il sera peut-être nécessaire de couper le graphique et de le coller dans un programme de dessin pour ombrer la partie désirée.

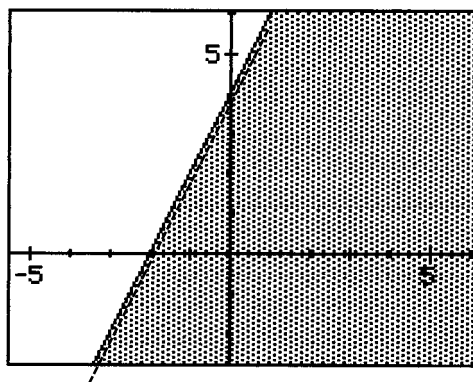
Les élèves qui utilisent une calculatrice TI-83 doivent se rappeler que cette calculatrice ne tracera pas de ligne pointillée pour illustrer les inégalités comme $3x + 4y > 12$.

Exemple 1

Représentez graphiquement $y < 2x + 4$.

Solution

La pente est 2, l'abscisse à l'origine est 4; tracez la droite (pointillée) et ombrez la partie sous la droite correspondant à $<$.



— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE
SPÉCIFIQUES

D-2 Mettre sur graphique des inégalités linéaires à deux variables.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- Résoudre et mettre sur graphique des inégalités à deux variables à l'aide d'outils graphiques. (suite)

Exemple — suite

Solution — suite

Calculatrice graphique TI-83

Utilisez la calculatrice graphique, la configuration de fenêtre appropriée et la fonction d'ombrage pour répondre à la question.

1. Entrez l'équation à la fenêtre Y=.

$$\boxed{2} \quad \boxed{X, T, \theta, n} \quad \boxed{+} \quad \boxed{4}$$

2. Appuyez sur **WINDOW**.

Créez une fenêtre conviviale en configurant vos valeurs x comme suit :


$$X_{\min} = -9,4$$

$$X_{\max} = 9,4$$

3. Appuyez sur **GRAPH**.

4. Ombragez le graphique.

Appuyez sur **Y=**. Surlignez la droite \ à la gauche de Y_1 .

Appuyez sur **ENTER** trois fois jusqu'à ce que le marqueur clignote vers le bas, , c'est-à-dire en formant un triangle pointant vers le bas.

Appuyez sur **GRAPH**. Le graphique sera ombré si $y < 2x + 4$.

Exemple 2

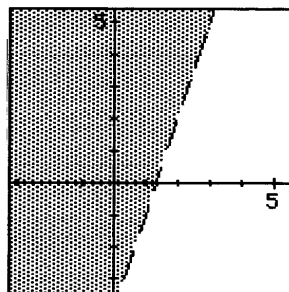
Mettez sur graphique et ombrez $-6x + 2y > -8$.

Solution

$$-6x + 2y > -8$$

$$2y > 6x - 8$$

$$y > 3x - 4$$



STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE
SPÉCIFIQUES

D-3 Résoudre des systèmes d'inégalités linéaires à deux variables de façon graphique, en utilisant la technologie au besoin.

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• Résoudre des systèmes d'inégalités.

Les élèves devront résoudre divers systèmes d'inégalités en les mettant sur graphique sur la même série d'axes et en utilisant les mêmes règles que celles prévues dans la section précédente.

Exemple 1

a) Solutionnez le système et le mettre sur graphique. Donnez des exemples de points de solution possibles.

$$x + y > -1$$

$$3x - 2y > 4$$

b) Rédigez un processus pour mettre sur graphique et ombragez ce système d'inégalités à l'aide de la calculatrice graphique TI-83, ou rédigez des directives à l'aide du graphique *Graphmatica*.

