Test de réalisation
Mathématiques pré-calcul
12^{e} année

Guide de correction

Juin 2013

Manitoba

Données de catalogage avant publication — Éducation Manitoba

Test de réalisation, Mathématiques pré-calcul, 12e année.
Guide de correction. Juin 2013 [ressource électronique]

ISBN : 978-0-7711-5426-3

1. Tests et mesures en éducation – Manitoba.
2. Aptitude pour les mathématiques – Tests.
3. Mathématiques – Examens, questions, etc.
4. Mathématiques – Étude et enseignement (Secondaire) – Manitoba
I. Manitoba. Éducation Manitoba.
510.76

Éducation Manitoba
Division des programmes scolaires
Winnipeg (Manitoba) Canada

Après l’administration du test, vous pouvez acheter des exemplaires imprimés de cette ressource du Centre des manuels scolaires du Manitoba à <www.mtbb.mb.ca>.

Le présent document sera également affiché sur le site Web du ministère de l’Éducation du Manitoba à <www.edu.gov.mb.ca/m12/eval/math_archives.html>.

Les sites Web sont sous réserve de modifications sans préavis.

Available in English.

Disponible en médias substituts sur demande.

Dans le présent document, les mots de genre masculin appliqués aux personnes désignent les femmes et les hommes.

Table des matières

Directives générales pour la correction

Veuillez ne rien inscrire dans les cahiers de test de l'élève. Toute inscription dans un cahier de test devra être effacée par le personnel ministériel avant la correction de l'échantillon si jamais ce cahier est sélectionné.

Veuillez vous assurer que :

- le numéro du cahier et celui sur la *Feuille de réponses et de notation* sont identiques;
- **les élèves et les correcteurs utilisent seulement un crayon à mine pour remplir les *Feuilles de réponses et de notation*;**
- les sommes de chacune des quatre parties sont inscrites au bas de la feuille;
- le résultat final de chaque élève est inscrit sur la *Feuille de réponses et de notation* correspondant au numéro du cahier de test;
- la *Feuille de réponses et de notation* est complète;
- une photocopie a été faite pour les dossiers scolaires.

Une fois la correction terminée, veuillez expédier les *Feuilles de réponses et de notation* au ministère de l'Éducation du Manitoba dans l'enveloppe fournie (pour de plus amples renseignements, consultez le guide d'administration).

Correction des questions du test

Le test est composé de questions à réponse courte, de questions à développement et de questions à choix multiple. Les questions à réponse courte valent de 1 à 2 points chacune, les questions à développement valent de 3 à 5 points chacune et les questions à choix multiple valent 1 point chacune. Au début de la section « Questions de Cahier 2 » se trouve une clé de correction pour les questions à choix multiple.

Ces questions sont élaborées afin de susciter des réponses bien définies en rapport avec les résultats d'apprentissage spécifiques et les processus mathématiques pertinents. Elles visent à déterminer si l'élève atteint les normes de performance du cours en démontrant ses connaissances et ses compétences en rapport avec chaque question.

Une réponse d'élève doit être complète et correcte pour que l'on puisse accorder tous les points. Là où il existe plus d'une méthode possible, le *Guide de correction* tente de présenter les solutions les plus communes. Pour des lignes directrices générales quant à la notation des réponses d'élève, consultez l'annexe A.

Irrégularités dans les tests provinciaux

Au cours de l'administration des tests provinciaux, il arrive que les enseignants surveillants observent des irrégularités. Les correcteurs peuvent également observer des irrégularités lors de la correction à l'échelle locale. L'annexe B fournit des exemples de telles irrégularités et décrit la procédure à suivre afin de traiter ces irrégularités.

Si, sur une *Feuille de réponses et de notation*, il n'y a que des « 0 » ou des « NR » (p. ex., l'élève était présent mais il n'a tenté de répondre à aucune des questions), veuillez décrire la situation en préparant un *Rapport de cahier de test irrégulier*.

Aide immédiate

Si, durant la période de correction, des difficultés qui ne peuvent être résolues à l'échelle locale surviennent, veuillez en informer le ministère de l'Éducation du Manitoba le plus tôt possible afin de recevoir toute l'aide nécessaire.

Vous devez communiquer avec la conseillère en évaluation responsable de ce projet avant d'apporter tout changement à la clé de correction ou au corrigé.

Allison Potter
Conseillère en évaluation
Mathématiques pré-calcul, 12e année
Téléphone : 204 945-7590
Sans frais : 1 800 282-8069, poste 7590
Courriel : allison.potter@gov.mb.ca

Erreurs de communication

Les points alloués aux questions sont fondés principalement sur les concepts et procédures associés avec les résultats d'apprentissage dans le programme d'études. Pour chaque question, noircissez le cercle sur la *Feuille de réponses et de notation* qui représente les points alloués basés sur les concepts et procédures. Un total de ces points fournira la note préliminaire.

Les erreurs qui ne sont pas liées aux concepts ou procédures sont appelées « Erreurs de communication » (consultez l'annexe A) et celles-ci seront suivies de près sur la *Feuille de réponses et de notation* dans une section séparée. Il y a une déduction de 0,5 point pour chaque type d'erreur de communication commise, sans tenir compte du nombre d'erreurs par type (c.-à-d., commettre une deuxième erreur d'un type n'affectera pas la note de l'élève), qui comporte une déduction maximale de 5 points de la note totale du test.

Pour chaque réponse fournie par l'élève, le total des points déduits pour des erreurs de communication ne doit pas excéder les points alloués à la question. Quand il y a des erreurs de communication de différents types dans une réponse, les déductions doivent être indiquées selon l'ordre dans lequel les erreurs apparaissent dans la réponse, sans excéder les points alloués.

La note finale de l'élève est déterminée en soustrayant les erreurs de communication de la note préliminaire.

Exemple : Un élève a une note préliminaire de 72. L'élève a commis deux erreurs de E1 (déduction de 0,5 point), quatre erreurs de E7 (déduction de 0,5 point), et une erreur de E8 (déduction de 0,5 point). Bien que l'élève ait commis un total de sept erreurs, seule une déduction de 1,5 point en résulte.

COMMUNICATION ERRORS / ERREURS DE COMMUNICATION

Shade in the circles below for a maximum total deduction of 5 marks (0.5 mark deduction per error).
Noircir les cercles ci-dessous pour une déduction maximale totale de 5 points (déduction de 0,5 point par erreur).

E1 ●	**E2** ○	**E3** ○	**E4** ○	**E5** ○
E6 ○	**E7** ●	**E8** ●	**E9** ○	**E10** ○

Mark assigned to the student / Note accordée à l'élève

Booklet 1 / Cahier 1	+	Multiple Choice / Choix multiple	+	Booklet 2 / Cahier 2	-	Communication Errors / Erreurs de communication	=	Total
25	+	7	+	40	-	1,5	=	70,5
36		9		45		maximum deduction of 5 marks / déduction maximale de 5 points		**90**

Lignes directrices pour la notation

Questions de Cahier 1

Un angle au centre d'un cercle sous-tend un arc ayant une longueur de 5π cm.
Étant donné que le cercle a un rayon de 9 cm, trouve la mesure de l'angle au centre en degrés.

Solution

$$s = \theta r$$

$$5\pi = \theta(9)$$ 0,5 point pour la substitution dans la bonne formule

$$\theta = \frac{5\pi}{9}$$ 0,5 point pour avoir isolé θ

$$\theta \text{ (en degrés)} = \frac{5\pi}{9} \bullet \frac{180^\circ}{\pi}$$

$$= 100^\circ$$ 1 point pour la conversion en degrés

2 points

Question 2 T3, T5

Résous l'équation $\csc^2\theta + 3\csc\theta - 4 = 0$ dans l'intervalle $[0, 2\pi]$.
Exprime tes réponses sous forme de valeurs exactes ou à 3 décimales près.