Solution

a)

$$x + y > -1$$

$$y > -x - 1$$

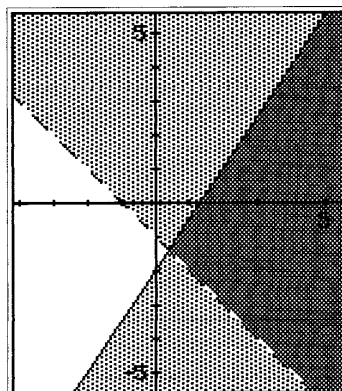
$$m = -1, b = -1$$

$$3x - 2y > 4$$

$$-2y > -3x + 4$$

$$y < \frac{3}{2}x - 2$$

$$m = \frac{3}{2}, b = -2$$



Les points tels (5, 0), (4, -1), ainsi que tous les points à l'intérieur de la zone fortement ombrée sont des points de solution possibles.

b) Calculatrice graphique TI-83

1. Appuyez sur $\boxed{Y=}$.
Enregistrez dans Y_1 , $y = -x - 1$
Enregistrez dans Y_2 , $y = \frac{3}{2}x - 2$
2. Créez une fenêtre conviviale.
3. Si $y > -x - 1$, surlignez la droite \setminus à la gauche de Y_1 .
Appuyez sur $\boxed{\text{ENTER}}$ $\boxed{\text{ENTER}}$ jusqu'à ce que le marqueur clignote vers le haut \blacktriangleup , c'est-à-dire, en formant un triangle pointant vers le haut.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problème

1. À l'aide d'un outil graphique, mettez sur graphique les régions qui répondent aux critères suivants :

$$2x + y \leq 6 \text{ et } 3x - y < 4$$

$$2x + 3y \geq 9 \text{ et } -3x + 4y \geq -4$$

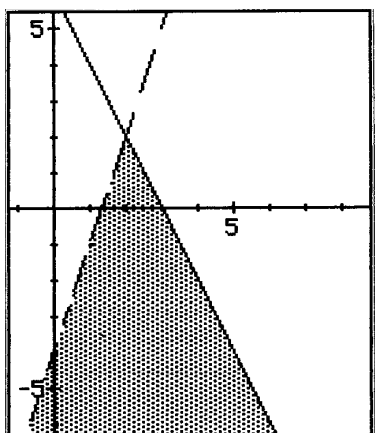
$$x \geq 0, y \geq 0, 3x - 4y \leq 12 \text{ et } 3x + 4y \geq 0$$

2. Mettez sur graphique la solution du système d'inégalités suivant :

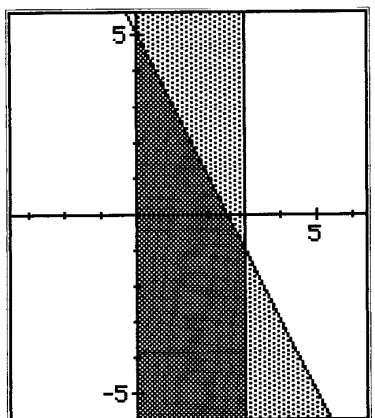
$$3x - y < 4$$

$$2x + y \leq 6$$

Solution



3. Écrivez le système d'inégalités qui produirait ce graphique.



Solution

$$y \leq -2x + 5$$

$$x \leq 3$$

$$x \geq 0$$

Ressources imprimées

Mathématiques appliquées, secondaire 3 – Cours destiné à l'enseignement à distance, Éducation et Formation professionnelle Manitoba — Module 2, Leçon 2

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE
SPÉCIFIQUES

D-3 Résoudre des systèmes d'inégalités linéaires à deux variables de façon graphique, en utilisant la technologie au besoin.
— suite


STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

• Résoudre des systèmes d'inégalités. (suite)

Exemple 1 — suite

Solution — suite

Si $y < \frac{3}{2}x - 2$, surlignez la droite \ à la gauche de Y_2 .

Appuyez sur **ENTER** une fois jusqu'à ce que le marqueur clignote vers le bas , c'est-à-dire en formant un triangle pointant vers le bas.

4. Appuyez sur **GRAPH**

Nota : N'oubliez pas que lorsque vous multipliez ou divisez les deux côtés d'une inégalité par un nombre négatif, le signe de l'inégalité est inversé. Par exemple,

$$\begin{aligned} 4x - y &< 6 \\ -y &< -4x + 6 \\ y &> 4x - 6 \end{aligned}$$

Le signe est inversé lorsque chaque côté est multiplié par -1 .

L'annexe D-1 explique une autre méthode qui peut être utilisée pour ombrer le graphique. Cette information n'est destinée qu'à l'enseignant et **ne devrait pas** être transmise aux élèves.

Exemple 2

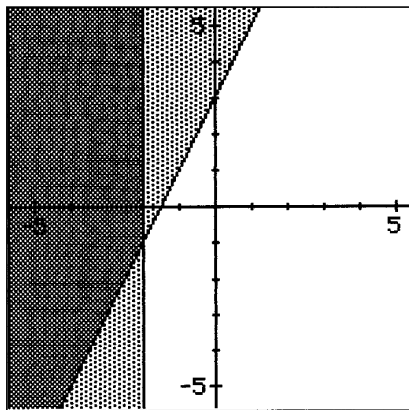
Mettez sur graphique et solutionnez.

$$\begin{aligned} 2x - y &\leq -3 \\ x &\leq -2 \end{aligned}$$

Solution

Si $x \leq -2$, utilisez la fonction DRAW de la calculatrice graphique TI-83. (Vérifiez le manuel).

$$\begin{aligned} 2x - y &\leq -3 \\ -y &\leq -2x - 3 \\ y &\geq 2x + 3 \\ m &= 2, b = 3 \end{aligned}$$



— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

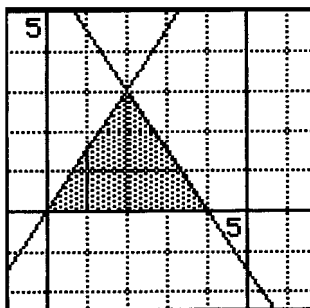
D-3 Résoudre des systèmes d'inégalités linéaires à deux variables de façon graphique, en utilisant la technologie au besoin.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- Résoudre des systèmes d'inégalités. (suite)

Exemple 3

Inscrivez le système d'inégalités qui représente le diagramme suivant :



Solution

$$\text{droite 1 : } m = \frac{3-0}{2-0} = \frac{3}{2} \quad b = 0 \quad \therefore y = \frac{3}{2}x$$

$$\begin{aligned} \text{droite 2 : } m &= \frac{0-3}{4-2} = \frac{-3}{2} & y &= mx + b \\ y &= \frac{-3}{2}x + 6 & 3 &= \frac{-3}{2}(2) + b \\ & & b &= 6 \end{aligned}$$

$$\text{droite 3 : } y > 0$$

D-4 Appliquer la programmation linéaire à la définition de solutions optimales aux problèmes de prise de décision.

- Utiliser la programmation linéaire pour résoudre des problèmes de la vie de tous les jours.

Discutez brièvement, ensemble, en quoi consiste la programmation linéaire. La programmation linéaire est une méthode utilisée pour résoudre des problèmes liés aux relations linéaires et exigeant la **maximisation** ou la **minimisation** d'une situation. Cette méthode est souvent utilisée pour déterminer les profits maximaux, les coûts minimaux, les distances minimales, les poids minimaux et les coûts minimaux pouvant fournir des valeurs alimentaires maximales.