Solution

Méthode 1

$$\csc^2\theta + 3\csc\theta - 4 = 0$$
$$(\csc\theta - 1)(\csc\theta + 4) = 0$$

$\csc\theta = 1$ $\qquad$ $\csc\theta = -4$ $\qquad$ 1 point pour avoir isolé $\csc\theta$

$\sin\theta = 1$ $\qquad$ $\sin\theta = -\dfrac{1}{4}$ $\qquad$ 1 point pour l'inverse de $\csc\theta$

$\theta = \dfrac{\pi}{2}$ $\qquad$ $\theta_r = 0,252\ 680$

ou

$\theta = 1,570\ 796$ $\qquad$ $\theta = 3,394\ 273;\ 6,030\ 505$

$\theta = \dfrac{\pi}{2};\ 3,394;\ 6,031$ $\qquad$ 2 points (1 point pour des solutions conséquentes de chaque équation trigonométrique)

ou

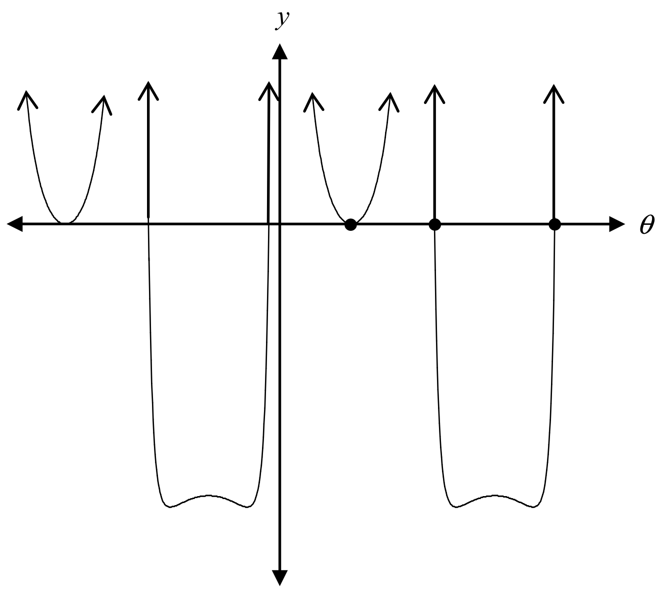
$\theta = 1,571;\ 3,394;\ 6,031$

4 points

Méthode 2 – Calculatrice graphique

$y = \left(\dfrac{1}{\sin\theta}\right)^2 + \dfrac{3}{\sin\theta} - 4$

1 point pour l'équation



1 point pour la justification

Trouve tous les zéros dans l'intervalle $[0,\ 2\pi]$.

1 point pour le domaine restreint

$\theta = 1{,}571;\ 3{,}394;\ 6{,}031$

1 point pour les solutions

4 points

Jess investit 12 000 $ à un taux de 4,75 % composé mensuellement.
Combien de temps faudra-t-il à Jess pour tripler son investissement?

Exprime ta réponse en années, à 3 décimales près.

Solution

Méthode 1

$$A = P\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$$

$$36\ 000 = 12\ 000\left(1 + \frac{0,0475}{12}\right)^{12t}$$ 0,5 point pour la substitution

$$3 = \left(1 + \frac{0,0475}{12}\right)^{12t}$$

$$\ln 3 = \ln\left(1 + \frac{0,0475}{12}\right)^{12t}$$ 0,5 point pour avoir utilisé les logarithmes

$$\ln 3 = 12t \ln\left(1 + \frac{0,0475}{12}\right)$$ 1 point pour la loi du logarithme d’une puissance

$$t = \frac{\ln 3}{12 \ln\left(1 + \frac{0,0475}{12}\right)}$$ 0,5 point pour avoir isolé t

$t = 23,174\ 425$ 0,5 point pour avoir évalué le quotient des logarithmes

$t = 23,174$ années

3 points

Remarque(s) :

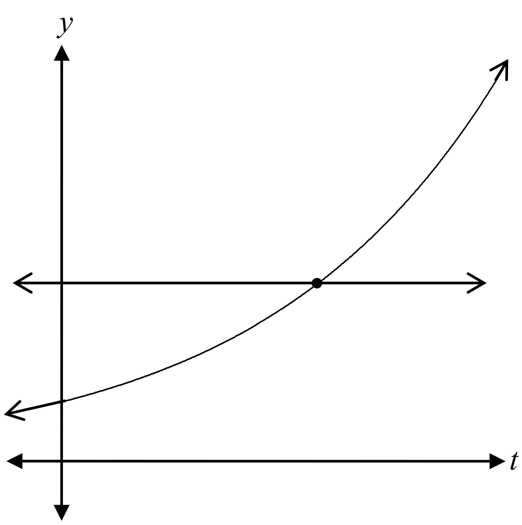
- allouer un maximum de 2 points pour avoir utilisé le formule $VF = Ce^{it}$ correctement

Méthode 2 – Calculatrice graphique

$y = 3$

$y = \left(1 + \dfrac{0{,}0475}{12}\right)^{12t}$

1 point pour les équations



ou

1 point pour la justification

Trouve la valeur de t au point d'intersection de ces deux fonctions.

$t = 23{,}174$ années

1 point pour la solution

3 points

Le 4$^{\text{e}}$ terme du développement du binôme $\left(qx^2 - \frac{3}{x}\right)^{10}$ est $414\ 720x^{11}$.

Détermine la valeur de q algébriquement.

Solution

$t_4 = {}_{10}C_3\left(qx^2\right)^7\left(-\frac{3}{x}\right)^3$	2 points (1 point pour ${}_{10}C_3$; 0,5 point pour chaque facteur conséquent)
$414\ 720x^{11} = 120\left(q^7x^{14}\right)\left(-\frac{27}{x^3}\right)$	0,5 point pour avoir comparé les coefficients
$414\ 720 = -3\ 240q^7$	
$q^7 = -128$	
$q = -2$	0,5 point pour avoir isolé q

3 points

Question 5 — P1

Bella a 2 paires de chaussures, 3 pantalons et 10 chemises.
Carey a 4 paires de chaussures, 4 pantalons et 4 chemises.
Pour s'habiller, il faut avoir une paire de chaussures, un pantalon et une chemise.

Qui a le plus de façons de s'habiller? Justifie ta réponse.

Solution

Bella : $2 \times 3 \times 10 = 60$ façons de s'habiller

Carey : $4 \times 4 \times 4 = 64$ façons de s'habiller

$\therefore$ Carey a plus de façons de s'habiller.

1 point pour la justification

1 point

Question 6 — P4

Dans le développement du binôme $(x - y)^{10}$, combien de termes seront positifs?

Justifie ta réponse.

Solution

Six termes seront positifs. — 1 point pour les six termes

Le terme sera positif si « $-y$ » a un exposant pair. — 1 point pour la justification

2 points

Question 7 — T3, T5, T6

Résous l'équation suivante algébriquement où $180^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$.

$$2\sin^2\theta + 5\cos\theta + 1 = 0$$

Solution

$2\left(1 - \cos^2\theta\right) + 5\cos\theta + 1 = 0$	1 point pour l'identité
$2 - 2\cos^2\theta + 5\cos\theta + 1 = 0$	
$2\cos^2\theta - 5\cos\theta - 3 = 0$	
$(2\cos\theta + 1)(\cos\theta - 3) = 0$	
$\cos\theta = -\frac{1}{2}$ $\cos\theta = 3$	1 point pour avoir isolé $\cos\theta$
$\theta_r = 60^\circ$ $\therefore$ aucune solution	1 point pour avoir indiqué aucune solution
$\theta = 240^\circ$	1 point pour avoir isolé θ

4 points

Remarque(s) :

- allouer un maximum de 3 points si la question n'a pas été résous algébriquement

Résous l'équation suivante algébriquement :

$$\log_3(x-4)+\log_3(x-2)=1$$

Solution

Méthode 1

$$\log_3(x-4)+\log_3(x-2)=1$$

$$\log_3(x-4)(x-2)=1$$
1 point pour la loi du logarithme d'un produit

$$3^1=(x-4)(x-2)$$
1 point pour la forme exponentielle

$$3=x^2-6x+8$$

$$0=x^2-6x+5$$

$$0=(x-5)(x-1)$$

$$x=5 \qquad \cancel{x=1}$$

0,5 point pour avoir isolé x dans une équation quadratique
0,5 point pour avoir rejeté la racine étrangère

3 points

Méthode 2

$$\log_3(x-4)+\log_3(x-2)=1$$

$$\log_3(x-4)(x-2)=1$$
1 point pour la loi du logarithme d'un produit

$$\log_3\left(x^2-6x+8\right)=\log_3 3$$
0,5 point pour la forme logarithmique

$$x^2-6x+8=3$$
0,5 point pour avoir mis le signe d'égalité entre les arguments

$$x^2-6x+5=0$$

$$(x-1)(x-5)=0$$

$$\cancel{x=1} \qquad x=5$$

0,5 point pour avoir isolé x dans une équation quadratique
0,5 point pour avoir rejeté la racine étrangère

3 points

Question 9 R1

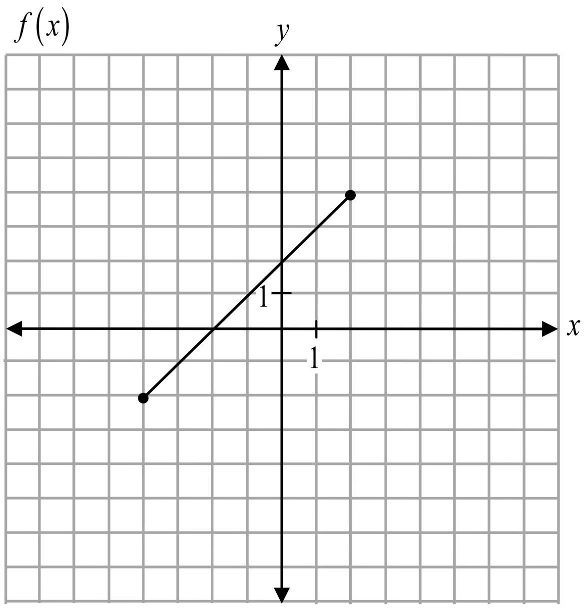
Étant donné que $f(x) = \{(1, 3), (2, 5), (3, 4), (4, 2)\}$, trouve $f(f(3))$.