Nota : Cette section offre de nombreuses occasions aux élèves de rédiger des rapports et de pratiquer leur communication technique. Les élèves devraient rédiger tous leurs rapports en utilisant le traitement de textes et les techniques de copier-coller pour incorporer des graphiques à leurs présentations.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Ressources imprimées

*Mathématiques appliquées,
secondaire 3 – Cours destiné
à l'enseignement à distance,
Éducation et Formation
professionnelle Manitoba
— Module 2, leçons 3, 4 et 5*

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE
SPÉCIFIQUES

D-4 Appliquer la programmation linéaire à la définition de solutions optimales aux problèmes de prise de décision.
— suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- Utiliser la programmation linéaire pour résoudre des problèmes de la vie de tous les jours. (suite)

Exemple 1

Un fabricant de meubles fabrique des fauteuils et des divans. Les étapes de fabrication sont la menuiserie, la finition et le rembourrage. La fabrication d'un divan nécessite trois heures de menuiserie, une heure de finition et six heures de rembourrage. La fabrication d'un fauteuil nécessite six heures de menuiserie, une heure de finition et deux heures de rembourrage. En une journée, 96 heures de main-d'œuvre sont disponibles en menuiserie, 18 heures en finition et 72 heures en rembourrage. Les profits sont de 80 \$ pour chaque fauteuil et 70 \$ pour chaque divan. Combien de divans et de fauteuils devraient être fabriqués chaque jour pour maximiser les profits?

Solution

Étape 1 : Tableau (facultatif)

	Fauteuil	Divan	Main-d'oeuvre disponible
Menuiserie	6 h	3 h	96 h
Finition	1 h	1 h	18 h
Rembourrage	2 h	6 h	72 h
Profits	80 \$	70 \$	

Étape 2 : Variables

Supposons que x = nombre de fauteuils et y = nombre de divans.

Étape 3 : Formulez les expressions qui représentent les restrictions $x \geq 0$, $y \geq 0$.

Menuiserie : $6x + 3y \leq 96$ contrainte d'heures disponibles

Finition : $x + y \leq 18$ contrainte d'heures disponibles

Rembourrage : $2x + 6y \leq 72$ contrainte d'heures disponibles

Profits = $80x + 70y$

Étape 4 : Isolez y et mettez sur graphique les inégalités suivantes en utilisant un outil graphique.

Menuiserie : $y \leq 32 - 2x$

Finition : $y \leq 18 - x$

Rembourrage : $y \leq 12 - (\frac{1}{3})x$

$x \geq 0, y \geq 0$

Si vous utilisez une calculatrice TI-83, appuyez sur $\boxed{Y=}$ puis entrez $Y_1 = 32 - 2x$, $Y_2 = 18 - x$, et $Y_3 = 12 - (\frac{1}{3})x$. Déplacez le curseur à la gauche de Y_1 et appuyez sur $\boxed{\text{ENTER}}$ trois fois pour que l'icône triangulaire \blacktriangle paraisse. Faites les mêmes opérations pour Y_2 et Y_3 .

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

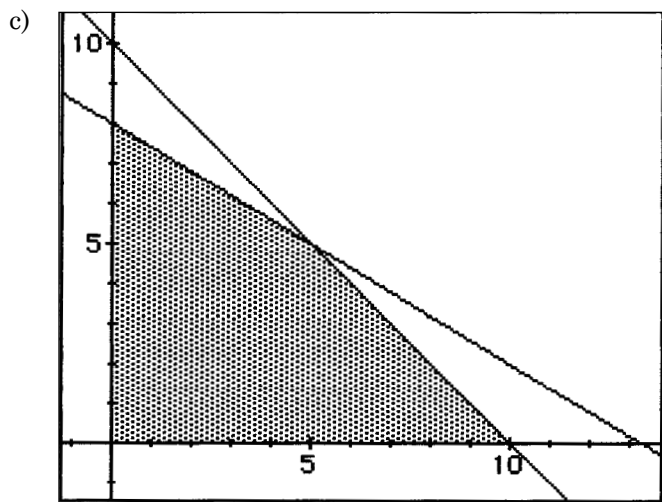
Problème

Un cultivateur de légumes a un terrain de 10 hectares pour la saison. Il a décidé de cultiver de la laitue et des fèves sur ce terrain, et il a prévu un budget de 4 000 \$ à cette fin. La laitue coûte 300 \$/hectare à cultiver et les fèves 500 \$/hectare. Les profits sont de 75 \$/hectare pour la laitue et de 150 \$/hectare pour les fèves.

- Inscrivez l'équation qui décrit les profits de la totalité du terrain à cultiver. On parle parfois de la fonction économique.
- Inscrivez les inégalités qui décrivent la situation.
- Mettez l'équation sur graphique.
- Identifiez certaines solutions possibles.
- Déterminez la meilleure solution.

Solution

- $P = 75x + 150y$
- $x + y \leq 10$
 $300x + 500y \leq 4000$



Nota : La zone réalisable est ombrée.

- Tout point de la zone ombrée.
- Cinq hectares de chaque culture produisent le profit maximal.

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

D-4 Appliquer la programmation linéaire à la définition de solutions optimales aux problèmes de prise de décision.
— suite

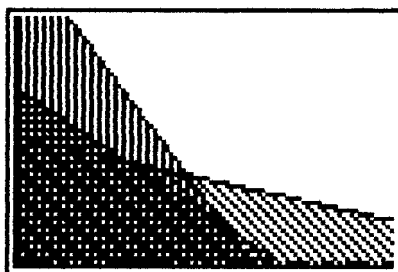
STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES


- Utiliser la programmation linéaire pour résoudre des problèmes de la vie de tous les jours. (suite)

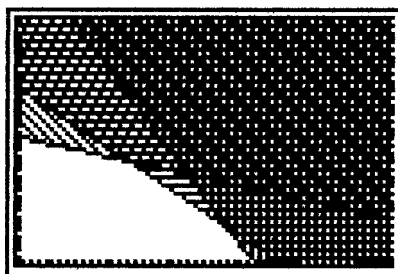
Exemple 1 — suite

Solution — suite

Appuyez sur **WINDOW**, et modifiez la fenêtre pour que $X_{\min} = 0$, $X_{\max} = 25$, $Y_{\min} = 0$, et $Y_{\max} = 25$. Appuyez sur **GRAPH**. Le graphique suivant sera affiché.



Si vous utilisez les zones opposées, c'est-à-dire les icônes triangulaires supérieurs,  la zone solution (ou la zone réalisable) paraîtra en blanc.



Étape 5 : Déterminez les sommets de la zone réalisable.

Pour ce faire, il est plus facile de retourner au menu des fonctions et d'entrer les trois fonctions en tant que fonctions normales plutôt qu'en tant qu'inégalités. En utilisant la fonction d'intersection d'un outil graphique, déterminez les sommets.

Sommets de la zone réalisable	Profits
(0, 12)	840 \$
(16, 0)	1 280 \$
(14, 4)	1 400 \$
(9, 9)	1 350 \$

Par conséquent, 14 fauteuils et 4 divans devraient être fabriqués pour obtenir des profits maximaux de 1 400 \$.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes

Les solutions de ces problèmes et des problèmes des pages D-27 et D-29 sont fournies à l'annexe D-2, pages D-35 à D-42.

Utilisez un logiciel de graphisme ou une calculatrice graphique pour résoudre les problèmes suivants :