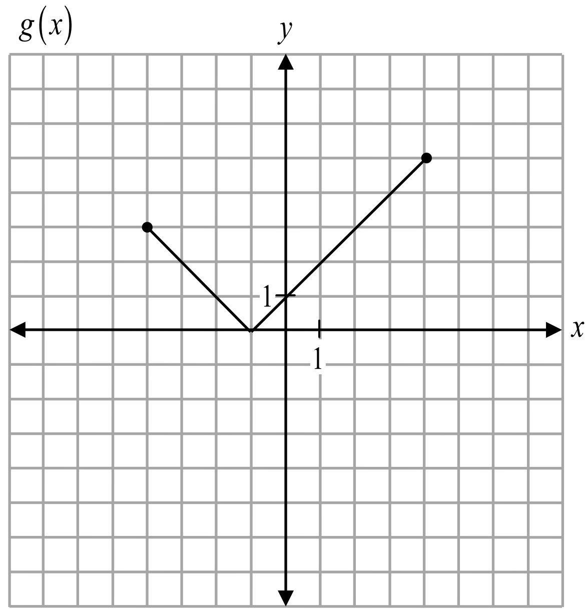
Solution

$f(f(3)) = f(4)$	0,5 point pour $f(3) = 4$
$= 2$	0,5 point pour $f(4) = 2$

1 point

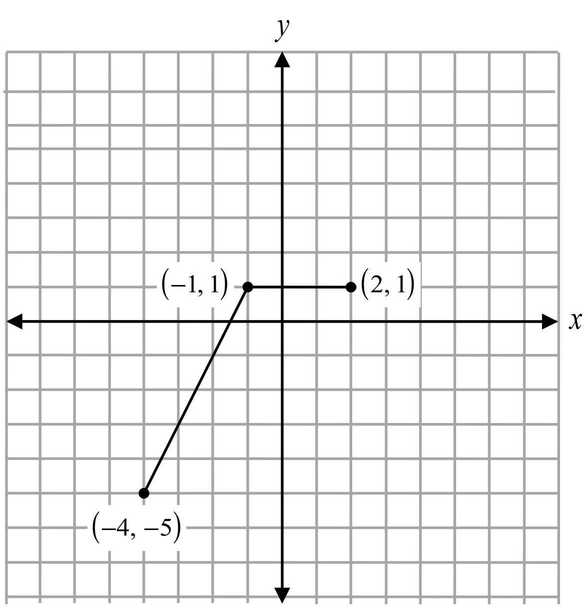
Étant donné les graphiques de $f(x)$ et $g(x)$ ci-dessous,





trace le graphique de $y = f(x) - g(x)$.

Solution



x	$f(x)$	$g(x)$	$f(x)-g(x)$
-4	-2	3	-5
-2	0	1	-1
-1	1	0	1
0	2	1	1
2	4	3	1

1 point pour la soustraction de $f(x)-g(x)$
1 point pour le domaine restreint

2 points

Question 11 — R2, R3

Étant donné le graphique de $y = f(x)$, décris les transformations pour obtenir le graphique de la fonction $y = f(2x - 6)$.

Solution

Méthode 1

Factorise 2.

$$y = f(2(x - 3))$$

Effectue une compression horizontale par un facteur de 2. Ensuite, déplace de 3 unités vers la droite.

1 point pour avoir commencé par une compression horizontale par un facteur de 2
1 point pour avoir fini par un déplacement horizontal de 3 unités vers la droite

2 points

Méthode 2

$$y = f(2x - 6)$$

Déplace de 6 unités vers la droite.
Ensuite, effectue une compression horizontale par un facteur de 2.

1 point pour avoir commencé par un déplacement horizontal de 6 unités vers la droite
1 point pour avoir fini par une compression horizontale par un facteur de 2

2 points

Question 12 — R5

Étant donné $f(x) = \{(-3, 4), (2, 7), (8, 6)\}$, quel est le domaine de la fonction résultant de la réflexion de $f(x)$ par rapport à la droite $y = x$?

Solution

Le domaine : $\{4, 6, 7\}$

1 point pour le bon domaine

1 point

Remarque(s) :

- allouer 0,5 point pour avoir donné la réciproque de la fonction : $f^{-1}(x) = \{(4, -3), (7, 2), (6, 8)\}$

Question 13 R8

Détermine la valeur de y dans l'équation suivante :

$$\log_x 27 - \log_x 3 = 2\log_x y$$

Solution

$\log_x 27 - \log_x 3 = 2\log_x y$

$\log_x \frac{27}{3} = 2\log_x y$ — 1 point pour la loi du logarithme d'un quotient

$\log_x 9 = \log_x y^2$ — 1 point pour la loi du logarithme d'une puissance

$9 = y^2$

$y = \pm 3$

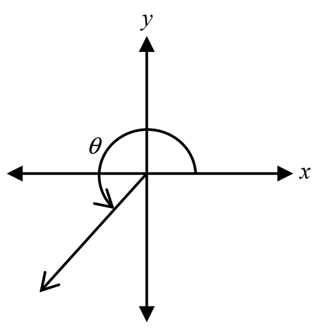
$y = 3 \quad \cancel{y = -3}$ — 0,5 point pour la valeur positive de y
0,5 point pour la valeur négative de y et pour avoir rejeté la racine étrangère

3 points

Question 14 T1

L'angle θ, mesurant $\frac{5\pi}{4}$, est tracé en position normale tel qu'illustré ci-dessous.

Détermine les mesures de tous les angles dans l'intervalle $[-4\pi, 2\pi]$ qui sont coterminaux avec θ.



Solution

$\theta = -\frac{3\pi}{4}$ — 0,5 point

$\theta = -\frac{11\pi}{4}$ — 0,5 point

1 point

Question 15 T6

Prouve l'identité suivante pour toutes les valeurs permises de x :

$$\frac{\sin^2 x}{\sec x + 1} = \cos x - \cos^2 x$$

Solution

Méthode 1

$$\begin{aligned}
\text{M.G.} &= \frac{1 - \cos^2 x}{\dfrac{1}{\cos x} + 1} \\
&= \frac{1 - \cos^2 x}{\dfrac{1 + \cos x}{\cos x}} \\
&= \left(1 - \cos^2 x\right)\left(\frac{\cos x}{1 + \cos x}\right) \\
&= \left(1 - \cos x\right)\left(1 + \cos x\right)\left(\frac{\cos x}{1 + \cos x}\right) \\
&= \left(1 - \cos x\right)\left(\cos x\right) \\
&= \cos x - \cos^2 x \\
&= \text{M.D.}
\end{aligned}$$

1 point pour la bonne substitution des identités
1 point pour les stratégies algébriques
1 point pour le processus logique lors de la preuve de l'identité

3 points

Méthode 2

$$\text{M.G.} = \frac{\sin^2 x}{\sec x + 1} \bullet \frac{(\sec x - 1)}{(\sec x - 1)}$$

$$= \frac{\sin^2 x(\sec x - 1)}{\sec^2 x - 1}$$

$$= \frac{\sin^2 x(\sec x - 1)}{\tan^2 x}$$

$$= \frac{\sin^2 x(\sec x - 1)}{\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}$$

$$= \cos^2 x(\sec x - 1)$$

$$= \cos^2 x\left(\frac{1}{\cos x} - 1\right)$$

$$= \cos x - \cos^2 x$$

$$= \text{M.D.}$$

1 point pour la bonne substitution des identités
1 point pour les stratégies algébriques
1 point pour le processus logique lors de la preuve de l'identité

3 points

Résous algébriquement :

$${}_{n}C_{2} = 4n + 5$$

Solution

$${}_{n}C_{2} = 4n + 5$$

$$\frac{n!}{(n-2)!2!} = 4n + 5$$

0,5 point pour la notation factorielle

$$\frac{n(n-1)\cancel{(n-2)!}}{\cancel{(n-2)!}2!} = 4n + 5$$

0,5 point pour le développement des factorielles
0,5 point pour la simplification de factorielle

$$n(n-1) = 2!(4n+5)$$

$$n^2 - n = 8n + 10$$

$$n^2 - 9n - 10 = 0$$

0,5 point pour la simplification

$$(n-10)(n+1) = 0$$

$$n = 10 \qquad \cancel{n = -1}$$

0,5 point pour les deux valeurs de *n*
0,5 point pour avoir rejeté la racine étrangère

3 points

Questions de Cahier 2

Clé de correction pour les questions à choix multiple

Question	Réponse	Résultat d'apprentissage
17	C	P2
18	B	T1
19	A	P4
20	A	T4
21	D	T5
22	D	R4
23	B	R9
24	C	R12

Question 17 — P2

Combien d'arrangements différents sont possibles avec les lettres du mot SEPTEMBRE si l'on doit utiliser toutes les lettres?

a) $9!$ b) $6!3!$ c) $\dfrac{9!}{3!}$ d) $\dfrac{6!}{3!}$

Question 18 — T1

Lequel des angles suivants se termine dans le quadrant III?

a) 3 radians b) $\dfrac{7\pi}{5}$ radians c) -210° d) 500°

Question 19 — P4

Il y a 13 termes dans le développement de $(3x - y)^{2n}$. Détermine la valeur de n.

a) 6 b) 6,5 c) 7 d) 26

Question 20 T4

Lequel des énoncés suivants est vrai concernant les périodes des trois fonctions ci-dessous?