1. Suzanne Robert désire cultiver 100 hectares d'avoine et de blé. Les graines d'avoine coûtent 50 \$ à l'hectare et les graines de blé coûtent 80 \$ à l'hectare. Les coûts de main-d'œuvre sont de 200 \$ à l'hectare pour l'avoine et de 120 \$ à l'hectare pour le blé. Suzanne prévoit tirer des revenus de 2 200 \$ à l'hectare d'avoine et de 2 500 \$ à l'hectare de blé. Combien d'hectares de chaque céréale devrait-elle cultiver pour maximiser ses profits si elle ne veut pas dépenser plus de 6 200 \$ en semences et de 18 000 \$ en main-d'œuvre?
2. Le Dr Naz affirme pouvoir guérir les migraines grâce à sa pilule révolutionnaire. Cette pilule est offerte en capsules de deux formats différents : la capsule régulière contient 2 grains d'ibuprofène, 5 grains de sucre et 1 grain de caféine, tandis que la capsule extra contient 1 grain d'ibuprofène, 8 grains de sucre et 6 grains de caféine. Les recherches quelque peu douteuses du Dr Naz l'ont convaincu qu'il faut 12 grains d'ibuprofène, 74 grains de sucre et 24 grains de caféine pour que ce traitement miracle soit efficace. Déterminez le nombre minimal de capsules qu'il devrait prescrire pour répondre à ces exigences.
3. Le fabricant de jouets A a deux usines de fabrication qui ne produisent qu'un seul jouet, une petite poupée en plastique. Le coût de production de cette poupée est de 5 \$ à l'usine de Belleville et de 6 \$ à l'usine de Neuville. L'entreprise dispose de 900 heures employées par semaine de main-d'œuvre et a fixé un coût de production hebdomadaire maximale de 1 500 \$. La production d'une poupée à Belleville requiert 4 heures de travail et la production d'une poupée à Neuville requiert 3 heures de travail. Déterminez le nombre maximal de poupées qui peut être produit en une semaine.

— suite

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE
SPÉCIFIQUES

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

D-4 Appliquer la programmation linéaire à la définition de solutions optimales aux problèmes de prise de décision.
— suite

- **Utiliser la programmation linéaire pour résoudre des problèmes de la vie de tous les jours. (suite)**

Exemple 2

Mélissa est directrice de la publicité dans une entreprise de fabrication de fenêtres. La semaine prochaine, l'entreprise tiendra un événement promotionnel, et Mélissa doit préparer un message publicitaire à cette fin pour la radio. Par l'entremise de la publicité à la radio, l'entreprise désire atteindre les gens qui retournent à la maison entre 16 h 30 et 18 h 30.

Mélissa communique avec deux postes de radio pour connaître leurs tarifs de publicité. Le tarif du poste AM CJY 50 est de 60 \$ la minute pour un message diffusé pendant la période désirée. Le tarif de l'autre poste, le poste FM CJY 98, est de 160 \$ la minute pour un message diffusé pendant la même période. Mélissa dispose d'un budget de 2 400 \$ pour cet événement. Elle veut diffuser de 20 à 25 messages sur les deux postes. Le tarif du poste AM est moins élevé que celui du poste FM, mais Mélissa a décidé que le nombre de messages diffusés sur le poste AM serait au maximum 4 fois plus élevé que le nombre de messages diffusés sur le poste FM.

Supposons que x = le nombre de messages au poste AM et que y = le nombre de messages au poste FM. Le tarif du poste FM est plus élevé parce que le nombre d'auditeurs est plus élevé. Le poste FM CJY a 68 000 auditeurs de 16 h 30 à 18 h 30, et le poste AM CJY a 24 500 auditeurs pendant la même période. Mélissa veut que le plus grand nombre possible de personnes entendent le message publicitaire.

Déterminez la zone réalisable pour ce problème. Une fois la zone réalisable déterminée, trouvez les sommets de la zone réalisable et utilisez-les pour déterminer le nombre possible d'auditeurs L .

Solution

Le nombre total possible d'auditeurs correspond à
 $L = 24\,500x + 68\,000y$.

Les contraintes sont les suivantes :

1. $x \leq 4y$
2. $x > 0$ et $y > 0$
3. $x + y \geq 20$
4. $x + y \leq 25$
5. $60x \$ + 160y \$ \leq 2\,400 \$$

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes (suite)

4. Un fabricant produit deux genres de barres de chocolat : Ergies (pleine d'énergie pour les enfants en pleine croissance) et Nergies (sans calorie pour les personnes à la diète qui manquent de volonté). Chaque boîte d'Ergies rapporte des profits de 40 cents et chaque boîte de Nergies rapporte des profits de 50 cents. La barre de chocolat est produite en trois étapes principales : le mélange, la cuisson et l'emballage. Le tableau suivant illustre le temps en minutes requis pour chaque boîte de barres de chocolat et pour chaque opération.