$f(\theta) = 2\sin 3\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$ $\quad g(\theta) = \sin 3\theta + 6$ $\quad k(\theta) = 3\sin\theta + 6$

a) Les graphiques de $f(\theta)$ et $g(\theta)$ ont la même période.

b) Les graphiques de $g(\theta)$ et $k(\theta)$ ont la même période.

c) Tous les graphiques ont la même période.

d) Aucun des graphiques n'a la même période.

Question 21 T5

Laquelle des équations suivantes représente la solution générale de l'équation $\tan\theta = -1$?

a) $\theta = \frac{\pi}{4} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

b) $\theta = \frac{\pi}{4} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

c) $\theta = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

d) $\theta = \frac{3\pi}{4} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

Question 22 R4

Si $(3, -2)$ est un point sur le graphique de $y = f(x)$, quel point doit être sur le graphique de $y = 2f(x+1)$?

a) $(4, -1)$ b) $(4, -4)$ c) $(2, 1)$ d) $(2, -4)$

Question 23 R9

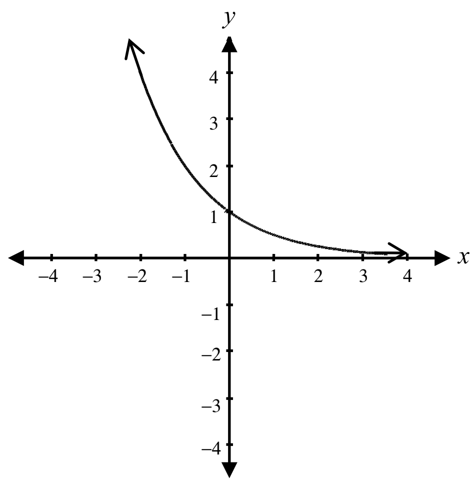
Quelle équation est représentée par le graphique tracé ci-dessous?

a) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$

b) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x}$

c) $y = 2^{x}$

d) $y = -2^{x}$



Question 24 R12

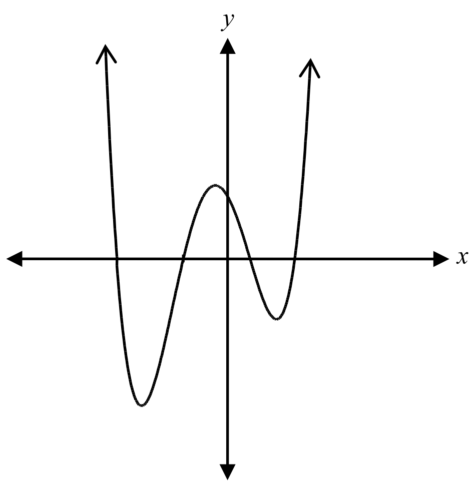
Quel est le degré du polynôme représenté ci-dessous?

a) 2

b) 3

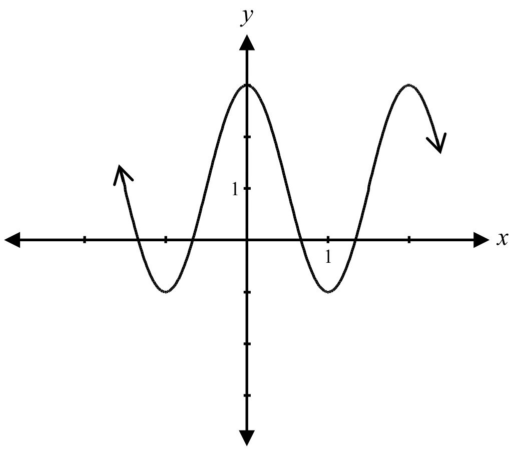
c) 4

d) 5



Question 25 T4

Soit le graphique de $y = 2\cos \pi x + 1$ ci-dessous, détermine une autre équation qui produira le même graphique.



Solution

Quelques exemples d'équations sont :

$$y = 2\cos \pi(x - 2) + 1$$

1 point pour la bonne équation

1 point

$$y = -2\cos \pi(x - 1) + 1$$

$$y = -2\cos \pi(x + 1) + 1$$

$$y = 2\sin \pi\left(x + \frac{1}{2}\right) + 1$$

$$y = 2\sin \pi\left(x - \frac{3}{2}\right) + 1$$

D'autres réponses sont possibles.

Question 26 R1

Soit $f(x) = 3$ et $g(x) = x + 2$, détermine le domaine et l'image de $h(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$.

Solution

Le domaine : $\{x \mid x \in \mathbb{R},\ x \neq -2\}$

L'image : $\{y \mid y \in \mathbb{R},\ y \neq 0\}$

1 point pour le domaine

1 point pour l'image

2 points

Question 27 T3

Explique comment trouver la valeur exacte de $\sec\left(\dfrac{19\pi}{6}\right)$.

Solution

Trouve la valeur exacte de $\cos\left(\dfrac{19\pi}{6}\right)$.

Ensuite, prend l'inverse de la valeur de $\cos\left(\dfrac{19\pi}{6}\right)$.

1 point pour $\cos\left(\dfrac{19\pi}{6}\right)$

1 point pour l'inverse

2 points

Soit $f(x) = 4 - x$, vérifie que $f^{-1}(x) = f(x)$.

Solution

Méthode 1

$$y = 4 - x$$

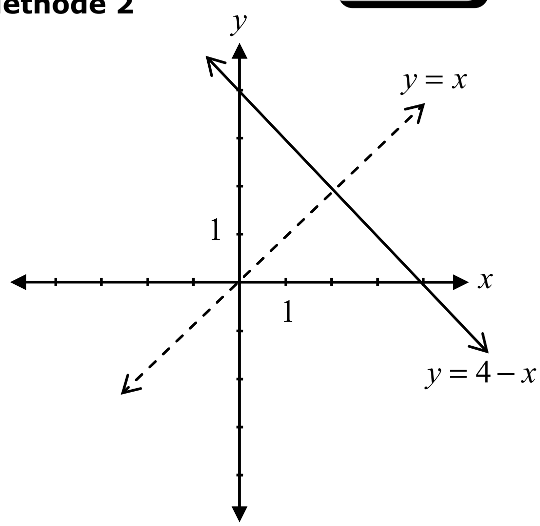
Pour trouver $f^{-1}(x)$, échange les valeurs de x et y.

$$x = 4 - y$$
$$-y = x - 4$$
$$y = 4 - x$$
$$f^{-1}(x) = 4 - x$$

1 point pour avoir vérifié que $f^{-1}(x) = f(x)$

1 point

Méthode 2



La droite $y = 4 - x$ et sa réflexion par rapport à l'axe de symétrie $y = x$ produisent le même graphique.

1 point

Méthode 3

Suppose que $f^{-1}(x) = 4 - x$.

$$f\left(f^{-1}(x)\right) = 4 - (4 - x)$$
$$= x$$

$\therefore f(x)$ et $f^{-1}(x)$ sont des fonctions réciproques.