	Mélange	Cuisson	Emballage
Ergies	1 minute	5 minutes	3 minutes
Nergies	2 minutes	4 minutes	1 minute

Pendant chaque cycle de production, l'équipement de mélange est disponible pendant un maximum de 12 heures, l'équipement de cuisson est disponible pendant un maximum de 30 heures et l'équipement d'emballage est disponible pendant un maximum de 15 heures. Si ce temps peut être alloué à la production de l'une ou l'autre des barres de chocolat, déterminez combien de boîtes de chaque genre de barres de chocolat devraient être produites pour maximiser les profits.

5. Guillaume et Élise Renaud ont décidé de produire et de vendre de la nourriture pour chien. Ils fabriqueront deux types de nourriture, X et Y. Ils utilisent 1 lb de viande pour 2 lb de céréales pour produire la marque X et 2 lb de viande pour une livre de céréales pour produire la marque Y. Ils disposent de 10 lb de viande et de 14 lb de céréales pour lancer leur entreprise. Ils vendront chaque boîte de 3 lb de marque X à 2 \$ et chaque boîte de 3 lb de marque Y à 3 \$. Combien de boîtes de chaque marque devront-ils produire pour maximiser leurs revenus?

— suite

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE
SPÉCIFIQUES

D-4 Appliquer la programmation linéaire à la définition de solutions optimales aux problèmes de prise de décision.
– suite

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

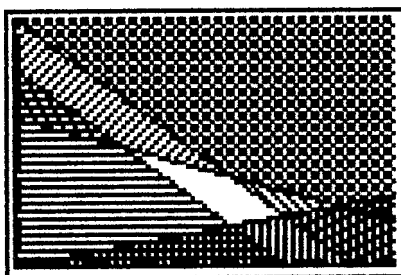
- Utiliser la programmation linéaire pour résoudre des problèmes de la vie de tous les jours. (suite)

Exemple 2 — suite

Solution — suite

Nota : Ce graphique illustre la zone réalisable en blanc.

Déterminez la zone réalisable en utilisant un outil graphique.



Pour déterminer les points d'intersection des droites qui représentent les côtés de ces zones, il est plus facile de déplacer le curseur jusqu'aux droites en question sans les zones ombrées et d'utiliser la fonction **2nd** (Calc) pour avoir accès au menu **Calculate**. Ensuite, sélectionnez **5: intersect** et déterminez les points d'intersection à l'aide de ce processus. Les élèves devraient savoir comment faire puisque cette méthode a été expliquée dans l'unité C : Systèmes d'équations linéaires.

Les élèves doivent savoir comment déterminer les points d'intersection de ces lignes de référence lorsqu'ils commencent à utiliser la programmation linéaire pour résoudre des problèmes d'optimisation.

Déterminez la solution optimale.

	Nbre de messages AM	Nbre de messages FM	Nbre d'auditeurs $E = 24\,500x + 68\,000y$
(16, 4)	16	4	664 000
(20, 5)	20	5	830 000
(16, 9)	16	9	1 004 000
(8, 12)	8	12	1 012 000

La solution la plus avantageuse pour Mélissa est d'obtenir 8 messages sur le poste AM et 12 messages sur le poste FM afin de joindre 1 012 000 auditeurs.