1 point

Trace le graphique de :

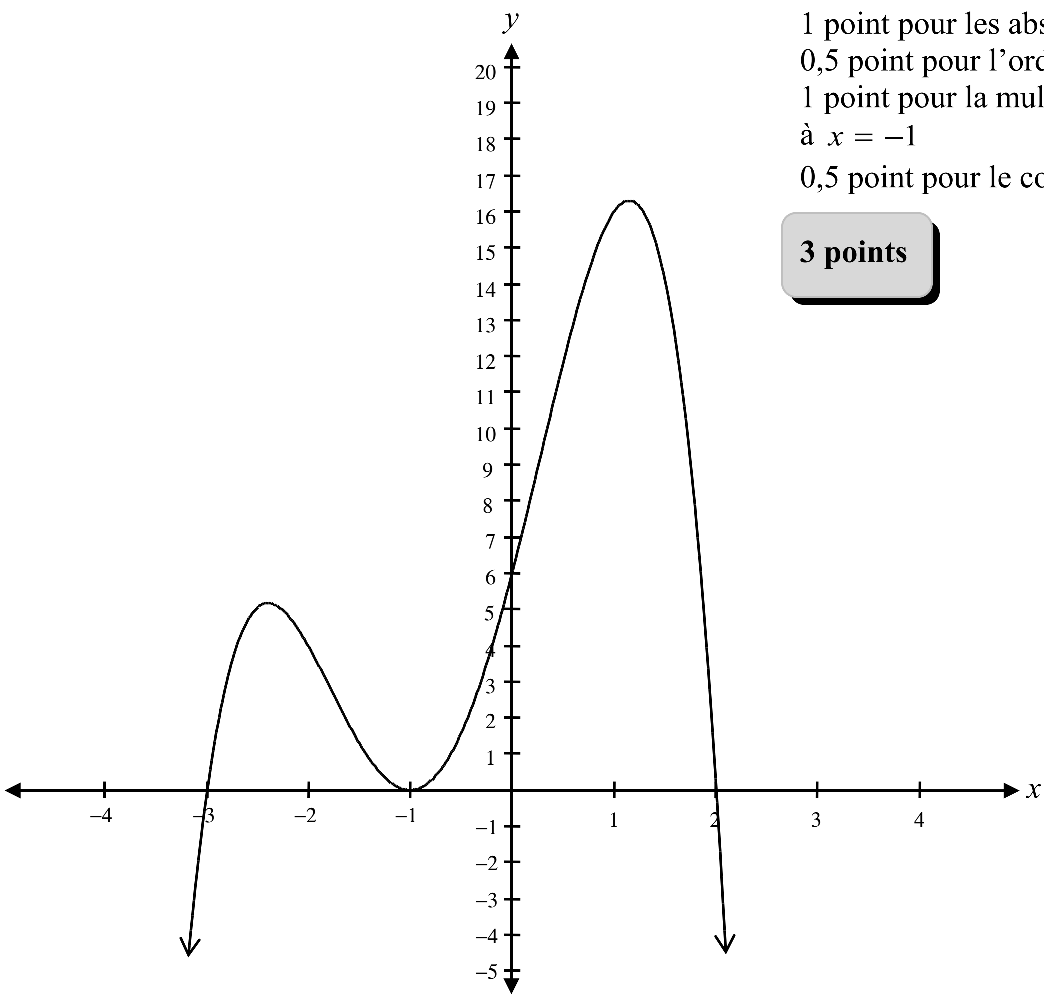
$$f(x) = (2 - x)(x + 3)(x + 1)^2$$

Étiquette les abscisses à l'origine et l'ordonnée à l'origine.

Solution

les abscisses à l'origine : -3, -1 et 2

l'ordonnée à l'origine : 6



1 point pour les abscisses à l'origine
0,5 point pour l'ordonnée à l'origine
1 point pour la multiplicité de 2 seulement à $x = -1$
0,5 point pour le comportement à l'infini

3 points

Quelle expression a la plus grande valeur?

$\log_2 36$ ou $\log_3 80$

Justifie ta réponse.

Solution

Méthode 1

$$\log_2 36 \qquad 2^? = 36 \begin{cases} 2^5 = 32 \\ 2^6 = 64 \end{cases} \approx 5,1$$

$$\log_3 80 \qquad 3^? = 80 \begin{cases} 3^3 = 27 \\ 3^4 = 81 \end{cases} \approx 3,9$$

$\therefore \log_2 36$ a la plus grande valeur

1 point pour la justification

1 point

Méthode 2

$\log_2 32 = 5 \therefore \log_2 36$ est un peu plus de 5

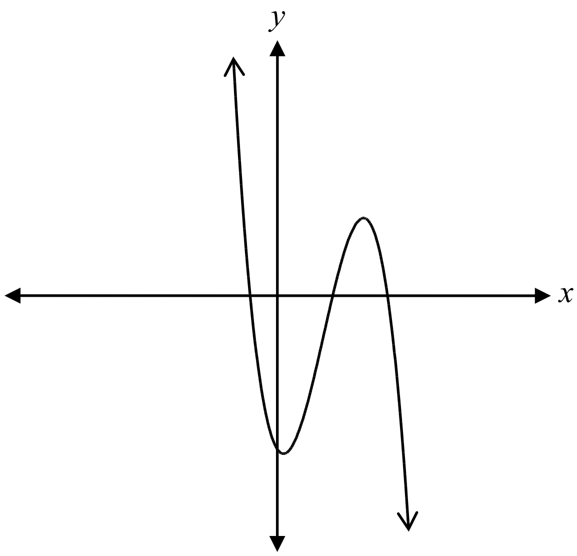
$\log_3 81 = 4 \therefore \log_3 80$ est un peu moins de 4

$\therefore \log_2 36$ a la plus grande valeur

1 point pour la justification

1 point

Le graphique ci-dessous représente l’équation $y = ax^3 + 6x^2 + 5x - 10$.



Qu’est-ce qui doit être vrai concernant la valeur de *a*? Explique ton raisonnement.

Solution

a est n’importe quel nombre négatif. 0,5 point

Une explication qui fait référence au comportement à l’infini. 0,5 point pour l’explication

1 point

ou

a ne peut pas être égal à zéro. 0,5 point

Le graphique est celui d’une fonction cubique et non celui d’une fonction quadratique. 0,5 point pour l’explication

1 point

Question 32 T2

Le côté terminal d'un angle $\theta,$ en position normale, coupe le cercle unitaire dans le quadrant IV au point $\mathrm{P}\left(\frac{\sqrt{5}}{4}, y\right)$. Détermine la valeur de $\sin\theta$.

Solution

Méthode 1

Le point $\mathrm{P}(\theta)$, qui se trouve sur le cercle unitaire, a les coordonnées $(\cos\theta, \sin\theta)$.

$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$	0,5 point pour avoir montré que $y = \sin\theta$
$\left(\frac{\sqrt{5}}{4}\right)^2 + \sin^2\theta = 1$	0,5 point pour la substitution
$\sin^2\theta = 1 - \frac{5}{16}$	
$\sqrt{\sin^2\theta} = \sqrt{\frac{11}{16}}$	
$\sin\theta = \pm\frac{\sqrt{11}}{4}$	0,5 point pour avoir isolé $\sin\theta$
$\sin\theta = -\frac{\sqrt{11}}{4}$	0,5 point pour une valeur de sinus négative qui se trouve dans le quadrant IV

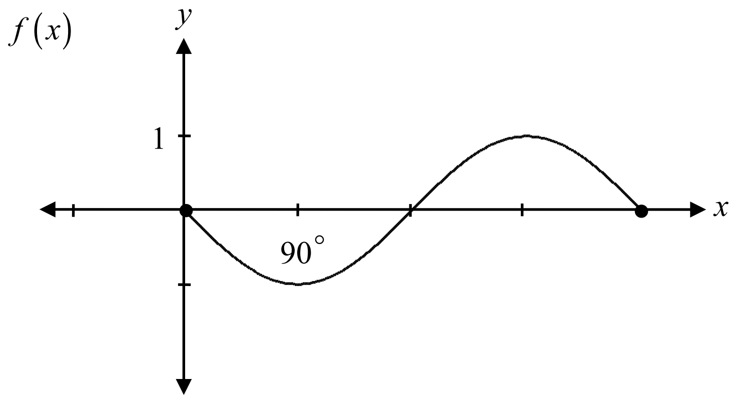
2 points

Méthode 2

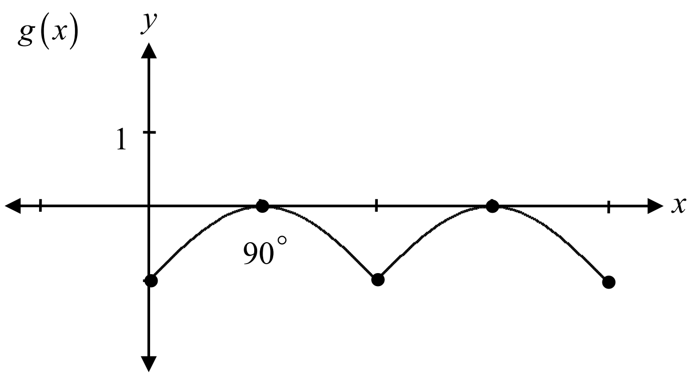
$\left(\sqrt{5}\right)^2 + y^2 = 4^2$	0,5 point pour la substitution
$5 + y^2 = 16$	
$y^2 = 11$	
$y = \pm\sqrt{11}$	0,5 point pour avoir isolé y
$\sin\theta = -\frac{\sqrt{11}}{4}$	0,5 point pour avoir utilisé la valeur de y afin de trouver la valeur de $\sin\theta$ 0,5 point pour une valeur de sinus négative qui se trouve dans le quadrant IV

2 points

Soit la fonction sinusoïdale $f(x)$ ci-dessous, trace le graphique de $g(x)=|f(x)|-1$.



Solution



1 point pour la valeur absolue
1 point pour le déplacement vertical

2 points

Question 34 R14

Le graphique d'une fonction rationnelle, $f(x)$, a un point de discontinuité où $x = 2$ et une asymptote où $x = 4$. Écris une équation possible pour $f(x)$.

Solution

Une équation possible est :

$$f(x) = \frac{x - 2}{(x - 2)(x - 4)}$$

1 point pour $\frac{x - 2}{x - 2}$ (un point de discontinuité où $x = 2$)

1 point pour $x - 4$ au dénominateur (une asymptote où $x = 4$)

2 points

Question 35 R11

Étant donné que $(x - 1)$ est un des facteurs, exprime $x^3 - 57x + 56$ sous la forme d'un produit de facteurs.

Solution

1	1	0	–57	56
	↓	1	1	–56
	1	1	–56	0

0,5 point pour $x = 1$

1 point pour la division synthétique
(ou pour une autre stratégie équivalente)

$(x - 1)(x^2 + x - 56)$

ou

$(x - 1)(x + 8)(x - 7)$

0,5 point pour les facteurs conséquents

2 points

Donne un exemple en utilisant des valeurs de A et B, en degrés ou en radians, pour vérifier que $\cos(A+B) = \cos A + \cos B$ **n'est pas** une identité.

Solution

Méthode 1

Soit $A = 45^\circ$ et $B = 90^\circ$.

M.G.	M.D.
$\cos(45^\circ + 90^\circ)$	$\cos 45^\circ + \cos 90^\circ$
$\cos(135^\circ)$	$\cos 45^\circ + \cos 90^\circ$
$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2} + 0$
$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$

1 point pour la simplification de $\cos(A+B)$
1 point pour la simplification de $\cos A + \cos B$

2 points

M.G. ≠ M.D. $\therefore$ $\cos(A+B) = \cos A + \cos B$ n'est pas une identité.

Méthode 2

$\cos(A + B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$

Soit $A = 60^\circ$ et $B = 30^\circ$.

$$\begin{aligned}\cos\left(60^\circ + 30^\circ\right) &= \cos 60^\circ \cos 30^\circ - \sin 60^\circ \sin 30^\circ \\ &= \frac{1}{2} \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{1}{2} \\ &= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{3}}{4} \\ &= 0\end{aligned}$$

1 point pour la simplification de $\cos(A + B)$

$$\begin{aligned}\cos A + \cos B &= \cos 60^\circ + \cos 30^\circ \\ &= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= \frac{1 + \sqrt{3}}{2}\end{aligned}$$

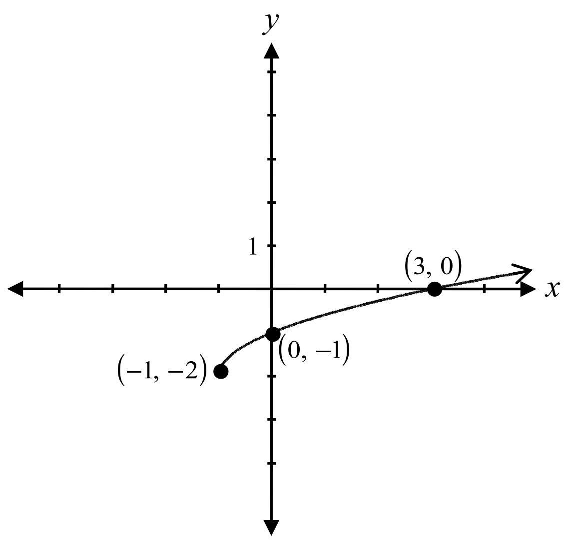
1 point pour la simplification de $\cos A + \cos B$

2 points

Ces deux solutions ne sont pas égales $\therefore$ $\cos(A + B) = \cos A + \cos B$ n'est pas une identité.

Trace le graphique de $y = \sqrt{x+1} - 2$ et vérifie que la valeur de l'abscisse à l'origine est la même que la solution de l'équation $\sqrt{x+1} - 2 = 0$.

Solution



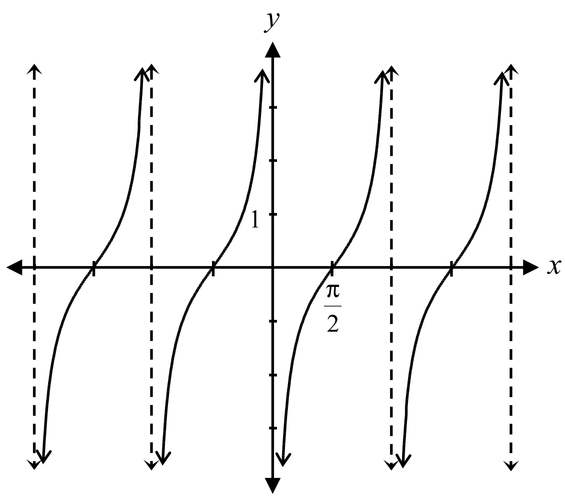
1 point pour la forme
0,5 point pour le déplacement horizontal
0,5 point pour le déplacement vertical

$$\begin{aligned} \sqrt{x+1} &= 2 \\ \left(\sqrt{x+1}\right)^2 &= (2)^2 \\ x+1 &= 4 \\ x &= 3 \end{aligned} \qquad \textbf{ou} \qquad \begin{aligned} \sqrt{x+1} - 2 &= 0 \\ \sqrt{3+1} - 2 &= 0 \\ \sqrt{4} - 2 &= 0 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

1 point pour la vérification

3 points

On a demandé à Mohamed de tracer le graphique de $y = \tan x$.
Il a tracé le graphique ci-dessous.



Explique pourquoi son graphique est incorrect.

Solution

Le graphique de $y = \tan x$ aurait dû avoir les zéros à $k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

1 point pour l'explication

1 point

ou

Le graphique de $y = \tan x$ aurait dû avoir les asymptotes à $(2k+1)\frac{\pi}{2}$ ou $\frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

ou

Mohamed a tracé le mauvais graphique. Il a tracé le graphique de $y = \tan\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$.

Question 39 T6

Dans l'intervalle $0 \le \theta < 2\pi,$ identifie les valeurs non permises de θ pour l'identité trigonométrique :

$$\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$$

Solution

$$\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{1}{\frac{\cos\theta}{\sin\theta}}$$

$\therefore$ l'identité ci-dessus est non-permise quand $\cos\theta = 0$ ou $\sin\theta = 0.$

1 point pour avoir identifié les valeurs non permises (0,5 point pour $\cos\theta = 0;$ 0,5 point pour $\sin\theta = 0$)

$\cos\theta \neq 0$

$\theta \neq \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$

$\sin\theta \neq 0$

$\theta \neq 0, \pi$

1 point pour avoir isolé θ (0,5 point pour chaque branche)

2 points

$\theta \neq 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$

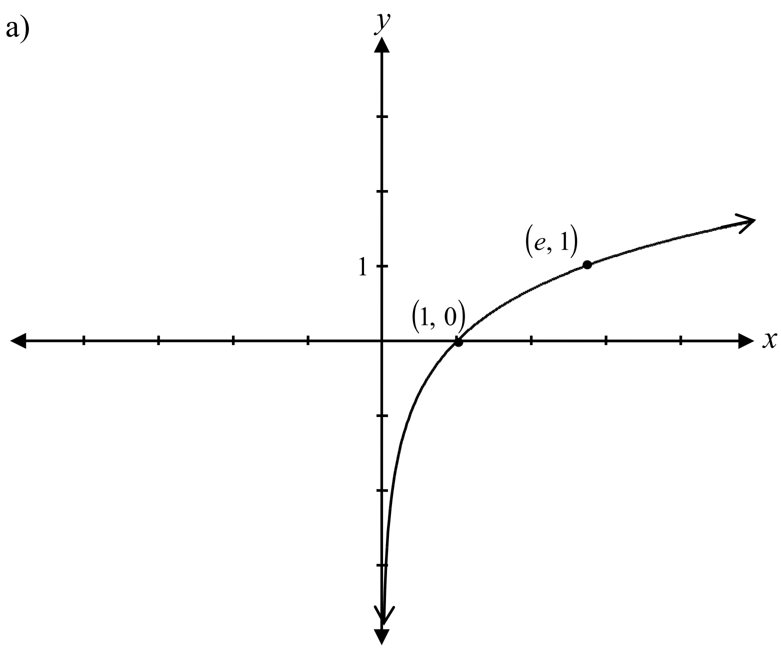
Question 40 a) R9 b) R2, R5

a) Trace le graphique de $y = \ln(x)$.

b) Trace le graphique de $y = -\ln(x - 2)$.