— suite

STRATÉGIES D'ÉVALUATION

NOTES

Problèmes (suite)

6. L'hôtel Morin compte 200 chambres et un restaurant de 50 places. Les clients de l'hôtel ne fréquentent pas tous le restaurant, et choisissent d'aller manger ailleurs. Le directeur de l'hôtel sait par expérience que 40 % des clients commerciaux et 20 % des clients réguliers fréquentent le restaurant de l'hôtel. Les profits réalisés sur le prix facturé aux clients commerciaux sont de 4,50 \$, et ils sont de 3,50 \$ pour les clients réguliers. Quelle combinaison de clients commerciaux et de clients réguliers pourrait maximiser les profits en supposant que chaque chambre peut accueillir 1 personne et que 50 personnes au maximum peuvent prendre place dans le restaurant?
7. Un fabricant de ballons de fantaisie a une capacité maximale de production de 2 000 ballons par jour. Ce fabricant produit deux types de ballons : un éléphant métallique et un canard jaune. Si les profits sont de 3 \$ pour chaque éléphant métallique et de 2 \$ pour chaque canard jaune et si le fabricant doit produire au moins 300 canards jaunes par jour (le plus populaire), déterminez les profits maximaux par jour.
8. Une petite entreprise de camionnage requiert au moins 650 L d'essence diesel, 48 L d'huile et 324 L d'essence pour faire fonctionner ses camions. L'entreprise a deux fournisseurs, ABC et RCJ, qui fournissent différentes quantités des trois produits requis, à des prix différents. ABC peut fournir 130 L d'essence diesel, 36 L d'essence et 4 L d'huile pour 50 \$. RCJ peut fournir 65 L d'essence diesel, 54 L d'essence et 12 L d'huile pour 62,50 \$. Quelle quantité l'entreprise de camionnage devrait-elle acheter auprès de chaque fournisseur pour satisfaire ses besoins hebdomadaires et pour minimiser ses coûts?

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

D-4 Appliquer la programmation linéaire à la définition de solutions optimales aux problèmes de prise de décision.
– suite

- Utiliser la programmation linéaire pour résoudre des problèmes de la vie de tous les jours. (suite)

Exemple 3

Une étudiante en agriculture élève des chèvres et des porcs pour augmenter son revenu d'études universitaires. Elle a loué un espace qui peut accommoder 100 animaux. Elle peut vendre les chèvres 100 \$ chacune et les porcs 300 \$ chacun. Afin que son entreprise soit rentable et pour payer les coûts de la nourriture et d'hébergement des animaux, elle doit toucher un revenu de 15 000 \$. Quelle combinaison de chèvres et de porcs doit-elle utiliser pour obtenir le revenu le plus élevé possible?

Solution

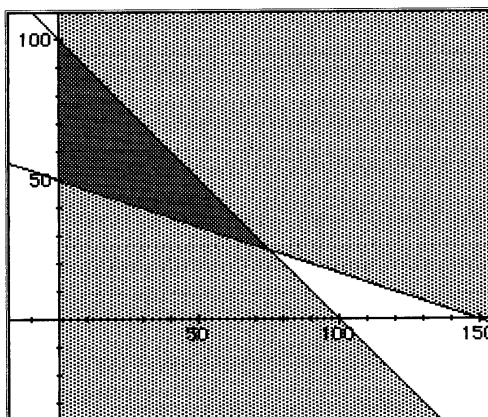
$x = N^{bre}$ de chèvres

$y = N^{bre}$ de porcs

$x + y \leq 100$ restriction d'espace

$100x + 300y \geq 15\ 000$ restriction de revenu

Mettre les deux droites sur graphiques sur la même série d'axes.



Dans ce problème, tout point situé dans la zone fortement ombrée produit un revenu suffisant. Les « coins » du polygone représentent les meilleurs points possibles. Ces points sont les suivants :

$(0, 50), (0, 100), (75, 25)$

Placez chacun de ces points dans l'équation du revenu :

$$1 = 100x + 300y$$

S'il existe une autre contrainte, l'étudiante devrait élever uniquement des porcs. Voici d'autres contraintes possibles :

- coûts différents de la nourriture pour les deux types d'animaux;
- exigences spécifiques en matière d'espace pour les deux types d'animaux.