Solutions

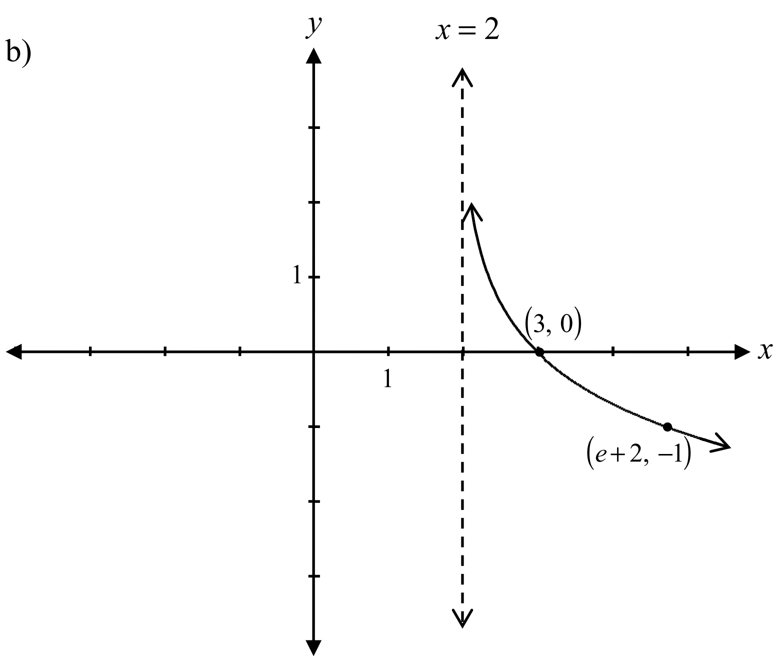
a)



0,5 point pour une fonction logarithmique croissante
0,5 point pour l'abscisse à l'origine à $(1, 0)$
0,5 point pour un point conséquent d'une fonction logarithmique
0,5 point pour le comportement asymptotique vertical

2 points

b)



1 point pour la réflexion par rapport à l'axe des x
1 point pour le déplacement horizontal

2 points

Étant donné $f(x) = \sqrt{x - 2}$ et $g(x) = 3x$, écris l'équation pour $h(x) = f(g(x))$.

Quelles sont les restrictions sur le domaine de $h(x)$?
Explique ton raisonnement.

Solution

$h(x) = \sqrt{3x - 2}$

1 point pour $h(x) = f(g(x))$

$$\begin{aligned} 3x - 2 &\geq 0 \\ 3x &\geq 2 \\ x &\geq \frac{2}{3} \end{aligned}$$

0,5 point pour avoir identifié la restriction

Comme il n'est pas possible de calculer la racine carré d'un nombre négatif, le domaine est restreint à $x \geq \frac{2}{3}$.

0,5 point pour l'explication

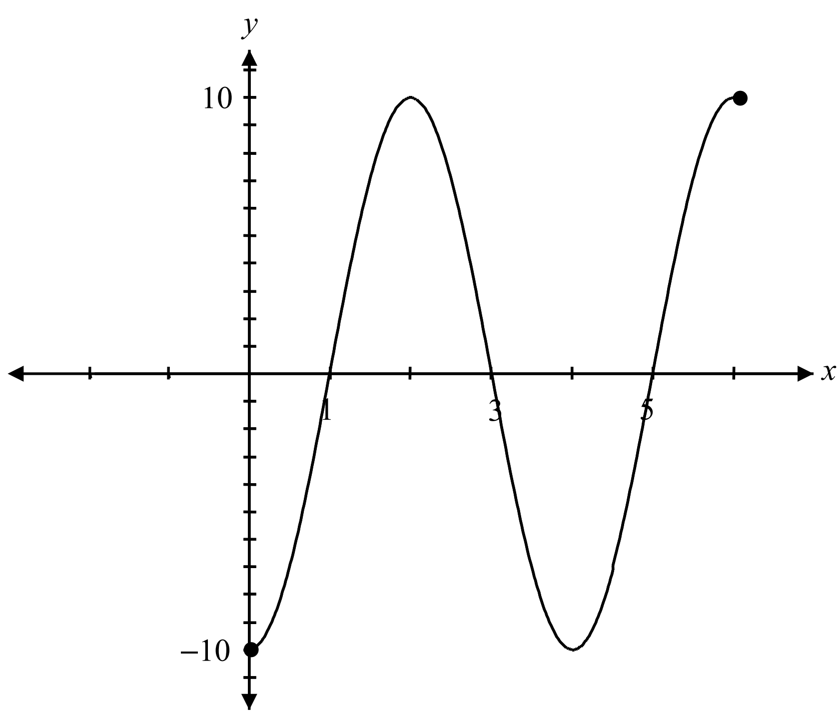
2 points

Question 42 T4

Trace le graphique de $y = 10\cos\left[\frac{\pi}{2}(x-2)\right]$ sur l'intervalle $[0,\ 6]$.

Solution

$$\text{période} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4$$



1 point pour l'amplitude
1 point pour la période
1 point pour le déplacement horizontal

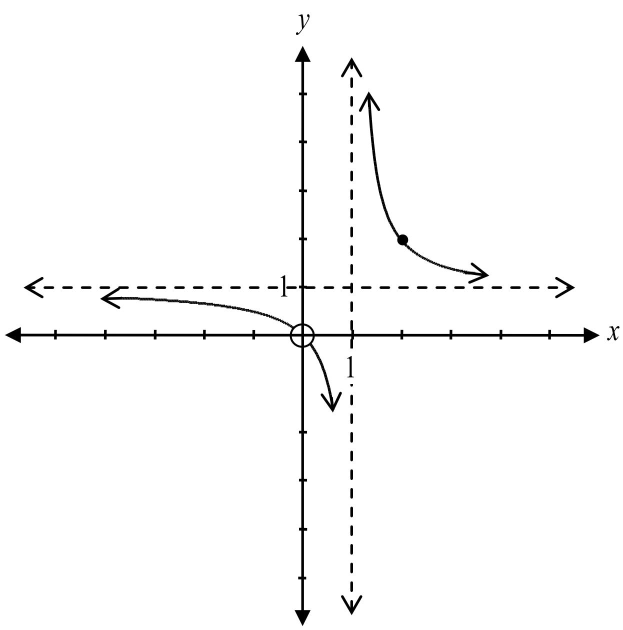
3 points

Remarque(s) :

- déduire 0,5 point si l'intervalle $[0,\ 6]$ n'est pas complètement tracée

Trace le graphique de la fonction $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2 - x}$.

Solution



$$f(x) = \frac{x^2}{x(x-1)}$$
$$= \frac{x}{x-1} \text{ avec un point de discontinuité où } x = 0$$

point de discontinuité : $f(0) = \dfrac{0}{0-1} = 0$

$\therefore$ il y a un point de discontinuité à $(0, 0)$.

divise :
$$x - 1\overline{)\,x + 0\,}\quad 1$$
$$\underline{x - 1}$$
$$1$$

$\therefore f(x) = \dfrac{1}{x-1} + 1$

ou

$$f(x) = \frac{x}{x-1} = \frac{x-1+1}{x-1} = 1 + \frac{1}{x-1}$$

$\therefore$ il y a une asymptote horizontale à $y = 1$.
$\therefore$ il y a une asymptote verticale à $x = 1$.

1 point pour l'asymptote verticale à $x = 1$
1 point pour l'asymptote horizontale à $y = 1$
1 point pour le point de discontinuité à $(0, 0)$ ou un point de discontinuité conséquent au graphique
0,5 point pour le graphique à gauche de l'asymptote verticale
0,5 point pour le graphique à droite de l'asymptote verticale

4 points

Est-ce que $(x-3)$ est un facteur de $x^4 - x^3 - 3x^2 + x - 1$?

Justifie ta réponse.

Solution

Méthode 1

$x = 3$

$\therefore (3)^4 - (3)^3 - 3(3)^2 + (3) - 1 = 81 - 27 - 27 + 3 - 1$
$= 29$

Le reste n'est pas égal à zéro,
donc $(x-3)$ n'est pas un facteur.

0,5 point pour $x = 3$

1 point pour le théorème du reste

0,5 point pour l'explication

2 points

Méthode 2

$$\begin{array}{r|rrrrr} 3 & 1 & -1 & -3 & 1 & -1 \\ & \downarrow & 3 & 6 & 9 & 30 \\ \hline & 1 & 2 & 3 & 10 & 29 \end{array}$$

Le reste n'est pas égal à zéro,
donc $(x-3)$ n'est pas un facteur.

0,5 point pour $x = 3$

1 point pour la division synthétique

0,5 point pour l'explication

2 points

Soit $f(x) = x - 1$ et $g(x) = x^2$, écris l'équation de $y = f(g(x))$ et trace le graphique.

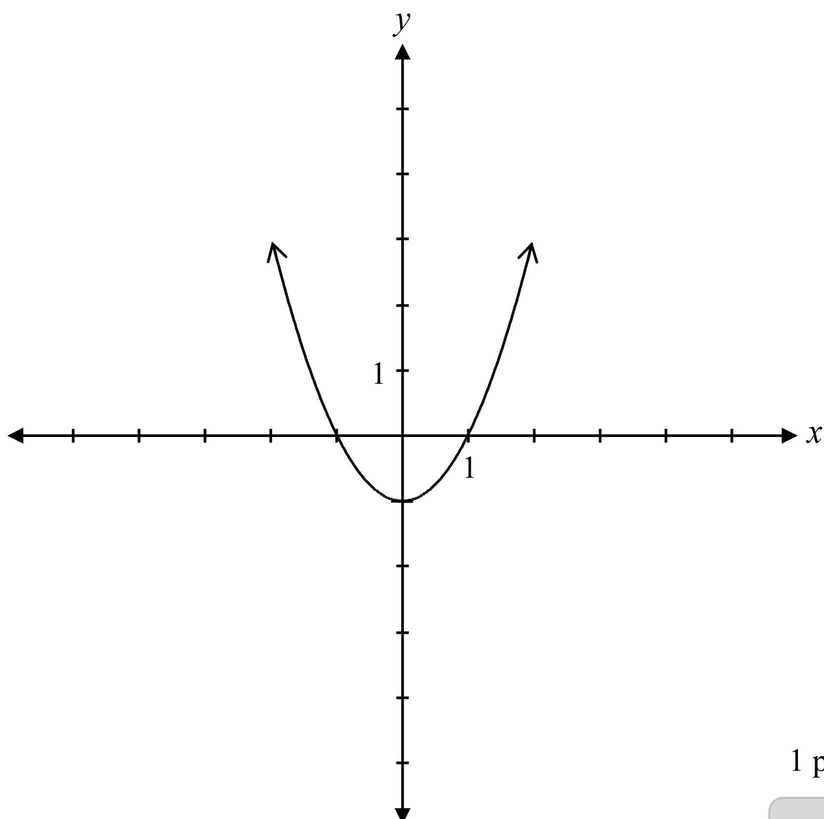
Solution

$$f(g(x)) = x^2 - 1$$

ou

$$y = x^2 - 1$$

1 point pour la composition



1 point pour le graphique conséquent

2 points

Annexes

Annexe A

LIGNES DIRECTRICES POUR LA CORRECTION

Les erreurs qui sont liées de façon conceptuelle aux résultats d'apprentissage associés à la question nécessiteront une déduction de 1 point.

Chaque fois qu'un élève fait une des erreurs suivantes, une déduction de 0,5 point sera nécessaire :

- une erreur d'arithmétique;
- une erreur de procédure;
- une erreur de terminologie;
- un manque de clarté dans l'explication;
- une forme de graphique incorrecte (seulement si aucun point n'est alloué pour la forme).

Erreurs de communication

Les erreurs suivantes, qui ne sont pas liées de façon conceptuelle aux résultats d'apprentissage associés à la question, peuvent nécessiter une déduction de 0,5 point et seront suivies de près sur la *Feuille de réponses et de notation*.

E1	▪ réponse donnée sous forme d'une fraction complexe ▪ réponse finale pas donnée ▪ réponse exprimée en degrés plutôt qu'en radians ou vice versa
E2	▪ équation transformée en une expression ou vice versa ▪ signe d'égalité entre les deux côtés d'un bout à l'autre de la démonstration d'une identité
E3	▪ variable omise dans une équation ou une identité ▪ variables introduites sans être définies
E4	▪ « $\sin x^2$ » est écrit au lieu de « $\sin^2 x$ » ▪ parenthèses omises mais tenues pour acquis
E5	▪ unités de mesure manquantes ▪ unités de mesure incorrectes
E6	▪ erreur d'arrondissement ▪ avoir arrondi trop tôt
E7	▪ erreur de transcription ▪ erreur de notation
E8	▪ réponse donnée à l'extérieur du domaine ▪ erreur de crochet faite dans l'énonciation du domaine ou de l'image ▪ domaine ou image écrit en ordre incorrect
E9	▪ points aux extrémités ou flèches qui manquent ou qui ne sont pas correctement indiqués ▪ échelles absentes sur les axes ▪ coordonnées d'un point étiquetées incorrectement
E10	▪ asymptotes indiquées par un trait plein ▪ graphique tracé pour croiser une asymptote ou pour s'en éloigner

Annexe B

IRRÉGULARITÉS DANS LES TESTS PROVINCIAUX

GUIDE POUR LA CORRECTION À L'ÉCHELLE LOCALE

Au cours de la correction des tests provinciaux, des irrégularités sont parfois observées dans les cahiers de test. La liste suivante fournit des exemples des irrégularités pour lesquelles il faudrait remplir un *Rapport de cahier de test irrégulier* et le faire parvenir au Ministère :

- styles d'écriture complètement différents dans le même cahier de test;
- raisonnement incohérent accompagné de réponses correctes;
- notes d'un enseignant indiquant comment il a aidé un élève au cours de l'administration du test;
- élève révélant qu'il a reçu de l'aide d'un enseignant pour une question;
- élève remettant son travail sur du papier non autorisé;
- preuve de tricherie ou de plagiat;
- contenu perturbateur ou offensant;
- l'élève a rendu un cahier vierge (il n'a eu que des « NR ») ou il a donné des mauvaises réponses à toutes les questions du test (« 0 »).

Des commentaires ou des réponses indiquant qu'il y a un risque menaçant l'élève ou que ce dernier représente un danger pour les autres sont des questions de sécurité personnelle. Ce type de réponse d'élève exige un suivi immédiat et approprié de la part de l'école. Dans ce cas-là, s'assurer que le Ministère est informé du fait qu'il y a eu un suivi en remplissant un *Rapport de cahier de test irrégulier*.

À l'exception des cas où il y a évidence de tricherie ou de plagiat entraînant ainsi une note de 0 % au test provincial, il appartient à la division scolaire ou à l'école de déterminer comment traiter des irrégularités. Lorsqu'on établit qu'il y a eu irrégularité, le correcteur prépare un *Rapport de cahier de test irrégulier* qui décrit la situation et le suivi, et énumère les personnes avec qui il a communiqué. L'instance scolaire locale conserve la copie originale de ce rapport et en fait parvenir une copie au Ministère avec le matériel de test.

Rapport de cahier de test irrégulier

Test : ______________________________

Date de la correction : ______________________________

Numéro du cahier : ______________________________

Problème(s) observé(s) : ______________________________

____

____

____

____

____

Question(s) concernée(s) : ______________________________

____

____

Action entreprise ou justification de la note : ______________________________

____

____

____

____

____

____

____

Suivi : ____

____

____

____

____

____

Décision : ____

____

____

____

____

____

____

Signature du correcteur : ______________________________

Signature du directeur d'école : ______________________________

Réservé au Ministère — Une fois la correction complétée

Conseiller : ______________________________

Date : ______________________________

Annexe C

Tableau de questions par unité et résultat d'apprentissage

Unité A : Les transformations de fonctions		
Question	**Résultat d'apprentissage**	**Point**
9	R1	1
10	R1	2
11	R2, R3	2
12	R5	1
22	R4	1
26	R1	2
28	R6	1
33	R1, R2	2
40 b)	R2, R5	2
41	R1, R13	2
45	R1	2
Unité B : Les fonctions trigonométriques		
Question	**Résultat d'apprentissage**	**Point**
1	T1	2
2	T3, T5	4
7	T3, T5, T6	4
14	T1	1
18	T1	1
20	T4	1
25	T4	1
27	T3	2
32	T2	2
38	T4	1
42	T4	3
Unité C : Le théorème du binôme		
Question	**Résultat d'apprentissage**	**Point**
4	P4	3
5	P1	1
6	P4	2
16	P3	3
17	P2	1
19	P4	1
Unité D : Les fonctions polynomiales		
Question	**Résultat d'apprentissage**	**Point**
24	R12	1
29	R12	3
31	R12	1
35	R11	2
44	R11	2

Unité E : Les équations trigonométriques et les identités		
Question	**Résultat d'apprentissage**	**Point**
2	T3, T5	4
7	T3, T5, T6	4
15	T6	3
21	T5	1
36	T6	2
39	T6	2

Unité F : Les exposants et les logarithmes		
Question	**Résultat d'apprentissage**	**Point**
3	R10	3
8	R10	3
13	R8	3
23	R9	1
30	R7	1
40 a)	R9	2

Unité G : Les radicaux et les rationnels		
Question	**Résultat d'apprentissage**	**Point**
34	R14	2
37	R13	3
41	R1, R13	2
43	R14	4